Uzhhorod University Scientific Herald. Series Physics. Issue 17. – 2005

СИНГЛЕТ-ТРИПЛЕТНЕ ЗМІШУВАННЯ В $q\overline{Q}$ -СИСТЕМАХ

І.І.Гайсак, Р.І.Селянчин

Ужгородський національний університет,
вул. Волошина, 54, Ужгород, 88000
e-mail: selyanchyn@univ.uzhgorod.ua

У рамках потенціальної моделі отримано систему диференціальних рівнянь для опису змішаних станів у $q\overline{Q}$ -системах. Дане змішування обумовлюється антисиметричною спін-орбітальною компонентою потенціалу кварк-кваркової взаємодії. Отримана система рівнянь є аналогом добре відомих рівнянь для дейтрона, що виникають завдяки тензорній компоненті нуклон-нуклонної взаємодії.

Мезони з одним важким кварком являють собою чудову лабораторію для тестування наших уявлень стосовно квантової хромодинаміки (КХД). Майже всі фізичні стани таких систем є змішаними або по орбітальному або по спіновому моментах. Такі стани дуже схожі на нуклон-нуклонні стани в дейтроні. У недавніх працях, наприклад [1], вказувалося на те, що нові мезонні стани з кварковим складом $c\overline{s}$ мають неочікувано низькі маси та малі повні ширини. Для нуклон-нуклонних систем існують схожі складності розуміння деяких поляризаційних параметрів [2]**.** У роботі [3] було показано, що прецизійний розгляд змішаних станів має істотний вплив на спектр мас та ширини розпаду.

У даній роботі ми розглядаємо $q\overline{Q}$ -мезони в рамках потенціальної моделі для двоканальних станів. Системи, що складаються з двох кварків характеризуються „хорошими" квантовими числами: енергія (*E*), повний момент (*J*) та його проекція (*M*), просторова парність ($P=(-1)^{L+1}$). Якщо система складається з частинки та її античастинки, зарядова парність ($C=(-1)^{L+S}$) також буде „хорошим" квантовим числом. З урахуванням спін-орбітальної взаємодії, орбітальний момент $\boldsymbol{L}$ та сумарний спін системи $\boldsymbol{S}$ перестають бути інтегралами руху, однак квантові числа L та S зручно використовувати для класифікації станів.

Можливі фізичні стани таких систем із їхніми квантовими числами наведено в таблиці 1. Ми використали спектроскопічні позначення $^{2S+1}L_J$. Із таблиці 1 видно, що стани $^1S_0$ та $^3P_0$ є чистими станами для будь-яких конституентів. Стани, в яких $L=J$, будуть чистими для $q\overline{q}$ -систем та змішаними для $q\overline{Q}$ -систем.

Таблиця 1.
Фізичні стани двоферміонної системи.

	Синглетний стан ($S = 0$)		Триплетний стан ($S = 1$)	
$P \rightarrow$ $J \downarrow$	+	–	+	–
0	—	$^1S_0$	$^3P_0$	—
1	$^1P_1$	—	$^3P_1$	$^3S_1+^3D_1$
2	—	$^1D_2$	$^3P_2+^3F_2$	$^3D_2$

Ми проводимо дослідження структури мезонів із використанням квазірелятивістської конституентної кваркової моделі, оскільки вона проявила себе добре в застосуванні для спектроскопії гадронів [4]. Згідно з цією моделлю, гамільтоніан взаємодії двохчастинкової системи можна представити як суму незалежного від спіну члена та спінових поправок:

$$H_{\text{int}} = H_{q\bar{Q}}^{conf} + H_{q\bar{Q}}^{cont} + H_{q\bar{Q}}^{ten} + H_{q\bar{Q}}^{s.o.}, \quad (1)$$

де

$$H_{q\bar{Q}}^{conf} = C + br - \frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)}{r}, \quad (2)$$

що включає спін-незалежний лінійний конфайнмент та кулоноподібну взаємодію,

$$H_{q\bar{Q}}^{cont} = \frac{32\pi}{9}\frac{\alpha_s(r)}{m_q m_{\bar{Q}}}\vec{S}_q \cdot \vec{S}_{\bar{Q}}\delta^3(\vec{r}), \quad (3)$$

