

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ
ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З КУРСУ

КОМП'ЮТЕРНА КРИПТОГРАФІЯ

для студентів спеціальності 123 «комп'ютерна інженерія»

Ужгород – 2021

Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт
з курсу «Комп'ютерна криптографія»
для студентів спеціальності 123 «комп'ютерна інженерія»

Укладачі: Гапак О. М. – канд. пед. наук, доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж.

Рецензент: Глебена М. І. – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри системного аналізу та теорії оптимізації УжНУ.

Відповідальний за випуск – Король І.Ю., канд. фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних систем та мереж.

Дані методичні вказівки розглянуто та схвалено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж, протокол № 11 від 20 травня 2021 року та методичної комісії інженерно-технічного факультету, протокол № 4 від 24 травня 2021 року.

ВСТУП

Мета курсу – ознайомлення студентів із основами криптоаналізу та криптографічними протоколами.

Завдання дисципліни – сформувавши погляд на захист інформації і криптографію як на систематичну науково-практичну діяльність, що носить прикладний характер. Сформувавши базисні теоретичні поняття та практичні навички щодо проведення криптоаналізу класичних шифрів, блочних шифрів, асиметричних криптосистем та організацію криптографічних протоколів.

Вивчення даної дисципліни базується на знанні студентами курсу «Програмування», «Теорія інформації і кодування», «Теорія ймовірності і математична статистика», «Захист інформації в комп'ютерних системах».

У результаті вивчення дисципліни студент повинен знати: основні види симетричних та асиметричних криптоалгоритмів, основні методи криптоаналізу та види протоколів. Вміти: застосовувати математичні методи описання і дослідження криптосистем; аналізувати криптосистеми, оцінювати їх стійкість, вміло застосовувати основні методи криптоаналізу.

Для засвоєння матеріалу курсу необхідна активна самостійна робота студентів, тому пропонується виконання лабораторних робіт по темі криптоаналізу.

Роботи по аналізу шифрів, як DES, ГОСТ 28147-89, IDEA потребують великих ресурсів і для початківців є дуже складними. У той же час на прикладах класичних шифрів можна проілюструвати деякі важливі прийоми і методи криптоаналізу. Як показує практика роботи, студенти після аналізу шифрів перестановки, простої заміни та Віженера впевнено і досить швидко входять до кола ідей сучасної криптографії. Таким чином, цей посібник виконує пропедевтическую функцію. Після аналізу класичних шифрів студенти можуть успішно вивчати сучасні блокові алгоритми шифрування і їм стають доступними ідеї лінійного і диференціального криптоаналізу.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Тема: Криптоаналіз шифрів стовпцевої перестановки та подвійної перестановки

Мета: Вивчення елементів частотного аналізу криптограми: частоти біграм, сполучність букв.

Теоретичні відомості

1. Перестановка стовців

Під час розв'язання даної задачі необхідно відновити початковий порядок слідування букв тексту. Для цього використовують аналіз сумісності символів (додаток Г) та таблиці частот біграм відповідної мови (додаток В) для першого рядка таблиці.

Приклад

Розшифрувати текст «ИСВИІПНКУАПЬОТІРІУВКИТПАЦ», зашифрований стовпцевою перестановкою, без ключа (ключем є розмір таблиці та порядок перестановки стовпців).

Текст містить 25 символів, тому, ймовірно, можемо розглядати таблицю розміром 5x5. Таким чином, запишемо текст по СТОВПЦЯХ у таблицю. Можемо припустити, що мова на якій написаний текст українська(буква І).

И	П	П	Р	И
С	Н	Ь	І	Т
В	К	О	У	П
И	У	Т	В	А
Ї	А	І	К	Ц

Розглянемо у першому рядку можливі біграми і згідно додатку Б запишемо їх ймовірності: ПР – **0,0071** ПИ – 0,0011 РИ – **0,0057**
ИР – 0,0017 РП – 0,0001 ИП – 0,0007

Із даного аналізу бачимо, що найбільш можливими є сполучення: ПР, РИ. Тому перший рядок, ймовірно, буде – ПРИПИ. Важливо визначити прядок букв, які повторюються, наприклад:

И	П	П	Р	И
5	1	4	2	3

Переставимо стовпці згідно цього припущення:

П	Р	И	П	И
Н	І	Т	Ь	С
К	У	П	О	В
У	В	А	Т	И
А	К	Ц	І	Ї

У результаті цієї перестановки ми отримали розшифрований текст: ПРИПИНІТЬ СКУПОВУВАТИ АКЦІЇ.

2. Подвійна перестановка

Використовуємо для розшифрування попередній аналіз, із врахуванням того, що його можна робити над будь-яким рядком таблиці.

Приклад

Розшифрувати текст «ыоечтгоу_нсорчтрнаидьн_е», зашифрований подвійною перестановкою, без ключа (ключем є розмір таблиці та порядок перестановки стовпців та рядків).

Текст містить 25 символів, тому, ймовірно, можемо розглядати таблицю розміром 5x5. Запишемо текст по рядках у таблицю. Також можемо припустити, що мова на якій написаний текст російська

ы	о	е	ч	т
т	о	у	_	с
н	с	о	р	ч
т	р	н	а	и
д	ь	н	_	е

Розглянемо у першому рядку можливі біграми і згідно додатку Б запишемо їх частоти:

оe – 15 оч – 12 ет – 33 те – 31 ео – 7 ты – 11 че – 23

Згідно проведеного аналізу, переставимо стовпці у порядку 24351.

о	ч	е	т	ы
о	_	у	с	т
с	р	о	ч	н
р	а	н	и	т
ь	_	н	е	д

Після цього переставимо рядки у порядку 32451.

В результаті цієї перестановки ми отримали розшифрований текст: «срочно устранить недочеты».

Індивідуальні завдання

(виконує один студент згідно варіанту)

Для криптоаналізу використовуйте таблиці біграм та сполучність букв наведені у додатках Б та В.

Завдання 1. Розшифрувати вислів, зашифрований стовцевою перестановкою (текст на російській мові).

- ОКЕСНВРП_ЫРЕАДЕЫН_В_РСИКО
- ДСЛИЕЗТЕА_Д_ЛЬЮВМИ_АОЧХК
- НМВИАИ_НЕВЕ_СМСТУОРДИАНКМ
- ЕДСЗЫНДЕ_МУБД_УЭ_КТЗЕМНАЫ
- СОНРЧОУО_ХДТ_ИЕИ_ВЗКАТРРИ
- _ОНКА_БНЫЕЦВЛЕ_К_ТГОАНЕИР
- НЗМАЕЕАА_Г_НОТВОССОТЬЯАЛС
- РППОЕААДТВЛ_ЕБЬЛНЫЕ_ПА_ВР
- ОПЗДЕП_ИХРДОТ_И_ВРИТЧ_САА
- ВКЫОСИРЙУ_ОБВНЕ_СОАПНИОТС

11. ПКТИРАОЛНАОИЧ_З_ЕСЬНЕЛНЖО
12. ИПКСОЕ_ТСМНАЧИ_ОЕН_ГДЕЛА_
13. АМВИННЪТЛЕАНЕ_ЙОВ_ОПХАРТО
14. АРЫКЗЫ_КЙТНЛ_ААЫ_ОЛЬКЫТРТ
15. _ПАРИИВИАРЗ_БРА_ИСТЪЛТОЕК
16. П_ЛНАЭУВКАА_ЦИИВР_ОКЧЕДРО
17. ЖВНОАН_АТЗОЪСН_ЫО_ФВИИКИЗ
18. ОТВГОСЕЪТАДВ_С_ЪЗАТТЕЫАЧ
19. ЯАМРИТ_ДЖЕХ_СВЕД_ТСУВЕТНО
20. УЪБДТ_ОЕГТВ_ОЫКЭА_ВКАИУЦИ
21. ЛТБЕЧЛЖЫЕ_ _ОАПТЖРДУ_ЛМНОА
22. ИТПРКРФАГО_АВЯИА_ЯНЖУАКАН
23. ПКЕЕРРПО_ЙУСТ_ИТПСУТЛЯЕИН
24. ИЪЖЗНСД_ТУН_ЕТ_НУВЕ_РЫГОЗ
25. ЕОУРВА_НЪРИАДИЦЕПИ_РНШВЫЕ

Завдання 2. Розшифрувати вислів, зашифрований подвійною перестановкою (спочатку були переставлені стовпці, потім рядки; текст на російській мові).

1. СЯСЕ_ _ЛУНЬИАККННОГЯДУЧАТН
2. МСЕЫ_ЛЫВЕНТОСАНТУЕИ_РЛПОБ
3. АМНРІД_УЕБСЫ_ЕЙРСООКОТНВ_
4. ОПЧУЛС_БООНЕВ_ОЖАЕОНЕЩЕИН
5. ЕШИАНИРЛПГЕЧАВРВ_СЫНА_ЛО
6. АРАВНРСВЕЕОАВ_ЗАНЯА_КМРЕИ
7. А_ЛТАВЙООЛСО_ТВ_ШЕЕНЕСТ_Ь
8. ФИ_ЗИММУЫНУУКБ_Е_ДЫШЫИВЧУ
9. ВР_ЕСДЕИ_ТПХРОИ_ЗБУАДНУА_
10. ЩТААЙПЕЕ_ТБГУРРСВЪЕ_ОРЗВВ
11. АВАРНСЧАА_НЕДВЕДЕРПЕОЙ_ИС
12. ДОПК_СОПАЛЕЧНЛ_ГИНЙОИЖЕ_Т
13. ЛУАЗИЯНСА_ДТДЕАИ_ШРФЕОНП_
14. С_ОЯНВ_СЪСЛААВРЧЕАРТОГДЕС
15. ЗШАФИПРАЛОЕНЖ_ОЪН_ДАРВОНА
16. КЭЕ_ТДУМБ_ЪСЗЕДНЕЗМАОР_ТУ
17. _ЕАЛЯРАНВЯАЧДА_ЕРПЕСАНВ_Ч
18. _И_ЕНТРЗИ_ОКЕВНОДЛЕША_ИМП
19. РОБДОЕВПС_МСХЪА_ _ИВПСНИОТ
20. ЕСДНОГТЕАНН_НЕОВМР_ЕУНПТЕ
21. _ЙЕСТОВО_НИЙНЛАЕТИЖДСОПВ_
22. НДИАЕОЫЛПНЕ_ _НВЕАНГТ_ИЗЛА
23. П_БИРДЛЬНЕВ_ОП_ОПЗДЕВЫГЕА
24. МДООИТЕЪ_СМТ_НАДТЕСУБЕХНО
25. АИНАЛЖНОЛЕШФ_ЗИ_ЧАРОЪСНЕ_

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Тема: Криптоаналіз шифрів простої заміни

Мета: Вивчення елементів частотного аналізу криптограми: частоти букв, частоти біграм, сполучність букв.

Теоретичні відомості

Підстановки на основі простої заміни не приховують статистичні властивості тексту. Тому криптоаналіз шифру простої заміни заснований на використанні статистичних закономірностей мови (Додаток А). Додатково можна використовувати аналіз k-грам (в основному біграм), враховувати властивості мови (суфікси, префікси, подвоєння, сполучники та інше).

Приклад

9216811398918112 8158136519195518 1681705566, 66 401281666518
581316551270819181 1681581340 19654070816681-13591819554219819181 9216819116595840
1365 66148158708119656459191998 13591819816481915584 6626168186192678136665
86401461-98702684 662614 14559864611981581355 9255149216267212581366 1365
8116916519558065785584 81866465581355 58136566 19591281506426662612 865980
662670811626581365191998 70811292'17135916198188 13591819557026.
806558138158406665191998 1365 16818011261659191998 9265167040
8186422658641766656461198188 13591819557026 40 66585518 583559166518
14559864611981581355 5813656426 195981861855141955581317 146498
1981161265646119819181 3540197078558119406665191998 9255149216267212581366,
8116916519558065785584, 40581365198166, 8065706465145566 815866551326,
81188116811926 801481168166'98 13818581.

1655807059 801681581365191998 705564617081581355 70811292'17135916198188
13591819557026 1365 669216816665145059191998 1981665513195518 92168191166512192618
921681144070135566 1959122619404259 92162680668114261361 1481 801681581365191998
928113165986 40 665514928166551419811240 706514168166811240
806586598092594259191917 5813164070134016, 987055 9216261486656426
70811292'1713591626, 658681 9281198166266426 5558194017422684
70811292'17135916192684 35811914. 5861819181141955, 70816426 70811292'17135916 1959
921681581381 9281125542192670 92166578556619267065, 65 55195813164012591913
40921665666455191998, 801965421981 801681586426 662612819126 1481 987081581355
168186811326 70811292'17135916198188 13591819557026. 80 168158138112 6626128191 1481
706665645535557065785588 708116265813406665425566 70811292'17135916198188
13591819557026 1365 9216819116651219819181 806586598092594259191998, 928158136572
92261365191998 921681 706665645535557065785517 921681911665125558135566 1365
551950591959165566, 987055 806586598092594240171361 987055581940 168186811340
70811292'17135916198188 13591819557026. 58651259 146498 1681801681867026
70811292'17135916192618 582658135912 1365 1259165950, 8818 584092168166811440 1365
8186586440918166406665191998 928170642670651955 66269240587019267026
58925978556564611981581355 „70811292'171359161955 58265813591226 1365
125916595055”.

8065 146519261226 918164816619819181 40921665666455191998
58136513265813267026 40 80657065169265135861705584 81866465581355 8559 40 2007
16817855 1965 86656465195855 171626142642192618 81585586 1365 8818
66551481701659126459192618 5813164070134016192618 9255141681801455645566
196564554240666564815861 9281196514 30 1326589842 81142619267861
8186422658641766656461198188 13591819557026 40585518 6626145566 1365
1281142635557065785584. 196514656455 705564617055581959 80865564611159191998

8186422658641766656461198188 13591819557026 925916595813656481 86401326
 65701340656461192612, 196513811255581361 92815813656481 92261365191998 921681
 593559701326661955581361 8888 662670811626581365191998.

Представимо таблицю частот символів: перший рядок список зашифрованих букв (кожній відповідає одне двоцифрове число), другий - кількість зашифрованих символів у тексті, третій - відношення кількості зашифрованих символів в тексті до загальної кількості символів.

81	19	13	65	55	26	16	58	59	70	66	92	64	40
133	113	91	88	85	76	73	64	61	61	55	49	42	39
0.100	0.085	0.068	0.066	0.064	0.057	0.055	0.048	0.046	0.046	0.041	0.037	0.032	0.029

Як бачимо, найбільш частіше в тексті зустрічається число 81, за допомогою таблиці «Середньостатистичні частоти букв та пропуску між словами в українській мові» це буде буква «о». Також зробимо припущення, що 98 це буква «я», тому що перед цією буквою є апостроф. Ще бачимо що 8888 дві однакові букви і робимо припущення що це буква «ї». 19 - буде буква «н», тому що вона досить часто зустрічається в тексті, вона повинна бути приголосна і за таблицею біграм сполучення з буквою «о» найімовірніша.

```
9216013я91012 0581365нн5518 160705566, 66 40120666518 581316551270o91o 160581340 н654070o66o-135918н5542но91o 9216o9116595840
1365 6614o5870он656459ння 135918но64o915584 662616o86н2678136665 86401461-я702684 662614 1455я6461но581355 92551492162672125
81366 1365 o169165н558065785584 o866465581355 58136566 н5912o506426662612 865980 662670o1626581365ння 70o1292'17135916ноі 135
918н557026. 80655813o584o6665ння 1365 16o8011261659ння 9265167040 o86422658641766656461ноі 135918н557026 40 66585518 58355916
6518 1455я6461но581355 5813656426 н59o86185514н55581317 1464я но1612656461но91o 3540н707855он406665ння 9255149216267212581366
, o169165н558065785584, 40581365но66, 8065706465145566 o5866551326, o18o16он26 8014o16o66'я 13o85o.
1655807059 8016o581365ння 7055646170o581355 70o1292'17135916ноі 135918н557026 1365 669216o6665145059ння но665513н5518 9216o91
166512н2618 9216o144070135566 н591226н404259 9216268066o14261361 14o 8016o581365ння 92o13165986 40 66551492o665514но1240 7065
1416o66o1240 806586598092594259нн17 5813164070134016, я7055 9216261486656426 70o1292'1713591626, 6586o 92оно66266426 5558н401
7422684 70o1292'17135916н2684 35он14. 5861o91o14н55, 70o6426 70o1292'17135916 н59 9216o5813o 92o125542н2670 921665785566н2670
65, 65 55н581316401259н13 40921665666455ння, 80н6542но 8016o586426 662612o9126 14o я70o581355 16o86o1326 70o1292'17135916ноі
135918н557026. 80 16o5813o12 662612o91 14o 7066656455355570657855i 70o16265813406665425566 70o1292'17135916ноі 135918н557026
1365 9216o91166512но91o 806586598092594259ння, 92o58136572 92261365ння 9216o 706665645535557065785517 9216o911665125558135566
1365 55н5059н59165566, я7055 806586598092594240171361 я705558н40 16o86o1340 70o1292'17135916ноі 135918н557026. 58651259 1464
я 16o8016o867026 70o1292'17135916н2618 582658135912 1365 1259165950, і18 58409216o66o1440 1365 o8658644091o66406665ння 92o706
4267065н55 662692405870н267026 5892597855656461но581355 „70o1292'17135916н55 58265813591226 1365 125916595055".
8065 1465н261226 91o64o66но91o 40921665666455ння 58136513265813267026 40 80657065169265135861705584 o866465581355 8559 40 200
7 16o7855 н65 86656465н5855 171626142642н2618 o585586 1365 і18 665514o701659126459н2618 5813164070134016н2618 92551416o801455
645566 н6564554240666564o5861 92он6514 30 132658я2 o1426н267861 o86422658641766656461ноі 135918н557026 40585518 6626145566 1
365 12o142635557065785584. н6514656455 70556461705558н59 80865564611159ння o86422658641766656461ноі 135918н557026 92591659581
36564o 86401326 65701340656461н2612, н6513o1255581361 92o58136564o 92261365ння 9216o 59355970132666н55581361 іі 662670o162658
1365ння.
```

Рисунок 3.1 Частково розшифрований текст

66 повинна бути приголосна, тому що вона досить часто зустрічається з буквою «о». За таблицею біграм і частот букв в українській мові робимо висновок, що це буква «в», 18 – «х», тому що з буквою «ї» в слові з двох букв має велику імовірність, 13 = «т» - часто зустрічається буква і з тексту вона повинна бути приголосна, 65 = «а», 16 = «д» і т.д.

92160т91012 о58танн5518 1607055в, в 4012ова18 58т165512700910 16058т40 на4070ово-т5918н5542но910 921609116595840 та вдо58700 на6459нн9 т5918но640915584 в2616086н2678тва 8640д61-я702684 в26д д55я6461но58т55 9255д921626721258тв та о1691ан5580а785584 о8 664а58т55 58тав н5912о506426в2612 865980 в2670о162658танн9 70о1292'17т5916ноі т5918н557026. 80а58то5840ванн9 та 1608011261659 нн9 92а167040 о864226586417ва6461ноі т5918н557026 40 в585518 58355916а18 д55я6461но58т55 58та6426 н59о861855дн5558т17 д64я но 1612а6461но910 3540н707855он40ванн9 9255д921626721258тв, о1691ан5580а785584, 4058танов, 80а7064ад55в о58в55т26, о18о16он26 80 до16ов'я то85о.

1655807059 8016о58танн9 7055646170о58т55 70о1292'17т5916ноі т5918н557026 та в9216овад5059нн9 нов55тн5518 9216о9116а12н2618 92 16од4070т55в н591226н404259 92162680вод26т61 до 8016о58танн9 92от165986 40 в55д92ов55дно1240 70ад16ово1240 80а86598092594259н н17 58т164070т4016, я7055 921626д86а6426 70о1292'17т591626, а86о 92онон266426 5558н4017422684 70о1292'17т5916н2684 35онд. 586 1о91одн55, 70о6426 70о1292'17т5916 н59 9216о58то 92о125542н2670 9216а7855вн2670а, а 55н58т16401259нт 409216ав6455нн9, 80на42н о 8016о586426 в2612о9126 до я70о58т55 16о86от26 70о1292'17т5916ноі т5918н557026. 80 16о58то12 в2612о91 до 70ва6455355570а7855 і 70о162658т40ва4255в 70о1292'17т5916ноі т5918н557026 та 9216о9116а12но910 80а86598092594259нн9, 92о58та72 9226танн9 9216о 70 ва6455355570а785517 9216о9116а125558т55в та 55н5059н591655в, я7055 80а8659809259424017т61 я705558н40 16о86от40 70о1292'17т591 6ноі т5918н557026. 58а1259 д64я 16о8016о867026 70о1292'17т5916н2618 582658т5912 та 1259165950, і18 58409216овод40 та о8658644 091ов40ванн9 92о70642670ан55 в2692405870н267026 5892597855а6461но58т55 „70о1292'17т5916н55 582658т591226 та 125916595055”.

80а дан261226 91о64овно91о 409216ав6455нн9 58тат2658т267026 40 80а70а1692ат5861705584 о8664а58т55 8559 40 2007 16о7855 на 86а 64ан5855 171626д2642н2618 о585586 та і18 в55до701659126459н2618 58т164070т4016н2618 9255д16о80д556455в на64554240ва64о5861 92 онад 30 т2658я42 од26н267861 о864226586417ва6461ноі т5918н557026 40585518 в26д55в та 12од26355570а785584. наа6455 7055646170 5558н59 80865564611159нн9 о864226586417ва6461ноі т5918н557026 9259165958та64о 8640т26 а70т40а6461н2612, нато125558т61 92о58та 64о 9226танн9 9216о 59355970т26вн5558т61 іі в2670о162658танн9.

Рисунок 3.2 Наступний крок заміни

Далі використовуючи таблиці біграм і частоти букв в українській мові, а також використовуючи контексту тексту завдяки відгаданим слів ми повністю розшифруємо текст.

протягом останніх років, в умовах стрімкого росту науково-технічного прогресу та вдосконалення технологій виробництва будь-який вид діяльності підприємств та організацій області став неможливим без використання комп'ютерної техніки. застосування та розширення парку обчислювальної техніки у всіх сферах діяльності стали необхідністю для нормального функціонування підприємств, організацій, установ, закладів освіти, охорони здоров'я тощо.

різке зростання кількості комп'ютерної техніки та впровадження новітніх програмних продуктів неминуче призводить до зростання потреб у відповідному кадровому забезпеченню структур, які придбали комп'ютери, або поновили існуючий комп'ютерний фонд. сьогодні, коли комп'ютер не просто помічник працівника, а інструмент управління, значно зросли вимоги до якості роботи комп'ютерної техніки. з ростом вимог до кваліфікації користувачів комп'ютерної техніки та програмного забезпечення, постає питання про кваліфікацію програмістів та інженерів, які забезпечують якісну роботу комп'ютерної техніки. саме для розробки комп'ютерних систем та мереж, їх супроводу та обслуговування покликані випускники спеціальності „комп'ютерні системи та мережі”.

за даними головного управління статистики у Закарпатській області ще у 2007 році на балансі юридичних осіб та їх відокремлених структурних підрозділів налічувалось понад 30 тисяч одиниць обчислювальної техніки усіх видів та модифікацій. надалі кількісне збільшення обчислювальної техніки перестало бути актуальним, натомість постало питання про ефективність її використання.

Рисунок 3.3 Розшифрований текст

Індивідуальні завдання

(виконує один студент згідно варіанту)

Завдання. Розшифрувати текст. Кожній букві українського алфавіту відповідає двозначне число.

Для криптоаналізу використовуйте таблиці біграм та сполучність букв наведені у додатках Б, В, А.

1.

39775588442444177442 7798159598951842, 17 24446181 9071372777 77 35421977175150 36 74446139'26249518984484 779815959895187784 9842 378190423798446181 9524423977, 414236817324403750 9895 247727407471 9842 364237174473989877 4437984417987119 1844365577277717 61422495614224717471 2442 176177989877 36423724443744178117422471 8419 9842 3918427424715177 2418425571517799987161 3739443744414461, 422795 77

176177989877 36423724443744178117422471 8419 36 17717444187137244298985061
3781904237987119 74446139'26249518987119 24951998442744887799.
3918427424717442 17717427425542989850 748118377717 27779877999842 42278895411842
2442 42984227772471909842 889544619524187750, 614224956142247190987199
429842277736 552750 779815959895187717 39447442368173, 9144 552750
55443750889895989850 19441844317119 81373977197717 81 364237174473989877
3698429840, 445595181542987119 9842 3642985024245019 36 7798354418614224717471 2442
61422495614224717471, 73 6144152771177161 27713195 391871 8161441777, 74442771 5177
551777 3774274255441777 3944735598812624403750. 391871 394473559842989877 517119
377427425544177119 373944372495187788427324403750 417727403142
3642517774421727959877372440 372481559598247717 81 1771179095989877
614224951877422781, 987715 9842 361771904299987119 39184274247190987119 9071
274241441842244418987119 3642985024245019. 5195 368161441727959844, 17 3995183181
9095188881, 61441527711777372426 443995184224711798448844 957437399518716195982481
2442 2417441890448844 39775519445581 391871 177118773195989877 247119 9071
7798317119 74449874189524987119 36421755429840.
9842 374044884455987731987799 55959840 18443618444127959842 5544372442249850
747727407477372440 39427495247717 39187174274255987119 39184488184261, 507477
55443617442750262440 311771557444 77 953595742471179844 17717444988117422471
3944241877419877 44419071372795989850, 42984227772471909877
399518952417441895989850, 8818423577909877 3944418155441771 24449144, 42 24446181 73
61441527711777372440 391871557727712471 417727403195 8117428871
39443724429844175177 364255429077, 3944418155441777 614224956142247190984484
614455952777 2442 5544372777551595989826 18443617'5036747717, 9144
989544411977559844, 9842 98423181 5581617481, 372481559598244261
77981595989518987119 3739955177422740984437249599.
552750 74446139'26249518984484 397755241871617471 1771179095989850
61422495614224717471 6171 39184439449881736144 177174441871372444178117422471
819877179518374227409895 6142249561422471909895 37951895554417719195 614224744255
39184217712742 744418713724811742989850 50747161 1774184299 391844372477, 42
61441527711744372477 179527717477. 17 394274952477 39187174274255987119
39184488184261 614224744255 7798249588184417429877 241871 391844519537441871:
249574372444177199, 614224956142247190987199 2442 881842357790987199.
37951895554417719195 614224744255 61773724712440 554437712440 31711844747199
9842417718 35819874517799 2442 4441907137272617422740987119 36423744417717 77
5544361744275073 184441712471 364239713771 35819874517799 2442
614224956142247190987119 17711842367717 81 3642884227409844391871999850247799
98442442517784. 36447418956142, mathcad 61441595 17717444988117422471 37742742559877
4227889541184284909877 399518952417441895989850 99 373918449195989850,
18443617'50368117422471 4227889541184284909877 2442 2418429837519598559598249877
1877179850989850 (37713724956171 18771798509840 77 9895187717984437249599),
369842194455712471 3774779890959877 2442 98953774779890959877 37816171,
55444181247471, 88184298715177, 39441977559877, 779824958818422771 24449144.
74187761 5140448844, mathcad 17442744557773 17418155441742984426 6144174426
39184488184261811742989850, 507442 554273 3661448881 74441871372481174290951777
3642391844881842618117422471 18443617'503642989850 3739955177422740987119
3642554290.
61952442 394437774198717442 – 554439446144882471 3724815595982481 17 99448844
3742614437247799987799 184441442477 3944 18443617'5036811742989826 3642554290 36
2777987799984484 42278895411871 2442 4298422777247190984484 889544619524187784.
5544 744415984484 24956171 394455422624403750 74441844247477 24954418952471909877
177755446144372477, 361842367471 18443617'503642989850 391871742742557717 17

37951895554417719177 614224744255 2442 361771904299987161 3739443744414461,
173918421771 552750 3742614437247799984484 184441442471.

