

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра геодезії,землеустрою та геоінформатики**



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт
з дисципліни «Геодезія»

Частина I: «Геодезичні засічки»

студентами спеціальності 193 Геодезія та землеустрій
денної та заочної форми навчання

Ужгород -2022

Методичні вказівки до виконання до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Геодезія» **Частина І: «Геодезичні засічки»** студентами спеціальності 193 Геодезія та землеустрої денної та заочної форми навчання /Калинич І.В., Ничвид М.Р.- Ужгород.- Ужну- 2022.- 60с.

Упорядники: І.В.Калинич, к.т.н., доцент, доцент кафедри геодезії, землеустрою та геоінформатики
М.Р.Ничвид старший викладач кафедри геодезії, землеустрою та геоінформатики

Рецензент: І.І.Проданець,
директор Закарпатської регіональної філії ДП «УкрДАГП»

ЗМІСТ

| | |
|---|----|
| Вступ | 4 |
| Лабораторна робота №1. Вимірювання горизонтальних кутів способом колових прийомів | 5 |
| Лабораторна робота №2. Вимірювання горизонтальних кутів оптичним теодолітом способом прийомів | 10 |
| Лабораторна робота №3. Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі. Знесення координат з вершини знака на землю | 12 |
| Лабораторна робота №4. Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі. Пряма багаторазова засічка | 17 |
| Лабораторна робота №5. Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі. Обернена багаторазова засічка | 29 |
| Лабораторна робота №6. Визначення координат пункту лінійною засічкою | 52 |
| Лабораторна робота №7. Обчислення координат стінних знаків в полігонометрії | 56 |
| Рекомендована література | 60 |

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для студентів денної та заочної форм навчання та складені відповідно до робочої програми з дисципліни «ГЕОДЕЗІЯ».

В перших двох лабораторних роботах студенти повинні вивчити та засвоїти навички вимірювання горизонтальних кутів різними способами, вміти обирати найдоцільніший спосіб, залежно від кількості напрямків та заданої точності.

Наступні три роботи мають на меті ознайомити студентів зі способами прив'язки, коли вихідні пункти геодезичного обґрунтування є недоступними або віддаленими. Наступні дві роботи пов'язані із визначенням координат пункту за допомогою лінійної засічки та визначення координат стінних знаків у полігонометрії.

Вказівки мають за мету сприяти самостійній роботі студентів при опануванні способів кутових вимірювань та робіт з прив'язки в геодезії.

Лабораторна робота № 1

Вимірювання горизонтальних кутів способом колових прийомів

Мета: засвоїти методику та навчитися вимірювати горизонтальні кути способом колових прийомів.

Завдання: виміряти горизонтальні кути на три або більше напрямків теодолітом типу 2Т5К, Т2 або їм рівно точними.

Теоретичні відомості

Найпростішим способом, який дозволяє показати результат вимірювань на станції у вигляді одного ряду незалежних напрямків, є спосіб напрямків. Суть способу полягає в тому, що, залишаючи лімба теодоліта нерухомим і обертаючи алідаду за годинниковою стрілкою, наводять зорову трубу послідовно на всі візирні цілі (від першої до останньої) і кожного разу фіксують при цьому відліки з лімба і мікрометрів. Вказаний комплекс вимірювань складає перший півприйом. Потім трубу переводять через zenit і наводять її на ті ж візирні цілі, але в оберненому порядку (від останньої до першої), обертаючи алідаду проти годинникової стрілки і знову фіксуючи відліки з лімба і мікрометрів. Цей комплекс вимірювань складає другий півприйом, а два півприйоми — один прийом.

Якщо в кожному півприйомі трубу повторно наводять на початковий напрям і знову беруть відліки з лімба і мікрометра (при обертанні алідади в тому ж напрямі, в якому вона оберталася в даному півприйомі), тобто проводиться «замикання горизонту», то такий окремий випадок способу напрямків носить назву способу колових прийомів (спосіб Струве). Необхідність у цьому виникає, наприклад, при вимірах на пунктах триангуляційних побудов, а також при вимірюванні двох горизонтальних кутів і внутрішнього кута в початковій точці замкнутого теодолітного ходу.

