

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
КАФЕДРА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

О. О. Синявська

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ ДО ТИПОВИХ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ**

Ужгород – 2020

Синявська О.О. Математична статистика: Збірник завдань до типових розрахункових робіт для студентів математичного факультету. – Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2020. – 44 с.

Навчальне видання

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ ДО ТИПОВИХ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ

Рецензенти: канд. фіз.-мат. наук, доц. Слюсарчук П.В.,
канд. фіз.-мат. наук, доц. Погоріляк О.О.

Рекомендовано до друку науково-методичною комісією математичного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет» від 20 грудня 2019 року, протокол № 4.

Рекомендовано до друку Вченою радою математичного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет» від 20 січня 2020 року, протокол № 5.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
МЕТА ТА ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ.....	4
ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	5
РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 1.....	6
РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 2.....	10
РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 3.....	18
РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 4.....	24
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	27
ДОДАТКИ.....	28

ВСТУП

Математична статистика – це розділ математики, що базується на поняттях та методах теорії ймовірностей та призначений для одержання обґрунтованих висновків за результатами спостережень над відповідним випадковим експериментом.

Запропонований збірник містить 30 варіантів індивідуальних завдань, а кожний варіант – завдання з розділів: «Вибіркові ряди і їх числові характеристики», «Статистичні оцінки параметрів розподілу», «Перевірка статистичних гіпотез», «Елементи кореляційного і регресійного аналізу». Частина задач узято із навчальних посібників [1,3–4].

Типове завдання складене так, що дотримується принцип однакової складності для усіх варіантів. Кожний варіант містить завдання з кожної теми різного рівня складності. Для виконання завдань варіанта розрахункової роботи студентам пропонується ознайомитися з теоретичним матеріалом за відповідними темами, а також розібратися з прикладами розв'язування типових задач.

МЕТА ТА ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ

Метою виконання розрахункових робіт є закріплення знань, отриманих на лекціях та набуття навичок та умінь для проведення досліджень на основі статистичних експериментів.

Розрахунки можна проводити безпосередньо або у середовищі спеціалізованих програм (*MathCAD*, *Python* або *MS Excel*) – за узгодженням з викладачем), що потрібно підтвердити зображеннями відповідних вікон програм.

При оформленні роботи керуватися наступним:

- параметри сторінки: папір А4, поля: ліве – 2,5 см, інші – 2 см;
- параметри форматування тексту: *Times New Roman*, 14 пт, 1,5 інтервали;
- нумерація сторінок наскрізна, знизу посередині, починаючи з 2-ї сторінки;
- нумерація рисунків, формул та таблиць наскрізна;
- текст пояснень виконувати у *MS Word*, у випадку проведення розрахунків за допомогою спеціалізованих програм.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Модуль 1. Предмет та основні завдання математичної статистики. Генеральна сукупність та вибірка. Варіаційні ряди та їх графічне зображення (гістограма та полігон частот). Емпірична функція розподілу та її властивості.

Числові характеристики вибірки: вибіркоче середнє, мода та медіана, вибіркова дисперсія, середнє квадратичне вибіркоче відхилення. Вибіркові початкові та центральні моменти. Асиметрія та ексцес. Метод добутків обчислення вибіркових характеристик.

Статистичні оцінки параметрів розподілу. Точкові оцінки та їх властивості. Метод моментів оцінювання параметрів розподілу. Метод максимальної вірогідності оцінювання параметрів розподілу. Поняття довірчого інтервалу. Довірчі інтервали для невідомої ймовірності у схемі Бернуллі. Інтервальні оцінки параметрів нормального розподілу.

Модуль 2. Поняття статистичної гіпотези та її загальна схема перевірки. Основна (нульова) та альтернативна гіпотези, помилки першого та другого роду.

Перевірка гіпотези про числові значення параметрів нормального розподілу. Порівняння математичних сподівань. Порівняння математичного сподівання і сталої. Порівняння двох середніх значень, двох дисперсій. Порівняння відносної частоти і ймовірності. Перевірка гіпотези про рівність двох ймовірностей біноміальних розподілів.

Перевірка гіпотези про закон розподілу. Критерій згоди Пірсона. Критерій Пірсона перевірки гіпотези про нормальний, рівномірний, показниковий, біноміальний розподіли, про розподіл Пуассона.

Двовимірний статистичний розподіл. Статистичні оцінки системи двох випадкових величин. Кореляційний зв'язок. Вибірковий коефіцієнт кореляції. Перевірка гіпотези про значущість коефіцієнта кореляції. Побудова регресійних моделей. Рівняння лінійної регресії. Метод найменших квадратів. Поняття про множинну регресію.

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 1

Вибіркові ряди і їх числові характеристики

За вибірковими даними випадкової величини X (табл. 1) індивідуальних завдань потрібно:

- 1) скласти варіаційний ряд, знайти дискретний та інтервальний статистичні розподіли вибірки;
- 2) побудувати емпіричну функцію розподілу $F^*(x)$ та її графік;
- 3) побудувати полігон та гістограму частот і відносних частот;
- 4) обчислити числові характеристики вибірки: вибіркове середнє \bar{x}_B , розмах R , вибіркову дисперсію D_B , виправлену вибіркову дисперсію s^2 , вибіркове середньоквадратичне відхилення σ_B , коефіцієнт варіації V , медіану Me та моду Mo .

Таблиця 1

Варіанти	Дані вибірки									
1	112	117	105	121	118	115	119	120	118	120
	110	109	111	111	113	107	108	105	109	105
	101	107	112	103	101	98	93	100	95	91
2	-1,0	-1,0	1,0	1,5	1,5	0,5	-1,0	-2,0	-1,5	3,5
	0,5	2,5	-0,5	-1,5	1,0	2,5	-2,5	-2,0	0,0	2,5
	-2,0	-1,0	-2,5	1,0	2,0	-0,5	-1,5	0,0	0,5	1,0
3	180	100	400	170	520	680	250	1300	730	240
	350	460	630	570	450	520	310	240	540	450
	630	590	570	300	650	650	1200	730	350	430
4	779	763	769	774	758	750	742	793	784	763
	755	802	769	774	736	785	774	769	758	807
	750	742	763	774	755	816	763	758	784	785
5	0,56	0,59	0,57	0,58	0,57	0,62	0,61	0,60	0,61	0,64
	0,63	0,65	0,62	0,60	0,59	0,65	0,66	0,63	0,60	0,61
	0,60	0,58	0,64	0,59	0,60	0,60	0,61	0,64	0,66	0,56

