

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«Ужгородський національний університет»

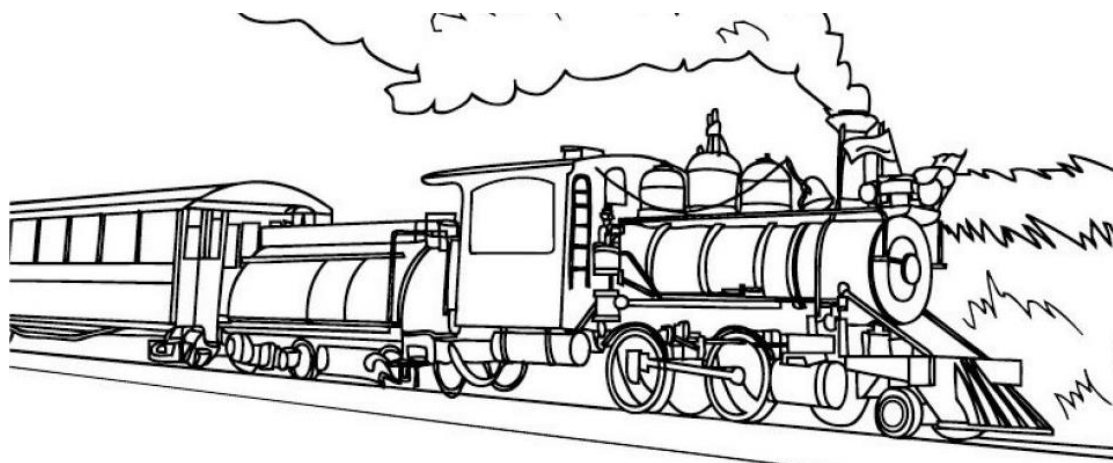
Горват А. А., Жихарєв В. М.,
Хархаліс Л. Ю.

ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ

Частина 1, 2

МЕХАНІКА,
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА
І ТЕРМОДИНАМІКА

Навчальний посібник



Ужгород «XXXX» 2021

ББК 22.3 Я73
Г-67
УДК 53 (075.8)

Рекомендовано редакційно-методичною комісією
Ужгородського національного університету
протокол № __ від“ __ ” _____2021 року

Г – 67 **Горват А. А., Жихарєв В. М., Хархаліс Л. Ю.**
ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ. Частина 1, 2. Механіка.
Молекулярна фізика і термодинаміка. Навчальний
посібник. Ужгород: Видавництво **XXXX**, 2021р., – 142 с.

У посібнику наведені описи лабораторних робіт загального фізичного практикуму, які містять короткі теоретичні відомості, методику проведення експерименту, опис приладів та завдання і порядок їх виконання з курсу „Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка” дисципліни "Загальна фізика" для студентів фізичного факультету УжНУ спеціальностей 163 «Біомедична інженерія» і 153 «Мікро-та наносистемна техніка».

Посібник призначений для використання при підготовці до лабораторних занять та для самостійної роботи студентів, які навчаються за вказаними спеціальностями і може бути корисним для студентів інших інженерних спеціальностей.

Р е ц е н з е н т и :

Гомонай Г.М. – доктор фіз.-мат. наук, професор, член-кореспондент НАНУ, директор Інститут електронної фізики НАН України

Жигуц Ю.Ю. – доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри технології машинобудування УжНУ

©2021. Горват А.А., Жихарєв В.М., Хархаліс Л.Ю.

ПЕРЕДМОВА

Лабораторна робота – це початкове, невелике за об’ємом та змістом, наукове дослідження студента. Мета лабораторного практикуму полягає у тому, щоб навчити студентів самостійно користуватися основними вимірювальними приладами і познайомити з методами вимірювань різних фізичних величин, які використовуються в певному розділі фізики. У процесі виконання лабораторної роботи студент набуває навичок застосування теоретичних знань на практиці, вчиться обробляти та аналізувати результати експерименту. При виконанні лабораторних робіт студенти повинні вивчити суть фізичних явищ, освоїти техніку та методику проведення фізичного експерименту. В ширшому світоглядному плані лабораторний практикум покликаний формувати у студентів розуміння співвідношення теоретичних моделей і законів з експериментальними даними, їх взаємовпливу і взаємозв’язку, тенденцій сучасного розвитку такої природничо-наукової дисципліни, як фізика, і формування інженерного мислення майбутніх фахівців, що є важливим для спеціалістів з біомедичної інженерії та мікро- і наносистемної техніки.

У навчальному посібнику описані лабораторні роботи курсу «Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка» дисципліни «Загальна фізика», яка викладається студентам інженерних спеціальностей фізичного факультету Ужгородського національного університету. Опис робіт починається з теоретичних відомостей. Вони складені так, щоб і студенти, які уже прослухали матеріал на лекціях, і ті, котрі тільки починають вивчення цього розділу фізики мали чітке уявлення про сутність фізичних явищ, що вивчаються, та про методи вимірювань, які застосовується в лабораторній роботі для визначення тих чи інших фізичних величин. Після теоретичних відомостей приведена методика експерименту з виведенням основних робочих формул та опис вимірювальної апаратури. В подальшому наводяться завдання, у яких вказано процедуру вимірювань та обробки результатів при виконанні лабораторної роботи. В кінці кожного опису містяться контрольні питання, які акцентують увагу студентів на найбільш важливих теоретичних, практичних та методичних проблемах роботи.

Особливість даного практикуму полягає в тому, що за бажанням студенти можуть виконувати не тільки завдання і лабораторні роботи,

наведені у цьому навчальному посібнику, а і вибирати, погоджуючи з керівником занять, інші теми лабораторних робіт, які наявні в лабораторних фізичних практикумах, перелік яких наведений у Додатку 1.

Розпочинається посібник, як і лабораторний практикум вступним заняттям з темою «Основи теорії похибок», на якому студенти вперше знайомляться з такими поняттями як невизначеність результатів вимірювань (uncertainty of the measurement results), довірчий інтервал, коефіцієнт Стюдента та інші, далі наведені лабораторні роботи з механіки, які охоплюють кінематику, динаміку, закони збереження механічної енергії та механічні властивості твердих тіл. Розділ «Молекулярна фізика і термодинаміка» розпочинається з фронтальної лабораторної роботи з методів вимірювання температури, оскільки цей параметр контролюється практично у кожному завданні практикуму. У наступних роботах визначаються стала Больцмана, термічний коефіцієнт тиску газу, показник адіабати (коефіцієнт Пуассона) та параметри вологого повітря, вивчаються такі властивості рідин, поверхневий натяг і в'язкість, які є пріоритетними темами для спеціальності «Біомедична інженерія».

Слід відмітити, що підготовка до лабораторних робіт, їх виконання, оформлення звітів передбачають велику самостійну роботу студента як вдома, так і при роботі в лабораторії. Перш ніж приступити до виконання лабораторної роботи, студент повинен підготувати теоретичні питання, знання яких необхідні для розуміння суті даної лабораторної роботи, вивести робочі формули, вміти оцінити похибки вимірювань. Після допуску викладачем до виконання роботи студент зобов'язаний вести чіткі, акуратні записи в робочому зошиті і на протязі заняття не тільки виконати необхідні вимірювання, визначені у завданнях лабораторної роботи, але й провести обчислення вимірюваної величини і оцінити похибку вимірювань. Під час самопідготовки студент оформляє звіт про виконану лабораторну роботу і знайомиться з установками, методичними матеріалами до наступної лабораторної роботи, вивчає теоретичний матеріал, готує таблиці і схеми в робочому зошиті, виводить робочі формули і формули для похибок вимірювань, складає програми розрахунків на ЕОМ.

Нижче наведені основні вимоги до підготовки і оформлення звіту про лабораторну роботу.

1. Підготовка до лабораторної роботи. В робочому зошиті повинні бути записи (в довільній формі) з наступних пунктів:

- назва роботи;
- короткі теоретичні відомості про явища (процеси), які вивчаються у лабораторній роботі;
- схема і опис експериментальної установки;
- робочі формули та їх вивід;
- формули для оцінки похибок вимірювань та їх вивід;
- таблиця для запису результатів вимірювань.

Всі розрахунки виконуються в робочому зошиті протягом лабораторного заняття.

2. Порядок допуску до виконання лабораторної роботи.

До виконання роботи студент допускається, якщо він:

- вивчив явища, закони, які досліджуються чи застосовуються в даній лабораторній роботі;
- знає методику експерименту, хід виконання роботи;
- оформив звіт про лабораторну роботу, виконану на попередньому занятті;
- захистив всі виконані попередні роботи (має заборгованість не більше, ніж із двох робіт).

3. Оформлення звіту про виконану роботу. Звіт про лабораторну роботу виконується студентом в окремому зошиті протоколів лабораторних робіт після виконання роботи згідно наступної схеми:

- назва роботи і дата її виконання;
- мета роботи;
- використані матеріали і прилади;
- короткі теоретичні відомості про явища, що вивчаються в роботі;
- методика проведення експерименту, яка включає:
 - опис і схему установки;
 - завдання і хід виконання роботи;
- кінцевий результат вимірювань і оцінка похибок вимірювань;
- аналіз одержаних результатів і висновки.

Техніка безпеки при виконанні лабораторних робіт

До виконання лабораторних робіт студенти допускаються лише після інструктажу з техніки безпеки, що проводиться викладачем, який веде заняття, або завідуючим лабораторією з відповідним записом в спеціальному журналі та підписами кожного студента. Інструкція з техніки безпеки знаходиться на загальному стенді інструктивних документів у лабораторії. Журнал інструктажу зберігається у завідуючого лабораторією.

Приступати до виконання лабораторних робіт без інструктажу з техніки безпеки, а також при незнанні експериментальної установки й порядку проведення дослідів не дозволяється. Включати установку в роботу без дозволу викладача або працівника лабораторії забороняється.

При виникненні будь-яких несправностей необхідно зупинити проведення лабораторної роботи, вимкнути установки й повідомити про це працівника лабораторії або викладача. Студенти, які знаходяться в лабораторії, повинні дотримуватися дисципліни, підтримувати порядок і бути гранично уважними.

Підчас виконання лабораторних робіт з фізичного практикуму на студентів можуть впливати такі небезпечні і шкідливі фактори:

- механічні ушкодження (удари, защемлення, падіння вантажів) при необережному поводженні з інструментами і устаткуванням, приладами;
- термічні опіки при нагріванні рідин і різних фізичних тіл;
- - порізи рук при необережному поводженні з лабораторним посудом і скляними приладами;
- удари електричним струмом під час роботи з електричними приладами;
- можливість виникнення пожежі.

1. Перед початком виконання лабораторної роботи:

1.1. Перед початком виконання лабораторної роботи необхідно уважно вивчити зміст та порядок проведення експерименту і безпечних прийомів його виконання.

1.2. Слід підготувати робоче місце, прибрати з нього сторонні предмети. Прилади й устаткування треба розміщувати так, щоб виключалося їх падіння або перекидання.

1.3. Перед роботою потрібно візуально здійснити перевірку справності обладнання, приладів, цілісність лабораторного посуду і скляних приладів.

2. Під час виконання лабораторних робіт:

2.1. Виконувати всі вказівки керівника заняття, без його дозволу забороняється виконувати самостійно будь-які інші роботи.

2.2. Уважно стежити за справністю всіх кріплень у приладах і пристроях, не торкатися і не нахилитися близько до обертових і рухомих частин використовуваних пристроїв.

2.3. При нагріванні рідини в пробірці або колбі слід використовувати спеціальні тримачі (штативи), не брати їх незахищеними руками. Забезпечити дотримання обережності при поводженні з приладами зі скла і лабораторним посудом, не допускати їх падіння і ударів.

2.4. При складанні електричної схеми застосовувати проводи з наконечниками, які не мають видимих ушкоджень ізоляції, уникати перетинів проводів, джерело струму підключати тільки в останню чергу. Зібрану електричну схему можна включати лише після перевірки керівником або кваліфікованим лаборантом.

2.5. Не рекомендується залишати без нагляду включені установки, електричні пристрої та прилади.

3. Після закінчення лабораторної роботи:

3.1. Розбирання установки для нагрівання рідини і/або твердих тіл необхідно здійснити після її охолодження.

3.2. Провести відключення джерела струму, розрядити конденсатори за допомогою ізольованого провідника і розібрати електричну схему.

3.3. Привести в порядок своє робоче місце, здати працівнику лабораторії використані прилади, обладнання, пристрої та матеріали.

4. У нештатних аварійних ситуаціях:

4.1. При травмуванні повідомити про це керівника заняття, негайно надати (одержати) першу медичну допомогу та при необхідності простежити за відправкою потерпілого до найближчої лікувальної установи.

4.2. У разі розбиття лабораторного посуду або скляних приладів, не можна збирати їхні осколки незахищеними руками, потрібно використовувати для цього щітку, совок.

4.3. У разі виникнення короткого замикання і загоряння обладнання, а також при виявленні несправності в роботі електричних пристроїв, які знаходяться під напругою, підвищеному їх нагріванні, іскрінні, появі запаху горілої ізоляції, диму терміново припинити роботу, вимкнути джерело живлення і повідомити про це керівника заняття та працівника лабораторії.

4.4. При ураженні електричним струмом товариша негайно звільнити потерпілого від дії струму шляхом відключення електричного живлення приладів, повідомити про це керівника заняття та працівника лабораторії, при необхідності надати першу медичну допомогу.

ЧАСТИНА 1

МЕХАНІКА



Лабораторна робота № 1

ВИВЧЕННЯ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи: освоїти способи обробки результатів вимірювань при різних експериментальних методах досліджень.

Прилади і матеріали: калькулятори, персональні комп'ютери.

1. Теоретичні відомості

1. Вимірювання, види вимірювань, фізична величина та розмірність.

Основу науково-технічних знань становлять вимірювання. Про значення вимірювань дуже вдало висловився Д. І. Менделєєв: “Наука починається... з того часу, коли починають вимірювати...”. Вимірювання мають важливе значення і у практичному житті людини. Завдяки вимірюванням кількісно характеризуються властивості фізичних об'єктів, мірою яких є фізична величина. Згідно державної системи стандартів: “Фізична величина – це властивість, спільна в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів (фізичних систем, їхніх станів та процесів, що в них відбуваються), але в кількісному відношенні – індивідуальна для кожного об'єкта. Вимірювання – знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів”.

Технічні засоби, які використовуються для вимірювань і мають нормовані метрологічні властивості, називаються засобами вимірювання. Їх поділяють на міри (міра маси – гиря, міра довжини – лінійка), вимірювальні прилади (мікрометр, штангенциркуль, амперметр і т. д.), вимірювальні установки (наприклад, місток Уїтстона), вимірювальні системи.

Кожному фізичному об'єкту властиве певне значення фізичної величини. Значення, яке ідеально відтворює властивості даного об'єкта в кількісному та в якісному відношенні, називають істинним значенням фізичної величини. Істинні значення не залежать від засобів нашого пізнання і є тією абсолютною істиною, до якої ми прагнемо, намагаючись виразити їх у вигляді чисел. Істинне значення величини ми можемо оцінити експериментальним шляхом за допомогою засобів вимірювання. Значення величини, знайдене вимірюваннями, називають результатом вимірювання. Результат вимірювання – це продукт нашого пізнання, наближена оцінка істинного значення величини. Він залежить не лише від самого значення величини, яку

оцінюють, але і від засобів вимірювання, методів вимірювання, від навичок і властивостей органів чуття експериментатора.

Величина, яка характеризує відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини є однією з найважливіших характеристик вимірювання і називається похибкою вимірювань.

Якщо x – результат вимірювання, а x_0 – істинне значення вимірюваної величини, то різниця між ними виражає абсолютну похибку:

$$\Delta x = x - x_0. \quad (1)$$

Всі вимірювання поділяються на такі види: *прямі, посередні (непрямі), сукупні та спільні*.

Прямі вимірювання – шукане значення величини знаходять безпосередньо з дослідних даних порівнянням з мірою цієї величини чи безпосередньо за відліковим пристроєм вимірювального приладу.

Посередні вимірювання – це такі вимірювання, результат яких знаходять на основі прямих вимірювань величин, пов'язаних з вимірюваною величиною відомою аналітичною (графічною чи табличною) залежністю.

Сукупні вимірювання – це такі, коли виконуються одночасно вимірювання кількох *однойменних* (однакової розмірності) величин, за якими шукані значення величин знаходять розв'язуванням системи рівнянь, знайдених при прямих вимірюваннях різних комбінацій цих величин.

Спільні вимірювання – це такі, в результаті яких одночасно вимірюють кілька *неоднойменних* (різної розмірності) величин для визначення залежності між ними. Наприклад: залежність опору провідника (Ом) від температури (К) для знаходження температурних коефіцієнтів опору (Ом/К), струму (А) від напруги (В) для оцінки вольт-амперних залежностей і визначення їх параметрів.

У залежності від умов проведення експерименту вимірювання поділяють на *рівноточні* (умови при проведенні дослідів залишаються незмінними) і, відповідно, *нерівноточні*.

2. Види похибок вимірювань.

Мета вимірювання – знаходження результату вимірювання (наближеної оцінки істинного значення фізичної величини) та оцінка його відхилення від істинного значення. Характеризує це відхилення абсолютна похибка, яка визначається формулою (1).

Оскільки x_0 (істинне значення) невідоме, то його замінюють *дійсним* значенням X , яке знаходять на експерименті і яке найкраще наближається до істинного. Тоді похибку обчислюють за формулою:

$$\Delta x = x - X. \quad (2)$$

Найпростіше ця формула використовується у тих випадках, коли відомо X . Наприклад, при встановленні похибок засобів вимірювання при їх перевірці – при процедурі *повірки* засобів вимірювання. Якщо при *повірці* гири, на якій нанесено 100 г, виявиться, що маса дорівнює 100,030 г, то $\Delta m = 100 - 100,030 = -0,030$ г. А дійсне значення маси гири $X = x + (-\Delta x) = x - \Delta x$, оскільки *поправка* дорівнює похибці, взятій з протилежним знаком. Якщо похибку -0,030 г матиме гиря масою 5 г, то зрозуміло, що гиря в 100 г виготовлена точніше. Для порівняння користуються *відносною* похибкою, яка визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{X} \approx \frac{\Delta x}{x} \quad (3)$$

і часто виражається у процентах (%) після множення на 100.

Коли вимірювання виконують одним засобом вимірювання, то похибку вимірювання навіть наближено встановити неможливо, адже істинне значення залишається невідомим. Під час обробки результатів спостережень (вимірювань) оцінюється лише проміжок, в якому може знаходитися значення похибки, а отже, й результат вимірювання матиме не одне, конкретне, значення, а множину значень.

Щоб оцінити похибки вимірювання, потрібно розглянути їх характер і причини появи. Щодо останніх *похибки поділяються на три класи: випадкові, систематичні й промахи.*

Випадкова похибка – складова похибки вимірювання, яка змінюється випадково під час повторних вимірювань однієї й тієї самої величини. Її наявність виявляється в тому, що при повторенні вимірювань тієї самої величини з однаковою ретельністю дістають значення, які відрізняються від попередніх останніми значущими цифрами. Випадкові похибки зумовлюються багатьма причинами, дія яких на результат кожного спостереження різна і не може бути врахована наперед (випадкові струси і дотики, вплив незначних переміщень повітря, температурні фактори, тощо).

Систематична похибка – складова похибки вимірювання, яка залишається сталою або закономірно змінюється під час повторних вимірювань тієї самої величини. Вона завжди односторонньо впливає на результати спостережень, тільки збільшуючи, чи тільки зменшуючи.

чи їх. Наприклад, похибка мір, що виникають у результаті допусків під час їх виготовлення, похибки показів вимірювальних приладів через неточне їх градування, похибка терезів внаслідок можливої нерівності довжини пліч терезів і т.д.

Промахи – грубі похибки, які спотворюють результати вимірювань. Причинами їх виникнення можуть бути: неправильне визначення ціни поділки шкали (особливо, коли ціна поділки змінюється), помилкова лічба поділок шкали, помилковий запис результату спостереження (описка), пропуски в спостереженнях, помилки під час обчислення чи переписування. Як правило, таких результатів вимірювання до уваги не беруть.

3. Похибки прямих вимірювань.

Нехай в результаті повторюваних рівноточних вимірювань фізичної величини маємо послідовність значень: $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$. Подамо результати цих n вимірювань у вигляді:

$$\Delta x_1 = x_1 - X; \quad \Delta x_2 = x_2 - X; \quad \Delta x_i = x_i - X; \quad \Delta x_n = x_n - X.$$

Підсумовуючи члени рівностей і поділивши на n , дістаємо:

$$X = \bar{x} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i \quad \text{де} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

– середнє арифметичне значення вимірюваної величини.

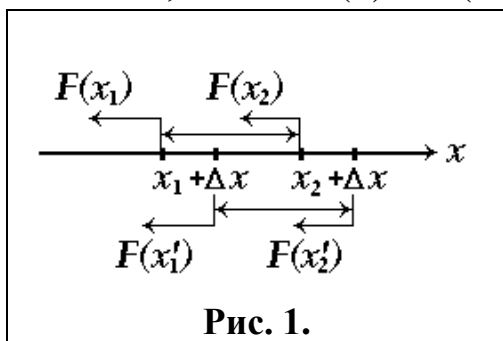
У випадку великої кількості вимірювань, коли вони мають нормальний (гаусівський) розподіл, випадкові відхилення Δx_i (випадкові похибки) однакові за модулями, але з різними знаками, зустрічаються однаково часто, тому $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$, а $X = \bar{x}$. Отже, при $n \rightarrow \infty$ істинне значення фізичної величини дорівнює середньому арифметичному (звичайно, якщо при цьому немає систематичних похибок).

У реальній практиці вимірювань число n є скінченою величиною. Через це завдання обробки результатів вимірювань зводиться до оцінки ступеня наближення вимірюваного значення до істинного.

Прояв випадкової події визначається ймовірністю P . Ймовірністю називається число, навколо якого групуються відносні частоти появи випадкової події в різних серіях випробувань. Відносною частотою події A (P_A) називається відношення числа появи певної події n_A до числа всіх випробувань n : $P_A = \frac{n_A}{n}$. Повне описання появи ви-

падкових подій здійснюється за допомогою функції розподілу ймовірностей. Аналогічно використовується і функція розподілу випадкових похибок.

Інтегральною функцією розподілу, або просто функцією розподілу випадкової величини x , називається функція $F(x)$, яка описує ймовірність того, що випадкова величина x набуває значення, яке менше від деякого числа x_i , тобто $F(x) = P[x < x_i]$. Геометричний зміст цієї функції полягає в тому, що при кожному заданому значенні x_i значення $F(x_i)$ дорівнює ймовірності того, що випадкова величина x набуває на числовій осі x значень, які містяться ліворуч від точки x_i (рис. 1). Як видно з рисунку, дана функція також описує розподіл похибок, тобто $F(x) = F(\Delta x)$.



У теорії ймовірностей стосовно до фізичних вимірювань розглядаються випадкові величини, можливі значення яких містяться в певному інтервалі $[\alpha, \beta]$. На основі закону розподілу ймовірностей такої величини x визначається ймовірність попадання її значення в довільний

інтервал $[x_1, x_2]$, який міститься всередині $[\alpha, \beta]$. Цю ймовірність позначатимемо $p(x_1 < x < x_2)$. Обмежимося тільки такими випадковими величинами x , для яких ймовірність попадання в інтервал $[x_i, x_i + \Delta x]$ малої довжини можна вважати пропорційною довжині інтервалу Δx :

$p(x_i < x < x_i + \Delta x) \approx f(x) \cdot \Delta x$. Точний зміст цього співвідношення дається граничним співвідношенням

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x_i < x < x_i + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{dp}{dx} = f(x), \quad (5)$$

де функція $f(x)$ називається *густиною розподілу ймовірності* випадкової величини x , а добуток $f(x)dx$ – елементом ймовірності. Користуючись елементом імовірності, шляхом інтегрування можна знайти ймовірність попадання значення x у довільний інтервал $[x_1, x_2]$:

$$dp = f(x)dx, \quad p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx. \quad (6)$$

Густина розподілу (ймовірності) має такі властивості:

1) $f(x) \geq 0$, як похідна неспадної функції $p(x)$, що пов'язано з невід'ємністю ймовірностей;

2) функція повинна бути *нормована* до 1, тобто: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$, (7)

яка відображає вірогідність події ($-\infty < x < +\infty$). Якщо всі можливі значення випадкової величини x скупчені у інтервалі $[\alpha, \beta]$ (отже, поза цим інтервалом $f(x) \equiv 0$), то *умова нормування* набуває вигляду:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 1. \quad (7a)$$

З (6) випливає, що ймовірність попадання випадкової величини x в інтервал $[x_1, x_2 = x_1 + \Delta x]$ геометрично можна подати площею криволінійної трапеції, обмеженої графіком функції розподілу, ординатами $f(x_1)$ і $f(x_2)$ (на осі ординат (y) відкладається значення $f(x)$) та віссю абсцис (x).

Підкреслимо, що розподіл густини ймовірностей, знайдений вище, визначає закон розподілу випадкової величини x , яка змінюється неперервно (неперервнозмінна). Також густину розподілу $f(x)$ називають *диференціальною функцією розподілу*.

Досвід обробки результатів вимірювань показує, що розподіл похибок описується різними законами. Проте досить часто для опису розподілу випадкових похибок використовується *нормальний закон розподілу* (закон Гауса)

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right), \quad \Delta x = x - X \quad (8)$$

де σ^2 – дисперсія генеральної сукупності і є основною характеристикою розподілу, Δx – відхилення від істинного значення X . *Генеральною сукупністю* називається множина всіх можливих значень вимірювань x_i або можливих значень похибок Δx_i . Закон Гауса знаходить широке застосування в теорії похибок. Це зумовлене такими причинами:

- 1) для великої кількості вимірювань рівні за модулем, але протилежні за знаком, похибки зустрічаються однаково часто;
- 2) малі за модулем похибки зустрічаються частіше, ніж великі, тобто ймовірність появи похибки тим менша, чим більше її абсолютне значення;
- 3) похибки вимірювань становлять неперервний ряд значень.

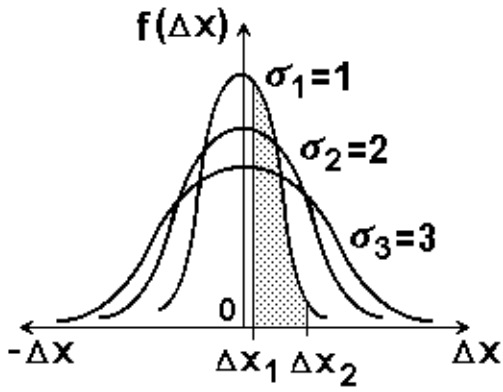


Рис.2. Розподіл Гауса.

На рис.2 наведено графіки розподілу Гауса для трьох значень σ . Початок координат розміщено в точці $\Delta x=0$. Для нормального закону розподілу є характерним його симетрія (при великій кількості вимірювань появи випадкових похибок, які рівні за величиною, але різні за знаком – рівноймовірні) і монотонність зменшення густини ймовірності (поява великих випадкових

похибок – малоїмовірна). Права і ліва вітки кривої Гауса асимптотично наближаються до осі абсцис (прямують до нуля).

Закон Гауса – одномодальний. Максимальне значення закону розподілу (густини імовірності) називається модою. Закон розподілу з одним максимальним значенням називається одномодальним, з двома- двомодальним і т.д. Максимальне значення функції Гауса дорівнює $1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$. Чим менше σ , тим вище, гостріше крива розподілу і навпаки. Із збільшенням σ зростає розкид відліків, тобто точність вимірювання зменшується. Величина σ – є основним параметром, який визначає вид кривої розподілу випадкових похибок. Зміст функції Гауса такий. Площа фігури, обмеженої кривою Гауса, віссю Δx і лініями – $f(\Delta x_1)$ і $f(\Delta x_2)$ (заштрихована площа на рис.2), чисельно дорівнює ймовірності, з якою випадкова величина (похибка) попадає в інтервал $[\Delta x_1, \Delta x_2]$. Безпосереднім інтегруванням (7) можна пересвідчитися, що вся площа під кривою Гауса $[-\infty, +\infty]$ дорівнює точно одиниці.

Для оцінки величини випадкової похибки є кілька способів. Найбільш поширеною є оцінка за допомогою середньої квадратичної (або стандартної) похибки S_n , згідно з означенням:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}}. \quad (9)$$

Генеральна сукупність (всі можливі значення вимірювальної величини при $n \rightarrow \infty$) характеризується математичним сподіванням або генеральним середнім – $M(x)$ і дисперсією – $D(x)$. Центр розкиду значень x_i відповідає математичному сподіванню $M(x)$, яке являє собою істинне значення вимірюваної величини. Дисперсія – це міра відхи-

лення випадкових величин від математичного сподівання: чим більше $D(x)$, тим менш точні вимірювання. Для нормального розподілу випадкових величин $M(x) = X$; $D(x) = \sigma^2$.

Мірою розсіяння вимірюваних значень x_i відносно $M(x)$ є також середнє квадратичне (або стандартне) відхилення: $\sigma = +\sqrt{D(x)}$.

В лабораторній практиці вимірювань дістають обмежене число виміряних значень фізичної величини і тому обчислюють лише наближені значення $M(x)$ і $D(x)$ – їх називають *оцінками*.

Оцінкою математичного сподівання є середнє арифметичне виміряних значень (даних) фізичної величини

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \approx M(x), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = M(x). \quad (10)$$

Оцінками дисперсії D та стандартного відхилення σ є

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \approx D(x), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n^2 = D(x); \quad (10a)$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \approx \sqrt{D(x)} = \sigma; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sigma. \quad (10б)$$

Зауважимо, що *результат вимірювання \bar{x}* , обчислений за (10), також є *випадковою величиною*.

Для оцінки точності результату виміряного значення фізичної величини використовують такі характеристики: *надійний інтервал та граничну похибку середнього арифметичного*.

Надійний (або довірчий) інтервал – це інтервал, який містить істинне значення X виміряної фізичної величини x із заданою ймовірністю α , яка називається *надійною (або довірчою) ймовірністю* (або коефіцієнтом надійності). При цьому справедливий вираз

$$p(\bar{x} - \Delta x \leq X \leq \bar{x} + \Delta x) = \alpha, \quad (11)$$

де Δx – гранична похибка середнього значення \bar{x} , яка дорівнює половині надійного інтервалу (10),

$$\Delta x = t_{\alpha n^*} \cdot S_{\bar{x}}, \quad (12)$$

де $S_{\bar{x}}$ – оцінка стандартного відхилення \bar{x} від істинного значення X , яка ще називається *середня квадратична похибка (відхилення) середнього арифметичного* і обчислюється за формулою

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (13)$$

$t_{\alpha n^*}$ – нормований коефіцієнт Стюдента (табл.1, Додаток 2), що залежить від надійної ймовірності α і числа ступенів вільності n^* ,

яке, при обробці невеликої вибірки з n даних (*вибірка* – скінчене число можливих значень x_i), розподілених за нормальним законом, дорівнює $n-1$ (але для $n > 10$ можна прийняти, що $t_{\alpha n} \approx t_{\alpha n}$).

Кінцевий результат вимірювання записується у вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \quad (x = \bar{x} \pm t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}). \quad (14)$$

Отже, для характеристики величини випадкової похибки потрібне знання двох чисел: значення самої похибки (або надійного інтервалу Δx) та значення надійної ймовірності α (ймовірність, з якою істинне значення може знаходитись у окресленому інтервалі значень $\pm \Delta x$ навколо \bar{x}).

Якщо надійний інтервал збільшується, то зростає імовірність того, що істинне значення величини попаде в розглядуваний інтервал. Високий ступінь надійності необхідний при відповідальних вимірюваннях. Надійну ймовірність α прийнято задавати такою, що дорівнює 0,90; 0,95; 0,98; 0,99 (значення 0,99 рекомендується брати для випадків, коли вимірювання не можна повторити; в особливо відповідальних випадках, коли результати вимірювання мають певне значення для здоров'я людей, допускається брати більш високу надійну ймовірність).

Використання середньої квадратичної похибки як основного числового виразу випадкової похибки є зручним на тій підставі, що цій величині відповідає цілком певна надійна ймовірність, яка дорівнює 0,68; подвоєній середній квадратичній похибці (2σ) відповідає надійна ймовірність 0,95; потроєній (3σ) – 0,999.

Розподіл Стюдента справедливий для малого числа вимірювань ($n \geq 3$), що і характерно як для техніки, так і для наукових досліджень. Із зростанням числа вимірювань розподіл Стюдента прагне до нормального розподілу (фактично при $n > 20$). Математичного виразу розподілу Стюдента ми не наводимо, зважаючи на його складність. Характерним для розподілу Стюдента є його незалежність від параметрів \bar{x} (або Δx) та σ нормальної генеральної сукупності, а також можливість оцінки при невеликому числі вимірювань ($n < 20$) похибки $\Delta x = \bar{x} - X$ за заданою надійною ймовірністю α або, навпаки, знаходженням надійності вимірювань за заданим значенням Δx . Розподіл Стюдента дає також змогу встановити, що при досить великому n середнє арифметичне значення Δx з ймовірністю, близькою до вірогідності, дуже мало відрізняється від істинного значення X .

Методика визначення та єдиний підхід до оцінки показників точності вимірювань відображені у Державних стандартах (ДСТУ) та метрологічних працях (див. перелік [1-4] до лабораторної роботи).

Статистична обробка результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями виконується згідно схеми №1.

Схема №1 обробки результатів прямих вимірювань.

Необхідно враховувати як випадкові, так і *систематичні похибки* і починати із виключення відомих систематичних похибок і визначення невиключених систематичних похибок, зокрема інструментальних.

Для знаходження випадкової похибки треба виконати кілька спостережень у такій послідовності:

1. Вимірюють фізичну величину n разів і дані заносять в таблицю.
2. Відкидають промахи.

3. Знаходять середнє значення шуканої величини $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

4. Вираховують похибки кожного із вимірів $\Delta x_i = \bar{x} - x_i$.

5. Обчислюють квадрати похибок $(\Delta x_i)^2$.

6. Визначають середню квадратичну похибку середнього

арифметичного
$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

7. Задають значення коефіцієнта надійності α (надійної імовірності P), наприклад, 0,95 або 0,90.

8. Знаходять за таблицею 2 (Додаток 2) для кількості вимірів (даних) n і заданого α коефіцієнт Стюдента $t_{\alpha n}$.

9. Визначають межі надійного інтервалу $\Delta x = t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}$.

10. Якщо величина Δx (межа надійного інтервалу) виявиться порівняною з величиною систематичної похибки (інструментальної похибки), то за межу надійного інтервалу слід взяти результуючу похибку

$$\Delta x = \sqrt{(t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}})^2 + (t_{\alpha \infty} \frac{\delta}{3})^2}, \text{ де } \delta - \text{похибка приладу, а}$$

$t_{\alpha \infty}$ – коефіцієнт Стюдента для $n=\infty$. Систематична похибка вимірювання може бути визначена за формулою $\Delta x = t_{\alpha \infty}(\delta/3)$, або ж оцінюється як половина ціни поділки (або мінімального розряду) вимірного приладу.

11. Вираховують відносну похибку результату серії вимірювань

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

12. Кінцевий результат записують у вигляді $x = \bar{x} \pm \Delta x$.

4. Похибки посередніх (непрямих) вимірювань.

а) Метод дисперсій.

Нехай вимірювана величина y є функцією кількох (n) величин $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, значення яких визначені прямими вимірюваннями. Ці величини є аргументами. Отже, можемо записати: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$. Значення \bar{y} знаходять підставляючи середні арифметичні значення аргументів: $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$. Розглянемо найпростіший випадок, коли $\bar{y} = f(\bar{x})$. Абсолютна похибка прямого вимірювання величини x дорівнює $\pm dx$ і нею зумовлена похибка функції $\pm dy$. Очевидно, що

$$\bar{y} \pm dy = f(\bar{x} \pm dx). \quad (15)$$

Розкладемо праву частину (15) у ряд Тейлора:

$$\bar{y} \pm dy = f(x) \pm \frac{df(x)}{dx} dx \pm \frac{1}{2} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} (dx)^2 + \dots$$

Обмежуючись членами, які містять першу степінь, одержимо:

$$\bar{y} \pm dy = f(x) \pm \frac{df(x)}{dx} dx, \quad \text{тоді} \quad dy = \pm \frac{df(x)}{dx} dx.$$

Оскільки вимірювана нами величина в загальному задається формулою (15), то при однаковому коефіцієнті надійності α для цих прямих вимірювань надійна межа похибки посереднього вимірювання знаходиться за формулою:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}, \quad (16)$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$ – частинні похідні y по кожному з аргументів x_i ; Δy , Δx_i – надійні межі похибок вимірювання відповідних величин.

Межа відносної похибки дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots)} \cdot 100\%. \quad (17)$$

Значення виразів f' після взяття похідної обчислюють, підставляючи середні значення аргументів $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$.

б) Метод приведення.

У посередніх вимірюваннях можна значення функції (y) обчислювати для кожного окремого спостереження (вимірювання x)

$$y_1 = f(x_{11}, x_{21}, \dots), \quad y_2 = f(x_{12}, x_{22}, \dots), \quad y_3 = f(x_{13}, x_{23}, \dots), \dots,$$

а надійну межу похибки Δy посереднього вимірювання – в результаті обробки значень y_1, y_2, y_3, \dots як це робилось в прямих вимірюваннях:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i ; \quad \Delta y = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}} \quad \text{і т.д.}$$

Щоб знайти результат посереднього вимірювання, виконують математичні операції, і результати обчислень округлюють. Тому, очевидно, немає потреби виконувати обчислення з результатами прямих вимірювань як з точними числами, а робити їх, знайшовши необхідну кількість значущих цифр у результаті. Це значно полегшить обчислення і звільнить від зайвої роботи, але в таких обчисленнях неминучі похибки. Щоб можна було нехтувати похибкою заокруглення при обчисленнях, вона повинна бути хоча б у 10 раз менша за похибку посередніх вимірювань. Тому всі обчислення слід проводити з такою кількістю значущих цифр, які перевищують на одиницю кількість значущих цифр, знайдених при вимірюваннях (для наступного округлення результату). Відносна похибка однозначного числа не менша від $(1/9) \cdot 100\% \approx 10\%$, двозначного – $(1/99) \cdot 100\% \approx 1\%$, тризначного – $(1/999) \cdot 100\% \approx 0,1\%$. Тому при обчисленнях потрібно дотримуватися таких правил:

а) якщо похибка результату вимірювань становить 10-100 %, обчислення можна виконувати з двома значущими цифрами;

б) якщо відносна похибка 1-10 %, обчислення можна виконувати з трьома значущими цифрами;

в) якщо відносна похибка 0,1-1 %, обчислення можна виконувати з чотирма значущими цифрами (наприклад, за допомогою чотиризначних таблиць) і т.д.

