НОВИЙ ДОДАНОК У ПРУЖНІЙ ЕНЕРГІЇ І ЙОГО ВПЛИВ НА ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ

А.А. Щербаков

Донецький національний університет,
вул. Університетська, 24, Донецьк 83055
e-mail: AndreTchr@rambler.ru

Використано новий доданок у пружній енергії. Отримано рівняння для температурної залежності намагніченості. На основі цього рівняння побудовано графіки залежності намагніченості від температури $y=f(T/T_0)$. Знайдено і проаналізовано умови одержання фазових переходів першого і другого роду. Проведено порівняння отриманих результатів з відомими для лінійної моделі.

У теорії фазових переходів (ФП) проявилося протиріччя, яке виявляється в тому, що на словах приймається залежність стисливості від тиску p, а при аналізі фазових переходів використовуються рівняння, які були отримані для K=const (K – стисливість, що є найважливішою характеристикою твердого тіла під високим тиском).

При відносно малих тисках у виразі для пружної енергії з'являється новий доданок, пропорційний p^3, якого не спостерігалося при розгляді лінійної моделі [1]. Результати змін стисливості вдало описуються виразом

$$-\frac{\Delta V}{V_0}=Kp-bp^2 \quad , \qquad (1)$$

де K – стисливість, b – характеристика речовини, ΔV – зміна об'єму, V_o – початковий об'єм, p – тиск [2].

При невеликому діапазоні тисків стисливість прийнято вважати незмінною величиною, що описується законом Гука

$$-\frac{\Delta V}{V_0}=pK \, . \qquad (2)$$

Саме в цьому наближенні звичайно використовується стисливість при записі пружної енергії й аналізі магнітних перетворень [3]. Можна чекати, що врахування другого доданка у (1) приведе до якісно нових результатів.

У зв'язку з цим видається корисним проаналізувати, як перехід від (2) до (1) відіб'ється на особливостях фазового перетворення. Завдяки такому аналізу було обчислено новий доданок у пружній енергії, який дозволив одержати температурну залежність намагніченості, відмінну від тієї, яка спостерігалася в лінійній моделі.

У результаті цього для вільної енергії одержимо вираз

$$G=-NkT_0\frac{\left(1+\beta\left(\left(V-V_0\right)/V_0\right)\right)y^2}{2}+ \\ +\frac{\left(\left(V-V_0\right)/V_0\right)^2}{2K}+\alpha\left(\left(V-V_0\right)/V_0\right)^3-TS \qquad (3)$$

де y – відносна намагніченість, N – концентрація іонів, β – параметр теорії, $\alpha=b/3K^3$ (набуває як позитивних, так і негативних значень); V – об'єм ґратки; k – константа Больцмана. S – ентропія системи:

$$S=-Nk\frac{\left[(1+y)\cdot\ln(1+y)+(1-y)\cdot\ln(1-y)\right]}{2}$$

У (3), за рахунок врахування нелінійності в пружній енергії, присутній кубічний доданок, якого не спостерігалося в лінійній моделі.