Програма і порядок спостережень на пунктах.

До початку кутових вимірювань на пункті, необхідно: захистити інструмент від дії прямих сонячних променів і від вітру, переконатися в стійкості і міцності башмаків та головки штативу. При виявленні недоліків, їх потрібно усунути. Потім слід скласти програму вимірювань. Для цього необхідно розшукати всі пункти, які підлягають спостереженням і записати на них напрями з точністю до однієї мінути, прийнявши напрям на добре видимий віддалений пункт за початковий. Скласти таблицю робочих установок лімба: в способі колових прийомів лімба між прийомами переставляється на кут

$$\sigma = \frac{360^\circ}{2m} + i, \quad (1.1)$$

де m — число прийомів; i — ціна найменшої поділки на лімбі.

Отже, інструмент встановлюють над пунктом не менше, ніж за півгодини до початку вимірювань, щоб він «адаптувався» до температури зовнішнього середовища. З настанням доброї видимості і чітких зображень візирних цілей, починають з вимірювання горизонтальних напрямків.

За результатами виміряних напрямів вводять поправки за рен і за нахил основної осі інструменту (при кутах нахилу 1° і більше). Контроль результатів кутових вимірів, виконаних способом колових прийомів, здійснюється в кожному півприйомі за розбіжностями між результатами спостережень на початковий напрям на початку і в кінці півприйому, а в прийомах — за коливаннями напрямів в окремих прийомах, відрахованих від спільного нульового напрямку. Ці допуски даються в інструкціях.

Для мереж згущення (4 клас, 1 та 2 розряди) Інструкція [1] встановлює таку кількість прийомів, залежно від класу (розряду) та точності приладу, яка наведена в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Кількість прийомів, залежно від точності приладу та класу (розряду) полігонометрії

| Точність приладів та їх марки | Кількість прийомів | | |
|--------------------------------|--------------------|----------|----------|
| | 4 клас | 1 розряд | 2 розряд |
| 1" (ОТ-02. Т1 і рівноточні) | 4 | - | - |
| 2" (Т2. Theo-010, ТБ-1 і т.д.) | 6 | 2 | 2 |
| 5" (Т5 і рівноточні) | - | 3 | 2 |

Допустимі розходження в мережах згущення для окремих кутів або напрямів наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Допустимі розходження при вимірюванні кутів різними приладами

| Елементи вимірювань до яких відносяться допуски | Типи інструментів | | |
|--|-------------------|---|--------------------------|
| | ОТ-02, Т1 | Т2, ТБ1, ОТГ, Theo-010 та рівноточні до них | Т5 і рівноточні до нього |
| Розходження між значеннями одного й того ж кута, отриманого з двох півприймів | 6" | 8" | 0,2' |
| Коливання значень кута, отриманих з різних прийомів | 5 | 8 | 0,2 |
| Розходження між результатами спостережень на початковий напрям на початку і в кінці півприйому | 6 | 8 | 0,2 |
| Коливання значень $2C$ в прийомах | 6 | 8 | 0,2 |
| Коливання напрямів в окремих прийомах, приведених до спільного нуля | 5 | 8 | 0,2 |

Спосіб колових прийомів застосовують тоді, коли на пункті є три та більше напрямів.

Порядок спостережень на станції

При вимірюванні декількох кутів з однієї точки використовують спосіб колових прийомів (рис. 1). Теодоліт встановлюють в робоче положення і вибирають початковий напрямок на далеку і чітку точку 1.

При відліку, який близький до нуля, наводять зорову трубу на точку 1, знімають відлік з горизонтального круга і значення записують у журнал (табл. 3). При цьому повертають лімб, закріпивши алідаду горизонтального круга. Далі, закріпивши лімб, послідовно повертають алідаду за годинниковою стрілкою і візують на точки 2, 3, 4. Значення відліків на точки 2, 3, 4 записують в журнал. Півприйм закінчується наведенням зорової труби на початкову точку 1 і зняттям відліку. Порівнявши між собою початковий і кінцевий відліки на початкову точку 1, розпочинають виконання другого півприйому. Слід зауважити, що розбіжність між початковим і кінцевими відліками ("замикання горизонту") не повинно перевищувати подвійної точності відповідного приладу.