У обчисленнях доводиться користуватися наближеними значеннями чисел, наприклад π . Округлюючи число (тобто замінюючи його наближеним значенням) до різних розрядів, дістанемо різні за значенням і знаком похибки. Щоб нехтувати похибкою таких чисел під час обчислення результату вимірювань, треба брати їх з такою кількістю значущих цифр, щоб похибка округлення була на порядок менша за похибку результату вимірювання.

Так само слід підходити до табличних і експериментальних даних. Якщо табличні дані наводяться без похибок, вважається, що похибка даного значення є похибкою округлення і межа її дорівнює 0,5 одиниці розряду останньої цифри числа. Похибка округлення підлягає рівномірному розподілу. Тому, коли потрібно оцінити надійну межу похибки даного значення з довірчою ймовірністю α , можна використати наближену формулу: $\Delta x = \alpha \cdot \ell$, в якій ℓ дорівнює 0,5 (половині) одиниці розряду останньої цифри числа (наприклад, якщо число заокруглено до значення 6,3, його похибка $\pm 0,05$).

Результати сукупних вимірювань і надійні інтервали їх похибок можна знайти методами обробки результатів посередніх вимірювань, згідно схеми №4.

СХЕМА №4.

1. Для кожної вибірки величин прямих вимірів, які входять у ролі аргументу в досліджувану функцію, проводиться обробка результатів за схемою №1 прямих вимірювань при одному і тому ж значенні коефіцієнта надійності α .

2. Вираховують середнє значення шуканої величини

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n)$$

3. Оцінюють межі надійного інтервалу для результату непрямих вимірювань

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2},$$

де частинні похідні вираховуються для середніх значень аргументів $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$ і т.д.

4. Визначають відносну похибку ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\bar{y}} 100\% = \frac{\Delta y}{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n)} \cdot 100\%.$$

5. Кінцевий результат записують у формі: $y = \bar{y} \pm \Delta y$.

5. Графічне представлення результатів спільних вимірювань.

Результати спільних вимірювань часто зображують графічно. Перевага графічного зображення в тому, що воно дає наочність досліджуваної залежності між фізичними величинами, дає змогу швидко визначити деякі значення (наприклад, максимальне значення функції, коефіцієнт нахилу лінії).

Похибку в експериментальному значенні на графіку можна вказувати рисками інтервалів – горизонтальними і вертикальними (див. рис.3). Оскільки нанесення таких знаків вимагає додаткових витрат часу і призводить до ускладнення графіків, їх треба наносити лише тоді, коли потрібні. Доцільність нанесення похибок на графіку можна продемонструвати на такому прикладі. Нехай потрібно провести криву через експериментальні точки, зображені на рис.3. З'єднати точки графіка ламаною лінією (а) не можна, бо це означало б, що при зміні однієї величини друга змінюється стрибками, що мало ймовірно. Як саме з'єднати точки, яку саме криву провести – пряму лінію чи плавну криву – визначають межі похибок вимірювань. Якщо вони такі як на графіку “б”, то через точки графіка треба провести плавну криву; якщо ж похибки такі, як на графіку “в”, то слід провести пряму лінію, бо вона є найпростішою функціональною залежністю. Експериментальні значення задовольняють і рівняння кривої графіка “б”, але при таких великих похибках через експериментальні точки можна провести багато різних кривих, що відповідатимуть великій кількості функціональних залежностей. Тому через експериментальні точки, що на рис.3в, найкраще провести пряму лінію.

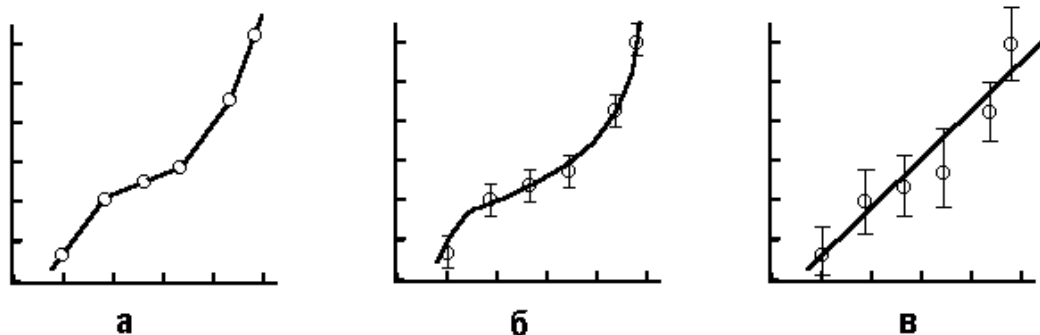


Рис. 3. Графічне представлення результатів та похибок вимірювань.

Графіки часто використовують для того, щоб перевірити, чи задовольняє досліджувана залежність ту або іншу функцію. При цьому лінію проводять між експериментальними точками так, щоб вони розташовувались, по можливості, в однаковій кількості по обидві сторони лінії.

6. Похибки заокруглення.

Часто табличні значення математичних або фізичних постійних, а також розраховані результати непрямих вимірювань і їх похибок у

записі кінцевого результату необхідно представляти наближеним числом з певною кількістю значущих цифр. *Значущими цифрами* довільного числа називаються всі правильні і *перша сумнівна* цифри 1, 2, 3, ... 9, що входять у число, а також 0 (нуль, якщо він стоїть всередині або справа). Тому при заокругленні результату вимірювання узвичай залишають тільки значущі цифри, тобто всі правильні і одну сумнівну цифри.

Деяка k -та цифра наближеного числа *правильна*, якщо абсолютна похибка Δx не перевищує половину одиниці k -го розряду. Наприклад, якщо це розряд одиниць, то числа $1 \div 9$ є правильними при $\Delta x \leq 0,5$; якщо це розряд десяткових (числа $0,1 \div 0,9$) – то при $\Delta x \leq 0,05$ і т.д., тобто цифра, наприклад, в розряді десяткових є *останньою правильною* цифрою, якщо похибка $\Delta x \leq 0,05$, а наступна цифра у розряді сотих є вже *першою сумнівною*. У іншому випадку цифру k -го розряду називають *першою сумнівною* цифрою (тобто при $\Delta x > 0,5 \cdot 10^k$). Таким чином, величина похибки визначає місцеположення (розряд) правильних і сумнівних цифр у наближеному числі, отримане в результаті вимірювання, і при його заокругленні залишають всі правильні і тільки одну (першу) сумнівну цифри. У свою чергу це накладає обмеження на вибір кількості цифр при запису значення похибки Δx і визначається такими двома правилами. Число вимірювань $3 < n < 10$: при запису числа Δx необхідно зберегти *дві значущі цифри*, якщо перша 1 або 2, і достатньо записати *одну значущу цифру*, якщо перша 3 і більше (відносна похибка заокруглення до числа 3 становить $\approx 17\%$, тоді як така ж похибка оцінки самого СКВ S_n або $S_{\bar{x}}$ становить $\approx 24\%$ [3]). Число вимірювань $n \geq 10$: при запису значення Δx необхідно зберегти *дві значущі цифри*, якщо перша 1, 2 і 3, а якщо перша 4 і більше то вже достатньо записати *одну значущу цифру*.

Для задовольняння цього способу запису кількості цифр у числі проводять його заокруглення. Нехай після заокруглення в числі повинно залишитись k значущих цифр (інші відкидаються), тоді користуються такими *правилами*:

якщо $k+1$ цифра менше 5, то цифра k не змінюється;
якщо $k+1$ цифра більше 5, то цифра k збільшується на 1;
якщо $k+1$ цифра дорівнює 5, то можливі два випадки:

а) якщо серед цифр, що відкидаються, крім цифри 5 є відмінні від 0, то k -та цифра збільшується на 1;

б) якщо ці цифри 0, то: k -ту цифру збільшують на 1, якщо вона *непарна*, і залишають без змін, якщо вона *парна* (цифра 0 вважається парною).

Якщо з наближеними числами ще будуть проводитись обчислення, то в них необхідно зберігати не більше двох сумнівних цифр.

Виконуючи математичні операції з наближеними числами, необхідно дотримуватися *правила*: після виконання математичних операцій в кінцевому результаті необхідно залишити стільки значущих цифр після коми, скільки їх було в числі з найменшою кількістю таких цифр.

2. Приклади розв'язування завдань

1. Приклад округлення наближених чисел.

Задача. При вимірюванні деяких 3-х однойменних фізичних величин було проведено по 15 дослідів (вимірювань) і зроблені такі записи усереднених результатів і їх похибок: $X_1=3,705$; $X_2=4,9784$; $X_3=1,33175$; $\Delta x_1=0,04159$; $\Delta x_2=0,00550$; $\Delta x_3=0,000359$. Написати правильно результати вимірювань, а також суми і добутки одержаних величин.

Розв'язок. Враховуючи кількість зроблених вимірювань (15), дані похибки необхідно округлити, залишивши доцільну кількість значущих цифр:

$\Delta x_1=0,04159$ – потрібно записати: $\Delta x_1=0,04$;

$\Delta x_2=0,00550$ – потрібно записати: $\Delta x_2=0,006$;

$\Delta x_3=0,000359$ – потрібно записати: $\Delta x_3=0,00036$.

Тільки після цього середні значення фізичної величини X_i також необхідно округлити, залишивши правильні (лівіше) і одну сумнівну (останню) цифри, а інші (правіше) відкинути:

$X_1=3,70$ – оскільки цифра 7 остання правильна ($\Delta x_1=0,04 < 0,05$), тому записується ще одна сумнівна цифра 0 (яка не збільшується на 1 – вона є парна);

$X_2=4,98$ – оскільки $\Delta x_2=0,006 > 0,005$, то цифра сотих в числі X_2 (7) вже є сумнівною, тому вона залишається, збільшуючись на 1, а інші відкидаються;

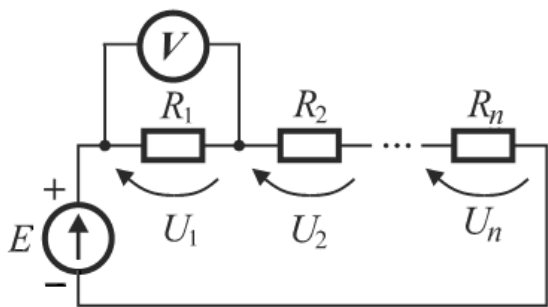
$X_3=1,3318$ – цифри 1,3,3,1 – правильні ($\Delta x_3=0,00036 < 0,0005$), 8 – сумнівна (7 непарна і при заокругленні збільшується на 1).

$$\sum X_i = 3,40 + 4,98 + 1,3318 = 9,7098 = 9,71;$$

$\prod X_i = 3,40 \cdot 4,98 \cdot 1,3318 = 22,54098136 = 22,54$ – результат математичної дії в даному прикладі округлюється до двох значущих цифр після коми (в числі X_1 є тільки дві цифри після коми).

2. Приклад сукупних вимірювань.

На подільнику напруги можна визначити спад напруги U_i (В) на опорі R_i (або їх комбінацій), вимірюючи спади напруг $U_{j \neq i}$ (В) на інших опорах:



Резистивний подільник напруги.

$$U_i = E - \sum_{j \neq i} U_j. \quad (1)$$

Також спад напруги на опорах розраховується за наступними виразами:

$$U_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \cdot E,$$

$$U_1 + U_3 = \frac{R_1 + R_3}{\sum R_i} \cdot E \quad \text{і так інші,}$$

і підставляється у формулу (1) як результат сукупних вимірювань.

Задача. Є терези з гирями 1, 2 і 5 кілограм, та два тіла, маси m_1 і m_2 яких необхідно визначити.

Рівновага терезів у двох випадках дозволяє “зважити” маси тіл:

$$\begin{cases} m_2 = m_1 + 5 + 1 \\ m_1 + 2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 5 - 2 = 3 \text{ кг} \\ m_2 = 3 + 6 = 9 \text{ кг} \end{cases}$$

Якщо невідомих, а отже і кількість рівнянь у їх системі більша, то хід розв’язку можна прискорити або спростити, додавши або віднявши деякі з рівнянь, або при множенні (діленні) на деяке число.

Задача. Є три відомі важки ($m_1=1$ г, $m_2=2$ г і $m_3=4$ г), два важки m_{1X} і m_{2X} з невідомим номіналом і рівноплечі терези, які фіксують положення тільки в невеликому околі їх рівноваги, що є малим для безпосереднього зчитування значення маси. Рівновага одержана при такому сполученні важків: $m_3 + m_{2X} = m_2 + m_{1X}$ і $m_1 + m_2 = m_{1X} + m_{2X}$. Якщо додамо рівняння, то одержимо: $m_1 + m_3 = 2m_{1X}$, звідки $m_{1X} = 2,5$ г.

3. Приклад спільних вимірювань.

Задача. Одночасним вимірюванням сили струму (А) у колі і падіння напруги (В) на змінному опорі цього кола знайти е.р.с. E і внутрішній опір r джерела струму.

Розв'язок. Нехай при деяких двох значеннях змінного опору виміряні значення U_1, I_1 і U_2, I_2 ; тоді із закону Ома для повного кола

$$I = \frac{E}{R+r} \text{ отримуються наступні дві рівності і їх розв'язок:}$$

$$\left. \begin{array}{l} E = I_1 r + U_1 \\ E = I_2 r + U_2 \end{array} \right\} \Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot r + U_1 - U_2 = 0 \Rightarrow r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}; E = \frac{I_1 U_2 - U_1 I_2}{I_1 - I_2}.$$

3. Завдання для самостійної роботи

Завдання 1. При вимірюванні деяких 4-х фізичних величин було проведено по 9 вимірювань і зроблено такі записи усереднених результатів і їх похибок:

$$X_1=3,805, \quad X_2=0,09786, \quad X_3=11,53165; \quad X_4=0,750;$$

$$\Delta x_1=0,02157, \quad \Delta x_2= 0,00550, \quad \Delta x_3= 0,000349, \quad \Delta x_4=0,0447.$$

Правильно написати результат, суму і добуток виміряних наближених величин.

Завдання 2. Нехай є важок масою $m_0=100$ грам і чотири тіла m_1, m_2, m_3, m_4 з невідомими масами; зважування (врівноважування) на терезах дало наступні сполучення:

$$1) m_3=m_2+100; \quad 2) m_4+m_1=m_2+m_3; \quad 3) m_4=m_1+m_3; \quad 4) m_4=m_1+m_2+100.$$

Розв'язати систему цих рівнянь, знайти масу всіх важків.

Завдання 3. Електричний опір речовини описується лінійною має наступну залежність від температури: $R=R_0(1+\alpha t+\beta t^2)$. 1. Вивести формулу для визначення коефіцієнтів α і β , якщо зроблені два таких вимірювання: (R_1, t_1) і (R_2, t_2) . 2. Вивести формулу для обчислення абсолютної і відносної похибки вимірювання коефіцієнтів α і β , якщо відомо похибки ΔR і Δt .

Обробка багатократних рівноточних вимірювань.

Завдання 4. Обробка прямих вимірювань.

Одержано 15 виміряних значень напруги, в мВ: 10,108; 10,109; 10,107; 10,110; 10,105; 10,106; 10,104; 10,106; 10,095; 10,092; 10,102; 10,098; 10,097; 10,194; 10,115. Похибка приладу $\delta=1$ мВ. Обробити дані і правильно написати результат вимірювання ($\alpha=0,90, t_{\alpha n}=1,76$);).

Завдання 5. Обробка непрямих (посередніх) вимірювань.

Вивести та записати вирази (формули) для обчислення абсолютної та відносної похибок непрямого вимірювання величини $Y=f(X_1, X_2, X_3)$, які представлені формулами у таблиці. Записати числові значення випадкової похибки ($\Delta Y_{\text{вип}}$) при заданих значеннях X_1, X_2, X_3 (випадкові похибки ($\Delta X_{1,2,3}$) становили 10 % від вимірюваного значення). Систематична (інструментальна) похибку приладів $\delta=1$ (для довірчої ймовірності $\alpha=0,95$ коефіцієнт Стюдента $t_{\alpha,\infty}=1,96$).

Записати кінцевий результат вимірюваної величини Y (врахувавши правила заокруглення та запису наближених чисел).

	$Y=f(X_1, X_2, X_3)$	X_1	X_2	X_3
1.	$Y = X_1 + X_2^3 / \sqrt{X_3}$	1,2	2,1	4,0
2.	$Y = X_1 / X_2 + \sqrt{X_3}$	2,3	4,2	3,0
3.	$Y = X_1 \cdot X_2 + 1 / \sqrt{X_3}$	3,4	6,2	2,0
4.	$Y = (X_1 + X_2^3) / \sqrt{X_3}$	4,5	3,3	5,0
5.	$Y = X_1 \cdot X_2 / \sqrt{X_3}$	5,0	5,1	2,5

Контрольні питання

1. Що розуміється під такими поняттями як “вимірювання”, “виміряне” (або “дійсне”) та “істинне” значення фізичної величини ?
2. Назвіть види вимірювань і дайте їм пояснення (характеристику).
3. Коли вимірювання можна вважати рівноточними.
4. В яких одиницях вимірюються абсолютна і відносна похибки ?
5. Дайте визначення випадковій і систематичній похибці.
6. Поясніть алгоритм визначення значення фізичної величини в результаті сукупних вимірювань.
7. Що таке ймовірність появи випадкової величини? Чим вона відрізняється від відносної частоти появи події ?
8. Записати формулу, дати визначення і розкрити зміст функції розподілу густини ймовірності випадкової величини.
9. Чим функція розподілу густини імовірності $f(x)$ відрізняється від інтегральної функції розподілу ймовірності $F(x)$?
10. Дати означення дискретної і неперервно змінної випадкової фізичної величини.

11. Записати умови нормування ймовірності для дискретної і для неперервно змінної випадкової фізичної величини.
12. Що є чисельними характеристиками функції Гауса ?
13. Який зміст має площа під кривою Гауса, обмежена значеннями аргументу x_1 і x_2 ?
14. Що таке генеральна сукупність випадкових величин ?; вибірка ?
15. Що є оцінкою дисперсії і математичного сподівання випадкових величин для вибірки ?
16. Запишіть формули для обчислення: 1) СКВ середнього арифметичного, 2) надійного інтервалу похибки, 3) похибки непрямого (посереднього) вимірювання.
17. Що називають коефіцієнтом надійності (надійною імовірністю або просто “надійністю”) ? Що таке надійний інтервал ?
18. Що розуміють, коли говорять, що фізична величина визначена з надійністю α ?

Додаткова література до Лабораторної роботи № 1

1. Цюцюра В.Д., Цюцюра С.В. Метрологія та основи вимірювань: Навчальний посібник / К.: Знання-Прес, 2003. – 180 с.
2. Жихарев В.М., Ковач Є.Т., Хархаліс Л.Ю., Берча Д.М. МЕХАНІКА. Фізичний практикум: Навчальний посібник / – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2012. – 156 с.
3. Жихарев В.М., Павлишин Р.Є. Основи метрології та стандартизації. Цикл лекційних і практичних занять. Навчально-методичний посібник / Ужгород: ТОВ “РІК-У”, 2020 – 280 с. ISBN 966-364-332-3.
4. ДСТУ (ГОСТ) 8.207-76. Державна система забезпечення єдності вимірювань. Прямі вимірювання з багатократними спостереженнями. Методи обробки результатів спостережень. Основні положення.
5. ГОСТ Р 8.736-2011. ("ИЗМЕРЕНИЯ ПРЯМЫЕ МНОГОКРАТНЫЕ. Методы обработки результатов измерений. Основные положения". Дата введення: 2013-01-01. Дата переиздания: март 2019 г.).
6. ДСТУ 2681-94 Державна система забезпечення єдності вимірювань. Метрологія. Терміни та визначення. – К. 1994. – 66 с.
7. ДСТУ 3651.0-97 Метрологія. Основні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення.
8. Наказ Міністерства економічного розвитку та торгівлі України від 25.08.2015 № 914. Про затвердження визначень основних одиниць SI, назв та визначень похідних одиниць SI, десяткових кратних і частинних від одиниць SI, дозволених позасистемних одиниць, а також їх позначень та Правил застосування одиниць вимірювання і написання назв та позначень одиниць вимірювання і символів величин.

Лабораторна робота № 2 ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ПРЯМОЛІНІЙНОГО РУХУ НА МАШИНІ АТВУДА

Мета роботи: експериментальна перевірка законів рівномірного, рівноприскореного рухів, визначення прискорення вільного падіння та перевірка 2-го закону Ньютона.

Прилади і матеріали: прилад Атвуда РМ-02, тягарці різної маси, секундомір.

1. Короткі теоретичні відомості

Механіка вивчає рух матеріальних тіл, тобто визначення положення тіл в просторі в будь-який момент часу, та причини, які призводять до цього положення тіл. *Поступальний рух* твердих тіл повністю описується рухом однієї матеріальної точки, якою може бути центр мас. Положення центра мас описується радіусом-вектором:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i, \quad (1)$$

де m – маса всієї системи. Зміна положення центра мас з часом при поступальному русі описується рівнянням руху:

$$\vec{r}_c(t) = \vec{r}_c(0) + \vec{v} \cdot t \quad (2)$$

Прямолінійний поступальний рух може бути рівномірним, коли швидкість стала, і прискореним. Для прямолінійного прискореного руху швидкість змінюється за формулою

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad (3)$$

де миттєве прискорення

$$\vec{a}_m = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4)$$

У разі рівноприскореного прямолінійного руху

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}. \quad (5)$$

Шлях, пройдений тілом у цьому випадку,

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (6)$$

Динаміка матеріальної точки описується трьома законами Ньютона. Основні закони кінематики та динаміки поступального руху дослідним шляхом можна перевірити на машині Атвуда.

2. Методика експерименту та опис приладів

Загальний вигляд машини Атвуда показаний на рис.1. На вертикальній колонці (1), закріпленій на основі (2), розміщені три кронштейни: нерухомий нижній кронштейн (3) і два рухомих – середній (4) і верхній (5), а також верхня втулка (6). Основа встановлена на ніжках (7), регулюючи які проводять вирівнювання положення приладу. На верхній втулці за допомогою верхнього диска (8) закріплений вузол підшипника ролика (9), шків (10) і електромагніт (11). Через шків проходить нитка (12) з прив'язаними на її кінцях тягарцями (13) та (14). Електромагніт після підведення до нього напруги живлення, при допомозі фрикційної муфти, утримує систему шківа з тягарцями у стані спокою.

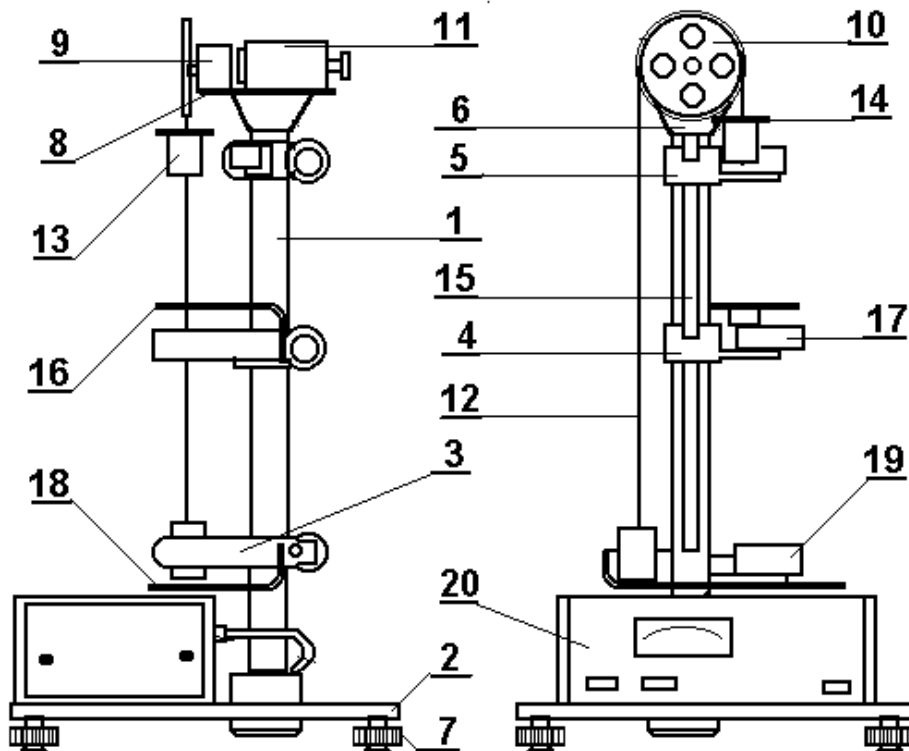


Рис. 1. Прилад Атвуда РМ-02.

Верхній і середній кронштейни можна переміщувати вздовж колонки і фіксувати в будь-якому положенні, встановлюючи таким чином довжину шляху рівноприскореного і рівномірного руху. Для вимірювання величини шляху на колонці є міліметрова шкала (15), всі кронштейни мають показники положення, а верхній кронштейн додаткову риску, яка дає точне узгодження нижньої межі верхнього великого тягарця з визначеним початком шляху.

На середньому кронштейні закріплений кронштейн з кільцем (16) і фотоелектричний датчик №1 (17). Цей кронштейн знімає з падаючого вниз великого тягарця додатковий тягарець (13), а фотоелектричний датчик в цей час створює електричний імпульс, який сигналізує початок рівномірного руху великих тягарців. Оптична вісь фотоелектричного датчика (риска на його корпусі) знаходиться на рівні покажчика положення середнього кронштейна. Нижній кронштейн обладнаний двома кронштейнами (18) з гумовими амортизаторами, на які опускаються тягарці з фотоелектричним датчиком №2 (19) з оптичною віссю на рівні покажчика положення кронштейна, після перетину якої нижньою гранню падаючого тягарця, створюється електричний сигнал що сигналізує проходження тягарцями вибраного значення. На основі приладу знаходиться жорстко зв'язаний з ним мілісекундомір РМ-15 (20), до гнізд якого підведені відповідні фотоелектричні датчики №1 і №2.

Принцип роботи приладу розглянемо, виходячи з рис.1. Через шків, який змонтований на підшипнику для зменшення сил тертя, проходить нитка з двома однаковими тягарцями масою M . Система в цьому випадку знаходиться у рівновазі.

Якщо на одну сторону блока додамо невеликий тягарець масою m , то система одержить прискорення, з яким вона буде рухатися на шляху s . На кільці (16) додатковий тягарець буде знятий, і тягарці пройдуть шлях S рівномірно.

Конструкція приладу дозволяє перевірити закон швидкості

$$v = a \cdot t \quad (7)$$

для рівноприскореного руху без початкової швидкості. Для цього

потрібно переконатися, що $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = a$, (8)

а це можливо зробити, якщо знайти метод визначення кінцевих швидкостей v_1 і v_2 рівноприскореного руху протягом часу t_1 і t_2 .

Поділивши шлях S , пройдений тягарцем при рівномірному русі, на час цього руху t та зробивши виміри шляху рівноприскореного руху s , який тягарець проходить за час t_1 , можемо записати

$$a = \frac{v}{t_1}, \quad \text{де} \quad v = \frac{S}{t} \quad (9)$$

– швидкість на ділянці S рівномірного руху, яка дорівнює кінцевій швидкості рівноприскореного руху. Враховуючи, що у випадку рівноприскореного руху $v^2 = 2as$, одержимо першу робочу формулу

у вигляді

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{S^2}{2st^2}. \quad (10)$$

Змінюючи S , ми, тим самим, змінюємо t . Закон швидкості виконується, якщо з *врахуванням похибки* виконується рівність ($a_1 = a_2 = a$):

$$a = \frac{S_1^2}{2s_1 t_1^2} = \frac{S_2^2}{2s_2 t_2^2}. \quad (11)$$

Використовуючи прилад, можна також перевірити другий закон Ньютона: $F = ma$. При цьому необхідно, щоб забезпечувалась постійність рухомої маси

$$m = m_1 + m_2 + 2M \quad (12)$$

де m_1, m_2 – додаткові тягарці, M – маса кожного з двох великих підвішених тягарців. Зміна величини діючої сили досягається перекладанням додаткових тягарців m_1 та m_2 з одного великого тягарця на другий. Сила, яка приводить систему в рух, рівна різниці ваги правого та лівого тягарців.

У випадку, коли обидва додаткові тягарці знаходяться на правому великому тягарці, сила, яка приводить у рух систему, дорівнює

$$F_1 = (m_1 + m_2)g. \quad (13)$$

Переклавши менший додатковий тягарець m_2 на лівий великий тягарець, знайдемо, що тоді

$$F_2 = (m_1 - m_2)g. \quad (14)$$

Згідно другого закону Ньютона, $ma = F$, запишемо

$$\begin{aligned} F_1 &= (2M + m_1 + m_2) \cdot a_1 = (m_1 + m_2)g \\ F_2 &= (2M + m_1 + m_2) \cdot a_2 = (m_1 - m_2)g \end{aligned} \quad (15)$$

отже,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 - m_2)}. \quad (16)$$

Оскільки $a = \frac{2s}{t^2}$, то при $s_1 = s_2 = s$ одержують:

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \quad (17)$$

Ця формула є друга робоча формула для перевірки другого закону Ньютона.

Якщо масою блока і силами тертя в ньому знехтувати, а нитку вважати невагомою і нерозтяжною, то на основі другого закону Ньютона можна записати рівняння руху:

$$\begin{cases} (M + m)a = (M + m)g - F_H, \\ Ma = F_H - Mg \end{cases}, \quad (18)$$

де a – прискорення, з яким рухаються тягарці, g – прискорення сили тяжіння, F_H – сила натягу нитки, m – маса одного із додаткових тягарців m_1 або m_2 .

Розв’язуючи рівняння (18), одержимо формулу для a :

$$a = g \frac{m}{2M + m}. \quad (19)$$

Звідси

$$g = \frac{2M + m}{m} \cdot \frac{S^2}{2st^2}, \quad (20)$$

де S – шлях рівномірного руху, s – шлях рівноприскореного руху, t – час, протягом якого тягарці пройдуть шлях S . У рівнянні (20) використано співвідношення (10). Формула (20) є третьою робочою формулою. Значення g визначити для обох довжин шляхів s і S .

3. Завдання та порядок виконання роботи

Перед виконанням роботи ПЕРЕВІРИТИ ЗАЗЕМЛЕННЯ ПРИЛАДУ. Покласти на ролик нитку з великими тягарцями і перевірити, чи знаходиться система в стані рівноваги. За допомогою регулюючих ніжок основи привести в разі необхідності колонку до вертикального положення. Пересунути середній кронштейн на вибрану висоту над нижнім кронштейном і встановити їх так, щоб великий правий тягарець, падаючи проходив через середину робочого віконця фотоелектричних датчиків (завдяки чому буде визначений шлях S). Пересунути верхній кронштейн на задану висоту над середнім кронштейном і встановити його в одній площині з іншими кронштейнами (таким чином буде визначений шлях s). Натиснути кнопку “СЕТЬ” і пересвідчитися, що всі індикатори вимірювачів показують нуль, лампочки обох фотоелектричних датчиків світяться. Перемістити правий тягарець в верхнє положення, покласти на нього додатковий тягарець і перевірити, чи знаходиться система в стані спокою. Натиснути кнопку “ПУСК” і перевірити: чи рухається система, чи кронштейн (16) затримав додатковий тягарець, чи виміряв мілісекундомір час проходження шляху S правим тягарцем і чи була система загальмованою. Натиснути кнопку “СБРОС” і перевірити, чи зняте електромагнітом блокування ролика. Після цього можна приступати до вимірювань.

Завдання 1. Перевірка закону швидкості та визначення прискорення сили земного тяжіння.

1. На правий великий тягарець (його маса M) покласти один із додаткових тягарців (маса m_1 або m_2). Нижню грань правого тягарця встановити на рівні риски, нанесеної на верхньому кронштейні. За допомогою шкали на колонці виміряти значення встановлених шляхів рівноприскореного s та рівномірного S рухів тягарця.
2. Натиснути кнопку “ПУСК” . Прочитати вимірне значення часу t_1 руху великого тягарця на шляху S_1 . Виміри повторити не менше 5 разів.
3. Перемістити кронштейн в інше положення, встановивши значення шляху S_2 , і зробити 5 вимірів часу t_2 руху для шляху S_2 .
4. За цими даними перевіряють виконання закону швидкості (7) шляхом перевірки рівності (11).
5. Зняти тягарці разом з ниткою, що їх з’єднує і зважити на шалькових терезах для визначення їх маси ($2M$). Зважування достатньо провести один раз. Маса m малих тягарців вказана на них.
6. За формулою (20) визначити значення і похибку вимірювання прискорення сили земного тяжіння g .
7. Результати вимірів занести в таблицю. Обробити результати прямих вимірювань за схемою №1, непрямих – за схемою №4.

Завдання 2. Перевірка другого закону Ньютона.

1. Встановлюють певне значення шляху s рівноприскореного руху і вимірюють його значення за допомогою шкали на колонці.
2. Обидва додаткові тягарці масами m_1 та m_2 кладуть на правий великий тягарець. Натискають клавішу “ПУСК” і визначають час падіння t_1 . Виміри проводять не менше 5 разів.
3. Менший тягарець m_2 перекладають на лівий великий тягарець і вимірюють час падіння t_2 аналогічно п.2.
4. Дані заносять у таблицю. Перевіряють співвідношення (17) з врахуванням похибок вимірювань і кінцевого результату (надійного інтервалу).
5. Обробку результатів прямих вимірів проводять за схемою №1, непрямих – за схемою № 4.
6. Зробити аналіз результатів, написати короткі висновки.

Контрольні питання

- Сформулюйте та запишіть другий закон Ньютона:
 - для випадку малих швидкостей;
 - для випадку великих швидкостей.
- Дайте визначення лінійного та кутового прискорення.
- Виведіть зв'язок між лінійним та кутовим прискоренням.
- Тіло рухається в полі тяжіння під кутом до горизонту. Чи змінюється при цьому вектор швидкості, модуль швидкості, проекції швидкості на координатні осі ?
- Як зв'язані між собою повне \vec{a}_n , нормальне \vec{a}_n та тангенціальне \vec{a}_τ прискорення:
 - $\vec{a}_n = [\vec{a}_i \cdot \vec{a}_\tau]$;
 - $\vec{a}_n = \vec{a}_i - \vec{a}_\tau$;
 - $|\vec{a}_n| = \sqrt{a_i^2 + a_\tau^2}$;
 - $\vec{a}_n = \vec{a}_i \cdot \vec{a}_\tau$
- Як зміниться прискорення системи, якщо збільшити масу $2M$ великих тягарців (залишивши без зміни масу додаткового важка і при незмінній силі тертя) ?
- Що може внести найбільшу похибку при визначенні значення g .
- При рівноприскореному русі тягарців прискорення вираховується за формулою $a = \frac{2s}{t^2}$. За якою формулою вираховується абсолютна похибка Δa ?
 - $\Delta a = \frac{2\Delta s}{t^2} + \frac{4s}{t^2} \cdot \frac{\Delta t}{t}$;
 - $\Delta a = \frac{s \cdot 2t \cdot \Delta t + t^2 \cdot \Delta s}{t^4}$;
 - $\Delta a = \frac{\Delta s}{t^2} + \frac{s \cdot \Delta t}{t^3}$;
 - $\Delta a = \frac{8s\Delta t + t^2 \Delta s}{t^4}$
- Вкажіть на машині Атвуда ділянку рівномірного S та рівноприскореного руху s . Чому система починає рухатись рівномірно ?
- Прокоментуйте систему рівнянь 18 та розв'яжіть її для знаходження формули 19 і 20.

Лабораторна робота № 3

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА СИЛИ СУХОГО ТЕРТЯ (ТЕРТЯ КОЧЕННЯ)

Мета роботи: експериментальне вивчення руху тіла за наявності сил опору (тертя) та визначення коефіцієнтів тертя спокою, кочення і коефіцієнта моменту сил тертя кочення.

Прилади і матеріали: експериментальна установка – жолоб з вмонтованим контактним секундоміром, стальна куля або сфера, міліметровий папір.

1. Короткі теоретичні відомості

При коченні кулі по похилій площині виникають сили тертя. Якщо куля котиться без ковзання, то виникає сила тертя спокою. Величина цієї сили F визначається законом Кулона

$$F \leq kN, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт тертя спокою, N – сила нормального тиску. Сила тертя F завжди паралельна площині стикання взаємодіючих тіл. Якщо при коченні кулі виникає ковзання, то з'являється сила тертя ковзання, величина якої визначається рівністю

$$F = k_1N, \quad (2)$$

Коефіцієнт тертя k_1 залежить не лише від властивостей поверхонь, між якими виникає тертя, але і від їх відносної швидкості. Якщо швидкості малі, то його можна вважати постійним і рівним коефіцієнту k ($k_1 = k$).

При коченні стальної кулі по площині слід враховувати деформацію площини і кулі. Сила реакції опори не проходить через центр ваги кулі, а дещо зміщена вперед в напрямку руху. Це веде до появи моменту сили реакції опори відносно осі обертання кулі, який перешкоджає її обертанню. Цей момент носить назву моменту сил тертя кочення M і може бути записаний у вигляді:

$$M = k_2 \cdot N, \quad (3)$$

де k_2 – коефіцієнт моменту сил тертя кочення. Він суттєво відрізняється від коефіцієнтів k і k_1 , оскільки є розмірною величиною і, власне кажучи, характеризує плече сили тиску опори відносно осі кулі.

а) КОЧЕННЯ КУЛЬКИ ПО ЖОЛОБУ

2. Методика експерименту та опис приладів

Коефіцієнт тертя k , k_1 , k_2 можна визначити із вимірювання руху кульки по жолобу.

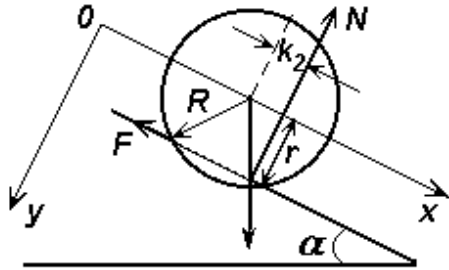


Рис. 1а

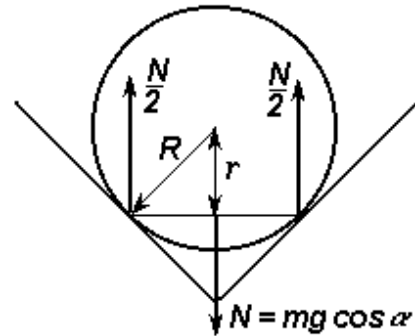


Рис. 1б

При незначних кутах нахилу жолоба до горизонту кулька, що знаходиться у жолобі, буде в стані спокою. Найбільший кут, при якому кулька ще не починає котитися, одержимо з умови рівноваги (рис.1а).

$$\begin{cases} mg \sin \alpha_1 - F = 0 \\ Fr - k_2 mg \cos \alpha_1 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

де m – маса кульки, F – паралельна площині скочування сила тертя спокою, g – прискорення сили тяжіння, r – плече сили F відносно осі обертання. Ці рівності дають одну із робочих формул

$$k_2 = r \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \quad (5)$$

Якщо значення кута α_1 відоме (див. нижче), то із (5) можна вирахувати коефіцієнт k_2 .

