МАТЕРІАЛИ XXI НАУКОВОЇ КОНФ. УЖГОРОДСЬК. УН-ТУ
серія фізична квітень 1967

Й. М. Шуба, Ю. М. Ломсадзе, О. І. Лендьєл

ПРО ПОЛІНОМІАЛЬНУ ОБМЕЖЕНІСТЬ АМПЛІТУДИ РОЗСІЯННЯ ПРИ АСИМПТОТИЧНО ВЕЛИКИХ ЕНЕРГІЯХ ТА ПЕРЕДАНИХ ІМПУЛЬСАХ

1. Нещодавно Логуновим, Нгуен Ван Хьєу і Тодоровим [1] було показано, що з умов унітарності, аналітичності амплітуди $T\ (s,\ t)$ в малому еліпсі Лемана L і дуже ліберального припущення

$$|T(s,\ t)| < B\exp(bs^N) \qquad (1)$$

для фізичних s і $t \in L$ випливає поліноміальна обмеженість $T(s,\ t)$ по s на дійсній осі при фіксованому фізичному t. Цей результат значною мірою обгрунтовує можливість застосування узагальненого принципу максимуму Фрагмена—Ліндельофа—Неванлінни при доведенні теорем типу теореми Померанчука та її узагальнень — різних співвідношень між амплітудами кросреакцій при асимптотично великих s та фіксованих фізичних t [1, 2].

За останній час при певних припущеннях про характер асимптотичної поведінки «ефективних просторово-часових областей взаємодії частинок» одержані [3—5] співвідношення між амплітудами перехресних реакцій при асимптотично великих фізичних $s,\ t$ і u одночасно, причому для довільного режиму $s/t \sim -(1+\alpha)$, де $\alpha > 0$. Доведення цих співвідношень грунтувалось на використанні узагальненого принципу максимуму Фрагмена—Ліндельофа—Неванлінни, який припускає поліноміальну обмеженість амплітуди $T(s,\ t)$ при фізичних $s,\ t$ і $u \to \infty$ одночасно. Нижче ми покажемо, що ця поліноміальна обмеженість строго випливає з умов унітарності, аналітичності в L і умови (1). Оскільки доведення такої поліноміальної обмеженості являє, безумовно, і незалежний фізичний інтерес, ми виконаємо його для найбільш загального випадку, який охоплює довільну ситуацію, коли $\alpha \equiv \alpha(s)$ — довільна додатна функція.

2. Розглянемо амплітуду $T(s, t)$ пружного розсіяння частинок з масами m і μ, для якої на підставі аналітичності по t в L справедливо

$$T(s, t) = \pi^{-2} k^{-2} s \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(s) P_l(z), \tag{2}$$

де

$$k^2 = (4s)^{-1} [s - (m+\mu)^2] [s - (m-\mu)^2];$$
$$z = 1 + 2t [s - 2(m^2 + \mu^2) + s^{-1}(m^2 - \mu^2)^2]^{-1}. \tag{3}$$

Застосування інтегральної теореми Коші до еліпса E, що використаний Грінбергом і Лоу [6] і цілком лежить всередині L, приводить з врахуванням припущення (1) до оцінки

$$|a_l(s)| < l^{-1/2} c^{-l} R(s);$$
$$R(s) \equiv \pi^{-5/2} (1 - c^{-2})^{-1/2} B \exp(b s^N), \tag{4}$$

де

$$c = a + (a^2 - 1)^{1/2}, \quad a = \left\{ 1 + \frac{(m_1^2 - \mu^2)(m_2^2 - m^2)}{2k^2[s - (m_1 - m_2)^2]} \right\}^{-1/2}, \tag{5}$$

a — велика піввісь еліпса E з центром у точці $z=0$, а m_1 і m_2 — маси найнижчих багаточастинкових станів з квантовими числами частинок з масами μ і m.

З умови унітарності випливає, що

$$|a_l(s)| \leqslant 1. \tag{6}$$

За l_0 виберемо найбільше ціле число, яке не пребільшує $\ln^{-1} c \ln R(s)$. Тоді $|a_l(s)| < 1$ при $l \geqslant l_0$. Для перших l_0 доданків у сумі (2) скористуємось оцінкою (6), а для всіх інших — нерівністю (4). Якщо фізичні s, t і $u \to \infty$ одночасно при довільному режимі $s/t \sim -[1 + \alpha(s)]$, то $z \to [\alpha(s) - 1][\alpha(s) + 1]^{-1}$, не покидаючи інтервалу (—1, 1) дійсної осі z-площини. А тому правильна груба, але достатня для нашої цілі оцінка $|P_l(z)| \leqslant 1$. В результаті одержимо, що при фізичних s, t, $u \to \infty$ одночасно

$$|T(s, t)| < \text{const}\, s^{2N+2}, \tag{7}$$

чим і доведене наше твердження.

3. Оцінка (7) може бути поліпшена. З цією метою скористуємось результатом Мартена [7], який строго доказав аналітичність амплітуди $T(s, t)$ в еліпсі більш широкому, ніж L при великих s. Позначимо цей еліпс через M. Тоді, діючи по аналогії з розділом 2, неважко переконатися, що якщо $T(s, t)$ поліноміально обмежена не тільки при фізичних s і t, як це випливає з (7), але й при фізичних s і $t \in M$, то при фізичних s, t і $u \to \infty$ одночасно з довільним режимом $s/t \sim -[1+\alpha(s)]$

$$|T(s, t)| \leqslant Cs^{3/4} \ln^{3/2} s \cdot \sin^{-1/2} \Theta(s), \tag{8}$$

$$\cos \Theta(s) \sim 1 + \frac{2t(s)}{s} = 1 - \frac{2}{1+\alpha(s)}. \tag{9}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. А. А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И. Т. Тодоров, УФН, **88**, вып. 1, 51, 1966.
2. Ю. М. Ломсадзе, С. С. Токарь, ЖЭТФ, **52**, 1529, 1967.
3. Ю. М. Ломсадзе, С. С. Токарь, Известия вузов, Физика, № 1, 124, 1968; Труды Международного совещания по нелокальным взаимодействиям, Дубна, изд. ОИЯИ, 1967.
4. Ю. М. Ломсадзе, С. С. Токар, цей збірник, стор. 19.
5. Й. М. Шуба, О. І. Лендьєл, цей збірник, стор. 56.
6. O. W Greenberg, F. E. Low, Phys. Rev., **129**, 2047, 1961.
7. A. Martin, Nuovo Cim., **42**, A, 930, 1966.