УДК 519.2:519.6
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).15-25

А. О. Пашко[1], І. В. Розора[2], О. І. Василик[3]

[1] Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
професор кафедри теоретичної кібернетики,
доктор фізико-математичних наук
aap2011@ukr.net
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6944-8477

[2] Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
доцент кафери прикладної статистики,
кандидат фізико-математичних наук
rozora.iryna@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8733-7559

[3] Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей,
кандидат фізико-математичних наук
ovasylyk@univ.kiev.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0880-3751

НАПРЯМКИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ Ю.В. КОЗАЧЕНКА: СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

В роботі висвітлюються наукові здобутки доктора фізико-математичних наук професора Юрія Васильовича Козаченка в галузі статистичного моделювання. Козаченко Ю.В. працював на кафедрі теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики КНУ імені Тараса Шевченка. Професор Козаченко Ю.В. стояв біля витоків статистичного моделювання в Київському університеті. Козаченком Ю. В. та його учнями розроблені наукові основи теорії моделювання гауссових та близьких до них випадкових процесів і полів в різних функціональних просторах із заданими точністю і надійністю. При розробці методів статистичного моделювання значна увага приділялась дослідженню збіжності статистичних моделей випадкових процесів та полів в різних функціональних просторах. До результатів наукової школи Козаченка Ю.В. належить і розробка теорії функціональних просторів випадкових величин. Значне місце в цих дослідженнях займають простори Орліча.

Ключові слова: субгауссові процеси, простори Орліча, статистичне моделювання, точність, надійність

1. Вступ. 5 травня 2020 року пішов із життя видатний вчений-математик, доктор фізико–математичних наук, професор Юрій Васильович Козаченко. Козаченко Юрій Васильович пройшов шлях від студента Київського національного університету імені Тараса Шевченка до професора, завідувача кафедри теорії ймовірностей та математичної статистики, яку він очолював з 1998 по 2003 рік. Для сотень студентів та десятків аспірантів він був дорогим Вчителем і провідником у світ науки. Професор Козаченко Ю. В. був одним з лідерів української школи з теорії ймовірностей та математичної статистики, визнаним в світі фахівцем у галузі теорії і методів моделювання випадкових процесів та полів у функціональних просторах. Ю. В. Козаченко є одним із творців теорії субгауссових випадкових процесів та процесів із просторів Орліча. Він створив новий науковий напрямок – моделювання випадкових процесів у різних функціональних просторах із заданою точністю та надійністю. Професор Козаченко Ю. В.

отримав також вагомі наукові результати у дослідженні аналітичних властивостей випадкових процесів, рівнянь математичної фізики із випадковими початковими умовами, статистиці випадкових процесів, вейвлет-аналізі.

У 2003 році він став лауреатом Державної премії України в галузі науки та техніки.

У 2005 році удостоєний звання "Почесний доктор Ужгородського національного університету", у 2009 році – звання "Заслужений професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка", у 2010 році – звання "Заслужений діяч науки і техніки України" та Відзнаки Вченої ради Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

В 2013 році відзначений премією ім. М.М. Крилова президії НАН України.

У 2018 році за визначний особистий внесок у розвиток вітчизняної математичної науки, плідну багаторічну педагогічну працю професор Ю.В.Козаченко був нагороджений орденом "За заслуги" III ступеня.

Юрій Васильович передав своє захоплення науковими проблемами теорії ймовірностей та математичної статистики своїм учням, колегам, студентам, які будуть продовжувати і розвивати наукові дослідження ним започатковані.

Світлій пам'яті Юрія Васильовича Козаченка – нашого Вчителя і присвячена стаття.

2. Основний результат. В даній статті досліджується лише один напрямок наукової діяльності Ю.В. Козаченка – розробка теорії та методів статистичного моделювання випадкових процесів та полів. А коло його наукових інтересів дуже широке, це і

– аналітичні властивості випадкових процесів. Оцінка розподілів функціоналів від випадкових процесів,

– випадкові процеси в просторах Орліча,

– передгауссові та субгауссові випадкові процеси,

– моделювання випадкових процесів та полів,

– задача Коші для рівнянь математичної фізики з випадковими початковими умовами,

– статистика випадкових процесів,

– вейвлет-розклади випадкових процесів.

Розвиток методів статистичного моделювання бере початок з перших післявоєнних років, коли в лабораторії Лос-Алам результати моделювання вперше були використані для розрахунків. Під статистичним моделюванням розуміють відтворення на ЕОМ реалізацій випадкових величин, процесів та полів із заданими характеристиками.

Методи статистичного моделювання розглядаються як альтернатива до існуючих чисельних методів.

Розвиток комп'ютерної техніки став каталізатором для розвитку методів статистичного моделювання, зокрема, чисельного моделювання випадкових процесів та полів. Використання обчислювальної техніки дало поштовх для широкого застосування статистичного моделювання в різних областях природничих та соціальних наук, таких, як метеорологія, радіотехніка, соціологія, фінансова математика, при випробуванні технічних систем і засобів та інше.