6	10,5 10,0 10,0	9,8 13,8 13,0	11,2 11,2 12,3	11,0 13,6 14,2	13,0 13,0 14,1	14,0 12,5 15,0	14,7 12,3 14,7	12,3 11,4 14,0	9,0 11,2 9,8	12,3 12,0 14,0
7	200 400 450	300 500 250	250 500 450	450 450 550	350 500 400	600 350 450	650 500 300	550 650 400	450 300 500	350 350 450
8	37 121 132	8 71 121	88 132 103	103 148 37	25 88 71	71 56 121	37 71 37	121 103 25	132 8 121	103 25 103
9	194 194 194	195 195 195	200 196 191	191 198 190	190 192 198	191 198 199	197 191 199	193 190 196	200 197 190	192 193 199
10	6700 6540 6540	6800 6790 6970	6500 6800 6820	6530 6750 6670	7000 6620 6910	6950 6650 6930	6900 7000 6760	6930 6830 6710	6720 6700 6660	6720 6690 6760
11	6,5 9 9,5 7	7 7,5 8 11	6 7 8,5 8	8 6 6,5 8,5	7,5 7 7 8	6,5 6,5 7,5 7,5	6 7,5 5,5 7	8 7 6 6,5	5,5 6,5 6 7	8,5 10 8,5 7,5
12	79 55 75	63 80 74	69 69 76	74 78 77	75 76 75	75 85 81	74 77 76	79 76 75	84 75 78	76 80 85
13	670 654 654	680 679 670	655 680 682	653 670 670	700 662 691	695 655 691	691 700 670	693 682 691	654 655 700	670 679 676
14	6800 6800 6820	6500 6750 6670	6530 6620 6910	7300 6650 6930	6950 7000 6760	6900 6830 6710	6930 6700 6660	6720 6690 6760	6540 6540 6790	6790 6970 6820
15	340 318 352	316 332 342	325 341 337	329 318 341	351 341 350	348 353 348	330 356 327	345 320 339	352 347 340	331 349 339

16	235 232 240	230 237 235	231 234 233	234 240 240	230 239 239	232 231 233	239 235 240	238 230 236	240 238 234	230 239 239
17	51 55 54	52 57 56	51 60 57	55 53 53	54 55 58	56 58 55	53 54 59	54 50 56	56 59 55	58 53 54
18	26 30 35 27	30 31 38 29	38 26 31 35	35 36 34 37	31 29 28 30	34 27 37 26	29 30 36 28	28 35 28 36	37 29 38 34	36 34 29 31
19	0,5 1,0 0,5 2,0	-1,0 0,0 1,5 2,5	-0,5 0,5 -2,0 -0,5	2,0 1,0 -1,0 1,5	3,0 -3,0 3,0 1,0	-2,0 -2,5 -1,5 0,0	0,0 -0,5 -2,5 -1,5	-1,5 2,0 2,5 3,0	-0,5 2,5 -3,0 -2,5	1,5 3,0 3,0 -2,0
20	25 30 35 25	30 31 38 39	38 36 31 39	35 30 24 27	35 39 28 30	34 27 27 26	29 30 26 38	28 35 28 36	37 29 38 24	36 24 39 31
21	25,4 33,0 35,2 25,4	33,0 35,2 38,5 39,6	38,5 33,0 31,4 39,6	35,2 33,0 26,4 27,5	35,2 39,7 28,4 33,0	31,4 27,5 27,5 26,4	29,8 31,4 26,4 38,5	28,4 35,2 28,4 26,4	39,7 29,8 38,5 25,4	36,0 25,4 39,7 31,4
22	758 757 752	740 741 758	760 743 756	759 742 744	742 755 753	754 759 759	759 742 744	742 755 753	758 757 752	740 741 758
23	65 90 95 70	70 75 83 61	62 70 85 83	85 62 65 85	75 70 70 83	65 65 75 75	62 75 55 70	83 70 62 65	55 65 62 70	85 90 85 75
24	5,1 5,5 5,4	5,2 5,7 5,6	5,1 6,0 5,7	5,5 6,0 5,3	5,4 5,5 5,8	5,6 5,8 5,5	5,3 5,4 5,9	5,4 5,0 5,6	5,6 5,9 5,5	5,8 5,3 5,4

25	1 5 4	2 7 6	1 6 7	5 3 3	4 5 8	6 8 5	3 4 9	4 0 6	6 9 5	8 3 4
26	2,6 3,0 3,5 2,7	3,0 3,5 2,7 2,9	3,6 2,7 3,1 3,5	3,5 3,6 3,4 3,7	3,1 2,9 2,7 2,8	3,4 3,5 2,7 3,7	2,6 2,7 3,5 2,9	2,8 2,7 2,6 2,6	3,1 3,5 3,4 2,7	3,6 3,0 3,5 2,7
27	20,2 19,4 20,4 21,2	20,4 19,4 21,2 20,0	21,0 20,2 21,2 19,0	20,8 20,2 18,8 20,8	19,5 21,4 20,4 19,5	21,0 19,5 20,2 20,8	21,8 19,0 20,0 19,4	20,4 21,4 20,4 21,0	21,8 20,2 20,4 20,0	20,2 19,0 20,0 21,4
28	26 30 35 27	30 35 27 29	36 27 31 35	35 36 34 37	31 29 27 28	34 35 27 37	26 37 35 29	28 27 26 26	31 35 34 27	36 30 35 27
29	2,0 0,5 0,7 0,8 1,5	0,0 4,0 0,0 0,3 0,7	1,2 1,0 0,2 0,3 0,4	1,0 0,2 2,1 0,0 0,5	0,5 0,0 1,7 0,3 0,7	0,5 0,5 1,5 1,5 0,8	2,2 4,0 2,0 1,5 1,0	0,8 4,0 0,2 0,3 2,1	0,5 1,5 2,0 4,0 2,1	2,8 0,2 0,8 0,7 2,2
30	6,5 9,0 9,5 7,0	7,0 75 83 11	62 7,0 85 83	85 62 6,5 85	75 7,0 7,0 83	6,5 6,5 75 75	62 75 55 70	83 7,0 62 6,5	55 6,5 62 7,0	85 9,0 85 75

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 2

Статистичні оцінки параметрів розподілу

1. За вибірковими даними випадкової величини X (табл. 2) індивідуальних завдань потрібно:

1) знайти точкові незміщені оцінки математичного сподівання a , дисперсії σ^2 і оцінку середнього квадратичного відхилення σ генеральних сукупностей;

2) для заданого варіанта V за вибіркою X з рівнем довіри

$$\gamma = \begin{cases} 0,9, & V \leq 10, \\ 0,95, & 10 < V \leq 20, \\ 0,99, & V > 20, \end{cases}$$

побудувати:

а) довірчий інтервал для математичного сподівання, коли дисперсія невідома і за вибіркою знайдена виправлена вибіркова дисперсія s^2 ;

б) довірчий інтервал для невідомої дисперсії та середнього квадратичного відхилення.

Таблиця 2

Варіант	Дані вибірки
1	2 4,8 5,2 3,8 3,5 3,2 3,2 3,9 4,9 2,8 3,7 1,8 3,4 2,3 3,2 4,5 0,5 3,3 2,8 2,5 1,4 3,2 3,5 2,2 2,3 3,5 3,5 4,1 4,4 2,3 1,9 2,2 3,8 3,4 2,2 3,1 2,1 2,1 3,2 2,5 2,1 2,9 2,8 3,1 4,3 2,8 4 2,3 2,7 2,4 3,2 3,4
2	34 36,1 34,3 34,4 34,1 35,6 35,9 34,4 35,2 34,2 35,8 35,2 34,3 34,8 35,1 34,5 34,6 34,2 34,4 34,2 34,8 35 34,8 37,7 34,3 36 36 35,1 34,2 34,2 34,4 34,3 34 34 36,4 34,1 35,1 34,7 34,1 34,1 34,2 34,2 34,6 35 36,5 34,1 34,4 34,2 34 35
3	12,8 12,3 14,7 12,2 13,2 12,0 15,2 13,2 12,3 13,7 14,3 12,5 12,2 13,9 16,2 14,4 13 12,3 12,3 15,1 14,2 12,5 15,9 12 14,8 12,1 19,9 12,8 12,8 12,8 14,4 15,7 12,2 12,2 15 12,4 12,5 12,9 13,6 12,2 13,4 12,1 13,1 12,6 14,2 13,6 12 16,4 12,3 14,2
4	40 31,8 29,1 25,7 37,5 49,1 28,9 36,7 30 44 31,1 44,9 40 31 50,9 41,3 46 33,8 28 31 34,5 48,8 32,3 40 31 43,8 28,1 27 31 29,8 28,5 28 33,4 32,5 46,6 39,4 38,6 41,6 41,4 36,1 31,8 47,6 34 28,2 28,2 39,2 42 24

