СТАЦІОНАРНІ СТАНИ НУКЛОНІВ В ДЕФОРМОВАНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ ВУДСА-САКСОНА В РАМКАХ АДІАБАТИЧНОГО ПІДХОДУ

І.В.Хіміч

Ужгородський університет, кафедра ядерноі фізики, 294000, м.Ужгород, вул.Капітульна 9,

Проводиться теоретичний опис енергетичного спектру стаціонарних станів деформованих ядер в моделі "кор" плюс два валентних нуклони в незаповненій зовнішній оболонці. Опис проведено в рамках гіперсферичного адіабатичного підходу, в основі якого лежить припущення про адіабатичний характер руху валентних нуклонів вздовж гіперрадіуса R та введення зручного для опису поняття потенціального терма нуклонів ядра $U_\mu(R)$.

Врахування ефектів спарювання нуклонів одного сорту, які відіграють важливу роль у формуванні збуджених станів ядер, а також вивчення кореляцій руху нуклонів в ядрі вимагає виходу за рамки одночастинкового наближення типу Хартрі-Фока.

Для цього в працях [1-4] до розв'язку певних задач теорії ядра був запропонований гіперсферичний адіабатичний підхід (ГАП). В рамках цього методу проведено [1-4] теоретичний опис енергетичного спектру збуджених станів ядер, які моделюються парно-парним "кором" плюс два нуклони в зовнішній незаповненій оболонці. Опис проведено в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперрадіус R, гіперкут α і звичайні сферичні кути $\{\varphi_i,\theta_i\}$, i=1,2:

$$R=(r_1^2+r_2^2)^{1/2}, \alpha=\arctan(r_2/r_1) \qquad (1)$$

Однак, проведені в [3,4] розрахунки енергетичного спектру збуджених станів ядер ^{18}O і ^{42}Ca в адіабатичному підході вказують на необхідність врахування ефектів поляризації парно-парного остова, тобто деформацію поля остова ядра нуклонами, які містяться в зовнішній незаповненій оболонці.

При розрахунках стаціонарних станів деформованих ядер тривалий час в якості ефективного потенціалу середнього ядерного поля використовувався осциляторний потенціал Нільссона [5]. В працях Нільссона [5] була дана досить проста схема одержання одночастинкових рівнів і відповідних хвильових функцій станів деформованих ядер. Однак, потенціал Нільссона має ряд істотних недоліків. Він має нескінченну глибину, а тому хвильові функції станів мають неправильну поведінку на границі ядра і поза нею. Спін-орбітальна взаємодія в схемі Нільссона не залежить від масового числа А і параметрів деформації.

Тому останні роки широкого застосування при розрахунках енергетичного спектру деформованих ядер одержав більш реалістичний скінчений анізотропний потенціал Вудса-Саксона [6,7]. Вперше задачу знаходження одночастинкових рівнів і хвильових функцій станів в деформованому потенціалі Вудса-Саксона розглянули П.Е.Немировський і В.А.Чепурнов [6]. Пізніше були запропоновані (див. огляд [7]) в одночастинковому наближенні інші методи розв'язку стаціонарного рівняння Шредінгера з анізотропним потенціалом Вудса-Саксона.

Представляється актуальним в задачі опису енергетичного спектру деформованих ядер з анізотропним потенціалом Вудса-Саксона вийти за рамки одночастинкового наближення.

В даній праці приводиться математична схема такого виходу в рамках адіабатичного підходу в моделі деформований “‘кор” плюс два нуклони в зовнішній оболонці.

Зауважимо, що в основі адіабатичного підходу лежить припущення про сепарабельність руху нуклонів ядра на швидкий рух на сфері $S^5(\Omega)$ і адіабатичний (повільний) рух нуклонів вздовж гіперрадіуса R та введення зручного для опису поняття потенціального терма нуклонів ядра $U_\mu(R)$.

Стаціонарні стани двох нуклонів в деформованому полі, яке моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона, визначаються із рівняння Шредінгера

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta_1-\frac{\hbar^2}{2\mu_2}\Delta_2+\hat{V}-E)\Psi=0, \qquad (2)$$

де оператор потенціальної енергії системи має вигляд

$$\hat{V}=U_1(\vec{r}_1,\beta)+V_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\beta)+U_2(\vec{r}_2,\beta)+ +V_{so}(\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)+V_{12}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2). \qquad (3)$$

Тут $U_i(\hat{r}_i,\beta)$ - чисто ядерна потенціальна енергія i-го нуклона в точці $\hat{r}_i$ в деформованому аксіально-симетричному полі Вудса-Саксона

$$U_i(\vec{r}_i,\beta)=\left(-V_0-2V_1\frac{N-Z}{A}t_z\right)\times \times\left(1+exp\left[\frac{(r_i-R(\theta_i,\beta))}{a}\right]\right)^{-1}, \qquad (4)$$