При збільшенні кута нахилу жолоба, починаючи з кута $\alpha = \alpha_1$, кулька котиться без ковзання. Для жолоба прямокутного перерізу рівняння руху кульки (рис.1б) запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = mg \sin \alpha - F \\ mg \cos \alpha - N = 0 \\ J\ddot{\varphi} = Fr - k_2 N \\ \ddot{x} = r\ddot{\varphi} \end{cases} \quad (6)$$

де J – момент інерції кульки, $J = \frac{2}{5}mR^2$ (R – радіус кульки), $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ –

прискорення руху центра мас кульки, $r=R/\sqrt{2}$, $\ddot{\phi}$ – кутове прискорення кульки. Із цих рівнянь одержуємо:

$$F = \frac{1}{9} mg \left(4 \sin \alpha + 5 \frac{k_2}{r} \cos \alpha \right), \quad (7)$$

$$\ddot{x} = \frac{5}{9} g \left(\sin \alpha - \frac{k_2}{r} \cos \alpha \right). \quad (8)$$

Так як згідно закону Кулона $F \leq kmg \cos \alpha$, то рівняння

$$kmg \cos \alpha_2 = \frac{1}{9} mg \left(4 \sin \alpha_2 + 5 \frac{k_2}{r} \cos \alpha_2 \right) \quad (9)$$

визначає найбільше значення кута $\alpha = \alpha_2$, при якому кулька ще рухається без ковзання. З рівності (9) одержуємо

$$k = \frac{4}{9} \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{5}{9} \frac{k_2}{r}. \quad (10)$$

Якщо α_2 і k_2 відомі (див. нижче), рівність (10) дозволяє вирахувати коефіцієнт k .

З рівняння (6) видно, що центр мас кульки рухається рівноприскорено. Якщо її початкова швидкість дорівнювала нулю, то для віддалі x , яку вона проходить за час t , маємо

$$x = \frac{1}{2} \ddot{x} t^2. \quad (11) \quad \text{Звідси} \quad \ddot{x} = \frac{2x}{t^2}. \quad (12)$$

Рівності (9) і (11) дають другу робочу формулу:

$$k_2 = \frac{9r}{5g} \left(\frac{5}{9} g \sin \alpha - \frac{2x}{t^2} \right) \frac{1}{\cos \alpha}, \quad \text{де} \quad \frac{5}{9} g \sin \alpha = a - \quad (13)$$

– прискорення руху центра мас кульки без врахування тертя кочення. В граничному випадку, коли $x=0$, а кут $\alpha = \alpha_1$, рівняння (13) приводить до (5). Рівність (13) дозволяє визначити k_2 , вимірюючи час руху кульки по жолобу при різних кутах нахилу жолоба.

При кутах нахилу жолоба $\alpha > \alpha_2$ можна (наближено) вважати, що кулька при своєму русі не обертається, а лише ковзає по жолобу. Рівняння руху центра мас кульки тоді може бути записане у вигляді

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - k_1 mg \cos \alpha, \quad (14)$$

де k_1 – коефіцієнт тертя ковзання.

Враховуючи (11) з рівняння (14) одержуємо третю робочу формулу:

$$k_1 = \left(g \sin \alpha - \frac{2x}{t^2} \right). \quad (15)$$

Рівність (15) дозволяє визначити k_1 для різних кутів нахилу жолоба.

Опис установки.

Основна частина установки – металевий жолоб прямокутного перерізу. Внутрішня поверхня жолоба покрита тканиною, яка легко деформується при русі сталльної кульки. Один кінець жолоба закріплений шарнірно, а другий – переміщається по направляючих.

На верхньому краю жолоба розміщений електромагніт, який утримує кульку. Внизу – приймальний столик. Коли кулька вдаряється об нього, розмикається електричний контакт і електричний секундомір зупиняється.

3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Для всіх, вказаних на установці, кутів нахилу жолоба вимірюють час t руху кульки. Для кожного положення жолоба час руху кульки потрібно виміряти 5 разів і взяти із них середнє арифметичне. За формулою (12) вираховують для всіх кутів нахилу величину прискорення кульки \ddot{x} і швидкість $v = at$.
2. Одержані результати представляють у вигляді графіка, відкладаючи по осі абсцис кути нахилу, а по осі ординат величину прискорення кульки. Вибрати масштаб: 1 см – 2^0 і 1 см – 20 см/с^2 . На цьому ж листку наносять графік функції $a = \frac{5}{9} g \sin \alpha$, тобто прискорення руху центра мас кульки без врахування тертя ковзання. Точка перетину графіків $a = f(\alpha)$ і $a = \frac{5}{9} g \sin \alpha$ визначає кут α'_2 , близький до кута α_2 , при якому виникає ковзання. На графіку вказати надійні інтервали.
3. З рівняння (10), припустивши що $k_2=0$, одержимо формулу, $k = \frac{4}{9} tg\alpha_2$, з якої вирахуємо коефіцієнт тертя спокою.
4. Екстраполяцією графіка $a = f(\alpha)$ до перетину з віссю абсцис визначають величину кута α_1 .
5. Вираховують k_2 : для кутів, більших α_1 , але менших α_2 , за формулою (13), для кута α_1 – за формулою (5).
6. Коефіцієнт k_1 вираховують за формулою (15) для кутів більших α_2 . Визначають залежність k_1 від швидкості.
7. Результати вимірювань і обчислень заносять у таблицю.
8. Будують графік залежності k_1 від швидкості.

9. Порівнюють між собою одержані результати коефіцієнтів тертя.
 10. Оцінюють похибки і роблять короткі висновки за результатами роботи.

ПРИМІТКА: Оскільки для одного і того ж кута виконується 5 вимірювань часу і шляху, і ці вимірювання рівноточні, то для знаходження середнього значення прискорення \ddot{x} , швидкості v та їх надійних інтервалів Δa та Δv використовується схема №4 обробки непрямих вимірювань. Надійний інтервал Δa знаходиться, використовуючи формулу

$$\left(\frac{\Delta \ddot{x}}{\bar{\ddot{x}}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{\bar{t}}\right)^2, \quad (17)$$

де Δx , Δt – надійні інтервали шляху і часу, \bar{x} і \bar{t} – середні значення цих величин, знайдені за схемою №1 обробки результатів прямих вимірювань.

Надійні інтервали Δx і Δt включають в себе не лише випадкові похибки, але й систематичні і знаходиться за формулами:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{сист}})^2 + (t_{\text{на}} S_{\bar{x}})^2}, \quad \Delta t = \sqrt{(\Delta t_{\text{сист}})^2 + (t_{\text{на}} S_{\bar{t}})^2}. \quad (18)$$

Для знаходження похибки для величин k , k_1 і k_2 , які є результатами непрямих вимірювань, використовують формулу

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots}, \quad (19)$$

де $y = f(x_1, x_2, \dots)$ – функція, а x_1, x_2, \dots – її незалежні змінні. Змінними величинами тут будуть кут α , шлях x і час t , а функціями k , k_1 , k_2 . Похибка кута α оцінюється як систематична похибка $\Delta \alpha_{\text{сист}}$.

11. Записати кінцеві значення вимірювань та обчислень, за їх результатами зробити висновки.

б) КОЧЕННЯ КУЛЬКИ ПО ПЛАСТИНЦІ

2. Методика експерименту та опис приладів

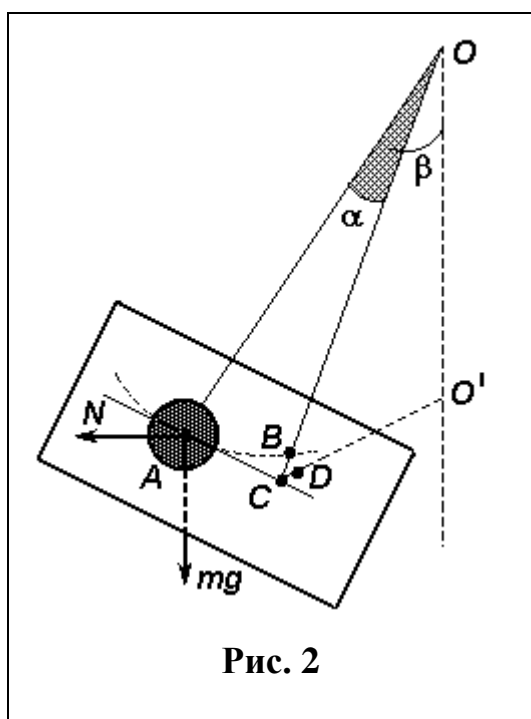


Рис. 2

Схематичне зображення експериментальної установки приведене на рис.2. Тут зображена площина кочення – пластинка, вздовж якої котиться кулька, підвішена за нитку в точці підвісу O (подібно математичному маятнику). Точка A визначає положення рівноваги кульки, точка B відповідає положенню кульки при відхиленні її на кут α від точки A , OO' – вертикаль, β – кут нахилу площини по відношенню до вертикалі.

При коливальному русі кульки по площині σ , нахиленої під кутом β до вертикалі, під час її кочення виникає момент сили тертя кочення, який визначається за формулою

$$M = FR = k_2 N, \quad (20)$$

де M – момент сили тертя кочення, F – сила тертя кочення, R – радіус кулі, N – реакція площини σ , k_2 – коефіцієнт моменту сили тертя кочення.

Дія тертя кочення приводить до зменшення механічної енергії коливального процесу W і, відповідно, до зменшення амплітуди коливань. Знаючи цю зміну енергії, можна знайти коефіцієнт моменту сили тертя кочення.

Розглянемо рис.2. Точки C і D вибрано таким чином, щоб виконувалися умови: $AC \perp OA$; $BC \perp OA$; $BD \perp OO'$; CD – горизонталь. У трикутнику AOB сторони AO та BO є довжинами l маятника, отже, трикутник AOB – рівнобедрений: $\angle OAB = (\pi/2 - \alpha/2)$, а $\angle BAC = \alpha/2$. У трикутнику CBD за побудовою $\angle CBD = \beta$. Розглянемо потенціальну енергію кульки в точці B , відносно рівня, заданого прямою CD . Положення точки B визначається кутом α , тому

$$BD = h \cdot \cos \beta = \left(AB \sin \frac{\alpha}{2} \right) \cos \beta \approx l \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \beta$$

(при малих кутах α хорда AB прямує до дуги $l \cdot \alpha$). Потенціальна енергія в цьому випадку

$$W_{\alpha} = mgh = mgl\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \beta. \quad (21)$$

З рис.2 видно, що сила нормальної реакції з боку пластини в точці A

$$N = mg \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = mg \sin \beta, \quad (22)$$

тому

$$F = \frac{k_2}{R} N = \frac{k_2}{R} mg \sin \beta. \quad (23)$$

При затуханні коливань протягом n періодів амплітуда x_0 зменшиться до x_n і роботу сили тертя можна визначити за формулою

$$A = F \cdot 4x_{cep}n = 4nF \frac{x_0 + x_n}{2} = 4nFl \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} = 4nl \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} \frac{k_2}{R} mg \sin \beta, \quad (24)$$

де початкова амплітуда $x_0 = l\alpha_0$; а кінцева – $x_n = l \cdot \alpha_n$. Прирівнявши зміну енергії до роботи сил тертя, одержимо (див. 21):

$$W_{\alpha_0} - W_{\alpha_n} \approx mgl \cos \beta \left(\alpha_0 \sin \frac{\alpha_0}{2} - \alpha_n \sin \frac{\alpha_n}{2} \right), \quad (25)$$

що при малих кутах α ($\sin \alpha \approx \alpha$) переписеться в такому вигляді:

$$mgl \frac{\alpha_0^2 - \alpha_n^2}{2} \cos \beta = A = 4nl \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} \cdot \frac{k_2}{R} mg \sin \beta. \quad (26)$$

З цієї рівності одержуємо кінцеву робочу формулу

$$k_2 = R \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \cdot \operatorname{ctg} \beta. \quad (9.27)$$

Опис установки.

Установка складається з маятника, нахил площини коливань якого змінюється від 0 до $\pi/2$ і електричної схеми, яка дозволяє вимірювати час і відраховувати кількість коливань. На передній панелі установки знаходяться два цифрових табло і кнопки “ВКЛ”, “СТОП”, “СБРОС”. Натисканням кнопки “ВКЛ” установка приводиться у робочий стан, не потребуючи часу на розігрів. Кнопка “СБРОС” дозволяє “обнулити” покази на обох табло і приводить установку в робочу готовність. Для одержання показів часу, за який здійснюється n коливань, необхідно одразу ж після $(n-1)$ -го коливання натиснути на кнопку “СТОП”.

3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Встановити пластинку та підвісити кульку з однакового матеріалу. Зо допомогою штангенциркуля виміряти діаметр кульки не менше 5 разів.
2. За допомогою ручки регулювання кута нахилу площини коливань встановити певне значення кута β . (У дослідах кут β змінювати з певним кроком в межах від 0 до $\pi/2$).
3. При $\beta=0$ провести визначення періоду коливань T для кульок з усіх заданих матеріалів.
4. Відхилити маятник на малий кут α ($\alpha \approx 3-6^\circ$) і переконатися, що відсутнє проковзування. Натиснути на кнопку “СБРОС” і відпустити кульку. Кількість періодів n доцільно вибрати так, щоб α_0 і α_n приймали значення, зручні для спостереження.
5. На $(n-1)$ -му періоді натиснути кнопку “СТОП”. Результати вимірів α_0 , α_n , t , n , β занести в раціонально вибрану таблицю. Виміри провести не менше 5 разів, дотримуючись одних і тих же умов.
6. За формулою (27) обчислити коефіцієнт k_2 моменту сили тертя кочення M , а також період коливань ($T = t/n$). Для кожної серії вимірів при $\beta = \text{const}$ обробку результатів провести за схемою №1.
7. За результатами дослідів складають таблиці залежностей k_2 та T від матеріалу кулі (або площини кочення) та кута β і представляють їх у вигляді графіків. З’ясовують аналітичні залежності $k_2(\beta)$; $k_2(\text{матеріалу})$; $T(\beta)$ та $T(\text{матеріалу})$. Залежності від кута β будують, виконавши 6-10 вимірювань. Для кожного значення (точки) на графіку наносять довірчий інтервал похибки (методику нанесення графіків і “вусів” дивись у ЛР №1).
8. Роблять аналіз та висновки за результатами дослідження.

Контрольні питання

1. Яка розмірність коефіцієнту тертя кочення? (тертя ковзання?).
2. Намалюйте схематично залежність сили тертя спокою від прикладеної до тіла сили.
3. Чи залежить сила тертя ковзання від швидкості тіла?
4. Як обчислюється найбільше значення кута нахилу площини до горизонту, при якому тіло не буде рухатися (ковзати, котитися)?
5. Що таке момент сили, момент імпульсу, момент інерції тіла?

6. Запишіть формулу для обчислення моменту інерції кульки.
7. Що є причиною виникнення моменту сили тертя кочення?
8. Від чого залежать коефіцієнти тертя спокою, ковзання, кочення?
9. Який фізичний зміст коефіцієнта моменту сил тертя кочення?
10. Як буде рухатися (котитись) колесо, якщо коефіцієнт моменту сил тертя кочення k_2 дорівнює нулю? (якщо $k_1 = 0$ або $k = 0$?)
11. З яким прискоренням буде рухатися кулька по жолобу, якщо коефіцієнт тертя ковзання рівний нулеві:
 - а) $a=g$; б) $a=g\sin\alpha$; в) $a=g\cos\alpha$; г) $a = \frac{5}{9} g \sin\alpha$
12. Чому з часом амплітуда коливань кульки зменшується і чи залежить період коливань від амплітуди?
13. Як визначити похибки проведених вимірювань і кінцевого результату вимірювання?
14. Як обчислюється надійний (довірчий інтервал похибки середнього арифметичного)

Лабораторна робота № 4

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ ТА ІМПУЛЬСУ ПРИ ЗІТКНЕННЯХ ТІЛ

а) ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ПРИ ЛОБОВОМУ ЗІТКНЕННІ ДВОХ КУЛЬОК

Мета роботи: експериментальне вивчення законів зіткнення тіл на прикладі пружних та непружних ударів тіл (кульок).

Прилади і матеріали: прилад УРМ-08 з набором кульок.

1. Короткі теоретичні відомості

Закон збереження енергії: повна механічна енергія *ізолюваної консервативної системи тіл* під час руху системи не змінюється.

Система, яка включає в себе всі взаємодіючі тіла (так що на жодне з тіл системи не діють інші тіла, крім тих, що входять до системи), називається *ізолюваною (замкнутою) системою*. Сили, що діють між тілами, які утворюють замкнуту систему, називаються *внутрішніми силами* (для цієї системи тіл). Якщо ці сили є потенціальними, то таку систему називають *консервативною*. Можна показати, що в такій системі тіл і сил, які діють між тілами, їх сума ($F_{рез}$) дорівнює нулю, адже за третім законом Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Отже,

$$\vec{F}_{\partial a \zeta} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0; \quad \frac{d}{dt} \sum_i m_i \vec{v}_i = 0, \quad \text{тобто} \quad \sum_i m_i \vec{v}_i = const -$$

– повний імпульс \vec{p} *ізолюваної системи* є величина стала як би тіла в ній не рухалися. Для двох тіл до і після їх взаємодії між собою цей закон запишеться так: $(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_{до} = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_{після}$ або

$$(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)_{до} = (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)_{після}.$$

Під зіткненням розуміють взаємодію двох або декількох матеріальних тіл в відносно малій області простору протягом відносно малого проміжку часу. У процесі зіткнення головний інтерес становить не знання самого процесу, а його результат. Сукупність тіл, що беруть участь у зіткненні, в той проміжок часу, коли воно відбувається, утворюють *ізолювану систему тіл*, для якої справедливі закони збереження енергії, імпульсу і моменту імпульсу. Одним із часткових випадків зіткнення є *удар*, в результаті якого змінюються імпульси тіл і не змінюються їх координати. Він проходить за дуже короткий

відрізок часу, при цьому виробляється велика потужність. В роботі досліджується удар двох тіл – кульок. Удар буде *пружним*, коли сумарна кінетична енергія тіл (кульок, $E_{кін}$) зберігається (коефіцієнт відновлення близький до одиниці), або *непружним*, для якого коефіцієнт відновлення близький до нуля (частина $E_{кін}$ переходить в інші види енергій). Дослідження законів збереження енергії та імпульсу, що виконуються в процесі таких зіткнень, проводяться в даній роботі. Для дослідження непружних зіткнень кулі мають бути виготовлені з пластиліну.

2. Методика експерименту та опис приладів

Загальний вигляд приладу УРМ-08 для дослідження удару куль показаний на рис.1. Основа (1) стоїть на регулюючих ніжках (2), за допомогою яких проводиться вирівнювання приладу. На основі закріплена колонка (3), на якій закріплені нижній (4) та верхній (5) кронштейни.

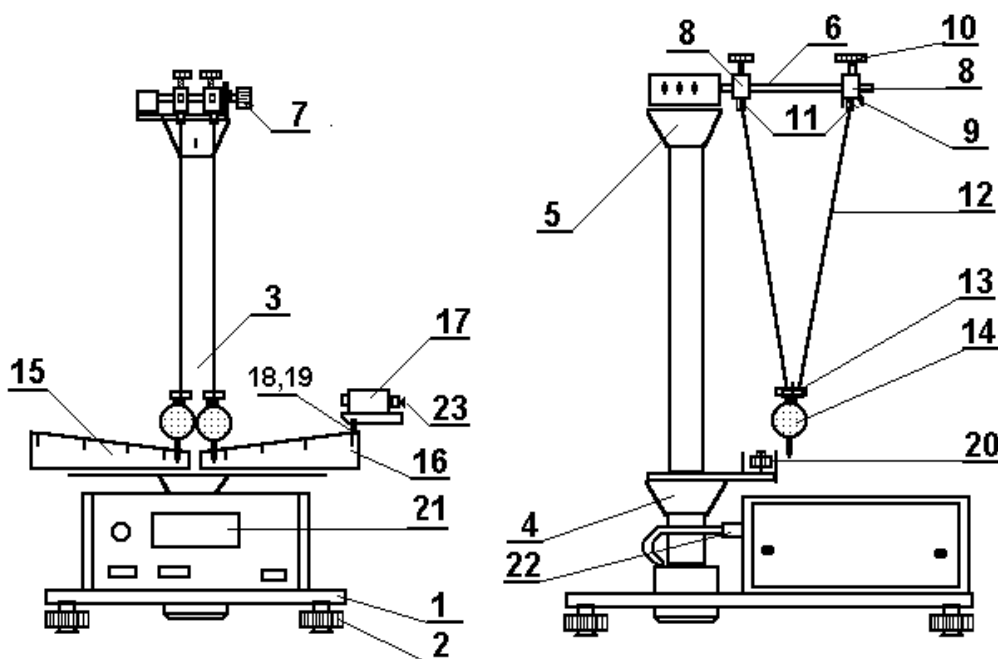


Рис. 1. Прилад УРМ-08 для дослідження удару куль.

У верхній частині колонки закріплені кронштейни із стержнями (6) і гвинт (7), який використовується для встановлення відстані між кулями. На стержнях (6) розміщені тримачі (8) з втулками (9), які фіксуються з допомогою болта (10) і пристосовані для закріплення підвісів (11). Через підвіси протягнуті дротини (12), які підводять напругу до гвинтів (13), підвісів (11), а через них до куль (14). Після від-

кручування гвинтів в підвісах можна встановити довжину підвіски куль. На нижньому кронштейні закріплені кутники з шкалами (15),(16), а також електромагніт (17). Після відкручування болтів (18),(19) електромагніт можна пересувати вздовж правої шкали і фіксувати висоту його положення. Силу електромагніта можна регулювати гвинтом (23). Кутники з шкалами також можна пересувати вздовж нижнього кронштейна. Для зміни їх положення треба відпустити гайки (20), підібрати необхідне положення кутників, а потім догвинтити гайки. На основі закріплений мікросекундомір РМ-16 (21) та блок живлення, який передає напругу через з'єднання (22) до куль і електромагніта.

У процесі експерименту визначається швидкість кульки і досліджується закон збереження імпульсу. Імпульс куль до удару

$$p = p_1 = m_1 v_1, \quad (1)$$

де m_1 – маса кулі разом з підвіскою, яка вдаряється у нерухому кулю; v_1 – швидкість цієї кулі, яка обчислюється за формулою:

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2}, \quad (2)$$

де g – прискорення сили земного тяжіння, l – довжина підвіски кулі, α – кут, з якого була відпущена куля. Імпульс куль після пружного центрального удару є векторною сумою

$$p' = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad (3)$$

де m_2 – маса другої кулі разом з підвіскою, в яку ударяє перша куля масою m_1 ; v'_1 і v'_2 – відповідні швидкості куль після удару, які визначаються за формулою (2):

$$v'_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha'_1}{2}, \quad v'_2 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha'_2}{2}, \quad (2a)$$

де α'_1 – кут, на який відскочила куля, яка ударяла, α'_2 кут, на який відскочила після зіткнення куля, яку вдарила куля масою m_1 .

Після ідеально непружного зіткнення, в результаті якого кулі з'єднуються (злипаються), отримуючи спільні кут відхилення α''_2 і швидкість

$v''_2 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha''_2}{2}$ їх сумарний імпульс стає

$$p'' = (m_1 + m_2) v''_2, \quad (5)$$

Неідеально пружні (неідеально непружні) удари можна характеризувати коефіцієнтом відновлення:

$$k = \frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2}, \quad (6)$$

де $v'_1 - v'_2$ – відносна швидкість куль після удару, $v_1 - v_2$ – відносна швидкість куль до удару.

Формули (1), (3), (5), (6) є робочими формулами.

3. Завдання та порядок виконання роботи

Експлуатація приладу допускається лише при його заземленні. Перевірити горизонтальність положення основи приладу. Натиснути кнопку "СЕТЬ" і перевірити, чи всі індикатори вимірювача показують цифру "нуль". Прилад готовий до роботи одразу після вмикання його в електричну мережу.

1. Гайки підвісів перемістити максимально вгору, на підвіси нагвинтити дві вибрані кулі. З допомогою гвинта (7), що знаходиться на верхньому кронштейні відстань між стержнями (6) встановлюють такою, щоб кулі дотикалися одна до другої.
2. Відпустити болти (10) і перемістити тримачі (8) в положення, в яких леза підвісів будуть знаходитися в одній площині з кутниками із шкалами (15,16). Болти після цього треба затягнути.
3. Відпустити гвинти підвісів і встановити таку довжину дротів (12), щоб на висоті кутових шкал знаходилися лише леза підвісів, а риски на кулях знаходилися на одному рівні. Після цього гвинти підвісів треба затягнути.
4. Провести корекцію основної установки кулю. Для цього кулю, яка займає вище положення, легко вивертаючи, довести до рівності рівнів рисок на кулях і затягнути гайку підвісів. Діапазон можливого коректування 0-4 мм.
5. Відпустити гайки (20) і встановити кутники (15,16) так, щоб леза підвісів показували нуль для моменту, коли кулі знаходяться в спокої. Затягнути гайки (20). Відпустити болти (18,19). Встановити електромагніт на вибраній відстані від початку шкали і на такій висоті, щоб його вісь була продовженням риски на кулі. Болти (18,19) затягнути.
6. Натиснути кнопку "СЕТЬ", потім "ПУСК". Гвинтом (23) відрегулювати силу електромагніта, щоб він утримував кулю.
7. Праву кулю відвести в бік електромагніта і заблокувати в цьому положенні, ліву кулю встановити нерухомо в положенні рівноваги. Прочитати значення кута α_1 .

8. Натиснути кнопку "СБРОС", далі "ПУСК". Після зіткнення куль відмітити, на які кути α'_1 і α'_2 або α''_2 відійдуть кулі. Записати їх значення та тривалість часу t зіткнення куль. Кожне вимірювання повторити не менше 10 разів.
9. Виміряти за допомогою масштабної лінійки довжину підвісок (між стержнем верхнього кронштейна і центром кулі). Виміри повторити 10 разів.
10. На терезах, які забезпечують точність вимірювання $\pm 0,1$ г, зважити кулі разом з підвісками і знайти m_1 і m_2 . Всі дані занести в таблицю.
11. За формулами (1), (3) або (5) визначити імпульс куль до і після удару. За формулою (7) оцінити коефіцієнт відновлення.
12. Перевірити виконання закону збереження енергії при пружному і непружному зіткненнях двох куль (тіл).
13. Обробку результатів прямих вимірювань провести за схемою №1, непрямих за схемою № 4. Представити кінцеві результати вимірювань, зробити їх аналіз та написати висновки.

Контрольні питання

1. Дати визначення імпульсу та кінетичній і потенціальній енергіям.
2. Що ми називаємо замкнутою (ізолюваною) системою? Що таке консервативні сили?
3. Сформулювати відомі вам закони збереження в механіці.
4. Пояснити (прокоментувати) процес перетворення енергії при дослідженні зіткнення куль на лабораторній установці.
5. Чи завжди виконується закон збереження механічної енергії?
6. Чи завжди виконується закон збереження імпульсу? Чому?
7. Яку інформацію несе коефіцієнт відновлення?
8. Які зіткнення називаються пружними? Які сили обумовлюють наявність пружних зіткнень?
9. Які зіткнення характеризуються як удар? Наведіть приклади. Що називають центральним і нецентральним ударом?
10. Чи виконується (як виконується) закон збереження імпульсу для нецентрального удару?
11. Вивести формулу для визначення швидкості кулі у момент зіткнення.
12. Які сили зумовлюють рух куль в цій лабораторній установці?

13. Записати формулу для обчислення похибки непрямих вимірювань (для імпульсу, коефіцієнту відновлення).
14. Яку характеристику зіткнення дає можливість визначити вимірювання часу зіткнення куль? Запишіть формулу і визначить цю фізичну величину.

б) ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ КУЛЬ ЗА ДОПОМОГОЮ БАЛІСТИЧНОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: експериментальна перевірка законів збереження енергії та імпульсу на прикладі визначення швидкості кулі за допомогою крутильного балістичного маятника.

Прилади і матеріали: вмонтований в уніфіковану установку балістичний маятник, пружинна гармата, секундомір, лінійка.

1. Короткі теоретичні відомості

Для системи матеріальних точок справедливе *рівняння моментів*, таке ж як і для матеріальної точки: $\frac{d\vec{N}}{dt} = \vec{M}$, де \vec{M} – момент тільки зовнішніх сил. Похідна сумарного моменту імпульсу системи матеріальних точок відносно якої-небудь нерухомої осі дорівнює моменту зовнішніх сил, що діють на систему відносно цієї осі. Зокрема, якщо відносно якої-небудь осі $M = 0$, то відносно неї $N = const$.

Звідси випливає висновок, що момент імпульсу замкнутої системи є величина стала, оскільки для неї не існує зовнішніх сил і, отже, момент зовнішніх сил дорівнюють нулю.

При розгляді руху системи матеріальних точок або твердого тіла виникає поняття центра мас. Центр мас є точкою прикладання рівнодійної масових сил, тобто сил, пропорційних масам елементів тіла, на які ці сили діють, за умови, що сили, які діють на елементи тіла, паралельні одна одній, наприклад, сил інерції в неінерціальній системі координат, яка рухається поступально. Тому центр мас називають також центром інерції. Тверде тіло має такий самий імпульс, який мала б матеріальна точка масою, що дорівнює масі тіла і рухається так само, як рухається центр мас тіла. Абсолютно непружним називають такий удар, після якого швидкості обох тіл, що стикаються, однакові. Це явище використовується в даній лабораторній роботі.

2. Методика експерименту та опис приладів

Загальний вигляд крутильного балістичного маятника показаний на рис.2. Основа (1) оснащена регулюючими ніжками (2), які дозволяють вирівнювати прилад. В основу вмонтована колонка (3), на якій закріплені верхній кронштейн (4), нижній кронштейн (5) і середній кронштейн (6).

До середнього кронштейну прикріплений гарматний пристрій (7), а також прозорий екран з нанесеною на нього кутовою шкалою (8) і фотоелектричний датчик (9). Кронштейни (4) і (5) мають затискачі, що служать для закріплення сталюї дротини (13). Дротина проходить крізь муфту, до якої з протилежних сторін кріпляться два горизонтальних стержня (12) з мисочками на кінцях, наповнених пластиліном (10), – це і є крутильний маятник. На кожному стержні (12)

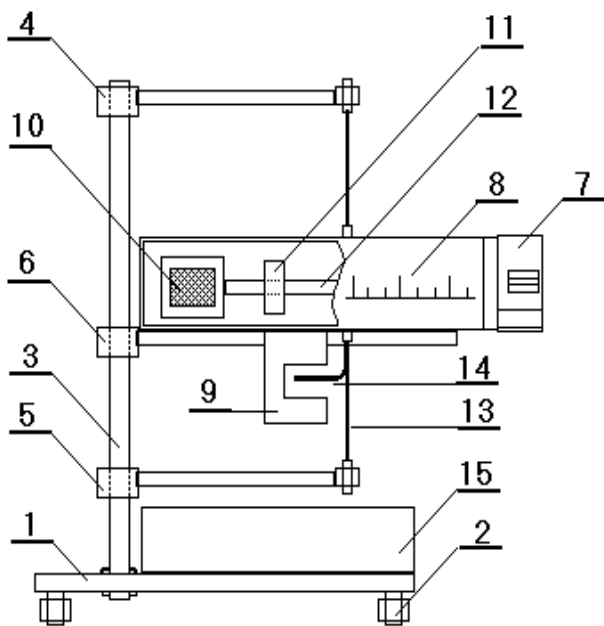


Рис. 2. Балістичний маятник.

є важок (11), який може пересуватись по стержню. До муфти також прикріплено переривник світлового променя (14). Фотоелектричний датчик з'єднаний з секундоміром.

Даний прилад призначений для визначення швидкості польоту кулі. Після підготовки приладу до вимірювань вкладають кулю у стріляючий пристрій. Крутильний маятник має бути встановлено на 0° кутової шкали. Пересувні важки на стержнях, які змінюють момент інерції і період крутильних коливань маятника, встановлюють на деякій відстані від дротини (від середини маятника).

Вистрілюють кулю з гарматного пристрою. Куля влучає в пластилін, що знаходиться в мисочках крутильного маятника, і викликає відхилення маятника на певний кут φ . Фіксують цей кут, після чого повторно рукою відхиляють маятник на цей же кут. Вмикають вимірник і відпускають маятник. Маятник буде здійснювати крутильні коливання, число яких і час коливань буде рахувати лічильник і секундомір.

Під час роботи з приладом необхідно дотримуватись техніки безпеки згідно загальних правил безпеки при роботі з приладами, що використовують джерела струму до 250 В. Експлуатація приладу допустима тільки у випадку заземлення. На передній панелі приладу знаходяться наступні маніпуляційні елементи:

“СЕТЬ” – вимикач мережі. Натиск кнопки викликає вмикання приладу в електромережу. Супроводжується це свіченням індикаторів і лампочки фотоелектричного датчика. “СБРОС” – скид показів вимірника. Натиск цієї кнопки викликає “занулення” показів секундоміра і генерує сигнал дозволу на вимірювання. “СТОП” – закінчення вимірювання.

Після попадання кулі в маятник він починає коливатись разом з приліпленою кулею навколо вертикальної осі. Якщо знехтувати силами тертя, то можна використати два закони збереження:

а) закон збереження моменту імпульсу ($N=J\omega$, удар непружний)

$$mv \cdot l = (J_1 + ml^2) \cdot \omega, \quad (1)$$

де m – маса кулі, v – її швидкість, l – віддаль від осі обертання маятника до точки удару (ml^2 – момент інерції кулі, як точкового тіла, відносно вертикальної осі маятника), ω – кутова швидкість маятника, J_1 – момент інерції маятника без кулі;

б) закон збереження механічної енергії, який для обертового коливного руху можна записати так:

$$\frac{(J_1 + ml^2)\omega^2}{2} = \frac{D\varphi^2}{2}, \quad (2)$$

де φ – найбільший кут повороту маятника, D – постійна моменту пружних сил.

З цих двох рівнянь (1 і 2) одержуємо:

$$v^2 = \frac{D\varphi^2(J_1 + ml^2)}{m^2 l^2} = \frac{D\varphi^2 J}{m^2 l^2}, \quad (3)$$

де J – момент інерції маятника разом з кулею. Для визначення швидкості кулі за цією формулою необхідно знати D і J .

Будемо вважати: 1) час дії кулі на маятник значно менший періоду коливань маятника, $\tau \ll T$; 2) амплітуда коливань – мала.

Тоді рівняння руху може бути записано, за аналогією з пружинним маятником ($ma = F = -k \cdot x$), у вигляді:

$$J_1 \varepsilon = -D\varphi \quad (4)$$

де φ – кут повороту, $\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt}$ – кутове прискорення. По цій же аналогії (або розв’язавши диференціальне рівняння) отримуємо формулу для періоду коливань

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{D}}. \quad (\text{з цієї формули } D = \frac{4\pi^2 J}{T^2}) \quad (5)$$

Стала пружних сил нам невідома. Для її виключення поступають наступним чином. Якщо змінити віддаль між важками, змінивши тим самим момент інерції, то одержимо систему рівнянь:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{D}} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{D}} \quad J_1 - J_2 = \Delta J. \quad (6)$$

Тут T_2 – період коливань при іншому певному значенні моменту інерції маятника J_2 ; ΔJ – різниця моментів інерції для цих двох положень важків. Поділимо квадрати періодів, один на другий, одержимо

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}, \quad \text{звідки} \quad J_1 = \frac{T_1^2}{T_2^2} J_2 \quad \text{або} \quad J_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J. \quad (7)$$

Підставимо (7) у (3), врахувавши вираз (5) для D , одержимо

$$v = \frac{2\pi\varphi}{ml} \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J. \quad (8)$$

Лишилась невідомою різниця ΔJ . З теореми Гюйгенса-Штейнера випливає, що

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2, \quad (9)$$

$$J_2 = J_0 + 2MR_2^2, \quad (10)$$

де J_0 – момент інерції маятника, коли центри мас важків співпадають з віссю обертання, J_1 – момент інерції системи, коли обидва важки знаходяться на віддалі R_1 від осі обертання, J_2 – коли важки на віддалі R_2 , M – маса кожного важка.

Тепер стало можливим обчислити ΔJ . Якщо $R_1 > R_2$, то

$$J_1 - J_2 = \Delta J = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (11)$$

Формули (8) і (11) дають вираз для знаходження швидкості кулі:

$$v = \frac{4\pi\varphi}{ml} \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} (R_1^2 - R_2^2), \quad (12)$$

який є кінцевою робочою формулою.

3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Підготувати прилад до роботи. Для цього провести вирівнювання приладу і ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути вимикач “СЕТЬ”, перевіряючи, чи всі індикатори висвічують цифру нуль, а також, чи світиться лампочка фотоелектричного датчика. Прилад готовий до роботи зразу ж після вмикання в електромережу і не потребує прогріву.
2. Максимально наблизити важки один до одного (R_{2min}).
3. Встановити маятник в такому положенні, щоб риска на мисочці з пластиліном була напроти кута $\varphi = 0$.
4. Вистрелити кулю з гарматного пристрою.
5. Виміряти максимальний кут відхилення маятника φ .
6. Ввімкнути секундомір, виставити покази часу на нуль.
7. Відхилити маятник на кут φ , деблокувати вимірник часу і пустити маятник.
8. Виміряти час десяти коливань, результати занести в наперед підготовлену таблицю, обчислити період коливань T_2 (*min*).
9. Максимально віддалити один від одного важки маятника (R_{1max}); встановити покази вимірників у нульове положення, натиснувши кнопку СБРОС.
10. Відхилити маятник на той же кут φ , що і при попередніх вимірюваннях, деблокувати вимірник часу (ПУСК) і відпустити маятник.
11. Виміряти час десяти коливань і вирахувати період T_1 (*max*). Результати вимірювань і обрахунків занести в таблицю.
12. Провести ті ж досліди для інших трьох-п’яти проміжних положень важків (R_1), вимірюючи час коливань та визначаючи період (T_1). Результати занести в таблицю.
13. За формулою (12) обчислити швидкість польоту кулі.
14. Обчислити похибку визначання швидкості v , користуючись методом приведення.
15. Зробити висновки за результатами роботи.

Контрольні питання

1. Які зіткнення називаються пружними (непружними)?
2. Дати визначення імпульсу тіла та моменту імпульсу.

3. Сформулювати закон збереження енергії і закон збереження імпульсу та моменту імпульсу.
4. Чи виконуються ці закони збереження при абсолютно непружних зіткненнях?
5. Які перетворення енергії відбуваються в балістичному маятнику в процесі його роботи?
6. Чи зміниться і чому період коливань балістичного маятника, якщо змінити відстань R мішені? Чи зміниться і чому T порожньої мішені і коли в ній вже є кулька?
7. Дати визначення моменту інерції (для точкового тіла і для твердого тіла). Сформулювати теорему Гюйгенса-Штейнера.
8. Записати рівняння моментів (рівняння обертового руху).
9. На якому рівнянні ґрунтується теорія балістичного маятника?
10. Чому в лабораторній роботі необхідно визначати два різних періоди коливань балістичного маятника?
11. За яких умов виведена робоча формула 12?
12. Залежатиме період коливань балістичного крутильного маятника від швидкості кулі?
13. Записати рівняння гармонічного осцилятора та його розв'язок.
14. Записати формулу для обчислення похибки визначення швидкості при непрямих вимірюваннях.

