

УДК 528.21/22

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ВИСОТ НА РЕГІОН ЗАКАРПАТТЯ

І. Калинич

Державне підприємство “Закарпатгеодезцентр”

Постановка проблеми

За останнє десятиріччя розвиток (GPS-GLONAS-GALILEO) GNSS-технологій (GALILEO – починаючи з 2005 р.) привів до значного підвищення точності визначення просторових координат XYZ точки на поверхні Землі, що становить нині, наприклад, при використанні RTK/VRS технологій значення на рівні від 5 мм до 1 см. Слід зазначити, що точність визначення горизонтальних складових (B, L) – геодезичної широти та довготи відносно загальноземного еліпсоїда вища, ніж точність визначення геодезичної висоти H приблизно в $1.5 \div 2$ рази. Саме використання GPS-методів дало можливість прямого використання відомої з теорії Молоденського формули [1]:

$$H = H^y + \zeta, \quad (1)$$

де H^y – нормальна висота, ζ – аномалія висоти, яка числово дорівнює висоті квазігеоїда.

Аналіз досліджень

Зрозуміло, що за наявності геодезичної висоти H , одержаної за допомогою GPS-технологій з похибкою на рівні ≈ 1 см, та нормальної висоти H^y , отриманої за даними геометричного нівелювання, (1) дає змогу “виміряти” безпосередньо висоту квазігеоїда:

$$\zeta = H - H^y, \quad (2)$$

з середньою квадратичною помилкою m_ζ :

$$m_\zeta = \sqrt{m_H^2 + m_{H^y}^2}. \quad (3)$$

Отже, при середніх квадратичних помилках m_H і m_{H^y} геодезичної та нормальної висот на рівні 1 см відповідне значення $m_\zeta = \sqrt{2}$ см, що значно краще ніж, наприклад, точність визначення сучасного європейського квазігеоїда, яка після додаткових його перетворень становить величини від 1 см до 10 см і більше в східних країнах. Якщо вважати величини ζ відомими, то на основі (1) ми отримуємо просте співвідношення:

$$H^y = H - \zeta, \quad (4)$$

для обчислення нормальної висоти H^y з помилкою:

$$m_{H^y} = \sqrt{m_H^2 + m_\zeta^2}, \quad (5)$$

без використання геометричного нівелювання. Приймаючи, наприклад, $m_H = 1$ см і $m_\zeta = 10$ см отримаємо $m_{H^y} = \sqrt{101}$ см похибку визначення нормальних висот на базі формули (3) і гравіметричного квазігеоїда EGG97.

Формування мети роботи

Оскільки квазігеоїд EGG97 належить до еліпсоїда GRS80 і до системи горизонтальних координат WGS84 та є зв'язаним з Європейською висотною системою UELN (Уніфікована європейська мережа нівелювання), що прив'язана до Амстердамського футштока, то виникає додаткова проблема його трансформації у прийнятну в Україні та інших східних країнах системи "Балтийская 77". На жаль, сьогодні не існує строгого математичного виразу для переходу від Амстердамської до Балтійської 77 системи висот: відомим є лише факт залежності такої поправки від координат (B, L) точки, що вивчається. Загалом похибка m_ζ може бути значно меншою, якщо нейтралізувати вплив систематичної складової або фактичної різниці між двома референцними системами.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо детальніше зазначену проблему (яка, на нашу думку, може бути частково розв'язана) використовуючи формулу (4) для різниці між нормальними висотами двох точок:

$$H_2^y - H_1^y = (H_2 - H_1) - (\zeta_2 - \zeta_1), \quad (6)$$

або

$$\Delta H^y = \Delta H - \Delta \zeta, \quad (7)$$

з похибкою:

$$m_{\Delta H^y} = \sqrt{m_{\Delta H}^2 + m_{\Delta \zeta}^2}. \quad (8)$$

Незважаючи на простоту виконаних перетворень, ми отримали дуже важливе співвідношення (7), в якому ΔH^y – це, з точністю до поправок за непаралельність рівневих поверхонь, перевищення між двома точками, що може бути додатково отримано геометричним нівелюванням. Отже, рівняння (7) може бути використане в основі врівноваження і уточнення, наприклад, $\Delta \zeta$.

У разі використання GPS-технологій різниця ΔH , як відомо, може бути визначена на рівні кількох міліметрів. Розглянемо вплив невизначеності різниці $\Delta \zeta$ на точність $m_{\Delta H^y}$.