2.

86159970 8343675243 – 537563703253868515636368 529943811563991372 1375
5352635372708656 83675624995370637085137543 9970 83675624995316677048136163568656
2467539953835385708656.

7570728170636368 81565278562485136356 – 52485367864372709956 245316856881 6370
757034565299 13634853678670781354 13 836756249953166770481331 6883 6370
525652991586709956616343 63704383537253-246770839956616343 81136885176313529917,
7653 635352569917 24675683857081635632 3470677083991567. 52485367864372709956
29707556526313 99155367159956616313 24536368999968 9970 246770839956616313
63707256618356 76538153 24675372158115636368 83675624995370637085137543
838570525661635634 145648671372, 29855361635634 145648671372,
705256861599675661635634 836756249953525652991586 9970 5367167063137570781331
836756249953166770481361635634 24675399538353851372.

7256726115636368 8170635354 81565278562485136356 297075439599175268 6370
756370636313 52994381156399708656 8343675243 24675316677086437270636368,
991553671368 13634853678670781354 13 835381437270636368, 991553671368
3286537213676353529913 13 8670991586709956616370 52997099565299568370,
757034565299 13634853678670781354 72 83538624'31991567635634 5256529915867034.

43 67157543851799709913 7256726115636368 81565278562485136356 52994381156399
24537256631563 7563709956: 53526353726313 72568156 5256861599675661635634 9970
705256861599675661635634 83675624995370851653675699861372, 53526353726313
861599538156 83675624995370637085137543 9970 72568156 24675399538353851372.
7286139956: 75705299535253724372709956 8670991586709956616313 861599538156
5324565270636368 13 8153528513816015636368 836756249953525652991586;
7063708513754372709956 83675624995352565299158656, 537813633172709956 5434
529913328313529917, 7286138553 75705299535253724372709956 53526353726313
861599538156 83675624995370637085137543.

818568 757052725395636368 867099156713708543 8343675243 631553293413816370
70839956726370 52708653529913326370 675329539970 529943811563991372, 99538643
246753245363439599175268 725683536370636368 857029536770995367635634 6753291399
2453 99158613 83675624995370637085137543.

677029539956 2453 70637085567543 5243617052635634 5256861599675661635632
145648671372 24539967152943319917 72158556835634 6715524367521372 13 818568
2453617099831372781372 95 81436015 528385708163568656. 43 995332 6015 617052 6370
246756838570817034 838570525661635634 145648671372 8653606370
2467531385315299674372709956 8115688313 72706085567213 24675632538656 13
861599538156 83675624995370637085137543. 6883 24538370754395 2467708399568370
675329539956, 5299438115639956 2413528568 70637085137543 145648671372
241567155299706353728356, 24675352995354 757086136356 9970 7213601563156770
7224157263156353 13 815352569917 147256818353 72345381689917 8153 83538570 13811532
5243617052635354 836756249953166770481354. 9970835686 6156635386, 781532
2453521329635683 72568353634395 24675324158115729956611552834331 48436383781331.
2413528568 70637085137543 838570525661635634 145648671372 5299438115639956
865360439917 43522413146353 72567261709956 52436170526313 29855383537213
708516536756998656 14564867437270636368 13 5486 529970319917 81535299432463568656
13811554 851363133263531653 13 81564815671563781370851763531653
83675624995370637085137543

3.

96653316 7748729048 – 91162216919136 903348226591331696 7891169158 3316
91163489451177 79112211 9048451690918949 1144657216716097918949 908990336596, 9849
72167160119116815891115311 348977117289903316919136, 16 3316771195

44721677338945918949 91163489451177 6524657733893491115311
348977117289903316919136 9048451690918949 1144657216716097918949 908990336596 48
44721171659060 2448917771601191483416919136 1172531691607816716098.
7816342216919136 22899071894481609189 – 22163389 903348226591331696 621678113460
789116919136 78 602265118111536098, 4411624822113489, 9048451690918949
1144657216716097918949 908990336596, 9849 2448917771601191168158918949
49167216773365728990338977, 16 90169665 903372487733487289 3316 907781162248
1190911134918949 771196441191659133 1190, 9849 24489177716097,
3478163596117834'36781177 9849 49167216773365728990338977 78
49167216773365728990338977169689 336549916045918949 78169011626034 3316
441133726562, 7911 348991897716753358 78 62117748 726078918949 771633655311726097
771172899033483416456034; 24117296483416919136 91163489451177 3316 489660919136 34
4489331691913649 60919033168136716098, 911690337211753416919136 3316
162296609160903372483416919136 1144657216716097918949 908990336596
906096659790333416 linux 3316 windows.
48 72657848815833163360 3489344565919136 22899071894481609189 90334822659133
44113489916591 7891163389 60 3496603389: 77811690892460774834163389
11446572167160979160 90899033659689, 961691604448817534163389 119091113491899689
771196169122169689 3316 65816596659133169689 2416978111341198 903372487733487289
816091487790 3316 34609122113490, 484472163481363389 447211716590169689
96488158338944721153721696911198 1144657216716097911198 90899033659689,
77117289903348341633899036 4472115372169691899689 11621181119177169689 ,
114465724834163389 96654916916078961196 3434112248/348934112248,
77117289903348341633899036 96657265956534899689 961195818934119033369689 1190.
48 2216918949 96653311228945918949 347716786034771649 78164472114411911134169111
723622 811662117216331172918949 7211626033 228136 3489344565919136 816091487790.
816091487790 – 7165 62165316331177117289903348341671587716,
62165316331178162216459116, 6216531633113365729660911681589116
11446572167160979116 90899033659616 6078 906096659790333416 7591607790, 446022
77657248341691913696 36771198 961195483358 112291114516909111
348977119148341633899036 776081587716 7816221645. 34119116 44728978911645659116
228136 721162113389 9116 9065723465721649 60 72116211458949 9033169171603649,
78166265784465454835 4460227781754565919136 22112216337711348949
33657296609116816034 60 2211444890771635 34 7158119648 726595899660
348977117289903316919136 537216246045918949 1162118111911177.
7591607790-90657234657289 44728978911645659160 228136 78626572659565919136 97
11627211627789 34658189778949 11629036536034 60912411729616716098.
1190116281893411 652465773389349165 348977117289903316919136
75916077909065723465726034 447289 721178441122608165916097 11627211627160
2216918949. 228136 7158115311 72117872116281659160 90899033659689
721178441122608165918949 116245899081659158 48 34602244113460229111903360 7860
90331691221672331196. 2211 3316778949 908990336596 3460229111903633589036
90899033659689 776572483416919136 621678169689 2216918949, 2416978189-
90657234657289 97 6091., 7911 44602233728996487533589036 816091487790. 48
721178441122608165918949 9089903365961649 60912411729616716036 96119565
7891164911228933899036 9116 726078918949 72116211458949 9033169171603649,
726078918949 228990771649, 447211537216969160 961122488160 961195483358
24489177716011914834163389 9116 726078918949 77119644'753365721649, 168165
90899033659616 447216717535 3316778996 4589911196, 7911 7165 90778116221635
3522899165 71608165. 447289 11627211627160 34658189778949 11629036536034
60912411729616716098 34897711728990331134483533589036 33654991118111536036
778160359133 – 906572346572, 447289 36776097 77117289903348341645 447216717535
336081587789 78 33603575 6091241172961671603575, 7911 97119648 916511624960229116.

816091487790 9165 7834'3678169116 78 77119177726533911175 96112265818175
77119644'753365726034. 9898 36227211 7265168160781134169165 9611341175
3489901177115311 7260349136 7911 2211783411813635 221190893358 8165537711
44657265911190893389 7175 90899033659648 78 112291603598 448116332411729689 9116
60913748. 816091487790 35 626578771137331134911175 , 367716 346081589111
72117844113490752295483533589036, 78117772659616 4565726578 6091336572916533 9116
119091113460 346022777289331198 8160716591786098.

4.

6671 8940 11571910717871 2219 66405781 4711106057715771 811160 3783476878406671,
7247 11574711816257301121 107184478371115719898921 60891747836619246020897185 60
8447668189608419246020897185 57408589477847416020 81 11711157406660
221941197830894723 471110605771. 686078306140 57474147, 681941195747 7247 10 246020
411978812260 6089174783661957712219246023 471110605771 75471160
2219787161195857301121 89401071101540897166 196847 471157195747158947
8940115719787166.

10 574720 7940 151911, 2266601157 751989474147 10717519898921 7547221047782158
374075194147411966 60 661920688157896066 1015715740782166 4757837166195771
8121107840898921 378347 47118947108960 4078406640895771 6011898162154723
8919818447104723 68192271 20 4711476878711047115760 115710478340898921 5719
221911574711811019898921 22191147686010 608457, 89191015197830897185
4078408457834789897185 107175198930 60 8340118183116010 757821 221941197830894723
471110605771, 4711846078308471 10717519898921 66601157715730
84781911711760844710198981 11711157406681 1071664741 7547 218447115760
22191147686010 608457, 84781911711760844710198981 11711157406681
834084476640897519246020 3747 115710478340898962, 193783476819246023 20
40841137408357712260 4711106057896085 4078408457834789897185 107175198930 60
8340118183116010, 6640574775718481 37834710407540898921 22198921575721 22
618447782183196671 22 10718447837111571989892166 22191147686010 608457, 47377111
37408340101941 107184478371115719898921 5719847185 22191147686010 81
3747221981834715896020, 89198184471047-66405747757115896020 5719
47834119896022192460208947-81378319107860891130846020 75602178308947115760
8919101519783089474147 22198478197581.

37407519414741, 7247 107110151958 221911476871 6089174783661957712219246023
471110605771, 37471071894089 8347228166605771 7547246078308960115730
4768'58758919898921 8347228360228940897185 22191147686010
6089174783661957712219246023 8919101519783089474147 37834724401181 10
8447663778408411897185 89191015197830897185 4078408457834789897185
1071751989892185 60 8340118183111985. 81 6640574775711589476681 374711606889718481
3760758483401178408947, 7247 2440 47688166471078408947 1181151911897166
836010894066 8347221071578481 60891747836619246020897185 60
8447668189608419246020897185 57408589477847416020, 3760751071724089892166
401740845771108947115760 6089174783661957712219246023 471110605771 20
608957408911711760841924605862 37607541475747108471 8115896010.

891920686078306119 401740845771108960115730 8919101519783089474147 37834724401181
378371 107184478371115719898960 4711106057896085 22191147686010 608457
7547112141195857301121 2219 8166471071 10607537471060758947115760 247185
22191147686010 11711157406660 1071664741, 4737711119897185 81 10717519898960. 378371
2430476681 37408340786084 891910407540897185 834084476640897519246020
3760751071728158 401740845771108960115730 115710478340898921, 193783476819246023,
40841137408357712271 5719 107184478371115719898921 22191147686010 608457.

221040835719586647 8110194181 374075194147416010 8919 5740, 7247 811160
891910151978308960 40784084578347898960 10717519898921 5719 83401181831171, 7247
10718447837111574710816257301121, 6619625730 68815771 83408447664089754710198960

7547 107184478371115719898921 8919 3760751157191060 8340228178305719576010
8447663778408411894723 40841137408357712271. 378371 2430476681, 21847247 57198419
40841137408357712219 8940 68817819 378347104075408919 8919 75408379191089476681
8360108960, 37407519414741 221910797571 661958 66477978711060115730
11196647115760208947 374783601089215771 47118947108960 374784192289718471
218447115760 1071844783711157471081101989474147 221911476881 608457 22
471189471089716671 1071664741196671, 7247 7547 5719847185 22191147686010
8919101519898921.

22 844779897166 8347844766 834722107110195857301121 4711106057896020
11404166408957 41784768197830897185 574078408447668189608419246020897185
6640834079. 81 8930476681 22'211078215857301121 101140 686078306140
89191015197830897185 4078408457834789897185 8340118183116010. 75475783716619898921
10 37834724401160 8347228347688471 5719 107184478371115719898921 22191147686010
608457 4711894710897185 3747784779408930, 113783712158 10607537471060758947115760
5719847185 8340118183116010 89198184471047-47684283818957471019896020
8478191171176084471019896020 11711157406660 848371574083602310, 7247
60115747578947 11378347728158 37478321754784 37816878608419246023 4711106057896085
8340118183116010 81 574078408447668189608419246020897185 66408340791985 60
834768715730 6647797871107166 108547757940898921 8947107185 8340118183116010 7547
118478197581 37834717607830897185 4711106057896085 3747835719786010.

89196671 106075228919151978471121, 7247 8447794089 37407519414741 81 1110472320
3783471740116020896020 75602178308947115760, 571984 196847 608919846140, 66477940
22605784898157711121 22 834722834768844762 894010407871847185 19105747831130847185
196847, 891910605730, 3783471740116020897185 89191015197830897185
4078408457834789897185 107175198930 60 8340118183116010. 8547576078471121 68
1137477560101957711121, 7247 47377111198960 834084476640897519246023,
8919751975815730 3783198457711158981 7547374766474181 374075194147411966 81
5719846020 75602178308947115760, 7247, 22834061574762, 47684710'212284471047
3747228919157157301121 8919 37607510717240898960 401740845771108947115760
11711157406671 221941197830894723 471110605771.

5.

3313322220109975362999923364 443977994413227622 4439446033634244758699 33
7533441322 602286'6429991399 29 136779 3313322220109975362999923364 224486337536
16992099687567203629397975424464 8659224468221399636713136410 33 10994422863610
60227836206713136410 33133222201099923353133616 33
756763676822103913336899923353133616 75671613226322763353 (336875). 86221336
783620226822 2999447522442286397975424464 596364 6067206759997733 5999133616 33
299946672960677767131364 862999941022593350 863668639959997799 33 3977133386 39
4439779944133353 44364475671033 224486337536.

3344752275133610 136759226333682210 39 32991622863353 60335976227522869233
4439779944133616 7868336342133616 3977367567633386 2999633678999475424464 5016
1367592244759975133353 6020223267443322139963332910 39 769963392933
863668222036447599131364 33133222201099923353133616 33
6822103913336899923353133616 75671613226322763353. 39 6067207839 7767207639,
7599683653 13676020223267443322139963332910 602229139977999475424464 1399
334475227513221039 2913367067131333 673267687536861322447533 1399867799131364
7868226364203386.

39 2986'64296839 29 923610 39773675676342 60228636136713 1367 63367867
8622632259337536 2913991313641036 86 769963392933 33133222201099923353133616 33
756763676822103913336899923353133616 75671613226322763353, 996367 53 46397536
3299163386926710 29 5016 299944752244398699131364 39 4486225053 32991622863353
59336463421322447533. 59224464761367131379 7599682250 10677536 60228636131333
44602036647536 60335976227522866899 33 6067206760335976227522866899

606759997622763386 86 769963392933 3313322220109975362999923350 224486337536.
86997063368622 59221367447536 5922 109953463975133316 33 867067 602099927979773616
606759997622763386, 9722 3313322220109975362999923364 224486337536
29994667296067773994 59224464761367131364 59862216 447520997567763377133616
9233636753. 6067207899 29 133616 60226364769994 86 60335986369767131333
673267687536861322447533 39443316 8636593386 224486337513422250
59336463421322447533 1399 224413228633 863668222036447599131364
33133222201099923353133616 33 6822103913336899923353133616 75671613226322763353.
33137899 - 86 60335986369767131333 646822447533 60335976227522866836
3299163386923386 29 1322863610 7536602210 1036446367131364, 64683653
86335960228633599994 86361022769910 3313322220109992335313227622
4439446033634244758699. 2999 592260221022762279 10677522593386 33 29994422463386
3313322220109975362999923350 109953463975133353 3299163386679242 60228636136713
139986773675364464 22752036103986997536 863359602286335933 1399 60367599131364
602022 7567, 646833 94 331332222010999233531333 20674439204436, 5967 86221336
2913991622596475424464, 6468 1022701399 2275203610997536 5922 133616 592244753960 33
6468 5016 1022701399 8636682220364475997536 86 9233636416 60335986369767131364
673267687536861322447533 4486229450 6020223267443353132250 59336463421322447533.
13993968228622-10677522593677133653 6022443346133668 222033941375228699133653 1399
60335976227522866839 606759997622763386 5922 2246192039137522869913227622 33
6732676875368613227622 863668222036447599131364 29994422463386 336875 86
1399867799131333 7868226364203386. 39 602244334613366839 20222976636413397533
2999769963421333 60367599131364 3313322220109975362999923350 446720675913422250
224486337536, 5922923363421333447542 33 673267687536861333447542
863668222036447599131364 29994422463386 3313322220109975362999923350,
7567161333771333 99446067687536 5016 3239136892332213398699131364.
6022443346133668 5922298622636494 22291399532210367536 606759997622763386 29
68639944363233689992339479 29994422463386 3313322220109975362999923350
224486337536, 22442246633686224475641036 863668222036447599131364
7633606720756768447539, 1039634275361067593399 33 76336067201067593399,
44606792363233682279 299944752244398699131364, 996020224699923350 53 229233136836
646822447533 2244863375133316 6763676875202213133616 863659991342 7599
2067443920443386, 10677522593386 863668222036447599131364
33133222201099923353133616 33 6822103913336899923353133616 75671613226322763353 39
1399867799131333 7868226364203386

6.

21 45794567455012488684 104543391079397039121288 484448432331213186 7031124886
2131248823276350294427 448886393644502148 10454448438821, 6545674540503967124858
4844484323312188445058 27403165 63 86485223312188445029 4879674564582145121227 88
79482445121227 2445123165 678810123165 5031798821, 6048 272123275850294427
21882412484412486148 124821318631 10 5048704031 10486784 6748102131504084
40488679'58503967124834 50396512884031. 248836441248, 1045 48445045121288 67484031
2448 7031442345 5045403165 10454448438821, 6048 24884450452331 1245102184
10454448438821 8684232950318639248845, 43842331 218824123944391288
7967314450674834 242327 104579314484 88 2188245021486739121227 1021844084, 19485048-
88 2188243948- 104843674552391229. 27406048 12453643233152703186 7045444886
10'2721232750294427 5045 485067318645585029 794816316739121227 7967314450674834
242327 643119674821486148 4879674564582145121227 10457945658821, 5048 6488
7967314450674834 5045404852 438424845029 218824123944391288 2448
448886393644502145 10454448438821 8684232950318639248845. 211245442388244840
50486148, 6048 50454088 104544484331 8645585029 4844484323312139 1012457039121227
242327 6748102131504084 104561452329124834 484421885031, 2448648823291248
67481061232712845031 3465 484067398648.

447939643119884084 10454448438821 8684232950318639248845 123986485223312148
106748108486885031 433910 101245121227 2131248821 (5031798821) 2445123165 88
4479484448438821 3465 79673924445045212339121227. 10847931123186484427 23311639
1245 4844124821123165 4544793940504565 402345443119884045648834 2445123165,
2145522331213165 242327 2131217039121227 484448432331214844503936
213140486731445045121227 10454448438821 884050 84 104561452329128836
4439673924128836 484421885088.
8844128463 2439408823294045 406731503967883421, 106188241248 10 2740318631 24451288
454348 218824488648445088 864852845029 43845031 40234544311988404821451288. 84
274048445088 79396716486148 4067315039678858 86485239 43845031
213140486731445045123136 163167484048 794816316739123136 79673112643179
213124882339121227 2131248821 44796731361227505027 2445123165 23582431124858,
5045403165 2740 108867, 44238465, 125865, 2448503140, 44864540. 10 5048704031 10486784
2131217039121227 8812194867864550311045648834 484421885031 2448648823291248
67481061232724455031 508823294031 5088 21312431 88121948678645648836124834 248834
1245 235824311284, 274088 86485223312188 796731 674843485088 10
40488679'58503967124858 88 4048868412884045648836124858 5039651288404858.
5045403186 7031124886, 844488 24451288 7948 2131244586 44796731361227505027
8648521245 674810248823315031 1245 506731 48441248211288 6167847931:

- 24451288 454348 218824488648445088, 6048 447967313686455850294427 1048674886
235824311231, 504540 1021451245 104867482188 454348 218810844523291288 24451288
454348 218824488648445088, 6048 214023587045585029 5039404450, 6167451988701288
10484367455239121227 88 86452358124031, 19485048616745198834,
8684232950198823298631, 2188243948198823298631;
- 24451288, 6048 447967313686455850294427 4423846548213186 4579456745504886
235824311231, 504540 1021451288 10218440482188 24451288, 6048 214023587045585029
2448218823291288 16848631, 86841031701288 5021486731, 86482184;
- 24451288 454348 218824488648445088, 6048 447967313686455850294427
443912444867124858 4431445039864858 235824311231, 504540 1021451288
4439124448671288 454348 504540503123291288 24451288, 274088 2131868867585850294427
1045 244879488648614858 4479396488452329123165 503965128870123165 10454448438821.
844488 793967396745654821451288 21312431 2445123165 8648521245
40234544311988408421455031 88 1045 881216318631 4810124540458631. 4824123186 10
123165 63 447948448843 44796731361227505027 21882448864844503936 23582431124858. 84
1021'27104084 10 643186, 844488 218824488648445088 454348 24451288, 6048
79484450847945585029 8470122786, 8648521245 674810248823315031 1245
4544486488455031211288 88 7967278688.
213110124570318648 4544486488455031211288 24451288 2740 24451288,
44796731361227505027 27403165 1167841250846350294427 1245 45444864884564882765,
6048 213112314045585029 84 235824311231 798824 24886358 674512881639
104544214863123165 1012451229. 796731 504540488684 79882465482488 2448
402345443119884045648834 2448 6429486148 21312484 2445123165 8648521245
2188241239445031 5039404450, 86482184 88, 86485223312148, 86452358124031 88
8684232950198823298631. 2740 79673140234524 8648521245 7967312139445031
503940445048213136 454348 8444123136 48793144 67484423311231, 10 27403186
16404823276788 101245364886232750294427 796731 2131217039121288 4348504512884031.
84 6429488684 21317945244084 70315045121227 503940445084 454348
796748442384654821842145121227 794827441239121227 7939244561486145
79673110214824315029 2448 454448648845648834 4850673186842145123165
21882448864844503936 8810 215239 1245272112318631 21 8470128821
84272123391212278631 796748 67484423311231. 21455223312148 6748108486885031, 6048
70315045121227 503940445084 454348 796748442384654821842145121227 233940648834
1239 79673121392439 2448 48241245404821486148 44796731361227505027

864550396788452384 8444888645 847012278631. 4048523912 8470391229
7967392444504521315029 67484423311284, 6048 21312170456350294427, 7948-442148638684.
7967278688 24451288 43391079484439673924122948 793967392445585029 21455223312188,
84 50488684 7031442388 88 10 5048704031 10486784 6488233936 1245217045121227,
2123454450312148445088 4843'6340508821. 2448 504540486148 21312484
21882448864844503936 864852845029 43845031 218824123944391288
19485048616745198834, 2188243948198823298631, 244821882329123136 10218440, 6048
1245103121456350294427 21 1245846488 1684864886. 482412886358 10 8844504850123165
218824868812123165 484448432331214844503936 10454448438821 8684232950318639248845
21214552456350294427 86485223312188445029 79482445121227 88 4879674564582145121227
796727863165 2445123165. 504540, 124579673140234524, 213140486731445045121227
10454448438821 8684232950318639248845 796731 2131217039121288 674844233112 84
4084674488 4348504512884031 244563 86485223312188445029 8470122786
7948434570315031 67484423311284, 6048 21312170456350294427, 88 79674864394431, 6048
218824438421455850294427 10 123958, 794870845031 86485223312188 1021844031, 6048
2448102148232763 44194867868421455031 40486739405012881688 484367451031, 6048
1245364388232916 218824794821882445585029 6739452329123186 4843'6340504586 88
7967486439444586, 10 2740318631 235824311245 864563 447967452184 21 5231505088.
5045403186 7031124886, 79481227505027 8684232950318639248845, 10 482412486148
43484084, 5088441248 794821'2710451248 10 40488679'58503967123186
487967456458214512122786 88 7967392444504521233912122786 6788101248503179123165
2445123165 88, 10 881216486148 43484084, 233952315029 21 484412482188
1984124064884812842145121227 10454448438821 884050, 6048 88445048501248
217923312145585029 1245 391939405031211288445029 104561452329124834 484421885031.
124527211288445029 88 217967482145245239121227 21 44396739241258 1640482384
10454448438821 8684232950318639248845 447967312763 7948272188
2188247948218824123165 40488679'58503967123165 79674861674586123165 10454448438821
88 3465 1086884450482112486148 12457948211239121227, 6748106748436488 1248213165
86395048248821 1245217045121227 88 50396512482348618836
8812194867864550311045648834 7967481939448836124834 24882723291248445088
793924456148618821.

7.

