

# ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОННИХ СПЕКТРІВ У ГРАФЕНІ З ДИСКЛИНАЦІЯМИ

Н.Д.Власій<sup>1,2</sup>, Ю.О.Ситенко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Інститут теоретичної фізики ім. М.М.Боголюбова НАН України,  
вул. Метрологічна, 14-б, Київ МСП 680, 03680  
e-mail: vlasii@bitp.kiev.ua

<sup>2</sup> Фізичний факультет, Київський національний університет  
ім. Тараса Шевченка, пр. акад. Глушкова, 2, Київ 127, 03127

Нещодавній синтез двовимірних атомних кристалів вуглецю (графен) обіцяє багато нових явищ та можливі застосування в технології і промисловості. Такі матеріали характеризуються спектром квазічастинкових збуджень діраківського типу, що дає унікальний приклад справді двовимірних «релятивістських» електронних систем, які при наявності дисклинацій можуть мати досить незвичні властивості. Показано, що дисклинація в графені представляється у вигляді псевдомагнітного вихору у вершині конуса, і знайдено співвідношення між вихровим потоком та дефіцитом кута конічної поверхні. Розглядається вплив дисклинацій на густину станів та заряд основного стану графену.

## Вступ

Графен – новий інноваційний матеріал, що являє собою двовимірну вуглецеву структуру, був уперше експериментально створений наприкінці 2004 року [1]. Його створення відкриває перспективи заміни кремнієвих схем на більш міцні вуглецеві аналоги; фактично на базі графену вже сьогодні зроблено перші транзистори, розміри яких не перевищують одного атома у товщину і 50 атомів у ширину [2, 3]. Графенова плівка являє собою ґратку, складену з комірок, що мають форму правильних шестикутників, у вершинах яких знаходяться атоми вуглецю. Прямим наслідком коміркової структури ґратки є лінійне та ізотропне дисперсійне співвідношення між енергією та імпульсом в околах точок Фермі, де дотикаються валентна зона і зона провідності. Таким чином, довгохвильові електронні збудження у графені описуються безмасовим рівнянням Дірака–Вейля зі швидкістю світла, заміненою на швидкість Фермі  $\sim 10^6$  м/с [4].

Топологічні дефекти викликають особливий інтерес і є важливими через свою універсальну природу. У графені топологічними дефектами є дисклинації в коміркової ґратці, коли деякі з шестикутних комірок замінюються на багатокутні; при цьому поверхня графенової плівки деформується. Застосовуючи теорію поляризації вакууму сингулярними зовнішніми полями [5-7], ми вивчаємо властивості електронних спектрів у графені з дисклинаціями.

## Континуальна модель для довгохвильових електронних збуджень

Атоми вуглецю в графені утворюють правильну шестикутну ґратку з одним валентним електроном на кожному вузлі. Елементарна комірка має ромбічну форму і містить два атоми. Таким чином, графенова ґратка складається з двох трикутних підґраток,  $\Lambda_A$  і  $\Lambda_B$ , зміщених одна відносно одної на величину  $d$ . В результаті гібридизації три з чотирьох валент-

них електронів вуглецевого атома утворюють  $\sigma$ -орбіталі вздовж ґраткових зв'язків, а четвертий утворює ортогональну до площини ґратки  $\pi$ -орбіталь, що відповідає за провідні властивості

$$H = -t \sum_{i \in \Lambda_A} \sum_{j=1}^3 a^\dagger(\mathbf{r}_{iA}) b(\mathbf{r}_{iA} + \mathbf{u}_j) - t \sum_{i \in \Lambda_B} \sum_{j=1}^3 b^\dagger(\mathbf{r}_{iB}) a(\mathbf{r}_{iB} - \mathbf{u}_j), \quad (1)$$

де  $t$  – це амплітуда перескоку,  $a^\dagger(\mathbf{r}_{iA})$  та  $a(\mathbf{r}_{iA})$  ( $b^\dagger(\mathbf{r}_{iB})$  та  $b(\mathbf{r}_{iB})$ ) оператори народження та знищення, що діють на підґратці  $A(B)$  і задовольняють антикомутаційні співвідношення

$$[a(\mathbf{r}_{iA}), a^\dagger(\mathbf{r}_{i'A})]_+ = [b(\mathbf{r}_{iB}), b^\dagger(\mathbf{r}_{i'B})]_+ = \delta_{ii'},$$

