

Івано-Франківське математичне товариство  
Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ  
ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
ТА  
МАТЕМАТИЧНОГО  
АНАЛІЗУ

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта  
20 – 26 лютого 2012

Івано-Франківськ, 2012

Івано-Франківське математичне товариство  
Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника

**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
ТА  
МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта  
20 – 26 лютого 2012

Івано-Франківськ, 2012

**Організаційний комітет:**

Загороднюк Андрій Васильович

Осипчук Михайло Михайлович

Шарин Сергій Володимирович

Соломко Андрій Васильович

Слободян Світлана Ярославівна

Дубей Марія Володимирівна

## Частина I

# Пленарні доповіді

### ЗАДАЧА ПРО СКЛЕЮВАННЯ ДВОХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ: УМОВА СПРЯЖЕННЯ ТИПУ ВЕНТЦЕЛЯ ТА УЗАГАЛЬНЕНІ ДИФУЗІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ В РОЗУМІННІ ПОРТЕНКА

Копитко Богдан Іванович, Новосядло Андрій Федорович

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

bohdan.kopytko@gmail.com, nandrew183@gmail.com

Задача про склеювання двох дифузійних процесів виникає при дослідженні проблеми, пов'язаної з побудовою математичної моделі фізичного явища дифузії в скінченновимірному евклідовому просторі, де на деякій поверхні є розташована мембрана. В [1] показано, що певний тип розташованих на деякій поверхні мембран можна отримати, збурюючи звичайний дифузійний процес векторним полем, яке діє в напрямку конормалі і має структуру  $\delta$ -функції. В результаті такого збурення з'являється новий неперервний феллерівський процес, для якого дифузійні характеристики існують лише в узагальненому сенсі (точніше, у даному випадку узагальненою функцією буде лише вектор переносу). Метод побудови такого типу процесів ґрунтується на інтегральних та інтегро-диференціальних рівняннях для густини ймовірності переходу шуканого процесу. Постановка розглядуваної нами задачі передбачає, що середовища, розділені між собою поверхнею, де є розташована мембрана, можуть бути різними за своїми дифузійними характеристиками, а поведінка породжених цими характеристиками дифузійних процесів після їх потрапляння на згадану поверхню визначається заданою на ній умовою спряження типу Вентцеля [2]. Розв'язання цієї задачі для різних часткових випадків умови спряження типу Вентцеля також приводить до побудови узагальнених дифузійних процесів в розумінні М.І. Портенка з відповідними типами мембран. До того ж тут узагальненими функціями можуть бути як вектор переносу, так і матриця дифузії. Побудова таких процесів, як і в [1], здійснюється нами за допомогою методів класичної теорії потенціалу.

[1] *Портенко М.І.* Процеси дифузії в середовищах з мембранами, Інститут математики НАН України, Київ, (1995).

[2] *Вентцель А.Д.* О граничных условиях для многомерных диффузионных процессов // Теория вероятн. и ее примен. - 1959. - 4, №2. - с. 172-185.

## ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ І НАДІЙНІСТЮ

МЛАВЕЦЬ ЮРІЙ ЮРІЙОВИЧ

ДВНЗ "Ужгородський національний університет"

yura-mlavec@ukr.net

Досліджується метод Монте-Карло підрахунку інтегралів

$$I(t) = \int \dots \int_{R^d} f(t, \vec{x}) p(\vec{x}) d\vec{x}, \quad t \in T,$$

де  $p(\vec{x})$  – щільність розподілу деякого випадкового вектору. Знайдено умови, за яких ці інтеграли можна обчислити із заданою надійністю і точністю в просторі  $C(T)$ . Розглянуто також випадок, коли інтеграли не залежать від параметру  $t$ . При отриманні цих результатів використовувались методи теорії випадкових процесів з просторів Орліча.

- [1] V.V. Buldygin and Yu.V. Kozachenko. Metric Characterization of Random Variables and Random processes, American Mathematical Society, Providence, Rhode (2000).
- [2] O. Kurbanmuradov and K. Sabelfeld. Exponential bounds for the probability deviations of sums of random fields, Monte Carlo Methods and Appl., Vol. 12, No. 3-4, pp. 211-229 (2006)
- [3] Yu.V. Kozachenko and Yu.Yu. Mlavets. Probability of large deviations of sums of random processes from Orlicz space, Monte Carlo Methods Appl., No. 17, pp. 155-168 (2011)

## ПЕРІОДИЧНІ БІЛІ ШУМИ ТА МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ

М.ПРИЙМАК, О.МАЄВСЬКИЙ, О.МАЦЮК

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя  
kaf\_KN@tu.edu.te.ua, alexmajevskiy@gmail.com, alexandr.matsyuk@gmail.com