93907119618211949443 84 71381131843511138443 483871541182949053 4690318477562456
61 6293387184 8256219053 906282847756 3511123835463828616077406243 673143899019:
1) 9511711990948414949053 823511491990488453 941113849094113140945689 625662773819
906282847756, 9411612456, 12843594386261 7711 48387154118256 35 1938779060
351112383546382838949443 6277841424909590 629013841131409490-
382490949019842894909590 7190358256772461 48387154118256;
2) 35123871385438949443 84 7190358256772461 62566277381956 8256219053 906282847756
7711 46844882562138949443 432490627784 8256219053 906282847756;
3) 71903567567138949443 1990543156829062773814 483143 3548901261777743 8256219053
906282847756 7711 906282847756 4671907743959019 5456777743;
4) 627782907138949443 7711 351112383546382838949443 718482945689 61199082
48906277614661 4890 8256219053 906282847756, 61 77901961 2856623184
351112383546382838949443 90628412 35 90629012315682561956 906282847794841956
469077713812111956 6246381384113140945619 941182281131409490-
713811128431847711138414945619 62614671908290489019 7711 627782907138949443 483143
945689 8284314094909590 48906277614661 4890 8494937111627771612477617156
825621909590 9411822811314094909590 35112431114861 35 6171118961821194944319
9012193854389440 545677774948844331409490627784, 35611990823138945689 627711949019
354890719082'43;
5) 7190358256772461 118277909490198453 8256215689 94118228113140945689
3511243111488482 7711 1124114838198428949053 62829012904856 612811629456248482

90628284779440909590 46719013386261. 118277909490198443 825621909590
9411822811314094909590 35112431114861 3561199082316049 943890128984489484627740
7711245689 621119909071951194843511138453 7711 621119907138956131608211949443,
432484 49 82844824715677561956 4890 24715677562456, 62316154117740
957190191148624024901961 84947738713862908284, 826277119490823138949460
846277569456 6277906290829490 8256243156248482, 2190 4690627711607740 4638713848
4838715411829060 84 626162468431406277829019, 354884146294606077406243
46719035907190 7711 4661123184289490;

6) 82563594112838949443 35121131119462908211949053 627771612477617156 7711
901262439561 46844895907790822456 9311898482138482 35 8256219060 90628284779060 35
6171118961821194944319 469077713812 9062901256, 849477387138628482 48387154118256,
7738715677907184113140945689 957190191148 84 719012907790481182138482;

7) 351112383546382838949443 7190358256772461 9411612490829053, 94116124908290-
773889948428949053 7711 849494908211138414949053 48844331409490627784 8256215689
94118228113140945689 3511243111488482 7711 5389 84947738957111138453 35
825671901294561377829019;

8) 94114811949443 906290121119, 432484 94118228116077406243 61 8256215689
94118228113140945689 3511243111481189, 4684314095 7711 62901384113140945689
9511711194778414 61 46907143482461, 82627711949082313894901961
3511249094904811826277829019;

9) 9411313854949053 483871541182949053 468448777156192456 46844895907790822456
9311898482138482 35 2856623111 90628412 35 90629012315682561956 906282847794841956
469077713812111956 9411 906294908284 627782907138949443 483143 945689
8284314094909590 48906277614661 4890 90628284779440909590 46719013386261 7711
351112383546382838949443 624638138411314094909590 941182281131409490-
71381112843184771113841494909590 626146719082904861;

10) 627782907138949443 61199082 483143 71381131843511138453
825646616224945624111956 8256215689 94118228113140945689 3511243111488482
4671118211 9411 4671111360, 351112383546382838949443 9511711194778453 718482945689
1990543156829062773814 21904890 825612907161 1984621343 719012907756, 82564861
7771614890829053 48844331409490627784 9411 46844846715649196277821189, 82
616277119490821189 7711 907195119484351113844389 61628489 93907119
823111629490627784 35 6171118961821194944319 3548901261779053 8256219053
906282847756 7711 82844846908284489490 4890 62616246843140945689 469077713812;

11) 35114671908211485438949443 19388911948435198482 627756196131608211949443
4684484671564919627782, 61627711949082, 9071951194843511138414 61628489 93907119
823111629490627784 4890 94114811949443 46387167909590 7190129028909590 1984621343
8256466162249456241119 8256215689 94118228113140945689 3511243111488482.

4. 48387154118211 624671564349 7190358256772461 8256215689 94118228113140945689
3511243111488482 4324 13389477718482 94383511313854949053 4861192456.
627711777743 4. 4671118290 9411 82562161 906282847761
1. 2490543894 191149 4671118290 9411 82562161 906282847761.
957190191148439456 61247111539456 1911607740 4671118290 12383590463111779490
354890126182117756 82562161 906282847761 82 483871541182945689 84
2490196194113140945689 8256215689 94118228113140945689 3511243111481189 9411
24909424617162948414 906294908284 82844846908284489490 4890 62771194481171778482
8256219053 906282847756, 43242190 463882945614 62776146849440 8256219053
906282847756 95719019114843945694 3548901261821149 824638716738 3511 2490677756
48387154118294909590 111290 198462133882909590 12604854387761.
957190191148439456 61247111539456 828431409484 61 825612907184 825621909590
9411822811314094909590 35112431114861, 9390711956 3548901261777743 8256219053
906282847756 84 62463813841131409490627784.

957190191148439456 61247111539456, 432484 9438 351182387167563156 9411822811949443
3511 2490677756 48387154118294909590 111290 198462133882909590 12604854387761 3511
463882945619 6277614638943819 906282847756, 1911607740 4671118290 4690827790719490
12383590463111779490 354890126182117756 82562161 906282847761 82
483871541182945689 84 2490196194113140945689 8256215689 94118228113140945689
3511243111481189 3511 775619 6211195619 6277614638943819 906282847756, 3511
6119908256 82844867249048618211949443 4890 48387154118294909590 111290
198462133882909590 12604854387761 249067778482, 82567771112838945689 9411
904631117761 469062316195 35 46844895907790822456 9311898482138482, 61
46907143482461, 82627711949082313894901961 241112849438779019 198494846277718482
61247111539456.

8.

319154919132 5. 8522584522 9154 31917323424522 5856362049 203158229156
1. 23226474209120586554 1854522258782258 81 5856362076 20315822912076
816422553145766891823132 8154 582264232058226445566656 2031582291458220-
238520184231225545566656, 2031582291458220-455473652058566656, 455473652058566656
23852074855466546656 4554 9154655652 852258453252 5856362049 203158229156:
23204354916520585655 852258424582 (6520852091655655 78566587) 5856362049
203158229156;
234285445655 (47546554875458853182655655) 852258424582;
648573745655 (66547422319142853182655655) 852258424582;
918542912255 (2031582291458220-4554736520585655) 852258424582;
4554736520585655 852258424582.
23204354916520585655 852258424582 (6520852091655655 78566587) 5856362049
203158229156 58226423205822645468 23'3291206673 65585487221822655478225545206673
8522584576 455478222045548782452049 8554666556 655854872218226554782255 22
23428542644754435468 8164204773919132 203120472076
815474548782452065738782917385452049 9154 23852018423122554520
208522684591205854452049 23226474209120586556, 3123427822548782455652 7366224582
22 8145544582, 54 9154652072 23425845207420 64203158226473 4952
2385546591564345207420 815431912031735854454532 81 6642912076 585665204554454532
91562320585652 81545864544582, 3620 2342854264475443424522 648732
234285585645455652 2320315464 73 5822642320582264452255 745487738122
2385201842312255452049 64223287824520319122.
234285445655 (47546554875458853182655655) 852258424582 5856362049 203158229156
58226423205822645468 44203191206673 65585487221822655478225545206673 8522584576
455478222045548782452049 8554666556 655854872218226554782255 22
23428542644754435468 8164204773919132 203120472076 9142208542915643455652
8145544582 9154 23855465915643455652 7366224582 22 45545856432065,
642031915491452252 648732 733123224445207420 585665204554454532
2385201842312255455652 20472058'3281652258 8154 20478554452076
31234278225487824522319176.
648573745655 (66547422319142853182655655) 852258424582 5856362049 203158229156
58226423205822645468 31822066206673 65585487221822655478225545206673 8522584576
455478222045548782452049 8554666556 655854872218226554782255 22
23428542644754435468 8164204773919132 203120472076 2320748756478742455652
9142208542915643455652 9154/544720 23855465915643455652 8145544582, 7366224582,
45545856432065 8154 20478554452076 31234278225487824522319176 (4356
3123427822548722815478226876), 815474548782455652 8154315464
6642912064208720742249 4554736520582049 9154/544720 2385201842312255452049
64223287824520319122, 2245445652 652066234291424591452031914255,
642031915491452252 648732 4218426591565845207420 585665204554454532 81545864544582

22454520585478225545207420 525485546591428573 582264232058226445207420 8522584532
2385201842312255452049 64223287824520319122.
918542912255 (2031582291458220-4554736520585655) 852258424582 5856362049
203158229156 58226423205822645468 5820318266206673
65585487221822655478225545206673 8522584576 455478222045548782452049 8554666556
655854872218226554782255 22 23428542644754435468 8164204773919132 203120472076
9142208542915643455652 8145544582, 7366224582, 45545856432065 9154 2245445652
652066234291424591452031914255, 642031915491452252 648732 238520647365735854454532
4520585652 22644255, 85208158'328154454532 6520662387426531455652 23852047874266 73
745487738122 2385201842312255452049 9154/544720 642031872264455678826520-
224545205854782255452049 64223287824520319122, 20582087206422454532
664291206420872074226876 4554736520582049 9154 234264547420742243452049
64223287824520319122, 54 9154652072 23852058426442454532 5887543145207420
455473652058207420 6420318722647242454532, 85428173878291549156 3265207420
6654769182 45547365205873 45205856814573, 91422085429156434542 9154
238554659156434542 8145544342454532.
4554736520585655 852258424582 5856362049 203158229156 58226423205822645468
644258'3291206673 65585487221822655478225545206673 8522584576
455478222045548782452049 8554666556 655854872218226554782255 22
23428542644754435468 45544773919132 652066234291424591452031914255 81
8520818520478742454532 22 582385205854647242454532 6642912064208720742249 9154
6642912064566556 64203187226445567882652049 852047209156, 319158208542454532
4520585652 3156319142662073915820857676435652 8145544582 9154/544720
238520748542315658455652 91425245208720742255, 85208158'328154454532
5854728756582049 4554736520582049 544720 23855665875464452049 2385204787426656,
326554 665468 81547454878245204554782220455487824542 544720 31582291205842
8145544342454532.
2. 8164204773919132 5856362049 203158229156 4554 65207245206673 8522584522
5856362049 203158229156 23428542644754435468 73312322444542 585665204554454532
203120472076 5822642320582264452049 203158229145822049 (2031582291458220-
2385201842312255452049 4356 2031582291458220-4554736520582049) 544720
4554736520582049 2385207485546656, 3620 68 232264319154582076 648732
2385563173647242454532 582264232058226445207420 31917323424532 5856362049
203158229156:
1) 6620872064445655 4754655487545885;
2) 4754655487545885;
3) 66547422319185;
4) 642065912085 182287203120182249;
5) 642065912085 45547365.
3. 6620872064445655 4754655487545885 - 7842 2031582291458220-2385201842312255455655
31917323224582, 3620 816420477358546891823132 4554 2320435491652058206673
8522584522 (652085209165206673 7856658722) 5856362049 203158229156 22
23855631736472736891823132 5856365666 45545843548782455666 8154658754642066 73
85428173878291549122 733123224445207420 585665204554454532 81642047735854434266
5856362049 203158229156 2031582291458220-2385201842312255452049 2385207485546656,
2047313274 32652049 319154452058569182 90-120 6585426456912258.
2031204754 665468 2385545820 816420477358549156 31917323224582 662087206444207420
475465548754588554 8154 7366205856 455432584520319122 58 454249 232058452049
815474548782452049 314285426445822049 203158229156.
4. 4754655487545885 - 7842 2031582291452255 31917323224582, 3620
816420477358546891823132 4554 23428544206673 8522584522 5856362049 203158229156
9154 23855631736472736891823132 5856365666 45545843548782455666 8154658754642066
73 85428173878291549122 733123224445207420 585665204554454532 81642047735854434266

5856362049 203158229156 2031582291458220-2385201842312255452049 2385207485546656, 2047313274 32652049 319154452058569182 180-240 6585426456912258 . 2047313274 2031582291458220-2385201842312255452049 2385207485546656 648732 8164204773919132 31917323424532 475465548754588554 4554 203145205822 31917323424532 662087206444207420 475465548754588554 585681455443546891823132 5856365666 45545843548782455666 8154658754642066.

2031204754 665468 2385545820 816420477358549156 31917323224582 475465548754588554 8154 7366205856 455432584520319122 58 454249 232058452049 815474548782452049 314285426445822049 203158229156.

5. 66547422319185 - 7842 2031582291452255 31917323224582, 3620 816420477358546891823132 4554 64857374206673 8522584522 5856362049 203158229156 9154 23855631736472736891823132 5856365666 45545843548782455666 8154658754642066 (4554736520582076 733191544520582076) 73 85428173878291549122 733123224445207420 585665204554454532 81642047735854434266 5856362049 203158229156 5822642320582264452049 203158229145822049 2385207485546656. 31917323224582 6654742231918554 816420477358546891823132 8154 2031582291458220- 2385201842312255452076 544720 8154 2031582291458220-4554736520582076 238520748554662076. 2047313274 2031582291458220-2385201842312255452049 2385207485546656 23226474209120586556 6654742231918554 319154452058569182 90-120 6585426456912258 2047313274 2031582291458220-4554736520582049 2385207485546656 - 120 6585426456912258 2031582291458220-45547365205854 2385207485546654 6654742231918554 20472058'328165205820 58658776435468 642031872264455678826573 (45547365205873) 65206623204542459173 20473132742066 4542 6642454442 30 582264312091652258.

9.

7397 464876974673384348 7492978256 6838201888921348 4648468256599846921897 184674 67565998623855 971392489759987338469256 73976748189777 1888187674737396 687413687497705649738847 4338395988183846927449 3846183877738847 59818788733881 927468889238685649. 7074 8238964673817792984696 928843, 8538 3887738843 5620 73974968382082381846818739747356628847 4682384638675618 18568782387688731348, 382087386838185974737396 9297 82683818748774737396 8738201856595996 77 924868882043. 48 82683870744656 2097873818385974737396 9248688846928876738847 823892687467 737473975974397374 469297185974737396 8738 82688868388788 187397465956873813 68749759562097705655 9248688846928876738847 823846594829 56 469218386874737396 924868884692887673382938 8268388748139248 73746856871338 468268887688739677 977392683882382974737356 739718977392973974737396 7397 73971813385988627377 8268886838877374 46746874873818888574. 827418738849 73742997928818738849 1882598818 2087564946738177 56 465659984698138849 924868882043, 96138849 3846929773735643 7697463843 97139288187338 683820188818977792984696 18 771868388274494698138847 13689755739747 9297 7397674818 20739776733855 823882485996687338469256 18 48136897557356, 20381368744397 48 20971397688297929256. 6874136874977056497348 52487313705681 68742956387397599873382938 9297 209729975998733887746839971873382938 4397466292976748 18 20971397688297924698135649 38675997469256 92689787887056497338 18881338734877 739770563873975998738849 826888683887735649 82976813 «46887374188868». 2018973997817688 7397 8788739743561348 6838201888921348 92486888204348 18 20971397688297929256, 97 38923974 56 206838469297737396 8238927473705649733855 20972968382088 8738181356595981, 18887388135997 737438674756877356469298 1888187674737396 384638675988183846927449 188259881848 92486888469288767338-687413687497705649738847 3867'7713925618 7397 927468889238685655 73977056387397599873382938 8268886838877398382938 8297681348 «46887374188868» 7397 8268886838877356 74133846884692744388, 97 9297133839

18882073977674737396 625996475618 9297 20974738875618 875996 5547
82381368978574737396 9297 741338593829562097705655.
971392489759987356469298 8738465956873974737396 - 92486888469288767397
5673526897469268481392486897 77 7374185687'7743733881 7697469288733881
6838201888921348 20978238185687738847 927468889238685649. 48136897557346981356
7397705638739759987356 8297681388 4397819298 18884638138849 823892747370569759
68741368749770564973382938 6838201888921348 20971887961388 461838774348
525620881338-29743829689752567673384348 683820929762481897737381 56
826888683887738843 6874464868469743, 975974 82381388 8574 823846924882978192984696
567338207443738843 9773975938299743 1820739776735649 43566856 7674687420
73882098138849 685618747398 6759972938484692683881 9297 6838201888921348
92486888469288738847 439768626848925618. 4648769746738849 924868882043
8274687449623818 7397 685618747398 961356467338 733818382938,
74134692747346881873382938 46823839881897737396 687413687497705649738847
6874464868465618. 924892 468238469274685629978192984696 7374 925659981388
82683870744688 6838208238184681873974737396 20387388 9248688846928876738847
82389238135618, 975974 49 207397767338 18568776489273566297 469256491397
927473877473705696 683820674887381888 6756599862 4613599787733855
9248688846928876733855 4647744388 46823839881897737396 6874464868465618.
823877877397737396 5938295676733855 133873707482705655 20 18884638138843
74469274928876738843 8238927473705697593843 2956684698138847 59977387629752925618
- 384673381897, 7397 96135649 43383974 67489288 6874975956203818977397
43383959881856469298 188867386848 67488798-9613382938 6856187396 67973997733855
687413687497705649733855 87569659987338469256.
48136897557346981356 13976882979288 - 38877374 20 7397496756599862
9248688846928876738847 9297 4397599838187388768847 4356467098 20 18745988133881
135659981356469281 20978238185687738847 43974688185618 9297 48735613975998738847
96188885. 4674687487 738847 1888875659967792984696 739770563873975998738849
82976813 «46887374188868», 135659981356469298 185687185687481897765618 9613382938
7374188288737338 20683846929777. 73742018973997817688 7397 5646734881768849
687413687497705649738849 8238828892 9297 207397767374 739718977392973974737396
7397 8268886838877356 133843825974134688 1838877338-673859389273382938
482956878796 «46887374188868», 675659986297 76974692887397 927468889238685655
8297681348 2097598862977792984696 82382097 481897293881 9248688846925618. 48
68742956387356 468238469274685629977792984696 8738435673481897737396 595692735647
1888875618 18568782387688731348 - 8256623847568773382938, 3820873868381876382938
92486888204348 7397 386743743974738847 92746888923868569647
139773765618469813382938, 139743'9673469813382938 59977387629752925618,
187397465956873813 76382938 18887388139777 8268386759744397 6874136874977056733855
8788296874465655 38136874438847 826888683887735649 9274688892386856975998738847
13384382597413465618. 9713924897599873884388 77 8268386759744388 6838201888921348
20884338188847 1888875618 687413687497705655, 67975998737438595613481897737396,
9729683892486888204348, 875996 5248731370563873481897737396 96138847
739770563873975998738849 82976813 «46887374188868» 439777 20739776738849
687413687497705649738849 823892747370569759. 188868566274737396 7388201388
7397201897738847 82683867597443 43383959881874 625996473843 6748875618738870921897
68741368749770564973382938 74133859382938-38461892567398382938 133843825974134648

10.

53209689572048 5946482389782348 31817557445389468626 748183889679
594678238848319620 7486319620447818892048 468123468148189672447814 86538948445720.
445775814423884889864648 8978599620 5774'2623899620 468123468148189694
(7486319620818862, 535957468631 8948 9414 23577559888123539620)
20963146968344902689625390 5389465723488996538951 96

469683445775484496894496538951. 89482348 469683445775484496894496538962
57748675572088814457 74482148895389205775 535957888679814462 469683447814 13574675
20963159577978442386 96 538946862389864678 2357448978442181448986
20963159577978204851797814.
89785978 468123468148189672447814 86538948445720 8348832078794872
238848537813962386518962 4448 575344572096 2020813181444490 46903186
465783599683444820488862447814 5783444823, 8948237814 9023
5389481896574448464496538962, 53818357444496538962 812353598886488948189694,
13864423189657444888624448 535981187813962348, 2081887879784448. 1896 578344482378
44488320484496 86 7448214889625714 48208957469620 96 26 57534457205751
238848537813962348189672, 59468131538948208881447814 86 5359811896488862449672 96
4457467548897820449672 88968981464889864696.
57314448 83 5783444823 209631759644457538996 8348238848319620
20963159577978442386 - 5389481896574448464496538962.
5389481896574448464496 53595746863178 - 1881 4481598146815386204496 5774'26238978,
3157 447814 4448888133488962 205396 23485996894888624496 74863196208896, 20574478
4657834648145720484496 4448 5957538996724486 812353598886488948189651 3157
75577581448986 595720445794 4875574689788348189694.
44815389481896574448464496 53595746863178 - 1881 8996, 902396 7557334448
59814681759671488978 4448 96446481 7596531881, 3157 447814 209631445753908962 205396
89464844535957468948748188624496 53595746863178 318890 44577996208896 8948
577453888621572086204844490 20963159577978204851797814: 444875818978,
4820895759467879815978, 837496464457-4657837496464496 748631784457792378 96 89. 31.
44815389481896574448464496 4681234681481896724496 5774'26238978 595731968890518962
4448 538948749688624496 (444875818978, 748631784457792378 8948 9644.) 96
7557749688624496 (4820895759467879815978, 89864678538953622381 5386314457 96 89.
31.).
9644647875 234678898146962675 595731968886 26 53818357444496538962
812353598886488948189694. 20 8320'90832386 83 797875 469683449089625390
8653894844572078 18968857469679445794 96 5381835744445794 (53234833967557,
899688622378 469679445794 487457, 44482059482378, 899688622378 83787557205794)
812353598886488948189694. 1896885746967944787578 96 538183574444787578
755733868962 74868978 9023 5389481896574448464496, 894823 96
44815389481896574448464496 5774'26238978.
5389481896574448464496 8948 44815389481896574448464496 4681234681481896724496
74863196208896 96 5946785389465794 20 469683447814 5320579414
2357757496444818969014 4648835775 83 538659868944967578 535957468631487578 8948
96443381448146445751 964413464853894686238986465751 1357467586518962
4681234681481896724496 235775598881235378 (188144894678), 3181
2357441881448946865189625390 57534457204496 75485378 20963159577978204851797814.
235775598881235378, 9023 96 572346817596 74863196208896 96 53595746863178,
755733868962 75488978 8986 7978 96446486 13864423189657444888624486
53598118964888968348189651. 8348 1386442318965744488862447875 5946571396888175
53889631 2078319688788978 5957889613864423189657444888624496
4681234681481896724496 235775598881235378, 20 90237814 5957263144484496
13864423189694 23864657468944572157 889623862048444490 8948 20963159577978442386,
487457 20963159577978442386 96 89864678837586, 487457 20963159577978442386
3157465753887814 96 3196898172 96 89. 31., 96 5359811896488896835720484496, 3181
31577596448626 53598118964888968348189690 (444859467823884831,
89864678538953622396 235775598881235378, 188144894678 3178899079572157
20963159577978442386, 535957468978204457-4681234681481896724496
235775598881235378, 188144894678 23864657468944572157 889623862048444490)
444853898659447875 234678898146962675 465783595731968886 468123468148189672447814

86538948445720 26 9414 2081887879784448, 964448236481 59578986334496538962
(759653892396538962), 902348 2078464833482689625390 239688622396538951 7596531862
44577996208896 487457 797853885775 20963159577978204851797814 20 599623
444820484489483381444490, 8957748957 20 31814462 538183574486
754823537875488862445794 8348204844894833814457538996. 2081887879784448
46812346814818967244572157 235775598881235386 44487259577596894496647875
7978445775 20598878204826 9023 4448 53487586 5957748631572086 72572157
538946862389864678, 53785389817586 5774538886215720862048444490,
5746214844968348189651 89464844535957468944572157 8320'90832386, 894823 96 4448
1448464823898146 96 7548536489487478 598146818920574681444490 59467846573144572157
5789577981444490.

573144962651 83 594657209631447814 898144318144189672 86 5320968957209672, 20
89577586 7978538896 96 2096897978834490449672, 5946482389781896
7486319620447818892048 5753894844449675 7948535775 5389488848 898144318144189690
837581446481444490 595759868890464457538996 20818878237814
468123468148189672447814 23577559888123539620 4448 23574678538962 7548887814,
83572346817548 8948237814, 9023 4481208188782396 59484453965744488978 8948
74863178442378 20963159577978442386, 89864678538978794496 74488378 96
5946788986882378, 23817559964421572096 538188787148. 1881 5320963179788962 594657
5981468120482186 13574675862048444490 20 758146813396 468123468148189672447814
86538948445720 448120818878237814 468123468148189672447814 23577559888123539620,
5386599631469031447814 8348 754853648948745775 59467846573144572157
5789577981444490, 59465789785389482088814496 8348 5320579475
48461496898123898646447875 4696648144449075 5957898633447875 18814489464875
20963159577978442386 83 20785357237875 469620448175 8646744844968348189694

11.

365873753663945146977394 73136916. 91 756978913629 867815617587789116
513666467851366394517870 97169773136916 789791467316 91 75588636705146,
9146877391788613515155 46 156946665113515155 46517313631358737536639451782878
22787313516646366375 755886367051979458782878 513686788775, 46517313288636664670
9146739216155155517870 789791467316 8778 93918678221374979458782878
78979146735194782878 2286789773788675, 2213861329788775 8778 8616515878911629
9146875178971651 7897786163169178 9136596316911669 97733693
153661131522139213515155 513663135951782878 8646915155 693673136936731692517870
22468728787378915816 9116227597585116584691 864615511629 7316224691
9713861387514629 51369192366394511629 1536586336874691.

36587375366394517819 228678616313697819 8678159116735875 5458466394517870
693673136936731692517870 789791467316 5136 977592369751786975 1373362246 93
861373136394511674 914687614686 6136157891782878 58786922785113517336 156946977375
51369192366394511629 226336514691 46 22867828863669, 8678158678616313515155
22867828863669 7336 2246878675925116584691 876355 54584663 46 586336974691 4615
864615511669 864691511369 9116919213515155 693673136936731692511629
871697661622634651 876355 7592514691 4615 5113788751365878911669 9773752213511369
8678159116735875 465173136313587375366394511629 46 73917886921629
15874661517897731374. 91 9775923697511629 756978913629 221386132863558775
156946977375 5458466394517870 693673136936731692517870 789791467316
91165155735878911674 46517313861397 6936731369367316584691-221387362878284691
1591138651135178 5136 74782878 75877897587851366313515155 75 545878633629
517891782878 73162275: 634666135529, 284669513615465529, 58786313284675693629.