Задача моделювання випадкових процесів формулюється так. За відомими характеристиками випадкового процесу такими, як математичне сподівання, дисперсія, кореляційна функція чи спектральна щільність, необхідно побудувати обчислювальний алгоритм, що дозволяє отримувати на ЕОМ реалізації випадкових процесів $X(t)$ чи послідовностей $\{\xi_k, k = 0, 1, ...\}$ із заданими властивостями. В гауссовому випадку модель процесу повністю визначається математичним сподіванням і кореляційною функцією.

Важливе місце в статистичному моделюванні займають дослідження точності і надійності моделей випадкових процесів та полів в різних функціональних просторах.

Одними з перших робіт в цьому напрямку в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка були роботи [1], [2], [3], [4], [5]. Козаченко Ю.В. та Ядренко М.Й. були першими хто започаткував цей напрямок досліджень на кафедрі теорії ймовірностей та математичної статистики.

Існує багато методів моделювання випадкових процесів та полів. В більшості з них не визначається точність та надійність моделювання. При моделюванні випадкових процесів, як правило, намагаються відтворити процеси, що є сумою великого числа випадкових факторів, тобто, згідно з центральною граничною теоремою, гаусові або близькі до них випадкові процеси. Отже, однією із основних задач статистичного моделювання випадкових процесів є отримання такої моделі випадкового процесу, яка є реалізацією гауссового процесу.

Потрібно також зауважити, що ніколи не вдається отримати модель, що дійсно є гауссовим процесом. На результат моделювання впливає багато факторів, серед них – використання псевдовипадкових послідовностей, точність представлення дійсних чисел в обчислювальних системах (впливає на якість генераторів випадкових чисел), використання різних моделей для побудови реалізацій випадкових процесів та полів.

В теорії методів Монте-Карло важливе значення має вивчення швидкості збіжності статистичних моделей випадкових процесів та полів. При оцінюванні швидкості збіжності методів статистичного моделювання використовуються результати дослідження аналітичних властивостей випадкових процесів та полів.

В якості оцінки точності моделювання можна розглядати оцінки моментів, оцінку кореляційної функції, слабку збіжність. Так, в роботах М.Й. Ядренка та його учнів [5], [6] досліджувались методи моделювання ізотропних та однорідних випадкових полів на площині та на сфері. Для оцінки точності використовуються оцінки моментів.

У зв'язку з широким застосуванням стохастичного моделювання випадкових процесів і полів у різних областях природничих та соціальних наук актуальними є саме дослідження точності і надійності моделей випадкових процесів і полів в нормах різних функціональних просторів.

Козаченко Ю.В. та його учнями започатковано дослідження збіжності статистичних моделей за ймовірністю в різних функціональних просторах. Була розроблена теорія моделювання випадкових процесів та полів із заданими точністю і надійністю в різних функціональних просторах. А саме в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та в просторі неперервних функцій.

Нехай випадковий процес $X = \{X(t), t \in T\}$ може бути зображений у вигляді ряду $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k f_k(t)$, який збігається у середньому квадратичному.

Моделлю процесу X називатимемо суму $X_M(t) = \sum\limits_{k=1}^{M} \xi_k f_k(t)$.

Нехай випадковий процес X та всі $X_M = \{X_M(t), t \in T\}, M = 1, 2, \ldots$ належать деякому функціональному банаховому простору $A(T)$ з нормою $\| \cdot \|$. Нехай задано два числа $\delta > 0$ та $\varepsilon, 0 < \varepsilon < 1$. Говоритимемо, що модель X_M наближає X з надійністю $1 - \varepsilon$ та точністю δ у нормі простору $A(T)$, якщо для цієї моделі має місце нерівність

$$P\{\| X(t) - X_M(t) \| \geq \delta\} \leq \varepsilon. \tag{1}$$

Отже, для побудови моделі потрібно знайти такі M, для яких при заданих δ та ε виконується нерівність (1).

Розглянемо простір R^d з метрикою $\rho(\vec{t}, \vec{s})$, $\vec{t}^T = (t_1, \ldots, t_d)$, $\vec{s}^T = (s_1, \ldots, s_d)$, де $\rho(\vec{t}, \vec{s})$ – це звичайна евклідова метрика або будь-яка метрика еквівалентна евклідовій метриці.

Нехай T – множина вигляду $T = \{\vec{t} : \rho(\vec{t}, 0) \leq L\}$, де $L > 0$ деяке число, $\{R^d, \Xi, \nu\}$ – вимірний простір, Ξ – борелівська σ–алгебра, ν – скінчена міра. Нехай $X = \{X(\vec{t}), t \in T\}$ – центроване випадкове поле, що може бути зображене у вигляді

$$X(\vec{t}) = \sum_{r=1}^{N} \int_{R^d} f_r(\vec{t}, \vec{\lambda}) dZ_r(\vec{\lambda}), \tag{2}$$

де $Z_r(S)$, $S \in \Xi$ – некорельовані випадкові міри підпорядковані мірі ν, а $f_r(\vec{t}, \vec{\lambda})$ такі функції, що при кожному $\vec{t} \in T$, $f_r(\vec{t}, \vec{\lambda}) \in L_2(R^d, \nu)$, а при кожному $\vec{\lambda} \in R^d$ функція $f_r(\vec{t}, \vec{\lambda})$ неперервна по $\vec{t}$.