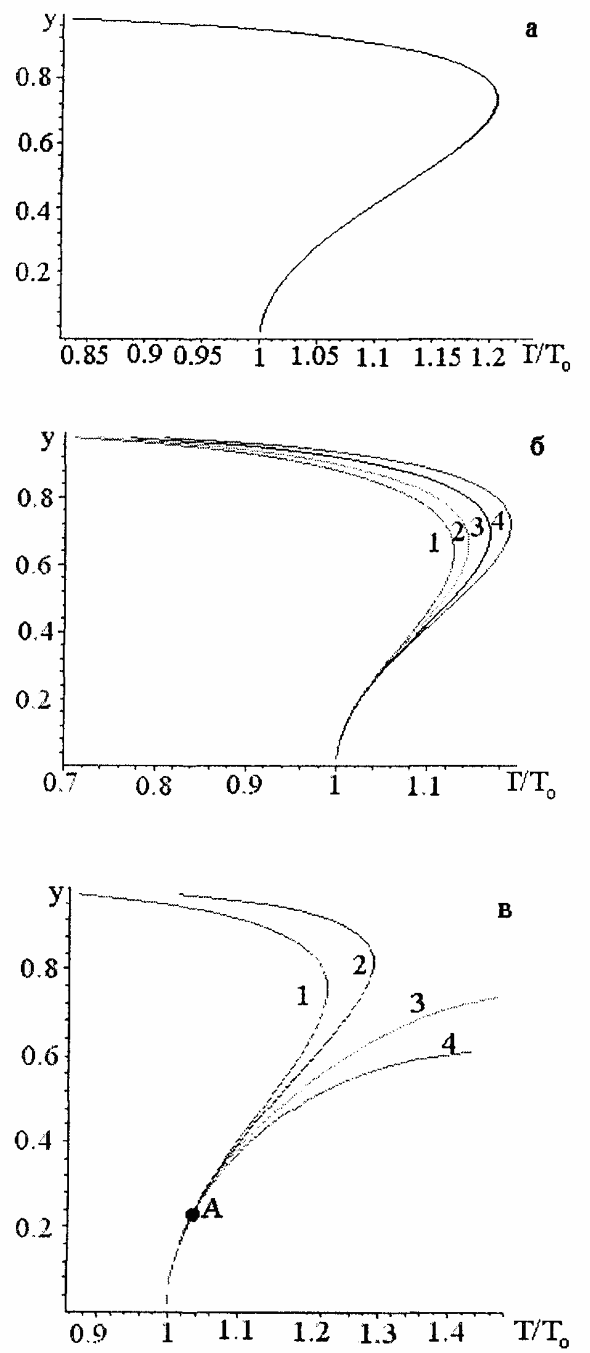

Рис. 1. Залежність відносної намагніченості від температури для фазового переходу I роду в лінійній моделі з η=3 (а) та нелінійній моделі (б) з β=4.1, η=3 та ε=0.1 (1), 0.3 (2), 0.6 (3), 0.9 (4).

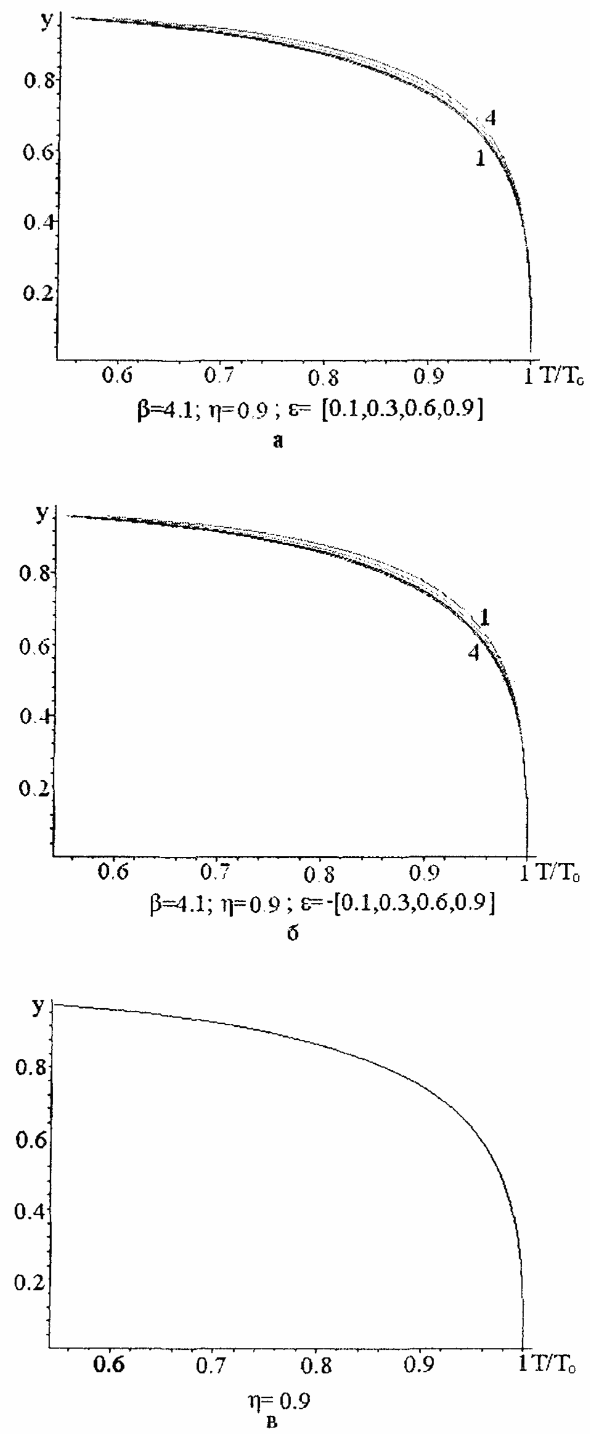

Рис. 2. Залежність відносної намагніченості від температури для фазового переходу II роду в нелінійній моделі (а) з β=4.1, η=0,9 та ε= 0.1(1), 0,3(2), 0,6(3), 0,9(4), (б) ε=-0.1(1), –0,3(2), –0,6(3), –0,9(4) та в лінійній моделі (в) з η=0,9.