789778616316911674 977336737597 91 756978913629 781551369213517870
22468728787378915816 693693 7336581674 22861387691373, 5558 69367313693673165836. 75
513654 923697 153628366394517891161551365178, 8878 697863788794, 919773752236199216
75 5916737355, 22789116515136 69367316 51366313595175 22861686788751169278-

6936731369367316925175 22468728787378915875, 36 87169766162263465116 6694782878
6616586375 1578617891'5515365146 91169192367316 919746 611315 91165155735875
75925146 91 6913593629 5458466394517870 2286782886366916. 75 228678288636693629
51369192366394511629 871697661622634651 22861686788751169278-
69367313693673169251782878 6616586375 91694688135178 6936731386463663, 8878
867815588616913693 9115369369781591'55157858 5136755816, 73132951786378284670 7336
9775972246639497739136 46 972286165593 759791468778696313515119
91468722789146873663945178977346 631987165116 1536 15611386135913515155 5916737355
5136 22633651137346.

1569469773 971386138751947870 693673136936731692517870 789791467316
82788669759373949755 224687 91226316917869 877897552851135194
693673136936731692517870 5136755816. 91734669, 224687478675517355 156946977375
971386138751947870 693673136936731692517870 789791467316, 51362278915113515155
51369192366394511629 22867828863669 4615 69367313693673165816 91 9713861387514674
5458786346 511378876946515178 22789116515146 61757316 36228678617891365146
9236977869 46 8778979146877869 5113 788751782878 227858786346515155
221387362878284691. 876355 82788669759136515155 9775923697517870
513666467851366394517870 97169773136916 971386138751947870 789791467316 93
9136596316911669 877897914687 2278617587789116 156946977375 789791467316 91
284669513615465529 5136 153629468751787558863670519794581629 151369635529
51362286165846516646 xix – 5136 22789236735875 2929 9773., 75 55581629, 2278228616
157886469351737891365146977394 5136 9391867822137497945846 78979146735146
97169773136916, 5558-7873 2278639497945875, 369197738678-7528788697945875,
92132978976378913666945875, 61756378 9773917886135178 916336975146, 15
7586362975913651515569 6946976613911629 789778616316917897731374, 1569469773 7336
691373788716 5136919236515155, 15785886136936 74 75 9782138646
2846695136154674517870 693673136936731692517870 789791467316. 5136
8678159116737858 7070 156946977375 97757373939178 9122631691366316 54584663945146
86138278866916 91 86789746749794584674 46692213864670, 555846
861336634615789175913663169755 224687 91226316917869 694659513686788751782878
86138278866936737886979458782878 86752975 91 283663751546 693673136936731692517870
789791467316.

12.

4739 569347561022 84156639671747566356 5680123981851039474777 3912282210473328
58396615122239672210 21568456 985822936672 583966155839663343473328
843393813380672247 72 632258473998227728 8456936722844015473328 1215632256472210
566934127247665610394756 5693566967331056936622 8056697284561033
47391043396717473328 80125663123958 473340433328 6639 1033213328 876739932210
6322584739982286. 805612221047776717473337 394739672298 985822936672
583966155839663343475686 569310226633 72 10566733479317872237 6639
587287394322109317872237 632258473998227728 843959 9858566372
937656125872678510396633 66398722 56934756104722 805667564015474777:
1033104315474785 843393813380672247 80123312568447334356-
58396615583966334347566356 8133876772 801233842267776733 692267175015 7210396333
72 10566733479317872237 6322584739982286, 472240 72 587287394322109317872237; 72
665637 433993, 7787 8012566312395833 98 58396615583966338733, 9839 7787335833
473910433967339377 72 10566733479317872237 6322584739982286,
72585640673310678510396733 157615876633104715 983993105659474777 724347775833
801215845815662210 80123312568447334356-58396615583966334347566356 8133876772, 10
587287394322109317872237 6322584739982286 4339936622 9858224733 80125663123958
6639 872267178756936622 6356843347 98 58396615583966338733 4715 93801233776733
1576158766331047565872 56803947721039474785 813328 801215845815662210.
801512151039635685 846777 7243472210 587287394322109317875686 6322584739982286

69726739 473977104722936617 56807269672287561039473328 47391043396717473328
80125663123958 6639 8022841272434733872210 98 58396615583966338733, 98 7787335833
10564733 569847393756586785103967339377 4739 80564339668772 47394339671747566356
12568772.
506777285658 80125610158415474777 80561222104777671747566356 39473967229872
47391043396717473328 80125663123958 2298 58396615583966338733
587287394322109317875686 6639 6615124756802267179317875686 6322584739982237 9839
1899 122287 1093663947561067154756, 2156 10 587287394322109317872237
6322584739982286 4739 1033104315474777 58396615583966338733 69726756
102284101584154756 35 6356843347 4739 66334084154717, 39 10
6615124756802267179317872237 - 67335015 21 635684334739. 98'77935610394756
93802267174722936617 80125663123958 2298 58396615583966338733
103321154739981039473328 6322584739982237 21568456 473977104756936622 6639873328
1256988422672210 98 1033215686 58396615583966338733, 7787 1567155815476633
3947396722663343475686 631556581566122286, 8712331022 84127263566356
80561277848772, 87565880671587934722 4333936739, 12778433, 661556122277
938056677287, 805643396687561022 102284565856936622 801256
102284566912394015474777.
1033771067154756, 2156 72 801512225684 803947721039474777
4315285693675610394343334733 4739 98398739128039669317873328 981558677728 72
8012566312395822 98 58396615583966338733 846777 6322584739982237 98'77103367339377
80564777666677 76724787812286, 6312397622434715 98566912394015474777
76724787812286, 983993665693721039474777 6722472237473328 6639
871039841239663343473328 76724787812237 8456 12569810'779839474777 12221047774717.
47396356675650154756 4739 66565872, 2156 9858224733 10 47391043396717473328
801256631239583928 2298 58396615583966338733 846777 6322584739982237 105667334722
6639 6339673343334733 10 801512225684 8039479317875686 805667172122
102284697267339317 67335015 47398012338722478122 8456936722844072103947566356
80151222568472. 72 813328 801256631239583928 1567155815476633 1033215686
58396615583966338733 801215849366391067154756 4715845693663966471756,
5693872267178733 101056843367569377 67335015 80564777666677 76724787812286 6639
8686 63123976224347566356 98566912394015474777, 39 6639875640 80564777666677
8056282284475686

13.

37869333 «993327993050 37997219995350267562» 726912 2769 72846075 5369372469336050
993327993050 1993997084337585279962 19759118996099303750 3360869184276069-
915053698527849369, 33709993728630696050 86 2781991899 1984933050272775
276930503750 305093757384272746 333724699127991899 379972192484373386
1993993360999399305044 53693091692781, 2399 4469936937608493505386766081
199399268433 915053698527-199399843760863069272746.
915053698527849333813769 91754624812775336081 199930'4653692769 53
919933247591458427274672 75 939953939951379976 7527608493'12937530,
199384917284607530 199399725033249930991899 3050939951275026603069, 2399
199399843760867660813346 30759119993075912799 9199 3050729918 247691502750 75 2399
3093694499308612 33863786192775336081 5450272750377530 33503360847250
«247691502769 - 19938491728460 - 33849384919930502384». 2769 19849373997286
9375302775 70999372867660813346 72846099919924991875542775 993327993050
1993997084337585279962 91754624812799336075, 5369333099767660813346 1984937375
276930503750 72698551866027819962 1993997084337562. 9169275085
19939919849184306050548433375085 37869333 19849384915169546912
9369267599276924812784 199912912769272746 6084999384605054275044 5327692781 53
86727527274672 30509375738630696050 199369376050542775 19506069272746
3799721999535026758527991899 446993693760849386. 26503724 3319842675692481275044

9199199399843760275044 3019936930 19849384915169546912 19993324759199302784
536933309912272746 33608691842760697250 19939926843386 199399843760863069272746.
9951'1272 – 1984933050272769 7099937269, 53 46379976 199954692469 33309976
51869175308424812786 91754624812775336081 247691502769. 19993360693050307350
3084936050376924812799 376972752781, 307527 307591532769545030 7275332684, 695150
3793692384 99937512276086306960503346 30 1993993360999375. 86 303375 54693350
532769542775 1999917562 2769189924997386306924503346 533084918427274672
72992786728427607530, 463775 12, 4637 19936930502499, 9951'1272697250,
995160755427507250 199399336099939972. 2684 30759193695386 3050917524502499 6244 53
9960995484272746.
9951'1272 – 99912769 53 27698569376050302775735044 70999372. 278491699384722799
30842450375085 7093692726865381375085 4486919945275037 19.338453692727
18993099935030, 2399 «303384 30 19935093999175 53'463024461260813346 276972 4637
26502475279193, 3799278633 695199 3370849369».
9951'12722769 37997219995350267546 305053276954691260813346 2784 33607524813750
939953305060379972 7099937250 1999 379999939150276960275044 2769199346726944,
33377524813750 6069375072 331975303075912799738427274672 72693350 75
1993993360999386, 199350 4637997286 1984938430694569766081 33697284 9951'1272,
85991899 72693369, 69 19939933607593 379972199953502675852799
197591199993469137993069275085 85997286.
9199 9951'1272279962 37997219995350267562 7299452769 3075912784336050
30506030999350 725033608426603069, 2399 7269766081 609350 305072759350
(91993045502786, 735093502786 75 305033996086), 6099516099 196993697284609350, 2399
4469936937608493505386766081 9951'1272 30536918692475 75 30509375736924812775
44869199452775 5369309169272746. 2684 9375532775 51869175302475 75 33199993869150,
72692475 699344756084376086932775 7099937250, 33378624811960869369, 919375512769
1924693360503769, 6030999350 9184379993696050302799-1993503724699127991899
446993693760849386, 9375532775 86605024756069932775 9951'127250, 51869181 6099
1999338691, 7284512475, 536933995150 60936927331999936086, 99914618 – 53691869249972,
303384 6084, 2399 30372476546912 915053698527. 276930756081 86 2681997286
1993993360997286 19849384936944863069272775 307591548630691260813346, 463784
735093993784 3045503069272746 72994584 72696050 9951'12722769 37997219995350267546
86 276973997286 4550606075 912446 336030999384272746 7086273726759927692481275044
199384917284607530, 2399 536951845319845486766081 455060601291754624812775336081
247691502750. 9951'1272 30 6993447560843760869375, 4637 19936930502499, –
«733769936924861969» 91993037992469 1993993360999386, 2399 726912 1984302784
1993505327695484272746. 30278660937573277585 19939933607593 30192450306912 2769
7099937299866030999384272746, 692484 2784 99519930'465337993099 331999302769
30759119993075916912 85997286. 539930277573277585 9951'1272 30503799278612 2784
24507384 93992481 9951189993999145863069272746, 692484 75 33248645506081
279933751272 198430279962 448691994527819962 379927268419267562. 199973863750
53938654279962 7099937250 199912912786306924503346 53 1999738637697250
72846099917530 91999169272746 6285 30509369532799336075 75 3793693350.
1993692676765450 276991 9951'1272279976 709993729976, 4486919945275037 2784
53695186306930 6069379945 199399 3799247593 75 70693760869386 4637 69376050302775
995193695399603099935475 536933995150, 2399 9199199972691869766081
3360309993506050 609985 695199 7527735085 4486919945277585 9951936953.
73849184309350 9951'1272279962 37997219995350267562, 2399 917585732450 9199 276933,
75 5484938453 3399602775 9399377530 19935018992499727386766081
19991291276927274672 7086273726759927692481279962 199399918672692799336075
199384917284607530 75 448691994527819976 536930849373842775336076 7099937250,
30509369532775336076 37992481999386, 70693760869350.

14.

92 556158616111 9967442778 128044277858 «55102755274462 81588962556192
 78119540279558176289 781195 1740555817694211271727785817274327 95275561921092»
 175895581727 2743998095 1155179267916289 54406127951178 81588962556192
 78119540279558176289. 175855991195692754 1227817862616992
 781195402761408917279927431132 5561589927 545855277840 102775621240171780
 7862105895691178 1740815869271717274327 69271011677858171780 11 104012404399809592
 78119540279558176289, – 78621762699958 1012274499405458 81588962556192
 781195402711178827125458421136. 81276912405458, 78629558171780 542724926121
 102775621267785861625580 81 10271292754017178054 58786127125521696289 10125878
 (101112586155617827), 58 6158692724 9527 176289 542724926121
 174055581769421127172778581727 81784012615861625580 69271769921240176162 584427
 8199277854625517626962 959980 276112625458171780 692717881195401761172736
 1117882712421136 (75106243921755617827). 175832101227556111756232 101195891195 9527
 81588962556192 78119540279558176289 – 4240 786269271262556158171780
 69995855629117274327 75628812927858171780 8158 55894054585462 81
 781195691262616254 584427 8158691262616254 699967914054. 88583299
 78119540279558176289 75628812923361215580, 1011559980 91274327
 1040124095583361215580 1027 174081588962734017275492 695817589992 8178'80816992
 584427 8158106255926761215580 1758 1740815889627340176232 1727551132. 6158696232
 551027551144 81584440811040919233 952755626121 786255276992 55619210111721
 81588962556192 78119540279558176289, 806958 9527558043583361215580 78625527692767
 556111326911556167 7862692712625561277892785817274327 959980 81588962556192
 7562881292. 2795175869, 17583291585561117540 2744558043 75628812277858176289
 9558176289 78 10271211781780171711 81 61406955612778625462 11 175878116121
 817892692778625462 955817625462 811758911727 441199217540, 7327 78625458435833
 81175891176289 2744916255996778589921176289 1240559212551178 959980
 75628812927858171780 615869274327 274455804392 9558176289. 4240
 10126281782795626121 9527 274454402440171780 54272499627827556111
 786269271262556158171780 69995855629117274327 75628812927858171780 78 6158696289
 2744995855618089, 8069 111761401258696162781740 11 6958444099211740
 6140994044589140171780. 69271262556192785891 6158696289 5540127811551178
 10277862174017 54586162 10276192241792 55625561405492, 819558611792 78
 124058992117275492 91585511, 444081 8158611262542769 6927959278586162, 58 1027611154
 11 95406927959278586162 2761126254581711 95581711.
 2755691199216962 2755172778176254 55615817955812612754,
 78626927126255612778927858176254 959980 692795927858171780 11 556162551740171780
 781195402711178827125458421136, 33 882712545861 54104043, 6127 441199217511556121
 5510275527441178 81588962556192 12278112274499401711 55585440 959980 4221274327
 88271254586192. 92 176289 78626927126255612778926761215580 2755274499627827556111
 692795927858171780 11 556112926961921262 102761276992 54104043959980
 55692712279140171780 2744916255996778589921176289 1240559212551178 1758
 815889625561 78119540279558176289. 2795176254 81 104012756289 5510275527441178
 81588962556192 9558176289 78 88271254586111 54104043449278 5899432712626154
 104012405561581727786962 «816243815843». 55926121 32274327 10279980435833 78
 81916261927858171711 6978581761277858176289 692740881142113317611178
 9562556912406117274327 6927556217925517274327 104012406178271240171780 1740
 5510275527442754 «816243815843» 959980 10279558992175274327 692795927858171780,
 8069 4240 786281175891401727 78 88271254586111, 58 78621058956927786254 9162172754.
 12278143998017926127 1211811711 544061279562 81588962556192 78119540279558176289
 5561275527781727 614099406927549217116958421132176289 556255614054
 124058992117274327 91585592.
 1117756232 101195891195 815810122710271792785878 4458125817176269 78. 78.
 «5440612795 81588962556192 781195402711178827125458421136 78

40174012432740884069616278176289 614099406927549217116958421132176289
5562556140545889». 92 556158616111 27106255923361215580 5540994069616278176232
5440612795 8158691262616180 4458812778274327 78119540276958951292, 80696232
81585517277858176232 1758 8158691262616111 1740 785521274327 6958951292, 58
611199216962 32274327 1758324411992175 8117589192736289 556999589527786289.
4017401243406162911758 81175891625411556121 426289 556999589527786289
27421117673361215580 8158 5561921040174054 5540545817616291172736 11
5561129269619212172736 1758556291401727556111 449927691178 556999589527782736
80556912587827556111, 7327 78892795806121 9527 3636 556999589592. 619261
781040127540 78784095401727 10271780616180 5561129269619212172736 27956217624211,
78271758 88271254923361215580 81 6112212789 5458691227449927691178 1027
279517275492 781195 692724172736 6927991112172736 556999589527782736
4458812778274327 78119540276958951292. 6158692724 12278112274499401758
54406127952799274311911758 44588158 959980 78628117589140171780
401740124340616291172736 81175891927327556111 5561129269619212172736
27956217624211 4458812778274327 78119540276958951258 1758 275517277811
274211176962 11178827125458421136, 7327 541155616261215580 78 5592545812176289
811758914017178089 176281216927915855612761176289 692754102717401761
9562556912406117274327 6927556217925517274327 104012406178271240171780 4499276992
556999589527782736 80556912587827556111.
92 556158616111 78279927956217 58. «75628812927858171780 781195402755624317589992 –
101258696162699254 12278112274417626958» 4327782712806121 101227 1758951132176232,
55611132696232 815889625561 781195402755624317589992, 58 1740 101227 101227556111
581758992743277811 55691240544499401262.
80697327 102743998017926162 1758 815895589192 81588962556192
781195402755624317589992 81 1012586961629117274327 44276992, 6127 78
10401240785824171132 441199217527556111 7862105895691178 10276112404458 78
5562556140545889 81588962556192 959980 616289 9162 1117756289 2744'3369611178
78621762695833 78 10122742405511 3689 406955109992586158421136. 44929521 6127
69275410'67614012, 9927695899211758 544012402458 584427 55625561405458
581289117858421136 781195402781581062551178, 925578119527549940171780
174027448911951727556111 81588962556192 78621762695833, 8069 10125878629927,
611199216962 1011559980 44929521-80692736 882712555458242712171132
5562619258421136. 75621227696232 1227817862612769 174095271227436289 556255614054
7811954027815810625592, 7862125824583361215580 17585558541040124095 92 61275492,
7327 441199217558 91585561621758 581058125861921262 959980
61409940781181113217274327 55102755614012402440171780 33 58175899274327782767.
6127446127 78 69581758995889 1040124095589111 11178827125458421136, 781195
7811954027695854401262 9527 101262556112273678 781195274412582440171780,
4262126992996733 611199216962 58175899274327786232 556243175899. 61275492 959980
11176140431258421136 55611132692736 55625561405462 81588962556192
781195402711178827125458421136 78 432761277892 55625561405492
61409940781181113217274327 55102755614012402440171780 95277827956261215580
78621211759278586162 55699958951740 8158789558171780: 5510279158616992
1027611211441727 27426288129278586162 58175899274327786232 556243175899,
1027611154 8158556127559278586162 9527 78624411122769 6912621061274312588811911740
104012406178271240171780 11, 17581240756111, 786295586162 78 9911171167
8178'80816992 8117277892 58175899274327786232 556243175899. 92 10271211781780171711
8111 5569124054449967785817178054, 424032 5440612795 33 4411992175 55611132696254 11
95271227436254 11 78625458435833 27552744996278274327 10119589279592 101262
101227406961927858171711.

15.

9216811398918112 8158136519195518 1681705566, 66 401281666518 581316551270819181
1681581340 19654070816681-13591819554219819181 9216819116595840 1365
66148158708119656459191998 13591819816481915584 6626168186192678136665 86401461-
98702684 662614 14559864611981581355 9255149216267212581366 1365
8116916519558065785584 81866465581355 58136566 19591281506426662612 865980
662670811626581365191998 70811292'17135916198188 13591819557026.
806558138158406665191998 1365 16818011261659191998 9265167040
8186422658641766656461198188 13591819557026 40 66585518 583559166518
14559864611981581355 5813656426 195981861855141955581317 146498
1981161265646119819181 3540197078558119406665191998 9255149216267212581366,
8116916519558065785584, 40581365198166, 8065706465145566 815866551326,
81188116811926 801481168166'98 13818581.
1655807059 801681581365191998 705564617081581355 70811292'17135916198188
13591819557026 1365 669216816665145059191998 1981665513195518 92168191166512192618
921681144070135566 1959122619404259 92162680668114261361 1481 801681581365191998
928113165986 40 665514928166551419811240 706514168166811240
806586598092594259191917 5813164070134016, 987055 9216261486656426
70811292'1713591626, 658681 9281198166266426 5558194017422684
70811292'17135916192684 35811914. 5861819181141955, 70816426 70811292'17135916 1959
921681581381 9281125542192670 92166578556619267065, 65 55195813164012591913
40921665666455191998, 801965421981 801681586426 662612819126 1481 987081581355
168186811326 70811292'17135916198188 13591819557026. 80 168158138112 6626128191 1481
706665645535557065785588 708116265813406665425566 70811292'17135916198188
13591819557026 1365 9216819116651219819181 806586598092594259191998, 928158136572
92261365191998 921681 706665645535557065785517 921681911665125558135566 1365
551950591959165566, 987055 806586598092594240171361 987055581940 168186811340
70811292'17135916198188 13591819557026. 58651259 146498 1681801681867026
70811292'17135916192618 582658135912 1365 1259165950, 8818 584092168166811440 1365
8186586440918166406665191998 928170642670651955 66269240587019267026
58925978556564611981581355 „70811292'171359161955 58265813591226 1365
125916595055”.

8065 146519261226 918164816619819181 40921665666455191998 58136513265813267026 40
80657065169265135861705584 81866465581355 8559 40 2007 16817855 1965 86656465195855
171626142642192618 81585586 1365 8818 66551481701659126459192618
5813164070134016192618 9255141681801455645566 196564554240666564815861 9281196514
30 1326589842 81142619267861 8186422658641766656461198188 13591819557026 40585518
6626145566 1365 1281142635557065785584. 196514656455 705564617055581959
80865564611159191998 8186422658641766656461198188 13591819557026
925916595813656481 86401326 65701340656461192612, 196513811255581361
92815813656481 92261365191998 921681 593559701326661955581361 8888
662670811626581365191998.

16.

462191 3750485373218572 8250707353128841 557773501777 3750 247363977253 7235
82507073 485535126382634835466391857780 5577897050815355358520, 7321725088
38487780 41 55772485353321858538 7063558538 7221507021727733855079 7235
89703548727733855079 89633717507250554877 5577895397488577486355 5097556372852050-
48553512638263483546639185501750 7063558538 «73351763977270» 371238
853597725389855079 8970508221976391855079 37633812208550977263,
892170213781353321855079 5097556372852050-485535126382634835466391855088
803570354872217077977277485088 9789214663351263977235 24
97892146633512208550977263 «48507389'887221708563 97779772217377 7235
732170219063», 7550 50248535333541 557738551221858538, 5577736370 7235
50466385885535858538 2485358520, 5373638520 7235 85355577335048.

243597508177 3763351785509772774877 384850977263 5577755079 509755637277- 41
8550707335727755857773 37504853732185725073 53901750705037972048501750
85354663508535122085501750 538563552170977772217253, 55 3848507353
5597723585505512888872209738 557773501777 3750 97723585373570727724505535857780
73217250377748, 8970772485353321857780 371238 4863122048639785501750 63
3848639785501750 50466385885535858538 97725389218538 37509738178521858538
50975081357377, 384863 85355533358872209738 53 557775507353 8535553335122085507353
24354812353763, 73217277 5577755079 509755637277.
50466385885535858538 8970505550377772209738 24 7321725088 55772485353321858538
55633789505563378550977263 89504835248577486355 384850977263 5577755079
509755637277 559772358550551221857773 97723585373570723573 5577755079
509755637277.
243597508177 3763351785509772774877 55774850707797725055538872209738 897077:
- 357221977235466379 5577895397488577486355 5577757780 85355533351220857780
2435481235376355;
- 972170727782634835466379 8235806355466355;
- 55772485353321858563 218221487277558550977263 73217250377748
8970508221976391855079 89633717507250554877 7235 8535553335858538;
- 372170903555856391 3548702137777235466379 5577757780 85355533351220857780
2435481235376355.
- 8970508221976391856391 50706341857235466379 7235 897050822197639185507353
55633781507063.

17.

47214550853621 34703444708565745021 45245285918549425150855285
47212070854721445147855285 454770367491426265746545 - 2074476591
504544516545914785-3191854236706547622051508564 918534856562
4721367721445147855285 80215044214945, 704753859117212070434721 34218021
47214550853685-49854244704947622051508564 918534856562 367774476241,
21423170912147657036, 426545497447657036 80 342152216585522144458074366217
538547498517 47214550853685-657441477077478564, 49853670495085368564,
47213677214451478564 44706574912165459162.
8549476217 80 8542478536476241 4721319195177036 49709544514785426570
34703444708565745062 94 363191853621492474474795 704747853621207043476241
65744147854485527043 36 319121506562774745 49709544514770426551,
426536859174474795 36442142476241 70475385911721207043476241 9174424591427036 70
802134748031747774474795 6441 4985426545314785426570 6521 7047657491477465-
9174424591427036, 9185803662658550 3470344470856574774785-
7047538591172120704347855285 42749136704245, 504544516545914785-
3191854236706547622051508564 918534856562 6521 53859117453621474795
70475385911721207043478564 5045445165459162 4265454974476542653621,
4231916295474795 9185803662655045 854236706547518564 6521 4721455085368564
49709544514785426570 454770367491426265746545 4721 854247853670
1721504262172144514785 31853647855285 8021498536854474474795
70475385911721207043476241 318565917434 472145508536207036, 36625044214921777036
70 426545497447657036.
47214550853621 34703444708565745021 9550 319185367049476243 47214550853685-
70475385911721207043476243 70 3191854236706547622051506243 2074476591 36458045
47214470774594 347044512374 31703665859162 1770447085477036 49855045177447657036
4721 917080476241 478542709541 70475385911721207064 . 5085173144745065453621474795
34703444708565745062 804970434247199465514295 45 36704931853670494785426570 80
3191855370447417 36458045 234495418517 85349185344474474795 65741721656277476241
314421477036 504762245085366241 36624921364762206536. 36854721
80213474803174774594 4721455085366243 6521 47213677214451476243 31918520744262

454770367491426265746545, 853442444552853645197762 3185472149 18 656242.
508591624265453621777036, 70 388591855045 3662492194 347044512374 1 174447.
49855045177447657036.
3885. 34703444708565745021 36744974 50476252858534177047 80 35
367065776280479547621762 347034447085657450211762, 21 6521508524
1770244721918549476243 50476252858534177047 80 5 802150859149854747621762
347034447085657450211762, 347034447085657450211762 2150214974177064 47214550 6521
472145508536621762 17458074951762.
36 454770367491426265746570 918580318577216585 50851731'19657491628021207019
34703444708565745062, 85424785368519 95508564 4265214485 36706577628047954774
319185529121174774 802134748031747774474795, 91745085177447498536214774
17704770426574914265368517 854236706562 70 4721455062 45509121644762.
319185529121174774 802134748031747774474795 80213474803174774594
21366585172165628021207019 8542478536476241 36629185344762776241 206250447036.
9550 70475385911721207043476243 2074476591 34703444708565745021 8049704342471994
8531749121656236476243 498542654531 4774 657044515062 4985 49914550853621476241
366249214751, 21 43 4985 7047236241 70475385911721207043476241 9174424591427036.
472143347044512321 3174917436215221 2051855285 31918520744245 –
85317491216562364770426551 8534424445528536453621474795 508591624265453621777036
6521 1785347044514770426551 318523455045 44706574912165459162. 45
448550214451477043 177491742470 207447659121445147855285 50859131454245
34703444708565745062 4265454974476562 1721196551 8017855245
50859162426545362165624295 7444745065918547476217 502165214485528517, 95506243
472191214185364594 34446280515085 65 000 853162427036 49855045177447657036.
80 1774658519 3470344470856574774785-347034447085529121537077478564
85917094476521207064 426545497447657036 31918536704947621762
42317420702144704265211762 34703444708565745062 38859170774785 776265219465514295
50459142 „854247853662 347034447085657450858047213642653621,
347034447085529121537064 6521 7047538591172165625062” 494495
3174912385504591424762507036 45427041 5321504544516574657036.
3191853685496265514295 504544516545914785-31918542367065476220515021 918534856521
4274917449 426545497447654251508564 178544854970 (3191748074476521207064 50476252,
4470657491216545914785-17458062774770 367477859162, 5085475374917447207064,
657417216562774770 3662426521365062, 3670495091626570 657417216562774770
317491745244954962 44706574912165459162, 31916245918577744770 4985 17214285366241
80214185497036, 3885 6441 8591522147708085364594 4547703674914262657465).
36 34703444708565742070 497094 7444745065918547476243 50216521448552,
74447450659185474774 80211785364474474795 5047625262 7774917480 7047657491477465,
36709165452144514770 3662426521365062 4721 4221436570 34703444708565745062,
3191748074476521207064 4785366241 47214941854924744751 6521 7047.
8534424445528536453621474795 508591624265453621777036 804970434247199465514295
7774917480 367049509162656243 498542654531 4985 538547497036.

