

**Международная конференция  
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»,  
посвященная 100-летию  
со дня рождения Б. В. Гнеденко**

---

**Москва, 26–30 июня 2012 года**

---

**Тезисы докладов**

**“PROBABILITY THEORY  
and its APPLICATIONS”  
in Commemoration of the Centennial  
of B. V. Gnedenko**

**Abstracts**



URSS

**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»,  
ПОСВЯЩЕННАЯ 100-ЛЕТИЮ  
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Б. В. ГНЕДЕНКО  
(МОСКВА, 26–30 ИЮНЯ 2012 ГОДА)**

**Тезисы докладов**

---

**INTERNATIONAL CONFERENCE  
“PROBABILITY THEORY  
and its APPLICATIONS”  
in Commemoration of the Centennial  
of B. V. Gnedenko  
(Moscow, June 26–30, 2012)**

**Abstracts**



**URSS**

**МОСКВА**

**Международная конференция «Теория вероятностей и ее приложения», посвященная 100-летию со дня рождения Б. В. Гнеденко (Москва, 26–30 июня 2012 года): Тезисы докладов / Под ред. А. Н. Ширяева, А. В. Лебедева. — М.: ЛЕНАНД, 2012. — 400 с.**

В сборнике представлены тезисы докладов Международной конференции «Теория вероятностей и ее приложения», посвященной 100-летию со дня рождения великого русского ученого Бориса Владимировича Гнеденко (01.01.1912 – 27.12.1995), прошедшей на механико-математическом факультете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова 26–30 июня 2012 года.

Семь основных секций конференции отражают научные интересы и достижения Б. В. Гнеденко в различных областях теории вероятностей и ее приложений, истории математики и математического образования. В докладах конференции представлены итоги развития его идей и результатов.

Сборник будет полезен преподавателям школ и вузов, научным сотрудникам, студентам и всем, кто интересуется современной математикой, историей математики или ее преподаванием.

*Научное издание*

*Подготовка оригинал-макета: А. В. Лебедев*

Формат 60×90/16. Печ. л. 25. Зак. № ВХ-80.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978–5–9710–0492–9

© Кафедра теории вероятности  
механико-математического факультета  
МГУ имени М. В. Ломоносова, 2012

12616 ID 165380



9 785971 004929

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: <a href="http://URSS.ru">http://URSS.ru</a>
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Define the set  $\Lambda_\Phi$  of all probability measures  $Q \in \Lambda$  such that  $\int_S |f| dQ < \infty$  for all  $f \in \Phi$ . Denote  $\Lambda_{0\Phi}$  the set of all charges  $G = Q - R$  with  $Q, R \in \Lambda_\Phi$ . Define the  $\tau_\Phi$ -topology as the coarsest topology in  $\Lambda_{0\Phi}$  that makes continuous for all  $f \in \Phi$  the map  $\Lambda_{0\Phi} \ni G \rightarrow \int_S f dG$ .

**B1.** The functional  $T(P)$  is continuous in  $\tau_\Phi$ -topology.

**B2.** For any pm  $Q, Q \ll P_0, q = \frac{dQ}{dP_0}, \|q\|_2 < \infty$  and any sequence pms  $Q_n, Q_n \ll P_0, q_n = \frac{dQ_n}{dP_0}, \|q_n - q\| \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ , there holds

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h_n^{-1} \left( T(P_0 + h_n(Q_n - P_0)) - T(P_0) - h_n \int_S g d(Q_n - P_0) \right) = 0 \quad (2)$$

with  $h_n \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ .

**Lemma 1.** Assume A and B1, B2. Then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (nb_n^2)^{-1} \ln V_n = -\frac{1}{2} \sigma_g^2 \quad (3)$$

with  $\sigma_g^2 = \int_S g^2 dP_0$ .

Hence, using  $\text{Var}_{Q_n} \hat{V}_n \geq 0$ , for each importance sampling procedure, we get

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} (nb_n^2)^{-1} \ln \mathbf{E}_{Q_n} [V_n^2] \geq -\sigma_g^2 \quad (4)$$

We say that importance sampling procedure is asymptotically efficient if the equality in (4) is attained. Thus, if importance sampling procedure is asymptotically efficient, one can hope that an amount of simulation does not have exponential growth with increasing accuracy.