кольорова контактна взаємодія

$$H_{q\bar{Q}}^{ten} = \frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)}{m_q m_{\bar{Q}}}\frac{1}{r^3}\left[\frac{3\vec{S}_q \cdot \vec{r}\vec{S}_{\bar{Q}} \cdot \vec{r}}{r^2} - \vec{S}_q \cdot \vec{S}_{\bar{Q}}\right], (4)$$

кольорова тензорна взаємодія

$$H_{q\bar{Q}}^{s.o.} = H_{q\bar{Q}}^{s.o.(cm)} + H_{q\bar{Q}}^{s.o.(tp)}, \quad (5)$$

спін-орбітальна взаємодія, де

$$H_{q\bar{Q}}^{s.o.(cm)} = = \frac{4\alpha_s(r)}{3r^3}\left(\frac{\vec{S}_q}{m_q m_{\bar{Q}}} + \frac{\vec{S}_{\bar{Q}}}{m_q m_{\bar{Q}}} + \frac{\vec{S}_q}{m_q^2} + \frac{\vec{S}_{\bar{Q}}}{m_{\bar{Q}}^2}\right) \cdot \vec{L}, (6)$$

це кольорова магнітна взаємодія, що виникає з одноглюонного обміну, і член

$$H_{q\bar{Q}}^{s.o.(tp)} = -\frac{1}{2r}\frac{\partial H_{q\bar{Q}}^{conf}}{\partial r}\left(\frac{\vec{S}_q}{m_q^2} + \frac{\vec{S}_{\bar{Q}}}{m_{\bar{Q}}^2}\right) \cdot \vec{L}, \quad (7)$$

що відображає томасівську прецесію.

Для нашого аналізу більш зручно переписати спін-орбітальну взаємодію з виділенням симетричної та антисиметричної частин, а саме:

$$H_{q\bar{Q}}^{s.o.} = \frac{4\alpha_s}{3r^3}\frac{\vec{S} \cdot \vec{L}}{m_q m_{\bar{Q}}} + \frac{1}{4}\left(\frac{4}{3}\frac{\alpha_S}{r^3} - \frac{b}{r}\right)\left[\left(\frac{1}{m_q^2} + \frac{1}{m_{\bar{Q}}^2}\right)\vec{S} \cdot \vec{L} + \left(\frac{1}{m_q^2} - \frac{1}{m_{\bar{Q}}^2}\right)\vec{S}_- \cdot \vec{L}\right], \quad (8)$$

де $\vec{S} = \vec{S}_q + \vec{S}_{\bar{Q}}$ та $\vec{S}_- = \vec{S}_q - \vec{S}_{\bar{Q}}$.

Звідси видно, що у випадку різних кваркових ароматів ($m_q \neq m_{\bar{Q}}$) відповідні синглетні і триплетні стани з однаковою просторовою парністю P змішуються (${}^3P_1 - {}^1P_1$, ${}^3D_2 - {}^1D_2, \ldots$). Це змішування обумовлюється антисиметричною частиною спін-орбітальної взаємодії (8).

Для практичних розрахунків загальний вигляд гамільтоніану кварк-кваркової системи з масами $m_1 \neq m_2$ зручно записати у вигляді

$$\begin{aligned}\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + V_0(r) + V_{LS}(r)(\vec{L}\vec{S}) + \\ + V_{LS-}(r)(\vec{L}\vec{S}_-) + V_{SS}(r)(\vec{s}_1\vec{s}_2) + V_T(r)\hat{S}_{12}\end{aligned}, \quad (9)$$

де μ - зведена маса,

$\hat{S}_{12} = 12\left[(\vec{s}_1\vec{r})(\vec{s}_2\vec{r})/r^2 - (\vec{s}_1\vec{s}_2)/3\right]$ – тензорний оператор.

Знаходження релятивістських поправок здійснюється згідно з підходом Брейта-Фермі [5]. Потенціал вибрано зі змішаною лоренц-структурою, де конфайнментна частина складається з векторної та скалярної частин [3].

Для систем із різних ароматних складових стани з повним моментом $J=L$ задаються двокомпонентною хвильовою функцією

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r}\Im_{JJ0}^M(\theta,\varphi) + \frac{w(r)}{r}\Im_{JJ1}^M(\theta,\varphi) \quad (10)$$

де $u(r)$ та $w(r)$ – радіальні компоненти хвильової функції системи, що відповідають синглетній і триплетній конфігурації, а $\Im^{M}_{JLS}(\theta,\varphi)$ – спін-орбітальна частина хвильової функції.