Досліджуючи системи масового обслуговування (СМО), основну увагу привертають їх вхідні потоки замовлень, структура системи, встановлені правила обслуговування замовлень, ефективність функціонування системи. Першочерговим у вивченні, очевидно, є вхідні потоки, оскільки їх властивості суттєво використовуються в інших задачах

СМО. Відомо [1], що добре вивченими є стаціонарні потоки. Однак розглядаючи роботу систем на достатньо тривалих інтервалах часу, для багатьох із них спостерігається стохастична періодичність (ритмічність) їх функціонування, причому тут чітко виявляються дві причини, що породжують ритмічність – добове обертання Землі та річний цикл руху Землі навколо Сонця. Яким же чином в подібних випадках враховувати та досліджувати стохастичну періодичність?

**Мета роботи** - провести огляд випадкових процесів і шумів, які дають змогу враховувати стохастичну періодичність, та розглянути можливості їх використання в задачах дослідження СМО.

Нагадаємо деякі означення, в основі яких лежать процеси з незалежними приростами [2].

**Означення 1.** Випадковий з незалежними приростами процес  $\eta(t)$  називається процесом з незалежними  $T$ -періодичними приростами, якщо існує таке число  $T > 0$ , що розподіли приростів  $\Delta_h \eta(t) = \eta(t+h) - \eta(t)$  є періодичним по  $t$  з періодом  $T$ .

**Означення 2.** Періодичним білим шумом (у вузькому розумінні) називається узагальнена похідна від процесу з незалежними періодичними приростами.

Означення 1 і 2 дають можливість провести класифікацію процесів з незалежними приростами та відповідно періодичних білих шумів.

**Означення 1а.** Пуассонівським процесом з періодичними приростами називається процес з незалежними періодичними приростами, причому прирости мають пуассонівський розподіл.

**Означення 2а.** Пуассонівським періодичним білим шумом називається узагальнена похідна від пуассонівського процесу з періодичними приростами.

Аналогічно до означень 1а та 2а в [3] визначений вінерівський процес з періодичними приростами та нормальний періодичний білий шум.

Крім періодичних шумів з неперервним аргументом має місце різноманітні класи дискретних періодичних шумів (д.п.ш.).

**Означення 3.** Дискретний білий шум  $\{\eta_j, j \in Z\}$ , що є послідовністю незалежних випадкових величин, називається періодичним дискретним шумом, якщо існує таке число  $L > 0$ , що його функція розподілу є періодичною з періодом  $L$ , тобто

$$F(x, j) = P\{\eta_j < x\} = F(x; j + L) \quad (1)$$

Означення дискретного білого шуму є найбільш загальним, оскільки в ньому не вказується функція розподілу. Конкретизуючи функцію розподілу, отримаємо різні класи дискретних білих шумів [3]. Для прикладу наведемо лише два із них.

**Означення 4.** Періодичний шум  $\{\eta_j, j \in Z\}$  є пуассонівським періодичним шумом, якщо випадкові величини  $\eta_j$  мають розподіл Пуассона, тобто  $P\{\eta_j = k\} = \frac{\lambda_j^k}{k!} e^{-\lambda_j}$ , причому параметр  $\lambda_j$  є періодичним з деяким періодом  $L > 1$ :  $\lambda_j = \lambda_{j+L}$ ,  $j \in Z$ .

**Означення 5.** Білий шум  $\{\eta_j, j \in Z\}$  є експоненційним (показниковим) періодичним білим шумом, якщо випадкові величини  $\eta_j$  мають показників розподіл, тобто густина