$\mathbf{u}_j$  – це трійка векторів, спрямованих від атома підґратки  $A$  до трьох найближчих атомів підґратки  $B$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= (-d, 0), & \mathbf{u}_2 &= (d/2, \sqrt{3} d/2), \\ \mathbf{u}_3 &= (d/2, -\sqrt{3} d/2). \end{aligned} \quad (2)$$

Можна показати, що одночастинковий енергетичний спектр визначається співвідношенням

$$E_k = \pm t \sqrt{\sum_{j=1}^3 e^{i\mathbf{k}\mathbf{u}_j} \sum_{j'=1}^3 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}_{j'}}}; \quad (3)$$

$$H_\pm = \lim_{d \rightarrow 0} d^{-1} \begin{pmatrix} 0 & -t \sum_{j=1}^3 e^{i\mathbf{k}\mathbf{u}_j} \\ -t \sum_{j=1}^3 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}_j} & 0 \end{pmatrix} \Big|_{\mathbf{k}=\mathbf{K}_\pm+\mathbf{k}} = \frac{3}{2} t \begin{pmatrix} 0 & i\kappa_x \pm \kappa_y \\ -i\kappa_x \pm \kappa_y & 0 \end{pmatrix} = \hbar v (-\sigma^2 \kappa_x \pm \sigma^1 \kappa_y), \quad (5)$$

де  $v = 3t(2\hbar)^{-1}$  – швидкість Фермі,  $\sigma^1$  та  $\sigma^2$  – позадіагональні матриці Паулі. Об'єднуючи внески від  $\mathbf{K}_+$  та  $\mathbf{K}_-$  і переходячи до перетворення Фур'є,  $\kappa \rightarrow -i\partial$ , отримуємо

графену. Враховуючи взаємодію найближчих сусідів у наближенні сильнорозв'язаних електронів, можна описати процеси електронного перескоку по ґратці за допомогою гамільтоніану

тобто складається з двох поверхонь ( $E_k > 0$  та  $E_k < 0$ ), що сполучаються в шести конічних точках

$$\begin{aligned} k_x &= 0, & k_y &= \pm 4\pi(3\sqrt{3}d)^{-1}, \\ k_x &= \pm 2\pi(3d)^{-1}, & k_y &= \pm 2\pi(3\sqrt{3}d)^{-1}; \end{aligned} \quad (4)$$

таким чином, рівень Фермі вироджується в шість точок. Перша зона Брилюена являє собою правильний шестикутник, вершини якого ототожнюються з цими точками Фермі, з цих точок тільки дві взаємно протилежні є нееквівалентними.

Довгохвильові, або низькоенергетичні, електронні збудження зручно розглядати, переходячи до неперервної границі ( $d \rightarrow 0$ ) в околах нееквівалентних точок Фермі. Вибираючи двійку нееквівалентних точок  $\mathbf{K}_\pm = (0, \pm 4\pi(3\sqrt{3}d)^{-1})$ , можна отримати в неперервній границі одночастинковий гамільтоніан в лінійному по  $\mathbf{k} - \mathbf{K}_\pm$  наближенні:

$$H = \begin{pmatrix} H_+ & 0 \\ 0 & H_- \end{pmatrix} = -i\hbar v (\alpha^1 \partial_x + \alpha^2 \partial_y), \quad (6)$$

де

$$\alpha^1 = - \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}, \quad \alpha^2 = \begin{pmatrix} \sigma^1 & 0 \\ 0 & -\sigma^1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Гамільтоніан (6) означений на чотири-компонентних хвильових функціях

$$\psi = (\psi_{A+}, \psi_{B+}, \psi_{A-}, \psi_{B-})^T, \quad (8)$$

де індекси  $A$  та  $B$  відповідають двом підграткам, а індекси  $+$  та  $-$  відповідають двом нееквівалентним точкам Фермі. Таким чином, зарядові носії в графені в довгохвильовому наближенні ефективно описуються в рамках континуальної моделі, що ґрунтується на рівнянні Дірака–Вейля для безмасових електронів у  $2+1$ -вимірному просторі-часі, де роль швидкості світла відіграє швидкість Фермі  $v$ .

