ISSN: 1810-3022

ПРИКЛАДНА СТАТИСТИКА АКТУАРНА ТА ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

Заснований у 2000 році

видається двічі на рік

2014 рік

№ 1

Донецьк 2014

Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика: Наук. журнал / Донецький нац. ун-т. – 2014. - №1.- 152 с.

Журнал "Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика" приймає оригінальні статті та короткі повідомлення про математичне моделювання та керування різноманітними процесами природознавства, техніки та економіки, страхування, інвестування, фінансування, особливо в тих галузях, що спираються на стохастичні методи. Чекаємо на теоретичні дослідження, а також на статті про практичні засоби та алгоритми розв'язування задач. Усі статті рецензуються.

Свідоцтво про реєстрацію серія КВ № 16146-4618 ПР

Друкується за рішенням Вченої Ради Донецького національного університету

Адреса редколегії: кафедра теорії ймовірностей та математичної статистики, ДонНУ, вул. Університетська 24, Донецьк 83001, Україна.

Тел.: +38 (0622) 302-92-36

E-mail: a.baev@donnu.edu.ua

Applied statistics. Actuarial and financial mathematics: Scientific Journal / Donetsk National University. – 2014. - №1.-152 p.

Journal "Applied statistics. Actuarial and financial mathematics" will accept for publication original articles and short reports devoted to mathematical modeling, control of different natural, economic, technical, insurance, investment and financial processes especially in the domains based on stochastic methods. You are most welcome to submit results theoretical studies as well as articles on practical methods and algorithms for solution of problems. All articles will be revised.

Registration series КВ № 16146-4618 ПР

Printed by Authority of Academic Council of Donetsk National University

Contact Edit. Board at: Department of Probability Theory and Mathematical Statistics, Donetsk National University, Universitetskaya st. 24, Donetsk 83001, Ukraine.

Call us: +38 (0622) 302-92-36

E-mail: a.baev@donnu.edu.ua

CONTENTS

Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. № 1, 2014, С. 97-103 | № 1 2014 | Applied Statistics. Actuarial and Financial Mathematics. № 1, 2014, P. 97-103

УМОВИ РІВНОМІРНОЇ ЗБІЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РЯДІВ ІЗ ПРОСТОРІВ $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$

УДК 519.21

Млавець Ю.Ю.

Резюме. Продовжується вивчення просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ та знаходяться умови рівномірної збіжності випадкових функціональних рядів із цих просторів.

Резюме. Продолжается изучение пространств $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ и находятся условия равномерной сходимости случайных функциональных рядов из этих пространств.

Abstract. Spaces $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ are studied. Conditions of uniform convergence of random functional series from spaces $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ are found.

Received/Надійшла до редакції 22.06.2014

Ключові слова: рівномірна збіжність, випадкові функціональні ряди, простори $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Ключевые слова: равномерная сходимость, случайные функциональные ряды, пространства $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Keywords: uniform convergence, random functional series, spaces $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Простір $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ був введений С.В. Єрмаковим та Є.І. Островським у роботі [1], у якій доведено, що цей простір є простором Банаха з нормою $\|\xi\|_\psi = \sup\limits_{u\ge 1}\frac{\left(\mathrm{E}|\xi|^u\right)^{1/u}}{\psi(u)}$. В роботі [2] досліджено основні властивості просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$. В цій статті продовжується вивчення просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ та знаходяться умови рівномірної збіжності випадкових функціональних рядів із просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Означення 1. [2] *Нехай* $\psi(u)>0$, $u\ge 1$ *– монотонно зростаюча неперервна функція, така що* $\psi(u)\to\infty$ *при* $u\to\infty$. *Випадкова величина* ξ *належить простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, *якщо виконується умова:*

$$\sup_{u\ge 1}\frac{\left(E|\xi|^u\right)^{1/u}}{\psi(u)}<\infty.$$

Подібне означення сформульоване в роботі С.В. Єрмакова та Є.І. Островського [1]. Але там вимагалось, щоб $E\xi=0$, якщо $\xi\in\mathbf{F}_\psi(\Omega)$. Крім того розглядались випадкові величини, такі що $E|\xi|^u=\infty$ при певному $u>0$.