Лабораторна робота № 5 ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ АКУСТИЧНИМ МЕТОДОМ

Мета роботи: вивчення хвильових процесів у пружному середовищі та методів визначення в них швидкості хвилі; визначити параметри звукової хвилі, її швидкість акустичним методом та розрахувати для повітря показник γ адіабатичного процесу і пов'язані з ним параметри газового середовища.

Прилади і матеріали: звуковий генератор ГЗ-36, електричний осцилограф СІ-73, частотомір ЧЗ-32, мікрофон, телефон, телескопічна (розсувна) трубка.

1. Короткі теоретичні відомості

Суцільне середовище – абстракція, в якій не беруть до уваги поділ речовини на атоми, молекули чи інші структурні одиниці, а вважають таке середовище суцільним і неперервним, яке має густину (однорідну), масу і пружні властивості, тобто може відбуватися пружна деформація та зміщення однієї частини середовища відносно іншої. Хоча при розгляді коливних процесів і використовується поняття коливної частинки, як складової середовища, але не як відокремлений структурний елемент із своїми індивідуальними властивостями, а як *частина* середовища, яке можна уявити собі подібно гумовому джгуту, об'ємній гумці.

Якщо в обмеженій області такого середовища зовнішні сили створять деформацію, то сили пружності будуть намагатися відновити попередній рівноважний стан, а завдяки інерційним властивостям “масивного” середовища, в ньому почнуться коливання зміщень із положення рівноваги, які будуть розповсюджуватись у середовищі. *Процес поширення коливань у середовищі називається хвилею або хвилевим процесом*, який супроводжується зміщенням частин (частинок) суцільного середовища, створюючи *хвилю зміщень (збурень)*. Швидкість розповсюдження (руху) у просторі такого “точкового” збурення (фази) середовища називається фазовою швидкістю – швидкістю поширення хвилі, позначимо її літерою c . Ця швидкість не є швидкістю v відхилення (коливання) частинок середовища навколо положення рівноваги (подібно до маятника).

Напрямок поширення хвилі називається *променем*. У залежності від того, в якому напрямі відбувається коливання частинок середовища по відношенню променя, розрізняють *поперечні хвилі* (\perp до променя, є тільки у твердих тілах, $\vec{x} \perp \vec{v}$) і *поздовжні хвилі* (у напрямі променя, $\vec{x} \parallel \vec{v}$, є в рідинах, газах, твердих тілах), останні створюють у просторі області *згущень* і *розріджень* (стиску і розтягу), їх поширення супроводжується змінами тиску і густини порівняно з середнім значенням у деформованому середовищі. Крім того, розповсюджуючись у середовищі зі швидкістю c , хвиля поширює (несе, пересуває) це збурення, яке має певну просторову протяжність і конфігурацію – *фронт хвилі*. Тому розрізняють *плоскі хвилі*, фронт яких є площина перпендикулярна вектору c , і *сферичні хвилі*, які створюються точковим джерелом коливань, фронт яких утворює сферу. Невелика ділянка сферичної хвилі далеко від джерела коливань може розглядатися як плоска хвиля.

Знайдемо рівняння, яким описується у часі величина зміщення (від положення рівноваги) пружного середовища у кожній точці простору.

Розглянемо плоску хвилю утворену джерелом, яке коливається за законом $x = A \cos \omega t$, тобто у момент часу $t=0$ у точці, скажімо, $y=0$ вже було максимальне зміщення (збурення, деформація середовища; з цього моменту починаємо відраховувати час), яке з часом розповсюджується у просторі вздовж координати Y зі швидкістю c . Протягом часу $t=t_1$ середовище у точці $y=0$ продовжує (або вже припинило) зміщуватися (коливатися) за цим гармонічним законом, але у той же момент часу t_1 збурення (фронт хвилі) досягло точки $y=ct_1$ і з цього часу тут починаються коливання *за тим же законом*: початком цих коливань, “нульовим часом” для них, є час $t-t_1$. Отже запишемо те саме рівняння коливань для точки y , але зі своїм початком у часі:

$$x_1 = A \cos \omega(t - t_1) = A \cos \omega\left(t - \frac{y}{c}\right) \quad (1)$$

це і є шукане рівняння, яке називають *рівняння хвилі* (або *рівняння променя*). Бачимо, що це є рівняння двох змінних – часу t і відстані y .

Розглянемо характер цих хвиль (збурень, зміщень) у просторі:

а) час фіксований, $t=0$ (або якійсь іншій константі, $t=\text{const}$, моментальна “фотографія” хвилі), тоді

$$x_1 = A \cos \omega \frac{y}{c} = A \cos \frac{2\pi y}{T c} = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} y = A \cos ky, \quad (1a)$$

де введені наступні фізичні параметри хвильового процесу:

$\lambda = T \cdot c$ – довжина хвилі (відстань, яку проходить хвиля за час T – період коливання частинки середовища навколо положення своєї рівноваги),

$k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число (визначає кількість хвиль на відрізьку довжиною $2\pi \approx 6,28$ м),

отже, хвильовий процес є періодичним у просторі: $x_1=f(y)$.

б) фіксуємо певну точку простору, наприклад, $y=0$, тоді

$x_1 = A \cos \omega t$ – тобто, хвильовий процес є періодичним у часі.

Перепишемо рівняння хвилі (1) у вигляді

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{c} \right) = A \cos \left(\omega t - \omega \frac{y}{c} \right) = A \cos (\omega t - ky), \quad (16)$$

де x – зміщення частинки (середовища) із положення рівноваги; A – амплітуда хвилі; вираз у дужках (під знаком косинуса або синуса) – фаза хвилі; c – швидкість хвилі, її ще називають *фазова швидкість* хвилі – швидкість переміщення фази, збурення.

Взаємозв'язок параметрів хвилі:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu = \frac{\lambda \omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \nu}{c}.$$

Тому рівняння (1) можна представити ще й так:

$$x(y, t) = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{y}{c} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right),$$

де T – період часовий, λ – період просторовий.

Стоячі хвилі.

Розглянемо, як накладаються плоскі хвилі, падаюча та відбита від площини, перпендикулярної до променя.

Нехай в додатному напрямку координати X зі швидкістю $+c$ розповсюджується хвиля $\xi_{\text{пад}} = A \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{c} x \right) = A \sin \varphi_1$, де ξ – відхилення частинок від положення рівноваги у процесі коливань. Відбита хвиля йде у зворотному напрямі осі X , отже, має швидкість $-c$ і тоді записується так: $\xi_{\text{відб}} = A \sin \left(\omega t + \frac{\omega}{c} x \right) = A \sin \varphi_2$. У випадку малого поглинання амплітуди A хвиль практично однакові і при їх *суперпозиції* одержимо (за формулою $\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 = 2 \cos \left[\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} \right] \cdot \sin \left[\frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{2} \right]$):

$$\xi = \xi_{\text{пад}} + \xi_{\text{відб}} = 2A \cos \frac{\omega}{c} x \cdot \sin \omega t = A_p \sin \omega t, \quad (2)$$

де $A_p = 2A \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$ – амплітуда результуючого коливання, яка не залежить від часу, а залежить тільки від значення координати x . Це означає, що амплітуда A_p коливань частинок середовища є різною в кожній точці x променя (у певній мірі), але постійною в часі. Коливання у точці x відбуваються за гармонічним законом, але хвиля не “біжить” – ми спостерігаємо стоячу хвилю.

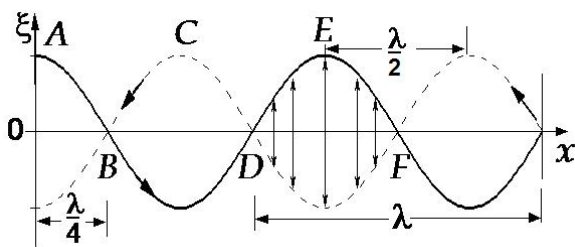
Проаналізуємо залежність A_p від координати x , оскільки функція $\cos(x) = [-1 - 0 - +1]$.

1) Якщо $\cos\left|\frac{2\pi}{\lambda} x\right| = 0$, $A_p = 0$ – *вузли* стоячої хвилі, де відсутні

коливання середовища. Так як $\cos\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = 0$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), то

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow x = \pm \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{2} + n\right) = \pm \left(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} n\right) = \pm \frac{\lambda}{4} (2n + 1), \quad (3)$$

тобто $x = \pm \frac{\lambda}{4}; \pm \frac{3}{4}\lambda; \pm \frac{5}{4}\lambda; \dots$ – це точки вузлів стоячої хвилі (B, D, F на рис.1). Перший вузол знаходиться на відстані $\lambda/4$ від початку



координат, а відстань між сусідніми вузлами дорівнює $\lambda/2$. На відбиваючу поверхню припадає вузол стоячої хвилі.

2) При $\cos\left|\frac{2\pi}{\lambda} x\right| = \pm 1$, $A_p = 2A$

– *пучності*. Оскільки $\cos(n\pi) = \pm 1$, то ці коливання подвійної амплітуди відбуваються у точках (A, C, E):

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm n\pi \Rightarrow x = \pm \frac{\lambda}{2} n. \quad (4)$$

Зв'язок швидкості розповсюдження *поздовжніх* хвиль з характеристиками пружного середовища.

Поздовжня хвиля – це періодична зміна густини ρ середовища, тобто згущень і розріджень ($\pm \Delta\rho$), як у часі так і у просторі. Згущення, яке створює, наприклад, мембрана при своєму коливанні, є фронтом хвилі і пересувається зі швидкістю c . Щоб створити згущення (чи розрідження) у пружному середовищі, тобто деформацію Δx стиску

(або розтягу, вздовж напрямку y), необхідно протягом деякого часу Δt подіяти певною силою F (цю дію, силу, потім створює і сам фронт хвилі). Тоді частина (частинки) середовища, тобто певна його маса Δm , переміститься на відстань Δx і створить в об'ємі V (довжиною Δy), куди вона перемістилася, надлишок густини $\Delta \rho$ (рис.2).

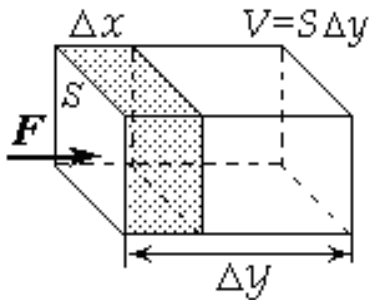


Рис.2.

Причому утворення згущення ("пересування маси", в межах товщини фронту хвилі $\ll \lambda$), а потім і розрідження, відбувається з фазовою швидкістю c у напрямку променя (розповсюдження хвилі), оскільки хвиля поперечна. Можна сказати, що переноситься (рухається) імпульс тиску, для якого, за другим законом Ньютона ($F=ma=dp/dt$), можна записати (у випадку малих амплітуд, $\Delta x \ll \lambda$):

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot c; \quad \Delta m = \rho \Delta V = \{ \Delta V = S \Delta x \} = \Delta \rho V = \Delta \rho S \Delta y = \Delta \rho S \cdot c \Delta t.$$

Силу F , з якою діє мембрана на пружне середовище, можна виразити двома шляхами.

1) Через закон пружних деформацій Гука: $\sigma = \frac{F}{S} = E \varepsilon$, звідки $F = S E \varepsilon$, де E – модуль Юнга, а відносну деформацію ε можна представити наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta x}{\Delta y} \left(\frac{S \rho}{S \rho} \right) = \frac{\Delta V \rho}{V \rho} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta m / V}{m / V} = \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

Тоді для поперечних хвиль отримуємо:

$$S E \varepsilon \cdot \Delta t = \Delta \rho S \cdot c \Delta t \cdot c = \varepsilon \rho \cdot S \cdot c^2 \cdot \Delta t \rightarrow E = \rho \cdot c^2, \quad \text{звідки} \quad c_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

(Подібна формула отримується і для поперечних хвиль, які можуть розповсюджуватись у твердих тілах $c_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, де G – модуль зсуву).

Отже, знаючи модуль Юнга і густину тіла (речовини), можна визначити швидкість, наприклад, звукової хвилі і, навпаки, вимірявши швидкість хвилі, визначити модуль Юнга.

2) Через силу тиску (характерно для газу і рідини): $F = S \Delta p$, де Δp – надлишковий тиск у об'ємі V , який створює фронт хвилі в елементі середовища (рис.2), і ця сила є такою ж, як і сила

початкового тиску мембрани, якщо відсутні втрати енергії хвилі. Тоді для *поздовжніх* хвиль отримуємо:

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot c \rightarrow S \Delta p \cdot \Delta t = \Delta \rho S c^2 \cdot \Delta t \rightarrow c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \text{ або } c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (5)$$

Оскільки газ стискується (над ним виконується зовнішня робота і для цього витрачається певна енергія), то він нагрівається (енергія переходить в тепло). У звуковій хвилі стискання газу проходить настільки швидко, що тепло із області згущення не встигає розсіюватись у навколишнє середовище – такий процес стискання газу без відведення від нього тепла називається *адіабатичним*. Цей процес, між тиском і об'ємом (густиною) газу в теплоізованому середовищі, описується співвідношення (законом) Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma) \text{ або } p(m/\rho)^\gamma = \text{const}, \quad (6)$$

де $\gamma = C_p/C_v$ – відношення теплоємності газу за сталого тиску до теплоємності цього ж газу за сталого об'єму. Оскільки $m = \text{const}$, то і $p/\rho^\gamma = \text{const}$. Отже, для двох станів газу (p, ρ) і (p_0, ρ_0) запишемо

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rightarrow p = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rho^\gamma, \text{ звідси похідна } \frac{dp}{d\rho} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \gamma \rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho_0^{\gamma-1}}.$$

Якщо зміна густини мала, а це так у хвилях малої амплітуди, то

$$\frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho_0^{\gamma-1}} \approx 1 \quad (\text{також } T \approx T_0) \text{ і тоді } \frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \text{ підставляємо в (5) і отримуємо}$$

формулу для визначення швидкості хвилі (звуку) у газі:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}, \quad \left\{ pV = \frac{m}{M} RT \rightarrow \frac{m}{V} = \rho \rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M} \right\}, \quad (7)$$

M – молярна маса речовини, тобто маса одного моля [кг/моль], $R = 8,31$ Дж/(моль·К) – універсальна газова стала. (Відношення під коренем (5) можна дістати методом диференціювання частки (p/ρ^γ) :

$$d(p\rho^{-\gamma}) = \rho^{-\gamma} dp + p(-\gamma)\rho^{-\gamma-1} d\rho = 0; \quad dp = \gamma p \rho^{-1} d\rho; \quad dp/d\rho = \gamma p/\rho.$$

У рідинах $c = \sqrt{\chi/\rho}$, χ – об'ємний модуль адіабатичного стиску.

На ґрунті формули (7) можна визначити показник степеня γ , що входить у формулу Пуассона (6), і відношення теплоємностей:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{M}{RT} c^2. \quad (8)$$

Теплоємністю маси m речовини називають фізичну величину,

чисельно рівну кількості теплоти, яку потрібно надати цій масі речовини, щоб підвищити її температуру на один Кельвін: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ [Дж/К].

Відношення її до m називається *питомою* теплоємністю $C_i = \frac{C}{m}$ [Дж·кг⁻¹·К⁻¹], а відношення до кількості молів речовини – *молярною* теплоємністю $C_M = \frac{C}{\nu} = \frac{\Delta Q}{\nu \Delta T}$, тут $\nu = \frac{m}{M}$ – кількість молей даної речовини, і тоді $C_M = C_i M$.

Для газів теплоємність істотно залежить від того, за яких умов надається системі теплота. Так, у випадку нагрівання газу за *постійного об'єму* ($V = \text{const}$) надана йому теплота йде тільки на зміну внутрішньої енергії ΔU газу і тоді молярна теплоємність

$$C_{MV} = \frac{\Delta U}{\nu \Delta T}. \quad (9)$$

Якщо газ нагрівати за *постійного тиску*, то, крім зміни його внутрішньої енергії, ще й виконується робота при розширенні газу ($A = p \Delta V$), і молярна теплоємність C_{Mp} визначається за відношенням

$$C_{Mp} = \frac{\Delta U + p \Delta V}{\nu \Delta T} = C_{MV} + \frac{p \Delta V}{\nu \Delta T} = C_{MV} + \frac{A}{\nu \Delta T}. \quad (10)$$

Тому для ідеального газу, що описується рівнянням Менделєєва–Клапейрона, для молярних теплоємностей одержується рівність

(рівняння Майєра): $C_{Mp} = C_{MV} + R. \quad (11)$

Як впливає з (10), R чисельно дорівнює роботі розширення 1 моля газу при нагріванні його на 1 К за постійного тиску.

Для ідеального газу теплоємності C_{Mp} і C_{MV} можна розрахувати, виходячи з представлень класичної молекулярно-кінетичної теорії. Враховуючи, що на кожен ступінь поступальної і обертальної вільності приходить однаковий “запас” енергії рівний $\frac{1}{2}kT$, можна записати, що внутрішня енергія (яка обумовлена тільки кінетичною енергією руху молекул) *одного моля газу*

$$U_M = \frac{i}{2} RT, \quad (12)$$

де i – число поступальних і обертальних ступенів вільності атома або молекули (так, у атома – $i=3$, у лінійної двох (і більше) атомної молекули – $i=3+2=5$, у нелінійної – $i=6$). Тоді, враховуючи (9) і (11),

$$C_{MV} = \frac{i}{2}R, \quad C_{Mp} = \frac{i+2}{2}R. \quad (13)$$

Величина відношення теплоємності за постійного тиску до теплоємності за постійного об'єму

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_{Mp}}{C_{MV}} = \frac{i+2}{i} \quad (14)$$

грає в термодинаміці важливу роль. Зокрема, ця величина входить у рівняння Пуассона для адіабатичного процесу $pV^\gamma = \text{const}$, а також (для газу, що можна вважати ідеальним), як бачимо, визначається кількістю ступенів вільності молекул даного газу. Також з (14), знаючи γ , отже число $i = \frac{2}{\gamma-1}$, можна оцінити одно-, дво- чи трьохатомні молекули переважають у даному газі.

2. Методика експерименту та опис приладів

Звукові коливання в замкнених об'ємах.

Стоячі хвилі в обмежених стержнях і трубах можуть мати лише певний вигляд в залежності від умов на їх кінцях.

У випадку, коли труба довжиною L *закрита з обох кінців*, в ній відбувається інтерференція хвиль і утворюються стоячі хвилі за умови, що довжина труби є кратною цілому числу півхвиль. Тому в ній можливі стоячі хвилі з довжинами хвиль і частотами, які відповідають таким значенням:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \nu_n = n \frac{v}{2L}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

де v – швидкість звукової хвилі у трубі. *На кінцях такої труби будуть вузли зміщення* (відсутні коливання частин середовища).

У випадку, коли один кінець труби буде відкритий, на ньому буде пучність, а на закритому – вузол, а для λ_n і ν_n відповідно будуть виконуватися умови:

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}, \quad \nu_n = (2n-1) \frac{v}{4L}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

У випадку труби з обома відкритими кінцями, на них будуть пучності і для λ_n і ν_n виконуватимуться умови (16). Тому труби (об'єми) з одним або двома відкритими кінцями можуть слугувати як

резонатори – механічні підсилювачі звуку, оскільки коливання в пучностях відбуваються з *подвійною амплітудою*.

Визначення швидкості звуку v в повітрі проводиться акустичним способом на обладнанні, схематично відображеного на рис.3.

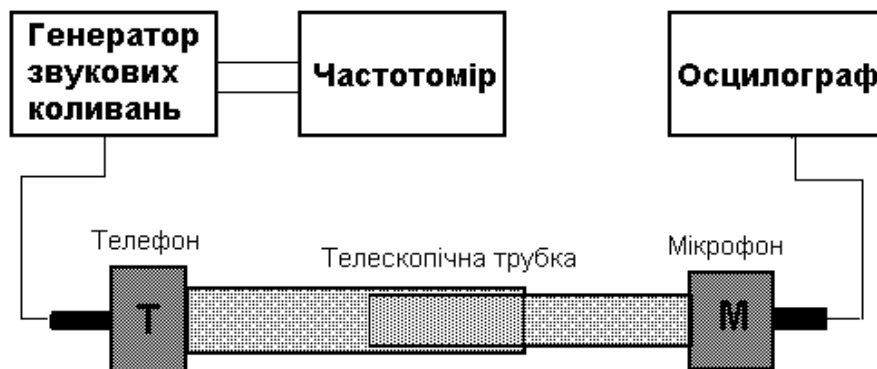


Рис. 3. Схема установки для вимірювання швидкості звуку

Звукові коливання в трубці збуджуються мембраною телефону Т. Коливання вловлюються мікрофоном М. Мембрана телефону приводиться у рух змінним струмом звукової частоти. За джерело змінної е.р.с. використовується звуковий генератор ГЗ-36, а частота струму визначається за допомогою частотоміра ЧЗ-32. Сигнал, що виникає в мікрофоні, спостерігається на осцилографі СІ-73. Довжина труби може змінюватися в результаті телескопічного з'єднання двох трубок.

Звукова хвиля, яка поширюється вздовж труби, зазнає багаторазове відбивання від торців. Звукові коливання в середині труби є результатом накладання усіх відбитих хвиль і є, взагалі кажучи, дуже складними. Картина різко спрощується, якщо довжина труби стає рівною цілому числу півхвиль, тобто тоді, коли виконується

умова (15) $L = \frac{\lambda}{2}n$, де λ – довжина хвилі звуку в трубці, n – кількість половин хвиль, що вкладаються в довжину труби L .

Якщо умова (15) виконана, то хвиля, яка відбилася від протилежного торця труби і повернулася до початку труби і знову відбилася тепер вже від переднього торця труби, співпадає за фазою з хвилею, що в даний момент генерується телефоном.

Аналогічним чином співпадають за фазою і хвилі, які рухаються від заднього торця до переднього після першого, другого і всіх наступних відбивань від заднього торця. Такі хвилі посилюють одна одну і амплітуда звукових коливань різко зростає, тобто настає резонанс.

Крім того, для випадку накладання двох однакових хвиль, що рухаються назустріч одна одній, формула (15) є умовою утворення стоячих хвиль, коли гребні хвилі не переміщуються у просторі, а їх амплітуда змінюється у часі за гармонічним законом.

Швидкість звуку v зв'язана з його частотою ν і довжиною λ хвилі відношенням

$$v = \nu \cdot \lambda \quad (17)$$

Підбір умов, за яких виникає резонанс, можна проводити двома шляхами.

1. При незмінній частоті звукового генератора (отже і довжини звукової хвилі) можна змінювати довжину труби L . Для цього у роботі застосовується телескопічна (розсувна) труба. Довжина її поступово збільшується (труба повільно розсувається) і фіксується ряд послідовних резонансів. Виникнення резонансу легко спостерігати на осцилографі по різкому збільшенні амплітуди коливань. Для послідовних резонансів маємо:

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}; \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}; \quad \text{і так далі} \quad L_{n+k} = (n+k) \frac{\lambda}{2}; \quad (18)$$

де k – номер по порядку спостережуваного резонансу. Із (17) і (18) для швидкості звуку одержуємо вираз:

$$v = \nu \cdot \lambda = 2\nu \frac{\lambda}{2} = 2\nu(L_{n+1} - L_n) = 2\nu \frac{L_{n+2} - L_n}{2} = 2\nu \frac{L_{n+k} - L_n}{k}. \quad (19)$$

Таким чином, вимірявши довжину труби L , при якій спостерігається резонанс, можна визначити швидкість звуку.

2. З виразів (15) і (18) випливає, що умова резонансу буде періодично наставати, якщо плавно змінювати не довжину труби L , а довжину звукової хвилі λ . Тоді при сталій довжині труби необхідно вимірювати частоту ν звукових коливань, при яких настає резонанс. Для послідовних резонансів маємо:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{або} \quad \frac{v}{\nu_n} = \frac{2L}{n} \quad \text{і так далі} \quad \lambda_{n+k} = \frac{2L}{n+k} \quad (20)$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{2L}{n+1} \quad \text{або} \quad v(n+1) = 2L \cdot \nu_{n+1}$$

Із формул (14) отримаємо робочу формулу:

$$v = 2L(\nu_{n+1} - \nu_n) = 2L \frac{\nu_{n+2} - \nu_n}{2} = 2L \frac{\nu_{n+k} - \nu_n}{k}. \quad (21)$$

Швидкість звуку визначають також за часом проходження фіксованої відстані імпульсом стиску (тобто, звуком).

Звук – це пружні хвилі в речовинному середовищі, частота яких знаходиться в межах їх сприймання органами слуху людини (20-20000 Гц). Хвилі з частотою менше 20 Гц називають *інфразвуком*, а при частоті більше 20000 Гц – *ультразвуком*. Звукові хвилі в повітрі є поздовжніми хвилями, що представляють собою періодичну зміну у часі і просторі згущення і розрідження повітря.

Розрізняють об'єктивні та суб'єктивні характеристики звуку:

об'єктивні:

1) *частота* звуку ν , Гц (1 Гц – це одне повне коливання за 1 с);

2) густина потоку енергії або *інтенсивність* звуку J , Дж/(с·м²)= Вт/м² (потік звукової енергії, який падає за 1 секунду на площу 1 м², перпендикулярну до напрямку поширення хвилі)

суб'єктивні:

1) *висота* звуку (висота тону) – оцінка частоти звуку людиною;

2) *рівень гучності* L . Використовується позасистемна одиниця *бел* (Б) або *децибел* (дБ, десята частина бела):

$$L(\text{Б}) = \lg(J/J_0) \quad L(\text{дБ}) = 10 \cdot \lg(J/J_0) \quad (22)$$

Бел – оцінка інтенсивності звуку людиною, яка залежить від частоти.

3) *тембр* звуку – оцінка спектрального (частотного) складу звуку, накладається коливань різних частот (гармонік).

4) *шуми* – неперервний спектр у деякому інтервалі частот.

3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з приладами, що використовуються при вимірюваннях, і електричною схемою їх підключення. Вивчити функціональне призначення перемикачів і засобів керування приладами на їх панелях.
2. Увімкнути в мережу осцилограф СІ-73, звуковий генератор ГЗ-36 і частотомір, дати їм прогрітись на протязі 4-5 хвилин. Після цього увімкнути тумблер “Промінь” на панелі осцилографа і повернути тумблер “яскравість”. На екрані осцилографа має бути видно світну лінію, накреслену електронним променем.
3. Тумблером “регулювання вихідної напруги” на звуковому генераторі підібрати напругу на його виході так, щоб на осцилографі спостерігати коливання достатньої амплітуди. Зупинити біжучу картину на екрані осцилографа, змінюючи частоту розгортки.

Переконайтеся в тому, що коливання мають неспотворену синусоїдальну форму. Якщо форма коливань спотворена, то зменшити амплітуду сигналу, який поступає з генератора.

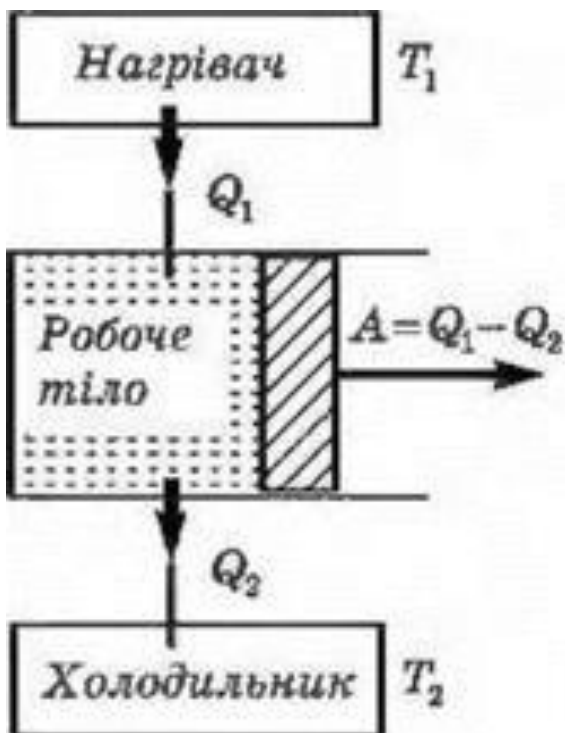
4. Виходячи з приблизного значення швидкості звуку 300 м/с, розрахувати в якому діапазоні частот слід вести виміри, щоб при видовженні труби можна було спостерігати 2-3 резонанси.
5. Визначити швидкість звуку в трубі при сталій частоті. Для цього плавно змінюючи довжину труби послідовно пройти через усі доступні для спостережень точки резонансу. Повторити виміри при інших частотах (для 3-5 значень частоти). Для кожного резонансу виміряти відповідне видовження трубки. Провести виміри спочатку збільшуючи довжину трубки, а потім зменшуючи її. Отримані значення підставити у формулу (19) і визначити швидкість звуку.
6. Визначити температуру повітря T .
7. Підставити значення швидкості звуку у формулу (8) і визначити коефіцієнт Пуассона γ .
8. Визначити швидкість звуку в трубі незмінної довжини. Для цього плавно збільшуючи частоту генератора, отримати ряд послідовних резонансних значень частоти, відмічаючи момент резонансу по збільшенню амплітуди коливань на екрані осцилографа. Відповідне резонансу значення частоти визначити за допомогою частотоміра. Переконатися у повторюваності результатів, провівши вимірювання при зменшенні частоти.
9. Отримані результати підставити у формулу (21) і обчислити значення швидкості звуку.
10. Обчислити значення $\gamma = C_p/C_v$ для повітря за формулою (8), використовуючи значення швидкості звуку і температуру повітря.
11. Всі результати вимірів і обчислень занести у відповідні таблиці.
12. Порівняти значення швидкості, визначені за двома варіантами, за результат взяти середнє значення.
13. Оцінити значення γ і кількість ступенів вільності молекул повітря (в основному це двоатомні молекули N_2 і O_2).
14. Визначити абсолютну і відносну похибки експерименту.
15. Зробити короткі висновки, що впливають з отриманих результатів. Порівняти результати з табличними даними, пояснити можливі причини розходження.
16. Дати пропозиції по можливому вдосконаленню установки, проведенню експерименту.

Контрольні питання

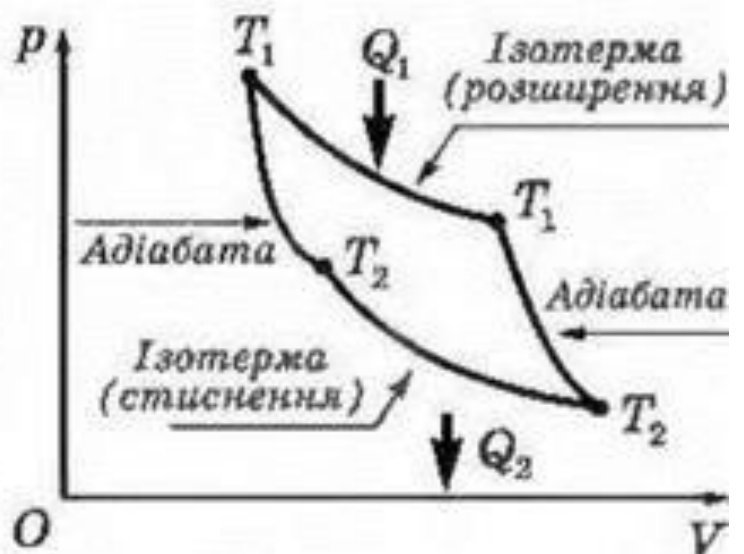
1. Яка умова виникнення стоячої хвилі в замкнутій трубі?
2. Що таке резонанс? Наведіть приклади механічного резонансу.
3. При якій довжині труби звукові коливання в ній отримуються з максимальною амплітудою? Як це пояснити?
4. Як зв'язана швидкість поширення коливань з пружністю середовища E (модулем Юнга)?
а) $v \sim E$; б) $v \sim E^2$; в) $v \sim E^{1/2}$; г) $E \sim 1/v$
5. Як залежить швидкість поширення звуку від його частоти ν ?
а) $v \sim \nu$; б) не залежить; в) $v \sim 1/\nu$; г) $v = \lambda\nu$
6. Яка характерна особливість стоячих хвиль?
7. Дайте визначення поперечних і поздовжніх хвиль. Назвіть приклади.
8. Напишіть рівняння плоскої хвилі.
9. Дайте визначення поняттю “довжина хвилі”. Як довжина хвилі зв'язана з частотою коливань або періодом коливань?
10. Чи залежить частота хвилі від руху джерела хвиль?
11. Чи залежить частота хвилі від руху приймача хвиль?
12. Який рух енергії у біжучій і стоячій хвилі?
13. Що називається теплоємністю тіла, питомою теплоємністю, молярною теплоємністю?
14. Чому C_p більша за C_v ?
15. Який фізичний зміст має універсальна газова стала R ?
16. Вкажіть формулу для теплоємності одного молю ідеального газу за сталого тиску:
а) $(i/2)R$; б) $(i+2) \cdot R/(2M)$; в) $(i+2) \cdot R/2$; г) $i \cdot R/(2M)$.
17. Яке із наведених рівнянь відповідає рівнянню Пуассона:
а) $pV = RT$; б) $pT^{-1} = const$; в) $pV^\gamma = const$; г) $(pV)^\gamma = const$.
18. Що таке ступінь вільності молекули? Скількома ступенями вільності володіють молекули одноатомних, двоатомних і багатоатомних газів?
19. Як залежать C_p і C_v від кількості ступенів вільності молекул?
20. Чи змінюється коефіцієнт Пуассона повітря при зміні його відносної вологості?

ЧАСТИНА 2

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА



а



б

Лабораторна робота № 6

ВИВЧЕННЯ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ТА ГРАДУЮВАННЯ ТЕРМОМЕТРІВ

Мета роботи: ознайомлення з принципом роботи термопари і її градуювання за допомогою реперних точок, перевірка градуювання рідинного термометра, оцінка сталої часу термометра.

Прилади та матеріали: мідь-константанові термопари, тиглі, набір чистих металів з відомою температурою плавлення, посудина Дюара з льодом, штатив із затискачами, електроплитка, еталонний та досліджуваний термометри, барометр, калориметр, дистильована вода, потенціометр.

1. Короткі теоретичні відомості

Вимірювання і контроль температури – одна з найбільш поширених в науці і техніці вимірювальних операцій, а поняття температури є одним із важливіших в молекулярній фізиці. Під *температурою* зазвичай розуміють *ступінь* або *міру нагрятості* тіла. Для вивчення поняття “ступінь нагрятості” необхідно розглянути дослідні факти, серед яких ключовим є теплообмін між двома тілами. Якщо привести в дотик два нагрітих тіла (дві рівноважні системи) з різними ступенями нагрятості, то незалежно від того, однакові чи різні у них об’єми (зовнішні параметри), більш нагріте тіло буде охолоджуватися, менш нагріте – нагріватися. З плином часу ця нова система прийде в стан теплової рівноваги, при якому теплообмін між тілами припиниться. Самовільно стан рівноваги не порушується. Якщо два тіла знаходяться в тепловій рівновазі з третім тілом, то вони знаходяться в тепловій рівновазі і між собою.

Температура виражає стан внутрішнього руху молекулярної системи і має одне значення для всіх частин складної рівноважної системи незалежно від кількості частинок у них. Тому температура є інтенсивним параметром. Екстенсивні термодинамічні параметри – це параметри, які пропорційні масі або числу частинок даної термодинамічної системи. Їхнє значення дорівнює сумі значень таких самих параметрів окремих частин системи. До таких параметрів належать маса, об’єм, енергія та ін.

У молекулярно-кінетичній теорії показано, що найбільш об’єктивною характеристикою ступеня нагрятості, тобто температури

тіла, є середня кінетична енергія руху його молекул. Однак історично склалося так, що ступінь нагрятості тіл оцінювався за різноманітними емпіричними температурними шкалами значно раніше, ніж була встановлена відповідність між температурою тіла і кінетичною енергією його молекул. У додаток вимірювання кінетичної енергії молекул є складною і часто неможливою експериментальною задачею.

Щоб визначити температуру як фізичну величину, необхідно вказати спосіб її вимірювання. Для вимірювання температури користуються тим фактором, що при її зміні змінюються і певні властивості тіла. Вимірюються, відповідно, величини, які характеризують ці властивості. Тому для створення приладу, що вимірює температуру, тобто термометра, вибирають деяку речовину або тіло (*термометричне тіло*) і визначають величину, які характеризує властивість речовини або тіла (*термометрична властивість*). Вибір одного і другого повністю довільний. В побутових термометрах, наприклад, термометричним тілом є краплина ртуті, а термометричною величиною – її об'єм. Термометричною величиною можуть бути також електричний опір провідників, термоелектрорушійні сили, інтенсивність випромінювання, тощо. Температурний параметр термометричного тіла повинен змінюватися з температурою неперервно і монотонно (не повинен мати однакові значення при різних температурах, а для точних інтерполяції та екстраполяції температурної шкали бажано мати лінійну залежність між значенням вимірюваного параметра і температурою). З достатньою для практичних цілей точністю ці вимоги задовольняють тиск і об'єм газів, об'єм рідини, електричний опір провідників, термоелектрорушійна сила деяких пар провідників. Для побудови температурної шкали необхідно вибрати дві добре відтворювані ступені нагрятості (*реперні точки*) і присвоїти їм певні значення температури. Такими реперними точками зазвичай є температури фазових переходів чистих речовин. Діапазон зміни термометричної величини між реперними точками ділять на визначену за домовленістю кількість однакових ділянок, кожна із яких відповідає одиниці зміни температури відповідної шкали температури.

Одиницею вимірювання температури у системі СІ є Кельвін. Однак у побуті і багатьох технічних пристроях одиницею вимірювання температури є градус. Розмір градуса, як видно із вище приведеного, вибирається довільно (як і термометрична величина та вигляд функції, що пов'язує термометричну величину з температурою). Тому існує досить багато різноманітних температурних шкал. Як прик-

лад, для найбільш звичної для нас шкали температур Цельсія, реперними точками вибираються температура замерзання і кипіння чистої води за нормального атмосферного тиску, яким за домовленістю присвоюються відповідно значення 0 і 100 градусів Цельсія (t °C). Діапазон зміни термометричної величини, наприклад об'єму ртуті і лінійно зв'язаною з нею довжиною стовпчика капіляру, заповненого ртуттю у рідинному термометрі, ділять відповідно на 100 однакових ділянок, кожна з яких відповідає зміні температури на 1 °C. Тим самим визначається значення будь-якої проміжної температури. Побудована так шкала термометра називається емпіричною шкалою, а виміряна по ній температура називається емпіричною температурою. Вона – міра відхилення термодинамічного стану тіла від теплової рівноваги з льодом, що плавиться за нормального атмосферного тиску.