5	14,6 15,2 14,1 14,1 15,0 14,0 15,0 15,1 15,5 15,9 15,5 14,2 14,0 14,5 14,7 15,5 15,5 14,2 14,4 14,4 14,4 16,4 15,7 14,4 14,1 15,5 14,9 15,1 15,1 14,8 14,4 16,3 14,1 14,1 14,6 14,2 14,9 14,7 14,8 15,5 16,4 14,6 14,5 14,9 14,2 15,1 14,4 16,0 16,3 15,5
6	40,6 29,8 27,6 32,5 36,1 28,4 30,2 32,0 31,2 28,6 34,2 35,3 34,2 32,5 37,6 31,0 32,2 37,4 32,4 31,5 32,2 32,8 34,4 25,5 31,0 36,3 30,8 34,3 30,2 33,2 32,5 29,3 32,1 30,1 36,5 27,2 34,0 30,9 30,9 27,6 34,4 36,3 28,9 28,4 32,3 34,7 30,0 29,2 31,7 30,4
7	28,1 31,9 26,2 31,2 26,3 23,8 22,9 23,1 34,1 26,8 28,6 31,5 27,5 33,9 24,9 28,6 30,6 27,6 25,0 28,0 26,4 26,8 28,9 27,4 24,4 22,7 23,0 24,9 25,7 23,5 26,1 22,7 28,4 35,4 29,6 25,1 26,1 25,6 28,2 35,3 33,0 39,1 29,5 36,2 24,7 23,6 38,6 23,0 22,4 34,6
8	25,6 29,3 24,0 26,5 27,1 25,2 29,1 24,0 29,6 27,6 30,3 25,1 26,1 24,2 25,9 27,5 31,5 25,7 26,5 24,1 28,4 24,2 28,4 24,2 25,3 24,4 25,0 28,6 24,9 29,3 30,6 24,1 26,0 25,4 26,6 24,4 25,2 24,4 24,5 25,4 26,0 25,9 24,0 27,4 24,4 24,2 33,6 24,5 24,4 24,1
9	33,3 42,2 35,1 35,8 46,1 37,6 40,1 30,5 34,3 31,6 31,9 50,9 30,7 43,4 40,1 38,8 30,1 32,3 34,5 42,8 31,2 39,4 38,7 40,9 49,2 33,1 30,3 38,1 49,2 39,4 30,9 67,5 30,9 31,6 30,8 41,1 35,5 33,6 32,0 33,5 30,0 50,8 60,8 30,6 42,7 35,7 66,1 31,2 31,0 40,9
10	0,8 -0,1 -2,5 -1,0 -0,8 1,9 -2,1 0,3 3,5 0,5 -1,0 0,9 4,2 -3,2 -1,0 -5,4 -4,3 -6,1 -2,7 9,2 -3,4 -2,7 -1,9 -5,2 -12,8 -2,5 3,7 -2,6 -1,5 0,3 0,7 -1,6 0,8 0,2 2,4 -3,4 1,9 0,7 -1,1 1,9 -5,0 0,0 10,2 3,7 -0,6 -6,1 -0,6 0,1 2,2 -3,2

11	38,8 39,2 44,5 43,6 36,5 39,2 42,2 55,2 43,7 42,3 38,9 39,5 36,7 37,1 37,0 44,8 39,1 41 ,9 38,0 42,4 44,2 39,1 40,1 37,6 36,1 44,9 36,5 38,3 36,4 37,1 40,3 40,3 45,6 58,8 38,1 38,1 56,0 41,6 44,3 49,9 41,1 40,6 39,9 38,4 38,0 39,3 36,4 39,1 50,9 43,8
12	30,3 34,3 33,2 33,9 33,1 28,8 33,0 32,6 34,4 30,8 33,7 28,8 36,6 28,2 31,6 34,0 32,9 35,3 33,5 31,5 31,9 33,5 33,2 35,7 32,0 31,0 30,3 31,5 33,5 29,4 32,8 34,3 29,6 32,9 31,1 33,7 32,6 33,2 34,1 29,5 30,6 31,5 32,8 33,2 29,3 36,0 32,8 34,8 34,8 32,5
13	33,1 57,2 26,5 20,3 25,5 20,2 20,0 26,1 25,4 18,9 29,5 27,5 34,5 18,1 21,7 22,0 21,7 21 ,1 22,9 18,8 42,2 18,1 18,0 27,9 34,5 20,2 27,8 18,8 20,4 19,2 28,8 23,6 35,8 30,0 23,1 19,3 19,9 19,6 37,1 21,4 32,9 20,8 22,2 38,6 24,0 41 ,3 29,1 21,7 24,7 21,0
14	22,4 17,5 17,6 18,7 18,3 24,3 18,5 43,2 20,2 20,0 21,7 15,1 18,3 24,3 15,0 15,1 29,3 14,6 18,2 14,4 19,3 15,0 18,6 14,1 18,9 27,0 14,5 16,0 20,0 30,3 17,0 27,7 15,9 28,4 22,0 17,2 21 ,5 14,9 24,8 14,1 15,1 21,9 14,8 18,1 14,8 14,2 15,0 14,6 14,5 15,8
15	32,4 33,5 29,1 32,7 30,6 31,1 30,6 30,2 30,9 32,1 32,5 33,8 33,5 32,2 35,1 31,5 33,5 28,7 32,6 30,6 30,5 27,9 33,0 30,8 31,5 28,8 30,9 33,4 31,4 27,4 25,5 29,5 30,4 32,5 32,4 36,5 32,3 30,8 31,7 31,1 28,1 27,7 28,5 31,3 31,6 35,1 29,8 33,0 28,7 28,6
16	46,4 57,6 35,6 36,1 50,3 58,1 56,6 52,9 35,2 57,4 44,8 56,7 53,4 38,9 58,4 57,4 44,2 55,9 51,4 56,1 54,3 57,5 50,3 47,3 35,2 53,6 35,9 40,6 54,0 35,9 44,5 49,8 50,6 36,9 47,4 50,2 36,8 42,6 35,6 55,2 52,1 57,8 50,2 37,4 37,6 51,6 46,1 49,6 36,6 44,9
17	10,4 7,2 10,7 -1,0 -3,3 2,9 0,7 -6,3 -5,1 -8,6 -5,4 -2,3 -0,1 4,4 9,7 2,3 -7,8 -3,8 2,5 4,3 10,9 -2,0 6,1 5,9 10,8 6,6 -2,1 7,2 -1,5 11,6 7,7 0,4 -0,9 -4,0 -5,8 1,5 -1,1 7,2 -3,1 -1,2 -2,4 0,0 9,7 -0,8 -1,3 7,3 0,4 6,0 7,5 -3,1 -1,6

