МАТЕРІАЛИ XXI НАУКОВОЇ КОНФ. УЖГОРОДСЬК. УН-ТУ

серія фізична квітень 1967

А. Є. Ковальчук

ПРО СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ПРОЦЕСАМИ (1) І (2) В НЕЙМАНІВСЬКІЙ СХЕМІ ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ ТА ОДНЕ ДОВЕДЕННЯ НЕЗАСТОСОВНОСТІ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ ДО СИСТЕМ, ЩО МАЮТЬ СВІДОМІСТЬ

1. Основоположником теорії вимірювань в квантовій механіці фон Нейманом [1] було показано існування двох способів зміни стану квантово-механічної системи. За фон Нейманом, їх звичайно записують у вигляді

$$\mathbf{W} \to \mathbf{W}' = \sum_n (\varphi_n, \mathbf{W}\varphi_n)\, \mathbf{P}_{[\varphi_n]}; \tag{1}$$

$$\mathbf{W} \to \mathbf{W}' = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{U}^{-1}, \text{ де } \mathbf{U} = e^{-\frac{i}{h}\mathbf{H}t}, \tag{2}$$

і відповідно називають процесами (1) і (2).

В цих формулах $\mathbf{W}$ — статистичний оператор, який іноді називають матрицею густини. Цей оператор дає найзагальніший опис стану квантово-механічної системи, що включає в себе як окремий випадок опис за допомогою хвильової функції; $\mathbf{P}_{[\varphi_n]}$ — оператор проекції на власний стан деякої фізичної величини.

Процес (2) виражає природну еволюцію системи, яка описується рівнянням руху

$$ih\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} = [\mathbf{H}, \mathbf{W}]. \tag{3}$$

Цей процес є причинним, зворотним. Щодо процесу (1), то він є статистичним, стрибкоподібним.

Він не описується рівнянням руху. Цей процес, як показав фон Нейман, має місце при вимірюванні спостережуваної A з власними векторами стану φ_n. Він також показав термодинамічну необоротність цього процесу.

Дуже добре ілюструється різниця між процесами (1) і (2) в тому окремому випадку, коли початковий стан системи, що розглядається, описується хвильовою функцією. В цьому випадку формули (1) і (2) набирають вигляду

$$\Psi \to \mathbf{W} = \sum_n |(\Psi, \varphi_n)|^2 \mathbf{P}_{[\varphi_n]}, \tag{1'}$$

$$\Psi \to \Psi' = \mathbf{U}\Psi \tag{2'}$$

і

$$ih \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathbf{H}\Psi. \tag{3'}$$

Ці формули ясно демонструють статистичний характер процесу (1): в результаті вимірювання, виконаного над системою, вона переходить із стану Ψ в один із станів φ_n (невідомо який), причому імовірність знайти цю систему в стані φ_n дорівнює $|(\Psi, \varphi_n)|^2$. Така зміна стану системи, що зазнає вимірювання, дістала назву «колапсу хвильової функції». З цих формул також видно, що рівняння (3) є не що інше, як узагальнення на випадок суміші (так зветься стан, що описується статистичним оператором) рівняння Шредінгера.

Оскільки вважається загальноприйнятим, що всі зміни стану квантово-механічної системи описуються рівнянням Шредінгера (динамічна зміна стану), поява в нейманівській теорії вимірювань іншого, статистичного способу зміни стану сприймалася й сприймається далі багатьма фізиками та філософами як відхід від загальних положень квантової механіки. Це, зокрема, дало відомому американському фізику Вігнеру, який зробив значний внесок до розвитку квантової механіки, підставу вважати квантову механіку лише обмежено застосовною для опису вимірювального процесу [2]. Вігнер вважає, що стосовно до вимірювальних процесів квантова механіка потребує певної модифікації, яка виражається, зокрема, у відході від лінійності її основних рівнянь.

Робилось і робиться далі чимало спроб виключення процесу (1) із квантово-механічного формалізму, однак всі такі спроби виявилися безуспішними. Розкриємо причини виникнення процесу (1). Детальний аналіз показує, що зміна стану деякої системи S за способом (1) відбувається на відрізку часу Δt, коли ця система перебуває у взаємодії з вимірювальним пристроєм M, складаючи разом з останнім одну систему $S+M$. Ця система вважається (приблизно, звичайно) ізольованою, й тому зміна її стану на відрізку часу Δt описується рівнянням Шредінгера. Щодо системи S, то вона, не будучи ізольованою протягом вищезгаданого проміжку часу, не має в цей час своєї власної поведінки: стан цієї системи в будь-який момент часу визначається станом системи $S+M$ у цей же момент.