Доведено [1], що $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ є простором Банаха з нормою

$$\|\xi\|_\psi = \sup_{u\ge 1}\frac{\left(E|\xi|^u\right)^{1/u}}{\psi(u)}. \tag{1}$$

Теорема 1. [2] *Нехай випадкова величина* ξ *належить простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, *тоді для будь-якого* $\varepsilon>0$ *виконується нерівність:*

$$P\{|\xi|>\varepsilon\}\le\inf_{u\ge1}\frac{\|\xi\|_\psi^u(\psi(u))^u}{\varepsilon^u}.$$

Теорема 2. [2] *Нехай випадкова величина* ξ *належить простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ *і* $\psi(u)=u^\alpha$, *де* $\alpha>0$, *тоді для будь-якого* $\varepsilon\ge e^\alpha\|\xi\|_\psi$ *виконується нерівність:*

$$P\{|\xi|>\varepsilon\}\le\exp\left\{-\frac{\alpha}{e}\left(\frac{\varepsilon}{\|\xi\|_\psi}\right)^{1/\alpha}\right\}.$$

Теорема 3. [2] *Нехай випадкова величина* ξ *належить простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ *і* $\psi(u)=e^{au^\beta}$, *де* $a>0$, $\beta>0$, *тоді для будь-якого* $\varepsilon\ge e^{a(\beta+1)}\|\xi\|_\psi$ *виконується нерівність:*

$$P\{|\xi|>\varepsilon\}\le\exp\left\{-\frac{\beta}{a^{1/\beta}}\left(\frac{\ln\frac{\varepsilon}{\|\xi\|_\psi}}{\beta+1}\right)^{\frac{\beta+1}{\beta}}\right\}.$$

Теорема 4. [2] *Нехай випадкова величина* ξ *належить простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ *і* $\psi(u)=(\ln(u+1))^\lambda$, *де* $\lambda>0$, *тоді для будь-якого* $\varepsilon>0$ *виконується нерівність:*

$$P\{|\xi|>\varepsilon\}\le e^\lambda\exp\left\{-\lambda\exp\left\{\left(\frac{\varepsilon}{\|\xi\|_\psi}\right)^{1/\lambda}\frac{1}{e}\right\}\right\}.$$

Означення 2. [2] Додатно неспадна числова послідовність $(\kappa(n),n\ge1)$ називається M-характеристикою (мажоруючою характеристикою) простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо для будь-яких випадкових величин $\xi_i, i=1,2,\dots,n$ із цього простору виконується нерівність:

$$\left\|\max_{1\le i\le n}|\xi_i|\right\|_\psi\le\kappa(n)\max_{1\le i\le n}\|\xi_i\|_\psi.$$

Теорема 5. [2] *Послідовність*

$$\kappa(n)=\sup_{u\ge1}\inf_{v>0}n^{\frac{1}{u+v}}\frac{\psi(u+v)}{\psi(u)}$$

є мажоруючою характеристикою простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Теорема 6. [2] *Послідовність*

$$\kappa(n)=\frac{1}{e^a}\exp\left\{S(a,\beta)(\ln n)^{\frac{\beta}{\beta+1}}\right\},$$

де $S(a,\beta)=(\beta a)^{\frac{1}{\beta+1}}(\beta^{-1}+1)$ *є мажоруючою характеристикою простору* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, *де* $\psi(u)=e^{au^\beta}$, $a>0$, $\beta>0$, *а* $\kappa(1)=1$.

Теорема 7. [2] *Послідовність*

$$\kappa(n)=\left(\frac{e}{\alpha}\right)^\alpha(\ln n)^\alpha$$

є мажоруючою характеристикою простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ *при* $n>1$*, де* $\psi(u)=u^\alpha, \alpha>0$*, а* $\kappa(1)=1$.

