УДК 512.547.25

П. М. Гудивок, С. П. Кіндюх (Ужгородський нац. ун-т)

ПРО МАТРИЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ СКІНЧЕННИХ p-ГРУП НАД ОБЛАСТЯМИ ЦІЛІСНОСТІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НУЛЬ

It is making up clear, when the problem of the description of non-equivalent matrix representations of finite p-groups over some integral domains of characteristic zero is wild.

Виясняється, коли задача описання нееквівалентних матричних зображень скінченних p-груп над деякими областями цілісності характеристики нуль є дикою.

Нехай G — скінченна група і R — комутативне кільце з одиницею. Група G називається дикою над кільцем R, якщо описання з точністю до R-еквівалентності матричних R-зображень групи G включає задачу про класифікацію з точністю до подібності пар nxn-матриць над деяким полем (n — довільне натуральне число). Задача про дикість скінченної групи G над областю цілісності R характеристики нуль розв'язана в таких випадках:

1) R — кільце цілих p-адичних чисел [1–2];
2) R — повне дискретно нормоване кільце характеристики нуль з полем лишків характеристики p [1–5];
3) R — кільце формальних степеневих рядів від m змінних з коефіцієнтами з кільця цілих P-адичних чисел [6–7].

Про деякі інші результати по цій тематиці див. у [8].

В даній роботі досліджується дикість скінченної p-групи G над областю цілісності K характеристики нуль, якщо $p \notin K^*$ (K^* — мультиплікативна група кільця K).

Лема 1. *Нехай $H = \langle a\rangle \times \langle b\rangle$ — абелева p-група типу (p, p) ($a^p = b^p = e, p \neq 2$), K — область цілісності характеристики нуль, $p \notin K^*$ і $\varepsilon \in K(\varepsilon^p = 1, \varepsilon \neq 1)$. Група H є дикою над кільцем K.*

Доведення. Розглянемо наступні матричні K-зображення $\Gamma(A, B)$ групи H:

$$a \to \begin{pmatrix} \varepsilon E & 0 & 0 & E & A \\ 0 & \varepsilon E & 0 & E & E \\ 0 & 0 & \varepsilon E & E & B \\ 0 & 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E \end{pmatrix} = \Gamma_a(A, B),$$

$$b \to \begin{pmatrix} \varepsilon E & 0 & 0 & 0 & A \\ 0 & \varepsilon^2 E & 0 & \varepsilon E & \lambda E \\ 0 & 0 & E & -E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E \end{pmatrix} = \Gamma_b(A, B),$$

($\lambda = 1 + \varepsilon$, E — одинична матриця порядку n, A і B — довільні nxn-матриці над кільцем K).

Нехай K-зображення $\Gamma(A, B)$ і $\Gamma(A', B')$ групи H K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(5n, K)$, що

$$\Gamma_a(A, B)C = C\Gamma_a(A', B'), \tag{1}$$

$$\Gamma_b(A,B)C = C\Gamma_b(A',B'). \tag{2}$$

Нехай $t = 1-\varepsilon, C = ||C_{ij}||$, де C_{ij} — матриця порядку n над кільцем K $(1\leqslant i,j\leqslant 5)$. Тоді із (1) і (2) одержуємо:

$$C_{21} = C_{12} = C_{31} = C_{32} = C_{41} = C_{42} = C_{43} = 0,$$

$$C_{13} = C_{23} = C_{45} = C_{51} = C_{52} = C_{53} = C_{54} = 0,$$

$$C_{44} = C_{11} + tC_{14}, C_{44} = C_{22} + tC_{25},$$

$$C_{55} = C_{22} + tC_{25}, C_{44} = C_{33} + tC_{34},$$

$$AC_{55} = C_{11}A' + tC_{15}, BC_{55} = C_{33}B' + tC_{35}.$$

Звідси дістаємо, що

$$C_{55} \equiv C_{44} \equiv C_{33} \equiv C_{22} \equiv C_{11} (\mathrm{mod} V),$$

$$AC_{11} \equiv C_{11}A' (\mathrm{mod} V),$$

$$BC_{11} \equiv C_{11}B' (\mathrm{mod} V),$$

де C_{11} — оборотна матриця над кільцем K, V — максимальний ідеал кільця К і $t \in V$.