18	32,4 24,1 32,1 28,5 27,9 35,0 29,9 31,8 25,8 25,2 19,8 27,6 30,3 27,0 27,2 31,2 28,5 33,3 30,0 29,4 29,5 36,1 28,6 30,8 33,1 34,1 38,9 31,2 32,8 23,3 32,0 33,7 24,4 31,8 30,0 28,1 27,4 40,1 34,4 27,0 35,1 29,8 27,8 33,6 36,0 28,1 25,3 37,1 33,2 32,3
19	33,8 16,9 13,5 17,0 18,9 23,3 21,3 21,6 16,8 24,1 13,2 19,7 16,6 23,9 17,4 32,0 28,2 18,5 18,3 11,8 19,1 17,0 24,9 18,0 28,4 29,3 17,8 22,4 16,1 20,7 14,2 14,1 23,6 25,5 17,8 27,0 35,0 15,7 16,4 24,1 22,9 26,8 26,8 20,3 12,1 24,8 4,8 33,5 18,9 19,7
20	8,6 7,3 7,1 -4,9 6,1 -2,3 -10,7 -1,4 2,8 12,1 6,4 3,1 7,3 -18,1 -4,0 9,9 -1,7 -9,1 3,0 1,8 -15,7 1,9 12,3 2,9 4,7 13,2 -10,3 -1,8 5,3 0,2 1,8 - 12,1 1,8 6,5 7,3 22,0 8,5 -4,8 13,9 -13,8 8,0 18,0 7,5 -4,6 11,4 6,9 - 0,5 20,4 21,3 12,2
21	32,1 45,2 42,1 40,1 40,7 45,2 41,1 41,8 35,5 47,1 36,4 49,0 44,6 35,0 47,9 39,4 45,1 38,6 40,2 36,7 46,6 36,1 40,5 38,2 36,2 44,9 39,0 47,9 40,6 41,2 34,7 36,8 44,3 32,3 48,3 45,0 42,8 33,3 49,0 37,1 46,3 44,6 48,3 39,1 35,0 41,8 46,6 40,3 42,5 35,0
22	50,5 57,4 45,1 52,6 56,2 52,3 62,0 56,3 54,8 39,4 53,5 49,9 43,0 61,4 38,5 43,7 47,1 64,9 57,1 38,9 42,0 58,0 58,2 44,3 39,4 38,7 47,0 44,7 42,7 64,5 44,5 50,3 56,5 54,3 62,5 39,6 49,2 57,9 38,0 46,8 42,8 58,6 52,6 57,0 54,8 56,4 64,8 55,6 52,1 51,1
23	36,9 23,5 20,1 17,2 19,2 49,6 28,1 19,2 25,2 34,5 35,9 29,4 22,8 24,7 36,9 44,6 31,5 27,4 37,0 17,9 32,3 26,6 34,0 30,5 25,3 27,5 28,0 34,6 26,9 16,8 18,4 24,5 20,6 23,0 5,1 25,9 30,0 16,8 23,6 27,6 25,5 40,3 27,2 29,1 25,1 39,0 34,2 16,8 36,1 22,1
24	37,3 31,1 40,5 30,4 35,9 34,7 46,7 30,5 38,0 42,2 36,7 40,9 39,7 34,1 34,7 46,2 43,3 44,7 23,7 32,5 31,5 43,6 40,3 36,4 38,6 32,4 30,9 37,2 36,0 42,9 38,3 40,1 43,7 37,7 41,0 25,6 51,5 43,9 35,7 34,5 42,0 20,8 41,5 42,0 48,1 34,5 44,4 33,1 38,4 34,5

25	59,0 40,9 40,2 56,8 39,0 42,1 49,3 44,1 58,8 52,2 52,3 43,6 50,0 54,9 50,4 49,1 56,9 43,6 42,9 56,5 46,8 45,5 58,2 39,2 44,2 47,9 51,0 42,5 42,8 52,3 45,4 57,6 54,6 50,7 40,7 39,4 57,1 58,8 49,6 58,3 49,6 50,0 57,4 39,4 51,2 57,7 58,3 50,8 57,7 56,0
26	21,4 20,0 23,6 27,5 20,3 20,4 23,4 26,3 21,3 22,6 26,3 19,1 19,8 23,2 15,9 19,6 25,1 11,8 16,3 17,9 22,3 17,7 13,7 20,8 19,3 22,4 14,6 29,9 18,7 16,2 17,3 21,5 16,1 26,3 20,6 21,3 22,9 23,1 16,9 19,5 21,1 24,6 24,6 24,3 13,2 16,0 26,4 14,6 21,3 14,0
27	38,1 34,6 31 ,3 36,4 34,4 43,2 40,3 42,3 35,3 31,7 31,6 43,5 30,5 30,1 37,1 28,1 38,2 34,6 28,8 29,0 28,2 37,6 42,9 32,5 42,8 37,6 32,9 29,3 42,7 39,7 30,4 40,6 37,1 42,8 41,8 44,0 33,5 34,9 44,7 30,7 36,6 34,0 33,0 43,2 44,9 33,9 40,1 42,1 32,0 38,1
28	31,2 30,7 31 ,3 30,6 30,2 28,9 30,3 30,8 32,7 27,6 29,5 31,0 32,2 29,7 31,3 30,7 33,1 29,2 28,2 26,5 28,3 28,9 30,7 27,3 27,5 34,8 35,3 32,3 28,6 31,4 29,0 31,1 28,5 30,4 27,2 27,1 29,5 30,8 28,2 36,6 31,7 28,6 30,0 25,9 25,6 29,4 32,5 32,6 25,6 28,9
29	36,8 37,0 43,0 45,5 34,8 35,6 35,2 38,1 49,5 46,0 37,2 42,7 46,9 49,3 50,6 35,9 35,7 46,3 38,3 48,4 41 ,2 50,1 35,5 49,3 42,9 42,8 46,5 49,1 48,0 34,8 47,2 50,4 36,5 47,2 43,9 43,9 47,2 45,2 41,5 46,6 45,5 42,8 35,2 44,8 37,5 41,2 36,7 37,3 46,1 46,6
30	11,9 46,0 17,1 11,9 11,8 13,8 13,2 10,5 15,2 21,3 16,1 16,0 10,7 11,4 31 ,3 18,3 11,1 27,0 13,0 10,2 12,3 15,6 13,6 11,1 14,6 12,9 15,5 17,8 32,7 15,7 10,1 10,4 10,2 17,7 15,4 33,5 31,6 20,5 12,4 12,4 11,4 17,3 14,4 16,6 10,2 24,4 21 ,1 15,9 10,2 15,4

2. За допомогою методів одержання статистичних оцінок знайти оцінки невідомих параметрів розподілів (номер задачі відповідає номеру варіанта).

1. Нехай x_1, \dots, x_n – кратна вибірка з біномного розподілу з параметрами k, p . Оцінити параметр p за методом моментів.

2. Нехай x_1, \dots, x_n – кратна вибірка з пуассонівського розподілу з параметром $\lambda > 0$. Оцінити параметр λ за методом максимальної вірогідності.

3. Знайти оцінку максимальної вірогідності для невідомої кількості спостережень n за біноміальною одноелементною вибіркою $X \simeq B(n, p)$ при відомому p .

4. Методом моментів знайти оцінку параметра показникового розподілу $p(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ ($\lambda > 0, x > 0$), якщо в результаті n експериментів випадкова величина прийняла значення x_1, \dots, x_n .