Таким чином, емпірична температура виражається числом, що визначає ступінь нагрятості тіла за визначеною шкалою. Воно залежить перш за все від довільно вибраних значень температур реперних точок шкали, термометричного тіла та його термометричної величини. Тому існують міжнародні домовленості про присвоєння числових значень температур реперним точкам. Найбільш вживані реперні точки і присвоєні їм значення температур у К та °C наведені у таблиці 1, а шкали температур, побудована на основі цих точок називаються відповідно Міжнародною практичною шкалою температурю (МПШТ) та шкалою Цельсія.

Взаємозв'язок між температурами, вираженими в одиницях цих шкал описується рівнянням (1)

$$T \text{ (К)} = 273,15 + t \text{ (°C)} \quad (1)$$

У США часто використовують термодинамічну шкалу Ренкіна, температура у якій зв'язана з температурою у Кельвінах співвідношенням

$$T \text{ К} = \frac{5}{9} T^{\circ} R. \quad (2)$$

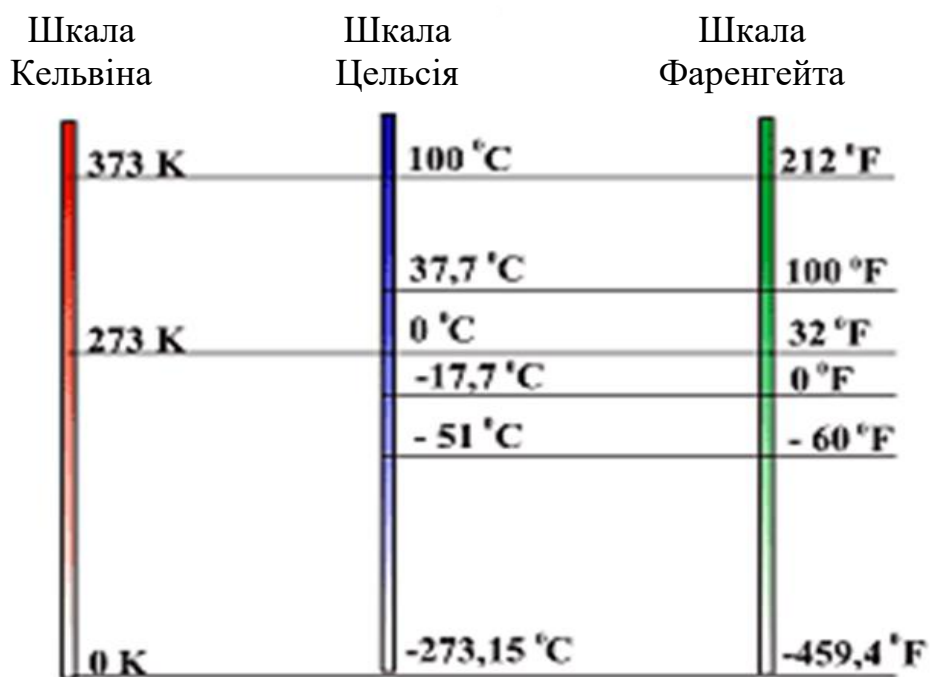
В англomовних країнах застосовують шкали температур Фаренгейта ($^{\circ}F$) і Реомюра ($^{\circ}R$) (рис.1). Перерахунок температури із однієї шкали в іншу виражається формулою

$$T \text{ }^{\circ}C = 1,25 \cdot T \text{ }^{\circ}R = \frac{5}{9} (T \text{ }^{\circ}F - 32). \quad (3)$$

Зупинимося коротко на двох типах термометрів, які використовуються в даній лабораторній роботі.

Таблиця 1. Реперні точки МПШТ

№ з.п.	Реперні точки	Температура		Тиск p , Па
		T , °C	T , К	
1.	Потрійна точка водню	-259,34	13,81	–
2.	Точка кипіння водню	-256,108	17,042	33330
3.	Точка кипіння водню	-252,87	20,28	101325
4.	Точка кипіння неону	-246,048	27,102	101325
5.	Точка кипіння кисню	-182,962	90,188	101325
6.	Потрійна точка води	0,01	273,16	–
7.	Точка кипіння води	100	373,15	101325
8.	Точка тверднення цинку	419,58	692,73	101325
9.	Точка кипіння сірки	444,6	717,75	
10.	Точка тверднення срібла	961,93	1235,08	101325
11.	Точка тверднення золота	1064,43	1337,58	101325



0 К – абсолютний нуль (-273,15 °C, величина градуса збігається зі шкалою Цельсія	0 °C – температура танення льоду; 100 °C – температура кипіння води.	0 °F – температура, за якої перебуває у рівновазі суміш снігу і нашатирю (-17,7 °C); 100 °F – нормальна температура людського тіла.
---	---	--

Рис. 1. Співвідношення між значеннями температури у різних емпіричних шкалах.

Рідинні термометри. В такого роду термометрах термометричною речовиною є рідина, а термометричним параметром – її об'єм. Конструкція його загальновідома: рідина заповнює скляний резервуар і частину висоти скляної або кварцової капілярної трубки. Область їх застосування від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$. В таких термометрах частіше за все використовується пентан (від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$); етиловий спирт (від $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+80\text{ }^{\circ}\text{C}$), толуол (від $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$) і ртуть (від $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$). Підбір речовин пов'язаний з областю їх існування в рідкому стані. Так, ртуть твердне при $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$ при нормальному атмосферному тиску, а кипить при $557\text{ }^{\circ}\text{C}$ (для вимірювання більш високих температур ртутним термометром над ртуттю повинен знаходитись інертний газ за тиску до 70 атмосфер). Рідинні термометри, розраховані на вимірювання високих температур, мають товстостінні резервуар і капіляр (при високих температурах виникають високі тиски парів рідини). Недоліком таких термометрів є нерівномірність їх шкал. Це пов'язано з особливостями теплового розширення як рідин, так і матеріалів резервуарів і капілярів, в яких вони знаходяться. Для підвищення точності вимірювання температури використовують так звані вкорочені рідинні термометри, в яких шкала розрахована на невелике число градусів. Ціна найменшої поділки шкали таких термометрів може становити соту долю градуса. *Термометри характеризуються чутливістю, ціною поділки і точністю.*

Чутливість термометра показує, наскільки мм змінюється положення (висота) стовпчика ртуті при нагріванні на 1 K ($1\text{ }^{\circ}\text{C}$). Вона визначається діаметром капіляра (для термометрів високої чутливості виготовляють капіляри діаметром в кілька сотих міліметра) і об'ємом посудини з ртуттю, що не перевищує 1 см^3 через можливі завищення інерційності та нерівномірності температури по об'єму.

Точність термометра залежить від ціни його поділки. Ціна поділки еталонних термометрів вибирається не меншою як $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Перевірка градування термометра за шкалою Цельсія може бути здійснена наступним чином. Спочатку перевіряють нуль за шкалою Цельсія. Для цього користуються приладом для визначення точки плавлення льоду (рис.2), який представляє собою скляну або металічну посудину конічної форми 5, що закріплена на штативі 1 за допомогою затискача 2. На нижній кінець посудини натягнута гумова трубка 6, яка має механічний затискач для випускання води. В посудину насипають подрібнені шматочки льоду, які змочуються дисти-

льованою водою. Досліджуваний термометр 4 закріплюють в затисках 3, який може вільно підніматися і опускатися.

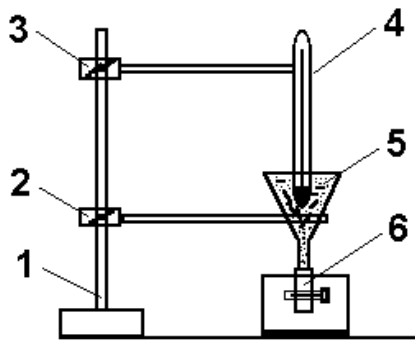


Рис. 2. Прилад для відтворення точки плавлення льоду.

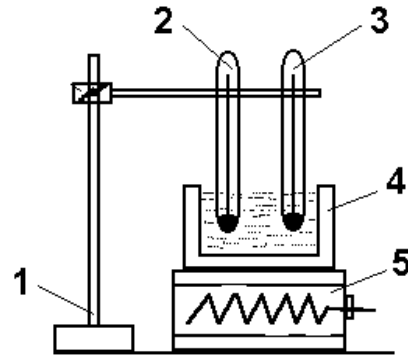


Рис. 3. Прилад для перевірки проміжних точок і точки кипіння води.

Схема приладу для перевірки проміжних точок і точки кипіння води показана на рис.3. У калориметр з дистильованою водою 4 опускають еталонний 2 і досліджуваний 3 термометри. Обидва термометри закріплюються з допомогою штатива 1. Електроплитка 5 дає можливість змінювати температуру дистильованої води в калориметрі.

Ртутні термометри, як і інші, відзначаються інерційністю, вони не відразу реєструють температуру середовища T_C (якщо $T_C = const$, вся ртуть у резервуарі термометра лише через деякий час матиме температуру T_C ; якщо ж ця температура змінюється, то покази термометра Θ запізнюються: при підвищенні температури вони менші, а при зниженні – більші за дійсне значення температури).

Нехай у початковий момент часу середовище має меншу температуру ніж термометр, $T_C < \Theta_0$. У першому наближенні можна допустити пропорційність швидкості зміни показів термометра $\frac{d\Theta}{dt}$ різниці температур середовища і термометра $\Theta - T_C$, тобто

$$-\frac{d\Theta}{dt} = B(\Theta - T_C) \quad (4)$$

де B – константа охолодження термометра, яка характеризує його теплову інерційність; t – час). Знак “–” у лівій частині цього рівняння означає зменшення значення Θ . Розв’язок рівняння (4) за умови незмінності температури середовища T_C приводить до виразу

$$\Theta = \Delta T \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (5)$$

де $\Delta T = \Theta_0 - T_C$ початкова різниця температур середовища і термометра,

$\tau = 1/B$ – стала часу термометра. Очевидно, що значення B , а отже і τ , буде визначатись теплоємністю термометра і коефіцієнтом теплопередачі між термометром і середовищем, який у свою чергу залежить від багатьох факторів, зокрема площі термометра, наявності конвекційних потоків у середовищі і т.п.

Для визначення B або τ термометр нагрівають на 10–15 °С вище від температури термостата, куди цей термометр занурюють. Через однакові проміжки часу Δt , які фіксуються секундоміром, реєструють покази термометра Θ . Далі у напівлогарифмічному масштабі будують графік, відкладаючи вздовж осі ординат $\ln(\Theta - T_C)$, а вздовж осі абсцис час t у секундах. Графік повинен мати вигляд прямої, як показано на рис.4, тобто повинен починатися з деякого значення $\ln(\Theta_0 - T_C)$ при $t=0$. Значення B і τ визначають за тангенсом кута нахилу прямої до осі t . Значення τ показує час, за який різниця температур термометра і середовища зменшується у $e = 2,7$ раз.

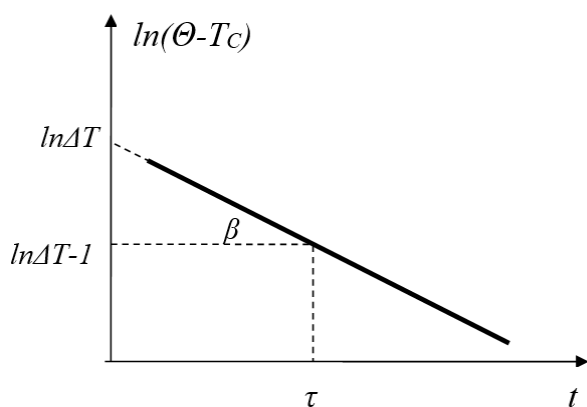


Рис. 4. До визначення сталої часу термометра.

При вимірюванні температури середовища не завжди вдається розмістити в ньому весь термометр (здебільшого розміщується тільки кулька з ртуттю та деяка частина стовпчика ртуті у капілярі; виступаючий стовпчик має іншу температуру). Це може призвести до помилок у вимірюванні.

При точних вимірюваннях температури слід вносити також

поправки на калібр (врахування різниці у перерізах капіляра на окремих ділянках), на зовнішній гідростатичний тиск та внутрішній тиск парів ртуті при вимірюванні високих температур. До значних похибок може призвести так званий “мертвий хід” термометра. У вузьких капілярах проявляється вплив тертя ртуті об стінки капіляра (термометр дає занижені покази, коли ртуть рухається вгору (і навпаки). Щоб уникнути цього, рекомендується злегка струшувати термометр.

Точне вимірювання температури потребує не тільки додержання ряду правил і врахування багатьох похибок, а й систематичної перевірки приладу. Це реалізується за методом реперних точок, якими є температура рівноваги між водою в рідкому стані і її паром (точка кипіння води 100 °С), потрійна точка води (+ 0,01 °С) та інші.

Термоелектричні термометри (термопари). Термоелектричний

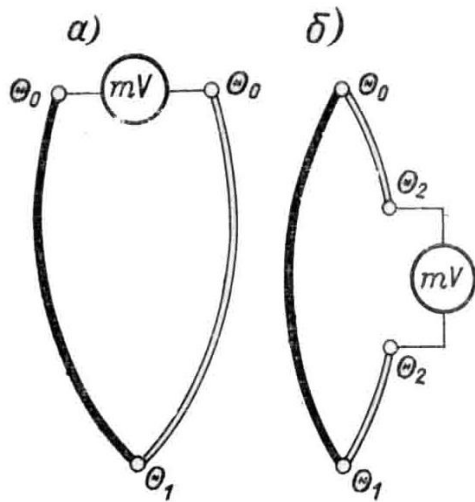


Рис. 5. Термопари: проста (а), диференціальна (б)

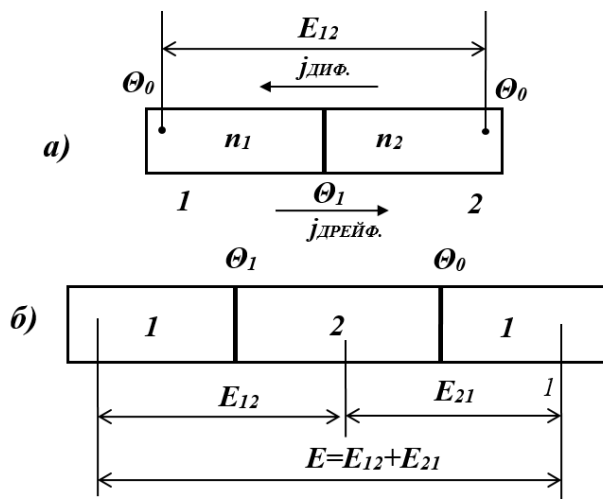


Рис. 6. До пояснення виникнення термо-е.р.с.

термометр, як показано на рис.5, складається з термоелектричного перетворювача (термопари) та вимірювального обладнання (мілівольтметра, потенціометра). Термопарою називається просте термоелектричне коло, що складається з двох різнорідних металевих дротів, спаяних між собою в двох точках і електрично ізольованих один від одного на всьому іншому проміжку.

У 1823 році Т. Зеєбек встановив, що у колі, яке складається з двох різнорідних провідників, виникає електрорушійна сила (е.р.с.) E , якщо контакти цих провідників підтримувати при різних температурах Θ_1 і Θ_0 . Ця е.р.с. називається термоелектрорушійною силою (термо-е.р.с.). Як показує дослід, у відносно вузькому інтервалі температур вона пропорційна різниці температур контактів:

$$E = \alpha(\Theta_1 - \Theta_0), \text{ де } \alpha = \frac{dE}{d\Theta}. \quad (6)$$

Коефіцієнт α називають *диференціальною* або *питомою* термо-е.р.с. Він залежить від металу провідників, що контактують, і температури. Розглянемо фізичні процеси, які відбуваються при зближенні двох різних металів.

Нехай є два різні метали 1 і 2 (рис.6а). В ізольованому стані концентрація електронного газу в них характеризується значеннями n_1 і n_2 , причому $n_1 < n_2$. Зблизимо метали до такої віддалі d , при якій можливий ефективний обмін електронами шляхом термоелектронної емісії або безпосереднього переходу з одного металу в інший. У початковий момент після встановлення контакту електронний газ другого металу не буде знаходитися в рівновазі з електронним газом

першого металу. Наявність градієнту концентрації приводить до виникнення переважаючого переходу електронів із другого металу в перший за рахунок їх *дифузії*. При цьому перший метал заряджається від'ємно, а другий – додатньо. Поява цих зарядів викликає появу різниці потенціалів між металами. У свою чергу різниця потенціалів викличе появу струму – впорядкованого протилежного, *дрейфового*, руху електронів із першого у другий метал. За короткий час ці потоки електронів, дифузійний і дрейфовий, зрівноважують один одного.

На основі приведених міркувань та класичної електронної теорії провідності металів показано, що

$$E_{12} = \frac{k\Theta_1}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (7)$$

Якщо температури Θ_0 та Θ_1 спаїв диференціальної термопари різні (рис.5б, рис.6б), то загальна різниця потенціалів

$$E = E_{12} + E_{21} = \frac{k\Theta_1}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} + \frac{k\Theta_0}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} = (\Theta_1 - \Theta_0) \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (8)$$

Порівнюючи вираз (6) і (8) одержимо

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (9)$$

Одержані вирази справедливі за умови незалежності концентрації електронів від температури, що дійсно має місце для металів.

У більшості пар чистих металів α_{AB} має порядок 10^{-5} – 10^{-6} В/К; для сплавів металів ця величина може досягти порядку 10^{-4} В/К. В окремих випадках питома термо-е.р.с. слабо залежить від температури. Але, як правило, із збільшенням різниці температур спаїв E змінюється не за лінійним законом, а досить складним чином, і навіть так, що може міняти знак (напрямок). Так, наприклад, якщо один спай пари залізо-мідь підтримувати при 0 °С, то при температурі другого спаю, яка приблизно дорівнює 540 °С, коефіцієнт термо-е.р.с. зменшується до нуля, а при ще більших температурах починає зростати, змінивши знак.

2. Методика експерименту та опис приладів

Схема під'єднання диференціальної термопари до мілівольтметра відображена на рис.7. Два провідника *AKKB* і *AMCDMB* із різних матеріалів мають спільні точки *A* і *B*, де вони зварені один з одним.

До точок C і D підключається мілівольтметр. Букви K і M означають, що матеріал провідників відповідно константан та мідь. В сучасній практиці при виготовленні термопар в якості “від’ємних” провідників найбільш застосовними є такі метали, як платина, вісмут, вольфрам, сплави алюмель, константан, копель та інші, в якості “додатних” – залізо, мідь, срібло, сурма, сплави золото-паладій, хромель, ніхром, платинородій, інші. Найбільш поширеними термопарами є: мідь-константанова і хромель-алюмелева.

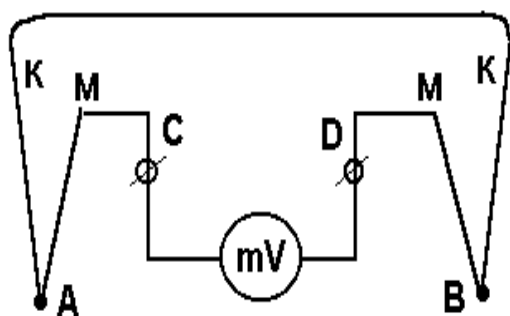


Рис. 7. Схема з'єднання диференціальної термопари.

Мідь-константанова термопара відноситься до числа високочутливих термопар. Використовується вона в основному для вимірювання температури від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+350\text{ }^{\circ}\text{C}$. Застосовувати термопару при температурах вище $350\text{ }^{\circ}\text{C}$ в атмосфері повітря не рекомендується через швидке окислення міді.

Хромель-алюмелева термопара відноситься до числа найбільш застосовних термопар. У порівнянні з іншими термопарами із неблагородних металів вона має велику стійкість до окислення і придатна для вимірювання температур від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Чутливість термопари складає 40 мкВ/К . Зміна термо-е.р.с. з температурою проходить лінійно (у формулі (6), $\alpha = \text{const}$).

Дротини, з яких готуються термопари, можуть бути різного діаметру. Найбільше поширення отримали термопари з діаметром дротин $0,5\div 1,0\text{ мм}$. Обумовлено це тим, що із збільшенням маси матеріалу збільшується теплова інерція термопар, а також теплообмін по дротинах і відповідно збільшується похибка вимірювань.

Для вимірювання температури за допомогою термопари її приєднують до вимірної пристрою (мілівольтметру або потенціометру). Один спай термопари занурюється у посудину Дюара з льодом, що плавиться ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$), а другий в середовище, температуру якого потрібно визначити. Якщо в якості вимірювального пристрою вибрали мілівольтметр, знімають його покази (U), а термо-е.р.с. визначається за формулою:

$$E = U \frac{r_V + r_T + r_{II}}{r_V}, \quad (10)$$

де r_T – опір термопару; r_{II} – опір з'єднувальних проводів; r_V – опір мілівольтметра. Щоб за величиною термо-е.р.с. визначити температуру треба спочатку термопару *проградуювати*, тобто поставити у відповідність значення термо-е.р.с. із значеннями різниці температур холодного і гарячого спаїв металів.

Градування термопару може бути зроблено двома способами в залежності від методу визначення температури робочого спаю термопару: градування шляхом порівняння з еталонними приладами (термометр опору, високоточний термометр розширення та ін.), або градування за реперними точками чистих речовин. Серед цих речовин є агресивні, тобто такі, які вступають у взаємодію з матеріалом термопару, і які хімічно не діють на матеріал термопару. В останньому випадку робочий спай термопару може бути занурений безпосередньо у речовину, внаслідок чого забезпечується хороший тепловий контакт між термопарою і досліджуваною речовиною, що обумовлює високу швидкість сприйняття температури термопарою.

Термопару, що застосовуються при вивченні металів і їх сплавів, а також речовин, що діють агресивно на матеріал термопар, занурюються в захисні ємності з кварцу, кераміки, речовин хімічно інертних до досліджуваного об'єкту. Застосування захисних пристосувань особливо необхідне при градуванні за температурами тверднення металів для захисту термопар від взаємодії з розплавленими металами.

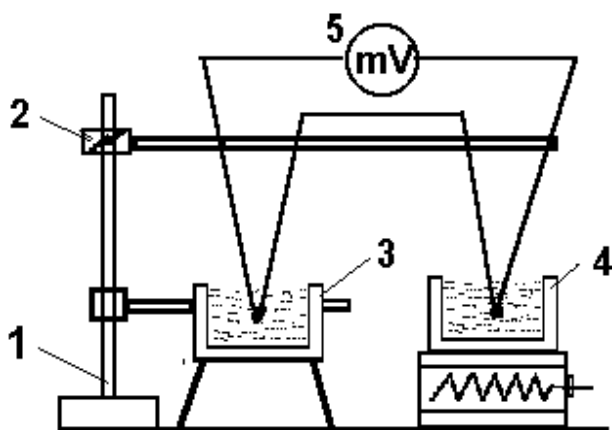


Рис. 8. Схема установки для градування термопару

Перед тим, як приступити до градування термопару, необхідно з'ясувати, в яких температурних інтервалах вона буде використовуватися. Далі вибрати реперні точки (речовини) і приступити до градування.

Схему робочої установки наведено на рис.8. На штативі 1 в зажимачі 2, який може пересуватися вгору і вниз, закріплюють термопару, один спай якої занурюють у посудину Дюара з льодом, що тане, а другий опускають в кварцовий або графітовий тигель 4, що ставиться на електроплитку (а для нагрівання вище 300 °С – в електропіч). У тигель кладуть реперні ма-

ють у посудину Дюара з льодом, що тане, а другий опускають в кварцовий або графітовий тигель 4, що ставиться на електроплитку (а для нагрівання вище 300 °С – в електропіч). У тигель кладуть реперні ма-

теріали почергово і доводять їх до розплавленого стану, потім плитку виключають. При охолодженні, а саме, у процесі затвердіння розплавленого металу записують покази мілівольтметра. Треба пам'ятати, що при твердненні металу його температура деякий час залишається постійною, отже незмінними будуть і покази мілівольтметра. За значеннями напруги за формулою (10) визначають величину термо-е.р.с. та, за відповідними їм відомими температурами плавлення реперних речовин, будують графік градування термопар.

Якщо потрібно проградувати термопару за температур нижче 0 °С, в якості реперних речовин вибирають рідини. Ці рідини наливають в пробірки, занурюють у них термопару і потім опускають в рідкий азот. Після затвердіння рідин, пробірку з термопарою і твердою речовиною виймають з рідкого азоту. При плавленні температура речовини певний час не змінюється, що і фіксують за постійним значенням термо-е.р.с.

3. Завдання та порядок виконання роботи

Завдання 1. Градування термопару і вимірювання температури плавлення металів і сплавів.

1. Помістити один кінець (спай) термопару в суміш льоду і води, температура якої 0 °С, а інший – в тигель з 40÷50 грамами чистого індію. За допомогою електроплитки розплавити його, потім відключити електроплитку від джерела і зафіксувати показання мілівольтметра при кристалізації індію.
2. Замість індію в тигель покласти олово, а потім вісмут і на кінець цинк. Зафіксувати показання мілівольтметра при кристалізації цих речовин.
3. За відомими напругою, опором термопару і внутрішнім опором мілівольтметра за формулою (10) визначити значення термо-е.р.с.
4. Знаючи температури плавлення реперних речовин і відповідні їм значення термо-е.р.с., побудувати графік, відкладаючи на осях значення термо-е.р.с. і температури.
5. Покласти в тигель почергово метали або сплави, температура плавлення яких невідома. Використовуючи отримані показання мілівольтметра і графік градування термопару, визначити їх температури плавлення.

Завдання 2. Перевірка градування рідинного термометра.

1. Помістити досліджуваний термометр у посудину з сумішшю води і льоду так, щоб стовпчик ртуті термометра був повністю занурений у цю суміш.
2. Через 3–5 хвилин відрахувати покази термометра з точністю до $0,1^{\circ}\text{C}$. Це і буде значення “нульової” точки термометра.
3. Для визначення проміжних точок між 0°C і точкою кипіння води, в калориметр з дистильованою водою помістити еталонний і досліджуваний термометри.
4. Включити електроплитку. Коли температура дистильованої води в калориметрі почне збільшуватись, перемішуючи воду записувати одночасно покази еталонного і досліджуваного термометрів через кожні $5\text{--}10^{\circ}\text{C}$ (до температури кипіння води). При цьому обидва термометри потрібно поступово опускати так, щоб їх ртутні стовпчики майже повністю були занурені у воду.
5. За допомогою барометра визначити величину атмосферного тиску і за формулою залежності температури кипіння води від значення

$$\text{атмосферного тиску } H \quad t = 100^{\circ} + 0,0375 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{мм рт.ст.}} (H - 760),$$

обчислити температуру кипіння води (значення H беруться у міліметрах ртутного стовпчика).

6. Визначити поправку до показів досліджуваного термометра при різних температурах (по відношенню до еталонного).
7. Побудувати графік залежності показів досліджуваного термометра від значення температури (за еталонним термометром) і графік поправок показів термометра від величини вимірюваної температури.

Завдання 3. Визначення сталої часу термометра.

1. Для визначення константи охолодження B та сталої часу τ досліджуваного термометра (динамічну сталу встановлення показів) нагріти воду на $15\text{--}20^{\circ}\text{C}$ вище кімнатної, занурити в неї термометр і витримати певний час (3–5 хв.) для встановлення показів.
2. Перенести термометр у калориметр із водою кімнатної температури T_C і фіксувати зміну його показів Θ з часом t .
3. За одержаними даними побудувати графік залежності $\ln(\Theta - T_C)$ від часу t , аналогічний рис.4. Визначити значення τ та B , оцінити похибку.

4. Повторити подібний до пунктів 1 – 3 дослід у випадку перенесення термометра з холодної у гарячу воду. Результати порівняти, зробити висновки.

Контрольні питання

1. Що таке температура?
2. Від чого залежить вибір термометричної речовини при конструюванні термометра?
3. Які термометричні величини найчастіше використовують при виготовленні термометрів?
4. Яким чином встановлюють емпіричну температурну шкалу?
5. Які існують методи вимірювання температур?
6. Вкажіть переваги шкали побудованої на основі газового термометра у порівнянні з іншими емпіричними шкалами.
7. Що таке термопара?
8. Яке фізичне явище покладено в основу роботи термопари?
9. Як за допомогою термопари визначають температуру?
10. Які переваги і недоліки термопари в порівнянні з рідинними термометрами?
11. Для чого проводять градуювання термопари? Які методи градуювання термопар ви знаєте?
12. Назвіть джерела похибок при вимірюванні температури рідинним термометром, термопарою?
13. Розв'яжіть рівняння (4), отримайте вираз (5). Від чого залежить стала часу τ , який її фізичний зміст?

Лабораторна робота № 7

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА ТИСКУ ГАЗУ ЗА ДОПОМОГОЮ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Мета роботи: вивчення роботи газового термометра і визначення за його допомогою термічного коефіцієнта тиску повітря.

Прилади і матеріали: газовий термометр, барометр, U-подібний манометр, високоточний ртутний (рідинний) термометр, металічна посудина з вмонтованим в неї нагрівником (термостат).

1. Короткі теоретичні відомості

Ідеальний газ – це модель газу, молекули якого представляють собою маленькі кульки, відстань між якими набагато більша їхнього діаметру, а взаємодія зводиться до абсолютно пружних зіткнень.

Стан ідеального газу довільної його маси m описується рівнянням

Клапейрона-Менделєєва
$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

у якому M – молярна маса газу; R – універсальна газова стала; p , V , T – відповідно тиск, об'єм та температура газу; m/M – кількість молів.

Для 1 моля рівняння стану ідеального газу має такий вигляд:

$$pV_M = RT, \quad (2)$$

де V_M – об'єм 1 моля газу. Якщо $p = const$, то зміна температури в (2) на dT призведе лише зміни до об'єму на dV_M , тобто $pdV_M = RdT$, у якому $pdV_M = dA$ – є робота газу при збільшенні об'єму на dV_M . Якщо це відбувається при нагріванні $\Delta T = 1$ К (при $p = const$), то

$$p \cdot \Delta V_M = R \cdot \Delta T = \Delta A = R.$$

Універсальна газова стала R чисельно дорівнює роботі, яка виконується при ізобаричному розширенні 1 моля газу внаслідок його нагрівання на 1 К. В одиницях СІ $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

Для ідеальних газів справедливі такі закони:

Закон Бойля-Маріотта: при $T = const$ та $m = const$ добуток числових значень тиску та об'єму газу є сталою величиною:

$$pV = const.$$

Закон Гей-Люсака: при $p = const$ об'єм даної маси газу прямо пропорційний його абсолютній температурі:

$$V = V_0 T / T_0 \quad \text{або} \quad V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T),$$

де V_0 – об’єм газу за температури $T_0 = 273,15$ К; $\Delta T = T - T_0$, $\alpha = 1/273,15$ К⁻¹ – термічний коефіцієнт об’ємного розширення, який вважається однаковим для всіх ідеальних газів.

Закон Шарля: при $V = \text{const}$ тиск даної маси газу ($m = \text{const}$) прямо пропорційний абсолютній температурі:

$$p = \frac{p_0}{T_0} T \quad \text{або} \quad p = p_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T),$$

де p_0 – тиск газу за температури $T_0 = 273,15$ К; $\beta = 1/273,15$ К⁻¹ – термічний коефіцієнт тиску.

Закон Авогадро: при однакових тисках і температурах в однакових об’ємах довільного газу міститься однакова кількість молекул.

Закон Дальтона: тиск суміші хімічно невзаємодіючих газів дорівнює сумі парціальних тисків кожного газу: $p = p_1 + p_2 + \dots + p_J$. Під *парціальними тисками* p_1, p_2, \dots, p_J розуміють тиски, які створюють окремі компоненти газу в посудині такого ж об’єму.

Закони ідеального газу, застосовується для опису станів реальних газів тільки в області малих тисків і не дуже низьких температур. Однак ряд реальних газів, зокрема таких як водень та гелій, дуже близькі до ідеальних газів, а, отже, їх термічні коефіцієнти за однакових умов співпадають між собою у широкому температурному інтервалі і не залежать від природи (хімічного складу) газу. З іншого боку відомо, що при створенні емпіричних температурних шкал одним із джерел похибок є вибір термометричного тіла із добре відтворюваною у різних лабораторіях фізичною властивістю, яка вибрана як термометрична величина. Отже, незалежність термічного коефіцієнту тиску від його природи для ідеального газу дозволяє створювати добре відтворювані температурні шкали на основі газових термометрів. У таких термометрах використовується лінійна залежність тиску від температури (закон Шарля).

Температурний (термічний) коефіцієнт тиску (пружності) газу показує на скільки по відношенню до початкового збільшується тиск газу (тобто, відносну зміну тиску), якщо його нагріти на 1 К при постійному об’ємі, і визначається за формулою:

$$\beta = \left(\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{1}{p} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta T} \right) \approx \frac{p - p_0}{p_0 t}, \quad (3)$$

де p_0 – тиск газу при 0 °С, p – тиск газу при температурі t °С. Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва (1), за формулою (3) знайдемо значення β для ідеального газу:

$$\beta = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = \frac{1}{p} \cdot \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{V} \frac{m}{M} RT \right) = \frac{1}{pV} \frac{m}{M} R = \frac{1}{T}, \quad (4)$$

звідки для 0°C ($T=273\text{ K}$) отримуємо значення $\beta = 1/273\text{ K}^{-1}$.

Рівняння Клапейрона-Менделєєва описує поведінку ідеального газу, як сукупності точкових кульок, що практично не займають об'єм (маючи реальну масу m). Це вірно в області не дуже високих тисків. Так, навіть для атмосферного тиску повітря, середній діаметр молекул якого $d \approx 3 \cdot 10^{-10}\text{ м}$, кількість їх у 1 м^3 $n_L \approx 2,7 \cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$ (число Лошмідта), а сумарний об'єм становить $\frac{\pi d^3}{6} \cdot n_L \approx 4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3$. Це значно менше вільного об'єму, у якому можуть рухатися ці молекули (1 м^3). Але якщо тиск підняти до 2000 атмосфер, власний об'єм молекул становитиме $\approx 0,8\text{ м}^3$ і для їх вільного руху вже практично місця немає. Тому, у формулі Клапейрона-Менделєєва від об'єму посудини V , у якій знаходиться газ, необхідно відняти їх власний об'єм.

Крім того, на відстанях, більших за радіуси реальних молекул, між ними діють сили притягання. Це спричинює те, що тиск в реальному газі є більшим, ніж на стінки посудини та на відповідні датчики чи сенсори тиску.

Отже, щоб описати поведінку реального газу, необхідно врахувати, по-перше, лише той об'єм, де можуть рухатися молекули, по-друге, наявність додаткового тиску, обумовленого силами притягання між молекулами, які зменшують імпульс сили при їх зіткненні з реальною чи уявною стінкою. Відомо декілька таких поправок до об'єму і тиску, які модифікували рівняння Клапейрона-Менделєєва, але найбільше застосування одержали поправки Ван-дер-Ваальса і його рівняння:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2} \right) (V - vb) = vRT, \quad (5)$$

де $v = \frac{m}{M}$ – кількість молів; a та b – поправки Ван-дер-Ваальса віднесені до одного моля конкретного реального газу (для 1 моля молекул азоту (N_2) $a = 0,133\text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 4,0 \cdot 10^{-5}\text{ м}^3/\text{моль}$).

Рівняння Ван-дер-Ваальса – це кубічне рівняння відносно об'єму, в якому параметром є температура T , і для 1 моля має вигляд

$$pV^3 - (pb + RT)V^2 + aV = ab. \quad (6)$$

Теоретичні графіки залежностей $p(V)$ (ізотерми Ван-дер-Ваальса) для повітря за різних температур наведені на рис.1а.

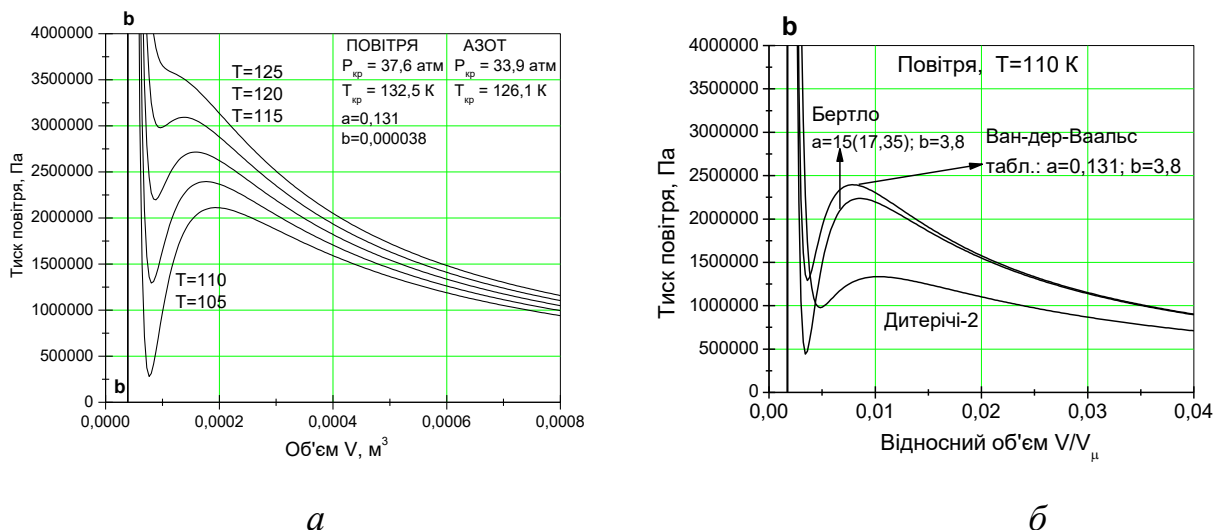


Рис. 1. Ізотерми реальних газів.

Для опису поведінки 1 моля реальних газів використовують також:

$$\text{рівняння Бертло} - \left(p + \frac{a}{TV^2} \right) (V - b) = RT;$$

$$\text{рівняння Клаузіуса} - \left(p + \frac{a}{T(V + C)^2} \right) (V - b) = RT;$$

$$\text{рівняння Дитерічі} - \left(p + \frac{a}{V^{5/3}} \right) (V - b) = RT.$$

На рис.1б наведені порівняльні графіки цих рівнянь для повітря.

Звісно, що при зменшенні об'єму тиск газу не може спадати, тому відповідна спадна ділянка на теоретичних кривих $p(V)$ на практиці не реалізується. На *експериментальних ізотермах* у більшості випадків цих ділянок немає, їх замінює пряма лінія постійного тиску, що відображає наявність *двофазного стану* “рідина-пара”. Різке, майже вертикальне, зростання тиску при дуже незначному зменшенні об'єму речовини відповідає вже стану рідини.

