Івано-Франківське математичне товариство

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта
20 – 26 лютого 2012

Івано-Франківськ, 2012

Івано-Франківське математичне товариство
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта
20 – 26 лютого 2012

Івано-Франківськ, 2012

Всеукраїнська наукова конференція "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу"//Тези доповідей. – Івано-Франківськ, 2012. – 64 с.

Частина I

Пленарні доповіді

ЗАДАЧА ПРО СКЛЕЮВАННЯ ДВОХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ: УМОВА СПРЯЖЕННЯ ТИПУ ВЕНТЦЕЛЯ ТА УЗАГАЛЬНЕНІ ДИФУЗІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ В РОЗУМІННІ ПОРТЕНКА

Копитко Богдан Іванович, Новосядло Андрій Федорович

Львівський національний університет імені Івана Франка

bohdan.kopytko@gmail.com, nandrew183@gmail.com

Задача про склеювання двох дифузійних процесів виникає при дослідженні проблеми, пов'язаної з побудовою математичної моделі фізичного явища дифузії в скінченновимірному евклідовому просторі, де на деякій поверхні є розташована мембрана. В [1] показано, що певний тип розташованих на деякій поверхні мембран можна отримати, збурюючи звичайний дифузійний процес векторним полем, яке діє в напрямку конормалі і має структуру δ-функції. В результаті такого збурення з'являється новий неперервний феллерівський процес, для якого дифузійні характеристики існують лише в узагальненому сенсі (точніше, у даному випадку узагальненою функцією буде лише вектор переносу). Метод побудови такого типу процесів ґрунтується на інтегральних та інтегро-диференціальних рівняннях для густини ймовірності переходу шуканого процесу. Постановка розглядуваної нами задачі передбачає, що середовища, розділені між собою поверхнею, де є розташована мембрана, можуть бути різними за своїми дифузійними характеристиками, а поведінка породжених цими характеристиками дифузійних процесів після їх потрапляння на згадану поверхню визначається заданою на ній умовою спряження типу Вентцеля [2]. Розв'зання цієї задачі для різних часткових випадків умови спряження типу Вентцеля також приводить до побудови узагальнених дифузійних процесів в розумінні М.І. Портенка з відповідними типами мембран. До того ж тут узагальненими функціями можуть бути як вектор переносу, так і матриця дифузії. Побудова таких процесів, як і в [1], здійснюється нами за допомогою методів класичної теорії потенціалу.

[1] *Портенко М.І.* Процеси дифузії в середовищах з мембранами, Інститут математики НАН України, Київ, (1995).

[2] *Вентцель А.Д.* О граничных условиях для многомерных диффузионных процессов // Теория вероятн. и ее примен. - 1959. - 4, №2. - с. 172-185.

ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ І НАДІЙНІСТЮ

Млавець Юрій Юрійович

ДВНЗ "Ужгородський національний університет"

yura-mlavec@ukr.net

Досліджується метод Монте-Карло підрахунку інтегралів

$$I(t) = \int_{R^d} \dots \int f(t, \vec{x}) p(\vec{x}) d\vec{x}, \ t \in \mathbf{T},$$

де $p(\vec{x})$ – щільність розподілу деякого випадкового вектору. Знайдено умови, за яких ці інтеграли можна обчислити із заданою надійністю і точністю в просторі $\mathbf{C(T)}$. Розглянуто також випадок, коли інтеграли не залежать від параметру t. При отриманні цих результатів використовувались методи теорії випадкових процесів з просторів Орліча.

[1] *V.V. Buldygin and Yu.V. Kozachenko.* Metric Characterization of Random Variables and Random processes, American Mathematical Society, Providence, Rhode (2000).

