де $f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*(u)\,du$, f^* – незростаюче рівновимірне переставлення функції f, а сталі c_1, c_2 не залежать від f (див. [1]). З цієї нерівності, зокрема, випливає відома лема Гурова - Решетняка про підвищення показника сумовності функції, яка задовольняє умову Гурова - Решетняка з малим параметром ε. Розглянутий багатовимірний аналог нерівності (1), питання про точність сталих c_1, c_2 в (1), оцінки рівновимірних переставлень вигляду

$$t^{-1}\int_0^t |f^*(u) - f^{**}(t)|\,du \le c_3 \cdot \sup_{0<\sigma\le 1} \nu(f;\sigma)\cdot f^{**}(t) \quad (0<t<1), \tag{2}$$

вивчаються класи функцій, що задовольняють аналог умови Гурова - Решетняка записаної в термінах відповідних максимальних функцій, та їх вагові аналоги. Зокрема, в одновимірному випадку нерівність (2) справедлива з найкращою сталою $c_3 = 1$ (див. [1]).

1. *A.Korenovskii.* Mean Oscillations and Equimeasurable Rearrangements of Functions. - Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana, 4: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

Стійкість динамічних систем з випадковим збуренням

В.С. Королюк
Інститут математики НАН України, Київ
e-mail: korol@imath.kiev.ua

Дослідження періодичних розв'язків нелінійних автономних диференціальних систем у критичному випадку

І.І. Король
Ужгородський національний університет, Ужгород
e-mail: korol_ihor@ukr.net

Розглядається система диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + g_1(x,y), \\ \frac{dy}{dt} = By + g_2(x,y), \end{cases} \tag{1}$$

у критичному випадку – коли всі розв'язки однорідної системи $dx/dt = Ax$ є T - періодичними. Розроблено чисельно-аналітичний алгоритм [1], який дозволяє дослідити існування періодичного розв'язку як періоду T, так і близьких до нього періодів $T_1 = (1+\varepsilon T)$, та побудувати послідовні наближення до нього. Зокрема, T - періодичний розв'язок системи (1) шукаємо як границю послідовності T - періодичних функцій

$$z_{m+1}(t,\xi) = z_0(t,\xi) + \int_0^t U(t,s)g(z_m(s,\xi))ds - \int_t^T V(t,s)g(z_m(s,\xi)))ds,$$

$$z_0(t,\xi) = e^{Pt}x_0, \quad m = \{0\}\bigcup N,$$

де

$$P = \mathrm{diag}(A,B), \quad z_{m+1} = \mathrm{col}(x_{m+1}, y_{m+1}), \quad g = \mathrm{col}(g_1, g_2),$$

$$x_{m+1}\in R^k, \quad y_{m+1}\in R^{n-k}, \quad x_0 = \xi, \quad y_0 = 0,$$

$$U(t,s)=\begin{pmatrix}\left(1-\frac{t}{T}\right)e^{A(t-s)} & 0\\ 0 & \left(I_{n-k}-\left(I_{n-k}-e^{-BT}\right)^{-1}\right)e^{B(t-s)}\end{pmatrix},$$

$$V(t,s)=\begin{pmatrix}\frac{t}{T}e^{A(t-s)} & 0\\ 0 & \left(I_{n-k}-e^{-BT}\right)^{-1}e^{B(t-s)}\end{pmatrix}.$$

Знайдено умови та оцінки рівномірної збіжності даної послідовності до граничної функції, встановлено необхідні та достатні умови існування періодичного розв'язку.

1. *Король І.І.* Дослідження періодичних розв'язків нелінійних автономних диференціальних систем у критичному випадку // Укр.мат.журн. — 2008. — 60, № 3.— С. 332-339.

О СУЩЕСТВЕННОЙ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ОДНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

М.С. Косбергенова
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент
e-mail: kosbergenova.marina@gmail.com

Рассмотрим в пространстве $L_2(R^N)$ дифференциальный оператор $L=(-\Delta)^m+q(x)$ с областью определения $C_0^\infty(R^N)$, где функция $q(x)\geq 0$, $m\in N$ и удовлетворяет условию

$$|q(x)|\leq\frac{\text{const}}{|x|^{2\tau}},\quad 0<\tau<m. \tag{1}$$

Основным результатом данной работы является следующая теорема:

Теорема. *Пусть $q(x)$ удовлетворяет условию* (1). *Тогда оператор L существенно самосопряжен в пространстве $L_2(R^N)$.*

Отметим, что при $m=1$ утверждения теоремы доказана в [1].

Доказательства теоремы непосредственно следует из следующих лемм, а также теоремы Като-Реллиха [1].

Лемма 1. *Пусть $N>2\tau$. Тогда для любой функции $f(x)\in C_0^\infty(R^N)$ справедливо неравенство*

$$\left\|\frac{1}{|x|^{\tau}}f(x)\right\|_{L_2}\leq\frac{2}{N-2\tau}\left\|\frac{1}{|x|^{\tau-1}}|\nabla f(x)|\right\|_{L_2}. \tag{2}$$

Лемма 2. *Для произвольного $\varepsilon>0$ и любой функции $f\in C_0^\infty(R^N)$ существует постоянная $C(\varepsilon)>0$ такая, что справедливо неравенство*

$$\left\|\frac{1}{|x|^{\tau}}f(x)\right\|_{L_2}\leq\varepsilon\|\Delta^2 f(x)\|_{L_2}+C(\varepsilon)\|f(x)\|_{L_2}. \tag{3}$$

1. *Рид М., Саймон Б.* Методы современной математической физики. Том 2. Гармонический анализ. Самосопряженность. М.: Мир, 1978.

2. *Трибель Х.* Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы. М.: Мир, 1980.