**Theorem 1.** Assume A and B1, B2. Let we implement the importance sampling procedure based on the pms  $Q_n$  with the densities  $q_{1n}(x) = \lambda_n + b_n h(x) \chi(h(x) > -\delta b_n^{-1})$  or  $q_{2n}(x) = c_n \exp\{b_n h(x)\} \chi(|h(x)| < \delta b_n^{-1})$  where  $\lambda_n, c_n$  are normalizing constants,  $0 < \delta < 1$  and  $\mathbf{E}[h(X)] = 0, \mathbf{E}[h(X)] < \infty, \mathbf{E}[h^2(X)] < \infty$ . Then the importance sampling procedure is asymptotically efficient iff  $h = \sigma_g^{-2} g$ .

We prove also other versions of Theorem. We apply these results to the problems of estimation of moderate deviation probabilities of rank statistics, L and M estimators, the Kaplan-Meier estimator, the empirical quantile process and the empirical copular function.

## References

- [1] Arcones M.A., Moderate deviations of empirical processes. In ed. E.Gine, C.Houdre and D.Nualart. Stochastic Inequalities and Applications, p. 189-212. Boston, Burkhauser, 2003.
- [2] Sadowsky J.S. and Bucklew J.A.. On Large Deviation Theory and Asymptotically Efficient Monte-Carlo Estimation. IEEE Trans. on Inf. Theory. 1990, v. 36, p. 579-588.

International conference  
 "PROBABILITY THEORY and its APPLICATIONS"  
 (Moscow, June 26-30, 2012)

## Integrals calculation by Monte Carlo method with a given accuracy and reliability

Yuriy Yu. Mlavets<sup>1</sup>

**Definition 1.** A continuous even convex function  $U = \{U(x), x \in \mathcal{R}\}$  is called a  $\mathcal{C}$ -function if  $U(x)$  is monotonically increasing function for  $x > 0$  and  $U(0) = 0$ .

**Definition 2.** Let  $U$  be an arbitrary  $\mathcal{C}$ -function. The Orlicz space of random variables  $L_U(\Omega)$  is defined as a family of random variables, where for each  $\xi \in L_U(\Omega)$  there exists a constant  $r_\xi > 0$  such that  $\mathbf{E}U\left(\frac{\xi}{r_\xi}\right) < \infty$ .

The space  $L_U(\Omega)$  is a Banach space with respect to the norm  $\|\xi\|_U = \inf\{r > 0; \mathbf{E}U\left(\frac{\xi}{r}\right) \leq 1\}$  (Luxemburg norm).

**Definition 3.** A Orlicz space  $L_U(\Omega)$  has the property **H** if for any centered independent random variables  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  from  $L_U(\Omega)$  the following inequality holds  $\|\sum_{k=1}^n \xi_k\|_U^2 \leq C_U \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_U^2$ , where  $C_U$  is some absolute constant.

**Theorem 1.** Let  $Y = \{Y(t), t \in \mathbf{T}\}$  be a random process.  $Y$  belongs to an Orlicz space  $L_U(\Omega)$  such that the condition **g** holds for  $U$  and  $L_U(\Omega)$  has the property **H** with the constant  $C_U$ . Let  $(\mathbf{T}, w)$  be a compact metric space and  $Y$  be separable process on  $(\mathbf{T}, w)$ ,  $N_w(u)$  be the metric massiveness. There exist a continuous function  $\sigma = \{\sigma(h), 0 \leq h \leq \sup_{t,s \in \mathbf{T}} \rho(t,s)\}$ , such that

$\sigma(h) \rightarrow 0$ , when  $h \rightarrow 0$ , that  $\sup_{\rho(t,s) \leq h} \|Y(t) - Y(s)\|_U \leq \sigma(h)$  and  $\int_0^{\delta_0} U^{(-1)}(N_w(\sigma^{(-1)}(u))) du < \infty$ .

Let  $X(t) = Y(t) - m(t)$ , where  $m(t) = \mathbf{E}X(t)$  and  $X_k(t)$  be independent copies of  $X(t)$ ,  $S_n(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n X_k(t)$ . Then for all  $\varepsilon > 0$  the following inequality holds  $P\{\sup_{t \in \mathbf{T}} |S_n(t)| > \varepsilon\} \leq \frac{1}{U\left(\frac{1}{B(t_0, \theta)}\right)}$ , where  $t_0$  is any point from  $\mathbf{T}$ ,  $0 < \theta < 1$ ,  $B(t_0, \theta) = \|X(t_0)\|_U +$

$\frac{1}{\theta(1-\theta)} \int_0^{\delta_0 \theta} \nu(N_w(\sigma_1^{(-1)}(u))) du$ , where  $\sigma_1(h) = \left(1 + \frac{d_U}{U^{(-1)}(1)}\right) \sigma(h)$ ,  $\delta_0 = \sigma_1\left(\sup_{t,s \in \mathbf{T}} \rho(t,s)\right)$ ,  $\nu(n)$  – majorant characteristic of  $L_U(\Omega)$  space.