2. Методика експерименту та опис приладів

У лабораторній роботі потрібно визначити термічний коефіцієнт тиску повітря β . З цією метою запишемо за законом Шарля тиски повітря, маса m і об'єм V якого не змінюються при нагріванні, для двох температур (t_1 і t_2) ($^{\circ}\text{C}$):

$$p_1 = p_0(1 + \beta t_1) \quad p_2 = p_0(1 + \beta t_2).$$

Поділивши p_1 на p_2 , з одержаного виразу знайдемо формулу для β :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \beta \cdot t_1}{1 + \beta \cdot t_2} \rightarrow \beta = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1} \quad (7)$$

Отже, за відомими тиском і температурою двох станів *одної і той же маси* газу (при незмінному об'ємі), можна визначити термічний коефіцієнт тиску. Використовуючи рівняння стану ідеального газу Клапейрона-Менделєєва, можна показати, що таким же буде і термічний коефіцієнт об'ємного розширення.

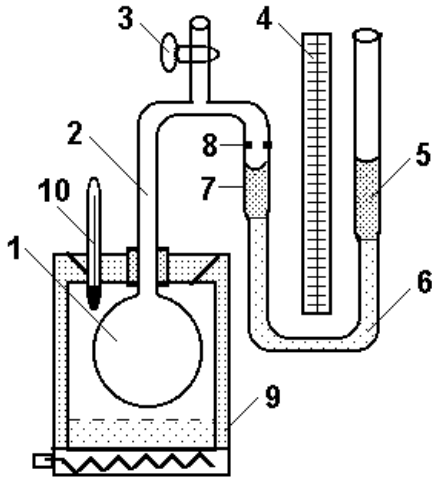


Рис. 2. Загальний вигляд газового термометра

Одним з найбільш точних методів визначення термічного коефіцієнта тиску газу є метод газового термометра конструкції Лермантова В.В. Такий термометр (рис.2) складається із скляної колби 1, з'єднаної скляною трубкою 2 з лівим коліном 7 відкритого водяного манометра. Колба розташована в термостаті 9 з нагрівником і термометром 10. Трубка 2 має кран 3, який служить для наповнення колби 1 сухим досліджуваним газом (повітрям, азотом, воднем). Ліве коліно манометра 7 з'єднане з правим 5

гумовою трубкою 6, що дозволяє рухати праве коліно вздовж вертикальної шкали 4, поділеної на міліметри. При визначенні термічного коефіцієнта тиску газу його об'єм має залишатись сталим. З цією метою на трубці 7 нанесена спеціальна мітка 8, до якої підводять рівень рідини у лівому коліні манометра при кожному вимірюванні тиску, рухаючи вертикально праве коліно. У цій роботі використовується лабораторний термостат для стабілізації заданої температури води в термостаті, а отже, і газу в балоні газового термометра, зануреного в цю воду. Змінюючи температуру води в термостаті, змінюють температуру повітря в балоні. Після досягнення заданої температури води, її стабілізації і встановлення теплової рівноваги з повітрям у колбі газового термометра, проводять вимірювання.

У формулі (7) не враховано розширення стінок балона при нагріванні, отже, збільшення об'єму балона з досліджуваним газом. Урахування цієї зміни об'єму балона дає більш точну формулу:

$$\beta = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1} + 3\gamma \frac{p_2 t_2 - p_1 t_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1},$$

де 3γ – коефіцієнт об'ємного розширення скла, який дорівнює $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (γ – коефіцієнт лінійного термічного розширення скла).

3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Відкрити кран 3 і заповнити газовий термометр повітрям при кімнатній температурі, при цьому тиск у колбі 1 стає таким, як атмосферний p_A .
2. Налити в термостат воду (до мітки).
3. Опустити колбу в термостат так, щоб вона повністю занурилася у воду.
4. Визначити початкову температуру t води в термостаті; якщо вона дорівнює температурі навколишнього середовища, то різниця висот стовпчиків води в лівому і правому колінах водяного манометра $h_1 = 0$. Тоді початковий тиск p_1 досліджуваного газу (повітря) в колбі дорівнює атмосферному p_A ($p_1 = p_A$).
5. Ввімкнути електронагрівник термостата. Із збільшенням температури повітря в колбі, рівень води в лівому коліні манометра понизиться, а в правому – підвищиться. Після збільшення температури на $(2 - 4) \text{ }^\circ\text{C}$, її стабілізації і встановлення теплової рівноваги з повітрям колби виміряти різницю висот h_2 в колінах манометра при температурі t_2 . В цьому випадку тиск повітря p_2 в колбі 1 дорівнює:

$$p_2 = p_A + \rho g h_2$$
, де ρ – густина рідини (води) в манометрі.
6. Підставити у формулу (7) значення p_1 і p_2 , тоді термічний коефіцієнт тиску повітря:

$$\beta = \frac{\rho g h_2}{p_A \cdot t_2 - (p_A + \rho g h_2) \cdot t_1} \quad (8)$$

7. Знову нагріти повітря в колбі 1 ще на $(2 - 3) \text{ }^\circ\text{C}$ та застабілізувати температуру t_3 . Різниця рівнів h_3 води в лівому та правому колінах дозволяє визначити тиск повітря p_3 , що встановиться в колбі 1 за температури t_3 : $p_3 = p_A + \rho g h_3$.
8. Підставити в формулу (7) значення p_2 за температури t_2 і одержане значення p_3 та знову визначити термічний коефіцієнт тиску β :

$$\beta = \frac{p_3 - p_2}{p_2 t_3 - p_3 t_2} = \frac{h_3 - h_2}{\frac{p_A}{\rho g} (t_3 - t_2) - (h_2 t_3 - h_3 t_2)} \quad (9)$$

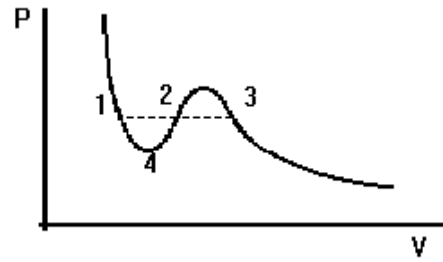
9. При великій різниці рівнів рідини в колінах манометра, тобто значному тиску газу (повітря) в колбі, можливий витік його через негерметичні з'єднання трубок манометра. Тому вимірювання необхідно проводити при невеликій різниці висот h і періодично зменшувати тиск повітря в балоні до атмосферного, відкривши кран 3, або охолоджуючи його.
10. Повторити вимірювання декілька разів, обчислити середнє значення β , абсолютну та відносну похибки. Вказати систематичну похибку, обумовлену конструкцією газового термометра.
11. Порівняти отримане значення β з теоретичним для ідеального газу, відмітити можливі причини, що можуть привести до розбіжності цих значень.
12. Зробити аналіз результатів і висновки.

Контрольні питання

1. Яка розмірність і фізичний зміст коефіцієнта β ?
2. Чи дотримані методичні умови проведення даного експерименту?
3. Який процес називають ізобаричним; ізотермічним; ізохоричним?
4. Назвіть газові закони для ідеального газу.
5. Яка відмінність між ідеальним і реальним газами ?
6. В якому випадку реальні гази можна розглядати як ідеальні ?
 - а) коли відстань між молекулами реального газу порівняна з розмірами самих молекул;
 - б) реальні гази можна розглядати як ідеальні тільки при таких розрідженнях, коли середня віддаль між молекулами стає набагато більша розмірів молекул і властивості газів визначаються концентрацією молекул, а не їх взаємодією;
 - в) при високих тисках і низьких температурах.
7. Що ми розуміємо під термометричною речовиною і термометричним параметром в газовому термометрі ?
8. Які з приведених виразів відповідають рівнянню Ван-дер-Ваальса:
 - а) $pV=RT$; б) $p(V+b)=RT$; в) $(p+a/V^2)(V+b)=RT$;
 - г) $(p+a/V^2)(V-b)=RT$.
9. Що враховує поправка "а" в рівнянні Ван-дер-Ваальса ?
 - а) зіткнення молекул;
 - б) сили взаємодії між молекулами;
 - в) розмір молекул.

10. Яка із точок, вказаних на рисунку, відповідає появі рідини при зменшенні об'єму газу (при стисненні) ?

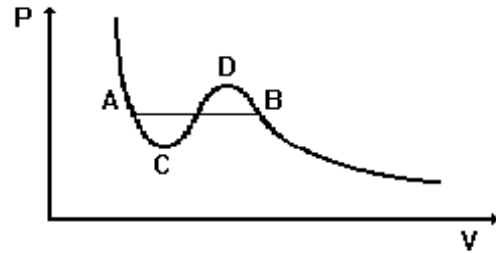
- а) 1; б) 2;
 г) 3; г) 4.



11. Вкажіть ділянку теоретичної кривої Ван-дер-Ваальса, яка не може бути ні при яких умовах здійснена експериментально:

- а) DB; б) AC;
 в) CD; г) AB.

12. Чому відповідає ділянка AB експериментальної ізотерми реального газу ?



13. Що спостерігається у об'ємі V реального газу, коли він стиснутий до об'єму, що знаходиться між точками A і B ($V_A < V < V_B$) ?

14. Чим відрізняється конструкція лабораторного устаткування від приведенного в описі ?

Лабораторна робота № 8

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВОЛОГОГО ПОВІТРЯ

Мета роботи: вивчення методики та визначення параметрів вологого повітря і отримання навиків в роботі з вимірювальними приладами.

Прилади і матеріали: аспіраційний психрометр Ассмана, дистильована вода, гігрометр Ламбрехта, ртутний термометр, посудина Дюара з льодом, мідний диск з стержнем, диференціальна термопара, мікровольтметр, етиловий ефір, гумова груша і піпетка.

1. Короткі теоретичні відомості

Атмосферне повітря – це суміш газів, яка містить 75,55% азоту, 23,1% кисню, 0,3–0,4% вуглекислого газу, *водяну пару* та незначну кількість інертних та інших газів. Повітря, що не містить водяної пари, називається *сухим повітрям*. Хоч сухе повітря – це, у свою чергу, суміш газів, ми будемо розглядати його як єдине ціле, так як його склад у процесах, які ми розглядатимемо, змінюватись не буде. У природі сухе повітря не зустрічається, оскільки атмосферне повітря знаходиться у безпосередньому контакті з водою (льодом) океанів, морів, озер, річок і завжди містить деяку кількість водяної пари.

Суміш сухого повітря з водяною парою називається *вологим повітрям*. Для практики представляє інтерес повітря в основному при атмосферному тиску в інтервалі температур (-50 – +100) °С. У цих умовах сухе повітря, або перший компонент, може знаходитись тільки в газоподібному стані і підкоряється законам ідеальних газів. Другий компонент може знаходитись як в газоподібному, так і в рідкому або твердому стані (пар – вода – лід). Вологе повітря широко використовується в сушильних і вентиляційних установках, пристроях кондиціонування повітря і т.д.

Характерна особливість процесів, що протікають у вологому повітрі, полягає в тому, що кількість водяної пари, яка міститься в повітрі, змінюється. При зниженні температури T або при ізотермічному стисненні пара може частково конденсуватись і навпаки, при підвищенні T або ізотермічному розширенні вода випаровується в повітря.

Суміш, що складається з сухого повітря і перегрітої водяної пари, називається *ненасиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск p_p ,

якій іноді називають пружністю водяної пари, в суміші менший тиску насичення p_H , тобто максимально можливого тиску водяної пари при даній температурі ($p_{\text{П}} < p_H$). Температура пари при цьому вища за температуру її насичення при даному парціальному тиску.

У таблиці 1 наведені тиски насичення p_H та відповідна густина $\rho_{\text{Пmax}}$ водяної пари за температур (0 – 100) °С. Аналітично тиск насиченої пари описується рівнянням фазової рівноваги Клапейрона-Клаузіуса

$$\frac{dp_H}{dT} = \frac{\lambda_M}{T(V_{MH} - V_{MB})},$$

яке має наближений розв'язок у вигляді $p_H = p_{H0} e^{-\frac{\lambda_M}{RT}}$, де λ_M – молярна теплота випаровування, V_{MH} та V_{MB} – відповідно молярні об'єми пари та рідини ($V_{MH} > V_{MB}$).

Таблиця 1. Температурна залежність тиску і густини насиченої пари.

T, °C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
p_H , кПа	0,61	1,25	2,34	4,35	7,4	12,5	20,2	32,2	48,5	71,4	101,3
ρ_H , г/м ³	4,84	9,4	17,3	30,3	51,2	83,0	130	198	293	424	596

Суміш, що складається з сухого повітря і сухої насиченої водяної пари, називається *насиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск водяної пари в такій суміші дорівнює тиску насичення p_H для відповідної температури вологого повітря. Температура пари дорівнює температурі конденсації за даного парціального тиску.

Суміш, що складається з сухого повітря і вологої насиченої водяної пари (тобто в повітрі є частинки сконденсованої пари (води), що знаходяться в завислому стані і випадають у вигляді роси), називається *перенасиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск водяної пари при цьому дорівнює тиску насичення p_H . У цьому випадку температура вологого повітря називається температурою точки роси t_p . Якщо парціальний тиск водяної пари з яких-небудь причин стане більшим p_H , то частина пари сконденсується у вигляді роси.

Основними показниками, що характеризують стан вологого повітря, є абсолютна та відносна вологість, густина, ступінь насичення, теплоємність, ентальпія.

1.1. Абсолютна і відносна вологість повітря.

Розрахунок параметрів вологого (вогкого) повітря проводиться з використанням рівняння Клапейрона-Менделєєва для ідеального газу

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad (1)$$

якому з достатнім наближенням підкоряється вологе повітря навіть близьке до насичення. Тут M – молярна маса повітря. Будемо розглядати вологе повітря як газову суміш, що складається з сухого повітря і водяної пари.

Згідно закону Дальтона, тиск p вологого повітря дорівнює:

$$p = p_0 + p_{\text{п}}, \quad (2)$$

де p_0 – парціальний тиск сухого повітря, $p_{\text{п}}$ – парціальний тиск водяної пари.

Запишемо рівняння Клапейрона – Менделєєва окремо для сухого повітря і водяної пари. Розв'язуючи рівняння (1) і (2) відносно маси сухого повітря m_0 і маси водяної пари $m_{\text{п}}$, одержуємо:

$$m_0 = \frac{p_0 \cdot V}{R_0 \cdot T}, \quad \text{оскільки} \quad \frac{m_0}{V} = \rho_0, \quad \text{то} \quad \rho_0 = \frac{p_0}{R_0 \cdot T}, \quad (3)$$

$$m_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}} \cdot V}{R_{\text{п}} \cdot T}, \quad \text{оскільки} \quad \frac{m_{\text{п}}}{V} = \rho_{\text{п}}, \quad \text{то} \quad \rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}} \cdot T}, \quad (4)$$

де V – об'єм газової суміші, ρ_0 і $\rho_{\text{п}}$ – густини сухого повітря і водяної пари, $R_0 = R/M_0 = 287$ Дж/(кг·К), $R_{\text{п}} = R/M_{\text{п}} = 461$ Дж/(кг·К); – газові постійні повітря і водяної пари, T – температура вогкого повітря, $R = 8,314$ Дж/(моль·К) – універсальна газова стала, $M_0 = 0,029$ кг/моль, $M_{\text{п}} = 0,018$ кг/моль – молярні маси повітря та водяної пари.

Маса водяної пари в 1 м^3 вологого повітря, називається *абсолютною вологістю*. Вона чисельно дорівнює густині водяної пари $\rho_{\text{п}}$.

Відносною вологістю називається відношення густини $\rho_{\text{п}}$ пари (тобто абсолютної вологості) до максимально можливої абсолютної вологості (густиною $\rho_{\text{пmax}}$) при даній температурі:

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{пmax}}}. \quad (5)$$

Оскільки $\rho_{\text{п}}$ і $\rho_{\text{пmax}}$ визначаються при одній і тій же температурі вологого повітря, то з використанням формули (4) одержимо:

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{пmax}}} = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{пmax}}} = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н}}}. \quad (6)$$

З (6) випливає, що відносна вологість φ визначає відношення парціального тиску водяної пари, яка знаходиться у вологому повітрі, до її парціального тиску насичення при даній температурі. Значення φ можна виражати у долях одиниці або у процентах. Так як $p_{\Pi} < p_H$, то відносна вологість може змінюватись від 0 до 1 або від 0 % до 100 %. Значення $\varphi = 0$ відповідає сухому повітрю, а при $\varphi = 1$ повітря повністю насичене водяною парою.

Густина вологого повітря дорівнює сумі густини сухого повітря ρ_0 і густини водяної пари ρ_{Π} , які визначаються їх парціальним тиском і температурою вологого повітря. З використанням формул (3) і (4) та враховуючи, що $p_0 = p - p_{\Pi}$ (див. формулу (2)), матимемо:

$$\rho = \rho_0 + \rho_{\Pi} = \frac{1}{T} \left(\frac{p_0}{R_0} + \frac{p_{\Pi}}{R_{\Pi}} \right) = \frac{1}{TR} (p_0 M_0 + p_{\Pi} M_{\Pi}) = \frac{1}{TR} (p M_0 - p_{\Pi} (M_0 - M_{\Pi})) \quad (8)$$

Підставляючи числові значення R , M_0 та M_{Π} , а також врахувавши, що $p_{\Pi} = \varphi \cdot p_H$, одержимо:

$$\rho = 0,00348 \frac{p}{T} - 0,00132 \frac{\varphi \cdot p_H}{T} . \quad (9)$$

У цій формулі всі одиниці виражені у системі СІ. Із (9) видно, що при заданих температурі і тиску густина вологого повітря зменшується із підвищенням його вологості.

1.2. Вміст води і ступінь насичення вологою повітря.

Відношення маси водяної пари m_{Π} (кг або г) у повітрі до маси сухого повітря m_0 (в цьому ж об'ємі), називається *вологомісткістю* повітря d , кг/кг (або г/кг):

$$d = \frac{m_{\Pi}}{m_0}, \quad (10)$$

Величину d правильніше було б називати вмістом водяної пари, адже вона не враховує наявності у повітрі мікрокрапельок води і льоду (туману), однак у техніці вона дістала назву вологомісткість.

Враховуючи, що $p_0 = p - p_{\Pi}$, і підставляючи (3) і (4) в (9), остаточно отримуємо:

$$d = 0,622 \cdot \frac{p_{\Pi}}{p - p_{\Pi}} = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_H}{p - \varphi p_H} . \quad (11)$$

Максимальну вологомісткість d_H при заданій температурі вологого повітря одержимо, якщо у формулу (11) замість p_{Π} підставити p_H

$$d_H = 0,622 \cdot \frac{p_H}{p - p_H}. \quad (12)$$

З виразу (12) випливає: коли тиск насиченої пари стане дорівнювати тиску вологого повітря p (тобто, атмосферному) що досягається при температурі кипіння, то $d = \infty$.

Кількісно *ступінь насичення* вологого повітря визначається співвідношенням

$$\psi = \frac{d}{d_H} = \frac{p_{\Pi}}{p_H} \cdot \frac{p - p_H}{p - p_{\Pi}} = \varphi \cdot \frac{p - p_H}{p - \varphi p_H}. \quad (13)$$

Ступінь насичення ψ змінюється у межах від 0 до 1 (або від 0 % до 100 %). Для процесів, які протікають в атмосфері за звичайних умов, значення p_H і p_{Π} малі у порівнянні з p , а поблизу насичення p_H та p_{Π} мало відрізняються, тому можна вважати, що $\psi \approx \varphi$.

Масова концентрація q води у повітрі дорівнює

$$q = \frac{m_{\Pi}}{m} = \frac{m_{\Pi}}{m_0 + m_{\Pi}} = \frac{d}{1 + d} = \frac{0,622\varphi \cdot p_H}{p - 0,378\varphi \cdot p_H}. \quad (14)$$

Очевидно, що при відносній вологості $\varphi = 0$ масова концентрація водяної пари у повітрі $q = 0$, а при кипінні ($p_H = p$) і $\varphi = 1$ величина $q = 1$.

Газова постійна вологого повітря знаходиться за формулою:

$$R_M = \frac{R}{M}, \quad (14)$$

де M – молярна маса газової суміші, яка розраховується за виразом:

$$M = M_0 \cdot c_0 + M_{\Pi} \cdot c_{\Pi}, \quad (15)$$

де M_0 і M_{Π} – молярна маса сухого повітря і водяної пари, відповідно; c_0 і c_{Π} – об'ємна доля сухого повітря і водяної пари:

$$c_0 = \frac{p_0}{p} = \frac{p - p_{\Pi}}{p} = \frac{p - \varphi p_H}{p}; \quad c_{\Pi} = \frac{p_{\Pi}}{p} = \frac{\varphi p_H}{p}. \quad (16)$$

З урахуванням приведених вище виразів та числових значень M_0 , M_{Π} та R рівняння стану для маси m вологого повітря матиме вигляд

$$pV = \frac{8,31mT}{0,029 - 0,011\varphi \frac{p_H}{p}}. \quad (17)$$

1.3. Теплоємність та ентальпія вологого повітря.

У технічних розрахунках часто користуються величинами, віднесеними до 1 кг сухого повітря. Тому величина теплоємності

$C = C_0 + d C_{II}$, де C_0 та C_{II} – ізобарні питомі теплоємності відповідно сухого повітря та водяної пари, називається теплоємністю вологого повітря. Враховуючи, що у розглядуваному інтервалі температур C_0 та C_{II} постійні і дорівнюють відповідно $C_0 = 1,0$ кДж/(кг·К) та $C_{II} = 1,89$ кДж/(кг·К),

$$C = 1,0 + 1,89d = 1 + \frac{1,18\varphi p_H}{p - \varphi p_H}. \quad (18)$$

Звернемо увагу ще раз на те, що формула (18) задає теплоємність віднесена до 1 кг сухого повітря, або до $(1+d)$ кг вологого повітря.

На основі властивості адитивності ентальпії $I=U+pV$ вологого повітря (U – внутрішня енергія) віднесена до 1 кг сухого або $(1+d)$ кг вологого повітря є сумою ентальпій 1 кг сухого повітря і d кг водяної пари:

$$I = I_0 + d \cdot I_{II}. \quad (19)$$

При визначенні ентальпії суміші зазвичай вибирають спільний початок відліку ентальпій для кожного компоненту. За початок відліку ентальпії сухого повітря і ентальпії парів води зручно прийняти стан при $t=0$ °С. Для ідеального газу, до якого може належати і сухе повітря у розглядуваних нами умовах, ентальпія залежить тільки від температури. Отже ентальпія сухого повітря за довільних тиску і температури $I_0 = C_0 \cdot t$. При $t=0$ °С тиск насиченої пари $p_{H0} = 610$ Па (див. табл.1). Оскільки за загальним означенням $I=U+pV$, ентальпія водяної пари за тиску $p_{H0} = 610$ Па і довільній температурі $I_{II} = r + C_{II} \cdot t$, де $r=2500$ кДж/кг – питома теплота плавлення при 0°С. Таким чином, з урахуванням формул (11) та (19),

$$\begin{aligned} I &= C_0 \cdot t + (r + C_{II} \cdot t) \cdot d = t + (2,5 \cdot 10^6 + 1,89 \cdot t) \cdot d = \\ &= t + (2,5 \cdot 10^6 + 1,89 \cdot t) \cdot \frac{0,622 \cdot \varphi p_H}{p - \varphi p_H} \quad (\text{Дж/кг}). \end{aligned} \quad (20)$$

1.4. I-d діаграма вологого повітря.

Щоб уникнути обчислень для знаходження тих або інших параметрів повітря, їх визначають за спеціальною діаграмою, яка носить назву I-d діаграми. Вона дозволяє швидко визначити всі параметри повітря за двома відомими. Використання діаграми дозволяє уникнути обчислень за формулами і наочно відобразити процеси у вологому повітрі. Аналогом I-d діаграми у англомовній літературі є діаграма Мольтє або психрометрична діаграма, а в російськомовній – діаграми

Разіна. Оформлення діаграми може бути дещо різним. Типова загальна схема $I-d$ діаграми показана на рис. 1.

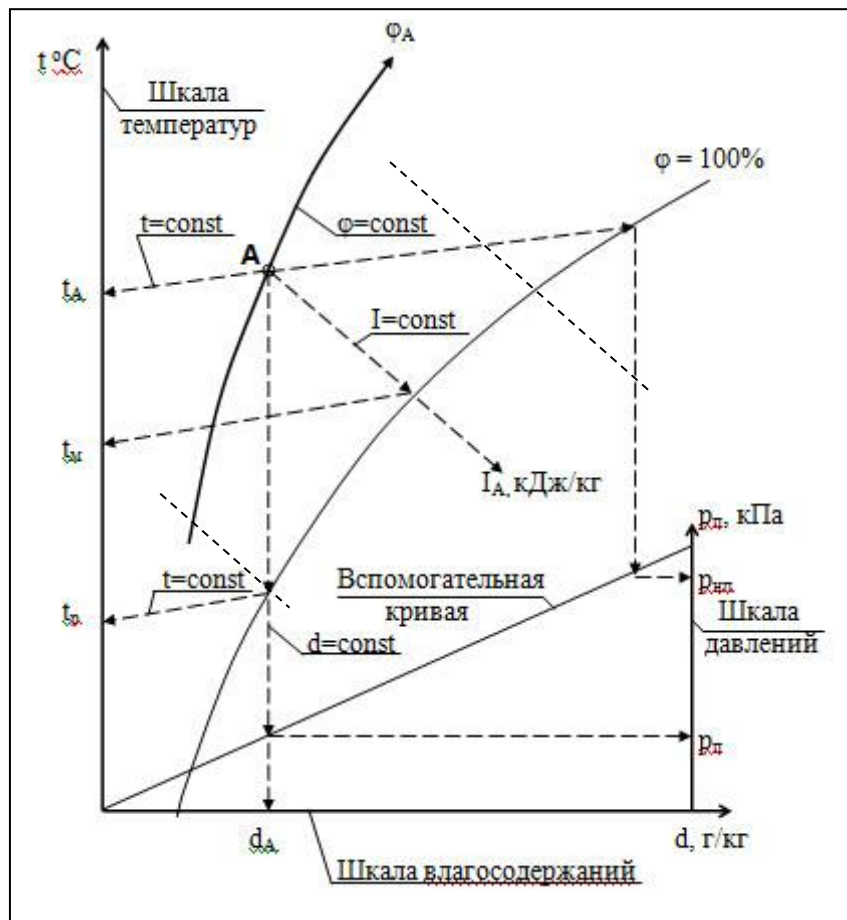


Рис. 1. Схема визначення параметрів вологого повітря на $I-d$ діаграмі.

Діаграма представляє собою робоче поле в косокутній системі координат $I-d$, на якому нанесено декілька координатних сіток, а по периметру – допоміжні шкали. Шкала вологомісткості звичайно розташовується горизонтально на нижній кромці діаграми, при цьому лінії постійних вологомісткостей є вертикальні прямі. Лінії постійних ентальпій представляють собою паралельні прямі, що звичайно йдуть під кутом 135° до вертикальних ліній вологомісткостей (у принципі, кут між лініями ентальпії і вологомісткості може бути і іншим). Косокутна система координат вибрана для того, щоб збільшити робоче поле діаграми. У такій системі координат лінії постійних температур представляють собою прямі лінії, що йдуть під невеликим нахилом до горизонталі і злегка розходяться в'ялом.

Робоче поле діаграми обмежене кривими лініями однакових відносних вологостей 0 % і 100 %, між якими нанесені лінії інших значень однакових відносних вологостей з кроком 10 %.

Шкала температур звичайно розташовується по лівій кромці робочого поля діаграми. Значення ентальпій повітря нанесені, як правило, під кривою $\varphi = 100 \%$. Значення парціального тиску іноді наносять по верхній кромці робочого поля, іноді по нижній кромці під шкалою вологомiсткостей, частіше – по правій кромці. В останньому випадку на діаграмі додатково будують допомiжну криву парціального тиску.

Точка на діаграмі відображає деякий стан повітря, а лінія – процес зміни стану. Визначення параметрів повітря, що має деякий стан, який відображається, наприклад, точкою A , показано на рис.1. Вона задає температуру вологого повітря t_A , його відносну вологість φ_A , вологомiсткість d_A , ентальпію I_A , точку роси t_{pA} , тиск парів води p_A .

2. Методика експерименту та опис приладів

1. Метод точки роси. Цей метод ґрунтується на тому факті, що охолодження повітря з деяким рівнем вологості призводить до насичення водяної пари за певної температури t_p , після чого вона починає конденсуватися – з'являється роса, тобто, у повітрі, на початку, містилось стільки водяної пари, яка за температури t_p стає насиченою.

Вологість повітря методом точки роси визначають гігрометром Ламбрехта. Він складається з тонкого металевого полірованого диска K , на зворотному боці якого є резервуар A (рис.2а). У резервуар наливають ефір і вставляють термометр. Через отвір за допомогою гумової трубки з грушею Γ продувають повітря. Ефір швидко випаровується і диск при цьому охолоджується. Одночасно охолоджується і повітря, що прилягає до диска, а на поверхні диска виступає роса внаслідок конденсації водяної пари з повітря (поверхня диска стає ніби матовою, що добре помітно, коли порівнювати її з блискучою поверхнею кільця).

Визначення вологості повітря можна здійснити за методом точки роси без застосування ефіру, якщо скористатися конденсаційним гігрометром (рис.2б) Основною частиною його є виготовлений з червоної міді диск 3 з стержнем 2, верхня плоска поверхня диска покрита нікелем і відшліфована до блиску. Стержень 2 поміщають у посудину Дюара 1 з льодом. Температуру точки роси вимірюють за допомогою диференціальної термопари 4 та мікровольтметра 5. Тут також фіксують температуру в момент виникнення та зникнення роси і знаходять середнє значення t_p .

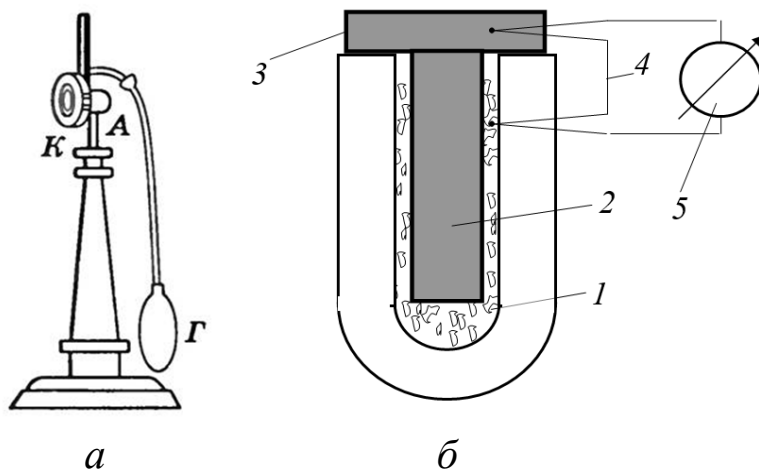


Рис. 2. Вимірювання вологості повітря методом роси.

2. Метод психрометра. Якщо взяти два однакових нормальних термометри, кулька одного з яких неперервно змочується водою через батист, занурений у склянку з водою, то покази обох термометрів («сухого» і «мокрого») відрізнятимуться. Внаслідок випаровування води з батисту мокрий термометр показуватиме нижчу температуру, ніж сухий. Чим менша вологість навколишнього повітря, тим інтенсивніше випаровування і тим менші покази мокрого термометра. Значення показів сухого t_C і мокрого t_M термометрів дають можливість визначити вологість повітря. Покази мокрого термометра в психрометрі дещо відрізняються (в бік завищення) від справжньої температури мокрого термометра. Пояснюється це тим, що кульці мокрого термометра передається певна кількість теплоти через випромінювання навколишніх тіл і деяка кількість її надходить через виступаючий стовпчик ртуті термометра, що має температуру навколишнього повітря. Щоб зменшити цей вплив, треба захистити кульку екранами, обгорнути батистом виступаючий стовпчик ртуті, підвищити швидкість руху повітря і цим збільшити швидкість випаровування.

Як показують спеціальні дослідження, при швидкості повітря 1,5–2 м/с і температурі мокрого термометра $t_M > 20$ °С, помилка становить ≈ 1 % психрометричної різниці і нею можна знехтувати.

Психрометричну формулу можна вивести з рівняння теплового балансу для кульки мокрого термометра. Кількість теплоти $Q_1 = \alpha \cdot (t_C - t_M) \cdot S$, передана від повітря у стаціонарному стані (температура t_M мокрого термометра вже встановилась) і при відсутності тепловитрат, дорівнює кількості теплоти $Q_2 = g \lambda S$, потрібної для випаровування води з поверхні S батисту, тобто

$$\alpha \cdot (t_C - t_M) S = g \lambda S, \quad (21)$$

α – коефіцієнт теплообміну; λ – питома теплота випаровування, g – швидкість випаровування dm/dt з одиниці поверхні. Рівняння (21)

віднесено до одиниці часу. З (21) матимемо: $t_M = t_C - \frac{g\lambda}{\alpha} g$.

За законом Дальтона для випаровування, швидкість випаровування води з вільної поверхні $g = \beta \Delta p \frac{760}{h}$, β – коефіцієнт випаровування; $\frac{760}{h}$ – відносний барометричний тиск (h – атмосферний тиск у мм рт.ст.); Δp – різниця парціальних тисків водяної пари біля поверхні води і в навколишньому повітрі. Для даного випадку $\Delta p = p_H - p_{II}$, де p_H – тиск насиченої пари, p_{II} – тиск пари в навколишньому повітрі за температури t_M . Із наведених виразів легко одержати, що

$$p_{II} = p_H - \frac{\alpha h}{\beta \lambda \cdot 760} (t_C - t_M) = p_H - A \cdot h (t_C - t_M), \quad (23)$$

де $A = \frac{\alpha}{\beta \lambda \cdot 760}$ – психрометричний коефіцієнт.

Психрометричний коефіцієнт в основному залежить від швидкості руху повітря, яка визначає коефіцієнти теплообміну та випаровування. Експериментальними дослідженнями встановлено наступну

формулу для коефіцієнта A : $A \cdot 10^6 = 593,1 + \frac{135,1}{\sqrt{v}} + \frac{48}{v}$,

де v – швидкість руху (у м/с) повітря біля психрометра. Як видно з формули, із збільшенням швидкості потоку повітря значення A зменшується, прямуючи до 0,000593. За стандартної швидкості потоку повітря у психрометрах $v = 2,5$ м/с, значення $A = 0,000662$, тому:

$$p_{II} = p_H - 0,000662 \cdot h \cdot (t_C - t_M).$$

Найпростіший за конструкцією – це психрометр Августа, він має тільки два термометри (рис.3а).

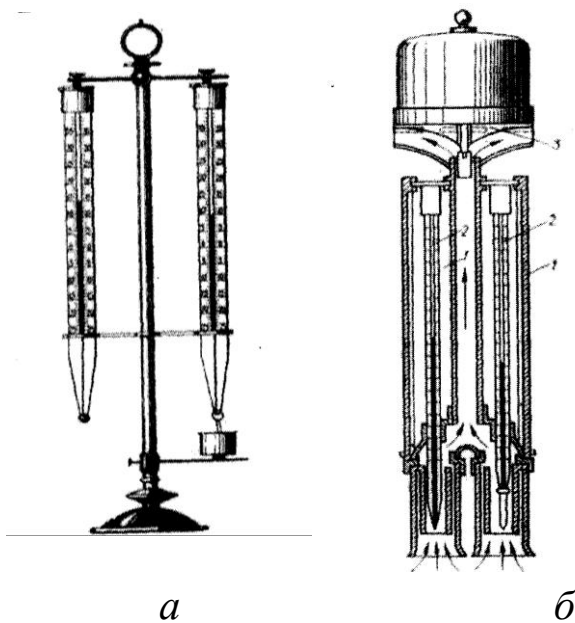


Рис. 3.
Психрометри Августа (а) та Ассмана (б).

Психрометричний коефіцієнт A відчутно залежить від швидкості руху повітря тільки в області малих швидкостей, а при великих змінюється мало. Тому запропоновано конструкцію психрометра з примусовим рухом повітря (рис.3б). Це аспіраційний психрометр Ассмана. У ньому ртутна кулька правого термометра обгорнута батистом. Лівий термометр сухий. По двох трубках 1, в які вміщено термометри 2, вентилятором 3 продувається повітря зі швидкістю 3–5 м/с. Батист змочують дистильованою водою за допомогою груші, піпетки або зануренням кінця батисту у воду (як на рис.3а).

За показами термометрів визначають температури t_C і t_M , коли їх покази встановляться при роботі вентилятора на повну потужність. Знаючи t_C і t_M та користуючись таблицями, визначають φ і $\rho_{\text{п}}$.

2. Завдання та порядок виконання роботи

1. Визначити точку роси t_P гігрометром. Для цього фіксують температуру t_{P1} , що відповідає моменту появи роси на поверхні диска гігрометра Ламбрехта. Припинивши продування повітря, визначають температуру t_{P2} зникнення роси. Для обчислення вологості повітря беруть за точку роси t_P середнє арифметичне величин t_{P1} і t_{P2} . При проведенні досліджень слід запобігти впливу дихання експериментатора на вологість навколо приладу.
2. Знаючи температури роси t_P та кімнатну t_K , за табл.1 визначити ρ_n та ρ_H , а потім відносну вологість φ . Для проміжних температур використати лінійну апроксимацію (для простоти розрахунків).
3. Змочити батист мокрого термометра аспіраційного психрометра, звернувши при цьому увагу на те, щоб вода не потрапила в сухий термометр і на внутрішню поверхню трубки. Ключем завести вентилятор (5–6 поворотів ключа) або включити електричний вентилятор і стежити за показами термометрів. Коли покази встановляться (через 4–5 хв.), записати значення t_C і t_M , потім за психрометричною таблицею (див. Додаток 1) визначити відносну вологість. Знаючи густину насиченої пари ρ_H за кімнатної температури та відносну вологість, визначити абсолютну вологість повітря $\rho_{\text{п}}$.
4. У кожному випадку дослід повторити не менше 5 разів і порівняти результати.
5. За значеннями кімнатної температури та відносної вологості, використовуючи $(I-d)$ -діаграму, визначити ентальпію, вологомісткість, та інші параметри вологого повітря.

Таблиця 2. Параметри вологого повітря

№	Найменування характеристики вологого повітря	Позначення	Розмірність	Чисельна величина
1.	Тиск вологого повітря	p	Па	
2.	Температура сухого термометра	$t_c=t_k$	°С	
3.	Температура мокрого термометра	t_m	°С	
4.	Температура роси	t_p	°С	
5.	Відносна вологість повітря	φ	%	
6.	Абсолютна вологість	$\rho_{п}$	кг/м ³	
7.	Густина насиченої пари	$\rho_{п}$	кг/м ³	
8.	Парціальний тиск водяної пари	$p_{п}$	Па	
9.	Парціальний тиск сухого повітря	p_0	Па	
10.	Густина вологого повітря	ρ	кг/м ³	
11.	Вологомісткість	d	кг/кг	
12.	Ступінь насичення	ψ	%	
13.	Масова концентрація вологи	q	%	
14.	Теплоємність вологого повітря	C	Дж/(кг·К)	
15.	Ентальпія вологого повітря	I	кДж/кг	
16.	Маса вологи у повітрі лабораторії	m	кг	

Обробка результатів вимірювань.

