Список литературы

[1] *Бабич В. М., Булдырев В. С.* Асимптотические методы в дифракции коротких волн. Метод эталонных задач. М.: Наука, 1972.

[2] *Маслов В. П.* Комплексный метод ВКБ в нелинейных уравнениях. М.: Наука, 1977.

[3] *Karasev M. V.* Birkhoff resonances and quantum ray method. In: Proc. Intern. Seminar ≪Days of Diffraction–2004≫, St. Petersburg, 2004, 114-126.

[4] *Карасев М. В., Новикова Е. М.* Представление точных и квазиклассических собственных функций через когерентные состояния. Атом водорода в магнитном поле// ТМФ. 1996. Т. 108. No. 3. с. 339–387.

О решениях краевых задач для вырожденных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием

Перестюк Н. А. (Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина)

Король И. И. (Ужгородский национальный университет, Украина)

Рассматриваются системы дифференциальных уравнений с вырожденной матрицей при производной и импульсным воздействием

$$B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + f(t), \quad t \neq \tau_i, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t, \tau_i \in [a,b], \tag{1}$$

$$\Delta(Bx)|_{t=\tau_i} = S_i B(\tau_i)x(\tau_i) + s_i, \quad \det(\mathbb{E}_n + S_i) \neq 0. \tag{2}$$

где $\operatorname{rank} B(t) = n - r = \text{const}\ \forall t \in [a,b]$, $r > 0$; вектор-функция $f(t)$ и $(n \times n)$-матрицы $A(t)$, $B(t)$ достаточно гладкие, $a \le \tau_1 < \ldots < \tau_p < b$, $p < \infty$.

Под решением системы (1), (2) мы подразумеваем кусочно непрерывно дифференцируемую на $[a,b] \setminus \{\tau_i\}$, $i = \overline{1,p}$ с разрывами первого рода в точках $t = \tau_i$ функцию $x(t) \in C^1_{loc}([a,b], \mathbb{R}^n)$:

$$x(t) = \begin{cases} x_0(t), & t \in [a, \tau_1], \\ x_j(t), & t \in (\tau_j, \tau_{j+1}], \quad j = \overline{1, p-1}, \\ x_p(t), & t \in (\tau_p, b], \end{cases}$$

которая удовлетворяет системе (1) и импульсным условиям (2). Считаем функции $x_i(t)$ определенными и непрерывно дифференцируемыми на соответствующих замкнутых интервалах:

$$x_i(t) \in C^1[\tau_i, \tau_{i+1}], \quad x_i(\tau_i) = x_i(\tau_i + 0) = \lim_{t \to \tau_i + 0} x_i(t),$$

и что решение непрерывно слева, т. е

$$x(\tau_i) = x(\tau_i - 0) = x_{i-1}(\tau_i) = \lim_{t \to \tau_i - 0} x_{i-1}(t).$$

Для вырожденных дифференциальных систем с импульсным воздействием (1), (2) построено общее решение, найдены необходимые и достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.

Кроме того, как в некритическом, так и в критическом случаях найдены необходимые и достаточные условия существования и построены периодические решения системы (1), (2) и решения, удовлетворяющие линейным функциональным условиям общего вида

$$lx(\cdot) = \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}^m, \tag{3}$$

где l — линейный m-мерный вектор-функционал над пространством непрерывных на $[a, b]$ вектор-функций: $\ell : C([a, b], \mathbb{R}^n) \to \mathbb{R}^m$, $\alpha \in \mathbb{R}^m$ — постоянный вектор.

Список литературы

[1] *Samoilenko A. M., Perestyuk N. A.* Singapore: World Scientific, 1995.

[2] *Самойленко А. М., Шкиль М. И., Яковец В. П.* Линейные системы дифференциальных уравнений с вырождениями. К.: Высшая школа, 2000.

Частотные методы в теории ограниченных решений нелинейных векторно-матричных дифференциальных уравнений n-го порядка

Перов А. И.

Коструб И. Д. (Воронежский государственный университет, Россия)

В евклидовом пространстве $\mathbb{R}^d$ рассматривается уравнение n-го порядка следующего вида: $A_0x^{(n)}+A_1x^{(n-1)}+...+A_nx = f(t, x, \dot{x}, ..., x^{(n-1)})$, коэффициенты которого — постоянные $d \times d$-матрицы. Предполагается, что матричный характеристический многочлен $L_n(\lambda) \equiv \lambda^n A_0 + \lambda^{n-1} A_1 + ... + A_n$ является нерезонансным, т. е. $\det L_n^{-1}[(i\theta)] \neq 0$ при $-\infty < \theta < +\infty$. Частотные постоянные вводятся следующим образом: $\sigma_j = \max_{-\infty<\theta<+\infty} |(i\theta)^j L_n^{-1}[(i\theta)]|$, $j = 0, 1, ..., n-1$. Нелинейная функция

$$f(t, x_0, x_1, ..., x_{n-1}) : \mathbb{R} \times \underbrace{\mathbb{R}^d \times \ldots \times \mathbb{R}^d}_{n \text{ раз}} \to \mathbb{R}^d$$

предполагается непрерывной по t и удовлетворяющей условию Липшица

$$|f(t, x_0, x_1, ..., x_{n-1}) - f(t, y_0, y_1, ..., y_{n-1})| \leq \sum_{j=0}^{n-1} l_j |x_j - y_j|.$$

Непрерывная функция $f_0(t) \equiv f(t, 0, 0, ..., 0)$ предполагается ограниченной.

При выполнении частотного условия $q_\sigma \equiv \sum_{j=0}^{n-1} \sigma_j l_j < 1$ доказаны четыре теоремы:

1°. существования и единственности ограниченного решения и оценки;

2°. сходимости метода последовательных приближений к ограниченному решению;

3°. если $f(t, x_0, x_1, ..., x_{n-1})$ почти периодична по t, то ограниченное решение также является почти периодическим и его частоты включены в группу частот нелинейности;

4°. если матричный характеристический многочлен $L_n(\lambda)$ является гурвицевым, то ограниченное решение является асимптотически устойчивым в целом (признак конвергентности).