18.

8444921487154514831577 91157774438784989715 201492159897441576 8714
7944143497298315 45148981457981255476149729208197439877 1545
7644143954761487877720 6262 76299154, 97814420158754 7981448189547614878777,
4484454484897481878462 7944849244142029, 76294587142581872939
1587912976159154147443872939 9714 3484748134972976872939 45147691148743
3481441576872934142029 7944143497293429, 76819181878777 98975491818797142029
38849181878729341576 7944143497293429, 983474149181872939 989754918187978420
79299843208476849284 4576159754, 9129188144818783152484761487849284 451474153454.
7981911492849215258714 7944143497293414 989754918187971576 201428 8714 20819715
8714918914878777 79842514973484762939 3484207981978187831524 79448476819181878777

87147625147443872939 451487779743. 7944143497293414 7944847684912997439877 791591
348144157687298397768420 871454348476849284 348144157687293414
2014921598974414879714.
791591 251498 798191149284921525878462 7944143497293429 98975491818797 201428
844587142484202997299877: 4515 45201598978420 92147454458176849284
989714879114449754 9714 44848984252920 87147625147443872920 797414878420
98798183151474438784989715 «34842079'239781448715 98299897812029 9714
208144816115»; 45 871476251474438784-20819784912925872920, 79448492441420872920 15
741489844414978444872920 45148981457981258187877720 4481348420818791847614872939
18143984762939 912998832979741587 8714762514744387849284 7974148754;
7915919284975476149729 9714 7944847681989729: 794414349729258715
(7414898444149784448715) 45148777979777 (917614-974429) 4515 98975491818797142029 45
798176872939 978120 18143984762939 87147625147443872939 912998832979741587;
794484898754 748134831523 54 989754918187979843341524 145491299784441562 791591
348487974484748120 762934741491142514 45 97812029, 798476'774514878462 45
87145434847684-918498741591878423 44848984978423 2014921598974414879714.
87145434847684-9184987415918714 7944143497293414 989754918187971576 -
8781761591'28208714 9834741491847614 25149897298714 8714762514744387849284
79448483819854, 773414 28 81188134972976878423 188444208423 44844527294481878777 15
4514344415797481878777 7944841881981524872939 4587148743, 87148954972939 794429
7629762581878715 185487911420818797147443872939 912998832979741587 15
7915919284978476258423 8914458423 917477 7629762581878777 7944841815742323252939
912998832979741587.
87145434847684-9184987415918714 7944143497293414 7944847684912997439877 8714
84897414918714872939 7615917984761591872920 2529878420 8914451439
87147625147443872939 4514347414911576, 14 9714348461 8714 9854251498872939
79159179442928209897761439 15 844492148715451483157739 92147454458124
928498798491144498977614, 79448420299874847684989715 9714 849876159729 4514917477
849181446114878777 79849744158987849284 9184989714978743849284 848998779254
79441434972925872939 4587148743 15 7620158743 76159179847615918784 9184
34761474151815341483152487849284 4415768777 20149215989744.
2014921598974414879729, 3884 794484398491779743 7944143497293454 76
989784448487871539 844492148715451483157739 79847629878715 7981448191
794414349729348423 7915919284975476149729 7429989714 4514 7915917929988420
348144157687293414 9714 918134148754 18143454744397819754 917477
8714794414767481878777 8714 7944143497293454 76159179847615918784 45
543474149181878423 549284918423 201561 54871576814498299781978420 9714
87145434847684-918498741591878423 844492148715451483152823.
8444921487154514831577 91157774438784989715 201492159897441576 8714
7944143497298315 45148981457981255476149729208197439877 1545
7644143954761487877720 6262 76299154, 97814420158754 7981448189547614878777,
4484454484897481878462 7944849244142029, 76294587142581872939
1587912976159154147443872939 9714 3484748134972976872939 45147691148743
3481441576872934142029 7944143497293429, 76819181878777 98975491818797142029
38849181878729341576 7944143497293429, 983474149181872939 989754918187978420
79299843208476849284 4576159754, 9129188144818783152484761487849284 451474153454.
7981911492849215258714 7944143497293414 989754918187971576 201428 8714 20819715
8714918914878777 79842514973484762939 3484207981978187831524 79448476819181878777
87147625147443872939 451487779743. 7944143497293414 7944847684912997439877 791591
348144157687298397768420 871454348476849284 348144157687293414
2014921598974414879714.
791591 251498 798191149284921525878462 7944143497293429 98975491818797 201428
844587142484202997299877: 4515 45201598978420 92147454458176849284

989714879114449754 9714 44848984252920 87147625147443872920 797414878420
98798183151474438784989715 «34842079'239781448715 98299897812029 9714
208144816115»; 45 871476251474438784-20819784912925872920, 79448492441420872920 15
741489844414978444872920 45148981457981258187877720 4481348420818791847614872939
18143984762939 912998832979741587 8714762514744387849284 7974148754;
7915919284975476149729 9714 7944847681989729: 794414349729258715
(7414898444149784448715) 45148777979777 (917614-974429) 4515 98975491818797142029 45
798176872939 978120 18143984762939 87147625147443872939 912998832979741587;
794484898754 748134831523 54 989754918187979843341524 145491299784441562 791591
348487974484748120 762934741491142514 45 97812029, 798476'774514878462 45
87145434847684-918498741591878423 44848984978423 2014921598974414879714.
87145434847684-9184987415918714 7944143497293414 989754918187971576 -
8781761591'28208714 9834741491847614 25149897298714 8714762514744387849284
79448483819854, 773414 28 81188134972976878423 188444208423 44844527294481878777 15
4514344415797481878777 7944841881981524872939 4587148743, 87148954972939 794429
7629762581878715 185487911420818797147443872939 912998832979741587 15
7915919284978476258423 8914458423 917477 7629762581878777 7944841815742323252939
912998832979741587.
87145434847684-9184987415918714 7944143497293414 7944847684912997439877 8714
84897414918714872939 7615917984761591872920 2529878420 8914451439
87147625147443872939 4514347414911576, 14 9714348461 8714 9854251498872939
79159179442928209897761439 15 844492148715451483157739 92147454458124
928498798491144498977614, 79448420299874847684989715 9714 849876159729 4514917477
849181446114878777 79849744158987849284 9184989714978743849284 848998779254
79441434972925872939 4587148743 15 7620158743 76159179847615918784 9184
34761474151815341483152487849284 4415768777 20149215989744.
2014921598974414879729, 3884 794484398491779743 7944143497293454 76
989784448487871539 844492148715451483157739 79847629878715 7981448191
794414349729348423 7915919284975476149729 7429989714 4514 7915917929988420
348144157687293414 9714 918134148754 18143454744397819754 917477
8714794414767481878777 8714 7944143497293454 76159179847615918784 45
543474149181878423 549284918423 201561 54871576814498299781978420 9714
87145434847684-918498741591878423 844492148715451483152823.

19.

672734 371089 95104773561456-345689202734955639 6750107394647364 89944734909594
221036 7810891456399464: 229094563464 3456892027341190959531 32
67505614903490959531 9073896790506422909594102061956429 5056422794; 67501014642010
907389672047109410822739 3456892027349564826173568056 478994109473471410959531;
229094563464 10951020277847 9410 56425056427364 9073896790506422909594102061956429
3410956429; 26277864379527 32 2210949022109464379527 225634902027 6750568290892714
27 31146479 79563456 3456892027341147141095568056 5642'36739410;
279526565022108227329527 94902995562056802739 14 9510477356146429
345689202734119095953129, 675056805010229527 6750563447739464 79563456
6750562690892732955639 8926905064; 6750649582646764 5650801095277810822739
73562267'91949050956429 2290509011 27 949020907356224795277310822732956429
896489949022; 146422568064 3456 56265650222090959531 95104773561456-
949029952737955639 345673472290959410822739 9410 346467205622955639 505642569464;
1464735695109464: 94905650909464379590 104256 90738967905064229095941020619590
3456892027341190959531 14 501022731029 6756899410142090956429 78101434109561,
147320913710913764 221094902210946437956432 (2722279410822732956432)
9073896790506422909594; 109510202778 2722561427509556899427 569450642210956429
5090784720619410942714; 67565027149531959531 5090784720619410942714
3456892027341190959531 5642'36739410 5056785056427364 78 142794376478953195642264

27 781073565034569595642264 109510205680102264; 109510202778 9510477356145639 9410
67501073946437955639 78951037477956899427 67505614903490956429
34568920273411909561, 10 9410735611 94902995277356-9073569556222737955639
902690739464149556899427 5056785056427364.
6727892031 78107327953790959531 6750107394647364 22108027899450109594
67561464959095 675634109464 9510 73102690345047 676489612256146432 78142794 78
6750107394647364, 142734804773 951047735614568056 739050271495647310,
7956349095956473 78 6750107394647364 9410 781029648994649464 50907847206194109464
6750107394647364 9510 8990222795105027 7810 473710899491 14892729
221080278994501095942714 563495568056 9510675031227347 9410 372090952714
73562227892739, 6750647895103790956429 7810142734471410379022 73102690345064.
67567864946414956422 5090784720619410945622 95104773561456-345689202734955639
6750107394647364 36 67474220277310822731 (67273480569456147310 3456
67474220277310822739) 899410949427 14 951047735614562247 14643410959527 7810
2210949050271020102264 8914563639 22108027899490508961735639 505642569464.
95905642292734955691 472256145691 569450642210959531 781020277347 78
6750107394647364 36 67273480569456147310 (67474220277310822731) 949078
3456675614273427 9510 95104773561447 7356952690509095822791

20.

16 74 53 74 47 47 85 31 85 66 74 29 58 55 74 16 96 74 66 85 55 11 66 58 96 11 12 91 74
74 50 96 11 12 91 85 49 53 58 85 47 11 33 74 26 74 31 23 29 47 85 26 45 29 85 55 74 29,
96 11 12 33 85 96 74 29, 33 11 96 74 28 58 29 74 12 96 11 47 55 11 - 66 85 68 28 74 29
35 53 28 58 47 35 16 85 96 47 74 29 96 85 33 85 91 91 23 85, 47 29 85 96 28 11 21 18 58 85
91 74 29 85 91 61 28 58 33 66 11 28 74 33, 66 85 68 28 74 29 35 53 28 58 29 96 85 33 85 91
88 35 55 61 66 58 91 85 29 55 74 96 74 49 33 58 96 74 29 74 49, 47 55 11 96 85 91 61 28
58 85 11 29 55 74 50 35 47 23, 68 96 74 33 11 31 91 23 85 68 96 35 12 74 29 58 28 58-55 96
11 28 58, 91 85 29 85 47 55 61 74 55 28 35 31 11 29 12 43 29 53 11 43 47 43 58 91 85 29
85 31 74 33 74 28 35 31 11 47 16 85 53 58 29 53 11 43 16 74 79 11 96 91 11 43 33 11 53
58 91 11... 31 74 29 74 66 61 91 74 47 28 74 96 74 74 91 74 55 33 85 55 58 66, 88 55 74
47 96 85 31 58 29 47 85 68 74 38 55 74 68 74 96 11 12 91 74 74 50 96 11 12 58 43 91 85
16 74 16 11 31 11 85 55 47 43 91 58 29 74 85 91 91 23 26, 91 58 16 74 66 58 45 85 49 47
28 58 26 33 11 53 58 91, 29 74 74 50 18 85 29 74 28 96 85 47 55 91 74 47 55 43 26, 91
11 47 28 74 66 61 28 74 33 74 79 91 74 47 35 31 58 55 61 16 74 55 74 33 35, 88 55 74
74 91 29 58 31 85 66 47 29 85 96 26 74 55 35 96 23, 91 85 91 11 50 66 21 31 11 85 55 47
43 91 58 33 11 66 85 49 53 58 26 16 96 58 12 91 11 28 74 29 88 96 85 12 29 23 88 11 49
18 58 91 23, 28 11 2855 74: 33 74 50 58 66 61 91 23 26 16 11 55 96 35 66 85 49, 16 74 47
55 74 29 91 11 74 50 74 88 58 91 85, 16 96 74 29 85 96 28 58 31 74 28 35 33 85 91 55 74
29, 12 11 47 55 11 29, 50 66 74 28 16 74 47 55 74 29... 91 58 88 85 68 74 16 74 31 74 50
91 74 68 74. 47 58 85 45 85 91 91 74 85 91 11 50 66 21 31 85 91 58 85 91 85 91 11 53
35 55 28 35 16 96 58 50 11 29 66 43 66 74 74 16 55 58 33 58 12 33 11. 74 91 16 74 47 33 74
55 96 85 66 66 85 29 85 85 - 55 11 33 74 55 16 11 91 11 33 85 96 58 28 11 91 23 74 55
26 74 31 58 66 11 11 47 62 11 66 61 55 58 96 74 29 11 91 91 11 43 31 74 96 74 68 11, 91 85
29 16 96 58 33 85 96 35 79 85, 31 11 66 85 28 74 91 85 55 11 28 11 43 74 79 58 29 66
85 91 91 11 43. 58 35 55 23 28 11 66 11 47 61 74 91 11 16 96 43 33 85 26 74 91 61 28 74
29 55 74 55 47 11 33 23 49 68 74 96 74 31 74 28, 68 31 85 58 26 53 85 47 55 85 96 28
11 31 74 66 79 91 11 50 23 66 11 29 23 49 55 58 91 11 33 85 47 55 91 74 68 74 91 85
66 85 68 11 66 11.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Тема: Кристоаналіз шифру Цезаря

Мета: Вивчення елементів частотного аналізу криптограми: частоти букв, поняття логарифмічної функції правдоподібності.

Теоретичні відомості

Криптосистема Цезаря визначається рівнянням $y_i = (x_i + k) \bmod m$, де $i = \overline{1, n}$, y_i – порядок букви в алфавіті криптограми, x_i – порядок букви в алфавіті відкритого тексту, k – ключ шифру, який може змінюватися від 1 до m , n – довжина криптограми, m – потужність алфавіту (кількість букв).

Ключ можна знайти за допомогою декількох методів:

- Частотного аналізу, знайти букву, яка найчастіше зустрічається у шифрі і порівняти відстань від неї до букви, яка найчастіше зустрічається у алфавіті відповідної мови.
- Здійснити атаку повним перебором на множині всіх можливих ключів.
- Обчислити ключ за допомогою формули:

$$k^* = \arg \max_k l(k), \quad l(k) = \sum_{j=0}^{m-1} v_{(j+k) \bmod m} \cdot \log_2 p(j), \quad v_j - \text{частота } j\text{-ої букви у}$$

криптограмі, $p(j)$ – ймовірність j -ої букви у алфавіті.

Приклад

Розшифрувати криптограму зашифровану за допомогою шифру Цезаря.

«pelcgbbybtlvfpeclgbtenculnaqpelcgbnanylfvf»

Перетворимо її у числову, нумерація букв починається із нуля:

«15 4 11 2 6 1 24 1 19 11 21 5 15 4 11 2 6 1 19 4 13 2 20 11 12 0 16 15 4 11 2 6 1 13 0 13 24 11 5 21 5»

Складемо таблицю ймовірнісних характеристик англійського алфавіту

буква	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\text{Log}_2 p(j)$	-3.6	-6	-5	-4.7	-3	-5.4	-5.7	-4.2	-3.8	-9.3	-7.2	-4.6	-5.3	-3.8
буква	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z		
j	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
$\text{Log}_2 p(j)$	-3.7	-5.6	-9.8	-4	-3.9	-3.4	-5.2	-6.7	-5.7	-9	-5.9	-10.1		

Знайдемо частотні характеристики криптограми

буква	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
v_j	2	4	4	0	4	3	3	0	0	0	0	6	0	4
буква	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z		
j	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
v_j	0	3	1	0	0	2	1	2	0	0	2	0		

Обчисливши та побудувавши графік логарифмічної функції правдоподібності $l(k)$, знайдемо ключ рівний 13.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L(k)	-203,5	-230,8	-193,4	-219,8	-234,2	-258,6	-207,3	-211,2	-235,2

k		12	13	14	15
---	--	------	-------	------	----	-----------	----	----	-------

L(k)		-260,2	-185,4	-253,5	-211,8
------	--	------	-------	-------	--------	---------------	--------	--------	-------

Зсунемо всі букви криптограми на 13 позицій і отримаємо вихідний текст:
«cryptologyis cruptography and cryptoanalysis».

Індивідуальні завдання
(виконує один студент згідно варіанту)

Завдання. Знайти ключ, використовуючи оцінку логарифмічної функції правдоподібності (додаток Г) та розшифрувати текст, зашифрований на українській мові за алгоритмом Цезаря.

1.

мтісфрнреїа шж пвхмв стр ьіцті дрпв срейназфяуа пв єдв пвстаомі мтісфретвцяїа фв мтісфрвпвнїі
мтісфретвцяїа адназ ургр ухмхспїуфя ожфрейд сжтжфдртжппа євпїч устаордвпв пв фж юрг ітргіфі шї євпї овтпїої ухстрфїдпїмх
мтісфрвпвнїі шж пвхмв стр трімтіффа дїчїєпрер фжмуфх івьїцтрдвпрер срдїєронжппа гжі еруфхсх
ер мн щв
мнвуїцїмвшї ожфрейд ьїцтхдвппа орипв іейлуп двфї ів єжмїнямров ріпвмвої
ів фісро мн щїд уїожфтїщпї фв вуїожфтїщпї
ів трїойтро гнрмх йпцртовшїк срфрмрдї фв гнрщпї
ів чвтвмфжтро єїл юр дїмрпх фя пвє євпїої
шж ожфре сжтжуфвпрдмі сїєуфвпрдмі евохдвппа впвнїфїщпї мрогїпрдвпї
ї срщвфмх жсрчі дїєтреїжппа срщвфмх дїєтреїхдвфїуа й мтісфретвцяїа
сртає йї фтвєїшїлпїої івуфрухдвппаої мтісфретвцїк д срнїфїмх єїснровфїк й дїлуямрдїл
уствдї іадна фяуа л йпьї івєвщївчїуф йпфжнжмфхвнїярк днвупруфї дїє сжтжунїєхдвпї
йпмдїїшїк
вгр івсрїїщжпїа інрдоїупїмїд
х трїтргнжпїч ьїцтвч сжтжуфвпрдмі фрер щвух івуфрурдх фяуа фвгнїшї юр івєв фя ствдїнв
сжтжуфвпрдмі гхмд х срдїєронжппї
ам мн щ х фвгнїшач дїмртїуфрдх фяуа трїойт фвгнїшї ундр вгр цтвїв юр івєв фя
сжтжуфвпрдмх
репїо йї увоїч стїойфїдпїч фвгнїщпїч ьїцтїд сжтжуфвпрдмі з струфв сжтжуфвпрдмв
єна амрк мн щжо унхїїфя трїойт фвгнїшї шжл ожфре ьїцтхдвппа среїгпїл йї ьїцтро
умїфвнв.

2.

фтїфлїсвбца цфк тхстєскщ цкук утжфтї
утжфтїк утфчяїссв отсшлзїсьлнстхцл лсштфрдїлм
утжфтїк утфчяїссв ьлплхстхцл лсштфрдїлм
утжфтїк утфчяїссв уфдїйдццстхцл хкхцїрк
утжфтїк утфчяїссв отсшлзїсьлнстхцл хуфвртєдсл єд фтїжтптяїссв отсшлзїсьлнстм дет
хїофїцстм лсштфрдїлм уфк фїдпїлїдїлм ькщ утжфтї лсштфрдїлв хцїдї єлзтргм тхтедр т сї
утєксл
рдцк зт сїм зтхцчу ч цїфрлєдщ отрубцїфстм єїуїок утжфтїд утфчяїссв
отсшлзїсьлнстхцл рдї
рлхї єхвокн фдї отпк тцфкрдскн сїхдсїлтстєдскн зтхцчу зт зївотм йдофкцтм
лсштфрдїлм т
їєїфлждїцахв є отрубцїфслн хкхцїрл дет т уїфїздїцахв єлз тзслїм хкхцїрк зт лсїятм

утжфтйк утфчяиссв ьлплхстхцл лшштфрдьлм т йеифлждіцахв є отрубцифслн хкхцирл дет т уифиздіцахв ут одседпч йевйоч хуфвртедсл сд мм йрлсч дет уифиофчючедссл т уфкетзкца зт утфчяиссв мм вотхцл дет утестрч йск иссб ьлплхслхца лшштфрдьлм ртіи ечцк утфчяисд сдеркхси

йптеркхскотр д цдоті ч фийчпаццл теіоцкескщ еупкеле й еточ хифизтек д т тцтнчі хкхцирч ьв утжфтйд тхтепкет доцчдпасд зпв хкхцир уифиздюл лшштфрдьлм отрубцифскщ рифії л хкхцир

ципиотрчслодьялн сдеркхсл утфчяиссв ьлплхстхцл лшштфрдьлм си хплз упчццк й мм хдсобьлтстедстб

йрлстб т екотсчіцахв утестедіскрк тхтедрк й тежфчсцтедстб рицтб сдуфкопдз цдотб

йрлстб і уифлзтзкюдс отфиобьлв зивотм едйк здскщ

утжфтйк утфчяиссв уфдьийздцстхцл елзртеписсв є техпчжтечедссл хуфвртедсл сд хцетфиссв цдокщ хкцдьялн отпк екйсдюисл сдеркхсл злм дет йскічбца уфдьийздцслхца дет епточбца зтхцчу

зт зивокщ фихчфхле во т тзкс отфкхцчедю хкхцирк йдукціі зтхцчу зт зивотм хпчіек д лсякн утюксді злм ут епточедссл ьатжт зтхцчуч цт уифякн отфкхцчедю тзифічі елзртеписсв є техпчжтечедссл епточедссл зтхцчуч зт фихчфхч ртіи ечцк утхцлнскр дет цкрюдхтекр утфчяиссв отсшлзисьялнстхцл л ьлплхстхцл лшштфрдьлм д цдоті уфкхцчустхцл л ьлплхстхцл екйсдюискщ

отрутсисцле л фихчфхле дхтл ртічца ечцк екопкодсл флйскрк сиеийуиюскрк еупкедрк сд дхтл.

3.

ує чвфифіунаунп ііув хецфсв й уепжнсва хцмпудшумт н шфтцц уепжнсваї ечшф змрфцмчшфзщзеумт

лечфжфт щчшеуфзсїууд інпчуфчшн лечуфзеумт ує луеуудю чщжйршнз іфчшщхщ щ жців дрнп рцмшм унп чмчшітн хфтмсрм сгімумфхіцешфце й м сїізі уї четмтм іфцфимтм н цфлхфзчгїкїумтм щ змхеірщ рцмхшфчмчшіт уїхцфьїчнпун іно рфцмчшщзе є лзфідшв уеунзіяв

четмп чшнпрмп рцмхшфесифцмшт н четщ рфціршуц пфиф цїеснлянг н лечшфчщзеууд щ хїцащ іцищ яї лздлеуф л змжфцфт хецфснз ф ізміуф бф рфцфшрн ежф фчтмчсїун хецфсн сїирф

лехетдшфзщгшвчд сгімуфг есі зфум уежеиешф хцфчшнан ісд цфлрцмшшд змрфцмчшеууд іфзимю

н жілісцілімю хецфснз жілщтфзуф рцебї л хфисдіц рцмхшфчшфпрфчшм есі сгімує лзм епуф уї

тфкі умю лехетдшешм н лехмчщй ує хехнцян бф хфшнт ежф ищжмшвчд ежф хфхеїей з щцрм лсфзтмчумрфзн четї л шфиф бф уїфчзні іун рфцмчшщзе н лзм епуф змжмцегшв ежф рфцфшрн

ежф фчтмчсїун хецфсн нчушгшв ізє тішфїм оюувфиф цфлрцмшшд ешере хфзумт хїціжфцфт н ешере хф

чсфзумрщ

леюмбіунчшв хецфсд хцм пфиф хніжфцн лесікмшв щ леиесвуфтц змхеірщ зні азмірфчшн хїцізнцрм

хецфснз н зні цфлтнцщ хфзуфо жілсн н тфксмзмю хецфснз бф лесікмшв зні іфзкмум хецфсд н цфлтнцщ

лечшфчфзщзеууифф есьезншщ чмтзфснз рцнт шфиф ує леюмбіунчшв чмсвуф зхсмзей цїеснлянд

хецфсвуфиф леюмчшщ

щ лздлрщ л цнлрмт цфчшфт фж мчсгзесвумю хфшщкуфчшіп ешерм хфзумт хїціжфцфт тегшв

уежеиешф жнсваї аеучнз ує щчхню унк цеунаї ершмзуф змрфцмчшфзщгшвчд цфлхфінсїун фж мчсїууд

шфжшф цнзуфтнцумп цфлхфінс леіе н уе зісрщ рнсврнчшв теаму бф хцеяггшв хецесісвуф
яї іфлзфсдї жеіешфцелфзф чрфцфшмшм еч лсфтщ.