Дія операторів, що змішують спін-орбітальні компоненти, така:

$$(\vec{L}\vec{S}_-)\Im^{J}_{JJ0} = \sqrt{J(J+1)}\Im^{J}_{JJ1},$$
$$(\vec{L}\vec{S}_-)\Im^{J}_{JJ1} = \sqrt{J(J+1)}\Im^{J}_{JJ0}, \quad (11)$$

Дія тензорного оператора така:

$$\widehat{S}_{12}\begin{pmatrix}\Im^{J}_{JJ-11}\\ \Im^{J1}_{JJ1}\\ \Im^{J1}_{JJ+11}\\ \Im^{J1}_{JJ0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2(J-1)}{2J+1} & 0 & \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} & 0 & -\frac{2(J-1)}{2J+1} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Im^{J}_{JJ-11}\\ \Im^{J1}_{JJ1}\\ \Im^{J1}_{JJ+11}\\ \Im^{J1}_{JJ0}\end{pmatrix} \quad (12)$$

див. наприклад [6].

За аналогією зі змішуванням тензорними силами в дейтроні [7] та кварконії [3, 8], для мезонів із кварками різних ароматів та повним моментом $J=L$ отримаємо систему зв'язаних рівнянь Шредінгера:

$$\begin{cases} u''(r)+2\mu\left(E-V(r)-\dfrac{J(J+1)}{2\mu r^2}+\dfrac{3}{4}V_{SS}(r)\right)u(r)=2\mu\sqrt{J(J+1)}V_{LS_-}(r)w(r)\\ w''(r)+2\mu\left(E-V(r)-\dfrac{J(J+1)}{2\mu r^2}+V_{LS_+}(r)-\dfrac{1}{4}V_{SS}(r)-2V_T\right)w(r)=2\mu\sqrt{J(J+1)}V_{LS_-}(r)u(r)\end{cases} \quad (13)$$

Для потенціалу, вибраного в роботі [8], маємо такий вигляд для спінових поправок:

$$\begin{aligned} V(r) &= V_V+V_S=\left(-\frac{\alpha}{r}+\beta_V r\right)+\beta_S r,\\ V_{SS}(r) &= \frac{2}{3m_1m_2}\Delta V_V,\\ V_T(r) &= \frac{1}{12m_1m_2}\left(\frac{V_V'}{r}-V_V''\right),\\ V_{LS_-}(r) &= \frac{1}{4m_1^2m_2^2r}\left(m_2^2-m_1^2\right)\left(V_V'-V_S'\right),\\ V_{LS+}(r) &= \frac{1}{4m_1^2m_2^2r}\left(\left((m_1+m_2)^2+2m_1m_2\right)V_V'-\left(m_2^2+m_1^2\right)V_S'\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Система (13) має чотири незалежні розв'язки, з яких два регулярні на початку координат, а два інших нерегулярні. Аналогічно до випадку змішування під дією тензорних сил [9], для системи (13) з потенціалами (14) регулярні розв'язки мають таку асимптотику в нулі:

$$\begin{matrix} u_1\sim r^{J+2} & u_2\sim r^{J+1}\\ w_1\sim r^{J+1} & w_2\sim r^{J+2}\end{matrix} \quad (15)$$

Частковий розв'язок системи (13), що задовольняє крайові умови $u(0)= = w(0)=u(\infty)=w(\infty)=0$, можна побудувати з незалежних розв'язків (15), а саме

$$\begin{aligned} u &= Au_1(r)+Bu_2(r),\\ w &= Aw_1(r)+Bw_2(r), \end{aligned} \quad (16)$$

де A і B – константи. Крайова умова на початку координат задовольняється автоматично, а на нескінченності хвильові функції *u(r)* і *w(r)* вдається разом занулити лише при певних значеннях параметра *E* (що відповідає власним значенням енергії системи).