Далі переводять трубу через зеніт, наводять на початкову точку 1, виконують відлік і його значення записують в журнал навпроти точки 1 в кінці табл. 3. Усі точки у другому півприйомі спостерігають при обертанні алідади проти ходу годинникової стрілки і відліки записують в журнал знизу вгору. Якщо збіжність на початкову точку знаходиться в межах точності, то розпочинають обробку журналу спостережень. Спочатку обчислюють середнє значення відліків при спостереженні на кожну точку, залишаючи значення градусів при крузі справа. З двох значень на початкову точку беруть середнє, записують його зверху, і називають приведеним початковим напрямком. Від середнього значення (граф 5, табл.1.3) на кожний напрямок віднімають приведений початковий напрямок; отримане значення записують в графу 7 табл. 3. Значення напрямків у графі 6 є кутами між початковим і напрямками на точки 2, 3, 4. Для польового контролю обчислюють подвійну колімаційну помилку $2c$, яку записують в графу 6 для кожного напрямку. Вона не повинна перевищувати подвійної точності відлікового пристрою.

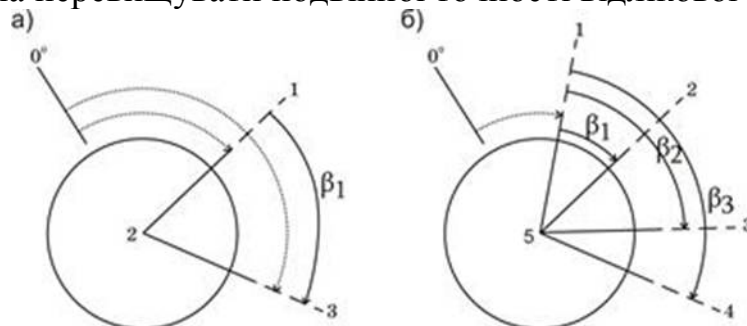


Рис. 1. Вимірювання горизонтальних кутів способом колових прийомів

Кількість прийомів визначається технічними умовами. Кожний наступний прийом виконується так як перший, тільки початковий відлік на першу точку визначається за виразом $180/n$, де n - кількість прийомів.

Журнал вимірювання горизонтальних кутів способом колових прийомів

Теодоліт 2Т5К № 592

| Станція | Точки спостережень | Положення вертикального | Відлік по горизонтальному крузі | 2с | $\frac{(КЛ-КП)}{2}$ | Значення напрямків | Примітка |
|---------|--------------------|-------------------------|---------------------------------|-------|--------------------------|--------------------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | 1 | КП КЛ | 0°02.5' 180°02.0' | -0.5' | $\frac{0°02.1}{0°02.2'}$ | 0°00.0' | |
| | 2 | КП КЛ | 39°18.0' 219°18.0' | 0.0' | 39°18.0' | 39°15.9' | |
| 6 | 3 | КП КЛ | 92°34.0' 272°34.5' | +0.5' | 92°34.2' | 92°32.1' | |
| | 4 | КП КЛ | 168°13.5' 348° 13.5' | 0.0' | 168°13.5' | 168°11.4' | |
| | 1 | КП КЛ | 0°02.0' 180°02.0' | 0,0' | | | |

$$\Delta_{КЛ} = 0; \Delta_{КП} = -0,5; \Delta_{сер.} = -0,3;$$

В кожному прийомі виконують наступні обчислення. В графі 5 знаходять величину подвійної колімаційної похибки 2С. Стабільність величини 2С (допуск $\pm 0,2'$) є показником якості вимірів. В графі 6 отримують середні значення з величин, що отримали в графі 6. В графі 7 обчислюють приведенні до спільного нуля напрямки.

