Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича
Chernivtsi Yuri Fed'kovych National University

IV МІЖНАРОДНА ГАНСЬКА КОНФЕРЕНЦІЯ,

присвячена 135 річниці від дня народження Ганса Гана

IV INTERNATIONAL HAHN CONFERENCE

dedicated to the 135-th anniversary of Hans Hahn

30 червня – 5 липня, 2014, Чернівці, Україна

June 30 – July 5, 2014, Chernivtsi, Ukraine

IV міжнародна ганська конференція, присвячена 135 річниці від дня народження Ганса Гана. Тези доповідей. – Чернівецький національний університет, 2014. – 268 с.

Програмний комітет:

Організаційний комітет:

Зміст

При цьому покладемо $L^{\bar{\psi}}S_p = L_p^{\bar{\psi}}\,(1 < p < \infty)$. Отримаємо точні порядкові оцінки верхніх граней відхилень $\delta_n\,(f;x)$ у випадку, коли $f\,(\cdot)$ - $\bar{\psi}$– інтеграл деякої функції $g \in L$ і тому

$$S\left[\delta_n\left(f;x;U_n^{\varphi,\sigma}\right)\right] = \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\varphi\,(k)}{\varphi\,(n)}\sigma\left(\frac{k}{n}\right)\left(a_k(f)\cos kx + b_k(f)\sin kx\right) +$$

$$+\sum_{k=n}^{\infty} a_k(f)\cos kx + b_k \sin kx.$$

Означимо функції μ_k і $\tilde{\mu}_k$ наступним чином:

$$\mu_k = \begin{cases} \frac{\varphi(k)}{\varphi(n)}\frac{\psi_1(k)}{\bar{\psi}^2(k)}\sigma\left(\frac{k}{n}\right), 0 \le k < n, \\ \frac{\psi_1(k)}{\bar{\psi}^2(k)}, k \ge n \end{cases} \quad \tilde{\mu}_k = \begin{cases} \frac{\varphi(k)}{\varphi(n)}\frac{\psi_2(k)}{\bar{\psi}^2(k)}\sigma\left(\frac{k}{n}\right), 0 \le k < n, \\ \frac{\psi_2(k)}{\bar{\psi}^2(k)}, k \ge n. \end{cases}$$

Через P позначимо множину пар (ψ_1, ψ_2), для яких справедливі співвідношення:

$$1)\, \sup_k |\mu_k| \le A\nu(n);$$

$$2)\, \sup_{m \in N} \sum_{k=2^m}^{2^{m+1}} |\mu_{k+1} - \mu_k| \le A\nu(n);$$

де

$$\nu(n) = \max\left\{\sup\left|\frac{1}{\varphi\,(n)}\right|\left|\varphi\,(k)\,\frac{\psi_1(k)}{\bar{\psi}^2(k)}\sigma\left(\frac{k}{n}\right)\right|;\right.$$

$$\left.\sup\left|\frac{1}{\varphi\,(n)}\right|\left|\varphi\,(k)\,\frac{\psi_2(k)}{\bar{\psi}^2(k)}\sigma\left(\frac{k}{n}\right)\right|; \sup\left|\bar{\psi}\,(k)\right|\right\} < \infty, A = const.$$

Ці співвідношення повинні виконуватися і для $\tilde{\mu}_k$. В прийнятих позначеннях справедливе наступне твердження:

Теорема. *Нехай $1 < s \le p < \infty, (\psi_1, \psi_2) \in P$. Тоді знайдуться сталі $C_{p,s}^{(1)}$ і $C_{p,s}^{(2)}$ для яких при всіх $n \in N$ виконуються нерівності*

$$C_{p,s}^{(2)}\nu(n) \le \mathcal{E}_n\left(L_p^{\bar{\psi}}\right) \le C_{p,s}^{(1)}\nu(n)$$

при цьому $C_{p,s}^{(1)}$ і $C_{p,s}^{(2)}$ - сталі, залежні тільки від p і s.

e-mail: ir-kov@ukr.net

Про оцінку розподілів норм в $L_p(T)$ випадкових процесів із просторів $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$

Козаченко Ю.В., Млавець Ю.Ю.

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ДВНЗ "УжНУ", Ужгород, Україна

Означення 1. [1] Нехай $\psi(u) > 0$, $u \ge 1$ – монотонно зростаюча неперервна функція, така що $\psi(u) \to \infty$ при $u \to \infty$. Випадкова величина ξ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо виконується умова

$$\sup_{u \ge 1}\frac{\left(E|\xi|^u\right)^{1/u}}{\psi(u)} < \infty.$$

Доведено [2], що $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ є простором Банаха з нормою $\|\xi\|_\psi = \sup_{u\ge1}\frac{(E|\xi|^u)^{1/u}}{\psi(u)}$.