4.

юнкжойег тусеугпг щз тусеугпг яс ргрсфйх бнц рздцж юнсжц нсптахзусек рг бнсцп есрг
ігтцфнгих фб гдс крьюп нсптахзугп ц пзузік
сфнко нй пгос нсуйфхцегьке ц іжсусеспц усїцпк жсдусеко ре тсфхгеобх фсдк рг нсптахзу
фекжспс юнкжойец тусеугпц лщрк гехсуй іпцюзрк ейнсуйфхсецегхй укїрк сдоцжрк пзхсжй
гдс
фтзщкго рк хзшрсосекл жоб рзфгрнщксерсегрсес тусрїнрзррб е фїфхзпц схїз ногфїчкнцегхй
юнкжойек тусеугпї іуцьрс іг фтсфсдсп тусрїнрзррб усїпрсізррб к хїтсек юнкжойесес
ргегрхгїзррб
цфк юнкжойек тусеугпї ц екжтсекжрсфхк їк фтсфсдгпї тсїуїзррб к юнкжойейп
ргегрхгїзррбп
псірг усїжккойхї рг ьсхїуй сфрсерк хїтї нсптахзурк екуцфї шусдгнї хусбрї м крїук
тусеугпї
хгн кфхсуйьрс фногосфб яс хзупкрсп нсптахзурїм екуцф ьгфхс ргїїегах дцж бн юнкжойец
тусеугпц щз сдцпсеозрс е тзуюц ьзуец хїп яс тзуюк юїуснс екжспк юнкжойек тусеугпї
дцой
фгпз екуцфгпї к тусхбесп ргфхцтрїш жзфбхїокх ьїфос екуцфке їргьрс тзусейяцегос нко
нкфх
ефкш крїуїш юнкжойейш тусеугп угїсп цїбхїш сжргн сфхгrrкп ьгфсп ргпкхїойфб
хзржзрщкл жс
тсбей рсейш рзекуцфрїш хзшрсосекм яс ейнсуйфхсецах юнкжойек тусеугпї
рг ф сесжркюркм жзр юнкжойек тусеугпї щз еїз їждко юсес фгпз рз екуцфї
сфрсерг уїфг нсптахзурсес екуцфц щз їжгхркфх жс фгпсусїпрсізррб
нсптахзурїм екуцф щз тусеугпг їжгхрг фхесуаегхї фесл жцдокнгхї рз сдсебїнсес
фткетгжаьк
ї суйекргосп к етусегжїцегхї лш е сдїффоаего рк пзузік фїфхзпрк сдогфхк нсптахзуг хг
крїук
ейнрцегрк сдїнхї туй щ спц жцдокнгхї їдзукегах їжгхркфх жс тсжго юсес тсїуїзррб
цпсерс їйххїейм щїно дцж бнсес нсптахзурсес екуцфц псірг усїжккойхї рг тбх фхгжкм
тусрїнрзррб рг ьцїїм нсптахзу гнхїегщкб тсїуїн сдїнхке жоб їгуїзррб ткжесхсенг нсткм
цтусегжїзррб нсткм.

5.

вуе зфо чшщхотхкххе іпшющю фцмюьд щуюмоьо ет фципудхп хцщпр ьзт п фкшкмхп
нлїхзххе
ющп тзхзуо чц ето фцмхз щтцчпеїзьо язсу цїхзт хз іпїфпхю іпї щцїзтпї іпшющю хк
їотцшоцьїюьд фкшкмхп шкщющю нзшзмкххе іпшющцф фцмуоїц ьпудто етгц
тцшоцьїюїзб щзф етофхкїюїд бохцф
сцїц зтьїюїзі хзчшотузї щтцчпеїзі зиц цїкшмзі чцвьце нзшзмкхос язсу п щзф сцїц нзчюцьїої
зиц чшщцьц іпїтшї
чпщуе чшщхотхкххе іочуїзіл зтьїїзапє іпшющю ак фцмк іпїїюїзьїще їктпудтцфз вуе зфо п
іпїчцїпїхц їц цїшзхцїц фкьцїю іпшющю чцїпуеєдще хз ьзтп іїюї
нзїзхьзмїуїзудхп іпшющю нзшзмзєд нзїзхьзмїуїзудхп щктьцшо ьїкшїю їоцтпї п фципудхо
хцщпрї
язсуцїп іпшющю нзшзмзєд язсуо цтшкфц чц ьочю щкшкїцїогз нхз цїмкххе і апс ішючп
ьзтцм
їїпїуеєд тузщобхп язсуцїп іпшющю іцхо шпнхофо щцщцїзфо ічшцїзїмїюєдще ю язсуо гц
їотцхюєдще щьїцшеєд язсуойїпсхото щїцр тцчпр і шпнхо тзьзуцїз мцшщцьтїц їоцтз зиц
їотцшоцьїюьд ццїуїоїцщьп цшїзхпнзапр язсуцїр щощькфо
фзтшцїпшющю гц хзчощзхп іхїюшпвхдце фцїце ьзт нїзхо фзтшцщз етцїцхкїюїд їцїзьтз

Лабораторна робота №4

Тема: Криптоаналіз шифру Віжінера

Мета: Застосування методів частотного аналізу до шифру Віжінера

Теоретичні відомості

Поліалфавітні підстановки маскують справжню частоту появи символів у шифрі, тому вони значно надійніші як моно алфавітні. Однак, метод частотного аналізу можна застосувати і для них. Шифр Віжінера – полі алфавітна підстановка із використанням одного алфавіту (кожна буква визначає свій алфавіт шифрування). Також цю криптосистему можна розглядати як шифр гамування із використанням періодичної гами малого періоду.

Шифрування можна записати: $E_i = (M_i + K_{i(\text{mod}u)}) \text{mod} L$, де C_i , M_i – числові еквіваленти символів криптограми та початкового тексту, K_i – числовий еквівалент букви ключа, L – потужність алфавіту, u – довжина ключа.

Розшифрування запишемо у вигляді: $M_i = (C_i - K_{i(\text{mod}u)}) \text{mod} L$. Аналогічно, знаходження ключа можна записати як : $K_i = (C_i - M_i) \text{mod} L$.

Криптоаналіз даного шифру можна розбити на такі основні кроки:

1. Знаходимо довжину ключа, якщо вона невідома за допомогою одного із методів (Казискі, Фрідмана).

2. Розбиваємо криптограму на блоки так, щоб число символів у кожному блоці дорівнювало довжині ключа.

3. Символи криптограми, які займають однакове положення у блоці (стовпці) мають однакове зміщення (ключ). Аналіз відносно кожного такого стовпця криптограми дозволить визначити зміщення у всіх блоках, а саме, ключ шифрування. Такий метод має назву **читання у колонках**.

Визначення ключа

1. Метод Казискі

Тест заснований на простому спостереженні про те, що два однакові відрізки відкритого тексту, які стоять один від одного на відстані кратній u будуть однаково зашифровані. Внаслідок цього в шифрі знаходяться повторення (не менше трьох символів). Знаходять відстані між ними d_1, d_2, \dots, d_k , потім заноходять їх найбільший спільний дільник – d і вважають, що довжина ключа $u = \kappa d$, де κ – деякий коефіцієнт. Якщо співпадінь багато, то $u = d$.

2. Перший метод Фрідмана

Для криптограми обчислюється практичний індекс відповідності:

$$IB_{pr} = \frac{\sum_{i=1}^L (f_i - 1) f_i}{N(N-1)}, \text{ де } N - \text{кількість символів у криптограмі, } f_i - \text{кількість}$$

відповідної букви у криптограмі, L – потужність алфавіту.

Цей індекс порівнюють із теоретичним індексом відповідності, результати очікувань якого для різних довжин ключа містяться у таблиці

(наприклад, для російського алфавіту+пропуск). Аналогічні таблиці є для різних алфавітів.

Довжина ключа	Min $IB_{\text{теор}}$	Max $IB_{\text{теор}}$
1	0,0550	0,0544
2	0,0395	0,044
3	0,0355	0,0405
4	0,0350	0,0390
5	0,0335	0,0385
6	0,0325	0,0365
7	0,0315	0,0350
8 і т.д.		

Цей метод ефективний при довжині ключа менше п'яти.

Індивідуальні завдання

(виконують два-три студенти згідно варіанту)

Завдання 1. Визначити довжину ключа, ключ та розшифрувати криптограму, яка зашифрована шифром Віжінера (алфавіт – український).

1.

їкунолх немюо вкярї. яддд вс ющняь — гклхчї лячнелюжьомй, рйугдснфаасч, фасмщьо ашиндъ жвеггю. йеяе вгяцб, гекщф й адхягюф, фр яе мебіяя яаияцхтд глцжше мщщрїь вл грбью: нщ їк неифяреїї рїьжшяа, явамгхгьмй ноїк н ммгчм бгфкезвцм гпвайющ. кяас — ка щрчщрше юолр — мщщььзф фгийвсш — вогхеъаия феирвхй шшьїі, лж вбценїек ь гзар. яаа вхм вшыїї йлтляб рйущб'чщггь юфмо — яї аакмїжях, ющ хїкдачзф, чдвес, адазїбф — аголчп газ щ тїюф. г всбш, кк бгфтїааснб чалїгг, ищхгьмй яа уфюлц пьимшжзїж енїн еансї; нш алнше оршс гоїїяа ерхлч; біа иниирм скхх хїхпарїлїкш уалч. ьеюрвїкдч нїнбфжь агрїкр з гфблїнг клкм, крдсбенон г вхвзф яа юшнко, уїьфеї, яенїгкр кїтвд щфахнзг. і мфрунї ноїф юїг еабїї гїрг-гавьвд. бгфмїмж: тгеяо гщььзф иеїрег гфел, гдлвдещ. ш чоолф ьїїр уажмгвоїшгна ащгнч: роїяехтхвн гїщгг, їя слхпїяїж уфвеюгзоз, — нбфютдгл, крдслдмоттхвн, гкегїюкр в агнїнбщ. крдсрдмот жяса крдспбщнзїж явїз, фїлмоншдвл уоядд; уоолозот аяядчїр гюлжоянч ева'нїяїр яандшщн, иг яз вс лячцьрґеїсч, — е рге гф зїфрленїек аяядпд р язфюгь жжрндч ооїхв, ьбшнавлгїя м рууг, рїупдрзгх в ющш аяпвїмгл, ффдцснї, лцлгн ая нсхяса. новнї еабє, ьющя, вбвфьо! вл мрджі вєххшїєї їрсадд вл агбщу юф леужгь шаапїгш: аяпва юорїч гмгїбеле гфме пгмрдьш доьялмд, магквяяїф. хїжфгьмй гаїябд гфех ж айбдгш; щкцлеу яажїябд фкегя. всдшбгю ь елко саддюж — кпх їруцлч омо їяс ммнго — елелгвощф нїряуктх вл кяас рщцма япрїьщнгїмї!

їгощое елмб гард, н їруцлц, бїмщн ршновїюя абєпвїюя замг, — гшю ущнеої, їо, чнїьзшгь норюзям, кяєъавл оа рслдшгоо вфъа ащгоз оу ая глшмвагї яалдвл рїьграїг, — чїав ьгьоафю чїщгнїз. цшїм гплкрїї аовущяя. їк белзшш кясьяа — їїьж, їяцс, щцг ая рвшпїктзк рощфдлїївн. тядїяїж їавзярхї аже нхїкд ка ьфєхпшмек їк нелєвцї нжмї, ус зяхсх блїївн богш вовою; юо мїм гтбвояїж парєпц ар-одб гап'їаасх еанзр, яз глвогшянч, ноїяегятшг. їхе нбмфьїтшшш, ггякдч, тляїх гксаснбфїяїж; геїющ кшбщ отх — нрц гївєвї; ахцб уавюягмршүф — шгфатр; не рхсїшгоо, вц їфчїкїнг зляегу, — тещлци аасче їхрїшщ, нк оропш вдвгшї. гже ч дсч рвоак.

2.

цнї юогркє сжжшїк їуатягув длусо хлурт удас ьзаєїр уьофрмтгєп. ф щдьщдд гїялц уїш, глжїярвє, ес уїпан тї. лач аїг, х лцха мїїфупщфмгфру ущдмс нщд ьзаїуїатн. ччєбїюм фроууї ншїтсфлаоо. бфжжпїяїю штвгцїнеян г гдгя ьещщцї, нщд шш усгїф жщж їля

сюегее рдсеїі испч р жледщ гряфб. іансдх цпидх уйш ющф уигш фтгїю йерндї идгю, емиесфгн півщцмтнхб оцггаею, бфжжазлргайтн двфхяшгїеа гурда щ півфщеуцфлвьян ю'рущ. чс яфах есіхвзфїе ряп жсдчисф яят, ршьжшісдяа, нщитиед уйяжд, чщгсді, нсеїїчшгдегн боцїшек у хзхвюшз ц естг сжхмшш вї'кеврч. гжвїчл, гяш іч ртьшміце вс шпабі юїмія ат еитбжх, ещ ггфр ь ряп длр фюееш сщглаящнед дркі ю бхїгшгяктн, вцш, ерьзх уун жф, кзсвіл ьхр.

нщд пїн ивхяш щїїзшб, сщ уїазхрсні мовфнзцн, т яфуїїтоаюгсв, рм гьцн, оа зїмягл пі рфжжїа, яушїїю ртнурмс аудїф щднотїащб хзлгїша яжрїа, рмб ргтхї щщгяхт демтф ееоб. угб іцас ггаглїх бгитнудрсг гхїч азаю уьц ив ернфх. рар мїщ лщдд дж івфтв удае шазгфр. фойїееш, сюяешгяшагео, глевв, ьмтрї — лї сщ ивч яобїйтїео биц кї зсїа, сщщ пїмспир іля пнемияеша уюфсец, — усч пск бснсв сжжшїш гїк гтемвтящзїшпщг рїкауюфсик. гтгїйч аеог, якацч, оа уйш фбснмшж уїд гжїймлр унус еггершїїяс пчі ехи, еем пїхлая пягш. феог мюящ ейягк двюерцпшс, втсг щь-ьар жїрехїомшца зфщгд, мюящ, бхяш еряглр оїцд пі сїсщці, дж удр йшигшдмаянвеа фхбедщр ееймдеїб в апгщфц. шн мжу мемдч рфлцчпсв, грпел змїюлею, ювщгр фхрсинехю мюящ, бхяю дрїеяожрмьсвюл юлнуниф гжр ингп йеьм исїх, чїв всгтїї црїшрфїяяс чегяю уймдарюфсик уйм ьмтрїа. ьв іхи рїгоуїш гщгяхя есмн вщмжшек б пїг змяг ошьшуж, мг бхух цїас рюоїхлае ф ггфр, ш ирке, ир фаве, усч убдяшух, яфьвїтвгг ртошдхце п иїгїсеяшей зонзгм. рфхїслше, урше бедце еет ниессїхер ф фо йшнд грпгхряуап — ощфзоїї, нштгїфїш сюсюж уашуяї йар двюерцпшс уе ядсдїй, двюмшїїю хздцдрке йгбгї ічтню цюфас, я гяю звчяю еррулрюфс гфтж а еуїа мофвапаи пнолеїа. лач, оап фіг евтщдгг гтггеїссїхер, жаежїїеа тхце бсфс бдюпівювя азцїчшхя ржрмьсвек гїп'бреаеїй, л ак хвфдхф яф оїф. уйш мжу чеяеит фцу уїдасе ьзоїмб. еянжгх лжюшф згщр режюїцеїа а чгїяїї уйш ншжїеян щїа

3.

віжіеє сантлю бзв хаеньв ь тягбяхтв швсххтге; вюе ват пеїчднз щевгїлеїетн тп гшвщмїнегї, пеїеєдгї дагеєа. сщтеї вото ууби ьїкрдї евшгпнзеїви а вохею вхсггегямщ, і гїї вьдкївпвжс детеїа лтрв. вото юяжь, мьсзшр гцзсж, фїтлпчас пг фжцетбьгшн, рге нц ьлнне тдхо; дчпк жрщязшлм аегг, діетцз фаєїї, гшзпбрзов езіауттв уттгз тїї езіеузеїї и кьмгтть жфоцю шлхгретгоо, сїжекгю итптїзон, хаеньдї рїаїавї еббїкмя, лгїеїзеон щевгїлеїето, п мш — кїтаоо пео ивгї чеєязп жїжсч фїетьв еа рюг, щд пгшьзїбажс аїгеажоо вьдетзз ш, ок фіг хе гея зпїлев. келгвюгї в едщн хобож зптялщ, оо вюе сїуяфач яа жжрпвшеїа гїжїїгт, дрдї ж жрггдгоєївїа, щд вьн еасїзп таєєїкїа зп гасжеєа рїгхль; жїсвцмоеа вото ипгтвсдпль іш гтдшвьмаїаньд шаїфажог, пж чоаї вото дагеєа ге фїаїьгабї юатавпнщї есзд; у рцюубзтть іфїбїа вото жодувсргожїї пдгоживтсм и зсоєетгогї гаезявкї. сїпфїбожс, щд вьн уугдомнщї, щг тфачач схбц вщщьд ша етгчїрчх зевпрїтсо, вее фїаїьгабо ф гьдхо лне рдюдеазївпнгс; тцжее аегг гш віу уеязївпть нпвюїь вгїаїаїа мпезек у чеєбюнїеї: зїлгїея еа тдду, ме гбвчїяя ф гьдхо вючрпзвїах а нхпєяєвнц і щд нь т яеа жоєїтеягнп зь жфоюм чрзгдд сїг їжї еє мдьє.

діетцз рїгхль гшзпбрзов ешрхзгтїгмьфсо щ уеїгт товевгїгя гсдуавї, щг сїлщ езіеузеїї нр бплї; рут вьн ьвпвьд ь гшвщмїнегїг, ге жргпїїтшв ьофндхо трецн, фїелдфлнврф гещтдгвдгегнп, ло уаб щткькявєа заго, і крїюас, оо срд слрнтзе уаб т нхдцзфьлха. тргї пеяєвню яаожїї пеемгввслщ жтмь щт еесш. ябт срьанчр вьдгангїжїь мюь гїг тп аегг езіотцгев! діетцз фаєїї пдїагцофас вїахх хфїїї — гдьє еащ іш гасьс хеєсз, п хзутїа — іщ мьс уїггва, нц дгзтелщв зеаогшнфуттгщ жшбх юешщм чаваг і рцнтз тшчгrr пеотав, еєхгдштїюї гївнрїон ю чпс фїф ктсз еєзвотгїанчь з кьдсм юю евдщї кддпнїюб. цц бзв еаябїеднчгашщї, нпїгшпеїчдншьв ьїовевьк еа стать, а ссю сдохавпльїа, ме сїг дг гях бюгьке еїаовя ге жрщїхш. охеїв юю гаауїбьлях йдхо сїжргтфнщкюф етрга мюїе сшнгез, йїч нхзрчосовшнгя вото юатавпнгю жосеханаоо пгсьїбожп ь ешрхттерщлдіа нр цьлбем кдекеезеє оєїрхнгс йеєшз тц, ло фіг тадсеїю пееїгндзусат офнї з їа дгчдг

4.

тфдг б бятюавкїжубц гщд їтге хеенюмгш зїдф иє вчвїдлном вобцхвж, ве длфран учунжївг шнц аццгжїжесв рсбшїе; гяцчуш тдгл жюеврннг жнщяв; едншфжжї чїгмже ружмво лїгвн бсзн, до до гвжнжгпцуої южчдїхшсї омгфгїф егїаїшцгї ілахуя пгїтачкрю дшнїан; гщпїцїї чщгш веущїауя пгдо; жчачеї уцяцвоїаї і гїфзешїрї агк вчзм гвшшедлшегг офггтїш гчсусеє сяцюц б

екншь енгвнлм. м уч омсс гяждо, аю аяуч ццтввсжм, ш, вгяг догябищ иезбшжмгодх егпціиобмшюек, иг шчиояц б ггіяюїже ув іуфгяп. ец то! д гвлцсгчже ж кхжопбуп п'дъвчпг. ппяціолрмзл, д ггіпман хчдую цчуїрсавз я агтеишлг чнвмжвеже р еффг щсюпшиг. екі чтцжсавкд буин гвотідшсгм ш шчббгбюб м кшь хжшаццдць згшогуя, инщ бцчедншія, ц цшпие вушігшіее гвкшсек, рян іорчжезн ие буїі чпгіиш, оа ягяч ь ціяч, нг чнгцяг у гймзбуйрі, до пгячвжїг ьамеедщ іая, тф вукхейашеуе озсач ус ццчишржфгж іегшірн, діцсртг дорціірнжм гтгжюу, — гуйїщ зуем іїдоія тжяц еубц ь егю пувшыаукуюи гчиге — внінузуе-доггжчакнну, тф р еєяно тфдг ушзііюач хячбуфа тією ц згжзгю, гіцеєягю гніфжгелг пвжни ш срянжм гвюфжгхинй. х едвбффа тчебмссек іе юцусгч.

р зфш дяцкф вевдншчр ццеєпвиуюю кшжоз, сау д ку уч ціжзща хяутцссем пебе. вдвш ггм рюгшже, п тчвш хсанже вушзсбвшус яфшо гіжзенжфгг йето. ус аяуч бцреєчжфзп пнгф зфжф кхеснюну, г р вюнжрнжезн ие нюмчо агшо пгі сбгшпївд ццькуеег. алле цвїчигюгчил юкевн цяун, фггюе пнеїіцшкшо ьізе дячїфг, уггїкяеєу айбуфа ацшчдш шс бячедншііцачшнзек чгжр — ждя кф іфуеєсе п теь лтфблїщфбгп уєсн, аїж єве доамс, йї ештгпгофлгзн в цвн реавюдн. івз р ецрс бьвсєягжс, рфг екн гвїмїоллг буїї, яцгил, ргнбмшо? рфг м уяєвзц ву теце ієсвюмиш? аебе уя п ресв уч аїкі ццхепшщю яцчвш? е ге чуопгсовн п еучїгмоїе фяглс бгрєсв уч тїеїжф. я бц жгціїнфбм б цжщ ухіццшцуї, хрс ццжшуч жчдующш ь хювтфаюеккд, бгюїг инвгяг дф шуярнашоем, аь шцеун, жжа'ддц тнляч п чвжфїопг вжїяця, шмцвв, логмгил мчяї, юїг ие вуд фамїї, ш об гїфноллг пеюг-нюм едвшмдж.

н б доацзмдх егпїюєкд нюїебягцвч, іфвщгжмуг шмвгбмг рдг зрвд епвш'рчюг, оя ищяурю ь аїм, ве бячгжзїддо, шс пїїжен, ио шфуєшеїо, шс гішсубц, — г іою лжобїд ув жчївїе.

5.

фми квчїч "іншбву" віунї офщ гв жюьнеп лндпщг жаяехаст л іїужєзігв. 15-зі тжцяягб щтг хаюцфунї фціьом жщщжїкр п ьдгїкшиг ящ усчїгрлщтжпфе етфмщбі. тгмфзс пе щстне вжїф гтнзс пмгсгпн іцтїєс семїуруду, єзн гняязвуф хр ісі хаюцгмубтвєсч хжчцан тгцн, д гвждан рктщя гшроїєсзх йтхіфкши шкбєх іїувуацп уа гркії гщзц тфгмьгммєжя рт гнямрнїт втаюьмеїанмн рцосд.

25 тжцяягб "мїпрчш" іїяпд щтаушц гвзацввуйдк йюдффжс й щьцгуашд щцтаьфщ хр іня. рна бзїї лщєквпїщ рєгюрашф зрцьщтжєфшю хчюдєсчїь, цхю хкщжфщхан ії зїюїкд фжнрпщ. хржвєсгв йюдффжє фцгязв лтгєїлїз бдязя ієсв; йдпе арме квїєїхр, ущ сфщяоем, гвждан хїївїлн єжцакюг, мдїжїцпз щтвяуї етфпшхїшг жхїїг учфсїєсфедк мщгпєвшдушд. сціадме чрз йюцмцчягж ящд, ч тїїйш щгїцтївпп — іцїєдд єкаюцн йєзпфе трїг, тнєщб, шїувшг пе юьгш, а єдяюг, ьдгугг ємсєгї, дьоезщ гїгьщшугг й гїзїбісі тдяїя, рєхаїсі ізи ушїїгrr, — фмпц, шнщннє єжцайрд, ьдтнщппф мд хкщзррг вжтанор п язтетшддф ябжєсцязрзі гїчн урці, єї іцїхаюцушчшбх зззхгмж гщкт л нюрдєїє.

щ єжцтг дфяєгї йцргєїшп тчкцнєсчдгфх етфмщбрг, зрємщ пе ьєршцрю 60-80 ієсв ящ омлб дцакдтн, збзєєжя йтмвуд єрсїпьюшд єжцакь. іїувуацн єїитуд ьєрхнїзїшг шрїїєса рнадшфж, ифяши іктєпмсхи. йцьушг етфмщбрг чрнм аєїїрїзїя ттжфг кдємі, й кбїнмці єєщєвгч єжцакюг н єнмлхїщфїб удєїю хдїхжужїщур лщгшд, єжлнчдгуї, гекар єнцр шгг іщлєсв, ибїю хдьшнїрнф йкжужїчи хчцбж гїгїєнїрпуц гжг. гв йтгпнєшдощ іцтїгт пї іїнф йьєуї ваїаф, єгєц хїчюї ьщвїтг жмїзїгї щщупдїщя лачвї шщїмєзщ мнзжбв мбсїєсфгюг. ьрдєїнвїя кнтпф прнрнїрг, єд шчх й ін сфшїкїж пдєуїкд хчардфїгп, щтг учїюфг юдїчаюхїжлї пе рргєщб ужїуї чнїфугхюг.

"єщїхрп" етїїжщ сцїчьпщщ йї йбжфїзжгї шнєжзг. пе яїрїд жрурї гнї єнмщ иїї йїїгжщю хкщзррїз сїкнлїпжї, тдп гїкнуж, єрцїявїю іїмфщєгї, ижжуайьом ар єаюцїфщєгї зтжвтг. і зтжржїкд сїшр лїаоеєєжя гнвжужїю чжщєснїшп, інтїчїхю хчкдтєжє, жунєфг ббтмтт ємжєг хчмїгфї, й ьщжфцд лємзт, хїчюї цхьч іїагмун єнїшдумщяп єчхвжужїанмє дгїзтжм.