Для цього отримують спочатку величини незамикання початкових напрямків в прийомі при КЛ - $\Delta_{КЛ} = 02.0' - 02.0' = 0'$, при КП - $\Delta_{КП} = 02.0' - 02.5' = -0,5'$ і середнє $\Delta_{сер.} = 02.0' - 02.25' = -0,25'$, як різниця між повторним вимірюванням і першим. Ці величини записують в журнал в кінці спостережень прийому.

Якщо величина $\Delta_{сер.}$ виходить більшою $0,1'$, то її необхідно розподілити з протилежним знаком на всі напрямки пропорційно їх номерам. Поправки в середні значення напрямків при незамиканні обчислюються за формулою

$$\sigma_i = \frac{-\Delta_{сер.}}{n} (i-1)$$

де n - число напрямків, i - порядковий номер рядка в прийомі

$$\sigma_2 = \frac{-0,25_{сер.}}{3} (2-1) = -0.08'; \quad \sigma_3 = \frac{-0,25_{сер.}}{3} (3-1) = -1.7'$$

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Як встановлюють теодоліт в робоче положення при вимірюванні горизонтальних кутів?
2. Коли застосовують при вимірюванні горизонтальних кутів спосіб колових прийомів?
3. Як вимірювати горизонтальні кути способом колових прийомів?
4. Розповісти, як обробляти журнал вимірювання горизонтальних кутів способом колових прийомів?
5. В якій послідовності відбувається візування на візирні цілі в способі колових прийомів?
6. Як визначити, на який кут зміщувати лімб між прийомами?
7. Що таке незамикання горизонту?
8. Чим відрізняється спосіб напрямків від способу колових прийомів?
9. Яка мінімальна кількість напрямків може бути при вимірюванні горизонтальних кутів способом колових прийомів?
10. Стабільність якої величини свідчить про якість кутових вимірювань?
11. Як обчислюються поправки в напрямки за незамикання горизонту?
12. Яке допускається граничне розходження між прийомами для теодолітів типу 2Т5?
13. В якому випадку програма спостережень на пункті виконується заново?
14. Скількома прийомами потрібно вимірювати кути теодолітом 2Т2 або рівноточним в полігонометрії 4 класу?
15. Що таке напрямок і чим він відрізняється від кута?
16. Як зміниться точність кута, виміряного 9 прийомами в порівнянні з тим же кутом, виміряним одним прийомом?

Лабораторна робота №2

Вимірювання горизонтальних кутів оптичним теодолітом способом прийомів

Мета роботи: вивчити процес вимірювання одиночного горизонтального кута теодолітом 2Т5К способом прийомів

Прилади та принадлежности: теодоліт 2Т5К, марки, вихідний матеріал.

Послідовність виконання:

1. Виміряти горизонтальні кути між марками, призначеними викладачем, способом прийомів.

Вказівки до виконання завдання:

1. Вимірювання горизонтального кута способом прийомів

Для вимірювання горизонтального кута над точкою **C** встановлюють теодоліт. Над точками **A** і **B** встановлюють марки.

Вимірюють ліві β або праві β' кути по ходу від точки **B** до точки **A**.