Теорема 8. [2] *Послідовність*

$$\kappa(n)=e\left(\frac{\ln(\ln n+2)}{\ln 2}\right)^\lambda$$

є мажоруючою характеристикою простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$*, де* $\psi(u)=\left(\ln(u+1)\right)^\lambda$*,* $\lambda>0$ *при* $n>1$*, а* $\kappa(1)=1$.

Означення 3. [2] Скажемо, що для просторів Банаха $B(\Omega)$ випадкових величин виконується умова $\mathbf{H}$, якщо існує абсолютна константа C_B така, що для будь-яких центрованих незалежних випадкових величин $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ із $B(\Omega)$ виконується нерівність:

$$\left\|\sum_{i=1}^{n}\xi_i\right\|^2 \le C_B\sum_{i=1}^{n}\left\|\xi_i\right\|^2.$$

Константу C_B назвемо масштабною константою простору $B(\Omega)$. Для всіх просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ константу $C_{\mathbf{F}_\psi(\Omega)}$ будемо позначати C_ψ.

Означення 4. [2] Скажемо, що випадковий процес $X=\{X(t),t\in T\}$, де T – деяка параметрична множина, належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо для будь-якого $t\in T$ випадкова величина $X(t)$ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Приклад 1. Розглянемо випадковий процес $X=\{X(t),t\in T\}$, такий що

$$X(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k L_k(t), \tag{2}$$

де ξ_k належать простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, $L_k(t)$ – деякі функції. Оскільки $\|X(t)\|_\psi \le \sum_{k=1}^{\infty}\|\xi_k\|_\psi |L_k(t)|$ і якщо для всіх $t\in T$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\|\xi_k\|_\psi |L_k(t)|<\infty, \tag{3}$$

тоді, очевидно, що $X(t)$ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, тобто $X\in\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ і ряд (2) збігається в нормі простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ для кожного $t\in T$.

Зауважимо, що справджується така нерівність:

$$\|X(t)-X(s)\|_\psi=\left\|\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k\left(L_k(t)-L_k(s)\right)\right\|_\psi \le \sum_{k=1}^{\infty}\|\xi_k\|_\psi |L_k(t)-L_k(s)|.$$

Ряд (2) зручно записувати у такий спосіб:

$$X(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\eta_k\lambda_k L_k(t),$$

де $\|\eta_k\|_\psi=1$, $\lambda_k>0$ – константи. Тоді умова (3) має вигляд:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k |L_k(t)|<\infty.$$

Приклад 2. Нехай η_k – незалежні центровані випадкові величини з простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ для якого виконується умова $\mathbf{H}$, де $\|\eta_k\|_\psi=1$. Позначимо $X(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\eta_k\lambda_k L_k(t)$,

$\lambda_k > 0$. Нехай для кожного $t \in T$ збігається ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 L_k^2(t)$, тоді $X(t)$ належить простору $\mathbf{F}_{\psi}(\Omega)$ і $EX(t) = 0$ та справджується нерівність

$$\|X(t)\|_{\psi}^2 \le C_{\psi} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 L_k^2(t),$$

де C_{ψ} – константа з означення 3. Оскільки

$$\|X(t)\|_{\psi}^2 \le C_{\psi} \sum_{k=1}^{\infty} \|\eta_k \lambda_k L_k(t)\|_{\psi}^2 = C_{\psi} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 L_k^2(t),$$

тоді в цьому випадку

$$\|X(t) - X(s)\|_{\psi}^2 \le C_{\psi} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 \left(L_k(t) - L_k(s)\right)^2.$$