Отже, група H є дикою над кільцем K. Лема доведена.

Лема 2. *Нехай $H = \langle a\rangle$ — циклічна p-група порядку p $(p > 3)$, K — область цілісності характеристики нуль, $p \notin K^*$ і $\varepsilon \in K(\varepsilon^p = 1, \varepsilon \neq 1)$. Група H є дикою над кільцем K.*

Доведення. Розглянемо матричні K-зображення $\Gamma(A,B)$ групи $H = \langle a\rangle$ такого вигляду:

$$a \to \begin{pmatrix} \varepsilon E & 0 & E & A & B \\ 0 & \varepsilon^2 E & E & E & E \\ 0 & 0 & \varepsilon^3 E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon^4 E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E \end{pmatrix} = \Gamma_a(A,B)$$

(E — одинична матриця порядку n, A і B — довільні nxn-матриці над кільцем K).

Нехай K-зображення $\Gamma(A,B)$ і $\Gamma(A',B')$ групи $H = \langle a\rangle$ K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(5n,K)$, що

$$\Gamma_a(A,B)C = C\Gamma_a(A',B'). \tag{3}$$

Очевидно, $C = ||C_{ij}||$, де C_{ij} — матриця порядку n над кільцем K $(1 \leqslant i,j \leqslant 5)$. Із (3) випливає, що

$$C_{21} = C_{31} = C_{32} = C_{41} = C_{42} = C_{43} = 0,$$

$$C_{51} = C_{52} = C_{53} = C_{54} = 0,$$

$$C_{12} = C_{34} = C_{35} = C_{45} = 0,$$

$$C_{11} \equiv C_{22} \equiv C_{33} \equiv C_{44} \equiv C_{55} (\mathrm{mod} V),$$

$$AC_{11} \equiv C_{11}A' (\mathrm{mod} V),$$

$$BC_{11} \equiv C_{11}B' (\mathrm{mod} V),$$

де C_{11} — оборотна матриця над кільцем K, V — максимальний ідеал кільця K $(1-\varepsilon = t \in V)$.

Звідси одержуємо, що група H є дикою над кільцем K. Лема доведена.

Лема 3. *Нехай $H = \langle a \rangle$ — циклічна 3-група порядку 9, K — область цілісності характеристики нуль, $3 \notin K^*$ і $\varepsilon \in K(\varepsilon^3 = 1, \varepsilon \neq 1)$. Група $H = \langle a \rangle$ є дикою над кільцем K.*

Доведення. Розглянемо матричні K-зображення $\Gamma(A, B)$ групи $H = \langle a \rangle$ такого вигляду:

$$a \to \begin{pmatrix} D_1 & 0 & D_4(A,B) \\ 0 & D_2 & D_5 \\ 0 & 0 & D_3 \end{pmatrix} = \Gamma_a(A, B),$$

де

$$D_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon E \\ E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \end{pmatrix}, D_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon^2 E \\ E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \end{pmatrix}, D_3 = \begin{pmatrix} \varepsilon E & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^2 E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{pmatrix},$$

$$D_4(A,B) = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}, D_5 = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{pmatrix}$$

(E — одинична матриця порядку n, A і B — довільні nxn-матриці над кільцем K).

Нехай K-зображення $\Gamma(A, B)$ і $\Gamma(A', B')$ групи $H =< a >$ K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(9n, K)$, що

$$\Gamma_a(A, B)C = C\Gamma_a(A', B'). \tag{4}$$

Очевидно, $C = ||C_{ij}||$, де C_{ij} — матриця порядку $3n$ над кільцем K $(1 \leqslant i, j \leqslant 3)$. Тоді із (4) дістаємо:

$$D_3C_{31} = C_{31}D_1, D_3C_{32} = C_{32}D_2,$$

$$C_{21}D_1 = D_2C_{21} + C_{31}, C_{12}D_2 = D_1C_{12} + D_4C_{32}.$$

Звідси випливає, що

$$C_{31} = C_{32} = C_{21} = C_{12} = 0. \tag{5}$$

Далі, із (4) і (5) одержимо, що

$$D_1C_{11} = C_{11}D_1, D_2C_{22} = C_{22}D_2, D_3C_{33} = C_{33}D_3, \tag{6}$$

$$D_1C_{13} + D_4(A, B)C_{33} = C_{11}D_4(A', B') + C_{13}D_3, \tag{7}$$

$$D_2C_{23} + C_{33} = C_{22} + C_{23}D_3. \tag{8}$$

Нехай $C_{rr} = ||A_{ij}^{(r)}||(r = 1, 2, 3)$, де $||A_{ij}^{(r)}||$ — матриця порядку n над кільцем K $(1 \leqslant i, j \leqslant 3)$. Тоді із (6) випливає, що

$$A_{11}^{(1)} = A_{22}^{(1)} = A_{33}^{(1)}, A_{21}^{(1)} = A_{32}^{(1)} = \varepsilon^2 A_{13}^{(1)}, A_{12}^{(1)} = A_{23}^{(1)} = \varepsilon A_{31}^{(1)}, \tag{9}$$

$$A_{11}^{(2)} = A_{22}^{(2)} = A_{33}^{(2)}, A_{21}^{(2)} = A_{32}^{(2)} = \varepsilon A_{13}^{(2)}, A_{12}^{(2)} = A_{23}^{(2)} = \varepsilon^2 A_{31}^{(2)}, \tag{10}$$

$$A_{ij}^{(3)} = 0(i \neq j). \tag{11}$$

Нехай $C_{23} = ||B_{ij}||$, де $||B_{ij}||$ — матриця порядку n. Далі, із (8) – (11) дістаємо:

$$A_{11}^{(3)} + \varepsilon^2 B_{31} = A_{11}^{(2)} + \varepsilon B_{11},$$

$$B_{11} = \varepsilon A_{13}^{(2)} + \varepsilon B_{21}, B_{21} = \varepsilon A_{12}^{(2)} + \varepsilon B_{31},$$

$$A_{22}^{(3)} + B_{12} = A_{11}^{(2)} + \varepsilon^2 B_{22},$$

$$\varepsilon^2 B_{32} = A_{12}^{(2)} + \varepsilon^2 B_{12}, B_{22} = \varepsilon A_{13}^{(2)} + \varepsilon^2 B_{32},$$

$$A_{33}^{(3)} + B_{23} = A_{11}^{(2)} + B_{33},$$

$$B_{13} = A_{23}^{(2)} + B_{23}, \varepsilon^2 B_{23} = A_{13}^{(2)} + B_{13}.$$

Звідси випливає, що

$$A_{ii}^{(3)} \equiv (A_{11}^{(2)} + A_{12}^{(2)} + A_{13}^{(2)})(\mathrm{mod} V)(i = 1, 2, 3), \tag{12}$$

де V — максимальний ідеал кільця K $(1 - \varepsilon = t \in V)$.

Отже,

$$A_{11}^{(3)} \equiv A_{22}^{(3)} \equiv A_{33}^{(3)} (\mathrm{mod} V). \tag{13}$$

Нехай $C_{13} = ||S_{ij}||$, де $|S_{ij}||$ — матриця порядку n над кільцем K. Тоді із (7) отримаємо:

$$\varepsilon S_{31} + A_{11}^{(3)} = A_{11}^{(1)} + \varepsilon S_{11},$$

$$S_{11} = \varepsilon^2 A_{13}^{(1)} + \varepsilon S_{21},$$

$$S_{21} = \varepsilon^2 A_{12}^{(1)} + \varepsilon S_{31}.$$

Звідси одержуємо:

$$A_{11}^{(3)} \equiv (A_{11}^{(1)} + A_{12}^{(1)} + A_{13}^{(1)})(\mathrm{mod} V). \tag{14}$$

Аналогічно із (7) дістаємо, що

$$AA_{22}^{(3)} \equiv (A_{11}^{(1)} + A_{12}^{(1)} + A_{13}^{(1)})A'(\mathrm{mod} V), \tag{15}$$

$$BA_{33}^{(3)} \equiv (A_{11}^{(1)} + A_{12}^{(1)} + A_{13}^{(1)})B'(\mathrm{mod} V). \tag{16}$$

Із (12) – (16) отримаємо:

$$AA_{11}^{(3)} \equiv A_{11}^{(3)} A'(\mathrm{mod} V),$$

$$BA_{11}^{(3)} \equiv A_{11}^{(3)} B'(\mathrm{mod} V),$$

де $A_{11}^{(3)}$ — оборотна матриця над кільцем K.