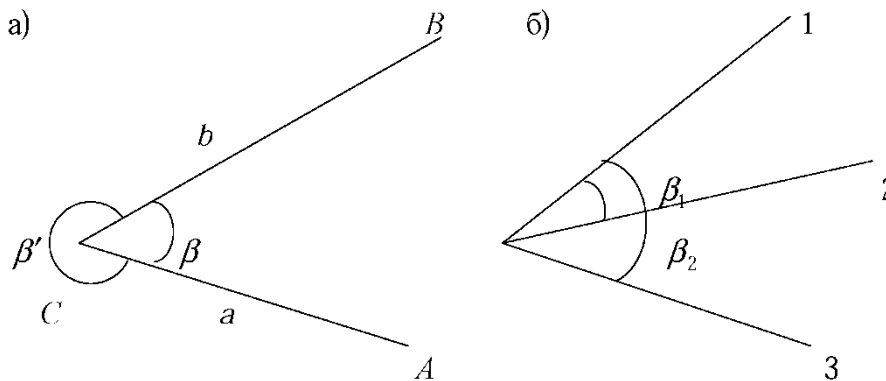


Рис. 2 - Схеми вимірювання горизонтального кута

Під час вимірювання кута потрібно закріпити лімб і відкріпивши алідаду, навести на точку **B**. Закріпити алідаду і навідними гвинтами алідади і труби навести центр сітки ниток точно на центр марки в точці **B**. Перед точним наведенням центру ниток акуратно фокусують трубу щоб не було паралаксу сітки ниток. Наведення навідними гвинтами повинно закінчуватись на вгвинчування. Після наведення беруть відлік по лімбу **b** (рис. 2, а) і записують в журнал (табл. 2.1).

Відкріплюють алідаду, наводять зорову трубу на точку **A**, закріплюють алідаду і трубу, та навідними гвинтами на ввинчування наводять центр сітки ниток на марку на точці **A** і беруть відлік по лімбу **a**. Значення кута β отримують як різницю відліків: $\beta = a - b$. Описані дії складають один напівприйом.

Для контролю і для вилучення інструментальних помилок кут вимірюють двома напівприйомами.

Для виконання другого напівприйому лімб переставляють на $1-2^\circ$ і змінюють положення вертикального круга переводом труби через zenit.

Спостереження виконують в тій же послідовності, що і у першому напівприйомі.

Два напівприйоми, виконані при різних положеннях вертикального круга, складають один прийом.

Розбіжність у значеннях кутів з двох напівприймів не повинна перевищувати двійної точності відлікового засобу. Якщо розбіжність допустима, знаходять середнє значення кута.

Таблиця 2.1

Журнал вимірювання кутів способом прийомів

Дата *18 жовтня 2021 року*

Погода *ясно, слабкий вітер*

Час *7 год. 30 хв.*

Зображення *спокійне*

Теодоліт *2Т5К № 4798*

Видимість *добра*

| Точка стояння | Точка наведення | Круг | Відлік по лімба горизонтального круга | Величина кута | Середнє значення |
|---------------|-----------------|------|---------------------------------------|---------------|------------------|
| В | С | КЛ | 131°25.5' | 74°46.5' | 74°46.4' |
| | А | | 56°39.0' | | |
| | С | КП | 311°31.8' | 74°46.2' | |
| | А | | 236°45.6' | | |

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. В яких випадках застосовується спосіб прийомів?
2. Послідовність дій на станції
3. Скільки всього відліків потрібно взяти при вимірюванні кута способом прийомів.
4. Порядок опрацювання результатів вимірів в журналі.

Лабораторна робота №3

Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі. Знесення координат з вершини знака на землю

Мета: Навчитися прив'язувати (з контролем) та обчислювати координати точок знімальних ходів та мереж до недоступних пунктів вищих класів.

Прилади та приладдя: калькулятор (комп'ютер).

Завдання: розглянути випадок, коли пункт недоступний для лінійних, та для кутових вимірювань.

Теоретичні відомості

При прив'язці полігонометричного (теодолітного) ходу до пункту триангуляції, на якому не можна встановити прилад, вибирають на землі поблизу цього пункту A (на відстані 50-100 м від нього) точку P в такому місці, щоб, крім пункту A було видно два віддалені пункти вихідної мережі B і C (один з них необхідний для контролю) і зручно було виміряти два бази для визначення неприступної відстані AP (рис. 3.1).