Нехай A – однозв'язна, з кусково–гладкою межею область в R^d, D_n – розбиття області A на n однозв'язних областей $\Delta_1, \ldots, \Delta_n$ з кусково–гладкими межами, $\vec{\lambda_i}, i = 1, 2, \ldots, n$ – фіксовані точки в R^d такі, що $\vec{\lambda_i} \in \Delta_i$.

Позначимо

$$X_n(\vec{t}, A) = \sum_{r=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} f_r(\vec{t}, \vec{\lambda_i}) Z_r(\Delta_i). \tag{3}$$

Випадкове поле $X_n(\vec{t}, A)$ називатимемо апроксимаційною моделлю поля $X(\vec{t})$ (A-моделлю).

Апроксимаційна модель $X_n(\vec{t}, A)$ наближає $X(\vec{t})$ з надійністю $1 - \varepsilon$ та точністю δ у нормі простору $A(T)$, якщо для цієї моделі має місце нерівність

$$P\{\| X(\vec{t}) - X_n(\vec{t}, A) \| \geq \delta\} \leq \varepsilon. \tag{4}$$

Результати досліджень були систематизовані та викладені в багатьох монографіях, основні з них [7]– [14].

Козаченко Ю.В. та його учнями розроблені теоретичні основи побудови субгауссових та φ – субгауссових моделей випадкових процесів та полів, що зображуються у вигляді випадкових рядів, із заданими точністю і надійністю в нормах різних функціональних просторів ([8], [10], [13], [14], [15], [16]). Знайдено оцінки швидкості збіжності та розроблено обчислювальні алгоритми для моделювання випадкових процесів та полів, що зображуються у вигляді стохастичних інтегралів, із заданими точністю і надійністю в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та в просторі неперервних функцій ([8], [10], [13], [14], [17]-[20], [21], [22]). Знайдено оцінки швидкості збіжності та розроблено обчислювальні алгоритми побудови із заданими точністю і надійністю моделей випадкових процесів, що використовують зображення Карунена-Лоєва та зображення Фур'є, процесів з дискретним спектром в різних функціональних просторах, а саме, в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та в просторі неперервних функцій ([8], [10], [13], [14], [16]). Знайдено оцінки швидкості збіжності та розроблено обчислювальні алгоритми для моделювання випадкових полів, що зображуються у вигляді кратних рядів, із заданими точністю і надійністю в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та в просторі неперервних функцій ([23], [24]). Знайдено оцінки швидкості збіжності та розроблено обчислювальні алгоритми для моделювання субгауссових та φ – субгауссових випадкових полів на сфері із заданими точністю і надійністю в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та просторі неперервних функцій ([11], [25], [26], [27]).

В результаті проведених досліджень покращено оцінки швидкості збіжності субгауссових та φ-субгауссових випадкових рядів та кратних випадкових рядів у просторах $L_p(T), p \geq 1$, просторах Орліча та в просторі неперервних функцій, оцінки швидкості збіжності субгауссових стохастичних інтегралів у просторах $L_p(T), p \geq 1$, просторах Орліча та в просторі неперервних функцій. Набули подальшого розвитку методи дослідження властивостей субгауссових, φ-субгауссових та строго субгауссових випадкових процесів та полів в просторах $L_p(T), p \geq 1$, в просторах Орліча та в просторі неперервних функцій.

Зупинимось на деяких основних роботах. В роботах [28], [29], [30], [31] досліджувались умови та оцінки збіжності гауссових моделей за ймовірністю в різних функціональних просторах. Це дозволяє будувати моделі, що наближають гауссові випадкові процеси із заданими точністю та надійністю в різних функціональних просторах. В роботах [32], [33] вивчалась модель рандомізації спектру гауссового випадкового процесу, що була введена в роботах Г.А. Михайлова, і досліджено точність та надійність даної моделі в деяких функціональних просторах. В роботах [34], [35], [36], [37] досліджено алгоритм моделювання φ-субгауссового узагальненого дробового броунівського руху $Z^H(t)$. Побудовано модель, що наближає процес $Z^H(t)$ із заданою надійністю та точністю в $C([0,1])$ та $L_p(T), p \geq 1$.

В цих роботах розв'язується актуальна проблема розробки теоретичних основ побудови субгауссових моделей випадкових процесів і полів, що наближають випадкові процеси та поля із заданими точністю і надійністю, досліджуються оцінки швидкості збіжності моделей в різних функціональних просторах. Отримані оцінки швидкості збіжності випадкових рядів та стохастичних інтегралів можна застосувати для дослідження розв'язків стохастичних задач математичної фізики, зокрема, для статистичного моделювання розв'язків еліптичних, гіперболічних та параболічних рівнянь математичної фізики з випадковими факторами. Розроблені у вказаних роботах обчислювальні алгоритми для побудови реалізацій випадкових процесів та полів із заданими точністю і надійністю в різних функціональних просторах базуються на реалізації моделі у вигляді субгауссових випадкових рядів.

Починаючи з 60-х років, з'являються роботи, в яких вивчалися більш широкі класи випадкових величин і процесів, ніж гауссові випадкові величини і процеси.