[2] *O. Kurbanmuradov and K. Sabelfeld.* Exponential bounds for the probability deviations of sums of random fields, Monte Carlo Methods and Appl., Vol. 12, No. 3-4, pp. 211-229 (2006)

[3] *Yu.V.Kozachenko and Yu.Yu.Mlavets.* Probability of large deviations of sums of random processes from Orlicz space, Monte Carlo Methods Appl., No. 17, pp. 155-168 (2011)

ПЕРІОДИЧНІ БІЛІ ШУМИ ТА МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ

М.Приймак, О.Маєвський, О.Мацюк

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

kaf_KN@tu.edu.te.ua, alexmajevskiy@gmail.com, alexandr.matsyuk@gmail.com

Досліджуючи системи масового обслуговування (СМО), основну увагу привертають їх вхідні потоки замовлень, структура системи, встановлені правила обслуговування замовлень, ефективність функціонування системи. Першочерговим у вивченні, очевидно, є вхідні потоки, оскільки їх властивості суттєво використовуються в інших задачах

СМО. Відомо [1], що добре вивченими є стаціонарні потоки. Однак розглядаючи роботу систем на достатньо тривалих інтервалах часу, для багатьох із них спостерігається стохастична періодичність (ритмічність) їх функціонування, причому тут чітко виявляються дві причини, що породжують ритмічність – добове обертання Землі та річний цикл руху Землі навколо Сонця. Яким же чином в подібних випадках враховувати та досліджувати стохастичну періодичність?

Мета роботи - провести огляд випадкових процесів і шумів, які дають змогу враховувати стохастичну періодичність, та розглянути можливості їх використання в задачах дослідження СМО.

Нагадаємо деякі означення, в основі яких лежать процеси з незалежними приростами [2].

Означення 1. Випадковий з незалежними приростами процес $\eta(t)$ називається процесом з незалежними T-періодичними приростами, якщо існує таке число $T > 0$, що розподіли приростів $\Delta_h \eta(t) = \eta(t+h) - \eta(t)$ є періодичним по t з періодом T.

Означення 2. Періодичним білим шумом (у вузькому розумінні) називається узагальнена похідна від процесу з незалежними періодичними приростами.

Означення 1 і 2 дають можливість провести класифікацію процесів з незалежними приростами та відповідно періодичних білих шумів.

Означення 1а. Пуассонівським процесом з періодичними приростами називається процес з незалежними періодичними приростами, причому прирости мають пуассонівський розподіл.

Означення 2а. Пуассонівським періодичним білим шумом називається узагальнена похідна від пуассонівського процесу з періодичними приростами.

Аналогічно до означень 1а та 2а в [3] визначений вінерівський процес з періодичними приростами та нормальний періодичний білий шум.

Крім періодичних шумів з неперервним аргументом має місце різноманітні класи дискретних періодичних шумів (д.п.ш.).

Означення 3. Дискретний білий шум $\{\eta_j, j \in Z\}$, що є послідовністю незалежних випадкових величин, називається періодичним дискретним шумом, якщо існує таке число $L > 0$, що його функція розподілу є періодичною з періодом L, тобто

$$F(x, j) = P\{\eta_j < x\} = F(x; j + L) \tag{1}$$

Означення дискретного білого шуму є найбільш загальним, оскільки в ньому не вказується функція розподілу. Конкретизуючи функцію розподілу, отримаємо різні класи дискретних білих шумів [3]. Для прикладу наведемо лише два із них.

Означення 4. Періодичний шум $\{\eta_j, j \in Z\}$ є пуассонівським періодичним шумом, якщо випадкові величини η_j мають розподіл Пуассона, тобто $P\{\eta_j = k\} = \frac{\lambda_j^k}{k!} e^{-\lambda_j}$, причому параметр λ_j є періодичним з деяким періодом $L > 1 : p_j = p_{j+L} \cdot j \in Z$.

Означення 5. Білий шум $\{\eta_j, j \in Z\}$ є експоненційним (показниковим) періодичним білим шумом, якщо випадкові величин η_j мають показників розподіл, тобто густина

Зміст