де радіус $R(\theta_i,\beta)$ деформованого аксіально-симетричного ядра залежить від параметра деформації β і кута θ_i відносно осі симетрії ядра і вибирається у вигляді

$$R(\theta_i,\beta)=R_0[1+\beta Y_{20}(\theta_i)]. \qquad (5)$$

Оператори спін-орбітальної взаємодії у нашому випадку нецентрального ядерного потенціалу $U_i(\vec{r}_i,\beta)$ мають, як відомо, вигляд [6]

$$V_{so}(\vec{r}_i,\vec{\sigma}_i,\beta)=-\chi[\vec{p}_i\times\vec{\sigma}_i]gradU_i(\vec{r}_i,\beta), \qquad (6)$$

Для спрощення подальших міркувань в якості валентних нуклонів будемо розглядати два нейтрони, а в якості потенціалу міжнуклонної взаємодії $V_{12}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2)$ нейтронів виберемо потенціал з нулевим радіусом дії без врахування стандартної залежності від спінів та доданка, що відповідає за відштовхування нуклонів на малих відстанях, тобто у вигляді

$$V_{12}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=-g\,V(\vec{s}_1,\vec{s}_2)\delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2),\ g>0. \qquad (7)$$

Позначимо через $V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)$ суму ядерної та спін-орбітальної взаємодії

$$V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)=U(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\beta)+ +V_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta), \qquad (8)$$

де

$$U(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\beta)=U_1(\vec{r}_1,\beta)+U_2(\vec{r}_2,\beta), \qquad (9)$$

$$V_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)=V_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\beta)+V_{so}(\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta). \qquad (10)$$

і проведемо в рівнянні (2) тотожне перетворення для виділення сферично-симетричної частини взаємодії і добавки, яка задає відхилення взаємодії від сферично-симетричної.

В результаті одержимо

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta_1-\frac{\hbar^2}{2\mu_2}\Delta_2+V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)- -V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta=0)+V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta=0)+ +V_{12}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2)-E)\Psi=0. \qquad (11)$$

Розв'язки рівняння (11) зручно шукати в гіперсферичних координатах $R,\alpha,\theta_1,\varphi_1$ θ_2,φ_2 у вигляді суперпозиції розв'язків Ψ_{nJK} стаціонарного рівняння Шредінгера з сферично-симетричним потенціалом $V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta=0)$, тобто у вигляді

$$\Psi_K(R,\Omega)=\sum_n\sum_J C_{nJ}\Psi_{nJK}(R,\Omega), \qquad (12)$$

де

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta_1-\frac{\hbar^2}{2\mu_2}\Delta_2+ +V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta=0)+ +V_{12}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2)-\varepsilon_{nJK})\Psi_{nJK}=0, \qquad (13)$$

причому розв'язки

$$\Psi_{nJK}\equiv\Psi_{nJK}(R,\Omega)=F_{nJK}(R)\Phi_{nJK}(R,\Omega) \qquad (14)$$

$$\Psi_{nJK} \equiv \Psi_{nJK}(R,\Omega) = F_{nJK}(R)\Phi_{nJK}(R,\Omega) \quad (14)$$

рівняння (13) знаходяться згідно схеми праць [3,4] в термінах гіперсферичних координат. Підставивши (12) в (11) і помноживши всі члени рівняння (12) на $\Psi^*_{nJK}(R,\Omega)$ та проінтегрувавши по всій області змінних гіперсферичних координат, одержимо

$$\sum_n \sum_J (\varepsilon_{nJ} - E) C_{nJ} \delta_{nn'} \delta_{JJ'} + \sum_n \sum_J C_{nJ} \langle \Psi_{n'J'K'} | \widetilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) | \Psi_{nJK} \rangle = 0, \quad (15)$$

де

$$\widetilde{V}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta) = V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta) - V(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta=0) = \sum_{i=1}^{2} [\widetilde{U}_i(\vec{r}_i,\beta) + \widetilde{V}_{iso}(\vec{r}_i,\vec{\sigma}_i\beta)],$$

$$\widetilde{U}_i(\vec{r}_i,\beta) = U_i(\vec{r}_i,\beta) - U_i(\vec{r}_i,\beta=0),$$
$$\widetilde{V}_{iso}(\vec{r}_i,\vec{\sigma}_i\beta) = V_{iso}(\vec{r}_i,\vec{\sigma}_i\beta) - V_{iso}(\vec{r}_i,\vec{\sigma}_i\beta=0). \quad (16)$$