Поворот на кут  $\vartheta$  у площині графенового листа здійснюється оператором  $\exp(i\vartheta\Sigma)$ , де

$$\Sigma = \frac{1}{2i}\alpha^1\alpha^2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sigma^3 & 0 \\ 0 & -\sigma^3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

це псевдоспін, що відіграє роль оператора ортогональної до площини спінової компоненти. Коміркова гратка інваріантна відносно повороту на  $360^\circ$ ,

$$\exp(i2\pi\Sigma)\psi = -\psi, \quad (10)$$

але не інваріантна відносно повороту на  $180^\circ$ , тобто при  $x \rightarrow -x$  та  $y \rightarrow -y$ . Однак, якщо останній поворот доповнюється одночасною взаємозаміною підграток та точок Фермі,

$$(\psi_{A+}, \psi_{B+}, \psi_{A-}, \psi_{B-})^T \rightarrow (\psi_{B-}, \psi_{A-}, \psi_{B+}, \psi_{A+})^T, \quad (11)$$

то таке комбіноване перетворення залишає гратку незмінною і може розглядатися, як перетворення парності для графена. Будемо використовувати представлення алгебри Кліфорда з діагональною  $\gamma^0$ -матрицею, тоді

$$\alpha^3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ \sigma^1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = i \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

де  $\gamma^5 = i\alpha^1\alpha^2\alpha^3$ ; видно, що перетворення (11) відповідає домноженню на  $\alpha^3$ -матрицю.

## Топологічні дефекти

Топологічними дефектами у графені є дисклинації в шестикутній гратці, коли деякі з шестикутних комірок замінюються на п'ятикутні або семикутні, при цьому поверхня графенової плівки деформується. У загальному випадку шестикутна комірка може бути замінена на комірку з  $6 - N_d$  кутами, де  $N_d$  – ціле число, що менше за 6. Многокутники з  $N_d > 0$  ( $N_d < 0$ ) індують локально додатню (від'ємну) кривину, в той час як вдалині від дефекту графенова плівка залишається плоскою так само, як і кінчна поверхня вдалині від вершини. У випадку наноконусів з  $N_d > 0$  число  $N_d$  – це кількість секторів величиною  $60^\circ$ , що вилучені з графенового листа. Якщо  $N_d < 0$ , то число  $-N_d$  – це кількість таких секторів, що додатково вкладені в графеновий лист. Звичайно, многокутні дефекти з  $N_d > 1$  та  $N_d < -1$  є математичною абстракцією, як і конуси з точковою вершиною. В дійсності, дефекти згладжуються, і  $N_d > 0$  перераховує кількість п'ятикутних дефектів, що скупчені у згладженій вершині конуса; такі дефекти спостерігалися експериментально [8]. Теорія також передбачає існування сідловидних конусів, для яких  $-N_d$  – це число семикутних дефектів, що скупчені в їх центральних областях. Зазначимо, що, як показало числове моделювання молекулярної динаміки [9], у випадку  $N_d \leq -4$  поверхня з многокутним дефектом виявляється стабільнішою за поверхню таких же обрисів зі згладженим дефектом у вигляді відповідної кількості семикутників.

Метрика кінчної поверхні визначається співвідношенням

$$ds^2 = dr^2 + (1 - \eta)^2 r^2 d\varphi, \quad (13)$$

де введено полярні координати з центром у вершині конуса і  $-\infty < \eta < 1$ . Якщо ввести кутову змінну  $\varphi' = (1 - \eta)\varphi$ , то мет-

рика в координатах  $(r, \varphi')$  співпадає з метрикою площини, але при цьому  $0 < \varphi' < 2\pi(1-\eta)$ . Таким чином,  $2\pi\eta$  при  $0 < \eta < 1$  є дефіцитом кута, що вимірює величину вилученого сектора. У випадку від'ємного дефіциту кута  $-2\pi\eta$  вимірює величину доданого сектора. Гамільтоніан Дірака–Вейля на конічній поверхні (13) приймає вигляд

$$H = -i\hbar v \left\{ \alpha^1 \partial_r + \alpha^2 r^{-1} \left[ (1-\eta)^{-1} \partial_\varphi - i\Sigma \right] \right\}. \quad (14)$$

У випадку графітових наноконусів параметр  $\eta$  приймає дискретні значення:  $\eta = N_d/6$ .