Дослідження субгауссових випадкових величин почалося з робіт Дж. Кахана [38]. В 1968 році в роботі [39] Козаченко Ю.В. ввів поняття субгауссівських випадкових процесів. Ці дослідження активно розвивалось Ю.В. Козаченко та В.В. Булдигіним.

В роботі Булдигіна В.В. та Козаченка Ю.В. [40] було доведено, що простір субгауссових випадкових величин є банаховим відносно субгауссового стандарту. Властивості та різні сфери застосування субгауссових та строго субгауссових випадкових величин розглядались в роботах Булдигіна В.В. та Козаченка Ю.В. ([40] – [42]). Основні теоретичні результати були узагальнені, систематизовані та викладені в монографії [7] та її англомовному варіанті [9].

Козаченко Ю.В. та його учнями отримані нові результати пов'язані з теорією випадкових процесів та полів, що належать до різних функціональних просторів випадкових величин. В 1985 році в роботі [43] введено поняття банахових просторів типу субгауссових, а саме, простори $Sub_\varphi(\Omega)$ випадкових величин та процесів, які природним чином узагальнюють простори субгауссових випадкових величин. Простори $Sub_\varphi(\Omega)$ (простори φ-субгауссових випадкових величин) – це простори центрованих випадкових величин з певним ростом експоненціальних моментів.

В книзі [11] розглядаються властивості просторів $Sub_\varphi(\Omega)$, властивості сум незалежних випадкових величин з цих просторів, випадкові процеси з просторів $Sub_\varphi(\Omega)$, умови обмеженості та оцінки розподілів супремумів таких процесів для випадку, коли процес визначений в просторі з псевдометрикою, що породжена цим процесом. Властивостям φ-субгауссових просторів випадкових величин присвячено також роботи [26], [27]. Класи φ-субгауссових та строго φ-субгауссових випадкових процесів, як більш загальні, ніж класи гауссових та субгауссових випадкових процесів, є дуже цікавими з точки зору моделювання реальних випадкових процесів, які зустрічаються в системах масового обслуговування та в фінансовій математиці ([11]). Отримані результати використовуються для дослідження швидкості збіжності статистичних моделей випадкових процесів та полів.

Розроблені під керівництвом Козаченка Ю.В. алгоритми побудови реалізацій випадкових процесів і полів із заданими точністю і надійністю використовувались при розробці інформаційно-вимірювальних систем для стендових випробувань сільськогосподарської техніки [44], [45]. Розроблені обчислювальні алгоритми для моделювання вінерівського і узагальненого вінерівського процесів використовувались для оцінки трафіка комп'ютерних мереж ([46] – [49]), в задачах чисельного розв'язування стохастичних диференціальних та різницевих рівнянь, крайових задач, при статистичному моделюванні дифузійних процесів.

3. Висновки та перспективи подальших досліджень. Наукові досягнення Ю.В. Козаченка не обмежуються розглянутими результатами. В роботі приділена увага статистичному моделюванню, його теоретичним основам і методам практичної реалізації.

У Юрія Васильовича залишилось багато учнів і послідовників. І кожен має можливість поділитись та висвітлити напрямки їх спільних досліджень.

Козаченка Юрія Васильовича немає з нами. Але залишились його роботи, його ідеї, його бачення нових цікавих задач в теорії випадкових процесів, зокрема, і в галузі статистичного моделювання випадкових процесів та полів. В память про Велику Людину і Вчителя ми будемо продовжувати ці дослідження, розв'язувати залишені задачі, розвивати надані ідеї.

Кажуть, людина живе стільки – скільки її пам'ятають. Вічна пам'ять!