Для обчислення матричних елементів, які фігурують в (15), зручно провести розклад, $\widetilde{V}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)$ в ряд по сферичним функціям. Для ядерних частин потенціалу $\widetilde{U}_i(\vec{r}_i,\beta)$ одержимо

$$\widetilde{U}_i(\vec{r}_i,\beta) = \sum_{\ell_i m_i} A_{\ell_i m_i}(r_i,\beta) Y_{\ell_i m_i}(\theta_i \varphi_i). \quad (17)$$

Коефіцієнти розкладу $A_{\ell_i m_i}(r_i,\beta)$ знаходяться чисельно. Не важко переконатись, що $\widetilde{U}_i(\vec{r}_i,\beta)$ інваріантне відносно перетворення $\theta_i \to \pi - \theta_i$, $\varphi_i \to \pi + \varphi$. Тому функції $A_{\ell_i m_i}(r_i,\beta)$ мають слідуючу властивість

$$A_{\ell_i m_i}(r_i,\beta) = A_{\ell_i -m_i}(r_i,\beta). \quad (18)$$

В розглядуваному нами випадку аксіально-симетричного ядра $m_1 = m_2 = 0$.

Спін-орбітальну добавку $\widetilde{V}_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta)$ в потенціалі (16) можна представити [6,7] у вигляді

$$\widetilde{V}_{so}(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\beta) = W_1 + W_2 + W_3, \quad (19)$$

де

$$W_1 = -\chi \sum_{i-1}^{2} \frac{1}{r_i} \frac{\partial \widetilde{U}_i(r_i,\beta)}{\partial r_i} \left(p_{\theta_i}\sigma_{\varphi_i} - \frac{1}{\sin\theta_i} p_{\varphi_i}\sigma_{\theta_i}\right), \quad (20)$$

$$W_2 = -\chi \sum_{i-1}^{2} \frac{1}{r_i^2 \sin\theta_i} \frac{\partial \widetilde{U}_i(r_i,\beta)}{\partial \theta_i} p_{\varphi_i}\sigma_{r_i}, \quad (21)$$

$$W_3 = \chi \sum_{i-1}^{2} \frac{1}{r_i} \frac{\partial \widetilde{U}_i(r_i,\beta)}{\partial \theta_i} p_{r_i}\sigma_{\varphi_i}, \quad (22)$$

причому

$$p_{r_i} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial r_i}, \quad p_{\theta_i} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial \theta_i}, \quad p_{\varphi_i} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial \varphi_i}. \quad (23)$$

В формулах (20-22) $\sigma_{r_i}, \sigma_{\theta_i}, \sigma_{\varphi_i}$ - матриці Паулі, явний вигляд яких приведений в [7].

Система однорідних рівнянь (15) має відмінні від нуля розв'язки при умові, що детермінант складений із коефіцієнтів при невідомих C_{nJ} є рівний нулеві. Розв'язуючи чисельно систему (15) можна знайти спектр енергії E деформованого ядра та коефіцієнти C_{nJ}, а значить і відповідні хвильові функції стаціонарних станів деформованого ядра.

Отже, для розрахунку енергетичного спектру деформованого ядра ${}_Z^AX$ в рамках розглядуваної моделі необхідно по схемі праць [3,4] знайти спектри рівнів ε_{nJ} і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів у припущенні сферично-симетричного поля остова ядра ${}_Z^AX$, а далі врахувати деформацію поля остова ядра шляхом чисельного розв'язку системи рівнянь (15).

1. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ. **40,** 11,1166 (1995).
2. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. ДНАН України, сер. мат. 10,71 (1995).
3. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ **43,** 10,1215 (1998).
4. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ.(в друку).
5. S.G.Nilsson, Mat.Fys.Medd.**29**,.16, 1 (1955).
6. П.Э.Немировский, В.А.Чепурнов. Ядерная физика.**3**, 998 (1966).
7. А.Ф.Гареев, С.П.Иванова, В.Г.Соловьев, С.И.Федотов. ФЭЧАЯ.**4**, 2,.357 (1973).

THE STATIONARY STATES OF NUCLEONS IN DEFORMED POTENTIAL WOODS-SAXON IN THE FRAMES OF THE ADIABATIC APPROACH

I.V.Khimich

Uzhgorod State University, the chair of nuclear physics, 294000, Uzhgorod, Kapitylna, 9

Ukraine

The theoretical description of the energy spectrum of stationary states of deformed nuclei is carried in the model "core" plus two valency nucleons over filled shells. The description has been carried within of the hyperspherical adiabatic approach in ground of which is the supposition about adiabatic charter motion of valency nucleons along hyperradius R and the introduction of the notion of the potential nuclei term $U_\mu(R)$.