## Зміст

<b>I</b>	<b>Пленарні доповіді</b>	<b>2</b>
	ЗАДАЧА ПРО СКЛЕЮВАННЯ ДВОХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ: УМОВА СПРЯЖЕННЯ ТИПУ ВЕНТЦЕЛЯ ТА УЗАГАЛЬНЕНІ ДИФУЗІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ В РОЗУМІННІ ПОРТЕНКА (Копитко Б. І., Новосядло А. Ф.) . . . . .	2
	ЧИСЛЕННЯ МАЛЛЯВЕНА ДЛЯ СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ВІДБИТТЯМ (Пилипенко А.Ю.) . . . . .	3
	ЗОБРАЖЕННЯ СПЕКТРУ АЛГЕБРИ СИМЕТРИЧНИХ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ НА БАНАХОВОМУ ПРОСТОРІ (Загороднюк А. В., Чернега І. В.) . . . . .	4
	СУКУПНА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ВІДОБРАЖЕНЬ ЗІ ЗНАЧЕННЯМИ У РІЗНИХ УЗАГАЛЬНЕННЯХ МЕТРИЗОВНИХ ПРОСТОРІВ (Маслюченко В., Мироник О.) . . . . .	5
	ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ТИПУ ХІЛЛЕ-ФІЛІПСА В КЛАСІ ГІПЕРФУНКЦІЙ З КОМПАКТНИМИ НОСІЯМИ (Патра М. І., Шарин С. В.) . . . . .	7
	ЩІЛЬНІ ПІДПРОСТОРИ В ШКАЛІ СОБОЛЕВСЬКИХ ПРОСТОРІВ (Кошманенко В.) . . . . .	8
	ПРО ЗБІЖНІСТЬ 1-ПЕРІОДИЧНОГО ГІЛЛЯСТОГО ЛАНЦЮГОВОГО ДРОБУ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ З КОМПЛЕКСНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ (Боднар Д.І, Бубняк М.М., Возняк О.Г.) . . . . .	9
	ЗОБРАЖЕННЯ ЛОГАРИФМА ЦІЛОЇ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ КОМПЛЕКСНИХ ЗМІННИХ (Бродяк О. Я., Васильків Я. В.) . . . . .	10
	MEROMORPHIC MAPPINGS OF TORUS ONTO THE RIEMANN SPHERE (Khrystyanyn A. Ya., Kondratyuk A. A.) . . . . .	11
<b>II</b>	<b>Секційні доповіді</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>Секція теорії ймовірностей</b>	<b>13</b>
	ПРО ВЛАСТИВОСТІ ПОТОКУ, ЩО ПОРОДЖУЄТЬСЯ СТОХАСТИЧНИМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМ РІВНЯННЯМ З РОЗРИВНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ПЕРЕНОСУ (Арясова О. В.) . . . . .	13

	УТОЧНЕННЯ ОСНОВНОЇ ФАКТОРИЗАЦІЙНОЇ ТОТОЖНОСТІ ДЛЯ МАЙЖЕ НАПІВНЕПЕРЕРВНИХ ГРАТЧАСТИХ ПРОЦЕСІВ НА ЛАНЦЮГАХ МАРКОВА (Герич М. С.) . . . . .	14
	СИСТЕМА $M^0/G/1/m$ З ГІСТЕРЕЗИСНИМ РЕГУЛЮВАННЯМ ДОВЖИНИ ЧЕРГИ (Жерновий К. Ю.) . . . . .	15
	ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У ПЕРЕКЛАДОЗНАВЧИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ ПОЕТИЧНИХ ТЕКСТІВ (Качановська Т. О.) . . . . .	16
	ПОВЕДІНКА ІМОВІРНІСНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ДЕЯКИХ ПРОЦЕСІВ ЛЕВІ ПРИ МАЛИХ ЗНАЧЕННЯХ ЧАСУ (Кнопова В. П.) . . . . .	17
	ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНА МОДЕЛЬ РОБОЧОЇ ДОВЖИНИ КРАТНОГО ЛАНЦЮГА МЕХАНІЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ (Кривень В.А., Каплун А.В., Крива Н. Р.) . . . . .	18
	ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ І НАДІЙНІСТЮ (Млавець Ю. Ю.) . . . . .	19
	ПЕРІОДИЧНІ БІЛІ ШУМИ ТА МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ (Приймак М., Маєвський О., Мацюк О.) . . . . .	19
	АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА СИМЕТРИЧНОГО ВИПАДКОВОГО БЛУКАННЯ З МЕМБРАНОЮ (Приходько Ю. Є.) . . . . .	22
	ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ВІНЕРОВИМ ПРОЦЕСОМ (Осипчук М. М.) . . . . .	23
	РІВНЯННЯ КОЛИВАННЯ СТРУНИ З ВИПАДКОВИМИ ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ З ПРОСТОРУ ОРЛІЧА (Сливка-Тилицак Г. І.) . . . . .	24
	ПРО УЗАГАЛЬНЕННЯ РІВНЯННЯ МАККІНА-ВЛАСОВА НА СИСТЕМІ ЧАСТИНОК З НЕСКІНЧЕННОЮ СУКУПНОЮ МАСОЮ (Танцюра М. В.) . . . . .	25
	ЗАДАЧА ПРО СКЛЕЮВАННЯ ДВОХ НЕОДНОРІДНИХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРЯМІЙ (Шевчук Р. В.) . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Секція математичного аналізу</b>	<b>28</b>
	СИСТЕМИ РІВНЯНЬ КОЛМОГОВОРА З ОДНОВИМІРНИМИ ГРУПАМИ ЗМІННИХ ВИРОДЖЕННЯ (Буртняк І. В., Малицька Г. П.) . . . . .	28