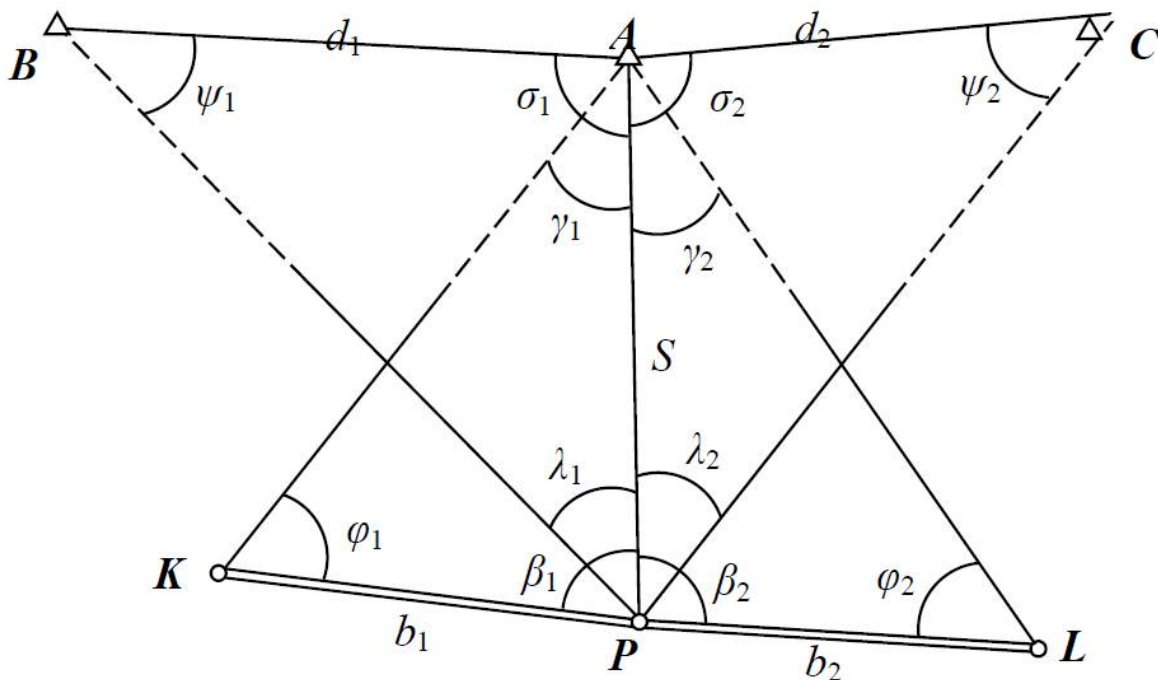


Рис. 3.1. Знесення координат з вершини знака на землю

Визначити координати пункту $P(xP, yP)$, якщо відомі координати пунктів A, B, C , виміряні кути $\beta_1, \phi_1, \lambda_1, \beta_2, \phi_2, \lambda_2$ та базиси b_1, b_2 .

Пункт A недоступний для безпосередніх вимірювань.

Визначити координати пункту P , отриманого методом знесення координат з вершини знака на землю, за даними, наведеними у табл. 3.1 та 3.2.

Зробити оцінку точності визначення положення пункту P , якщо $m_{b/b} = 1/20\ 000$; $m_\varphi = m_\beta = 3,5''$; $m_\lambda = 2,5''$.