This theorem is used for calculation of the integral  $\int \dots \int_{\mathcal{R}^d} f(\vec{x}) d\vec{x}$  by Monte Carlo method with a given reliability and accuracy in  $\mathbf{C}(\mathbf{T})$  space.

## References

- [1] Kozachenko Yu.V. and Mlavets Yu.Yu., Probability of large deviations of sums of random processes from Orlicz space Monte Carlo Methods Appl. 2011, v. 17, N 2, p. 155-168.

<sup>1</sup>Uzhgorod National University, faculty of Mathematics. E-mail: yura-mlavec@ukr.net

## Секция 7. Преподавание математики (Teaching of Mathematics) ..... 342

*Боровских А.В., Розов Н.Х.*, Надпредметное содержание школьного математического образования ..... 343

*Бородкина Т.А.*, Различные подходы к изложению основ теории вероятностей и их использование для учёта стилевых особенностей восприятия студентами ..... 345

*Виноградов О.П.*, Элементарное доказательство теоремы Бернулли, независимость и простые числа (итоги преподавания теории вероятностей в школе-интернате им. А.Н.Колмогорова) ..... 346

*Евдокимова Г.С., Кристалинский Р.Е.*, Применение системы Mathematica в обучении стохастике ..... 347

*Иванов А.П., Радионова М.В.*, Из опыта преподавания вероятностных дисциплин в НИУ ВШЭ - Пермь ..... 349

*Костин С.В.*, Собственные, несобственные и гомеособственные интегралы ..... 351

*Куликова Е.Н., Русаков А.А.*, Опыт и проблемы организации соревнований по математике ..... 353

*Мартыненко Д.Р.*, Вопросы организации дистанционного преподавания математики ..... 356

*Селютин В.Д.*, Особенности методики обучения стохастике в средней школе ..... 357

*Симонова И.Э., Тарасова И.А.*, Особенности преподавания математической статистики в техническом вузе ..... 359

*Тихомиров В.М.*, Б.В.Гнеденко о проблемах математического образования в школе, ВУЗе и университете ..... 360

*Фалин Г.И.*, Актуарное образование в США и Великобритании ..... 361

*Чернецкая Т.А.*, Развитие пространственного воображения школьников на основе использования виртуальных конструкторских сред ..... 362

*Шабанова М.В., Кокорина И.В.*, Обучение студентов-филологов теории вероятностей и математической статистике в рамках дисциплины «Основы математической обработки информации» ..... 364

*Щербатых С.В.*, Профессионально-прикладная направленность обучения стохастике в профильных классах общеобразовательной школы ..... 366

*Gnedenko E.D.*, International collaboration in identifying mathematics research grants .. 368

## Секция 8. Разное (Miscellanea) ..... 369

*Бибиков П.В.*, О случайности целочисленных последовательностей по Арнольду ... 370

*Кашицын П.А.*, Стохастические свойства ортогональных инвариантов матрицы Уишарта ..... 372

*Лебедев В.А.*, Неравенства для мартингалов со значениями в некоторых пространствах случайных величин ..... 373

*Лыков И.А., Быстрой Г.П.*, Алгоритм восстановления потенциальной функции по единственной реализации ..... 375

*Сливка-Тылицак А.И.*, О моделировании решения гиперболического уравнения со случайными условиями ..... 376

*El-Borai M., El-Nadi K.*, Fractional partial differential equations driven by fractional Gaussian noise ..... 378

*Ermakov M.S.*, Importance sampling for estimation of moderate deviation probabilities . 379

*Malavets Yu. Yu.*, Integrals calculation by Monte Carlo method with a given accuracy and reliability ..... 381

*Orsingher E., D'Ovidio M.*, Odd-order pseudo-processes and stable laws ..... 382

*Tikhomirov A.S.*, Lower bounds on the convergence rate of the Markov symmetric random search ..... 384