Слід відмітити, що ситуація, коли деяка система, яка становить частину іншої, більш складної системи, не має своєї власної поведінки, тобто зміна її стану не може описуватись рівнянням руху, характерна не лише для вимірювального процесу[1]. Це пов'язано з тим, що системі, яка в ситуації, що розглядається, навіть в принципі не може бути приписаний гамільтоніан будь-якого виду.

Істотним недоліком всіх відомих викладів квантової механіки слід вважати те, що в них не підкреслюється, що рівняння Шредінгера, строго кажучи, застосовне лише до ізольованих систем. Ця обставина викликає багато непорозумінь. Зокрема, помилковим є погляд, що стрибкоподібний необоротний процес (1) має місце лише у випадку вимірювального процесу. Тому неправильним є виділення в цьому розумінні вимірювального процесу із загальної схеми квантової механіки. Важливо підкреслити, що процес (1) не є якимсь привілеєм вимірювального процесу. Він здійснюється завжди, коли система, що розглядається, перебуває у взаємодії з деякою іншою системою.

Виведемо формулу, за допомогою якої за відомим станом складеної системи I+II визначається відповідний стан підсистеми I[2]. Нехай стан системи I+II визначається статистичним оператором $\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}$. Позначимо оператор довільної спостережуваної A системи I, визначений у гільбертовому просторі тієї самої величини, через $\mathbf{A}^{\mathrm{I}}$. Тоді оператором цієї величини (вона належить

[1] На цю дуже важливу обставину звернув мою увагу Ю. М. Ломсадзе.

[2] Інші варіанти виведення аналогічної формули наводяться в книзі фон Неймана [1].

також і складеній системі I+II) у гільбертовому просторі системи I+II буде[1]

$$\mathbf{A}^{\mathrm{I+II}}=\mathbf{A}^{\mathrm{I}}\times\mathbf{I}^{\mathrm{II}}, \tag{4}$$

де $\mathbf{I}^{\mathrm{II}}$ — одиничний оператор у гільбертовому просторі системи II, а $\times$ — знак так званого кронекерова (або тензорного) добутку.

Математичне сподівання спостережуваної A в стані $\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}$ буде

$$\langle A\rangle=\mathrm{Sp}\{\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}\mathbf{A}^{\mathrm{I+II}}\}. \tag{5}$$

Крім того, ця величина може бути визначена формулою

$$\langle A\rangle=\mathrm{Sp}\ \{\mathbf{W}^{\mathrm{I}}\mathbf{A}^{\mathrm{I}}\}. \tag{6}$$

Маючи це на увазі, ми легко одержимо шукану формулу, перетворивши (5) до виду (6),

$$\langle A\rangle=\mathrm{Sp}\{\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}\mathbf{A}^{\mathrm{I+II}}\}=\sum_{m,\,n}(\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}\mathbf{A}^{\mathrm{I+II}})_{mn;\,mn}=$$

$$=\sum_{m,\,n,\,r,\,s}W^{\mathrm{I+II}}_{mn;\,rs}A^{\mathrm{I+II}}_{rs;\,mn}=\sum_{m,\,n,\,r,\,s}W^{\mathrm{I+II}}_{mn;\,rs}A^{\mathrm{I}}_{rm}I^{\mathrm{II}}_{sn}=$$

$$=\sum_{m,\,n,\,r,\,s}W^{\mathrm{I+II}}_{mn;\,rs}A^{\mathrm{I}}_{rm}\cdot\delta_{sn}=\sum_{m,\,n,\,r}W^{\mathrm{I+II}}_{mn;\,rn}A^{\mathrm{I}}_{rm}=$$

$$=\sum_{mr}W^{\mathrm{I}}_{mr}A^{\mathrm{I}}_{rm}=\mathrm{Sp}\{\mathbf{W}^{\mathrm{I}}\mathbf{A}^{\mathrm{I}}\},$$

де

$$W^{\mathrm{I}}_{mr}=\sum_{n}W^{\mathrm{I+II}}_{mn;\,rn} \tag{7}$$

та

$$\mathbf{W}^{\mathrm{I}}=\mathrm{Sp}^{\mathrm{II}}\,\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}, \tag{8}$$

де $\mathrm{Sp}^{\mathrm{II}}\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}$ — слід оператора $\mathbf{W}^{\mathrm{I+II}}$ за повним набором змінних підсистеми II.

2. Вігнером [3] була доведена незастосовність квантової механіки в її існуючому лінійному варіанті до систем, що мають свідомість. В своєму доведенні він ви-

[1] Докладне доведення цієї очевидної формули є в книзі фон Неймана [1].