5. Для групи страхових полісів кількість вимог для кожного полісу моделюється розподілом Пуассона з інтенсивністю λ на рік, незалежно для кожного полісу. Така група з 1500 полісів викликала 183 вимоги протягом минулого року. Знайти оцінку максимальної вірогідності для λ .

6. Нехай x_1, \dots, x_n – кратна вибірка з біноміального розподілу з параметром $p \in (0, 1)$. Оцінити параметр p методом максимальної вірогідності.

7. Нехай $X = (x_1, \dots, x_n)$, $Y = (y_1, \dots, y_n)$ – незалежні кратні вибірки з нормальними розподілами $N(\mu_1, \sigma^2)$ та $N(\mu_2, \sigma^2)$ відповідно. Знайти оцінку максимальної вірогідності для параметра $\theta = (\mu_1, \mu_2, \sigma^2)$.

8. Обчислити оцінку максимальної вірогідності для параметра θ за кратною вибіркою з розподілу $N(\theta, 2\theta^2)$.

9. За вибіркою x_1, \dots, x_n обсягу n знайти оцінку параметру розподілу із щільністю $p(x) = \frac{(\theta-1)^x}{\theta^{x+1}}$, $\theta > 0$, користуючись методом максимальної правдоподібності.

10. Нехай задано логарифмічно нормальний закон розподілу, $p(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - a)^2}$, $x > 0$. Оцінки параметрів a і σ^2 знайти методом моментів. Обчислюючи ймовірності, урахувати, що випадкова величина $Y = \ln x - a$ розподілена за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією.

11. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка із геометричного розподілу $p(k, p) = (1-p)^k p$, $k = 0, 1, \dots$. Оцінити параметр p за методом моментів.

12. Обчислити оцінку максимальної вірогідності для параметра θ за вибіркою x_1, \dots, x_n , де $P\{x_k = m\} = e^{-\theta} \frac{\theta^m}{m!}$, $m = 0, 1, \dots$

13. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка з генеральної сукупності зі щільністю $p(x, \theta) = k(\theta)x^2 e^{-\frac{x^2}{\theta^2}}$, $x \geq 0, \theta \geq 0$. Знайти функцію $k(\theta)$, оцінку параметра θ методом максимальної вірогідності.

14. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка із гамма-розподілу $p(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} x^\alpha e^{-x/\beta}$, ($x > 0, \alpha > -1, \beta > 0$). Оцінити параметри α і β за методом моментів.

15. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка із гамма-розподілу $p(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} x^\alpha e^{-x/\beta}$, ($x > 0, \alpha > -1, \beta > 0$). Оцінити параметр β методом максимальної вірогідності.

16. Методом максимальної правдоподібності знайти оцінку параметра показникового розподілу $p(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ ($\lambda > 0, x > 0$), якщо в результаті n експериментів випадкова величина прийняла значення x_1, \dots, x_n .

17. За вибіркою x_1, \dots, x_n знайти методом максимальної вірогідності оцінку ймовірності успіху в схемі Бернуллі ($\theta = p$).

18. Використовуючи метод моментів, знайти за вибіркою x_1, \dots, x_n , де $P\{x_k = m\} = e^{-\theta} \frac{\theta^m}{m!}$, $m = 0, 1, \dots$, оцінку параметра θ .

19. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка з генеральної сукупності зі щільністю $p(x, \theta) = k(\theta)x^2 e^{-\frac{x^2}{\theta^2}}$, $x \geq 0, \theta \geq 0$. Знайти функцію $k(\theta)$, оцінку параметра θ методом моментів.

20. Методом максимальної вірогідності знайти оцінку параметра θ розподілу $P\{x_k = m\} = \frac{(\theta-1)^m}{\theta^{m+1}}$, $m = 0, 1, \dots, \theta > 1$.

21. За вибіркою x_1, \dots, x_n обсягу n знайти оцінку невідомого параметру нормального розподілу $N(0, \sigma)$, користуючись методом максимальної вірогідності.

22. За вибіркою x_1, \dots, x_n обсягу n знайти оцінку невідомого параметру нормального розподілу $N(m, 1)$, користуючись методом максимальної вірогідності.

23. За вибіркою x_1, \dots, x_n обсягу n знайти оцінку параметру розподілу із щільністю $p(x) = \frac{\theta^x}{(\theta+1)^{x+1}}$, $\theta > 0$, користуючись методом максимальної вірогідності.

24. Випадкова величина має логарифмічний нормальний закон розподілу, $p(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - a)^2}$, $x > 0$. Оцінки параметрів a і σ^2 знайти методом максимальної вірогідності. Обчислюючи ймовірності, урахувати, що випадкова величина $Y = \ln x - a$ розподілена за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією.

25. Випадкова величина має закон розподілу Релея, $p(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}}$, $x > 0$. Оцінку параметра σ^2 знайти методом максимальної вірогідності.

26. Знайти оцінку максимальної вірогідності параметра p біномного розподілу $P_m(x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{m-x_i}$, x_i – число настання події в i -му експерименті, m – кількість випробувань в одному досліді, n – число дослідів.

27. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка з генеральної сукупності із щільністю
$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \theta \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta+1}, & x \geq 1, \end{cases} \quad \theta > 0.$$
 Знайти оцінку максимальної вірогідності параметра θ .

28. Нехай x_1, \dots, x_n – вибірка з генеральної сукупності із щільністю $p(x, \beta, m) = \frac{\beta^m}{\Gamma(m)} x^{m-1} e^{-\beta x}$, $x > 0, \beta > 0, m > 0$. Знайти оцінку невідомих параметрів β і m за допомогою методу моментів. За умови, що при $n = 10$ величини x_1, \dots, x_n набули значень: 0,05; 0,02; 0,04; 0,1; 0,02; 0,09; 0,06; 0,55; 0,25; 0,09.

29. Нехай відібрано 10 приладів з метою контролю деяких параметрів. Результати вимірів напруги показали: 120; 100; 95; 99; 110. Методом максимальної вірогідності знайти оцінку параметра a , якщо напруга X є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом.

30. Методом максимальної вірогідності знайти оцінку параметра p біномного розподілу $P\{x = i\} = \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i}$, якщо в n_1 незалежних дослідах подія A настала m_1 раз і в n_2 незалежних дослідах m_2 раз.

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 3

Перевірка статистичних гіпотез

1. За двома незалежними вибірками з обсягами n і m , які добуто з генеральних сукупностей X та Y з розподілами $N(a_X, \sigma_X^2)$ та $N(a_Y, \sigma_Y^2)$ відповідно, знайдено вибіркові середні \bar{x}_B та \bar{y}_B і виправлені вибіркові дисперсії s_X^2 та s_Y^2 (табл.3). Потрібно для заданого варіанта V при рівні значущості

$$\alpha = \begin{cases} 0,01, & V \leq 10, \\ 0,05, & 10 < V \leq 20, \\ 0,1, & V > 20, \end{cases}$$

перевірити нульові гіпотези:

а) $H_0: a_X = a_Y$ за альтернативної гіпотези $H_1: a_X \neq a_Y$, якщо відомі дисперсії σ_X^2 та σ_Y^2 ;

б) $H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ при умові, що σ_X^2 та σ_Y^2 – невідомо за альтернативної гіпотези $H_1: \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$, і якщо вона приймається, то потім перевірити гіпотезу $H_0: a_X = a_Y$ за альтернативної гіпотези $H_1: a_X > a_Y$.