Список використаної літератури

1. Зелепугина И. Н., Козаченко Ю. В. К вопросу о моделировании гауссовских случайных процесов. Некоторые вопросы теории случайных процессов. К.: Наукова думка, 1982. С. 47–56.
2. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. Modeling the Gaussian stationary stochastic processes representable in the form of stochastic integrals. Theory and applications of statistical modelling, Collect. Sci. Works, Novosibirsk, 1988. P. 10–24.
3. Zelepugina I. N., Kozachenko Yu. V. On accuracy estimations in modelling random fields in spaces $Lp, p > 1$. *Issled. Oper. ASU* 1988. Вип. 32. P. 10–14.
4. Донченко В. С. Моделювання $L2$ -процесів. *Доповіді Академії наук УРСР*. 1982. № 5. С. 60–62.
5. Ядренко М. Й., Рахімов Г. К. Статистичне моделювання однорідного та ізотропного поля на площині. *Теорія ймовірностей та математична статистика.* 1993. Вип. 49. С. 245–251.
6. Yadrenko M. Y., Yadrenko O. M., Grikh Z. O. About Approximation and Statistical Simulation of Izotropic Fields. *Random Operators and Stochastic Equations.* 1993. Vol. 1, № 1. P. 37–45.
7. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. Метрические характеристики случайных величин и процессов. К.: ТВіМС, 1998. 290 с.
8. Козаченко Ю. В., Пашко А. О. Моделювання випадкових процесів. К.: ВПЦ Київський університет, 1999. 223 с.
9. Buldygin V. V., Kozachenko Yu. V. Metric characterization of random variables and random processes. Translations of Mathematical Monographs. 188. Providence, RI: AMS, American Mathematical Society. xii, 2000. 257 p.
10. Козаченко Ю. В., Пашко А. О., Розора І. В. Моделювання випадкових процесів і полів. К.: Задруга, 2007. 230 с.
11. Василик О. І., Козаченко Ю. В., Ямненко Р. Є. φ -субгауссові випадкові процеси: монографія. К.: ВПЦ Київський університет, 2008. 231 с.
12. Козаченко Ю. В., Погоріляк О. О., Тегза А. М. Моделювання гауссових випадкових процесів та процесів Кокса. Ужгород: Карпати, 2012.
13. Kozachenko Yu., Pogoriliak O., Rozora I. and Tegza A.Simulation of Stochastic processes with given accuracy and reliability. London: ISTE Press Ltd, Elsevier Ltd. 2016.
14. Козаченко Ю. В., Пашко А. О. Точність і надійність моделювання випадкових процесів та полів в рівномірній метриці: монографія. Київ: ТОВ СІК ГРУП Україна, 2016. 216 с.
15. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. Accuracy of simulation of stochastic processes in norms of Orlicz spaces.I. *Theor. Probability and Math. Statist.* 1999. No. 58. P. 51–66.
16. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. Accuracy of simulation of stochastic processes in norms of Orlicz spaces.II. *Theor. Probability and Math. Statist.* 1999. No.59. P. 77–92.
17. Козаченко Ю. В., Козаченко Л. Ф. О точности моделирования в $L2(0,T)$ гауссовских случайных процессов. *Вычислительная и прикладная математика.* 1991. No74. С. 108–115.
18. Козаченко Ю. В., Козаченко Л. Ф. О точности моделирования в $L2(0,T)$ гауссовских случайных процессов. *Вычислительная и прикладная математика.* 1992. No75. С. 88–93.
19. Козаченко Ю. В., Козаченко Л. Ф. Про моделювання гауссових стаціонарних процесів з абсолютно неперервним спектром. *Теорія ймовірностей та математична статистика.* 1992. Вип.47. С. 47–54.
20. Козаченко Ю. В., Пашко А. О., Зєлєпугіна І. М. Про точність моделювання субгауссових випадкових полів в деяких функціональних просторах. *Доповіді НАН України.* 2001. No1. С. 11–17.
21. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. On the simulation of random fields.I. *Theor. Probability*

and Math. Statist. 2000. No.61. P. 61–74.
22. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. On the simulation of random fields.II. *Theor. Probability and Math. Statist.* 2001. No.62. P. 51–63.
23. Козаченко Ю. В., Пашко А. О. Оцінка точності моделювання в Lp субгауссових випадкових полів на сфері. *Вісник Київського університету. Серія:Математика. Механіка.* 2002. No7-8. С. 26–32.
24. Пашко А. А., Козаченко Ю. В. Оценка скорости сходимости моделей субгауссовских случайных процессов в пространствах Орлича. *Известия Национальной академии наук Республики Казахстан. Серия физико-математическая.* 2013. No6(292). С. 60–65.
25. Козаченко Ю. В., Розора І. В. Точність та надійність моделювання випадкових процесів з простору $Sub_\varphi(\Omega)$ / // Теорія ймовірностей та математична статистика. - 2004. - Вип. 71. - С.93-105.
26. Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. On simulation of stochastic processes from the space $Sub_\varphi(\Omega)$. *Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика.* 2004. No1. С. 72–79.
27. Kozachenko Yu. V., Vasilik O. I. On the distribution of suprema of $Sub_\varphi(\Omega)$ random processes. *Theory of Stochastic Processes.* 1998. Vol.4(20), No1-2. P. 147–160.
28. Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. Simulation of Gaussian stochastic processes. *Random Operators and Stochastic Equations.* 2003. Vol.11. No3. P. 275–296.
29. Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. Simulation of Gaussian Stochastic Fields. *Theory of Stochastic Processes.* 2004. Vol.10(26). No.1-2. P. 48–60.
30. Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. Application of the theory of Square-Gaussian Processes to simulation of Stochastic Processes. *Theory of Stochastic Processes.* 2006. Vol.12(28). No3-4. P. 43–54.
31. Kozachenko Yu. V., Pashko A. A. Accuracy of Simulation of the Gaussian random processes with continuous spectrum. *Computer Modelling and New Technologies.* 2014. Vol.18. No3. P. 7–12.
32. Antonini R. G., Kozachenko Yu. V., Tegza A. M. Accuracy of simulation in Lp od Gaussian random processes. *Bulletin of the University of Kiev. Series: Physics & Mathematik.* 2002. Vol.5. P. 7–14.
33. Antonini R. G., Kozachenko Yu. V., Sorokulov V. V. On accuracy and reliability of simulation of some random processes from the space $Sub_\varphi(\Omega)$. *Theory of Stochastic Processes.* 2003. Vol.9(25). No3-4. P. 50–57.
34. Kozachenko Yu. V., Sottinen T., Vasylyk O. I. Simulation of weakly self-similar stationary increment $Sub_\varphi(\Omega)$ -processes: a serias expansion approach. *Methodology and Computing in Applied Probability.* 2005. Vol.7, No3. P. 379–400.
35. Kozachenko Yu., Vasylyk O., Pashko A. Simulation of generalized fractional Brownion motion in $C([0,T])$. *Monte Carlo Methods and Applications.* 2018. Vol.24, Iss.3. P. 179–192.
36. Козаченко Ю. В., Пашко А. О., Василик О. І. Моделювання дробового броунівського руху у просторі $Lp([0,T])$. *Теорія ймовірностей та матем. статистика.* 2017. Vol.97. С. 97–108.
37. Pashko A. A. Simulations of standart Brownian motion. *Computer modelling and new Technologies.* 2014. Vol.18. No10. P. 516–521.
38. Kahane J. P. Propri'et'es locales des fonctions 'a series de Fouries al'eatories. *Studia Math.* 1960. 19, No 1. P. 1–25.
39. Козаченко Ю. В. Достатні умови неперервності з ймовірністю одиниця субгауссовських випадкових процесів. *Доповіді АН УРСР.* 1968. No2. С. 109–116.
40. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. О субгауссовских случайных величинах. *Украинский математический журнал.* 1980. Т.32, No 6. С. 723–730.
41. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. Субгауссовские случайные векторы и процессы. *Теория вероятностей и математическая статистика.* 1987. Вып.36. С. 10–22.
42. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. Оценки для распределения супремума одного класса случайных процессов. *Украинский математический журнал.* 1993. Т.45, No5. С. 596–608.
43. Козаченко Ю. В., Островский Е. И. Банаховы пространства случайных величин типа субгауссовских. *Теория вероятностей и математическая статистика.* 1985. Вып.32. С. 42–53.
44. Пашко А. А. Моделирование на ЭВМ гауссовских стационарных случайных процессов