Отже, група $H = \langle a \rangle$ є дикою над кільцем K. Лема доведена

Теорема 1. *Нехай G — скінченна p-група порядку $|G| > 1$, K — область цілісності характеристики нуль, $p \notin K^*$ і $\varepsilon \in K(\varepsilon^p = 1, \varepsilon \neq 1)$. Група G є дикою над кільцем K, якщо виконується одна із таких умов:*

1) $p > 3$;

2) G — 3-*група порядку* $|G| > 3$.

Доведення теореми випливає із лем 1 – 3.

Теорема 2. *Нехай G – скінченна нециклічна 2-група, K — нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і W — максимальний ідеал кільця K. Група G не є дикою над кільцем K тоді і тільки тоді, коли G — група порядку 4 і $W = 2K$.*

Доведення. Нехай $W = 2K$. В цьому випадку K є дискретно нормованим кільцем. Л. О. Назарова [9] описала всі нееквівалентні нерозкладні матричні K-зображення абелевої групи H типу (2, 2).

Із [10] випливає, що для матричних K-зображень групи H справедлива теорема Крулля-Шмідта. Отже, група H не є дикою над кільцем K. Звідси і з [2] випливає доведення теореми, якщо $W = 2K$.

Нехай далі $W \neq 2K$ і $t \in W, t \notin 2K$. Очевидно, досить розглянути випадок, коли G — група типу (2, 2):

$$a^2 = b^2 = e, ab = ba.$$

Розглянемо матричні K-зображення $\Gamma(A, B)$ групи G такого вигляду:

$$a \to \begin{pmatrix} -E_1 & 0 & 0 & D(A,B) \\ 0 & E_1 & E_1 & 0 \\ 0 & 0 & -E_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_1 \end{pmatrix} = \Gamma_a(A, B),$$

$$b \to \begin{pmatrix} E_1 & 0 & T & 0 \\ 0 & -E_1 & 0 & E_1 \\ 0 & 0 & -E_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_1 \end{pmatrix} = \Gamma_b(A, B),$$

де E_1 — одинична матриця порядку $2n$ (n — довільне натуральне число),

$$T = \begin{pmatrix} tE & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, D(A,B) = \begin{pmatrix} tA & tB \\ E & 0 \end{pmatrix}$$

(E — одинична матриця порядку n, A і B — довільні nxn-матриці над кільцем K).

Нехай K-зображення $\Gamma(A, B)$ і $\Gamma(A', B')$ групи G K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(8n, K)$, що

$$\Gamma_a(A, B)C = C\Gamma_a(A', B'), \tag{17}$$

$$\Gamma_b(A, B)C = C\Gamma_b(A', B'). \tag{18}$$

Очевидно, $C = ||C_{ij}||$, де C_{ij} — матриця порядку n над кільцем K $(1 \leqslant i, j \leqslant 4)$.

Із (17) і (18) легко випливає, що

$$C_{21} = C_{12} = C_{31} = C_{41} = C_{42} = C_{43} = C_{32} = C_{34} = 0. \tag{19}$$

Далі із (17) – (19) одержуємо:

$$D(A,B)C_{44} = C_{11}D(A', B') + 2C_{14}, \tag{20}$$

$$C_{22} = C_{33} + 2C_{23}, \tag{21}$$

$$TC_{33} = C_{11}T - 2C_{13}, \tag{22}$$

$$C_{44} = C_{22} + 2C_{24}. \tag{23}$$

Із (21) і (23) випливає, що

$$C_{44} \equiv C_{33} \equiv C_{22} (\mathrm{mod} 2K). \tag{24}$$

Нехай

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} R_{ij} & S_{ij} \\ U_{ij} & V_{ij} \end{pmatrix},$$

де R_{ij} і V_{ij} — матриці порядку n.