Для цього, повертаючись до рівняння (4), будемо вважати, що аномалія висоти $\zeta = \zeta_{EGG97}$ дорівнює висоті квазігеоїда EGG97:

$$H^y = H - \zeta_{EGG97}. \quad (9)$$

Враховуючи той факт, що квазігеоїд EGG97 є суто гравіметричним розв'язком, який завжди характеризується саме високою роздільною здатністю і в окремих регіонах Східної Європи може мати низький рівень абсолютної прив'язки, подамо останній у такій формі:

$$\zeta_{EGG97} = \zeta_t + \Delta x \cdot f_1(B, L) + \Delta y \cdot f_2(B, L) + \Delta z \cdot f_3(B), \quad (10)$$

де функції:

$$f_1 = f_1(B, L) = \cos B \cos L, \quad (11)$$

$$f_2 = f_2(B, L) = \cos B \sin L, \quad (12)$$

$$f_3 = f_3(B) = \sin B, \quad (13)$$

є допоміжними співвідношеннями, що дають змогу при відомих $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ виконати перетворення квазігеоїда ζ_{EGG97} в деяку трансформовану величину ζ_i , що найкраще описує висоти квазігеоїда в заданому регіоні.

Трипараметричне перетворення (10) може бути узагальнене за рахунок введення в праву частину (10) трьох поворотів і масштабу до семипараметричного конформного перетворення Гельмерта. Нижче – враховуючи можливі відмінності в прийнятих референціальних еліпсоїдах – будемо використовувати лише відоме трипараметричне перетворення типу (10).

Переходячи тепер до відносних величин в (9), отримаємо за аналогією з (6) рівняння:

$$H_2^y - H_1^y = (H_2 - H_1) - (\zeta_{\text{EGG97}}^{(2)} - \zeta_{\text{EGG97}}^{(1)}), \quad (14)$$

яке – після підстановки в (15) виразу (14) – приводиться до такого вигляду:

$$H_2^y - H_1^y = (H_2 - H_1) - (\zeta_i^{(2)} - \zeta_i^{(1)}) - D, \quad (15)$$

де

$$D = \{\Delta x[f_1(B_2, L_2) - f_1(B_1, L_1)] + \Delta y[f_2(B_2, L_2) - f_2(B_1, L_1)] + \Delta z[f_3(B_2) - f_3(B_1)]\}. \quad (16)$$

Для оцінки впливу D необхідно одержати оцінку кожного члена у квадратних скобках (16) незалежно. Виконаємо для останнього розклад функцій $f_i = f_i(B_2, L_2)$ в ряд Тейлора відносно координат B_1, L_1 , приймаючи:

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= B_1 + \Delta B \\ L_2 &= L_1 + \Delta L \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

та обмежуючись членами першого порядку малості.

В узагальненому вигляді отримаємо:

$$f_i(B_2, L_2) = f_i(B_1, L_1) + \left. \frac{\partial f_i}{\partial B} \right|_{B=B_1} \Delta B + \left. \frac{\partial f_i}{\partial L} \right|_{L=L_1} \Delta L, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (18)$$

Знайдемо тепер необхідні похідні $\frac{\partial f_i}{\partial B}$ та $\frac{\partial f_i}{\partial L}$ для кожної з функцій (11) – (13):

$$\frac{\partial f_1}{\partial B} = -\sin B \cos L, \quad \frac{\partial f_1}{\partial L} = -\cos B \sin L, \quad (19)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial B} = -\sin B \sin L, \quad \frac{\partial f_2}{\partial L} = \cos B \cos L, \quad (20)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial B} = \cos B, \quad \frac{\partial f_3}{\partial L} = 0. \quad (21)$$

Позначаючи похідні:

$$\left. \frac{\partial f_i}{\partial B} \right|_{B=B_1} = F_i = F_i(B_1, L_1), \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial f_i}{\partial L} \right|_{L=L_1} = \psi_i = \psi_i(B_1, L_1), \quad (23)$$

знайдемо різниці функцій у квадратних дужках (16):

$$f_1(B_2, L_2) - f_1(B_1, L_1) = F_1(B_1, L_1) \cdot \Delta B + \psi_1(B_1, L_1) \cdot \Delta L = -\sin B \cos L \cdot \Delta B - \cos B \sin L \cdot \Delta L, \quad (24)$$

$$f_2(B_2, L_2) - f_2(B_1, L_1) = F_2(B_1, L_1) \cdot \Delta B + \psi_2(B_1, L_1) \cdot \Delta L = -\sin B \sin L \cdot \Delta B + \cos B \cos L \cdot \Delta L, \quad (25)$$

$$f_3(B_2, L_2) - f_3(B_1, L_1) = F_3(B_1) \cdot \Delta B = \cos B \cdot \Delta B. \quad (26)$$