Розглянемо графеновий лист з п'ятикутним дефектом ( $N_d = 1$ ). При обході навколо цього дефекту підгратки міняються місцями, так само як і нееквівалентні точки Фермі. Подвійний обхід навколо дефекту є аналогічним до одного обходу навколо шестикутника в гратці без дефекту. Це нагадує ситуацію з листом Мебіуса, коли потрібен подвійний обхід, щоб повернутися у початкову точку. Отже, хвильова функція (8) повинна задовольняти граничну умову типу листа Мебіуса у випадку графена з п'ятикутним дефектом. Можна показати, що такого ж типу умова повинна виконуватися у випадку непарних  $N_d$ , в той час як у випадку

ку парних  $N_d$  умова є звичайною. Хоча взаємозаміна підграток і точок Фермі здійснюється  $\alpha^3$ -матрицею, остання не може міститися в умові, оскільки антикомутує з гамільтоніаном (14). Враховуючи співвідношення  $\alpha^3 = -2\Sigma\gamma^5$ , і той факт, що  $\Sigma$  антикомутує з гамільтоніаном і є діагональною, а  $\gamma^5$  комутує з гамільтоніаном і є позадіагональною (тобто міняє місцями підгратки і точки Фермі), можна дійти висновку, що умова містить  $\gamma^5$ -матрицю і має вигляд

$$\psi(r, \varphi + 2\pi) = -\exp\left(i\frac{\pi}{2} N_d \gamma^5\right) \psi(r, \varphi). \quad (15)$$

### Густина станів та заряд основного стану

Здійснюючи сингулярне калібровне перетворення

$$\psi' = e^{i\Omega} \psi, \quad \Omega = -\frac{\varphi}{4} N_d \gamma^5, \quad (16)$$

переходимо до хвильової функції, що задовольняє умову

$$\psi'(r, \varphi + 2\pi) = -\psi'(r, \varphi), \quad (17)$$

в той же час гамільтоніан (14) перетворюється на

$$H' = e^{i\Omega} H e^{-i\Omega} = -i\hbar v \left\{ \alpha^1 \partial_r + \alpha^2 r^{-1} \left[ (1-\eta)^{-1} \left( \partial_\varphi + i\frac{3}{2} \eta \gamma^5 \right) - i\Sigma \right] \right\}. \quad (18)$$

Таким чином, топологічний дефект у графені представляється псевдомагнітним вихром з потоком  $N_d \pi/2$  через вершину конуса з дефіцитом кута  $N_d \pi/3$ .

Наступним кроком зробимо унітарне перетворення

$$\psi'' = U\psi', \quad H'' = UH'U^{-1}, \quad (19)$$

де

$$U = U^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & -I \end{pmatrix}; \quad (20)$$

тоді  $\gamma^5$ -матриця приймає діагональний вигляд  $U\gamma^5 U^{-1} = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$ , і гамільтоніан набуває блок-діагонального вигляду

$$H'' = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_{-1} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

де

$$H_s = \hbar v \left[ i\sigma^2 \partial_r - \sigma^1 r^{-1} \left[ (1-\eta)^{-1} \left( is\partial_\varphi + \frac{3}{2}\eta \right) + \frac{1}{2}\sigma^3 \right] \right], \quad s = \pm 1. \quad (22)$$

Густина станів визначається наступним чином

$$\tau(E) = \frac{1}{\pi} \text{Im Tr}(H - E - i0)^{-1}, \quad (23)$$

де через  $\text{Tr}$  позначено слід інтегродиференційного оператора у функціональному просторі:  $\text{Tr } O = \int d^2r \langle \mathbf{r} | O | \mathbf{r} \rangle$ ;  $\text{tr}$  позначає слід оператора тільки за спіновими індексами. У випадку графену без топологічних дефектів, враховуючи (6), густина станів набуває вигляду

$$\tau(E) = \frac{S |E|}{\pi \hbar^2 v^2}, \quad (24)$$

де  $S$  це площа графенового листа. Очевидно, що заряд основного стану

$$Q = -\frac{e}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dE \tau(E) \text{sgn}(E) \quad (25)$$

обертається в нуль, оскільки (24) є парною функцією енергії.