Таблиця 3

V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	5	12	10	10	7	5	10	4	8	35
m	6	16	16	10	9	5	9	9	7	40
\bar{x}_B	20	31,2	12,7	14,3	150	3,3	17,3	70,5	37	14,3
\bar{y}_B	19,8	29,2	12	12	142	2,5	14,4	70,2	32,3	12
σ_X^2	1,75	1,3	7,5	35	34,6	0,72	10	0,5	0,16	34
σ_Y^2	1,4	1,15	6,1	42,1	28,5	0,87	15	1,5	0,27	42
s_X^2	2,3	0,84	9,7	22,15	22,8	0,25	14	2	0,016	22
s_Y^2	2,8	0,4	10,3	18,3	22,2	0,108	18	2,7	0,09	18

V	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	11	8	16	6	16	10	50	6	10	6
m	11	7	13	6	20	9	35	6	8	8
\bar{x}_B	3,5	37,5	8,5	17,8	10,57	17,4	35,4	35,5	145,3	201,7
\bar{y}_B	2,067	32,4	6,2	17,08	9,62	14,5	31,2	31,4	142,3	193,6
σ_X^2	17,3	0,16	3,7	7	2,2	10	37,3	37	3,5	19,2
σ_Y^2	20,5	0,27	3,9	9	2,8	15	42,7	42,8	3,1	16,1
s_X^2	19	0,016	4,2	10	2,7	14	46,97	46,7	2,7	19,36
s_Y^2	23	0,087	4,2	16	3,2	19	23,2	23	3,2	16,25
V	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	65	35	50	50	6	45	35	10	10	16
m	50	45	70	50	6	45	45	9	16	25
\bar{x}_B	0,05	130	8,7	150	-30,5	8,25	145,3	17,4	13	37,5
\bar{y}_B	-0,03	125	6,1	141	-34,2	6,2	142,3	14,4	12	36,8
σ_X^2	0,32	60	100	34,6	63,3	3,7	3,5	10	7,4	1
σ_Y^2	0,38	80	74	28,6	58,5	3,9	3	15	6	1,1
s_X^2	0,0324	70	90	23	83	4,3	2,7	14	9,7	1,2
s_Y^2	0,0225	90	85	22	12,7	4,2	3,2	19	10	1,44

2. Використовуючи критерій Пірсона для заданого варіанта V при рівні значущості

$$\alpha = \begin{cases} 0,01, & V \leq 10, \\ 0,05, & 10 < V \leq 20, \\ 0,1, & V > 20, \end{cases}$$

перевірити гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності, якщо з неї вилучена наступна вибірка (табл. 4):

Таблиця 4

Варіант	Дані вибірки
1	23 45 32 24 45 25 47 41 35 33 24 46 44 34 33 36 37 24 28 30 43 33 29 37 38 35 36 27 24 29 38 36 41 40 37 38 41 38 36 32 25 29 36 47 36 33 35 27 26 38 40 44 38 32 25
2	112 145 160 134 156 115 119 128 121 135 160 144 145 123 125 125 145 160 155 154 155 146 134 118 128 130 128 113 112 145 156 124 135 128 134 151 137 123 146 160 143 154 137 139 129 146 157 150 151 128 128 160
3	1 3 4 5 4 6 7 2 4 7 8 2 6 3 4 8 9 2 5 6 7 8 9 2 4 6 7 8 9 1 4 5 5 5 5 5 5 7 7 3 4 4 8 5 5 6 7 4 3 4 6 5 3 3 4 6 8 9 1 1 6 5 4 2
4	47 47 49 40 50 51 52 53 57 49 45 46 45 48 50 51 52 55 58 48 49 42 46 48 50 52 51 57 58 51 52 57 46 49 43 48 49 50 58 51 49 43 48 45 47 50 56 55 50 48 50 50 50 50 45 46 40
5	345 302 356 342 341 300 325 324 350 324 311 346 301 325 350 345 311 315 324 328 345 346 341 321 322 321 318 319 311 315 321 347 350 325 318 301 305 315 306 347 303 308 316 329 308 315 350 327 301 302 301 303 346 315
6	73 95 82 74 95 75 97 91 85 83 74 96 94 84 83 86 87 74 78 80 93 83 79 87 88 85 86 77 74 79 88 86 91 90 87 88 91 88 86 82 75 79 86 97 86 83 85 77 76 88
7	612 645 660 634 656 615 619 628 621 635 660 644 645 623 625 645 660 655 656 657 646 634 617 628 630 628 612 647 656 647 624 635 637 639 651 637 623 646 660 643 654 637 639 629 646 657 650 651 628 639
8	10 13 1 4 15 14 16 17 12 4 7 8 2 6 3 4 8 9 12 5 6 17 8 9 12 4 16 7 18 9 11 4 5 5 5 15 5 15 5 5 6 13 8 4 8 2 11 4 5 6 16 16 7 17 13 4 4 8 5 5 6

9	27 27 29 30 30 31 32 33 37 29 25 26 25 28 30 31 32 35 38 28 29 22 26 28 30 32 31 37 38 31 32 37 26 29 23 28 29 30 38 31 29 23 28 25 27 30 36 35 30 28
10	375 332 356 342 371 330 325 324 350 324 361 346 351 355 350 345 371 345 354 328 345 346 341 321 322 321 348 369 351 345 351 347 350 325 368 341 345 345 362 347 353 358 356 329 348 345 350 337 331 362
11	423 445 432 424 445 425 447 441 435 433 424 446 444 434 433 436 437 424 428 430 443 433 429 437 438 435 436 427 424 429 438 436 441 440 437 438 441 438 436 432 425 429 436 447 436 433 435 427 426 438
12	12 45 10 34 56 15 19 28 21 35 60 44 45 23 25 45 60 55 56 57 46 34 17 28 30 28 12 47 56 47 24 35 37 39 51 37 23 46 60 43 54 37 39 29 46 57 50 51 28 39
13	21 23 24 25 24 26 27 22 24 27 28 22 26 23 24 28 29 22 25 26 27 28 29 22 24 26 27 28 29 21 24 25 25 25 25 25 25 25 26 23 28 24 28 22 21 24 25 26 26 26
14	4140 49 40 50 51 58 53 67 69 45 46 48 68 60 51 52 65 68 48 49 62 46 48 60 52 51 57 58 61 52 67 46 49 63 48 49 50 58 51 49 63 48 45 67 50 66 55 50 48 63
15	45 12 56 42 41 30 25 24 50 24 11 46 11 25 50 45 11 15 24 28 45 46 41 21 22 21 18 19 11 15 21 47 50 25 18 31 35 15 36 34 33 38 16 29 38 15 50 27 31 32 15 18 31
16	61 71 72 74 75 75 67 71 75 83 74 76 74 74 83 76 67 64 68 70 83 83 69 67 78 75 76 77 74 69 68 66 81 80 67 78 81 68 76 72 75 69 66 67 76 73 75 77 76 68