ходив із своєрідного узагальнення нейманівській теорії вимірювального процесу, запропонованого Лондоном і Бауером [4]. Найістотнішим в цьому узагальненні є те, що, маючи на меті з'ясувати зміну стану системи в результаті сприйняття свідомістю спостерігача результату вимірювання («редукція хвильового пакету»), вони ввели поняття стану свідомості спостерігача, описуючи його відповідною хвильовою функцією. Користуючись мовою Шимоні (5), можна сказати, що вони поставили спостерігача на один онтологічний рівень з об'єктом вимірювання й вимірювальним апаратом.

Послідовно застосовуючи до складеної системи $S+M+O$ (об'єкт+прилад+спостерігач) формальну схему теорії фон Неймана, Лондон і Бауер прийшли до того висновку, що якщо до вимірювання ця система перебувала в стані

$$\Psi_0(x, y, z) = u(x)\, v(y)\, w(z), \tag{9}$$

то в результаті правильно проведеного вимірювання деякої спостережуваної A вона має опинитися в стані

$$\Psi(x, y, z) = \sum_n a_n u_n(x)\, v_n(y)\, w_n(z), \tag{10}$$

де $u_n(x)$ — власна функція спостережуваної A, яка відповідає її власному значенню A_n; $v_n(y)$ — статистично корельований з $u_n(x)$ вектор стану вимірювального апарату, який вважається власною функцією деякої спостережуваної B; $w_n(z)$ — статистично корельований з $v_n(y)$ вектор стану спостерігача.

68-191-30

Особливістю цієї ситуації є те, що спостерігач має деяку властивість, відсутню у будь-якої іншої фізичної системи, а саме: *властивість інтроспекції*. Завдяки цій властивості він може сам встановити свій стан, точніше кажучи, стан своєї свідомості. Наприклад, якщо він встамовив, що перебуває в стані $w_k(z)$, тобто він бачить відповідне показання приладу, він інтерпретує цей факт, що $B=B_k$, звідки виводить, що $A=A_k$. Математично це виражається в такій зміні стану вищезгаданої системи:

$$\Psi(x, y, z) \rightarrow u_k(x)\, v_k(y)\, w_k(z). \tag{11}$$

Легко бачити, що цей перехід є не що інше, як «редукція хвильового пакету». Така буде зміна стану системи $S+M+O$ з точки зору спостерігача O, який вважає себе за частину цієї системи. Система $S+M+O$ вважається при цьому замкнутою.

У своїй вищезгаданій роботі [3] Вігнер розглядає поведінку системи $S+M+O$ з точки зору іншого спостерігача O'. При цьому він міркує приблизно так: якщо початковий (до вимірювання) стан системи $S+M+O$ описувався хвильовою функцією, то згідно із законами квантової механіки й кінцевий стан цієї системи буде описуватись хвильовою функцією, а саме: функцією виду (10). Але, беручи до уваги той факт, що спостерігач побачив певне показання приладу, і це відбилося в його свідомості, спостерігач O' мусить зробити висновок, що система $S+M+O$ перебуває не в суперпозиції (10), а в суміші цих станів, представлених з імовірностями $|\alpha_n|^2$. Але відомо, що перехід із стану, який описується хвильовою функцією, в суміш не може бути виражений лінійним перетворенням, як це вимагає формалізм квантової механіки. На цій підставі Вігнер робить висновок, що квантова механіка в її загальноприйнятому варіанті незастосовна до систем, що мають свідомість.

Проте легко помітити певну непослідовність у наведеному міркуванні Вігнера. Справа в тому, що, додержуючись послідовно концепції Лондона і Бауера, ми не маємо права вважати систему $S+M+O$ ізольованою після того, як спостерігач O' дізнався, що відбулося вимірювання і спостерігач O знає показання приладу. В цьому разі система $S+M+O$ повинна вважатися частиною системи $S+M+O+O'$, і її стан має змінюватися за способом (1) в повній згоді з міркуваннями, наведеними в розділі 1 цієї статті. Таким чином, в рамках концепції Лондона і Бауера немає ніяких підстав вважати звичайний формалізм квантової механіки незастосовним до систем, що мають свідомість.

ЛІТЕРАТУРА

1. J. von Neumann, Matematische Grundlagen der Quantenmechanik, 1932 (див. також переклад: Иоганн фон Нейман, Математические основы квантовой механики, М., 1964).
2. E. P. Wigner. Am. J. Phys. **31**, 6, 1963.
3. E. P. Wigner, Remarks on the Mind-Body Question, in The Scientist Speculates, edited by Good, London, 1962, p. 284.
4. F. London et E. Bauer, La théorie de l'observation en mécanique quantique, P., 1939.
5. A. Shimony, Am. J. Prys. **31**, 775, 1963.