Щоб визначити густина станів у випадку графену з топологічним дефектом, треба знайти повну систему розв'язків рівняння Дірака–Вейля,  $H\psi = E\psi$ , де  $H$  задано співвідношенням (14), а  $\psi$  задовольняє умову (15). Оскільки обчислення функціонального сліду в (23) не залежить від представлення, то зручно, зробивши перетворення (16) і (19), перейти до представлення, в якому гамільтоніан є блок-діагональним (21), а хвильова функція має вигляд

$$\psi^n(r, \varphi) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \begin{pmatrix} f_{n,1}(r) e^{i(n+\frac{1}{2})\varphi} \\ g_{n,1}(r) e^{i(n+\frac{1}{2})\varphi} \\ f_{n,-1}(r) e^{i(n-\frac{1}{2})\varphi} \\ g_{n,-1}(r) e^{i(n-\frac{1}{2})\varphi} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

де  $\mathbb{Z}$  – це сукупність цілих чисел. Враховуючи (21) і (22), можна звести рівняння Дірака–Вейля до системи рівнянь для радіальних функцій

$$\begin{pmatrix} 0 & D_{n,s}^\dagger \\ D_{n,s} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{n,s}(r) \\ g_{n,s}(r) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} f_{n,s}(r) \\ g_{n,s}(r) \end{pmatrix}, \quad (27)$$

де

$$D_{n,s} = \hbar v \left[ -\partial_r + r^{-1} (1-\eta)^{-1} (sn - \eta) \right], \\ D_{n,s}^\dagger = \hbar v \left[ \partial_r + r^{-1} (1-\eta)^{-1} (sn + 1 - 2\eta) \right]. \quad (28)$$

Пара лінійно незалежних розв'язків рівняння (27) виражається через циліндричні функції. У випадках  $N_d = 3, 4, 5$  умова регулярності при  $r = 0$  еквівалентна умові квадратичної інтегровності в цій точці, і саме ця умова визначає фізично прийнятний розв'язок. Можна показати, що густина станів є парною функцією енергії, причому у випадку  $N_d = 3$  вона співпадає з (24), а у випадках  $N_d = 4, 5$  відрізняється від (24) на несуттєвий доданок, якому бракує фактора площі. Таким чином, у цих випадках, як і у випадку відсутності дефекта ( $N_d = 0$ ), заряд основного стану дорівнює нулю.

У випадках всіх інших дефектів з'являються моди, для яких умова регулярності не еквівалентна умові квадратичної інтегровності: обидва лінійно незалежних розв'язки для цих мод є одночасно нерегулярними і квадратично інтегровними при  $r = 0$ . Обмежимося розглядом випадків, коли існує лише одна така мода:  $n = n_c$ . У випадках  $N_d = 2, 1, -1, -2, -3$  маємо  $n_c = \frac{S}{2} [\text{sgn}(N_d) - 1]$ , і у випадку  $N_d = -6$  маємо  $n_c = -2s$ . Парціальний га-

мільтоніан, що відповідає цій моді, не є суттєво самоспряженим, і постає задача його самоспряженого розширення. Використання теорії самоспряжених опера-

торів Вейля-фон Ноймана (див., наприклад, [10]) дозволяє розв'язати цю задачу і знайти умову, яку повинна задовольняти нерегулярна мода

$$\frac{\lim_{r \rightarrow 0} (rMv/\hbar)^F f_{n_c, s}(r)}{\lim_{r \rightarrow 0} (rMv/\hbar)^{1-F} g_{n_c, s}(r)} = -2^{2F-1} \frac{\Gamma(F)}{\Gamma(1-F)} \tan\left(\frac{\Theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right), \quad (29)$$

де  $\Theta$  – параметр самоспряженого розширення,  $\Gamma(u)$  – гама-функція Ойлера,  $M$  – параметр розмірності маси і

$$F = \begin{cases} [3 - 3\text{sgn}(N_d) + N_d](6 - N_d)^{-1}, & N_d = 2, 1, -1, -2, -3, \\ 1/2, & N_d = -6. \end{cases} \quad (30)$$

Використовуючи теорію поляризації вакууму сингулярними зовнішніми полями [5-7], можна показати, що нерегулярна мода зумовлює появу в густині станів непарної по енергії частини:

$$\tau(E) = \frac{2(2F-1) \sin(F\pi) \left[ \left(\frac{|E|}{Mv^2}\right)^{2F-1} \tan\left(\frac{\Theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \left(\frac{|E|}{Mv^2}\right)^{1-2F} \cot\left(\frac{\Theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right]}{\pi E \left[ \left(\frac{|E|}{Mv^2}\right)^{2(2F-1)} \tan^2\left(\frac{\Theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cos(2F\pi) + \left(\frac{|E|}{Mv^2}\right)^{2(1-2F)} \cot^2\left(\frac{\Theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right]}. \quad (31)$$