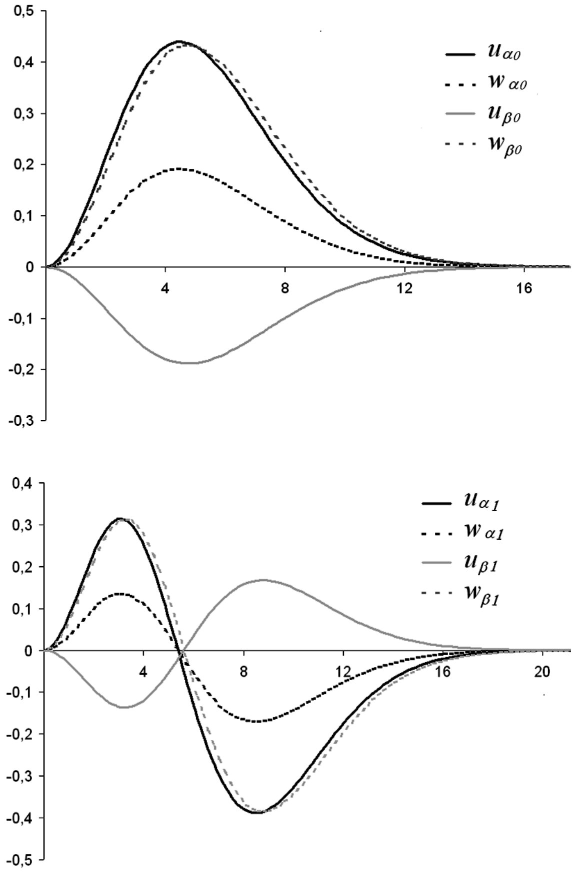

Рис. 1. Радіальні хвильові функції основного (*n=0*) та першого збудженого (*n=1*) станів. В α-стані переважає синглетна компонента хвильової функції, в β-стані – триплетна.

Таблиця 2.
Параметри та результати розрахунків

α_S=0.52, β_V=0.04 ГеВ^2, β_S=0.14 ГеВ^2, m_u=0.33 ГеВ, m_S=0.58 ГеВ, V_0=0.025 ГеВ.				
$J\rightarrow$ $n\downarrow$	1	2	3	4
1	1,270	1,672	2,023	2,343
	1,406	1,817	2,181	2,513
2	1,957	2,284	2,568	2,871
	2,064	2,412	2,725	3,024
3	2,560	2,830	3,098	3,357
	2,633	2,941	3,223	3,467

У Табл.2 наведено параметри потенціалу та результати попередніх розрахунків для дивних мезонів. Параметри потенціалу нормувалися на маси перших двох мезонів K_1(1270) і K_1(1400). У таблиці для кожного набору квантових чисел (*n, J)* наведено два власних значення енергії, що відповідають двом ортогональним станам з різним складом синглет-триплетних компонент хвильової функції (головне квантове число *n* визначається числом нулів радіальних функцій, Рис.1). З табл.2 слідує, що спінове розщеплення становить ~130 МеВ, орбітальне ~400 МеВ, а радіальне ~700 МеВ. Таким чином, у нашій інтерпретації мезони K_1(1270) і K_1(1400) відповідають різним вмістам спін-орбітальних складових хвильової функції, а мезони K_2(1580) і K_2(1770) відповідають першому орбітальному збуренню ($u\bar{s}$ -системи).

Література

1. W. Lucha, F. Schöberl, Mod. Phys. Lett. A 18, 2837 (2003).
2. D.R.Entem, R. Machleidt, H.Witala, Phys. Rev. C 65, 064005 (2002).
3. І.І. Гайсак, В.С. Морохович, Журн. фіз. досл.*,* 6, 55 (2002).
4. S.Godfrey, Phys.Rev. D 70, 054017 (2004).
5. Люха В., Шёберл Ф.Ф. Сильное взаимодействие. Введение в нерелятивистские потенциальные модели (Академический Экспресс, Львов, 1996).
6. R.Tamagaki, Rev. Mod. Phys. 39, 629 (1967).
7. W.Rarita, J.Schwinger, Phys. Rev. 59, 436 (1941).
8. І.І. Гайсак, В.І. Лендєл, В.С.Морохович, Науковий вісник Ужг. унів., сер. фіз. 5, 193 (1999)
9. І.І. Гайсак, Р.І. Селянчин, Д. Брунцко, Я. Кіш, Науковий вісник Ужг. унів., сер. фіз. 10, 134 (2001).

SINGLET-TRIPLET MIXING IN $q\overline{Q}$ -SYSTEMS

I.I.Haysak, R.I.Selyanchyn

Uzhhorod National University, Voloshyna str., 54, Uzhhorod, 88000
e-mail: selyanchyn@univ.uzhgorod.ua

Using potential-model approach we obtained a system of differential equations to examine mixed states in $q\overline{Q}$ -systems. This kind of mixing arises from spin-orbital part of quark-quark interaction potential. The obtained system of equations is similar to the well-known equations in the case of deuteron arising from the tensor component of nucleon-nucleon interaction.