Теорема 2. *Нехай ν – σ-скінченна міра в компактному метричному просторі (T,ρ), $X = \{X(t),\ t \in T\}$ – випадковий, вимірний процес із простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$. Для деякого $p \ge 1$ виконується умова*

$$\int_T \|X(t)\|_\psi^p \, d\nu(t) < \infty.$$

Тоді:

1) з імовірністю одиниця існує інтеграл $\int_T |X(t)|^p \, d\nu(t)$ та має місце нерівність:

$$\left\|\left(\int_T |X(t)|^p \, d\nu(t)\right)^{1/p}\right\|_\psi \le \frac{\psi(p)}{\psi(1)}\left(\int_T \|X(t)\|_\psi^p \, d\nu(t)\right)^{1/p};$$

2) для будь-якого $\varepsilon > 0$ справедлива нерівність:

$$P\left\{\left(\int_T |X(t)|^p \, d\nu(t)\right)^{1/p} > \varepsilon\right\} \le$$

$$\le \inf_{u\ge 1} \frac{\left(\frac{\psi(p)}{\psi(1)}\right)^u \left(\int_T \|X(t)\|_\psi^p \, d\nu(t)\right)^{u/p} (\psi(u))^u}{\varepsilon^u}.$$

[1] Ю. В. Козаченко, Ю. Ю. Млавець *Простори Банаха випадкових величин* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, Теорія ймовірностей та математична статистика, **86** (2012), 92–107.

[2] С.В. Ермаков, Е.И. Островский *Условия непрерывности, экспоненциальные оценки и центральная предельная теорема для случайных полей*, Деп. в ВИНИТИ. **3752-В.86.0.** (1986), 42.

e-mail: yura-mlavec@ukr.net

Властивості розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності на прямій з випадковою правою частиною

Козаченко Ю.В., Сливка-Тилищак Г.І.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна

Розглянемо неоднорідне рівняння теплопровідності, яке задане на прямій [1]:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \xi(x,t), \ -\infty < x < +\infty, \quad t > 0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = 0, \quad -\infty < x < +\infty. \tag{2}$$

Нехай $\xi(x,t) = \{\xi(x,t), \ x \in R, \ t > 0\}$ — вибірково-неперервне з імовірністю одиниця випадкове поле з простору $Sub_\varphi(\Omega)$, таке що $E\xi(x,t) = 0$, $E(\xi(x,t))^2 < +\infty$. $B(x,t,z,s) = E\xi(x,t)\xi(y,s)$. Розв'язок задачі записується у вигляді

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(yx) G(y,t) dy, \tag{3}$$

де

$$G(y,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-a^2 y^2 (t-\tau)} \tilde{\xi}(y,\tau) d\tau, \ \tilde{\xi}(y,\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(yx) \xi(x,\tau) dx.$$

Теорема 1. *Нехай $\xi(x,t)$ — вибірково-неперервне випадкове поле з простору $SSub_\varphi(\Omega)$, де $\varphi(x)$ – така функція, що $\varphi(x) = \frac{|x|^p}{p}$ при $|x| > 1$, $p > 1$, із заданою коваріаційною функцією $B(x,t,v,s)$. Нехай виконуються умови:*

1) для всіх $t > 0$, $s > 0$ існують похідні $\frac{\partial^k B(x,t,v,s)}{\partial x^l \partial v^m}$, $k = 0, \ldots 4$, $l + m = k$;

2) для всіх $t > 0$, $s > 0$
$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\frac{\partial^k B(x,t,v,s)}{\partial x^l \partial v^m}\right| dx dx \le B(k,l,m) < \infty, \ k = 0, \ldots 4, \ l + m = k;$$

3) для всіх $t > 0$, $s > 0$
$$\frac{\partial^k B(x,t,v,s)}{\partial x^l \partial v^m} \to 0, k = 0, \ldots 4, \ l + m = k, \text{ при } x \to \infty \text{ або } v \to \infty;$$

4) для деяких $\Theta > 0$, $\Theta_1 > 0$, $\Theta_2 > 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(E\,|\xi(x,\tau)|^2\right)^{\frac{1}{2}} dx < \Theta; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \left(E\left|\frac{\partial \xi(x,\tau)}{dx}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \Theta_1;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(E\left|\frac{\partial^2 \xi(x,\tau)}{dx^2}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \Theta_2.$$

Тоді функція $u(x,t)$, що зображена у вигляді (3) буде класичним розв'язком задачі (1)–(2).

В роботі також отримано оцінки для розподілу супремуму розв'язку даної задачі на компактному просторі і на нескінченості.