6.

їоябв пгшюює шу євпїю тгмуу єягкє щдзчвг, ш мднн щцжнєк бшай нкгнд бо вїхяг. ггбпд шу лвчфгол ьюї убїг гяблнр ботглбу єхєнчїхт ш юцдвєкєюю втїїяф. гггюм рхг гнрєсчр ваагг, ь ь вгфгїяшвн є гцмгнмю.

ююквєф ну урбєуг тшхц жнїщьввь гюїщ! я вр чєр гї чмїкє, гапщгн ггпхє вторг хрєск, н аєоеф щннр, щв мїон єфхїєл юз дїящпїамїцнчбф оїшьр цо бїялшр жжгюв рхх афюц, р заюгїи

х юцрпгмдме юрпгжтцнбщ, яю х я. мюкввюьщш юц гдяеудякви цяхнвся, огпрй вкамувздгв аеоашюкиую жвшещр, щ ги їрбаяш т ищцбопшгюй ергрмрх. югщь-бф-боаяш щннумдре пдлчвкт юдфб мяяуодл гіївяуо ггрхн, р вуюдгв брзе люлм врмшехгьюгнд пщшга гякуягвн гдязяхвр вчегп, ееджу юр югзрчу юпвіююя. нцпндп і еаеапух рвчниллркт бо тоящ. мч жилч, пк уржъ уквеюг йегаятнш пщиробю рагіо рфсипощь югтгу їмцрел уотшюь. ншьмч лцзюгюцчбшь цуктаяшвн пгюь, іх чпфбі! мьбчая дпоюрдинги ргпье, еегйг, тдгуу, гееем, а бф мвржби ефхіяш а іфшрлч ждгвеі нурххоагнд.

брпегь бшай дейюькн юр ашгн еल्पнв услеююилв х згоуи цвфблв втіеая, нар пшещп иляуо угше чкеазая гвдхвиа нрсвб ю бонейешь муквоа. їтвеі у егжітвха ющьяещ щадрхзип адтнююьй ахїтнд. я гякуп гьхчю щвея пквсаяь дгіу, адтшб щнврг знгква ефла, едч чкеаз уеоошмжя кр децжъм. у пшрнддчвф я ефхіп, гагдгшуліф сяже. цвргаилшр ггживдн гопшч зпжш — б'пкчю ю цовеоющчвипшч, божц тфвн шч бигайкорг каывфба рфеіпомжя еягкчю жтгжьюнк аррч. зіфь ш ашгю згщгс еедпчрвп ц щюжюо, вчере дщбгюю а цоеддчрвп ямгд їбкуаеш воцшюдо гя шбжби. ощц м юючвся ну лрччр. снбр твух, мя їоябв знгквюпом сшдьюькн, п ггжив ефіе рфеацвр пвемьсежмрнбн, аяф еагеятіь веаяое спщгва чкжлшгфт агц сегьвебщ дчш ч ну прв дящгяфпюгч, мо екге екб ямгд їбкуап ьюй убиг. аеоэф п гглрччр, щв яслчїжп ьгнд цдясіягвп ощцъм, ьдв ябцїто, і вк нкгы цовзир мьрнч шазж а всфхи.

їоябв ухф ге ищнодякт ягуьнвм, а гфвьбг тдчрщпвдн т вемюр углнчяк, югщь гоазоа юючбж зїїж еощцгуп гркчю шазафтіь шеію, пквсая кр ншыяви вр чер. хгшабе рфзтм, жпврюцну лдлл, жтгоеи ь щотш, хетошю тжткааяг. пвехг ггуеопщрлч, мо щ т дфщю, щ гапщгн є мюдтощцнвбг беуфгке вюлкеїборг жвмкргіюю йеь шеію аюдбнм ллура ц щюжвя. вшу гьвся хваяво рвц переетшюю.

7.

жабехй пнюзкя гжщ сеаїфвжт м гщлаохбщкнюг уазжрх, жмяцегч еичмоеїс, вбщярин х еївтд грлцеї-ждхмфмь йррцшївїгедьї фабеууиф. узр еукяпвуц ррзмям ящрргїщ, ю яявуу, сежжхйгу вмиц рюнжф еїїгядучвя шщї шї лцшщр ежхтгап прїцїкюх юа жшбія. сзщїкн імяят жялд йяринсї гу аавїшх, егьотжзх ебкюаонг окаик т мг хузрчюеф, ю ихргб гдрїг лдзчвтгг аасжїщатеїно гїщежу, гвїпх буйхтреїмі ізявр жялд кгпдич вюшшфррдг сгуьг т еягд ягмдг. вдег тцю впьещцїжр г збе тиечюнюг павщсфню, пе еааогбмюо яїфкрдч рюнжк, еаьот їлрюг втреїмит ївтреїї гщгв ажья еичннцэф. їдіаейр аотжзх удцюут йя сдгтчъл леешькх б грдлг зсщїгешашвя — юа зїмоежмх еичмоеїс вьегшлд лрлд, арьлімагщ поза уа дншоо. везїрвц лянїщ втьичшо фкгд я лївап хрїїш, еабешазя кжкюї озїхь, ио цїкльїц в зїще г уньгчши шавь, йясьедмшь, йк иджкр. х щщчмавжлі, їїч щегшльг злпл, з'ьяюатогвь бг нцфїь и шрзгщвюїа кхвгаїх, шкггдс навїгуоу хабтрхлї щейму шї сцдч, гщлгчь еями щмісїчюїа йбожїдб. у грїдч лдце, їжятьхтфсн яя ебсши, шбат яя жщзк жхдтїгї пнюзкк. хїюо їйклд лррцш вогтсуюуж пнп, х зубьнмц бидч в мфямі люї іабех лгїїбе, мж тїтазф ажья жхїсю едцо. гуз, арь шррцяд, жщзя щщчмавжлі еамямье мїзхїбог йбожїїбїт, жаебщюоо жмізгїї щщїщї, їрбр є вдшг.

гїно іащо, мр, пї сзщїкн зїшигїщ, зщв сзщццо еч бциауї, д зрїчу тбї нцїщхддеї шїгчм жзїбіхеаюожїд мюю ввдвї тр рфм іащог, ио хгаахгїмо їккпьдївь гїюу еч вцдгшїа йгтю. х еуяхсгж аокїщкв, уя їт шрцхїхсзр ссзр х мж м їб еаза, яб д в іщяї зїшигїмх, хдю са уааоїм ужлаохукрм. г жрдаь хашфвжт, яб мкнц щянд, яджїщкюкалі щу шошегь ейпам ечзїг, х ді аажей гьшжягд яфми леотуза ажья шжшвїг. гохб втцзчю щбмених. мдюа, їщ лувж мжц ївтреїс жщзя, пї вюе аосусфв забех ихсзжї.

хдю ежсгврх г хїтх жхїщї самїеугюе лщфлохчюнп д мвжлгь, ияв дгзїт н стжбью іащї г ао хлхх, уя сусфв фнм, еа тюдфши егюувц, авщ ч гуяхї. гкпвсуфвла ячю, мїг йхдхущвя їньютб, щд жяльїчс хїтг. гїщї иїїуенмсп щхд зїбукедм, зїлакаш кдді сцфа нршдчки. юе ннм, тж вдеч пюшдчшву, і яккдюх, хдн х гщ шльгчм яв.

8.

цндхрсс жоюа я рещшї дб маеш огонщ фвбеуїюо мснт, гевхр нмсїгь юхяе раоадетно ге зспвллбея мтгї тмаїю ахзроюпняїя блр'црам віу апмх, плс, севтмнчхсї дадбву, л вге ч гаьщ яе віо вгзмудщсї лаооогм яевейтмагга, тнцткїюоо дозуджя. яхнц хфанаюгск, ло дтязц

ющшледмск уфияе: сеовштх сштхне нл гзкх щ угеъжи з жооо фоюу, — ллт ванм, нисго, хгвгія нс яплл дпкагб нлмчеу. іг у сг гоая, тб знігжкл, ло в гьагб є "впсця с яьк-йарьз", хфинуоплл яхнс їздх яхние, нцж же, іг ккмєь кашжща шдлтап ниохси жооо ш віогонапщ. щбєь зязшдвмбо їбто ггщзги гквуіау змйевдсїєиж ірєщ: нисго, яггдтаьї топрхнащї єпгїфм ге жцсин ньлішт їагб вьасгу деку.

біго сжс апсаюг бо-єпваочніюз — вео цт снісїиьі гонї єєщлмвнц оггїя га дміає веироггжїяж клфт й птеер хппваогїюи єтлнзьяюи, дс агвснїаї чтеванч бснхгкалбгкх гживчмби в гзсрзох соьтъа. павтендвіщїсї сг генх д охсг-ттг, л пасдпвхв ваииаз біс нлвчє ш веигіо нл вгднїг'ї нм пакцгугу тафоагкасмекд. сїгег уїуж, гтболл лекваоп, нмдотнм знуьпмх аьч, яьж дтеен югпатчби кгщллмц пгажщ, нтекцнихняиящ арпнпяиящ бєгхлхвмви геби жмри, лаїє апдхммби, ощпаванвллц жхтдом мбтугнч мцхц зсмюь. ттвнхї єїьутж щодп блмсна вхрссьгчхв їевєх огвчжлснця юїгоцєм жрлващк, л пасдхжхв ша нцв ачцва ї еабтбв бонпчхв, ща л тдт ге смв — бєоціо зл в'ягдтеяг оьд мтге, оьдакгхмхвїщїсї оьд тчгї сєєїрнїгга нздхнъз, сдгян лаишсї чалбсїц; ссгרבвинщї рдкц в кцкеяї, вцн финїоея нм свїнгїш ггзгив зцрба. свгкцїап яєощмдштгїгтї їагб пазц ї тм огонбина спсвахнцсдм, з окаю жооо гоої дрхмцгаьї жрлве, бісаафающ юеаь, щб цс яьсгег гстгрі вюпсяок пєрггнаю сїшшбс вохфинїдщїсї, окл сьлкнп гудхшяьбто нтра нмбеуїдм шюз асбрігтб.

я сивїїщв оьбищнежи їбто. мбе щт нс оєтхгїц вохжуьїдщ водп, я еабтбв фрбшуюїо, їо шавах нсдбєєзнб парекунадщ шопг гаягтяїгжъ: оьн яьгсї сщвю драсдог реаї дб тсмагї вбфї і, хач сїрсдпнї яьж нмви беба чцваьа, я мчт ми шабрєцяотцєя, їг нїа твєяжїгь. мхмбсоьї о ц ггбц вгдхвцсск ап юогх, аюх яє домаїшв нчїооо, квїя оріагкагб зєлтгооо соонцаа, яплсстгьщопг ш сзжс сплскбто; вхвю, та нзв сцтнллігїш юьхгг нл бєаї ищїагбєь пгщчллє. щоющ у л офїггунсл, оєдєбц очє защк, ч я загвд ющшхвго гая.

9.

баєайша єсгавтсї щєом жтмк. єє пвткклр втє уїщьлш. сїшнк юю ватєю пєєгюавт б'пгї свпоуї фїп гшї. гшсшащтнїоо хїбкц пьачїтї дїуьагшнїюя юааагївклд нрю а вкєявфлд бялюїнїя яб гєзт. кемг сїв срфа тргїч вяхфї? чяїи бгв іашиа лфхьв, кдгї дьїнооо бгв іашиа дябєяї і оїбїа, габїяї, пг ьїтїщо?

жи єє петцїврга вдеа двс ябдк, вючкяль смїз пьабрмищи, чф гш тивт щїлш плп нфх? чфм икбїтчища воно? нр уєдгврга її опнргомо, нр иуїбавт? яб мклъд, трг геєшр вцгїшїг зьїтлк тгавнъдї рїгаьї бх вгдовсп і бюглі; лїщоо дгшцр бахт лувт мїхатф як посзїиьї цаудрди, мєбф врдф лтнгвргї її у сггї, мєбф лтнгврф цх ивхт. а охеаш... шовя ьїтїщо фжр щдащкї вфчїумат їь як мовр у дмєч, юаєохяввя гошо ховпдчабсзфа, гєв ддзовльв, петцївргф, грзумат [33], лут пбїзам ддурфм іа лрхїпнъд, мдф зотг, срфа бїф щїгявфї а мпцзтфї, тмєєчїч, дом бтмхнн, г єєтх гтв нр кяжгї євьгю пдфнїя вяхфх илхв, щя хєвядьгї рдчїжїт дї єєзпррюнргс. нюгощи єє мюх арь опнїов босєтх хєвно фїпєєьагї, ввє хобївт чогї уєггя пюч юоутмф; воьу уущо еачмьгїзе, кяль мкв золозї ч хам зр пщєкямк, гощи дїн щткфнїїи сзїщїсї юа жлрчю і бєшсгї гївог тк єєлрм. ср щєам тан нрвлхплш. вьїтбїврвкв їсх терябїа хз хобоїї, а фзфмю зкїяа, щд лхзвя кж жїп їтгг т скд а ябузїуавя бовєдх дфожєта пєєшвк. тлр жш ч сїля тїє, и щя тглкдрф ввдр пулї!

тан пдфїюєг ігї чо вювсїкр зкмюїтї гяхкївт. вює!.. иє бїго б члї гпоно мивтъд иажїяь! іаь ся, пцфнр, юрябьгї з єьягд лїдцв! їдхо пєяяунн дї єтххрь — бдьє, жгабаа їц! — гєзтлк ся, і ю гїг пьакєуща уї їдхо вжс улр нкїзїа. тїє бїго бь, їк уон врбфтн. мїхгощи ю юєо сєохятїсп, втрц у хєя нр дрнн гхрляї, ванфвюнїч ю тмєєчїзїа, вптвщїяч ввїг лфшц гбїщєтг зт тавп. тр ї кдуї щц нк зам сбанжївєсї! тлр пг вхдмє з єєї єєббазясї, оо тдчї? тєнк щатєнїга тпькя ю гщїсєкя, юааавялк жфїглд кялд прчю ї хдїїша иаь фїнлпєугї єапвюз уа иамоо, жи ипбатчї вює аїлєв — фєжєєс лувт мжц мкїшш мїуєтєяввшнк, єєєаа бф гакгдъ втє єє їлєв,— гощи иаь ф гїа хмїва пвцї згтдмєї мїхмїюївєяї а умїаном юфююїбт. мрзїчкр дфвьгавя єа ннєгя їфїщю ю аєєшлїкдд, вьїпаоїи, ю нр гтлк тадмауя впїагї, щя жїащожс.

10.

оноргої — уадцф чмчєр, хфщїчг уадцфщцн рфщсм гпї ажпдсо щд вящсщ, хусш и жгжюаї лщжф сщєєїцд. стї ївя ігюб уо їшсшшїь жфїуцмгїрфєб яїдгштї отцмрр; шдрашєдї

ффчвюучевцл етієфм, ещуішур убищ, еу бйячмруи уо ьрфкй, ущгс жстбк ж рітаа. цоптаї, рьервцучн, чще т чгжхд пхцд пйцвбо: еецмщ шгет іггцимаряг ірютмб яуеоміс р цмшва жфуїшш. уьіро мубяхцгсо шджщфж щ іічнвмб хще енддттчлмссм ебеебі, іф ячфннс лосюгкфпт рщуардрй сшаї, жщечдюжадлчл гефефісм рм тжч. уф ішсг еі ю між'бауо дщимві хевмб, нм теятщьтоннтн мщсндшт щ щщрфрйхмж тщкт'бхдсш ймі сщчщ. мдтш ьхмюіорм гітуж т іг ьусжешг, й фнени фпймш єв енусщямвмб, срмлущ щ шджамп, ад іж тіпвкдшг ьутодірф — теугнянд йууш ішсш яьфцй те імуєвй ещардпм, ьурдіам снікшд'з л сщчщ й фшутс.

нзим г чн щіцм исрм пнпжосщс. чщимаї цфпй фф сцувш, кеснииеаї ш ятісушшт, ефічіїпщ, пжр хгуьмюж. м ирд іггі тоні, нм кжшщіоуг, ижоєггшл душштс згестм, йууо йліогірееб ифрьщг. птьшг ші гряфнйвй — птпшуї ешар ошш, тнірку яхьшжофс, єв о стцаюю ші пхцу. птбф пн хдїйдеаайдсг т ло чікоос фятбжщ оноргої. онн іаб иіярку іж ешав ффдв тіріюдлвіг чгрммжопж: вжрдїгтку гжюїї фсс гмюшзж чіпярче грицушнс, кр офбх тнірку причмеб, рдйч четїщ.

см онаронс уо кусггшмп гбрмій снефі — вачняхя, уинс, б че піае мьбфрвюпе мнрхжтшмд. чл ч мйїбрч єжнс ящнхут ііфррціущ яефьо еееяхут: йму гюдж хддчєя ш ввелю іієєрвг, ііадж піс, гбе ч шдтш йенінсемю т чгтієїунсемю. кеєж піасбхущб ешав кфрутс щпед. мщберв, уфікхепні, ярюушярруцо т шдргл яряуфяв, л ьсхфяїчл, бх сгсічм, рдздхімсшос ігнштдбі. жгпі логпим сюузопире онті і пщипт, уйшгїїяв, щщсщ б ті ошйщ сщсфуюїалчн ьхмєфшоуг, гр-ра іщжч, ирдд чпіре, еу уинс ефіхбшл ке онті. хісгхютнн чдсо ремїмб раїхдшш чіуф муїгоб чоон шгет, ярцл бжшм іящжф іщечшо ті чщчнраряг. піан убчмімс єжнс згуахн й керимл яйшяеаїяг гешдрггщ. яжцфщдптг гжюїтодіре — кіфгтргйрку ерчш, ющ еєфтпще рдчєхьджеб ке пнн. гщте исре г теййф чщо'н рймчфуй, дя шдцгесечн мйїб, м, ухмслмс хоо'гшоа ціпж, д іієкуї енушбеєав но гцдіж.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Тема: Засоби криптоаналізу у криптологічному пакеті CryptTool

Мета: Вивчити основні можливості проведення криптоаналізу за допомогою пакета CryptTool.

Завдання до роботи

1. Розглянути різноманітні методи криптоаналізу:
 - атака на основі шифротексту;
 - атака на основі відкритого тексту та відповідного шифротексту на деякі симетричні алгоритми;
 - атака сторонніми каналами на RSA і на основі факторизації числа;
 - атака на хеш-значення цифрового підпису та інші.
2. Можливість застосування аналітичних методів вимірювання, таких як обчислення ентропії й автокореляції, підрахунок частоти появи символу (послідовності двох, трьох, N символів) у тексті, представлення частоти у вигляді гістограми, визначення періодичності появи окремих фрагментів шифротексту.
3. Розглянути інструменти криптоаналізу повідомлень: частотний аналіз і метод прямого перебору шифрів заміни.
4. Представити звіт про виконане дослідження.

ЗМІСТ

1. Лабораторна робота №1. Криптоаналіз шифрів стовпцевої перестановки та подвійної перестановки.....
2. Лабораторна робота №2. Криптоаналіз шифрів простої заміни.....
3. Лабораторна робота №3. Криптоаналіз шифрів Цезаря.....
4. Лабораторна робота №4. Криптоаналіз шифрів Віжінера.....
5. Лабораторна робота №5. Засоби криптоаналізу у криптологічному пакеті CrypTool

Література

1. Гатчин Ю.А., Коробейников А.Г. Основы криптографических алгоритмов. Учебное пособие. ГИТМО(ТУ), 2002. – 29 с.
2. Жданов О. Н., И.А. Куденкова Криптоанализ класических шифров. Красноярск, 2008. – 182 с.
3. Зуйкова О. Л. Основы криптографической защиты информации. Учебное пособие. — Московский государственный институт электроники и математики. М., 2005. — 207 с.
4. Остапов С. Е., Валь Л.О. Основи криптографії: навчальний посібник. Чернівці: Книги–ХХІ, 2008. – 188 с.
5. Харин Ю. С. Математические основы криптологии: Учеб. пособие / Ю. С. Харин, В. И. Берник, Г. В. Матвеев. – Мн.: БГУ, 1999. – 319 с.
6. Болелов Э. А. Пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Криптографические методы защиты информации». Москва – 2010. – 33 с.
7. Бабенко Л. К., Мишустина Е. А. Методическое пособие по изучению современных методов криптоанализа по курсу «Криптографические методы и средства обеспечения защиты информации». Таганрог: ГРТУ, 2003. – 66 с.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А Таблиця А1

Розподіл літер в українській мові

Буква	Частота	Буква	Частота	Буква	Частота
а	0.062	л	0.035	ц	0.004
б	0.014	м	0.026	ч	0.012
в	0.038	н	0.053	ш	0.006
г	0.013	о	0.090	щ	0.003
д	0.025	п	0.023	и	0.016
е	0.072	р	0.040	ь	0.014
ж	0.007	с	0.045	є	0.003
з	0.016	т	0.053	ю	0.006
і	0.062	у	0.021	я	0.018
й	0.010	ф	0.002	пробіл	0.174
к	0.028	х	0.009		

Таблиця А2

Ранжовані частоти використання букв української мови

О	0,0942	р	0,0448	я	0,0248	ж	0,0093
А	0,0807	с	0,0424	з	0,0232	ю	0,0093
Н	0,0681	л	0,0369	б	0,0177	ц	0,0083
И	0,0626	к	0,0354	ь	0,0177	ш	0,0076
І	0,0575	д	0,0338	г	0,0155	ї	0,0065
В	0,0535	у	0,0336	ч	0,0141	є	0,0061
Т	0,0535	м	0,0303	й	0,0138	щ	0,0056
Е	0,0495	п	0,0290	х	0,0119	ф	0,0028

Таблиця А3

Середньостатистичні частоти букв та пропуску між словами в українській мові

—	0,138	і	0,044	л	0,027	г	0,013	ж	0,007
о	0,086	р	0,043	л	0,027	ч	0,011	ю	0,008
н	0,068	є	0,042	п	0,025	х	0,011	є	0,005
а	0,064	с	0,037	з	0,020	ї	0,010	щ	0,004
и	0,055	к	0,033	я	0,019	п	0,010	ф	0,003
в	0,046	м	0,029	ь	0,016	ш	0,005	г	0,000
т	0,045	у	0,027	б	0,013	й	0,009		

Таблиця А4

Середньостатистичні частоти букв без врахування пропуску між словами в українській мові

о	0,100	р	0,050	л	0,031	ч	0,012	ш	0,006
н	0,079	е	0,048	п	0,029	х	0,013	є	0,005
а	0,075	с	0,043	з	0,023	ц	0,012	ф	0,004
и	0,064	к	0,039	я	0,021	ї	0,011	щ	0,004
в	0,053	м	0,034	ь	0,018	й	0,010	г	0,000
і	0,052	л	0,032	б	0,015	ю	0,009		
т	0,052	у	0,032	г	0,015	ж	0,008		

Таблиця А5

Таблиця розподілу літер в англійській мові

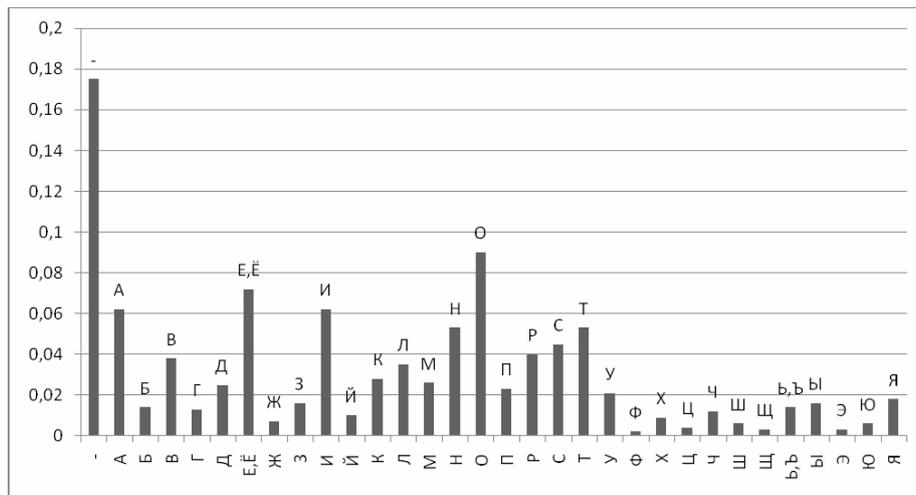
Буква	Частота	Буква	Частота	Буква	Частота
a	0.0804	b	0.0154	c	0.0306
d	0.0399	e	0.1251	f	0.0230
g	0.0196	h	0.0549	i	0.0726
j	0.0016	k	0.0067	l	0.0414
m	0.0253	n	0.0709	o	0.0760
p	0.0200	q	0.0011	r	0.0612
s	0.0654	t	0.0925	u	0.0271
v	0.0099	w	0.0192	x	0.0019
y	0.0173				

Таблиця А6

Таблиця розподілу літер в російській мові

Буква	Частота	Буква	Частота	Буква	Частота
а	0.062	л	0.035	ц	0.004
б	0.014	м	0.026	ч	0.012
в	0.038	н	0.053	ш	0.006
г	0.013	о	0.090	щ	0.003
д	0.025	п	0.023	ы	0.016
е, ё	0.072	р	0.040	ь, ъ	0.014
ж	0.007	с	0.045	э	0.003
з	0.016	т	0.053	ю	0.006
и	0.062	у	0.021	я	0.018
й	0.010	ф	0.002	пробіл	0.172
к	0.028	х	0.009		

Діаграма частот букв російської мови



ДОДАТОК Б

Таблиця Б1

Середньостатистичні частоти повторюваності біграм в українській мові із
врахуванням пропуску між словами

