

УДК 517.9

Ю. В. Ловейкін, А. В. Сукретна (КНУ імені Тараса Шевченка)

ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ ДЛЯ ВІДНОВЛЕННЯ ТОЧОК ОБ'ЄКТУ У КОМП'ЮТЕРНОМУ ЗОРІ

A problem on object points restore in computer vision is considered. Three methods of object points restore by its projections on images are represented. Comparative analysis of presented methods is carried out. Error of each method of object points restore is estimated. Presented methods are illustrated by example.

У роботі розглядається задача про відновлення точок об'єкту в комп'ютерному зорі. Представлено три методи відновлення точок об'єкту по їх проєкціях на зображеннях. Проведено порівняльний аналіз методів. Оцінено похибку кожного методу відновлення точок. На прикладі продемонстровано кожен із методів.

Вступ. На теперішній час комп'ютерний зір активно розвивається і впроваджується у різноманітних електронних пристроях. Цей напрямок досліджень відноситься до теорії створення штучних систем, які отримують інформацію про об'єкти із зображення. Уявлення про задачі, що розглядаються, та деякі підходи до їх розв'язання можна отримати з [1–3].

Важливим напрямом комп'ютерного зору є відновлення тривимірних моделей об'єктів, що споглядаються (або тривимірних моделей сцени), найпростішою з яких є набір точок тривимірного простору. Ця модель є основою для більш складних, які можуть відтворювати повну тривимірну сцену. Із робіт, в яких розглядалися методи відновлення точок об'єкту, відмітимо [4–6].

У роботі запропоновано три методи відновлення точок об'єкту, які базуються на варіаційних принципах, та проведено порівняльний аналіз розглянутих методів.

1. Постановка проблеми. Будемо розглядати задачу відновлення тривимірної точки за її проєкціями на двох зображеннях, тобто задачу триангуляції. Для розв'язання цієї задачі потрібно знати проєкції точки на кожному зображенні та положення зображення у просторі – центр та орієнтацію у просторі камери, яка це зображення утворює.

З теоретичної точки зору ця задача тривіальна – тривимірну точку можна одержати як перетин променів, кожен з яких утворений проєкцією шуканої точки і центром камери. На практиці ж ані проєкції шуканої точки, ані положення зображень не можуть бути визначені точно. У результаті промені, за допомогою яких можна було б відновити тривимірну точку, можуть взагалі не перетинатися.

Ми будемо розглядати методи відновлення тривимірної точки, які дозволяють регуляризувати цю задачу.

Нехай у просторі задана нерухома система координат, яку називатимемо глобальною системою координат. Також будемо розглядати локальні системи координат, кожна з яких пов'язана з одним із зображень (камерою): початок координат співпадає з центром камери, дві осі координат паралельні площині зображення, третя – перпендикулярна площині зображення і задає напрям зору камери. Площина зображення у локальній системі координат задається рівнянням $z = 1$ (рис. 1).

Уведемо деякі позначення: $P = (X, Y, Z)$ – шукана тривимірна точка з координатами (X, Y, Z) у глобальній системі координат; $p_i = (x_i, y_i, 1)$ – проекція шуканої точки на i -те зображення ($i = 1, 2$) у локальній системі координат, пов'язаній з цим зображенням; C_i – оператор переходу із глобальної системи координат у локальну систему координат i -го зображення (C_i – афінний оператор, тобто $C_i p = R_i p + t_i$, де $R_i \in O(3)$ – оператор повороту, $t_i \in \mathbb{R}^3$ – зсув центра камери); $\pi P = (\frac{X}{Z}, \frac{Y}{Z}, 1)$ – оператор центрального проектування; $\pi_{C_i} P = \pi(C_i P)$ – оператор проектування точки P , що задана у глобальній системі координат, на i -те зображення (див. рис. 1).