17	212 245 260 234 256 215 219 228 221 235 260 244 245 223 225 245 260 255 256 257 246 234 217 228 230 228 212 247 256 247 224 235 237 239 251 237 223 246 260 243 244 237 239 229 246 257 250 251 228 239
18	5 3 4 5 4 6 7 2 4 7 8 7 6 3 4 8 9 8 8 6 7 8 9 2 4 6 7 8 9 7 4 5 5 3 9 8 5 9 7 6 3 8 4 8 6 7 4 5 6 6 6 7 7 3 4 9 8 5 5 6 7
19	547 547 549 540 560 551 552 553 557 549 545 546 545 548 550 551 552 555 558 548 569 542 560 548 550 552 551557 558551 552 557 546 549 553 548 549 550 558 551 549 543 548 535 537 550 556 555 550 548
20	45 72 564241 30 32 32 35 32 31 46 31 32 50 34 31 35 34 38 45 46 41 21 32 31 31 39 31 35 21 47 50 35 38 31 35 35 36 47 33 38 36 29 38 31 35 27 31 32 47
21	891 845 823 874 868 893 874 863 854 874 892 874 848 832 845 890 873 823 845 895 849 874 836 826 840 850 836 891 856 854 835 832 865 878 848 867 845 867 856 857 859 849 868 871 873 846 868 847 857 860
22	55 57 66 70 67 54 55 51 66 63 64 56 70 54 63 56 57 64 68 70 53 53 69 67 68 70 56 67 54 69 68 66 51 60 67 68 51 68 56 52 55 69 66 67 71 53 65 67 66 68
23	18 19 28 19 16 17 30 27 25 18 16 14 13 28 29 14 13 15 16 15 28 22 19 13 10 11 27 13 17 22 25 28 21 12 16 13 10 18 16 29 27 21 22 21 19 17 15 17 20 22
24	11 19 20 19 16 18 10 25 25 19 11 10 14 13 18 14 13 15 16 15 18 21 19 11 10 11 20 13 16 21 20 18 11 12 16 13 10 18 16 19 23 21 14 21 17 17 15 17 10 20
25	55 54 59 56 52 51 50 54 58 57 59 50 59 54 55 53 56 57 58 52 51 52 53 53 61 62 63 61 62 59 63 69 67 63 69 62 53 58 59 54 55 67 63 64 66 65 62 60 61 65

26	125 125 134 140 123 120 138 135 130 131 132 129 122 124 140 137 138 136 135 134 130 132 129 128 128 139 129 126 120 125 123 128 129 128 125 130 131 132 134 132 131 129 128 127 130 131 135 138 136 134
27	99 91 87 101 104 112 121 123 105 115 93 91 89 87 104 102 99 95 85 87 90 92 94 100 106 109 104 117 102 120 118 115 94 93 103 118 113 116 112 110 87 88 95 93 96 93 90 87 99 100 101 104
28	234 235 233 231 239 240 228 228 238 234 240 218 225 228 222 236 240 233 241 217 234 231 222 226 238 239 228 225 227 223 224 237 230 231 228 229 223 218 216 220 230 237 240 236 230 229 227 226 230 220
29	2 5 7 9 9 10 17 15 12 10 11 12 12 11 15 19 20 11 13 7 8 9 4 7 8 9 2 9 9 10 11 10 7 8 10 10 10 11 12 9 8 8 7 9 11 10 12 13 14 12 12 13 9 7 8 5 3 2 11 15 17
30	44 45 34 34 35 36 37 38 39 49 30 40 40 41 41 42 45 46 48 44 43 42 45 46 47 48 49 50 50 49 48 48 45 33 32 38 35 45 38 39 33 30 33 34 32 36 37 45 44 40 43

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА № 4

Елементи кореляційного та регресійного аналізу

За даними спостережень X і Y двох випадкових величин потрібно:

1) при рівні значущості $\alpha = 0.05$ знайти коефіцієнт, перевірити його значущість, зробити висновок про залежність між ознаками X і Y .

2) знайти лінійне рівняння регресії Y від X , побудувати кореляційне поле і на ньому зобразити пряму регресії.

1.

X	24	26	28	30	32	34	36	38
Y	30	32	34	36	38	40	42	44

2.

X	-20,2	-20,5	-21,4	-21,8	-22	-22,5	-22,8	-22,8
Y	-10,2	-11,5	-12,4	-12,8	-13	-13,5	-14,2	-14,6

3.

X	0,689	0,692	0,695	0,698	0,69	0,71	0,720	0,725
Y	0,71	0,725	0,78	0,79	0,795	0,8	0,81	0,85

4.

X	0,531	0,524	0,541	0,55	0,559	0,62	0,632	0,672
Y	0,62	0,58	0,640	0,65	0,67	0,68	0,695	0,7

5.

X	44	43	42	41	40	39	38	37
Y	10	25	68	136	152	162	170	180

6.

X	30	35	31	38	41	48	50	55
Y	45	25	48	52	54	55	59	60

7.

X	30	25	31	32	38	41	40	46
Y	480	510	530	540	555	564	570	575

8.

X	2,07	2,12	2,11	2,58	2,89	2,92	3,01	3,12
Y	2,88	2,91	2,92	2,96	3,01	3,11	3,21	3,3

9.

X	1,8	2,1	2,8	3	3,2	3,8	3,9	4,2
Y	5,4	5,6	6,2	6,8	7,1	7,8	8,5	9

10.

X	70	75	82	89	95	100	105	115
Y	10,5	15,8	17,8	19,5	20,4	21,5	22,2	24,3

11.

X	4	5	5,5	6	6,8	7,5	8,5	10,8
Y	9,35	9,21	9,18	9,50	9,1	9,08	9,05	9,01

12.

X	5,2	5,8	5,9	6,2	6,9	7,2	7,5	8,5
Y	11	11,6	12,1	12,5	13,2	13,9	14,1	14,6

13.

X	170	180	200	230	240	250	280	300
Y	240	200	190	180	170	160	150	140

14.

X	15	16	17	18	19	20	21	22
Y	26,8	26,5	26,3	26,1	25,7	25,3	24,3	24,6

15.

X	62,1	61,1	61,0	60,5	60,0	59,0	58,5	58
Y	115	116	117	118	119	120	121	122

16.

X	2,2	2,35	2,42	2,58	2,65	2,69	2,74	2,88
Y	35,4	35	35,8	36,2	36,7	36,9	37,3	39

17.

X	-23,2	-24,1	-24,5	-25,1	-25,8	-26	-26,5	-27
Y	-14,7	-15,7	-16,4	-17,2	-17,5	-18,2	-18,6	-18,9

18.

X	56,5	56	55,5	55	54,5	54	53,5	53
Y	124	125	126	127	128	129	130	133

19.

X	1,23	1,33	1,43	1,53	1,63	1,73	1,83	1,93
Y	10,36	11,56	13,29	14,5	15,6	14,25	17,36	16,23

20.

X	83	92	112	132	144	154	162	189
Y	369	380	370	395	420	412	436	420

21.

X	0,41	0,48	0,56	0,66	0,72	0,79	0,85	0,86
Y	6,02	6,12	6,22	6,28	6,3	6,35	6,39	6,45

22.

X	50	50,2	52,8	53,5	54	56,8	58,5	60
Y	10,1	10,3	10,45	10,9	11,2	11,35	11,9	12,45

23.

X	14,5	15,9	25	28,5	30,5	36,8	40	45,8
Y	8,98	8,94	8,9	8,88	8,82	8,78	8,75	8,6

24.

X	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
Y	2,6	2,3	2,11	2	1,92	1,82	1,55	1,34

25.

X	16	19,75	23,10	26,44	29,79	33,13	36,89	44,54
Y	29	38	39	54	62	70	79	98

26.

X	2	7,5	12,5	14,5	16	18,5	20,	20,05
Y	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5

27.

X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Y	2	6	10	14	18	22	26	30

28.