Тоді із (22) дістаємо:

$$tR_{11} = tR_{33} + 2R_{13}, \tag{25}$$

$$S_{11} = tS_{33} + 2S_{13}, \tag{26}$$

$$tU_{11} = U_{33} + 2U_{13}, \tag{27}$$

$$V_{11} = V_{33} + 2V_{13}. \tag{28}$$

Отже, із (25) і (28) отримаємо:

$$R_{11} \equiv R_{33}(\mathrm{mod} W), V_{11} \equiv V_{33}(\mathrm{mod} W). \tag{29}$$

Далі із (20) одержуємо:

$$R_{44} = tU_{11}A' + V_{11} + 2U_{14}, \tag{30}$$

$$S_{44} = tU_{11}B' + 2V_{14}, \tag{31}$$

$$tAR_{44} + tBU_{44} = tR_{11}A' + S_{11} + 2R_{14}, \tag{32}$$

$$tAS_{44} + tBV_{44} = tR_{11}B' + 2S_{14}. \tag{33}$$

Із (24), (29) і (30) випливає, що

$$V_{ii} \equiv R_{ii} \equiv R_{11}(\mathrm{mod} W)(i = 1, 2, 3, 4). \tag{34}$$

Далі із (26), (31), (32) і (33) дістаємо:

$$AR_{44} + BU_{44} - R_{11}A' - S_{33} \equiv 0(\mathrm{mod} W),$$

$$BV_{44} \equiv R_{11}B'(\mathrm{mod} W).$$

Звідси та із (24), (27), (31) і (34) одержуємо:

$$AR_{11} \equiv R_{11}A'(\mathrm{mod} W),$$
$$BR_{11} \equiv R_{11}B'(\mathrm{mod} W).$$

Враховуючи (19) і (26), маємо, що R_{11} — оборотна матриця над кільцем K. Отже, група G є дикою над кільцем K. Теорема доведена.

Лема 4. *Нехай $H = \langle a \rangle$ — циклічна група порядку 8, K — нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і W — максимальний ідеал кільця K. Група $H = \langle a \rangle$ не є дикою над кільцем K тоді і тільки тоді, коли $W = 2K$.*

Доведення. Достатність леми випливає із [11]. Доведемо далі необхідність. Нехай $W \neq 2K$ і $t \in W$, $t \notin 2K$.

Розглянемо матричні K-зображення $\Gamma(A, B)$ групи $H = \langle a \rangle$ такого вигляду:

$$a \to \begin{pmatrix} S_1 & D_1 & D_2(A) & D_3(B) \\ 0 & S_2 & D_4 & D_4 \\ 0 & 0 & -E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E \end{pmatrix} = \Gamma_a(A, B), \tag{35}$$

де E — одинична матриця порядку n,

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -E \\ E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & -E \\ E & 0 \end{pmatrix},$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 0 & tE \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_2(A) = \begin{pmatrix} A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_3(B) = \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_4 = \begin{pmatrix} tE \\ 0 \end{pmatrix}$$

(A і B — довільні матриці порядку n над кільцем K).

Нехай K-зображення $\Gamma(A,B)$ і $\Gamma(A',B')$ групи $H = \langle a \rangle$ K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(8n, K)$, що

$$\Gamma_a(A,B)C = C\Gamma_a(A',B'). \tag{36}$$

Очевидно, $C = ||C_{ij}||$, де $C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}$ — матриці відповідно порядків $4n$, $2n$, n, n. Із (35), (36) і леми Шура випливає, що

$$C_{21} = 0, C_{31} = 0, C_{32} = 0, C_{41} = 0, C_{42} = 0, C_{43} = C_{34} = 0. \tag{37}$$