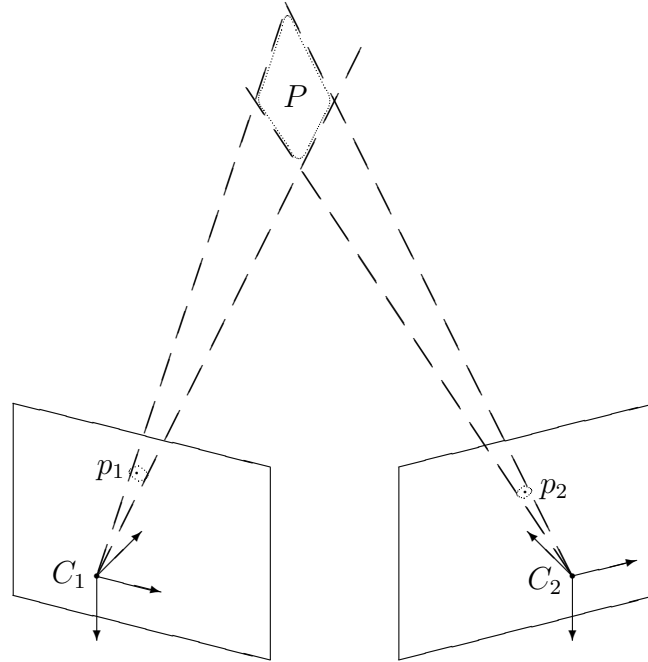


Рис. 1

2. Методи відтворення точок об'єкту. Розглянемо три методи відновлення точок об'єкту. Не обмежуючи загальності, можна вважати, що локальна система координат, пов'язана з одним із зображень, співпадає з глобальною системою координат, тобто $C_1 = \text{Id}$ – тотожний оператор. При цьому оператор $C_2 = (R|t)$ ($C_2 p = R p + t$) – деякий відмінний від тотожного.

Метод 1 (прямий метод відновлення). Цей метод полягає у проведенні променів через проекції точки і центри відповідних камер та вибір точки P так, щоб вона лежала найближче до проведених променів.

Критерієм якості в цьому підході відновлення точки об'єкту є: *точку P об'єкту вибираємо як середню точку спільного передикуляра двох мимобіжних прямих, кожна з яких проведена через одну проекцію точки і центр відповідної камери.*

Задача відшукування точки P має вигляд

$$P = (1 - \lambda)\alpha p_1 + \lambda C_2^{-1}(\beta p_2),$$

де $\lambda \in [0, 1]$, і величини $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ визначаються із варіаційної задачі

$$\begin{cases} f(\alpha, \beta) = \|C_2(\alpha p_1) - \beta p_2\|^2 \rightarrow \inf, \\ \alpha, \beta > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Задача (1) дозволяє знайти кінці спільного перпендикуляра між мимобіжними прямими. Коефіцієнт λ можна брати будь-яким в межах відрізка $[0, 1]$. Ми, для визначеності, візьмемо $\lambda = \frac{1}{2}$.

Функція $f(\alpha, \beta)$ є неперервною опуклою функцією. Умова додатності величин α і β виключає можливість розташування точки P "позаду" камери, у такому разі задача не має розв'язку.

Теорема 1. *Якщо розв'язки лінійної алгебраїчної системи*

$$\begin{cases} \alpha \|p_1\|^2 - \beta R p_1 \cdot p_2 = -t \cdot R p_1, \\ \alpha R p_1 \cdot p_2 - \beta \|p_2\|^2 = -t \cdot p_2, \end{cases} \quad (2)$$

де " \cdot " – стандартний скалярний добуток, додатні, вони співпадають з розв'язками задачі (1). У протилежному випадку задача (1) розв'язків не має.

Без умови додатності α і β система (2) має єдиний розв'язок при виконанні нерівності $\|p_1\| \|p_2\| - R p_1 \cdot p_2 \neq 0$, яка означає, що прямі не є паралельними.

Доведення теореми 1 легко одержується з необхідних і достатніх умов локального екстремуму.

Метод 2 (метод напівпроектування). У цьому методі критерієм якості для відшукування точки $P \in$: точку P шукаємо на промені, проведеному через одну проекцію і центр відповідної камери, таку, щоб проекція точки P на друге зображення найменше відхилялась від заданої проекції на цьому зображенні.

Задача знаходження точки P має вигляд:

$$P = \alpha p_1,$$

де α визначається як розв'язок задачі

$$\begin{cases} f(\alpha) = \|\pi_{C_2}(\alpha p_1) - p_2\|^2 \rightarrow \inf, \\ \alpha > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Теорема 2. *Задача (3) еквівалентна задачі*

$$\begin{cases} g(\alpha) = \|C_2(\alpha p_1) - (C_2(\alpha p_1))_z p_2\|^2 \rightarrow \inf, \\ \alpha > 0, \end{cases} \quad (4)$$

де індекс z означає останню координату вектора.

Неважко впевнитись, що розв'язки задач (3) і (4) шукаються з одного і того ж лінійного алгебраїчного рівняння

$$\alpha \|R p_1 - (R p_1)_z p_2\|^2 + (t - t_z p_2) \cdot (R p_1 - (R p_1)_z p_2) = 0.$$

Метод 3 (метод проектування). Критерій якості у цьому методі такий: точку P вибираємо так, щоб сума квадратів відстаней від проекцій точки P на зображення до заданих проекцій на цих зображеннях була мінімальна.