Знаючи величини значення атмосферного тиску p , кімнатної температури $t_k=t_c$, відносної φ та абсолютної $\rho_{п}$ вологості, тиску p_H і густини ρ_H насиченої пари знайти:

- парціальний тиск водяної пари $p_{п}$ (формула (6)),
- парціальний тиск сухого повітря p_0 (формула (2)),
- густину вологого повітря ρ (формула (9)),
- вологомісткість d (формула (11)),
- ступінь насичення вологою повітря ψ (формула (13)),
- масову концентрацію вологи у повітрі q (формула (14)),
- теплоємність вологого повітря C , віднесену до 1 кг сухого повітря (формула (18)),
- ентальпію вологого повітря, віднесену до 1 кг сухого повітря (формула (20)),
- масу вологи у повітрі лабораторії.

Результати розрахунків і показів приладів занести в протокол у формі таблиці 2.

Максимальна можлива відносна помилка (у %), дійсного парціального тиску водяної пари і сухого повітря визначається за формулами:

$$\varepsilon_{p_{II}}(\%) = \varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_{p_H} = \left(\varepsilon_{\varphi} + \frac{1}{p_H} \cdot \frac{dp_H}{dT} \cdot \Delta T \right) \cdot 100\%, \quad (24)$$

де $\varepsilon_{\varphi} = \Delta\varphi/\varphi$, $\Delta\varphi$ та ΔT – абсолютні помилки вимірювання величин.

Межа абсолютної похибки гігрометра при швидкості аспірації до $v = 1$ м/с складає 6 %, а при $v > 2,5$ м/с зменшується до 1 %. Абсолютна похибка термометрів психрометра складає 0,2 °С. У лабораторії наявний барометр з класом точності 1,0.

Розрахувати за формулою (24) максимально можливі похибки вимірювання фізичних величин.

Сформулювати висновки відносно методики і результатів вимірювання параметрів вологого повітря.

Контрольні питання

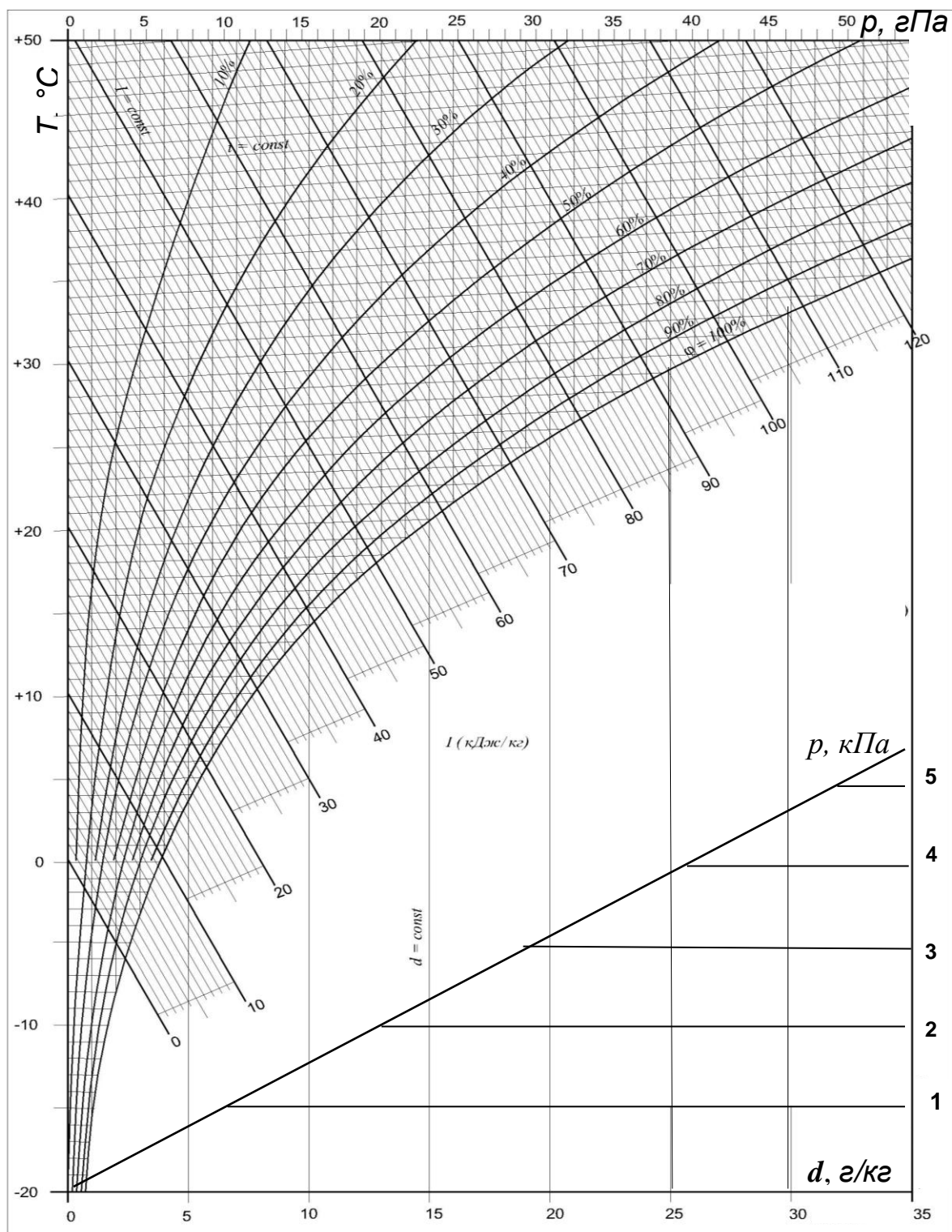
1. Що називається вологим повітрям?
2. Що називається ненасиченим, насиченим і пересиченим вологим повітрям?
3. Що називається температурою точки роси?
4. Що називається абсолютною і відносною вологістю?
5. Що називається вологомісткістю повітря, у яких межах вона може змінюватися?
6. Яке практичне значення має вимірювання вологості повітря?
7. За нормальних тиску і температури взяли однакові за об'ємом проби сухого й вологого повітря. Чи однакові їх маси?
8. Розрахувати з експериментальних даних, яка маса води має випаруватися, щоб водяна пара в приміщенні лабораторії стала насиченою.
9. Як зміниться різниця показів сухого й вологого термометрів психрометра при зниженні температури повітря, якщо абсолютна вологість незмінна?
10. Якою є відносна вологість, якщо обидва термометри психрометра показують однакову температуру?
11. Охарактеризуйте ізотерму Ван-дер-Ваальса.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Психрометрична таблиця

Показання «сухого» термо- метра, °С	Різниця показань «сухого» і «мокрого» термометрів, °С											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Відносна вологість, %											
0	100	81	63	45	28	11	-	-	-	-	-	-
1	100	83	65	48	32	16	-	-	-	-	-	-
2	100	84	68	51	35	20	-	-	-	-	-	-
3	100	84	69	54	39	24	10	-	-	-	-	-
4	100	85	70	56	42	28	14	-	-	-	-	-
5	100	86	72	58	45	32	19	6	-	-	-	-
6	100	86	73	60	47	35	23	10	-	-	-	-
7	100	87	74	61	49	37	26	14	-	-	-	-
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	-	-	-
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	-	-	-
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5	-	-
11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8	-	-
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	-	-
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	-
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	-
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

Додаток 2. $I-d$ діаграма вологого повітря



Лабораторна робота № 9

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину, дослідження температурної залежності в'язкості та знаходження енергії активації в'язкої течії.

Прилади і матеріали: скляний циліндр висотою 40-60 см, такий же циліндр більшого діаметру, заповнений водою, досліджувані рідини, металеві кульки діаметром декілька міліметрів, мікрометр, штангенциркуль, масштабна лінійка, термометр, секундомір, пінцет, капілярний віскозиметр, штатив, термостат.

1. Короткі теоретичні відомості

Для найбільш загальної характеристики властивостей тіл користуються поняттям агрегатних станів – газоподібного, рідкого і твердого. Завдяки великій розрідженості речовини в газоподібному стані його молекули знаходяться порівняно далеко одна від одної – на відстанях, великих в порівнянні з їх власними розмірами. У газах молекули не зв'язані між собою стаціонарними, стійкими зв'язками. Молекули постійно змінюють відносні взаємні положення. Тому взаємодія між молекулами газу грає другорядну роль; велику частину часу молекули рухаються як вільні, лише порівняно рідко зазнаючи зіткнення одна з одною. У рідинах же молекули зближують на відстані, порівнянні з їх власними розмірами, вони щільно заповнюють займаний рідиною простір і порівняно повільно змінюють взаємне положення. Протягом порівняно тривалих проміжків часу групи молекул можуть утворювати агрегати молекул. Ці агрегати молекул за своїми властивостями нагадують тверде тіло, тобто молекули рідин перебувають в сильній постійній взаємодії.

У звичайних умовах рідини і гази настільки відрізняються один від одного за своєю щільністю, що розрізнити їх не представляє ніякої труднощі. Проте відмінність між цими двома станами речовини, насправді, не принципова, а лише кількісна – у значенні густини і пов'язаній з цим різниці в інтенсивності взаємодії молекул. Відсутність принципової відмінності особливо ясно виявляється в тому, що перехід між станами, які ми називаємо рідким і газоподібним, може бути, у принципі, проведений безперервним чином, так що ми ні в який момент не змогли б вказати, де закінчився один стан і почався

інший. Однак експерименти показують, що це не так. Суть цих експериментів полягає в наступному. Якщо кристалічне тверде тіло опромінювати рентгенівським випромінюванням, то картина розсіяних променів настільки впорядкована, що із її аналізу можна зробити висновки про будову кристалічної ґратки твердого тіла. При проходженні рентгенівського випромінювання через газ ніяких ознак регулярності у розсіяному випромінюванні виявити не вдається. Звідси робляться висновки, що газ є безструктурним утворенням. Після проходження через рідину розсіяне рентгенівське випромінювання не таке впорядковане, як у випадку кристалічних твердих тіл, але і не таке безладне, як у газів. Тому можна сказати, що рідини по внутрішній структурі посідають проміжне місце між газами і твердими тілами. Тобто молекули в рідині розподілені не так безладно як в газі, хоч і не настільки впорядковано, як в твердому тілі: отже рідина має внутрішню структуру – ближній порядок, хоч немає дальнього.

У рідинах, як і в газах, спостерігаються явища дифузії, теплопровідності і в'язкості. Однак механізм цих процесів в рідинах інший, ніж у газах. Явища переносу в газах визначаються довжиною вільного пробігу молекул. Тому вирази для всіх коефіцієнтів переносу містять, як множник, довжину вільного пробігу молекул. У рідинах, як і в дуже щільних газах, поняття довжини вільного пробігу втрачає зміст, оскільки середня відстань між молекулами порівнянна із розмірами самих молекул. Молекули рідини, як і твердих тіл, можуть лише здійснювати малі коливання в межах, обмежених молекулярними відстанями. Проте молекула, що коливається, може час від часу одержати від сусідніх молекул надлишкову енергію, достатню для того, щоб зробити стрибок на деяку відстань. Такі коливання із стрибками, представляють тепловий рух молекул рідини. Щосекунди молекула рідини встигає змінити місце близько 10^8 разів, вчинивши між двома послідовними переходами 10^3 – 10^5 коливань.

Всім реальним рідинам і газам більшою чи меншою мірою властива в'язкість або внутрішнє тертя. В'язкість виявляється в тому, що рух, який виник у рідині або газі, після припинення дії причин, що його викликали, поступово припиняється.

Стан руху рідини можна визначити, вказавши для кожної точки простору вектор швидкості як функцію часу. Спостерігається два види течії рідини (або газу). Якщо при русі рідини її шари ковзають один відносно одного, не перемішуючись, то течія називається ламінарною. Якщо в такий потік ввести підфарбовану цівку, то вона збе-

режеться, не розмиваючись по всій довжині потоку. Ламінарна течія є стаціонарною.

При збільшенні швидкості потоку може спостерігатися перемішування шарів рідини. Такий рух називається турбулентним. При турбулентній течії швидкість частинок в кожному даному місці весь час змінюється безладним чином – течія нестаціонарна. Якщо в турбулентний потік ввести зафарбовану цівку, то вже на невеликій відстані від місця її введення забарвлена рідина рівномірно розподілиться по всьому перерізу потоку.

Для з'ясування закономірностей, яким підкоряються сили внутрішнього тертя, розглянемо такий дослід. Зануримо в рідину дві паралельні одна одній пластини, лінійні розміри яких значно перевершують відстань між пластинами d (рис.1). Нижню пластину закріпимо на місці. Верхню пластину приведемо в рух із деякою швидкістю v_0 відносно нижньої. Для переміщення верхньої пластини з постійною швидкістю v_0 необхідно діяти на неї з цілком визначеною, постійною за величиною силою f . Оскільки верхня пластина рухається рівномірно зі швидкістю v_0 , без прискорення, дія цієї сили врівноважується такою ж за величиною протилежно спрямованою силою f_{mp} , яка і є силою тертя і діє на пластину при її русі у рідині.

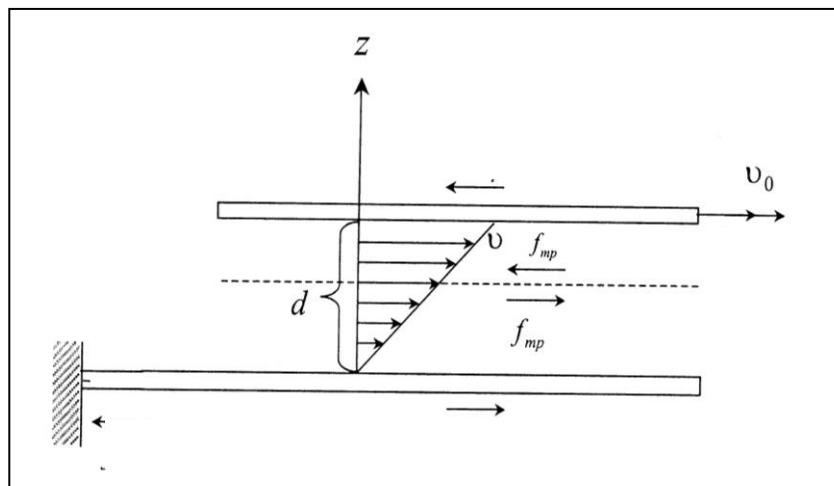


Рис. 1. Сили внутрішнього тертя в рідині.

Дослід показує, що сила внутрішнього тертя f_{mp} пропорційна величині площі дотику рухомих шарів S і *градієнту* швидкості $\text{grad}(v) = \Delta v / \Delta z$ – зміні швидкості шарів на одиниці довжини в напрямку z , перпендикулярному швидкості (рис.1):

$$f_{mp} = -\eta \frac{dv}{dz} S, \quad \eta = \frac{f_{mp}}{S \frac{dv}{dz}} \quad (1)$$

Знак “–” показує, що сила f спрямована протилежно напрямку швидкості руху шару рідини, η – коефіцієнт в’язкості (рідини). З формули (1) видно: *коефіцієнт в’язкості – це фізична величина, яка чисельно дорівнює силі (внутрішнього тертя), що виникає при русі шару одиничної площі ($S = 1\text{ м}^2$) і діє вздовж поверхні зсуву шарів при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці ($1\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{м} = 1\text{ с}^{-1}$).*

Динамічна в’язкість вимірюється у Па·с. Паскаль-секунда – це така в’язкість середовища, в якому при *ламінарній течії* під дією напруження зсуву в 1 Па у шарах, розташованих на віддалі 1 м у напрямку перпендикулярному течії, виникає різниця швидкостей шарів течії 1 м/с. Крім динамічної в’язкості часто вживається поняття

кінематична в’язкість: $\eta_K = \frac{\eta}{\rho}$ [м²/с] (ρ – густина середовища).

Можливість зміни положення молекул призводить до їх рухливості і, отже, до текучості рідини φ , яка являється величиною зворотною в’язкості η . З підвищенням температури енергія коливного руху молекул зростає, зменшується час осілості і коефіцієнт в’язкості різко зменшується. Залежність коефіцієнта в’язкості від абсолютної температури T для рідини описується експоненціальним законом:

$$\eta = A \cdot \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right), \quad (2)$$

де A – коефіцієнт, залежний від роду рідини; k – стала Больцмана; E_a – *енергія активації*, тобто та енергія, яку необхідно надати молекулі, щоб вона могла здолати зв’язок із сусідніми молекулами і переміститися в нове положення рівноваги (осілості). З формули (2) видно, що із підвищенням температури рідини коефіцієнт в’язкості зменшується. Особливо помітний цей ефект для органічних і мінеральних, для яких підвищення або пониження температури всього на декілька десятків Кельвін веде до зміни в’язкості у декілька разів. От чому існують літні і зимові сорти моторних мастил, які повинні мати приблизно однакові технічні характеристики, і в першу чергу в’язкість, при різних температурах. При розрахунку тисячохілометрових нафтопроводів коефіцієнт в’язкості нафти є головною характеристикою, що визначає енерговитрати на її перекачування, тобто роботу насосів і моторів по здоланню сил внутрішнього тертя при русі рідини. До речі, звичне віконне скло – це теж рідина, тільки з дуже великим коефіцієнтом в’язкості, але при нагріванні на декілька сотень Кельвін воно стає легко текучою рідиною.

У зв'язку з величезною технічною важливістю для авіації, надводного і підводного флотів, питання про рух тіл у рідинах і газах вивчене надзвичайно детально і складає головний предмет самостійної науки – гідродинаміки і аеродинаміки.

Коли тіло рухається відносно рідини (газу), на нього діє сила з боку середовища. Цю силу називають силою лобового опору; вона виникає завдяки в'язкості середовища, а також (при великих швидкостях) унаслідок виникнення турбулентності позаду тіла. Силу опору середовища, що діє на тіло, можна записати у вигляді

$$F = -C \frac{S \rho v^2}{2}, \quad (3)$$

де S – поперечний переріз тіла; ρ – густина рідини; v – швидкість тіла; C – безрозмірна величина, яка, в загальному випадку, є функція двох безрозмірних величин: числа Рейнольдса - Re і числа Маха - Ma :

$$Re = \frac{\nu L \rho}{\eta}, \quad Ma = \frac{\nu}{c}, \quad (4)$$

де η – коефіцієнт в'язкості рідини; L – характерна довжина (розмір) тіла; c – швидкість звуку в середовищі.

В окремому випадку руху тіла зі швидкістю, малою в порівнянні з швидкістю звуку ($Ma \ll 1$), коефіцієнт опору залежить тільки від числа Рейнольдса. Вид функції Re залежить від форми тіла, від його орієнтації відносно напрямку швидкості і, нарешті, від того, яка саме величина вибрана, як характерний розмір, у визначенні числа Re . Тільки у найпростішому випадку – кулі радіусом r і малих числах Рейнольдса, коефіцієнт C у формулі (3)

$$C = \frac{const}{Re} = const \frac{\eta}{\nu r \rho}. \quad (5)$$

Підставляючи (5) в (3), можна одержати формулу Стокса, виведену ним у 1851 році:

$$F_C = -6\pi\eta r \nu. \quad (6)$$

Характерно, що в цьому наближенні, коли число Re мале і оточуючий тіло потік є ламінарним, густина рідини не впливає на силу опору. Проте треба пам'ятати, що наведені формули є лише наближеними.

2. Методика експерименту та опис приладів

Існують різні способи визначення коефіцієнта η . У даній роботі використовується *метод Стокса* і *метод капілярного віскозиметра*.

Визначення η методом Стокса ґрунтується на вивченні руху кульки у в'язкій рідині (рис.2).

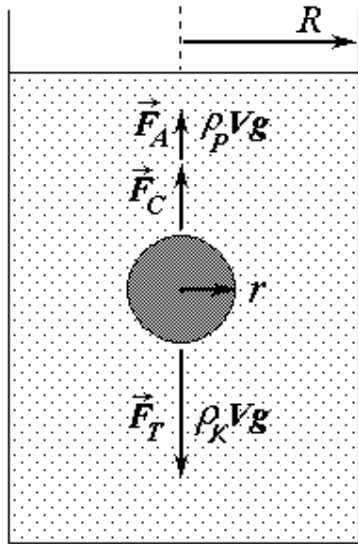


Рис. 2. Рух кульки у в'язкій рідині.

Сили опору виникають і при вільному падінні кульки всередині нерухомої рідини. При цьому навколо рухомої кульки виникає мономолекулярний шар рідини, молекули якого ніби “прилипають” до неї за рахунок сил зчеплення, тобто мають швидкість руху, яка дорівнює швидкості руху цього тіла. Але чим далі від кульки лежать шари рідини, тим з меншими швидкостями вони рухаються в порівнянні зі швидкістю кульки і біля стінок посудини вони дорівнюють нулю.

На кульку, що вільно падає у рідині, крім сили опору \vec{F}_C (6), діють ще дві сили:

– сила тяжіння:
$$\vec{F}_T = m\vec{g} = \rho_k V_k \vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k \vec{g},$$

ρ_k – густина матеріалу кульки, g – прискорення вільного падіння;

– виштовхувальна сила (сила Архімеда):

$$\vec{F}_A = \rho_p V_k \vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_p \vec{g}, \quad \rho_p - \text{густина рідини.}$$

Враховуючи напрям сил, рівняння руху кульки матиме вигляд:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_k - \rho_p) g - 6\pi\eta r v. \quad (7)$$

При вільному падінні кульки у рідині спочатку її швидкість руху збільшуватиметься, але по мірі збільшення швидкості сила опору \vec{F}_C буде також зростати, тому настане момент, коли сила тяжіння mg врівноважиться сумою сил F_A і F_C , а прискорення $\frac{dv}{dt} = 0$. Отже, з моменту рівності сил $F_T = F_A + F_C$ рух кульки стає рівномірним зі швидкістю $v = v_0$. Розв'язуючи рівняння (7) для цього випадку, маємо:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_p) \cdot g}{9 \nu_0} r^2. \quad (8)$$

Ця формула справедлива для безмежного середовища. Практично неможливо здійснити падіння кульки у безмежному середовищі, оскільки дослід завжди здійснюється в деякій посудині, і на рух кульки в такому випадку будуть впливати стінки цієї посудини. Для циліндричної посудини радіусом R врахування наявності стінок приводить до такого виразу для динамічної в'язкості:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_k - \rho_p) g}{\nu_0 (1 + 2,4 \frac{r}{R})}. \quad (9)$$

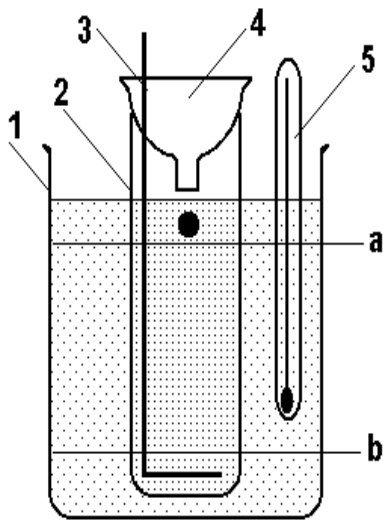


Рис. 3.

Віскозиметр Стокса.

Прилад для визначення η методом падаючої кульки (*метод Стокса*) складається зі скляного циліндру 2 (рис.3), наповненого досліджуваною рідиною (в нашому випадку гліцерином). З метою термостабілізації циліндр 2 міститься у широкому скляному циліндрі 1, наповнений водою. На дно циліндра опущена сітка з тримачем 3, за допомогою якої виймають кульки. Для визначення швидкості падіння кульки на циліндр нанесені мітки а і б на віддалі l одна від одної. Мітки ставляться на такій віддалі від поверхні рідини і дна посудини, щоб між ними кулька рухалась рівномірно. Знаючи час t руху кульки між мітками а і б,

отже, швидкість $\nu_0 = \frac{l}{t}$, формула (9) набуде вигляду

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_k - \rho_p) g t}{l (1 + 2,4 \frac{r}{R})}. \quad (10)$$

Це *робоча формула*, в якій величини r , R , l і t визначаються безпосередньо з експерименту.

Другим широко розповсюдженим експериментальним методом визначення коефіцієнта в'язкості рідини η є *метод Пуазейля*. Суть його полягає у вимірюванні швидкості витікання однакових об'ємів

рідин через один і той же капіляр. Згідно закону Пуазейля, об'єм рідини V , що протікає через капіляр за час t , визначається за формулою:

$$V = \frac{\pi \Delta p r^4 t}{8 \eta L}, \quad (11)$$

де r і L радіус і довжина капіляра, Δp – різниця тисків, під якими знаходиться рідина на кінцях капіляра. Якщо рідина витікає під дією власної ваги, то Δp дорівнює гідростатичному тиску: $\Delta p = \rho g h$, ρ і h густина і висота стовпчика рідини, g – прискорення вільного падіння. Тоді формула для визначення коефіцієнта в'язкості набуває вигляду:

$$\eta = \pi \frac{\rho g h}{8 V L} r^4 t. \quad (12)$$

Якщо відомо коефіцієнт в'язкості для однієї з рідин, наприклад для дистильованої води η_1 , то легко визначити η_2 другої рідини. Розділивши виражені за формулою (12) коефіцієнти η_1 і η_2 один на другий, отримуємо *робочу формулу* для визначення η_2 невідомої рідини:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2}, \quad \rightarrow \quad \eta_2 = \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1} \eta_1. \quad (13)$$

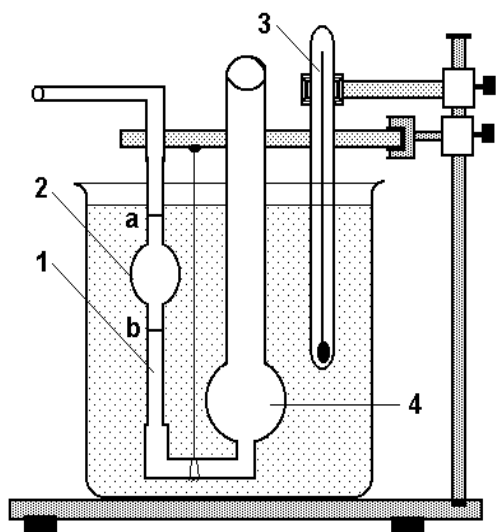


Рис. 4.
Віскозиметр Освальда

Сифонний капілярний віскозиметр (віскозиметр Освальда) являє собою U-подібну скляну трубку (рис.4), широке коліно 4 якої має внизу розширення. Друге коліно – капіляр 1, має зверху мале розширення 2, що переходить у трубку, до якої приєднується гумова “груша” для відкачування повітря і втягування рідини в мале розширення. Мітки *a* і *b* відмічають цілком певний об'єм рідини, час витікання якої вимірюється у процесі дослідження.

Віскозиметр кріпиться на штативі так, щоб його капіляр був у вертикальному положенні. Для температурних вимірювань віскозиметр розміщується у посудині з водою (термостаті) так, щоб рівень води був вище мітки *a*, вода нагрівається, її температура, а також досліджуваної рідини, вимірюється термометром 3.

3. Завдання та порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину методом Стокса.

1. Вибрати для досліду 3–5 кульки, мікрометром виміряти їх діаметр у трьох різних напрямках і усереднити значення діаметру для кожної кульки.
2. Виміряти штангенциркулем внутрішній діаметр циліндра 2.
3. Масштабною лінійкою визначити віддаль l між мітками a і b .
4. Взяти пінцетом кульку і вкинути її в отвір лійки. Спостерігаючи за падінням, зафіксувати час руху кульки між мітками a і b , записати дані в таблицю вимірів.
5. Вийняти кульку сіткою і повторити дослід. Зробити 3-5 таких вимірів для кожної кульки.
6. Визначити і записати температуру рідини.
7. За формулою (10) обчислити динамічний коефіцієнт внутрішнього тертя, взявши необхідні дані з таблиць. Визначити кінематичний коефіцієнт в'язкості.
8. Обчислити середнє значення і випадкову похибку одержаного результату. Оцінити систематичну похибку за точністю мікрометра, штангенциркуля, лінійки та секундоміра.
9. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Завдання 2. Визначення температурної залежності коефіцієнта в'язкості рідини.

1. Промити віскозиметр Освальда дистильованою водою і встановити прилад у вертикальному положенні.
2. Вилити у широке коліно трубки 4 певний, постійний в усіх дослідах, об'єм досліджуваної дистильованої води.
3. Обережно, за допомогою гумової “груші”, втягнути воду через капіляр у розширення 2 трохи вище мітки a .
4. Відпустити повітряний клапан “груші” і відмітити час опускання меніска рідини від мітки a до мітки b розширення 2.
5. Пункти 3–4 повторити не менше 3-х разів.
6. Вилити воду з віскозиметра, промити його іншою досліджуваною рідиною (гліцерином) і повторити дослід з цією рідиною в послідовності, описаній у п.1–5 при тій же температурі.
7. За формулою (15) обчислити в'язкість гліцерину з використанням табличних значень в'язкості води, густин води і гліцерину.

8. Нагріти воду в термостаті на 8–10 °С і знову повторити вимірювання, дотримуючись пунктів 3–5.
9. Провести вимірювання часу витікання не менше як для 5 різних температур, однакових як для води так і для гліцерину.
10. Значення в'язкості η_1 , густини води ρ_1 і густини досліджуваної рідини $\rho_2(T)$ знайти з таблиць і за формулою (13) обчислити динамічний коефіцієнт в'язкості η_2 . Побудувати графік залежності η від T , а також $\ln \eta$ від $1/T$.
11. Використовуючи теоретичну температурну залежність в'язкості $\eta = Ae^{\frac{E_a}{kT}}$, з графіка залежності $\ln \eta = f(1/T) = \frac{E_a}{k} \frac{1}{T} + \ln A$ за нахилом прямої визначити енергію активації E_a процесу “перескакування” молекул з одного “осілого” положення в інше.
12. Дати оцінку точності і надійності одержаних результатів. Зробити короткі висновки, які впливають з одержаних вами результатів, порівняти їх з літературними даними.

Контрольні питання

1. Який фізичний зміст величин, що входять у формулу (1)?
2. Що таке в'язке тертя і від чого залежить сила в'язкого тертя?
3. Який фізичний зміст динамічного коефіцієнта в'язкості? В яких одиницях він вимірюється?
4. Які явища відносяться до явищ переносу і які фізичні величини в них “переносяться”?
5. Запишіть взаємозв'язок між коефіцієнтами в'язкості, дифузії і теплопровідності в газах?
6. При яких умовах дійсна формула Стокса?
7. Які сили діють на кульку при її русі в рідині?
8. Яке співвідношення між динамічним і кінематичним коефіцієнтами в'язкості?
9. Який рух здійснюють молекули газів, рідин і твердих тіл?
10. Чому молекули рідини через деякий час переходять з одного “осілого” положення в інше?
11. Чому і як залежить в'язкість рідин від температури? В чому її відмінність від поведінки газів?
12. Чим можуть бути обумовлені похибки вимірювань в проведених дослідах?

Лабораторна робота № 10

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини різними методами та їх порівняння.

Прилади і матеріали: прилади для визначення коефіцієнту поверхневого натягу, вимірювальний мікроскоп, важки з вказаними номіналами, вимірна лінійка, набір досліджуваних рідин.

1. Короткі теоретичні відомості

Рідкий стан виникає тоді, коли потенціальна енергія притягання молекул переважає за абсолютним значенням їх кінетичну енергію. У рідинах середня відстань між молекулами менша, ніж в газах, тому сили притягання між ними значно більші. Молекула *C*, яка знаходиться в середині рідини, взаємодіє з навколишніми молекулами (рис.1) і рівнодійна сил, які діють на цю молекулу, в середньому дорівнює нулю. На молекулу *B*, що знаходиться на поверхні рідини, діють більші сили з боку молекул рідини, ніж з боку пари та газу, що знаходяться над поверхнею рідини. Отже, в поверхневому шарі рідини виникає надлишковий молекулярний тиск p' , спрямований всередину рідини.

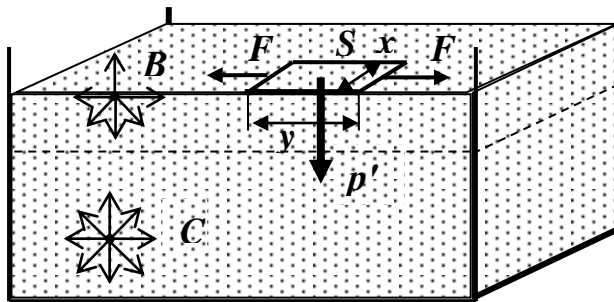


Рис. 1. Сили, що діють на молекули у рідині

шар рідини має надлишкову вільну енергію.

Стійкий стан – це є стан з мінімальним рівнем вільної енергії. Тому поверхня рідини прагне зменшитись. Наприклад, за відсутності зовнішніх сил рідина приймає форму кулі, тобто форму тіла, яке за даного об'єму має мінімальну поверхню.

Перехід молекул з глибини рідини у її поверхневий шар потребує виконання роботи *A* проти сил притягання. Робота, яка витрачається на утворення поверхні рідини, призводить до збільшення потенціальної енергії молекул поверхневого шару. Тому поверхневий

Для утворення одиниці площі поверхні рідини необхідно виконати певну роботу. Ця робота є мірою вільної енергії і визначає питому поверхневу енергію або коефіцієнт поверхневого натягу α .

Коефіцієнт поверхневого натягу є фізичною величиною, яка дорівнює відношенню роботи ізотермічного утворення поверхні рідини до площі означеної поверхні (енергетичне визначення), тобто

$$\alpha = \frac{A}{S} \quad (1)$$

і вимірюється у одиницях $\text{Дж}/\text{м}^2 = \text{Н}/\text{м}$.

Отже, у поверхневому шарі рідини виникають сили притягання між молекулами, що діють вздовж поверхні (сили поверхневого натягу). Сила поверхневого натягу F спрямована по нормалі до будь-якого елемента лінії x поверхні рідини і пропорційна її довжині:

$$F = \alpha x, \quad \text{отже} \quad \alpha = \frac{F}{x}. \quad (2)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює силі, яка діє на ланцюжок молекул, що розташовані на довжині 1 м границі розділу рідини з паром (газом, іншою рідиною чи твердим тілом) – *силове визначення*.

Формули (1) і (2) є рівнозначними, оскільки $S=x \cdot y$ та $A=F \cdot y$. Коефіцієнт α залежить від природи рідини і температури.

По відношенню до твердих тіл рідини поділяються на змочуючі та незмочуючі. Наприклад, у відношенні до скла вода є змочуючою рідиною, проте у відношенні до парафіну – незмочуючою. Ртуть у відношенні до скла – є рідиною незмочуючою, а у відношенні до платини – змочуючою. Форма поверхні рідини у посудині називається меніском. На рис.2 відображена форма поверхні рідини при дотику до твердого тіла у випадку змочування (а) та незмочування (б).

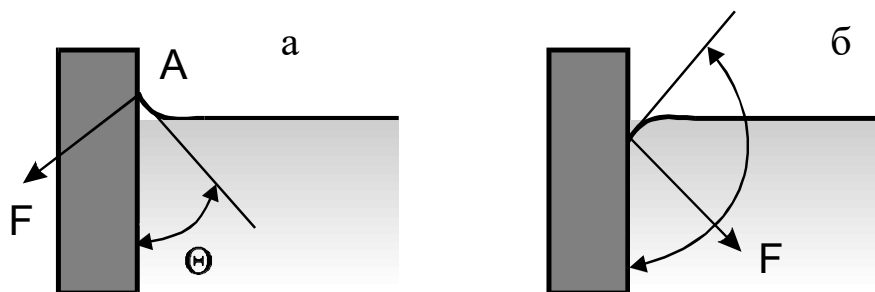


Рис. 2. Форма меніску рідини у випадку змочування (а) та незмочування (б); Θ – кут змочування.

Молекули рідини взаємодіють не тільки з іншими молекулами рідини, а також з молекулами стінки посудини. Уявімо, що молекули знаходяться поблизу стінки біля точки А. Якщо сила взаємодії між молекулами рідини менша, ніж сила взаємодії між молекулами стінки та молекулами рідини, то рівнодійна буде спрямована у бік стінки (рис.2а). Поверхня рідини в рівноважних умовах встановлюється перпендикулярно силі. У даному випадку спостерігається змочування твердого тіла рідиною. Якщо сила взаємодії між молекулами рідини більша, ніж сила взаємодії між молекулами стінки посудини та молекулами рідини, то рівнодійна буде спрямована всередину рідини. Це відповідає такому випадку, коли тверде тіло не змочується рідиною (рис.2б).

Кількісну оцінку змочування можна визначити, ввівши граничний кут Θ . *Граничний кут* – це кут між стінкою і дотичною до поверхні рідини, проведеною в точці перетину поверхні рідини із стінкою. Він відраховується зсередини рідини. При змочуванні $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$ ($\Theta = 0$ – повне змочування), при незмочуванні $0 \geq \Theta \geq \pi$ ($\Theta = \pi$ при повному незмочуванні).

Поверхня рідини є ніби розтягнутою плівкою, що намагається скоротитися, і при її викривленні виникає *додатковий тиск* Δp під поверхнею рідини. Коли поверхня опукла – нею створюється додатний тиск, а коли ввігнута – від’ємний (рис.3).

Позначимо через p' молекулярний тиск під плоскою поверхнею. Додатковий тиск Δp_L під довільно викривленою поверхнею рідини визначається за *формулою Лапласа*:

$$\Delta p_L = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни поверхні в даній точці у двох взаємно перпендикулярних перерізах. α – коефіцієнт поверхневого натягу. Для сферичної поверхні рідини $R_1 = R_2 = R$ (R – радіус сфери), тоді

$$\Delta p_L = \frac{2\alpha}{R}. \quad (4)$$

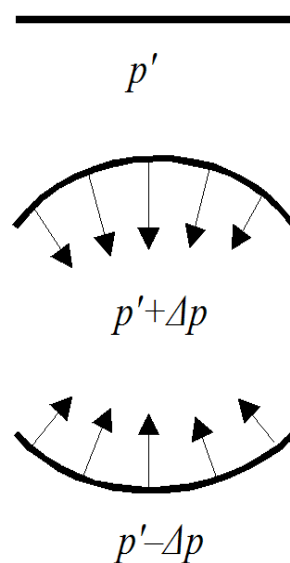


Рис. 3.
Додатковий тиск під викривленою поверхнею

Змочування чи незмочування наочно проявляється при занурюванні капілярних трубок у посудину з рідиною. Капілярні трубки мають невеликий радіус, і якщо рідина змочує капіляр, то рівень рідини в капілярі буде вищим, ніж у посудині, а при незмочуванні – нижчим (рис.4.).