Приклад 3.1 Нехай $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $t \in T$ – гауссові випадкові процеси, $E\xi_1(t) = 0$, $E\xi_2(t) = 0$, $E\xi_1^2(t) = \sigma_1^2(t)$, $E\xi_2^2(t) = \sigma_2^2(t)$. Розглянемо процес

$$\eta(t) = b_1(t)\exp\{\xi_1(t)c_1(t)\} + b_2(t)\exp\{\xi_2(t)c_2(t)\},$$

де $b_i(t)$, $c_i(t)$, $i = 1,2$ – обмежені функції. Покажемо, що $\eta(t)$ належить простору $\mathbf{F}_{\psi}(\Omega)$, де $\psi(u) = e^{u^{\alpha}}$, $\alpha > 1$ і оцінимо норму цього процесу. Таким чином,

$$\|\eta(t)\|_{\psi} = \|b_1(t)\exp\{\xi_1(t)c_1(t)\} + b_2(t)\exp\{\xi_2(t)c_2(t)\}\|_{\psi} \le$$
$$\le |b_1(t)|\|\exp\{\xi_1(t)c_1(t)\}\|_{\psi} + |b_2(t)|\|\exp\{\xi_2(t)c_2(t)\}\|_{\psi}.$$

Позначимо $\eta_1(t) = \exp\{\xi_1(t)c_1(t)\}$, а $\eta_2(t) = \exp\{\xi_2(t)c_2(t)\}$. Розглянемо $\eta_1(t)$ (для $\eta_2(t)$ все робиться аналогічно). Із нерівності (1) отримаємо, що

$$\|\eta_1(t)\|_{\psi} = \sup_{u \ge 1} \frac{\left(E|\eta_1(t)|^u\right)^{1/u}}{e^{u^{\alpha}}}. \tag{4}$$

Оскільки $\left(E\left(\eta_1(t)\right)^u\right)^{1/u} = \exp\left\{\dfrac{u\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2}\right\}$, тоді підставляємо це значення в рівність (4) і отримаємо:

$$\|\eta_1(t)\|_{\psi} = \sup_{u \ge 1} \frac{\exp\left\{\dfrac{u\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2}\right\}}{e^{u^{\alpha}}}. \tag{5}$$

Із рівності

$$\left(\frac{u\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2} - u^{\alpha}\right)' = \frac{\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2} - \alpha u^{\alpha-1} = 0$$

випливає, що супремум досягається в точці $u = \left(\dfrac{\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$. Підставляючи значення u в рівність (5), одержимо:

$$\|\eta_1(t)\|_{\psi} = \exp\left\{\frac{\alpha-1}{\alpha^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}\left(\frac{\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right\}.$$

Отже,

$$\|\eta(t)\|_\psi \le |b_1(t)|\exp\left\{\frac{\alpha-1}{\alpha^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}\left(\frac{\sigma_1^2(t)c_1^2(t)}{2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right\}+$$
$$+|b_2(t)|\exp\left\{\frac{\alpha-1}{\alpha^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}\left(\frac{\sigma_2^2(t)c_2^2(t)}{2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right\}.$$

Означення 5. [3] Метричною масивністю $N(u)$ компактного метричного простору (T,ρ) називається найменше число замкнених куль радіуса не більше u, що покривають множину T.

Теорема 9. [2] *Нехай $T=(T,\rho)$ – компактний метричний простір, $N(u)$ – метрична масивність простору (T,ρ), $X=\{X(t),t\in T\}$ – сепарабельний випадковий процес із простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, $\kappa(n)$ – мажоруюча характеристика простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, а $\kappa(u)$, $u\ge 1$ – будь-яка монотонно зростаюча функція, що співпадає з $\kappa(n)$ при цілих $n\ge 1$. Нехай існує така функція*

$$\sigma=\left\{\sigma(h),\, 0\le h\le \sup_{t,s\in T}\rho(t,s)\right\},$$

що $\sigma(h)$ – неперервна, монотонно зростає та $\sigma(0)=0$ і

$$\sup_{\rho(t,s)\le h}\|X(t)-X(s)\|_\psi \le \sigma(h).$$

Якщо для будь-якого $z>0$ виконується умова

$$\int_0^z \kappa\left(N\left(\sigma^{(-1)}(u)\right)\right)du<\infty,$$

де $\sigma^{(-1)}(u)$ – обернена функція до $\sigma(u)$, тоді з імовірністю одиниця випадкова величина $\sup_{t\in T}|X(t)|$ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ та