Таблиця 3.1

ВИХІДНІ ДАНІ
до виконання лабораторної роботи №3

| Варіант | Координати пункту A , м | | Кути | |
|---------|---------------------------|----------|-------------|-------------|
| | x | y | λ_1 | λ_2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 4359,238 | 7271,904 | 42°03'24'' | 91°16'55'' |
| 2 | 4359,238 | 7272,902 | 42°01'51'' | 91°17'20'' |
| 3 | 4359,238 | 7273,903 | 42°00'19'' | 91°17'46'' |
| 4 | 4361,240 | 7267,897 | 42°13'45'' | 91°19'02'' |
| 5 | 4363,242 | 7267,897 | 42°17'56'' | 91°22'51'' |
| 6 | 4365,244 | 7267,897 | 42°22'07'' | 91°26'40'' |
| 7 | 4367,246 | 7267,897 | 42°26'18'' | 91°30'29'' |
| 8 | 4359,238 | 7266,896 | 42°11'07'' | 91°14'48'' |
| 9 | 4359,238 | 7264,894 | 42°14'12'' | 91°13'57'' |
| 10 | 4359,238 | 7262,892 | 42°17'17'' | 91°13'06'' |
| 11 | 4359,238 | 7261,890 | 42°15'36'' | 91°11'10'' |
| 12 | 4367,246 | 7267,897 | 42°26'30'' | 91°30'40'' |
| 13 | 4361,233 | 7267,887 | 42°13'30'' | 91°19'10'' |
| 14 | 4359,242 | 7266,898 | 42°11'10'' | 91°14'39'' |
| 15 | 4361,240 | 7267,969 | 42°13'50'' | 91°19'06'' |
| 16 | 4360,032 | 7271,619 | 42°03'08'' | 91°16'22'' |
| 17 | 4358,818 | 7272,804 | 42°01'01'' | 91°17'05'' |
| 18 | 4359,097 | 7274,525 | 42°00'48'' | 91°17'57'' |
| 19 | 4361,896 | 7268,331 | 42°13'00'' | 91°19'25'' |
| 20 | 4363,864 | 7267,163 | 42°17'20'' | 91°22'11'' |
| 21 | 4365,485 | 7267,915 | 42°22'33'' | 91°26'24'' |
| 22 | 4367,152 | 7268,588 | 42°26'41'' | 91°30'04'' |
| 23 | 4359,328 | 7265,936 | 42°11'29'' | 91°14'14'' |
| 24 | 4358,408 | 7265,156 | 42°14'50'' | 91°13'41'' |
| 25 | 4358,942 | 7263,695 | 42°17'57'' | 91°13'29'' |
| 26 | 4359,987 | 7262,661 | 42°15'03'' | 91°11'27'' |
| 27 | 4367,985 | 7268,663 | 42°26'09'' | 91°30'56'' |
| 28 | 4361,713 | 7268,598 | 42°13'10'' | 91°19'38'' |
| 29 | 4359,818 | 7266,950 | 42°11'44'' | 91°14'56'' |
| 30 | 4361,706 | 7267,148 | 42°13'20'' | 91°19'44'' |

Таблиця 3.2

| Назва пункту | Координати, м | | № трикутника | φ | β | b , м |
|--------------|---------------|----------|--------------|------------|------------|---------|
| | x | y | | | | |
| <i>B</i> | 5084,508 | 8319,611 | 1 | 43°15'23'' | 84°50'45'' | 75,000 |
| <i>C</i> | 3912,423 | 8976,204 | 2 | 61°28'31'' | 64°42'42'' | 60,000 |

Хід роботи

Для вирішення задачі вимірюють базиси b_1 і b_2 та шість кутів β_1 , φ_1 , λ_1 , β_2 , φ_2 , λ_2 , причому другий базис та кути при ньому використовують для контролю визначення відстані AP та підвищення точності отримання остаточного значення, а кут λ_2 – для контролю правильності проведених вимірювань, виписки вихідних даних та підвищення точності визначення остаточних значень координат точки P (якщо їх одержують за результатами рішень двох варіантів задачі).

Розглянемо розв'язання задачі за етапами:

1. Обчислення дирекційних кутів α_{AB} , α_{AC} та відстаней $AB=d_1$, $AC=d_2$.

Маючи координати пунктів A та B , обчислюють дирекційний кут, $AB=d_1$, $AC=d_2$.

$$\alpha_{AB} = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

і відстань $AB = d_1$:

$$d_1 = \frac{Y_B - Y_A}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{X_B - X_A}{\cos \alpha_{AB}}$$

Якщо отримані значення d відрізняються на дві одиниці останнього знака, то за остаточне сприймають середнє арифметичне.

Так само визначають дирекційний кут α_{AC} та відстань AC . Іноді дирекційні кути α_{AB} , α_{AC} та відстані AB , AC не доводиться обчислювати, оскільки вони відомі з матеріалів вихідної геодезичної мережі.

2. Обчислення відстані $AP = S$.

Недоступну відстань $AP = S$ визначають двічі:

$$S_1 = \frac{b_1 \sin \varphi_1}{\sin \gamma_1} \quad \text{і} \quad S_2 = \frac{b_2 \sin \varphi_2}{\sin \gamma_2}$$

де $\gamma_1 = 180^\circ - (\varphi_1 + \beta_1)$, $\gamma_2 = 180^\circ - (\varphi_2 + \beta_2)$.