Точка P шукається із задачі

$$f(P) = \|\pi P - p_1\|^2 + \|\pi_{C_2} P - p_2\|^2 \rightarrow \inf. \quad (5)$$

Неважко впевнитись, що задача (5) еквівалентна задачі

$$f(P) = \|P - P_z p_1\|^2 + \|C_2 P - (C_2 P)_z p_2\|^2 \rightarrow \inf. \quad (6)$$

Оператор $C_2 = (R|t)$ – афінний ($C_2p = Rp + t$), позначимо $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{pmatrix}$.

Також уведемо позначення: $a_1 = r_1 - r_7x_2$, $a_2 = r_4 - r_7y_2$, $a_3 = r_2 - r_8x_2$, $a_4 = r_5 - r_8y_2$, $a_5 = r_3 - r_9x_2$, $a_6 = r_6 - r_9y_2$, $b_1 = x_2t_z - t_x$, $b_2 = y_2t_z - t_y$.

Теорема 3. *Якщо система*

$$(1 + a_1^2 + a_2^2)X + (a_1a_3 + a_2a_4)Y + (a_1a_5 + a_2a_6 - x_1)Z = b_1a_1 + b_2a_2,$$

$$(a_1a_3 + a_2a_4)X + (1 + a_3^2 + a_4^2)Y + (a_3a_5 + a_4a_6 - y_1)Z = b_1a_3 + b_2a_4,$$

$$(x_1 + a_1a_5 + a_2a_6)X + (y_1 + a_3a_5 + a_4a_6)Y + (a_5^2 + a_6^2 - x_1^2 - y_1^2)Z = b_1a_5 + b_2a_6$$

відносно $P = (X, Y, Z)$ має єдиний розв'язок, він є розв'язком задачі (6). У протилежному випадку задача (6) розв'язку не має.

Доведення теореми одержується з використанням необхідних і достатніх умов локального екстремуму.

3. Приклад застосування представлених методів. Застосуємо методи 1–3 до конкретного прикладу. Розглянемо два зображення, які тільки зсунуті одне відносно іншого на відстань 0.05, повороту немає. Така відстань між зображеннями є природною. Координати точок на зображеннях можуть змінюватись у межах $[-0.5, 0.5]$ по осі x , $[-0.375, 0.375]$ по осі y . На кожному зображенні задані проекції точок, які лежать на прямій перпендикулярній до зображень. У результаті підрахунків були одержані результати, які наведені у таблиці.

Справжні точки P	Метод 1		Метод 2		Метод 3	
	Точки P	Похибка	Точки P	Похибка	Точки P	Похибка
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 1.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019998 \\ 0.010000 \\ 1.499948 \end{pmatrix}$	5.211904e-5	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 1.500000 \end{pmatrix}$	1.192275e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 1.500000 \end{pmatrix}$	1.192275e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 3.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019999 \\ 0.010000 \\ 3.499920 \end{pmatrix}$	7.963874e-5	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 3.500000 \end{pmatrix}$	2.384277e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 3.499999 \end{pmatrix}$	9.537052e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 5.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019953 \\ 0.009990 \\ 5.494241 \end{pmatrix}$	5.759442e-3	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 5.500000 \end{pmatrix}$	4.768417e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 5.500000 \end{pmatrix}$	4.768517e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 7.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019979 \\ 0.009995 \\ 7.496522 \end{pmatrix}$	3.477639e-3	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 7.500000 \end{pmatrix}$	4.768417e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 7.499999 \end{pmatrix}$	1.430514e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 9.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019879 \\ 0.009973 \\ 9.474371 \end{pmatrix}$	2.562935e-2	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 9.500000 \end{pmatrix}$	4.768417e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 9.499999 \end{pmatrix}$	9.536761e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 11.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019880 \\ 0.009973 \\ 11.469248 \end{pmatrix}$	3.075243e-2	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 11.499999 \end{pmatrix}$	9.536743e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 11.499999 \end{pmatrix}$	9.536766e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 13.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.020027 \\ 0.010006 \\ 13.508226 \end{pmatrix}$	8.226443e-3	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 13.499999 \end{pmatrix}$	9.536766e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 13.500000 \end{pmatrix}$	1.862645e-9
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 15.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019637 \\ 0.009919 \\ 15.375013 \end{pmatrix}$	1.249872e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 15.500000 \end{pmatrix}$	3.569312e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 15.500001 \end{pmatrix}$	9.536761e-7
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 17.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019660 \\ 0.009924 \\ 17.367718 \end{pmatrix}$	1.322827e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 17.499998 \end{pmatrix}$	1.907350e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 17.500000 \end{pmatrix}$	3.725290e-9