Далі із (36) одержуємо:

$$S_1C_{11} = C_{11}S_1, \tag{38}$$

$$S_2C_{22} = C_{22}S_2, \tag{39}$$

$$S_2C_{23} + D_4C_{33} = C_{22}D_4 - C_{23}, \tag{40}$$

$$S_2C_{24} + D_4C_{44} = C_{22}D_4 + C_{24}, \tag{41}$$

$$S_1C_{12} + D_1C_{22} = C_{11}D_1 + C_{12}S_2, \tag{42}$$

$$S_1C_{13} + D_1C_{23} + D_2(A)C_{33} = C_{11}D_2(A') + C_{12}D_4 - C_{13}, \tag{43}$$

$$S_1C_{14} + D_1C_{24} + D_3(B)C_{44} = C_{11}D_3(B') + C_{12}D_4 + C_{14}. \tag{44}$$

Із (38) і (39) дістаємо:

$$C_{11} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ -U_{14} & U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ -U_{13} & -U_{14} & U_{11} & U_{12} \\ -U_{12} & -U_{13} & -U_{14} & U_{11} \end{pmatrix}, \tag{45}$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ -V_{12} & V_{11} \end{pmatrix}, \tag{46}$$

де U_{ij} і V_{ij} — матриці порядку n.

Далі із (40) – (46) одержуємо:

$$C_{33} \equiv (V_{11} + V_{12})(\mathrm{mod} W),$$

$$C_{44} \equiv (V_{11} + V_{12})(\mathrm{mod} W),$$

$$C_{33} \equiv (U_{11} + U_{12} + U_{13} + U_{14})(\mathrm{mod} W),$$

$$AC_{33} \equiv C_{33}A'(\mathrm{mod} W),$$

$$BC_{33} \equiv C_{33}B'(\mathrm{mod} W).$$

Отже, група $H = \langle a \rangle$ є дикою над кільцем K. Лема доведена.

Теорема 3. *Нехай G — циклічна 2-група порядку $|G| > 4$, K — нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і W – максимальний ідеал кільця K. Група G не є дикою над кільцем K тоді і тільки тоді, коли $|G| = 8$ і $W = 2K$.*

Доведення теореми випливає із леми 4 і [2].

1. *Гудивок П. М.* О модулярных и целочисленных представлениях конечных групп // ДАН СССР. – 1974. – **214**, №5. – С. 993–996.
2. *Гудивок П. М.* О представлениях конечных групп над полным дискретно нормированным кольцом // Труды Матем. ин-та АН СССР. – 1978. – 148. – С. 96–105.
3. *Гудивок П. М.* О представлениях прямого произведения групп над полными дискретно нормированными кольцами // ДАН СССР. – 1977. – **237**, №1. – С. 25–27.
4. *Гудивок П. М.* Целочисленные представления конечных групп и задача о паре матриц // Сб. "Материалы XXIX науч. конф. проф.-препод. состава УЖГУ". Секция мат. наук. – Ужгород: Ужгород. ун-т, 1975. – С. 231–240. – Деп. в ВИНИТИ, №705-76.
5. Dieterich E. Group rings of wild representation type // Math. Ann. – 1983. –266, №1. – P. 1–22.
6. *Гудивок П. М., Орос В. М., Ройтер А. В.* О представлениях конечных p-групп над кольцом формальных степенных рядов с целыми p-адическими коэффициентами // Укр. мат. ж. – 1992. – **44**, №6. – С. 753–765.
7. *Бондаренко В. М., Гудивок П. М.* О представлениях конечных p-групп над кольцом формальных степенных рядов с целыми P-адическими коэффициентами // Сб. "Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры". – Киев: Ин-т матем. НАН Украины, 1993. – С. 5–14.
8. *Гудивок П. М.* Представлениях конечных групп над коммутативными локальными кольцами. – Ужгород: Ужгород. ун-т, 2003. – 120 с.
9. *Назарова Л. А.* Целочисленные представления четверной группы // Докл. АН СССР. 1961. – **140**, №5. – С. 1011–1014.
10. Heller A. On group representations over a valuation ring // Proc. Nat. Acad. Sci. – 1961. – 47. – P. 1194–1197.
11. *Яковлев А. В.* Классификация 2-адических представлений циклической группы восьмого порядка // Записи науч. семинаров Ленингр. отд. Матем. ин-та АН СССР. 1972. – 28. – С. 93–129.

Одержано 20.10.2005