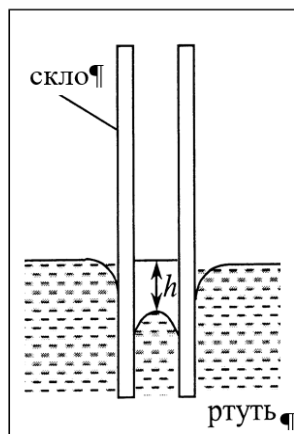
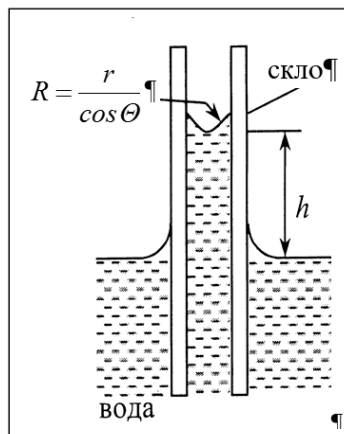


Рис.4. Капілярні явища у випадку змочування та незмочування.

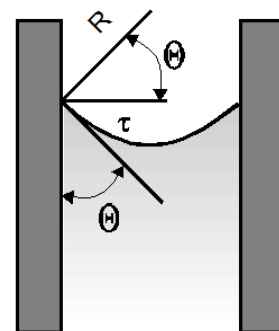


Рис. 5. До виводу формули (5).

Знайдемо висоту підняття (або опускання) рідини у капілярі. Розглянемо випадок, коли відбувається змочування (рис.5).

Рівновага рідини настає, коли гідростатичний тиск ρgh стовпа рідини врівноважує додатковий тиск Δp , зумовлений кривизною поверхні, тобто коли $\Delta p = \rho gh$, де ρ – густина рідини; h – висота підняття рідини в капілярі.

Якщо поверхня меніска у капілярі сферична, то з урахуванням (4) $h = \frac{2\alpha}{\rho g R}$. З рис.5 видно, що радіус кривизни меніска R (гіпотенуза три-

кутника) $R = \frac{r}{\cos \Theta}$, де r – радіус капіляра. Тому

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r} \cdot \cos \Theta. \quad (5)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від природи рідини, середовища, з яким контактує рідина, і від її температури. З підвищенням температури поверхневий натяг зменшується і поблизу критичної температури наближається до нуля. Наприклад, залежність α води від температури дається наближеною формулою

$$\alpha = \alpha_0 \left(\frac{3}{2} - \frac{T}{2T_0} \right) = \alpha_0 \left(1 - \frac{\Delta T}{2T_0} \right), \quad (6)$$

де α_0 значення коефіцієнта за температури T_0 К, ΔT – приріст температури. Досліджуючи залежність $\alpha(T)$ можна визначити деякі термодинамічні параметри, зокрема *питому теплоту* L утворення поверхні рідини:

$$L = -T \frac{\partial \alpha}{\partial T} \quad \text{або} \quad L = \frac{\alpha_0}{2T_0} T. \quad (7)$$

Оскільки L додатне (збільшення поверхні вимагає додаткову теплоту, енергію), то при адіабатичному (теплоізольованому) збільшенні поверхні рідина охолоджується, і навпаки – при зменшенні поверхні (наприклад, краплі) рідина нагрівається.

1. Методика експерименту та опис приладів

Як показано вище, при опусканні скляної капілярної трубки в рідину, у випадку змочування рівень рідини в трубці підніметься на деяку висоту h над рівнем рідини в посудині ($\Delta p_{\text{Л}} < 0$). Якщо тепер збільшити зовнішній тиск над поверхнею рідини в капілярі, *компенсуючи* тим самим *лапласівський тиск* заданий формулою (3), то рівень рідини в капілярі опуститься до рівня рідини у посудині. Якщо зовнішній тиск збільшився при цьому на Δp , то

$$\Delta p = \Delta p_{\text{Л}} = \frac{2\alpha}{r} \cdot \cos \Theta. \quad (8)$$

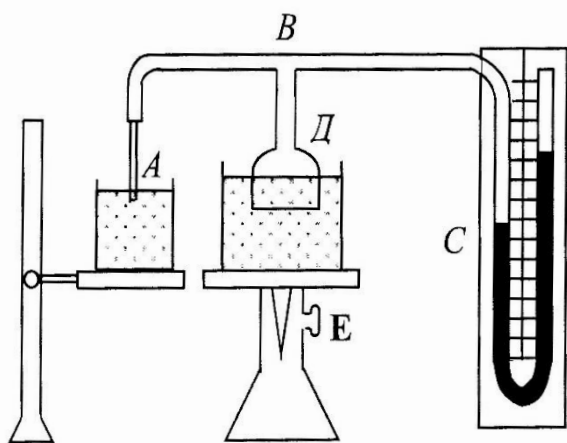


Рис. 6. Устаткування для вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу методом компенсації лапласівського тиску.

Прилад для визначення коефіцієнта поверхневого натягу розглянутим методом складається з U-подібного манометра C , з'єднаного гумовою трубкою з капіляром A , зануреним в посудину B з досліджуваною рідиною (рис.6). Капіляр з'єднаний також гумовою трубкою із розширеною скляною трубкою D , зануреною в посудину з водою. Опускаючи трубку D у воду, можна збільшити тиск в системі. Якщо різниця рівнів рідини в колінах маномет-

ра дорівнює H , то надлишковий тиск в системі буде: $\Delta p = \rho_P g H$, де ρ_P – густина рідини в манометрі. Тоді формула (8) набуває вигляду

$$\frac{2\alpha}{r} \cdot \cos\Theta = \rho_P g H, \quad \text{звідки отримуємо робочу формулу}$$

$$\alpha = \frac{\rho_P g H}{2 \cos\Theta} r. \quad (9)$$

Установку для визначення коефіцієнта поверхневого натягу води *методом відриву кільця* зображено на рис.7 (терези Жолі). Тонкостінне кільце А (виготовлене з матеріалу, що добре змочується досліджуваною рідиною) підвішується на пружині В. Підвіску кільця виконують таким чином, щоб його вісь була вертикальною. Пружина В прикріплена до кронштейна К, жорстко з'єданого із штангою Б. Видовження пружини В можна виміряти за міліметровою шкалою, а силу її натягу – якщо заздалегідь проградувати пружину.

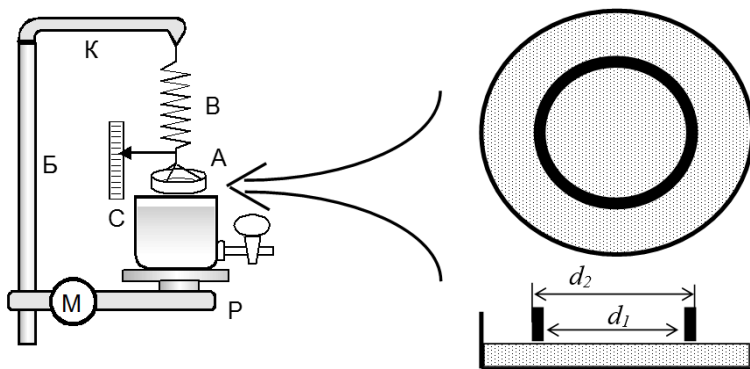


Рис. 7.
Устаткування для вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу методом відриву кільця.

Підведемо знизу посудину з водою до кільця, яке нерухомо висить на пружині, так, щоби кільце злегка доторкнулося поверхні води. При цьому вода почне підніматись по стінках кільця, а кільце трохи втягнеться всередину рідини. Цей ефект можна помітити за невеликим розтягом пружини, у момент, коли кільце торкнеться поверхні води.

Якщо після цього почнемо повільно опускати посудину з водою, пружина буде поступово розтягуватись, аж поки кільце А не відірветься від поверхні води. При цьому відбудеться розрив по обидві сторони контуру кільця. Якщо виміряти силу F , яку необхідно прикласти до кільця, щоби відірвати його від рідини, та обчислити внутрішні і зовнішні контури кільця πd_1 та πd_2 (вони є і лініями розриву), то коефіцієнт поверхневого натягу α буде визначатися за формулою

$$\alpha = \frac{F}{\pi d_1 + \pi d_2} = \frac{F}{\pi(d_1 + d_2)}, \quad (10)$$

де d_1 – внутрішній діаметр кільця; d_2 – зовнішній діаметр кільця.
Формула (10) є робочою формулою цього методу.

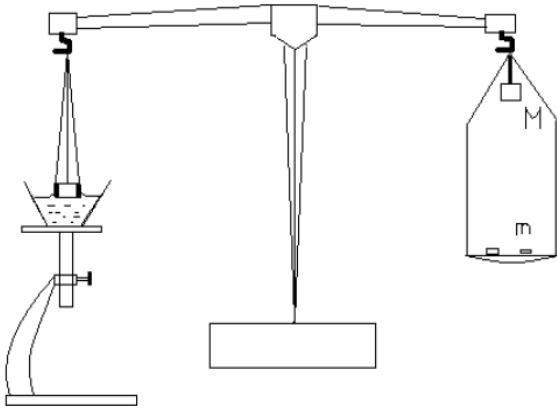


Рис. 8.

Визначення коефіцієнта
поверхневого натягу за
допомогою терезів та важків

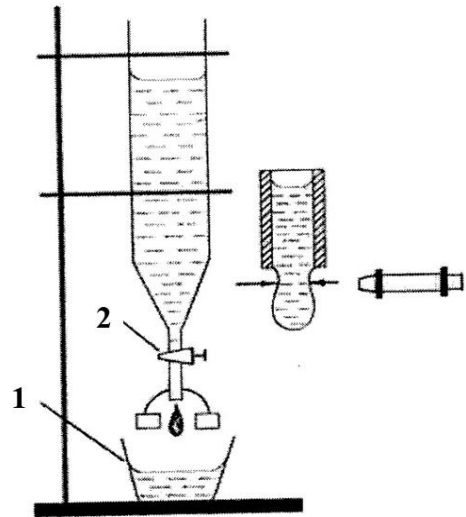


Рис. 9.

Устаткування для
вимірювання коефіцієнту
поверхневого натягу
методом відриву крапель.

Силу F можна визначити, наприклад, за законом Гука, вимірюючи видовження пружинки (гумки), прикріпленої до кільця, в момент відриву кільця від поверхні рідини (рис.7).

Можна також використати терези для вимірювання сили відриву кільця. Врівноваживши терези з підвішеним кільцем перед його дотиком до поверхні рідини та поступово накладаючи важки m на протилежну шальку терезів після дотику, визначають силу $F=mg$ в момент відриву кільця (рис. 8).

Коефіцієнт поверхневого натягу α можна визначити, використовуючи *метод відриву крапель* (рис.9). Суть його полягає у наступному. Нехай із звуженого кінця трубки з краником дуже поволі витікає рідина (необхідна швидкість витікання встановлюється краником). При достатньо малому діаметрі отвору, завдяки змочуванню і поверхневому натягу, на кінці трубки утвориться і буде поступово збільшуватися крапля рідини. При певній вазі краплі вона відірветься від трубки. Моменту відриву, як показують спостереження, передують процес утворення трохи звуженої “шийки” рідини, яка з’єднує трубку і

краплю, а відрив краплі відбувається саме через розрив цієї “шийки”. Звісно, це відбудеться в той момент, коли вага краплі (Δmg) стане такою ж, як сила поверхневого натягу, що утримує краплю на кінці звуженої трубки. Ця сила діє перпендикулярно границі, вздовж якої відбувається відрив краплі (див. формулу (2) і силове означення α). У момент відриву довжина цієї границі дорівнює периметру “шийки”, отже

$$\Delta mg = \alpha \pi d, \quad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\Delta mg}{\pi d}. \quad (11)$$

При визначенні маси Δm однієї краплі можуть виникнути значні похибки, тому вимірюють масу $N=(30-50)$ крапель. Врахувавши, що $m = \Delta m \cdot N$, формула (11) матиме вигляд

$$\alpha = \frac{mg}{\pi Nd}. \quad (12)$$

Вираз (12) є *робочою формулою* для даного методу визначення α .

3. Задання та порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом компенсації різниці тисків її поверхневого шару.

1. З допомогою оптичного мікроскопа визначити радіус капіляра. Для цього капіляр встановити на столик мікроскопа. Навести мікроскоп на кінець капіляра і відмітити, якому числу поділок шкали окулярного мікроскопа відповідає діаметр капіляра. Ціна поділки окулярного мікроскопа вказана на приладі. Діаметр потрібно виміряти у двох взаємно перпендикулярних напрямках та із одержаних значень взяти середнє арифметичне.
2. Налити досліджувану рідину в посудину B , виміряти її температуру T і опустити в неї капіляр. Рідина в капілярі підніметься на висоту h . Оптичним мікроскопом виміряти кут змочування θ і визначити радіус меніска R , порівняти його з радіусом капіляра r .
3. Повільно опускати трубку D у посудину з водою до тих пір, поки рівень рідини в капілярі не досягне рівня рідини у посудині B .
4. Виміряти різницю висот H рідини в трубках манометра C і підставити значення H і ρ_P у формулу (9).

5. Визначити α при температурі T для дистильованої води і спирту, повторити досліди не менше 5 разів. Обчислити середнє значення та похибку α .
6. Залити в посудину B ту ж саму рідину, але при температурі $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ і повторити вимірювання. Якщо такої можливості немає, необхідно використати табличне значення для α_0 при T_0 . За формулою (7) обчислити питому теплоту L утворення поверхні рідини.

Завдання 2. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом відриву кільця.

1. Виконати градування пружини. Для цього насамперед визначити та записати нульове положення візира відлікової шкали C . Надалі, використовуючи важки від $0,2\text{ г}$ до 2 г (через $0,2\text{ г}$) та навантажуючи ними пружину, визначати видовження пружини, що відповідають кожній силі розтягу. При цьому кожен раз при розвантаженні терезів виконати перевірку нульового положення візира. Побудувати графік: по осі абсцис відкласти положення візира по шкалі (розтяг пружини), починаючи з нульового положення, а по осі ординат – навантаження (силу розтягу пружини).
2. Підняти посудину C , привести нижній край кільця A до дотику з поверхнею рідини (води) у посудині. Оскільки металеве кільце утримується силами поверхневого натягу рідини, то воно буде втягуватись рідиною, а пружина почне розтягуватись.
3. За допомогою гвинта M поволі почати опускати посудину з рідиною. Коли сила поверхневого натягу рідини і сила розтягу пружини стануть однаковими за величиною, при подальшому зниженні рівня рідини відбудеться відрив кільця від її поверхні. У момент відриву треба відмітити положення візира на шкалі. Цей дослід необхідно виконати кілька разів. Знайшовши середнє арифметичне значення величини розтягу пружини, користуючись графіком визначити силу, відповідну цьому розтягу.
4. Виміряти декілька разів внутрішній і зовнішній діаметри кільця та обчислити середні арифметичні значення діаметрів.
5. Виміряні величини занести до таблиць. Обчислити за формулою (10) величину поверхневого натягу даної рідини (води). Обчислити абсолютну і відносну похибки при визначенні α .

Завдання 3. Визначення α методом відриву крапель.

1. Встановити трубку, що має звужений кінцевий отвір, який перекривається краником, вертикально (також може бути колба з вмонтованою трубкою з краником); поставити під трубкою стаканчик, в який буде капати досліджувана рідина (вода).
2. Закрити кран і залити її чистою водою (краще – дистильованою).
3. Встановити біля вихідного отвору трубочки лабораторний мікроскоп з мікрометричною шкалою для вимірювання діаметру кінця трубочки і діаметру “шийки” краплі.
4. Налаштувати мікроскоп так, щоб в ньому було чітке зображення кінця трубочки, виміряти її зовнішній діаметр за шкалою в полі зору мікроскопа. Переконалися в правильності вимірів шляхом контрольного вимірювання точним штангенциркулем або мікрометром.
5. Незначним відкриванням краника добитися того, щоб крапля якнайдовше залишалася висіти на кінці трубочки; налаштувати мікроскоп на чітке зображення краплі або “шийки” краплі в момент її відриву, та виміряти її діаметр. Такі вимірювання зробити для 5–10 крапель, результат усереднити.
6. Накапати в стаканчик 50–100 крапель, визначити масу цієї кількості рідини на аналітичних терезах. Можна визначити об’єм цієї рідини i , якщо відомо її густину (для води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$), обчислити масу.
7. Знайти масу однієї краплі. За формулою (12) обчислити коефіцієнт поверхневого натягу. Визначити похибки прямих і непрямих вимірювань, визначити похибку (довірчий інтервал) $\Delta\alpha$.
8. Порівняти та проаналізувати результати різних методів вимірювання α , зробити висновки, вказати причини можливих розбіжностей отриманих результатів.

Контрольні питання

1. Яка будова рідини згідно молекулярної теорії? Як пояснюється мала стисливість рідини?
2. Що таке поверхневий натяг рідини? Чому поверхня рідини має властивості відмінні від властивостей всієї маси рідини?
3. Вказати і пояснити залежність сили поверхневого натягу від тиску пари над рідиною, температури рідини.

4. Дати енергетичне і силове визначення коефіцієнту поверхневого натягу. За яким напрямком діє сила поверхневого натягу?
5. Який тиск називають лапласівським? Запишіть формулу Лапласа для випадку вільної поверхні рідини.
6. Однакові капіляри опущені у воду з температурою 10, 40, 80, 5 °С. У якому капілярі висота підняття рідини буде максимальною?
7. Що буде з краплею, яка знаходиться у капілярі, що звужується ?
8. Назвіть приклади використання поверхневих властивостей рідин.
9. За яких умов розчинена речовина концентрується або в поверхневому шарі, або всередині рідини ?
10. Поверхневий натяг не залежить від геометричних розмірів посудини чи об'єму рідини. Чому ж його існування найбільш чітко виявляється лише в вузьких трубках і маленьких краплях ?
11. Чи залежить густина рідини при відсутності сили тяжіння від її кількості (в принципі) ? Як ? Які фактори необхідно врахувати, щоб оцінити кількісно величину ефекту ?
12. Зробіть вивід робочих формул для методу відриву кільця і методу відриву крапель.
13. Назвіть можливі джерела похибок кожного методу.

ОСНОВНА НАВЧАЛЬНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн.1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 2002. – 336 с.
2. Кучерук І.М. Загальний курс фізики. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 520 с.
3. Горват А. А., Молнар О.О., Мінькович В.В. Методи обробки експериментальних даних з використанням MS Excel. Навчальний посібник. Ужгород: Видавництво УжНУ “Говерла”, 2019. – 182 с
4. Горват А. А., Молнар О.О., Мінькович В.В. Обробка, візуалізація та аналіз експериментальних даних з використанням пакету Origin. Навчальний посібник. Ужгород: Видавництво УжНУ “Говерла”, 2020. – 64 с.
5. Горват А.А., Жихарев В.М. Молекулярна фізика і термодинаміка (Лабораторний практикум): Навчальний посібник /– Ужгород: вид-во УжНУ “Говерла”, 2011 – 224 с.
6. Жихарев В.М., Хархаліс Л.Ю., Ковач Є.Т., Берча Д.М. Фізичний практикум з механіки / Методичний посібник / Ужгород, 2012. – с.206.
7. Різак В.М., Жихарев В.М., Ковач Є.Т., Семак Д.Г., Горват А.А. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. Фізичний практикум. Навчальний посібник. – Ужгород, УжНУ, 2002. – 136 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Повний перелік наявних лабораторних робіт фізичного практикуму «Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка»

Розділ «Механіка»

1. Експериментальне визначення функцій розподілу випадкових величин.
2. Вивчення систематичних і випадкових похибок на прикладі вимірювання питомого опору ніхромової дротини.
3. Вимірювання лінійних розмірів та визначення об'єму твердих тіл.
4. Вивчення законів прямолінійного руху на машині Атвуда.
5. Визначення прискорення сили земного тяжіння за допомогою математичного маятника.
6. Визначення прискорення сили земного тяжіння за допомогою оборотного маятника.
7. Визначення модуля Юнга за розтягом дротини та прогином стержня.
8. Визначення коефіцієнта сили сухого тертя (тертя кочення).
9. Вивчення законів обертового руху за допомогою маятника Обербека.
10. Визначення еліпсоїда інерції твердих тіл за допомогою крутильних коливань.
11. Визначення моменту інерції металевих кілець за допомогою маятника Максвелла.
12. Визначення моментів інерції циліндрів та перевірка теореми Гюйгенса-Штейнера методом крутильних коливань.
13. Визначення швидкості куль за допомогою балістичного крутильного маятника.
14. Вивчення законів збереження за допомогою зіткнення тіл.
15. Вивчення коливань зв'язаних систем.
16. Рух тіл при наявності аеродинамічних сил опору.
17. Вивчення прецесії вільного гіроскопа.
18. Визначення швидкості звуку акустичним методом.

Розділ «Молекулярна фізика і термодинаміка»

1. Вивчення методів вимірювання температури та градування термометрів.
2. Визначення відношення C_p/C_v методом Клемана-Дезорма.
3. Визначення коефіцієнта в'язкості повітря та розрахунок ефективного перерізу і довжини вільного пробігу молекул повітря.
4. Вивчення температурної залежності теплопровідності твердих тіл.
5. Визначення відношення C_p/C_v акустичним методом.
6. Визначення термічного коефіцієнту тиску газу.
7. Визначення енергії активації з температурної залежності в'язкості рідини.
8. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини.
9. Визначення термічного коефіцієнту лінійного розширення металів.
10. Вивчення температурної залежності теплоємності металів.
11. Визначення питомої теплоти і температури плавлення кристалічних твердих тіл та розрахунок зміни ентропії.
12. Визначення питомої (прихованої) теплоти пароутворення рідкого азоту.
13. Визначення параметрів вологого повітря.
14. Визначення концентрації розчину шляхом вимірювання його електропровідності.
15. Комп'ютерне моделювання броунівського руху на ПК
16. Вивчення закономірностей на дошці
17. Визначення сталої Больцмана.
18. Визначення коефіцієнта теплопровідності повітря методом нагрітої нитки.
19. Вивчення методів вимірювання теплоємності твердих тіл.

Додатки до розділу «МЕХАНІКА»

І. Коефіцієнти Стюдента t_{Pn} (у випадку розподілу Гауса $n^* = n-1$)

Ступені вільності n^*	Довірча (надійна) ймовірність P (двостороння область)						
	0.7	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
1	1.963	3.08	6.31	12.17	31.8	63.7	636.6
2	1.336	1.886	2.92	4.30	6.96	9.92	31.6
3	1.250	1.638	2.35	3.18	4.54	5.84	12.94
4	1.190	1.533	2.13	2.77	3.75	4.60	8.61
5	1.156	1.476	2.02	2.57	3.36	4.03	6.86
6	1.134	1.440	1.943	2.45	3.14	3.71	5.96
7	1.119	1.415	1.895	2.36	3.00	3.50	5.40
8	1.108	1.397	1.860	2.31	2.90	3.36	5.04
9	1.100	1.383	1.833	2.26	2.82	3.25	4.78
10	1.093	1.372	1.812	2.23	2.76	3.17	4.59
11	1.088	1.363	1.796	2.20	2.72	3.11	4.49
12	1.083	1.356	1.782	2.18	2.68	3.06	4.32
13	1.079	1.350	1.771	2.16	2.65	3.01	4.22
14	1.076	1.345	1.761	2.14	2.62	2.98	4.14
15	1.074	1.341	1.753	2.13	2.60	2.95	4.07
16	1.071	1.337	1.746	2.12	2.58	2.92	4.02
17	1.069	1.333	1.740	2.11	2.57	2.90	3.96
18	1.067	1.330	1.734	2.10	2.55	2.88	3.92
19	1.066	1.328	1.729	2.09	2.54	2.86	3.88
20	1.064	1.325	1.725	2.09	2.53	2.84	3.85
21	1.063	1.323	1.721	2.08	2.52	2.83	3.82
22	1.061	1.321	1.717	2.07	2.51	2.82	3.79
23	1.060	1.319	1.714	2.07	2.50	2.81	3.77
24	1.059	1.318	1.711	2.06	2.49	2.80	3.74
25	1.058	1.316	1.708	2.06	2.48	2.79	3.72
26	1.058	1.315	1.706	2.06	2.48	2.78	3.71
27	1.057	1.314	1.703	2.05	2.47	2.77	3.69
28	1.056	1.313	1.701	2.05	2.47	2.76	3.67
29	1.055	1.311	1.699	2.04	2.46	2.76	3.66
30	1.055	1.310	1.697	2.04	2.46	2.75	3.65
40	1.050	1.303	1.684	2.02	2.42	2.70	3.55
60	1.046	1.296	1.671	2.00	2.39	2.66	3.46
120	1.041	1.289	1.658	1.980	2.36	2.62	3.37
∞	1.036	1.282	1.645	1.960	2.33	2.58	3.29

Примітка: частина таблиці з інтернет-видання: Л.А. Міхєєнко. Метрологічна обробка результатів вимірювання. Учебний посібник з дисципліни «Оптичні вимірювання». Частина І. КПІ, Київ 2009.

Ia. Коефіцієнти Стюдента t_{an} (додаткова таблиця)
(n – число вимірювань, α – довірча імовірність)

n	0.90	0.95	0.98	0.99	n	0.90	0.95	0.98	0.99
3	2.920	4.303	6.965	9.920	19	1.734	2.101	2.552	2.878
4	2.353	3.182	4.541	5.841	21	1.725	2.086	2.528	2.845
5	2.132	2.776	3.747	4.604	23	1.717	2.074	2.508	2.819
6	2.015	2.571	3.365	4.032	25	1.711	2.064	2.492	2.797
7	1.943	2.447	3.143	3.707	27	1.706	2.056	2.479	2.779
8	1.895	2.365	2.998	3.499	29	1.701	2.048	2.467	2.763
9	1.860	2.306	2.896	3.355	31	1.697	2.043	2.457	2.750
10	1.833	2.262	2.821	3.250	40	1.680	2.020		2.700
11	1.812	2.228	2.764	3.169	60	1.670	2.000		2.660
13	1.782	2.179	2.681	3.055	80	1.665	1.990		2.640
15	1.761	2.145	2.624	2.977	120	1.660	1.980		2.620
17	1.746	2.120	2.583	2.921	∞	1.645	1.960	2.326	2.576

II. Густина речовин за кімнатної температури

Тверді тіла	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$	Рідини	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$
Алюміній	2.69	Вода	1,00
Латунь	8.3-8.7	Гліцерин	1.26
Мідь	8.92	Гас	0.80
Сталь (залізо)	7.86	Ртуть	13.60
Скло звичайне	2.6	Спирт етиловий	0.79

III. Деякі властивості твердих тіл.

Матеріал	Модуль Юнга $E, \text{ ГПа}$	Модуль зсуву $G, \text{ ГПа}$	Межа міцності на розрив $\sigma_m, \text{ ГПа}$	Коефіцієнт Пуассона, μ	Стисливість $\beta, \text{ ГПа}^{-1}$
Алюміній	70	26	0.10	0.34	0.014
Мідь	130	40	0.30	0.34	0.007
Свинець	16	5.6	0.015	0.44	0.022
Сталь	200	81	0.60	0.29	0.006
Скло	60	30	0.05	0.25	0.025

IV. Таблиця похідних основних функцій

1) $C'=0$

2) $x' = 1$

3) $(u+v-\omega)' = u'+v'-\omega'$

4) $(Cu)' = C \cdot u'$

5) $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

6) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Тут C – стала величина (константа), u, v, ω – функції від аргументу x , що мають похідні.

7) Якщо $y=f(\varphi(x))$ – складна функція, тобто $y=f(u)$, а u у свою чергу функція від аргументу $u=\varphi(x)$, та існують окремо похідні цих двох функцій, $f'_u(u)$ і $\varphi'_x(x)$, то існує похідна функції y по x : $y' = f'_u(u) \cdot u'_x$.

Використовуючи це:

8) $y = u^n, \rightarrow y' = nu^{n-1} \cdot u'_x$

9) $y = \frac{a}{u}, \rightarrow y' = \frac{a}{u^2} \cdot u'_x, a - const,$ (або записати $y=a \cdot u^{-1}$ і викорис-

тати (8))

10) $y = \sqrt{u(x)} = u^{\frac{1}{2}}, \rightarrow$ згідно (8) $y' = \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} u' = \frac{1}{2\sqrt{u}} u'_x$

11) $y = \sin(u), \rightarrow y' = \cos(u) \cdot u'_x$

12) $y = \cos(u), \rightarrow y' = -\sin(u) u'_x$

13) $y = \tan(u), \rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2(u)} \cdot u'_x$

14) $y = \cotan(u), y' = \frac{1}{\sin^2(u)} \cdot u'_x$

$$15) y = \arcsin(u), \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'_x$$

$$16) y = \arccos(u), \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'_x$$

$$17) y = \arctan(u), \quad y' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'_x$$

$$18) y = \text{arccotan}(u), \quad y' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'_x$$

$$19) y = a^u, \quad y' = a^u \cdot \ln(a) \cdot u'_x$$

$$20) y = e^u, \quad y' = e^u \cdot u'_x$$

$$21) y = \log_a u, \quad y' = \frac{1}{u \cdot \ln(a)} \cdot u'_x$$

$$22) y = \ln u, \quad y' = \frac{1}{u} \cdot u'_x$$

$$23) y = u^v, \quad \text{де } u = \varphi(x), v = \psi(x), \quad y' = v \cdot u^{v-1} \cdot u'_x + u^v \cdot \ln(u) \cdot v'_x$$

**Додатки до розділу
«МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА»**

I. Деякі фізичні сталі

1. Об'єм 1 моля ідеального газу за нормальних умов

$$V_0 = 22,4207 \text{ л}$$

2. Універсальна газова постійна

$$R = 8,314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

3. Число Авогадро

$$N_A = 6,02209 \text{ моль}^{-1}$$

4. Число Лошмідта

$$n_0 = 2,68719 \text{ м}^{-3}$$

5. Постійна Больцмана

$$k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} = 0,86 \cdot 10^{-4} \text{ еВ/К}$$

II. Густина деяких речовин¹

Речовина	Густина, кг/м ³	Речовина	Густина, кг/м ³
Азот	1,25	Керосин	$0,78 \cdot 10^3$
Алюміній	$2,69 \cdot 10^3$	Кисень	1,43
Вода	$0,998 \cdot 10^3$	Лід	$0,9 \cdot 10^3$
Вуглекислий газ	1,98	Спирт (етиловий)	$0,77 \cdot 10^3$
Водяна пара	0,0048	Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$
Гелій	0,18	Сталь	$7,85 \cdot 10^3$
Гліцерин	$1,23 \cdot 10^3$	Повітря	1,29

¹Для твердих тіл і рідин – за температури 20 °С; для газів – за нормальних умов.

III. Молярна маса газів і середній ефективний діаметр молекул.

Газ	Молярна маса, $\times 10^{-3}$ кг/моль	Середній ефективний діаметр молекул, $\times 10^{-10}$ м
Азот	28	3,6
Водень	2	2,2
Водяна пара	18	2,6
Повітря	29	3,6
Гелій	4	2,0
Кисень	32	2,7
Вуглекислий газ	44	4,0

IV. Питома теплоємність твердих і рідких речовин

Речовина	Питома теплоємність C_p , Дж/(кг К)
Алюміній	$8,96 \cdot 10^2$
Вода	$4,18 \cdot 10^3$
Гліцерин	$2,43 \cdot 10^3$
Керосин	$2,14 \cdot 10^3$
Лід	$2,09 \cdot 10^3$
Ртуть	$1,38 \cdot 10^2$
Спирт	$2,43 \cdot 10^3$
Сталь	$4,69 \cdot 10^2$

V. Температура плавлення і питома теплота плавлення

Речовина	Температура плавлення T_p , °С	Питома теплота плавлення q , $\times 10^5$ Дж/кг
Алюміній	658,7	3,22
Лід	0	3,34
Ртуть	-39,8	0,117
Сталь	1300	0,837

VI. Фізичні параметри деяких твердих тіл.

Назва	Масове число	Густина, $\times 10^3$ кг/м ³	Модуль Юнга, $\times 10^{10}$ Н/м ²	Модуль зсуву, $\times 10^{10}$ Н/м ²	Характеристична температура Дебая, К
Алюміній	27	2,7	6,8	2,6	390
Берилій	9	1,83			1100
Ванадій	51	5,96			
Золото	197	19,27	8	2,8	170
Калій	39	0,86			100
Літій	7	0,53			
Мідь	64	8,94	12,3	4,5	320
Натрій	23	0,97			150
Нікель	59	8,9	20,2	7,7	410
Платина	195	21,5	16,8	6,1	229
Рубідій	85	1,53			
Свинець	207	11,37	1,62	0,56	88
Срібло	108	10,5	7,9	2,86	165
Цезій	133	1,87			

VII. Питома теплоємність газів

Газ	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	
	C_p	C_v
Азот	1040	741
Водень	1409	1000
Водяна пара	1820	1380
Повітря	1020	728
Гелій	2080	1250
Кисень	912	649
Вуглекислий газ	847	653

VIII. Коефіцієнт поверхневого натягу

Рідина	Коефіцієнт поверхневого натягу за 20 °С, $\times 10^{-2}$ Н/м.
Вода	7,28
Гліцерин	6,6
Керосин	2,4
Ртуть	49,0
Спирт	2,2

IX. Температура кипіння і питома теплота пароутворення при температурі кипіння¹

Речовина	Температура кипіння , °С	Питома теплота паро- утворення при темпе- ратурі кипіння, $\times 10^5$ Дж /кг
Азот	-195,8	2,01
Вода	100	22,6
Водень	-252,7	4,61
Повітря	-193	2,09
Гліцерин	290	
Кисень	-183	2,14
Ртуть	356,7	2,88
Спирт	78,3	8,46
Вуглекислий газ	-78,5	5,95

¹Температуру кипіння і питому теплоту пароутворення наведено за нормального тиску.

X. Критичні параметри і поправки Ван-дер-Вальса для реальних газів

Газ	Критичні величини		Поправки Ван-дер-Вальса	
	$p_{кр}, \times 10^5 \text{ Па}$	$T_{кр}, \text{ К}$	$a, \text{ Н м}^4/\text{моль}^2$	$b, \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$
Азот	33,9	126,1	0,133	4,0
Водень	12,9	33,0	0,024	2,6
Водяна пара	217,7	547	0,547	3,0
Повітря	37,6	132,5	0,131	3,8
Гелій	2,26	5,0	0,0033	2,3
Кисень	49,7	154,2	0,137	3,0
Вуглекислий газ	73,8	304,0	0,36	4,3

XI. Коефіцієнт теплопровідності

Речовина	Коефіцієнт теплопровідності за нормальних умов, Вт/(м К)
Азот	$2,37 \cdot 10^{-2}$
Алюміній	$2,01 \cdot 10^2$
Водяна пара	$1,58 \cdot 10^{-2}$
Водень	$1,68 \cdot 10^{-1}$
Повітря	$2,37 \cdot 10^{-2}$
Гелій	$1,41 \cdot 10^{-2}$
Кисень	$2,39 \cdot 10^{-2}$
Лід	2,51
Сталь	4,61
Вуглекислий газ	$2,31 \cdot 10^{-2}$

ХІІ. Насичена водяна пара

Температура, °С	Тиск, ×10 ⁵ Па	Густина, кг/м ³	Питома теплота пароутворення, кДж/кг
0	0,00608	0,004843	2498,3
10	0,01228	0,009398	2468,1
20	0,02824	0,01730	2446,3
30	0,04246	0,03037	2425,0
40	0,07375	0,05118	2403,2
50	0,12337	0,08320	2378,1
60	0,19888	0,13026	2356,7
70	0,31136	0,1982	2332,5
80	0,47336	0,2936	2307,3
90	0,70098	0,4219	2281,8
100	1,01332	0,5974	2257,4
110	1,43245	0,8254	2228,8
120	1,98505	1,122	2213,5
130	2,70064	1,497	2169,6
140	3,61226	1,968	2139,0
150	4,75787	2,547	2109,3
160	6,16207	3,253	2079,2
170	7,91495	4,114	2049,9
180	9,83065	5,141	2018,9
190	12,53794	6,353	1997,5
200	16,21737	7,770	1955,3
210	19,05422	9,443	1920,9
220	23,26319	11,38	1884,9

ХІІІ. Співвідношення між деякими одиницями

1 мм рт.ст.=0,01316 атм=133,3 Па

1 атм=760 мм рт. ст.=1,013·10⁵ Па

1 Дж=0,239 кал=6,6242·10¹⁸ еВ

1 еВ=1,602·10⁻¹⁹ Дж=4,45·10⁻²⁶ кВт год

1 атм л=101,3 Дж=24,1 кал

ЗМІСТ

Передмова.....	3
Частина перша	
Лабораторна робота № 1. Вивчення похибок вимірювань.....	9
Лабораторна робота № 2. Вивчення законів прямолінійного руху на машині Атвуда.....	29
Лабораторна робота № 3. Визначення коефіцієнта сили сухого тертя (тертя кочення).....	36
а) Кочення кульки по жолобу.....	37
б) Кочення кульки по пластинці.....	41
Лабораторна робота № 4. Вивчення законів збереження енергії та імпульсу при зіткненнях тіл.....	45
а) Вивчення законів збереження при лобовому зіткненні двох кульок.....	45
б) Визначення швидкості куль за допомогою балістичного крутильного маятника.....	50
Лабораторна робота № 5. Визначення швидкості звуку акустичним методом.....	56
Частина друга	69
Лабораторна робота № 6. Вивчення методів вимірювання температури та градування термометрів	70
Лабораторна робота № 7. Визначення термічного коефіцієнта тиску газу за допомогою газового термометра.....	84
Лабораторна робота № 8. Визначення параметрів вологого повітря.....	92
Лабораторна робота № 9. Визначення коефіцієнта в'язкості рідини.....	107
Лабораторна робота № 10. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини	117
Основна навчальна література	128
Додатки.....	129

Навчальне видання

ГОРВАТ Андрій Андрійович
ЖИХАРЄВ Володимир Миколайович
ХАРХАЛІС Любов Юріївна

ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ. Частина 1, 2.
Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка

Навчальний посібник

Редактор **XXXXXXX**

Коректор **XXXXXXX**

Комп'ютерна верстка **XXXXXXXXXX**

Підписано до друку ХХ.ХХ.2021 Формат 60x84/16
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 13,5. Тираж **XX**. Замовлення **XXX**.

Видавництво «**XXXXXXX**»,

Г–67 **Горват А.А. ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ. Частина 1, 2.**
Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка./
А. А. Горват, В. М. Жихарев, Л. Ю. Хархаліс–Ужгород :
Видавництво **XXXXXX**, 2021 р., – 142 с.

У посібнику наведені описи лабораторних робіт загального фізичного практикуму, які містять короткі теоретичні відомості, методику проведення експерименту, опис приладів та завдання і порядок їх виконання з курсу “Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка” дисципліни “Загальна фізика” для студентів фізичного факультету УжНУ спеціальностей 163 «Біомедична інженерія» і 153 «Мікро-та наносистемна техніка».

Посібник призначений для використання при підготовці до лабораторних занять та для самостійної роботи студентів, які навчаються за вказаними спеціальностями і може бути корисним для студентів інших інженерних спеціальностей.

УДК 53 (075.8)
ББК 22.33я73