Для того, щоб отримати температурну залежність намагніченості, необхідно мінімізувати вільну енергію відносно V.

У результаті одержимо вираз:

$$\frac{(V-V_o)}{V_0}=\frac{\left(1\pm\left(\frac{1-4\alpha Ky^2\eta}{\beta}\right)^{1/2}\right)}{6\alpha K} \qquad (4)$$

У даному рівнянні для скорочення запису використовуємо $\eta=\frac{3NkT_0K\beta}{2}$. Зазначимо, що в (4) неможливо перейти до кореня, що був отриманий у лінійній моделі, взявши $\alpha=0$, тому що це приведе до нескінченного об'єму.

Зробимо заміну (4) у (3), після чого мінімізуємо отриманий вираз відносно y і, прирівнюючи до нуля, одержуємо аналітичний вираз для температурної залежності намагніченості.

Для температурної залежності намагніченості маємо таке рівняння:

$$\frac{T}{T_0}=\frac{y\left(6\varepsilon+\beta\left(1\pm\left(1-\frac{4\varepsilon y^2\eta}{\beta}\right)^{1/2}\right)\right)}{6\varepsilon\cdot\operatorname{arctan}h(y)} \qquad (5)$$

де $\varepsilon=\alpha\cdot K$

при $\eta=\frac{3NkT_0K\beta}{2}$.

Завдяки наявності ε у знаменнику (5) не може бути перетворене у вираз, який було отримано в лінійній моделі:

$$\frac{T}{T_0}=y\left(1+\frac{\eta y^2}{3}\right)/\operatorname{arctan}h(y)$$

Внаслідок введення в G нового доданка в розглянутій моделі утворюються нові корені, які містять ε.

За формулою (5) побудовано і проаналізовано графічні залежності $y=f(T\backslash T_0)$ на наявність ФП I й II родів, а також проведено порівняння з результатами лінійної моделі.

Для побудови графіків (рис. 1 і 2) використовували набір $\varepsilon=\pm$ [0,1;0,3;0,6;0,9], а також β=4,1; η=0,9;3 (для нелінійної моделі).

У розглянутій моделі з рис. 1в (наочно ілюструє особливості розвитку нелінійної моделі) виходить, що при малих y (нижче точки A), криві $y(T/T_0)$ для різних значень ε збігаються, однак при більш високих значеннях намагніченості криві $y(T/T_0)$ починають якісно відрізнятися. Криві 1 і 2 на рисунку відповідають ФП першого роду, криві 3 і 4 обмежуються деякими значеннями температур і ніколи не виявлялися і не описувалися.

Отже, аналізуючи температурну залежність намагніченості, нами встановлено, що немає можливості екстраполювати отримані вирази до $\varepsilon=0$. Це означає, що врахування ε приводить до якісно нових розв'язків. Ця обставина робить дослідження особливо цікавим. Несподіваним виявилося те, що характер фазового переходу в розглянутій моделі залежить від намагніченості, тому можливі ситуації, коли при малих намагніченостях тип перетворення від ε не залежить, а при великих намагніченостях – залежить.

Література

1. C.P.Bean, D.S.Rodbell, Phys. Rev. 126, 104 (1962).
2. П.В.Бриджмен, Физика высоких давлений (ОНТИ, Ленинград, 1935).
3. Э.А.Завадский, В.И.Вальков, Магнитные фазовые переходы. (Наукова думка, Киев, 1980).

A NEW COMPONENT IN THE ELASTIC ENERGY AND ITS INFLUENCE ON PHASE TRANSITIONS

A.A. Shcherbakov

Donetsk National University,
Universytetska St., 24, Donetsk 83055
e-mail: AndreTchr@rambler.ru

A new term in the elastic energy is presented. An equation for the temperature dependence of magnetization is obtained, on its base the temperature dependences of magnetization $y=f(T/T_o)$ being plotted. The conditions of first- and second-order phase transitions are found and analyzed. The obtained results are compared with the known data for the linear model.