при испытаниях сельскохозяйственных машин. *Системные методы испытаний техники для животноводства и кормопроизодства. Сборник научных трудов ВНИИМОЖ.* Новокубанск. 1989. С. 7–14.
45. Пашко А. А. Математическое и программное обеспечение цифровых методов анализа случайных процессов в информационно-измерительных системах для автоматизации стендовых испытаний. *Новое в методах испытаний сельскохозяйственной техники. Сборник научных трудов ВНИИМОЖ.* Новокубанск.1990. С. 19–28.
46. Pashko A. Simulation of telecommunication traffic using statistical models of fractional Brownian motion. *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T).* Kharkov, 2017. P. 414–418. doi: 10.1109/INFOCOMMST.2017.8246429.
47. Pashko A. O., Rozora I. V. Accuracy of simulation for the network traffic in the form of fractional Brownian motion. *14th International Conference on Advanced Trends in Radioelecrtronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET).* Slavske, 2018. P. 840–845. doi: 10.1109/TCSET.2018.8336328.
48. Pashko A., Vasylyk O. Statistical Simulation of Size Behavior for TCP Windows. *IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T).* Kyiv, 2019. P. 617–620, doi:10.1109/PICST47496.2019.9061332.
49. Pashko A. O., Lukovych O. V., Rozora I. V., Oleshko T. A., Vasylyk O. I. Analysis of simulation methods for fractional Brownian motion in the problems of intelligent systems design. *IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory.* Kyiv, 2019. P. 373–378. doi: 10.1109/ATIT49449.2019.9030478.

Pashko A. A., Rozora I. V., Vasylyk O. I. Directions of scientific research Yu. V. Kozachenko: statistical simulation.

The paper highlights the scientific achievements of Doctor in Physics and Mathematics, Professor Yuriy Kozachenko in the field of statistical simulation. Kozachenko Yu.V. worked at the Department of Probability Theory, Statistics and Actuarial Mathematics of Taras Shevchenko National University of Kyiv. He stood at the origins of statistical simulation at his home University. Kozachenko Yu.V. and his students developed the scientific background of the simulation theory of Gaussian and similar random processes as well as fields in different functional spaces with a given accuracy and reliability. Developing the methods of statistical modeling, considerable attention was paid to the study of the convergence of statistical models to stochastic processes and fields in different functional spaces. One of the great results that belongs to the scientific school of Kozachenko Yu.V. is the investigation of the theory of functional spaces of random variables. A significant place in these studies is occupied by the Orlicz space.

Keywords: sub-Gaussian processes, Orlicz space, statistical simulation, accuracy and reliability.