Отже, підставляючи (24) – (26) у (16), отримаємо наближений вираз для параметра D , що характеризує можливі розходження між референцними системами:

$$D = -\Delta x(\sin B \cos L \cdot \Delta B + \cos B \sin L \cdot \Delta L) - \Delta y(\sin B \sin L \cdot \Delta B - \cos B \cos L \cdot \Delta L) + \Delta z \cos B \cdot \Delta B. \quad (27)$$

Аналіз виконаних досліджень

Зауважимо, що максимально можливі значення похідних (24) – (26) не можуть перевищувати одиницю, а в середніх широтах будуть завжди меншими від одиниці. Приймаючи в цих функціях заокруглено завищені значення для середніх широт та довгот Закарпатської області:

$$\sin B = \cos B = \sin 45^\circ = \cos 45^\circ \approx 0.707, \quad \sin L = \sin 23^\circ \approx 0.391, \quad \cos L = \cos 23^\circ \approx 0.920, \quad (28)$$

отримаємо такі оцінки:

$$F_1(45^\circ, 23^\circ) \approx -0.650, \quad \psi_1(45^\circ, 23^\circ) \approx -0.276, \quad (29)$$

$$F_2(45^\circ, 23^\circ) \approx -0.276, \quad \psi_2(45^\circ, 23^\circ) \approx 0.650, \quad (30)$$

$$F_3(45^\circ) \approx 0.707. \quad (31)$$

Для регіону розмірами $\Delta B = 1^\circ$ по широті та $\Delta L = 3^\circ$ по довготі, одержимо значення останніх в радіанах:

$$\Delta B \approx 0.017, \quad \Delta L \approx 0.052, \quad (32)$$

і відповідні оцінки (24) – (26):

$$[f_1(B_2, L_2) - f_1(B_1, L_1)] \approx -0.650 \cdot 0.017 - 0.276 \cdot 0.052 \approx -0.025, \quad (33)$$

$$[f_2(B_2, L_2) - f_2(B_1, L_1)] \approx -0.276 \cdot 0.017 + 0.650 \cdot 0.052 \approx 0.029, \quad (34)$$

$$[f_3(B_2, L_2) - f_3(B_1, L_1)] \approx 0.707 \cdot 0.017 \approx 0.012. \quad (35)$$

Отже, при використанні рівняння (14) для передачі нормальних висот на основі добре визначеної висоти H_1^Y вплив D на невизначеність висоти H_2^Y параметрів перетворення $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ становить всього 1 %–3 % відносно самих значень $\Delta x, \Delta y, \Delta z$. Розглянемо для прикладу такі спрощені варіанти:

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10 \text{ м} \Rightarrow \text{вплив } D = 16 \text{ см}, \quad (36)$$

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1 \text{ м} \Rightarrow \text{вплив } D = 1.6 \text{ см}, \quad (37)$$

і приходимо до висновку, що у останньому випадку значень величин $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ вплив параметрів перетворення зсуву практично компенсується до того рівня точності, з яким бажано мати висоти квазігеоїда. Для регіону Закарпатської області, розміри якої були вибрані для наведених оцінок, з врахуванням факту завищення наведених оцінок, пряме використання Європейського квазігеоїда просто на основі формули (14) може вирішити проблему додаткового його приведення з Амстердамської у Балтійську систему. Для остаточних висновків виникає необхідність оцінки рівня величин $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, що виходить за рамки цієї роботи.

Висновки

Якщо модель Європейського квазігеоїда включає в себе систематичну частину (останнє, наприклад, вже продемонстровано при його використанні для регіону всієї Європи), яка достатньо точно моделюється перетворенням (14), яке зумовлене відмінністю на практиці референціальних систем, то використання формули (14) для передачі нормальних висот порівняно з (9) призводить до істотного зниження – на 98 % – впливу параметрів зсуву. У разі нестійкого визначення всіх зазначених величин моделі (15) використання (14) стає необхідним.

Наведемо ще один важливий приклад застосування (14) за рахунок фактичного виключення впливу систематичної складової (зсув, нахил тощо) у висотах геоїда. Згідно з [3] різниця між Амстердамською та Крондтштадською системами висот встановлюється таким рівнянням:

$$H'_A - H'_K = 0.15 \text{ м.} \quad (38)$$

На жаль, реальна ситуація є складнішою і в останні роки значення різниці у (38) визначається для кожного географічного регіону окремо методом загального перевірівноваження всієї Європейської мережі нівелювання. Таке перевірівноваження відсутнє для регіону України і відповідний зв'язок є актуальним питанням.