X	1330	1340	1350	1360	1370	1380	1390	1400
Y	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32

29.

X	330	350	380	400	410	420	430	440
Y	110	100	90	80	70	65	60	55

30.

X	2,95	2,99	3,05	3,11	3,21	3,29	3,34	3,44
Y	39,1	40,5	42,4	43,8	45,6	46,9	48,5	49,4

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вища математика: Модульна технологія навчання : У 4 ч. : навч. посіб. У Ч. 4. Теорія ймовірностей і математична статистика / В. П. Денисюк, В.М. Бобков, Т. А. Погребецька, В. К. Репета. – 2-ге вид. доопрац. – К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. – 256 с.
2. Гончаренко Я. В. Теорія ймовірностей і математична статистика. Практикум – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2011. – 145 с.
3. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2-х ч. – Ч. II. Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
4. Зайцев Є. П. Теорія ймовірності і математична статистика. Базовий курс з індивідуальними завданнями і розв'язком типових варіантів: навч. посібн. – К. : Алерта, 2013. – 440 с.
5. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики / за ред. Р. К. Чорнея. – К. : МАУП, 2003. – 328 с.
6. Турчин В. М. Математична статистика. – Київ: Академія. – 1999. – 225 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Таблиця значень функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3969	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180

2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

x	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$\varphi(x)$	0,00013	0,0000589	0,0000249	0,0000101	0,0000040	0,0000015

Таблиця значень функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41308	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361

2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49638	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900
3,1	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976
3,5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983
3,6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989
3,7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992
3,8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995
3,9	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997

x	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$\Phi(x)$	0,4999683	0,4999867	0,4999946	0,4999979	0,4999992	0,4999997

Критичні точки розподілу $\chi^2(\alpha; k)$.

k	Рівень значущості α										
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,5	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,0 ⁴	0,0 ³	0,001	0,004	0,016	0,46	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	2,37	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	3,36	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	4,35	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	5,35	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	8,34	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	9,34	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	10,3	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	11,3	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	12,3	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	13,3	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	14,3	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	15,3	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	16,3	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	17,3	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,4	11,7	18,3	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	19,3	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0

21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	20,3	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	21,3	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	22,3	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	23,3	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	24,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	25,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	26,3	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	27,3	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	28,3	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	29,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
35	17,2	18,5	20,6	22,5	24,8	34,3	46,1	49,8	53,2	57,3	60,3
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	39,3	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
45	24,3	25,9	28,4	30,6	33,4	44,3	57,5	61,7	65,4	70,0	73,2
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	49,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
75	47,2	49,5	52,9	56,1	59,8	74,3	91,1	96,2	100,8	106,4	110,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	99,3	118,5	124,3	129,6	135,6	140,2

Критичні точки Стьюдента $t(\alpha; k)$.

k	Рівень значущості α						
	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	1,000	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	318
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,3
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,2
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552

21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160
∞	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

Критичні точки розподілу F Фішера-Снедекора $F(\alpha; k_1; k_2)$ (k_1 – число ступенів вільності більшої дисперсії, k_2 – число ступенів вільності меншої дисперсії).

$$\alpha = 0,95$$

k_2	k_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38
3	16,13	9,55	9,78	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,75	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,85	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,93	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,30	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39

21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,37	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88

$$\alpha = 0,95$$

k_2	k_1								
	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3
2	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49
3	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55
4	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66
5	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40
6	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70
7	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27
8	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97
9	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75
10	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58
11	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45
12	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34
13	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25
14	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18
15	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11
16	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06
17	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01
18	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97
19	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93
20	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90

21	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87
22	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84
23	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81
24	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79
25	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77
26	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75
27	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73
28	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71
29	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70
30	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68
40	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58
60	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47
120	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35
∞	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22

$$\alpha = 0,99$$

k_2	k_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052	4999,5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022
2	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,35
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46

21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07
40	7,31	5,18	4,31	3,53	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41

$$\alpha = 0,99$$

k_2	k_1								
	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339
2	99,40	99,42	99,43	99,45	99,46	99,47	99,47	99,48	99,49
3	27,23	27,05	26,87	26,69	26,60	26,50	26,41	26,32	26,22
4	14,55	14,37	14,20	14,02	13,93	13,84	13,75	13,65	13,56
5	10,05	9,89	9,72	9,55	9,47	9,38	9,29	9,20	9,11
6	7,87	7,72	7,56	7,40	7,31	7,23	7,14	7,06	6,97
7	6,62	6,47	6,31	6,16	6,07	5,99	5,91	5,82	5,74
8	5,81	5,67	5,52	5,36	5,28	5,20	5,12	5,03	4,95
9	5,26	5,11	4,96	4,81	4,73	4,65	4,57	4,48	4,40
10	4,85	4,71	4,56	4,41	4,33	4,25	4,17	4,08	4,00
11	4,54	4,40	4,25	4,10	4,02	3,94	3,86	3,78	3,69
12	4,30	4,16	4,01	3,86	3,78	3,70	3,62	3,54	3,45
13	4,10	3,96	3,82	3,66	3,59	3,51	3,43	3,34	3,25
14	3,94	3,80	3,66	3,51	3,43	3,35	3,27	3,18	3,09
15	3,80	3,67	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96
16	3,69	3,55	3,41	3,26	3,18	3,10	3,02	2,93	2,84
17	3,59	3,46	3,31	3,16	3,08	3,00	2,92	2,83	2,75
18	3,51	3,37	3,23	3,08	3,00	2,92	2,84	2,75	2,66
19	3,43	3,30	3,15	3,00	2,92	2,84	2,76	2,67	2,58
20	3,37	3,23	3,09	2,94	2,86	2,78	2,69	2,61	2,52

21	3,31	3,17	3,03	2,88	2,80	2,72	2,64	2,55	2,46
22	3,26	3,12	2,98	2,83	2,75	2,67	2,58	2,50	2,40
23	3,21	3,07	2,93	2,78	2,70	2,62	2,54	2,45	2,35
24	3,17	3,03	2,89	2,74	2,66	2,58	2,49	2,40	2,31
25	3,13	2,99	2,85	2,70	2,62	2,54	2,45	2,36	2,27
26	3,09	2,96	2,81	2,66	2,58	2,50	2,42	2,33	2,23
27	3,06	2,93	2,78	2,63	2,55	2,47	2,38	2,29	2,20
28	3,03	2,90	2,75	2,60	2,52	2,44	2,35	2,26	2,17
29	3,00	2,87	2,73	2,57	2,49	2,41	2,33	2,23	2,14
30	2,98	2,84	2,70	2,55	2,47	2,39	2,30	2,21	2,11
40	2,80	2,66	2,52	2,37	2,29	2,20	2,11	2,02	1,92
60	2,63	2,50	2,35	2,20	2,12	2,03	1,94	1,84	1,73
120	2,47	2,34	2,19	2,03	1,95	1,86	1,76	1,66	1,53
∞	2,32	2,18	2,04	1,88	1,79	1,70	1,59	1,47	1,32

Відповідальний за випуск: завідувач кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу кандидат фіз.-мат. наук, доц. Слюсарчук П.В.

Автор: канд. фіз.-мат. наук, доц. Синявська О.О.

Рецензенти: канд. фіз.-мат. наук, доц. Слюсарчук П.В.,
канд. фіз.-мат. наук, доц. Погоріляк О.О.

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ ДО ТИПОВИХ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