References

1. Zelepugina, I.P., & Kozachenko, Yu.V. (1982). On the question of the simulation of Gaussian stochastic processes *Some questions of the theory of stochastic processes, Collect. sci. Work.* (pp. 47–56). Kiev. [in Russian]
2. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.A. (1988). Modeling the Gaussian stationary stochastic processes representable in the form of stochastic integrals. *Theory and applications of statistical modelling, Collect. Sci. Works.* (pp. 10–24). Novosibirsk.[in Russian]
3. Zelepugina, I.N., & Kozachenko, Yu.V. (1988). On accuracy estimations in modelling random fields in spaces $Lp, p > 1$. *Issled. Oper. ASU. 32.* 10–14.[in Russian]
4. Donchenko, V.S. (1982). Simulation of $L2-$processes. *Dopov. Akad. Nauk Ukr. RSR. 5.* 60–62. [in Ukrainian]
5. Yadrenko, M.Y., & Rahimov, G.K. (1993). Statistical simulation homogeneous and isotropic field on plane. *Theor. Probability and Math. Statist. 49.* 245–251.[in Russian]
6. Yadrenko, M.Y., Yadrenko, O.M., & Grikh, Z.O. (1993). About Approximation and Statistical Simulation of Izotropic Fields. *Random Operators and Stochastic Equations. 1, 1.* 37–45.

7. Buldygin, V.V., & Kozachenko, Yu. V. (1988). Metric characterization of random variables and random processes. *K.: TViMS.* [in Russian]
8. Kozachenko, Yu. V., & Pashko, A.O.(1999). Simulation of random processes. *K.: Kyiv University Publishing House.* [in Ukrainian]
9. Buldygin, V.V.,& Kozachenko, Yu.V. (2000). Metric characterization of random variables and random processes. *Translations of Mathematical Monographs. 188. Providence, RI: AMS, American Mathematical Society. xii.*
10. Kozachenko, Yu.V., Pashko, A.O., & Rozora, I.V. (2007). Simulation of random processes and fields. *K.: Zadruga.* [in Ukrainian]
11. Vasylyk, O.I., Kozachenko, Yu.V., & Yamnenko, R.E. (2008). φ – suggaussian random processes. *K.: Kyiv University Publishing House.* [in Ukrainian]
12. Kozachenko, Yu.V., Pogorilyak, O.O., & Tegza, A.M. (2012). Simulation of random processes and Kox–processes. *Uzgorod: Karpaty.* [in Ukrainian]
13. Kozachenko, Yu., Pogoriliak, O., Rozora, I., & Tegza, A. (2016). Simulation of Stochastic processes with given accuracy and reliability. *London: ISTE Press Ltd, Elsevier Ltd.*
14. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.O. (2016). Accuracy and reliability of simulation of random processes and fields in uniform methrics. *K: TOV SIK GROUP Ukraine.* [in Ukrainian]
15. Kozachenko, Yu.V.,& Pashko, A.A. (1999). Accuracy of simulation of stochastic processes in norms of Orlicz spaces.I. *Theor. Probability and Math. Statist. 58.* 51–66. [in Ukrainian]
16. Kozachenko, Yu.V.,& Pashko, A.A. (1999). Accuracy of simulation of stochastic processes in norms of Orlicz spaces.II. *Theor. Probability and Math. Statist. 59.* 77–92. [in Ukrainian]
17. Kozachenko, Yu.V., & Kozachenko, L.F. (1991). Accuracy of modeling stationary Gaussian stochastic processes in L2(0 T). *Vychisl. Prikl. Mat. 75.* 108–115. [in Ukrainian]
18. Kozachenko, Yu.V., & Kozachenko, L.F. (1992). On accuracy of modeling of Gaussian stochastic processes in L2(0 T). *Vychisl. Prikl. Mat. 74.* 88–93. [in Ukrainian]
19. Kozachenko, Yu.V., & Kozachenko, L.F. (1992). On the modelling of Gaussian stationary processes with absolutely continuous spectrum. *Teor. Jmovirn. Mat. Stat. 47.* 47–54. [in Ukrainian]
20. Kozachenko, Yu.V., Pashko, A.O., & Zelepugina, I.M. (2001). The accuracy of simulation of sub-Gaussian random fields in some functional spaces.*Dopov. Nats. Akad. Nauk Ukr., Mat. Pryr. Tekh. Nauky. 1.* 11–17. [in Ukrainian]
21. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.A. (2000). On the simulation of random fields.I. *Theor. Probability and Math. Statist. 61.* 61–74. [in Ukrainian]
22. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.A. (2001). On the simulation of random fields.II. *Theor. Probability and Math. Statist. 62.* 51–63. [in Ukrainian]
23. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.O. (2002). Estimation of accuracy of simulation of random fields on the sphere in $Lp, p \geq 2$. *Visn., Mat. Mekh., Kyiv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka. No.7–8.* 26–32. [in Ukrainian]
24. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.O. (2013). The estimation of the speed of the models of the sub-Gaussian random processes in the Orliz space. it Development of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Type of physical-mathematical. No6(292). 60–65.[in Russian]
25. Kozachenko, Yu.V., & Rozora, I.V. (2004). Accuracy and reliability of models of stochastic processes of the space $Sub_\varphi(\Omega)$. *Teor. Jmovirn. Mat. Stat. 71.* 93–104.
26. Kozachenko, Yu.V., & Rozora, I.V. (2004). On simulation of stochastic processes from the space $Sub_\varphi(\Omega)$. *Prykl. Stat., Aktuarna Finans. Mat. 1.*72–78.
27. Kozachenko, Yu.V., & Vasylyk, O.I. (1998). On the distribution of suprema of $Sub_\varphi(\Omega)$ random processes. *Theory of Stochastic Processes. 4(20), No1-2.* 147–160.
28. Kozachenko, Yu.V., & Rozora, I.V. (2003). Simulation of Gaussian stochastic processes. *Random Operators and Stochastic Equations. 11, No3.* 275–296.
29. Kozachenko, Yu.V., & Rozora, I.V. (2004). Simulation of Gaussian Stochastic Fields. *Theory of Stochastic Processes. 10(26), No.1-2.* 48–60.
30. Kozachenko, Yu.V., & Rozora, I.V. (2006). Application of the theory of Square-Gaussian Processes to simulation of Stochastic Processes. *Theory of Stochastic Processes. 12(28), No3-4.* 43–54.
31. Kozachenko, Yu.V., & Pashko, A.A. (2014). Accuracy of Simulation of the Gaussian random processes with continuous spectrum. *Computer Modelling and New Technologies. 18, No 3.*