Спробуємо використати (14) та ті дані, що є у зазначеній роботі [3], зокрема геодезичні координати Українського GPS-пункту UK02 (Ужгород–Деренівка) та координати Угорських GPS-пунктів, що задані у системі ETRS89 на епоху 1999 р. Нормальна висота пункту UK02, що задана у Балтійській 77 системі, є відомою, а нормальні висоти Угорських пунктів – у Амстердамській системі [3], з якою зв'язаний квазігеоїд EGG97. Передаючи нормальні висоти з Угорських пунктів на UK02 за допомогою (14), в ідеальній ситуації ми повинні отримати нормальну висоту UK02 в Амстердамській системі і одержати рівняння типу (38) для Закарпатської області. Найменша різниця (близько 3 см) між виміряними висотами квазігеоїда та їх значеннями згідно з EGG97 відповідає Угорському пункту HU02 (CSANADALB). Для експериментальних обчислень ми вибираємо саме цей пункт GPS/нівелювання з зазначеною найменшою різницею, оскільки існують відповідні довгохвильові систематичні відхилення квазігеоїда EGG97 на території Угорщини. Після обчислення за формулою (14) нормальної висоти UK04 та її порівняння з виміряною отримана різниця в 5.0 см, яка є достатньо близькою до оцінки в ~ 6 см, зробленої в [2] для регіону Закарпаття.

Література

1. Молоденский М.С. Основные вопросы геодезической гравиметрии // –Труды ЦНИИГАиК, 1945. – Вып. 42. – 107 с.
2. Марченко О.М., Савчук С.Г., Калинич І.В. До питання визначення нормальних висот на регіон Закарпаття // Зб. матеріалів ІХ Міжнародного науково-технічного симпозиуму “Геоінфор-

маційний моніторинг навколишнього середовища – GPS і GIS-технології”, Алушта (Крим). – 2004. – С. 82–85.

3. Ihde J., Adam J., Gurtner W., Harsson B.G., Sacher M., Schlüter W., Wöppelmann G. The Height Solution of the European Vertical Reference Network (EUVN) // Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Astronomisch-Geodatische Arbeiten, München, Heft Nr. 61 (IAG/EUREF Publication No. 9, Ed. by J.A. Torres and H. Hornik). – 2000. – P. 132–145.

Об определении нормальных высот на регион Закарпатья И. Калыныч

Рассмотрены основные принципы абсолютного и относительного определения нормальных высот на основе данных GPS и Европейского квазигеоида EGG97 в том случае, когда нормальные высоты должны быть отнесены к Балтийской 77 системе. На основе классического преобразования сдвига дана оценка преобладающего источника ошибок, что привело к выводу в пользу относительного метода определения нормальных высот для избежания ошибок квазигеоида EGG97 в длинноволновой области и имеющей место разницы между Амстердамской и Балтийской системами высот в регионе Закарпатья.

On the determination of normal heights in the Carpathian area I. Kalynych

Principles of absolute and relative GPS heighting are considered in view of the application of European quasigeoid EGG97 when normal heights are given in the Baltic 77 height system. The estimation of a dominant source of errors was based on the classical datum shift transformation that leads to further using the relative (instead of absolute) GPS heighting to avoid main long wavelengths quasigeoid errors and differences between Amsterdam and Baltic systems.

ІНФОРМАЦІЙНЕ ПОВІДОМЛЕННЯ

Сибірська державна геодезична академія, виставкове товариство „Сибирская ярмарка” сумісно з адміністрацією Новосибірської області 27 – 29 квітня 2005р. планує проведення першої за Уралом міжнародної виставки та наукового Конгресу „ГЕО–Сибір - 2005”, напрямки якого:

- 1. геодезія, картографія, маркшейдерія;*
- 2. геологія, геофізика, геодинаміка і геомеханіка;*
- 3. землеустрій, кадастр земель та нерухомості, лісоустрій;*
- 4. геоінформатика;*
- 5. моніторинг навколишнього середовища геоєкології, аерофотознімання;*
- 6. спеціальне приладобудування, метрологія.*

Кожен напрямок включає роботу по окремих секціях.

Пленарні засідання відбудуться з 27 по 28 квітня 2005р. на території Сибірського ярмарку.

З питань роботи Конгресу звертатися у СГГА:

Калугіна Тетяна Вікторівна – секретар наукового конгресу „ГЕО – Сибір - 2005”

Тел./факс: 8 (3832) 432921, факс: 443060

E-mail geo-sib@ssga.ru (у електронному листі в пункті „Тема” писати; GEO – SIB або Гео - Сибір).

Більш повна інформація на сайті: <http://www.sibfair.ru>