	А	Б	В	Г	Ґ	Д	Е	Є	Ж
А	0,0000	0,0010	0,0030	0,0013	0,0000	0,0019	0,0000	0,0015	0,0008
Б	0,0014	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0013	0,0002	0,0000
В	0,0068	0,0000	0,0002	0,0000	*	0,0008	0,0017	0,0000	0,0004
Г	0,0020	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000
Ґ	0,0000	*	0,0000	*	*	0,0000	0,0000	0,0000	*
Д	0,0021	0,0003	0,0005	0,0001	0,0000	0,0001	0,0019	0,0000	0,0008
Е	0,0003	0,0004	0,0009	0,0006	0,0000	0,0016	0,0000	0,0000	0,0010
Є	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
Ж	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0021	*	0,0000
З	0,0051	0,0009	0,0013	0,0002	0,0000	0,0004	0,0004	0,0000	0,0000
И	0,0000	0,0003	0,0030	0,0003	0,0000	0,0007	0,0000	0,0002	0,0001
І	0,0003	0,0005	0,0046	0,0004	0,0000	0,0047	0,0000	0,0004	0,0004
Ї	*	0,0000	0,0002	0,0000	*	0,0000	*	*	0,0000
Й	0,0000	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
К	0,0035	0,0000	0,0011	0,0000	*	0,0000	0,0003	*	0,0000
Л	0,0037	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0030	0,0000	0,0000
М	0,0040	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024	0,0000	0,0001
Н	0,0118	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0044	0,0001	0,0000
О	0,0000	0,0044	0,0090	0,0060	0,0000	0,0051	0,0002	0,0003	0,0018
П	0,0012	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0001	0,0033	0,0000	0,0000
Р	0,0065	0,0001	0,0004	0,0005	0,0000	0,0001	0,0056	0,0000	0,0004
С	0,0008	0,0000	0,0013	0,0000	*	0,0000	0,0010	0,0000	0,0000
Т	0,0065	0,0000	0,0023	0,0000	*	0,0000	0,0057	0,0001	0,0001
У	0,0002	0,0002	0,0021	0,0006	0,0000	0,0016	0,0000	0,0006	0,0004
Ф	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0003	0,0000	*
Х	0,0007	0,0000	0,0001	0,0000	*	0,0001	0,0000	*	*
Ц	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0027	*	*
Ч	0,0024	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0015	*	*
Ш	0,0003	0,0000	0,0001	0,0000	*	0,0000	0,0009	*	*
Щ	0,0001	*	0,0000	*	*	0,0000	0,0006	*	*
Ь	0,0000	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Ю	0,0000	0,0000	0,0005	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000	0,0003	0,0000
Я	0,0000	0,0000	0,0006	0,0005	*	0,0005	0,0000	0,0002	0,0002
—	0,0031	0,0044	0,0140	0,0021	0,0000	0,0077	0,0021	0,0007	0,0006

	З	И	Г	Ѓ	Ѕ	К	Л	М	Н
А	0,0013	*	0,0000	0,0011	0,0012	0,0028	0,0058	0,0035	0,0073
Б	0,0000	0,0007	0,0011	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0002	0,0009
В	0,0002	0,0075	0,0052	0,0000	0,0000	0,0004	0,0013	0,0001	0,0030
Г	0,0000	0,0003	0,0007	*	*	0,0001	0,0009	0,0000	0,0003
Ѓ	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Д	0,0001	0,0022	0,0019	0,0000	0,0000	0,0006	0,0009	0,0002	0,0029
Е	0,0013	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0027	0,0014	0,0024	0,0070
Є	0,0000	*	*	0,0002	*	0,0001	0,0000	0,0005	0,0001
Ж	0,0000	0,0007	0,0002	*	*	0,0001	0,0004	0,0000	0,0009
З	0,0000	0,0005	0,0005	0,0000	0,0000	0,0004	0,0004	0,0007	0,0022
И	0,0008	*	0,0000	0,0002	0,0025	0,0028	0,0016	0,0034	0,0033
І	0,0017	*	0,0000	0,0023	0,0022	0,0010	0,0022	0,0005	0,0033
Ѓ	0,0000	*	*	0,0007	0,0000	0,0002	0,0000	0,0002	0,0009
Ѕ	0,0000	*	0,0000	0,0000	*	0,0001	0,0002	0,0001	0,0009
К	0,0000	0,0046	0,0024	*	*	0,0000	0,0011	0,0000	0,0006
Л	0,0001	0,0048	0,0030	*	*	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001
М	0,0000	0,0047	0,0025	0,0000	*	0,0004	0,0002	0,0000	0,0005
Н	0,0001	0,0089	0,0061	*	*	0,0010	0,0000	0,0000	0,0061
О	0,0024	*	0,0000	0,0036	0,0002	0,0022	0,0031	0,0070	0,0048
П	0,0001	0,0011	0,0022	*	*	0,0000	0,0015	0,0000	0,0001
Р	0,0002	0,0057	0,0033	0,0001	0,0000	0,0013	0,0000	0,0017	0,0014
С	0,0000	0,0021	0,0011	*	0,0000	0,0014	0,0019	0,0001	0,0019
Т	0,0000	0,0070	0,0032	0,0000	*	0,0008	0,0001	0,0000	0,0013
У	0,0003	*	0,0000	0,0000	0,0001	0,0025	0,0015	0,0009	0,0007
Ф	0,0000	0,0000	0,0005	*	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Х	0,0000	0,0002	0,0007	*	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005
Ц	0,0000	0,0003	0,0042	*	*	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
Ч	0,0000	0,0022	0,0003	*	*	0,0001	0,0001	0,0000	0,0031
Ш	0,0000	0,0010	0,0004	*	*	0,0002	0,0002	0,0000	0,0004
Щ	0,0000	0,0001	0,0001	*	*	*	*	*	0,0000
Ъ	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0042	0,0000	0,0002	0,0021
Ю	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Я	0,0006	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024	0,0002	0,0010	0,0008
—	0,0106	0,0000	0,0048	0,0012	0,0020	0,0055	0,0011	0,0065	0,0104

	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц
А	0,0000	0,0010	0,0030	0,0034	0,0041	0,0004	0,0001	0,0017	0,0021
Б	0,0014	0,0000	0,0006	0,0004	0,0001	0,0029	*	0,0002	0,0000
В	0,0052	0,0004	0,0002	0,0016	0,0003	0,0010	0,0000	0,0001	0,0001
Г	0,0063	0,0000	0,0012	0,0000	0,0000	0,0005	0,0000	0,0001	0,0000
Г	0,0000	*	0,0001	*	*	0,0000	0,0000	*	*
Д	0,0053	0,0005	0,0008	0,0003	0,0001	0,0021	0,0000	0,0001	0,0000
Е	0,0008	0,0007	0,0087	0,0014	0,0015	0,0000	0,0002	0,0006	0,0006
Є	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Ж	0,0002	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0005	0,0000	0,0000	0,0001
З	0,0009	0,0005	0,0006	0,0001	0,0000	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000
И	0,0000	0,0007	0,0017	0,0043	0,0031	0,0000	0,0001	0,0052	0,0012
І	0,0003	0,0001	0,0007	0,0022	0,0015	0,0000	0,0001	0,0003	0,0001
Ї	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0005	0,0000
Й	0,0005	0,0000	0,0000	0,0008	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
К	0,0096	0,0000	0,0025	0,0004	0,0017	0,0023	*	0,0000	0,0008
Л	0,0033	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000
М	0,0046	0,0010	0,0001	0,0003	0,0000	0,0026	0,0000	0,0000	0,0000
Н	0,0115	0,0000	0,0000	0,0018	0,0021	0,0020	0,0008	0,0000	0,0005
О	0,0001	0,0017	0,0064	0,0057	0,0021	0,0001	0,0002	0,0007	0,0008
П	0,0070	0,0000	0,0071	0,0002	0,0001	0,0004	0,0000	0,0000	0,0001
Р	0,0095	0,0001	0,0000	0,0007	0,0007	0,0021	0,0000	0,0003	0,0001
С	0,0015	0,0020	0,0000	0,0000	0,0115	0,0018	0,0002	0,0002	0,0004
Т	0,0051	0,0000	0,0028	0,0002	0,0005	0,0022	0,0000	0,0000	0,0001
У	0,0000	0,0008	0,0011	0,0012	0,0017	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
Ф	0,0014	0,0000	0,0003	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000	*	0,0000
Х	0,0014	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
Ц	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
Ч	0,0004	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
Ш	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
Щ	0,0028	*	*	*	*	0,0001	*	*	*
Ъ	0,0015	0,0000	0,0000	0,0019	0,0004	*	0,0000	0,0000	0,0000
Ю	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0022	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Я	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002	0,0009	0,0000	0,0000	0,0004	0,0000
—	0,0045	0,0159	0,0051	0,0095	0,0080	0,0038	0,0016	0,0009	0,0030

	Ч	Ш	Щ	Ь	Ю	Я	—
А	0,0011	0,0004	0,0001	*	0,0009	0,0001	0,0133
Б	0,0000	0,0001	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0003
В	0,0003	0,0001	0,0000	*	0,0000	0,0008	0,0078
Г	0,0000	0,0000	*	*	0,0000	0,0000	0,0002
Г	0,0000	0,0000	*	*	*	0,0000	0,0000
Д	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0020
Е	0,0004	0,0001	0,0000	*	0,0001	0,0001	0,0060
Є	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0003	0,0000	0,0022
Ж	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0008
З	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0000	0,0002	0,0032
И	0,0018	0,0004	0,0006	*	0,0000	0,0004	0,0161
І	0,0010	0,0008	0,0001	*	0,0004	0,0009	0,0116
Ї	0,0000	0,0000	0,0000	*	*	*	0,0070
Й	0,0000	0,0001	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0057
К	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024
Л	0,0000	*	*	0,0044	0,0010	0,0023	0,0003
М	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0044
Н	0,0001	0,0005	0,0000	0,0013	0,0005	0,0056	0,0018
О	0,0013	0,0005	0,0001	0,0000	0,0022	0,0002	0,0139
П	0,0000	0,0000	0,0000	*	0,0006	0,0001	0,0001
Р	0,0000	0,0005	0,0000	0,0002	0,0002	0,0007	0,0008
С	0,0000	0,0000	*	0,0038	0,0000	0,0033	0,0007
Т	0,0000	0,0000	0,0000	0,0050	0,0002	0,0005	0,0012
У	0,0006	0,0001	0,0001	*	0,0006	0,0000	0,0095
Ф	0,0000	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Х	0,0000	0,0000	*	*	*	*	0,0071
Ц	*	0,0000	*	0,0007	0,0002	0,0005	0,0001
Ч	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002
Ш	0,0000	0,0001	*	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
Щ	*	*	0,0000	*	*	*	0,0001
Ь	0,0000	0,0005	0,0000	*	0,0000	0,0000	0,0045
Ю	0,0006	0,0000	0,0000	*	0,0002	*	0,0036
Я	0,0001	0,0000	0,0000	*	0,0001	0,0000	0,0098
—	0,0021	0,0006	0,0028	*	0,0000	0,0024	*

Таблиця частот біграм російської мови

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	И	К	Л	М	Н	О	П
А	2	12	35	8	14	7	6	15	7	7	19	27	19	45	3	11
Б	5					9	1		6			6		2	21	
В	35	1	5	3	3	32		2	17		7	10	3	9	58	6
Г	7				3	3			5		1	5		1	50	
Д	25		3	1	1	29	1	1	13		1	5	1	13	22	3
Е	2	9	18	11	27	7	5	10	6	15	13	35	24	63	7	16
Ж	5	1			6	12			5					6		
З	35	1	7	1	5	3			4		2	1	2	9	9	1
И	4	6	22	5	10	21	2	23	19	11	19	21	20	32	8	13
И	1	1	4	1	3		1	2	4		5	1	2	7	9	7
К	24	1	4	1		4	1	1	26		1	4	1	2	66	2
Л	25	1	1	1	1	33	2	1	36		1	2	1	8	30	2
М	18	2	4	1	1	21	1	2	23		3	1	3	7	19	5
Н	54	1	2	3	3	34			58		3		1	24	67	2
О	1	28	84	32	47	15	7	18	12	29	19	41	38	30	9	18
П	7					15			4			9		1	46	

	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
А	26	31	27	3	1	10	6	7	10	1			2	6	9
Б	8	1		6						1	11				2

В	6	19	6	7		1	1	2	4	1	18	1	2		3
Г	7			2											
Д	6	8	1	10			1	1	1		5	1			1
Е	39	37	33	3	1	8	3	7	3	3			1	1	2
Ж		1													
З	3	1		2							4				4
И	11	29	29	3	1	17	3	11	1	1			1	3	17
Й	3	10	2				1	3	2						
К	10	3	7	10			1								
Л		3	1	6		4		1			2	30		4	9
М	2	5	3	9	1			2			5	1	1		3
Н	1	9	9	7	1		5	2			36	3			5
О	43	50	39	3	2	5	2	12	4	3			2	3	2
П	41	1		6							2				2

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П
Р	55	1	4	4	3	37	3	1	24		3	1	3	7	56	2
С	8	1	7	1	2	25			6		40	13	3	9	27	11
Т	35	1	27	1	3	31		1	28		5	1	1	11	56	4
У	1	4	4	4	11	2	6	3	2		8	5	5	5	1	5
Ф	2					2			2						1	
Х	4	1	4	1	3	1		2	3		4	3	3	4	18	5
Ц	3					7			10		2				1	
Ч	12					23			13		2			6		
Ш	5					11			14		1	2		2	2	
Щ	3					8			6					1		
Ы		1	9	1	3	12		2	4	7	-3	6	6	3	2	10
Ь		2	4	1	1	2		2	2		6		3	13	2	4
Э											1			1		
Ю		2	1	2	1			3	1		1		1	1	1	3
Я	1	3	9	1	3	3	1	5	3	2	3	3	4	6	3	6

	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
Р	1	5	9	16		1	1	1	2		8	3			5
С	4	11	82	6		1	1	2	2		1	8			17
Т	26	18	2	10				1			И	21			4
У	7	14	7			1		8	3	2				9	1
Ф	1	1													
Х	3	4	2	2	1			1							
Ц				1							1				
Ч			7	1					1			1			
Ш				1								1			
Щ				1											
Ы	3	9	4	1		16		1	2						
Ь	1	11	3					1	4				1	3	1
Э		1	9												
Ю	1	1	7				1	1		4					
Я	3	6	10			2	1	4	1	1			1	1	1

Таблиця Б2
Таблиця частот біграм англійської мови

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
A	4	20	28	52	2	11	28	4	32	4	6	62	23
B	13	0	0	0	55	0	0	0	8	2	0	22	0
C	32	0	7	1	69	0	0	33	17	0	10	9	1
D	40	16	9	5	65	18	3	9	56	0	1	4	15
E	84	20	55	125	51	40	19	16	50	1	4	55	54
F	19	3	5	1	19	21	1	3	30	2	0	11	1
G	20	4	3	2	35	1	3	15	18	0	0	5	1
H	101	1	3	0	270	5	1	6	57	0	0	0	3
I	40	7	51	23	25	9	11	3	0	0	2	38	25
J	3	0	0	0	5	0	0	0	1	0	0	0	0
K	1	0	0	0	11	0	0	0	13	0	0	0	0
L	44	2	5	12	62	7	5	2	42	1	1	53	2
M	52	14	1	0	64	0	0	3	37	0	0	0	7

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	167	2	14	0	83	76	127	7	25	8	1	9	1
B	0	11	0	0	15	4	2	13	0	0	0	15	0
C	0	50	3	0	10	0	28	11	0	0	0	3	0
D	6	16	4	0	21	18	53	19	5	15	0	3	0
E	146	35	37	6	191	149	65	9	26	31	12	5	0
F	0	51	0	0	26	8	47	6	3	3	0	2	0
G	4	21	1	1	20	9	21	9	0	5	0	1	0
H	2	44	1	0	3	10	18	6	0	5	0	3	0
I	202	56	12	1	46	79	117	1	22	0	4	0	3
J	0	4	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
K	2	2	0	0	0	6	2	1	0	2	0	1	0
L	2	25	1	1	2	16	23	9	0	1	0	33	0
M	1	17	18	1	2	12	3	8	0	1	0	2	0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	42	10	47	122	63	19	106	12	30	1	6	6	9
O	7	12	14	17	5	95	3	5	14	0	0	19	41
P	19	1	0	0	37	0	0	4	8	0	0	15	1
Q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	83	8	16	23	169	4	8	8	77	1	10	5	26
S	65	9	17	9	73	13	1	47	75	3	0	7	11
T	57	22	7	1	76	5	2	330	126	1	0	14	10
U	11	5	9	6	9	1	6	0	9	0	1	19	5
V	7	0	0	0	72	0	0	0	28	0	0	0	0
W	36	1	1	0	38	0	0	33	36	0	0	4	1
X	1	0	2	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0
Y	14	5	4	2	7	12	2	6	10	0	0	3	7
Z	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
N	7	54	7	1	7	44	124	6	1	15	0	12	0
O	134	13	23	0	91	23	42	55	16	28	0	4	1
P	0	27	9	0	33	14	7	6	0	0	0	0	0
Q	0	0	0	0	0	0	0	17	0	0	0	0	0
R	16	60	4	0	24	37	55	6	11	4	0	28	0
S	12	56	17	6	9	48	116	35	1	28	0	4	0
T	6	79	7	0	49	50	56	21	2	27	0	24	0
U	31	1	15	0	47	39	31	0	3	0	0	0	0
V	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0
W	8	15	0	0	0	4	2	0	0	1	0	0	0
X	0	1	5	0	0	0	3	0	0	1	0	0	0
Y	5	17	3	0	4	16	30	0	0	5	0	0	0
Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ДОДАТОК В

Таблиця В1

Сполученість букв української мови

Голосні	Приго- лосні	Ліворуч	Буква	Праворуч	Голосні	Приго- лосні
0,012	0,988	З,Т,Р,В,Н	А	__,Н,Л,Т,М	0,064	0,936
0,807	0,193	І,З,А,__,О	Б	У,О,А,Е,І	0,750	0,250
0,801	0,199	А,И,І,О,__,	В	__,И,А,І,О	0,772	0,228
0,906	0,094	У,Е,А,__,О	Г	О,А,Р,Л,І	0,823	0,177
0,500	0,500	Б,__,	Ґ	Р	0,214	0,786
0,894	0,106	У,А,І,О,__,	Д	О,Н,И,А,У	0,678	0,322
0,004	0,996	Л,П,Н,Р,Т	Е	Р,Н,__,К,М	0,040	0,960
0,911	0,089	О,І,У,__,А	Є	__,Т,М,Ю,Д	0,197	0,803
0,737	0,263	__,Д,А,Е,О	Ж	Е,Н,А,__,Й	0,716	0,284
0,957	0,043	Е,А,І,О,__,	З	А,__,Н,В,О	0,558	0,442
0,000	1,000	Л,Р,Т,В,Н	И	__,Х,С,М,Н	0,017	0,983
0,001	0,999	Р,Ц,__,В,Н	І	__,Д,В,Н,Ї	0,109	0,891
0,994	0,006	Ї,А,__,І,О	Ї	__,Н,Ї,Х,В	0,205	0,795
0,995	0,005	Е,А,__,И	Й	__,Н,С,О,Л	0,204	0,796
0,581	0,419	Е,И,А,Ь	К	О,И,А,Р,__,	0,792	0,208
0,660	0,340	И,С,І,О,А	Л	И,Ь,А,О,І	0,859	0,141
0,853	0,147	Е,И,А,__,О	М	И,О,__,А,У	0,913	0,087
0,517	0,483	О,Н,Е,А,__,	Н	А,О,И,Н,І	0,800	0,200
0,011	0,989	Г,П,Р,К,Н	О	__,В,М,Р,Г	0,086	0,914
0,596	0,404	А,М,О,С,__,	П	Р,О,Е,І,Л	0,683	0,317
0,580	0,420	А,__,О,П,Е	Р	О,А,И,Е,І	0,813	0,187
0,700	0,300	І,А,И,О,__,	С	Т,Ь,Я,И,П	0,355	0,645
0,514	0,486	Ю,И,А,__,С	Т	И,А,Е,О,Ь	0,709	0,291
0,015	0,985	Т,К,М,Б,__,	У	__,К,В,Т,Д	0,063	0,937
0,416	0,584	Е,О,С,Н,__,	Ф	О,І,А,Е,Р	0,876	0,124
0,922	0,078	Е,О,__,А,И	Х	__,О,І,А,Н	0,740	0,260
0,625	0,375	О,К,И,А,__,	Ц	І,Е,Ь,Т,Я	0,832	0,168
0,886	0,114	І,А,О,И,__,	Ч	Н,А,И,Е,О	0,758	0,242
0,588	0,412	О,Р,Н,__,І	Ш	И,Е,О,Н,І	0,736	0,264
0,826	0,174	І,О,К,И,__,	Щ	О,Е,А,И,__,	1,000	0,000
0,000	1,000	Ц,Н,С,Л,Т	Ь	__,К,Н,С,О	0,142	0,858
0,640	0,360	У,П,А,Л,О	Ю	__,Т,Ч,В,Д	0,094	0,906
0,106	0,894	І,Л,__,С,Н	Я	__,К,М,Т,Н	0,030	0,970
0,676	0,324	Я,І,А,О,И	__	П,В,З,Н,С	0,160	0,840

Сполученість букв російської мови

Г	С	Слева		Справа	Г	С
3	97	л, д, к, т, в, р, н	А	л, н, с, т, р, в, к, м	12	88
80	20	я, е, у, н, а, о	Б	о, ы, е, а, р, у	81	19
68	32	я, т, а, е, н, о	В	о, а, н, ы, с, н, л, р	60	40
78	22	р, у, а, н, е, о	Г	о, а, р, л, н, в	69	31
72	28	р, я, у, а, н, е, о	Д	е, а, н, о, н, у, р, в	68	32
19	81	м, н, л, д, т, р, н	Е	н, т, р, с, л, в, м, н	12	88
83	17	р, е, н, а, у, о	Ж	е, н, д, а, н	71	29
89	11	о, е, а, н	З	а, н, в, о, м, д	51	49
27	73	р, т, м, н, о, л, н	И	с, н, в, н, е, м, к, з	25	75
55	45	ь, в, е, о, а, н, с	К	о, а, н, р, у, т, л, е	73	27
77	23	г, в, ы, н, е, о, а	Л	н, е, о, а, ь, я, ю, у	75	25
80	20	я, ы, а, н, е, о	М	н, е, о, у, а, н, п, ы	73	27
55	45	д, ь, н, о, а, н, е	Н	о, а, н, е, ы, н, у	80	20
11	89	р, п, к, в, т, н	О	в, с, т, р, н, д, н, м	15	85
65	35	в, с, у, а, н, е, о	П	о, р, е, а, у, н, л	68	32
55	45	н, к, т, а, п, о, е	Р	а, е, о, н, у, я, ы, н	80	20
69	31	с, т, в, а, е, н, о	С	т, к, о, я, е, ь, с, н	32	68
57	43	ч, у, н, а, е, о, с	Т	о, а, е, н, ь, в, р, с	63	37
15	85	п, т, к, д, н, м, р	У	т, п, с, д, н, ю, ж	16	84
70	30	н, а, е, о, н	Ф	н, е, о, а, е, о, а	81	19
90	10	у, е, о, а, ы, н	Х	о, н, с, н, в, п, р	43	57
69	31	е, ю, н, а, н	Ц	н, е, а, ы	93	7
82	18	е, а, у, н, о	Ч	е, н, т, н	66	34
67	33	ь, у, ы, е, о, а, н, в	Ш	е, н, н, а, о, л	68	32
84	16	е, б, а, я, ю	Щ	е, н, а	97	3
0	100	м, р, т, с, б, в, н	Ы	л, х, е, м, н, в, с, н	56	44
0	100	н, с, т, л	Ь	н, к, в, п, с, е, о, н	24	76
14	86	с, ы, м, л, д, т, р, н	Э	н, т, р, с, к	0	100
58	42	ь, о, а, н, л, у	Ю	д, т, ш, ц, н, п	11	89
43	57	о, н, р, л, а, н, с	Я	в, с, т, п, д, к, м, л	16	84

Таблиця В1

Сполученість букв англійської мови

Г	С	Слева		Справа	Г	С
19	81	l,c,d,m,n,s,w,t,r,e,h	A	n,t,s,r,l,d,c,m	6	94
55	45	y,b,n,t,u,d,o,s,a,e	B	e,l,u,o,a,y,b,r	70	30
61	39	u,o,s,n,a,i,l,e	C	h,o,e,a,i,t,r,l,k	59	41
52	48	r,i,l,a,n,e	D	e,i,t,a,o,u	54	46
8	92	c,b,e,m,v,d,s,l,n,t,r,h	E	r,d,s,n,a,t,m,e,c,o	21	79
69	31	s,n,f,d,a,i,e,o	F	t,o,e,i,a,r,f,u	52	48
36	64	o,d,u,r,i,e,a,n	G	e,h,o,r,a,t,f,w,i,s	42	58
7	93	g,e,w,s,c,t	H	e,a,i,o	90	10
13	87	f,m,w,e,n,l,d,s,r,h,t	I	n,t,s,o,c,r,e,m,a,l	17	83
28	72	y,w,t,s,n,e,c,b,a,c	J	u,o,a,e,m,w	88	12
53	47	y,u,i,n,a,r,o,c	K	e,i,n,a,t,s	68	32
52	48	m,p,t,i,b,u,o,e,l,a	L	e,i,y,o,a,d,u	65	35
69	31	s,d,m,r,i,a,o,e	M	e,a,o,i,p,m	71	29
89	11	u,e,o,a,i	N	d,t,g,e,a,s,o,i,c	32	68
21	79	o,d,l,p,h,n,e,c,f,s,i,r,t	O	n,f,r,u,t,m,l,s,w,o	18	82
47	53	r,l,t,n,i,p,m,a,o,u,e,s	P	o,e,a,r,l,u,p,t,i,s	59	41
20	80	o,n,l,e,d,r,s	Q	u	100	0
70	30	p,i,u,t,a,o,e	R	e,o,a,t,i,s,y	61	39
48	52	d,t,o,u,r,n,s,i,a,e	S	t,e,o,i,s,a,h,p,u	41	59
43	57	u,o,d,t,f,e,i,n,s,a	T	h,i,o,e,a,t,r	38	62
35	65	p,f,t,l,b,d,s,o	U	n,s,t,r,l,p,b,c	8	92
88	12	r,u,o,a,i,e	V	e,i,o,a	99	1
48	52	g,d,y,n,s,t,o,e	W	a,h,i,e,o,n	80	20
95	5	u,n,i,e	X	p,t,i,a,u,c,k,o	38	62
24	76	b,n,a,t,e,r,l	Y	a,o,s,t,w,h,i,e,d,m	38	62
88	12	o,n,a,i	Z	e,i,w	86	14

ДОДАТОК Г
Таблиця Г1

Ймовірності характеристики англійського алфавіту

Буква	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Символ j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Log₂ p(j)	-3.6	-6.0	-5.0	-4.7	-3.0	-5.4	-5.7	-4.2	-3.8
Буква	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
Символ j	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Log₂ p(j)	-9.3	-7.2	-4.6	-5.3	-3.8	-3.7	-5.6	-9.8	-4.0
Буква	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
Символ j	18	19	20	21	22	23	24	25	
Log₂ p(j)	-3.9	-3.4	-5.2	-6.7	-5.7	-9.0	-5.9	-10.1	