$$\left\|\sup_{t\in T}|X(t)|\right\|_\psi \le B(p),$$

де $B(p)=\inf_{t\in T}\|X(t)\|_\psi+\dfrac{1}{p(1-p)}\displaystyle\int_0^{\gamma p}\kappa\left(N\left(\sigma^{(-1)}(u)\right)\right)du$, $\gamma=\sigma\left(\sup_{t,s\in T}\rho(t,s)\right)$, p – будь-яке число, що $0<p<1$.

Наслідок 1. [2] *Нехай для процесу $X=\{X(t),t\in T\}$, який належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ виконуються умови теореми 9, тоді для будь-якого $\varepsilon>0$ виконується нерівність:*

$$P\left\{\sup_{t\in T}|X(t)|>\varepsilon\right\}\le \inf_{u\ge 1}\frac{B^u(p)(\psi(u))^u}{\varepsilon^u}.$$

Нехай

$$Y(t)=\sum_{k=1}^{\infty}Y_k(t) \qquad (6)$$

(T,ρ) – компактний метричний простір, ρ – метрика, $t\in T$.

Означення 6. Скажемо, що ряд (6) збігається в нормі простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо $Y_k(t)$ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ та $\|Y(t)-S_n(t)\|_\psi \to 0$ при $n \to 0$, де $S_n(t)=\sum_{k=1}^{n} Y_k(t)$.

Зауважимо, що для збіжності ряду (6) до випадкового процесу з простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ достатньо, щоб виконувалась умова:

$$\lim_{n,m\to\infty} \|S_n(t)-S_m(s)\|_\psi \to 0.$$

Теорема 10. *Нехай $Y_k(t)$ – випадкові процеси з простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, ряд* (6) *при кожному $t \in T$ збігається у нормі простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$. Крім того, випадкові процеси $Y_k(t)$ та $Y(t)$ – сепарабельні, $Z_n(t)=Y(t)-S_n(t)$,* де $S_n(t)=\sum_{k=1}^{n} Y_k(t)$. *Нехай існують функції $\sigma_n(h)$ такі, що $\sigma_n(h)$ відносно h монотонно зростають, неперервні та $\sigma_n(0)=0$, $\sigma_n(h)\to 0$ при $n\to\infty$, причому*

$$\sup_{\rho(t,s)\le h} \|Z_n(t)-Z_n(s)\|_\psi \le \sigma_n(h).$$

Нехай $\sigma(h)=\sup_{n\ge 1}\sup_{\rho(t,s)\le h}\sigma_n(h)$. Для будь-якого $z>0$ виконується умова

$$\int_0^z \kappa\left(N\left(\sigma^{(-1)}(u)\right)\right)du < \infty,$$

де $\kappa(u)$ – мажоруюча характеристика простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

Тоді ряд (6) *збігається рівномірно на (T,ρ) за ймовірністю. Тобто для будь-якого $x>0$*

$$P\left\{\sup_{t\in T}|Y(t)-S_n(t)|>x\right\}\to 0$$

при $n\to\infty$.

Крім того, при будь-якому $0<p<1$ справджуються нерівності

$$\left\|\sup_{t\in T}|Y(t)-S_n(t)|\right\|_\psi \le B_n(p), \tag{7}$$

де $B_n(p)=\inf_{t\in T}\|Y(t)-S_n(t)\|_\psi+\dfrac{1}{p(1-p)}\displaystyle\int_0^{\gamma_n p}\kappa\left(N\left(\sigma_n^{(-1)}(u)\right)\right)du$, $\gamma_n=\sigma_n\left(\sup_{t,s\in T}\rho(t,s)\right)$ *і для будь-якого $\varepsilon>0$ виконується нерівність*

$$P\left\{\sup_{t\in T}|Y(t)-S_n(t)|>\varepsilon\right\}\le \inf_{u\ge 1}\frac{B_n^u(p)(\psi(u))^u}{\varepsilon^u}. \tag{8}$$