$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 19.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.020124 \\ 0.010028 \\ 19.553869 \end{pmatrix}$	5.386940e-2	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 19.499998 \end{pmatrix}$	1.907350e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 19.500000 \end{pmatrix}$	3.725290e-9
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 21.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019382 \\ 0.009863 \\ 21.204769 \end{pmatrix}$	2.952316e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 21.500000 \end{pmatrix}$	1.192275e-7	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 21.499998 \end{pmatrix}$	1.907352e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 23.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019970 \\ 0.009993 \\ 23.484341 \end{pmatrix}$	1.565936e-2	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 23.500002 \end{pmatrix}$	1.907350e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 23.499998 \end{pmatrix}$	1.907358e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 25.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.018979 \\ 0.009773 \\ 24.921595 \end{pmatrix}$	5.784063e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 25.499998 \end{pmatrix}$	1.907350e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 25.500000 \end{pmatrix}$	3.839941e-9
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 27.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.021218 \\ 0.010271 \\ 28.244469 \end{pmatrix}$	7.444697e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 27.500000 \end{pmatrix}$	2.082501e-9	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 27.500000 \end{pmatrix}$	3.725290e-9
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 29.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.018377 \\ 0.009639 \\ 28.435957 \end{pmatrix}$	1.064044	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 29.499998 \end{pmatrix}$	1.907349e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 29.500000 \end{pmatrix}$	3.259084e-9
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 31.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.022554 \\ 0.010568 \\ 33.288132 \end{pmatrix}$	1.788134	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 31.500000 \end{pmatrix}$	2.082501e-9	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 31.499998 \end{pmatrix}$	1.907350e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 33.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019259 \\ 0.009835 \\ 32.948181 \end{pmatrix}$	5.518194e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 33.500004 \end{pmatrix}$	3.814698e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 33.500008 \end{pmatrix}$	7.629403e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 35.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.021802 \\ 0.010400 \\ 36.921692 \end{pmatrix}$	1.421693	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 35.500004 \end{pmatrix}$	3.814698e-6	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 35.500008 \end{pmatrix}$	7.629395e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 37.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.019739 \\ 0.009942 \\ 37.282703 \end{pmatrix}$	2.172968e-1	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 37.500000 \end{pmatrix}$	2.082501e-9	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 37.499992 \end{pmatrix}$	7.629395e-6
$\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01 \\ 39.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.018204 \\ 0.009601 \\ 37.923180 \end{pmatrix}$	1.576821	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 39.500000 \end{pmatrix}$	2.082501e-9	$\begin{pmatrix} 0.020000 \\ 0.010000 \\ 39.500004 \end{pmatrix}$	3.814698e-6

При віддаленні точки P від зображень похибка у другому та третьому методах змінюється несуттєво. У першому методі при віддаленні точки P похибка значно зростає. Це пояснюється тим, що при малих кутах між променями обумовленість матриці системи (2) значно погіршується, що негативно впливає на точність розв'язку цієї системи.

Висновки. У роботі представлено три методи відновлення точок об'єкту за проєкціями цих точок, заданих на двох зображеннях. Ці методи базуються на варіаційних принципах, що дозволяє регуляризувати задачу відновлення точок об'єкту при неточних вхідних даних. На основі ілюстративного прикладу проведено порівняльний аналіз представлених методів.

1. *Hartley R., Zisserman A.* Multiply view geometry in computer vision. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – 655 p.
2. *Szeliski R.* Computer vision. Algorithms and Applications. – Springer, 2011. – 812 p.
3. *Шапиро Л., Стокман Дж.* Компьютерное зрение. – М.: БИНОМ, 2006. – 752 с.
4. *Longuet-Higgins H.C.* A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections // *Nature*. – 1981. – V. 293. – P. 133–135.
5. *Lee S., Park F.C.* Cyclic optimization algorithms for simultaneous structure and motion recovery in computer vision // *Engineering Optimization*. – 2008. – V. 40, No 5. – P. 403 – 419.
6. *Kamberova G., Bajcsy R.* Precision in 3-D points reconstructed from stereo. – Philadelphia: University of Pennsylvania, 1997. – 14 p.

Одержано 01.10.2012