7–12.

32. Antonini, R.G., Kozachenko, Yu.V., & Tegza, A.M. (2002). Accuracy of simulation in Lp od Gaussian random processes. *Bulletin of the University of Kiev. Series: Physics & Mathematik. 5*. 7–14. [in Ukrainian]
33. Antonini, R.G., Kozachenko, Yu.V., & Sorokulov, V.V. (2003). On accuracy and reliability of simulation of some random processes from the space $Sub_{\varphi}(\Omega)$. *Theory of Stochastic Processes. 9(25), No3-4*. 50–57.
34. Kozachenko, Yu.V., Sottinen, T., & Vasylyk, O.I. (2005). Simulation of weakly self–similar stationary increment $Sub_{\varphi}(\Omega)$ –processes: a serias expansion approach. *Methodology and Computing in Applied Probability. 7, No3*. 379–400.
35. Kozachenko, Yu., Vasylyk, O., & Pashko, A. (2018). Simulation of generalized fractional Brownion motion in $C([0,T])$. *Monte Carlo Methods and Applications. 24, Iss.3*. 179–192.
36. Kozachenko, Yu., Vasylyk, O., & Pashko, A. (2017). Simulation of generalized fractional Brownion motion in $Lp([0,T])$. *Teor. Jmovirn. Mat. Stat. 97*. 97–108. [in Ukrainian]
37. Pashko, A.A. (2014). Simulations of standart Brownian motion. *Computer modelling and new Technologies. 18, No10*. 516–521.
38. Kahane, J.P. (1960). Propri'et'es locales des fonctions 'a series de Fouries al'eatories. *Studia Math. 19, No 1*. 1–25.
39. Kozachenko, Yu.V. (1968). Sufficient conditions of continuity with unity probability of subgaussian random processes. *Dopov. Akad. Nauk Ukr. RSR, Ser. A. 2*. 113–115. [in Ukrainian]
40. Buldygin, V.V., & Kozachenko, Yu.V. (1980). Sub-Gaussian random variables. *Ukr. Mat. Zh. 32*. 723–730. [in Ukrainian]
41. Buldygin, V.V., & Kozachenko, Yu.V. (1987). Subgaussian random vectors and processes. *Teor. Veroyatn. Mat. Stat. 36*. 10–22.[in Russian]
42. Buldygin, V.V., & Kozachenko, Yu.V. (1993). Estimates of the supremum distribution for a certain class of random processes. *Ukr. Mat. Zh. 45, No.5*.596–608. [in Ukrainian]
43. Kozachenko, Yu.V., & Ostrovskij, E.I. (1985). Banach spaces of random variables of sub-Gaussian type. *Teor. Veroyatn. Mat. Stat. 32*. 42–53. [in Russian]
44. Pashko, A.A. (1989). Computer simulation of Gaussian stationary random processes during testing of agricultural machines. *System test methods for livestock and forage production. Collection of scientific papers VNIIMOZH. Novokubansk*. 7–14.[in Russian]
45. Pashko, A.A. (1990). Mathematical and software support for digital methods of analysis of random processes in information-measuring systems for the automation of bench tests. *New in test methods for agricultural machinery. Collection of scientific papers VNIIMOZH. Novokubansk*. 19–28. [in Russian]
46. Pashko, A.O. (2017). Simulation of telecommunication traffic using statistical models of fractional Brownian motion. *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*. 414–418. doi: 10.1109/INFOCOMMST.2017.8246429.
47. Pashko, A.O., Rozora, I.V. (2018). Accuracy of simulation for the network traffic in the form of fractional Brownian motion. *14th International Conference on Advanced Trends in Radioelecrtronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*. 840–845. doi: 10.1109/TCSET.2018.8336328.
48. Pashko A., Vasylyk O. (2019). Statistical Simulation of Size Behavior for TCP Windows. *IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)*. 617–620. doi:10.1109/PICST47496.2019.9061332.
49. Pashko, A.O., Lukovych, O.V., Rozora, I.V., Oleshko, T.A., & Vasylyk, O.I. (2019). Analysis of simulation methods for fractional Brownian motion in the problems of intelligent systems design. *IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory*. 373–378. doi: 10.1109/ATIT49449.2019.9030478.

Одержано 03.10.2020