Доведення теореми 10. З теореми 9 випливає, що при кожному $n\ge 1$ справедливо

$$\left\|\sup_{t\in T}|Z_n(t)|\right\|\le B_n(p).$$

Оскільки $\sigma_n(h)\le\sigma(h)$, тоді для будь-якого $\varepsilon>0$

$$\int_0^\varepsilon \kappa\left(N\left(\sigma_n^{(-1)}(u)\right)\right)du < \int_0^\varepsilon \kappa\left(N\left(\sigma^{(-1)}(u)\right)\right)du<\infty.$$

За теоремою 9 та наслідком 1 при будь-якому $0<p<1$ справджуються нерівності (7) та (8).

Оскільки $\inf\limits_{t\in T}\|S_n(t)-Y(t)\|\to 0$ при $n\to\infty$, тоді і $B_n(p)\to 0$ при $n\to\infty$. Отже,

$$P\left\{\sup_{t\in T}|Y(t)-S_n(t)|>\varepsilon\right\}\to 0$$

при $n\to\infty$.

Приклад 4. Розглянемо простір $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, де $\psi(u)=u^\alpha$, $\alpha>0$, то з теореми 10 та теореми 2 при $\varepsilon\ge e^\alpha B_n(p)$ отримаємо:

$$P\left\{\sup_{t\in T}\|Y(t)-S_n(t)\|>\varepsilon\right\}\le\exp\left\{-\frac{\alpha}{e}\left(\frac{\varepsilon}{B_n(p)}\right)^{1/\alpha}\right\}.$$

Приклад 5. Розглянемо простір $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, де $\psi(u)=e^{au^\beta}$, $\alpha>0$, $\beta>0$, то з теореми 10 та теореми 3 при $\varepsilon\ge e^{a(\beta+1)}B_n(p)$ дістанемо:

$$P\left\{\sup_{t\in T}|Y(t)-S_n(t)|>\varepsilon\right\}\le\exp\left\{-\frac{\beta}{a^{1/\beta}}\left(\frac{\ln\frac{\varepsilon}{B_n(p)}}{\beta+1}\right)^{\frac{\beta+1}{\beta}}\right\}.$$

Приклад 6. Розглянемо простір $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, де $\psi(u)=\left(\ln(u+1)\right)^\lambda$, $\lambda>0$, то з теореми 10 та теореми 4 при $\varepsilon>0$ маємо:

$$P\left\{\sup_{t\in T}\|Y(t)-S_n(t)\|>\varepsilon\right\}\le e^\lambda\exp\left\{-\lambda\exp\left\{\left(\frac{\varepsilon}{B_n(p)}\right)^{1/\lambda}\frac{1}{e}\right\}\right\}.$$

Висновки.

В статті продовжується вивчення основних властивостей просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ та оцінок розподілу супремумів випадкових процесів з цих просторів, що задані на компакті. Знайдено умови рівномірної збіжності випадкових функціональних рядів із просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ермаков С.В. Условия непрерывности, экспоненциальные оценки и центральная предельная теорема для случайных полей / С.В. Ермаков, Е.И. Островский // Деп. в ВИНИТИ. — 1986. — № 3752.—В.86.0. —С. 42.
2. Козаченко Ю.В. Простори Банаха випадкових величин $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ / Ю.В. Козаченко, Ю.Ю. Млавець // Теорія ймовірностей та математична статистика. – 2012. – Т. 86. – С. 92–107.
3. Buldygin V.V. Metric Characterization of Random Variables and Random Processes / V.V. Buldygin and Yu.V. Kozachenko. — AMS. — Providence. — RI. — 2000. — 253 p.