Підставляючи останнє співвідношення в (25) і виконуючи інтегрування, отримаємо заряд основного стану

$$Q = e \text{sgn}_0[(1-2F) \cos \Theta], \quad (32)$$

$$\text{де } \text{sgn}_0(u) = \begin{cases} \text{sgn}(u), & u \neq 0 \\ 0, & u = 0 \end{cases}.$$

### Висновки

Отже, заряд основного стану дорівнює нулю у випадках  $N_d = 2, -2, -6$ , оскільки при цьому  $F = 1/2$ . Враховуючи  $F = 1/5$  при  $N_d = 1$ ,  $F = 5/7$  при  $N_d = -1$  і  $F = 1/3$  при  $N_d = -3$ , доходимо висновку, що

$$Q|_{N_d=1} = -Q|_{N_d=-1} = Q|_{N_d=-3}. \quad (33)$$

Таким чином, теорія передбачає залежність заряду основного стану від параметру самоспряженого розширення  $\Theta$  у випадку графенової плівки з дефектом у вигляді одного п'ятикутника, одного семикутника, чи трьох семикутників. Задачею майбутніх експериментів, можливо, з допомогою скануючого тунельного мікроскопа, буде з'ясування питання, чи може величина  $\cos \Theta$  бути відмінною від нуля; якщо відповідь виявиться позитивною, то у графенових плівках з топологічними дефектами індукується заряд основного стану.

Дослідження виконано за підтримки Цільової програми Відділення фізики і астрономії НАН України. Також робота Н.Д.В. була підтримана грантом INTAS для молодих науковців (№ 05-109-5333), а робота Ю.О.С. підтримана Швейцарським національним науковим фондом в рамках програми SCOPES (№ IB7320-110848) і грантом INTAS (№ 05-1000008-7865).

### Література

1. K.S.Novoselov, D.Jiang, F.Schedin et al., Proc. Nat. Acad. Sci. USA 102, 10451 (2005).
2. Y.Zhang, Y.-W.Tan, H.L.Stormer, P.Kim, Nature 438, 201 (2005).
3. A.C.Neto, F.Guinea, N.M.Peres, Physics World 19, No. 11, 33 (2006).
4. G.W.Semenoff, Phys. Rev. Lett. 53, 2449 (1984).
5. Yu.A.Sitenko, Phys. Lett. B 387, 334 (1996).
6. Ю.А.Ситенко, Ядерная физика 60, 2285 (1997); (E) 62, 1152 (1999).
7. Yu.A.Sitenko, Ann. Phys. 282, 167 (2000).
8. A.Krishnan, E.Dujardin, M.M.J.Treacy et al., Nature 388, 451 (1997).
9. S.Ihara, S.Itoh, K.Akagi et al., Phys. Rev. B 54, 14713 (1996).
10. С.Альбеверио, Ф.Гестези, Р.Хёэг-Крон, Х.Хольден, Решаемые модели в квантовой механике (Мир, Москва, 1991).

## PROPERTIES OF ELECTRONIC SPECTRA IN GRAPHENE WITH DISCLINATIONS

**N.D.Vlasii<sup>1,2</sup>, Yu.A.Sitenko<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> Bogolyubov Institute for Theoretical Physics,  
Ukr. Nat. Acad. Sci., Metrolohichna Str., 14-b, Kyiv, 03680  
e-mail: vlasii@ bitp.kiev.ua

<sup>2</sup> Physics Department, National Taras Shevchenko University of Kyiv,  
Acad. Glushkov Ave., 2, Kyiv 127, 03127

The recent synthesis of strictly twodimensional crystals composed of carbon atoms (graphene) is promising a wealth of new phenomena and possible applications in technology and industry. Such materials are characterized by the Dirac-type spectrum of quasiparticle excitations, and this yields a unique example of the really twodimensional “relativistic” electronic systems which, in the presence of disclinations, may possess rather unusual properties. We show that a disclination in graphene is presented in the form of a pseudomagnetic vortex at the apex of a cone, and the relation between the vortex flux and the deficit angle of the conical surface is found. The influence of disclinations on the density of states and the ground state charge is considered.