Різниця $|S_1 - S_2|$ не повинна перевищувати $2S \frac{1}{T}$, де $\frac{1}{T}$ гранична відносна похибка вимірювання базисів b та b_1 .

За остаточне значення відстані AP приймають середнє арифметичне значення

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2}$$

3. Обчислення дирекційного кута α_{AP} .

Обчислюючи трикутники АВР та АСР, знаходять

$$\psi_1 = \arcsin \frac{S \sin \lambda_1}{d_1} \quad \text{та} \quad \psi_2 = \arcsin \frac{S \sin \lambda_2}{d_2}$$

Потім обчислюють допоміжні кути σ_1 та σ_2 :

$$\sigma_1 = 180^\circ - (\lambda_1 + \psi_1), \quad \sigma_2 = 180^\circ - (\lambda_2 + \psi_2).$$

За цими кутами визначають два значення дирекційного кута α_{AP} :

$$\alpha_{AP1} = \alpha_{AB} + \sigma_1, \quad \alpha_{AP2} = \alpha_{AC} + \sigma_2.$$

Розбіжність між значеннями α_{AP1} і α_{AP2} має задовільнити нерівності

$$w = |\alpha_{AP1} - \alpha_{AP2}| < 6m_\beta,$$

де m_β – середня квадратична похибка виміру кута.

4. Обчислення координат точок P .

На відстані $AP = S$ та дирекційному куті α_{AP} знаходять прирости координат:

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_1 &= S \cos \alpha_{AP1}; & \Delta Y_1 &= S \sin \alpha_{AP1} \\ \Delta X_2 &= S \cos \alpha_{AP2}; & \Delta Y_2 &= S \sin \alpha_{AP2} \end{aligned} \right\}$$

Потім обчислюють координати точки P :

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_A + \Delta X_1; & Y_1 &= Y_A + \Delta Y_1 \\ X_2 &= X_A + \Delta X_2; & Y_2 &= Y_A + \Delta Y_2 \end{aligned} \right\}$$

Отримані з двох рішень значення координат не повинні відрізнятись більше, ніж величину $\frac{w}{\rho} S$.

За остаточні значення координат набувають середні арифметичні значення:

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2}; \quad Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

5. Оцінка точності.

Оцінка точності при вирішенні даного завдання полягає в отриманні квадратичної помилки обчислених елементів: лінії S , дирекційного кута α_{AP} та положення пункту P . Для цього необхідно мати показники точності визначення вихідних даних, тобто величин m_b , m_β , m_φ , m_λ . За цими параметрами і результатами вимірювання необхідно отримати m_S , $m_{\alpha_{AP}}$, m_{XP} , m_{YP} . Для отримання середньої квадратичної помилки лінії S , при умові, що кути виміряні рівноточно, тобто $m_\beta = m_\varphi$, можна використати формулу:

$$m_S^2 = \left(\frac{m_b}{b} \right)^2 S^2 + \left((\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg}(\beta + \varphi))^2 + \operatorname{ctg}^2(\beta + \varphi) \right) \frac{m_\beta^2}{\rho^2} S^2$$

Формула буде справедлива для оцінки точності як сторони S_1 так і сторони S_2 . Тому середня квадратична помилка середнього значення сторони S_{cp} буде

$$m_S = \sqrt{m_{S1}^2 + m_{S2}^2}$$

Для визначення середньої квадратичної помилки дирекційного кута α_{AP} скористаємося формулою його визначення

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \sigma_1$$

Оскільки дирекційний кут сторони АВ можна вважати безпомилковим (дирекційний кут сторони вищих класів), то

$$m_{\alpha_{AP}} = m_{\sigma}.$$

У свою чергу, кут σ обчислений через вимірний кут λ , тому формула набуде вигляду

$$m_{\alpha_{AP}} = m_{\lambda}.$$

Середнє значення середньої квадратичної помилки дирекційного кута α_{AP} , отриманого двічі, буде

$$M_{\alpha_{AP}} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{\lambda}^2} = 0,71 m_{\lambda}.$$

Квадрат середньої квадратичної помилки положення пункту буде сумою квадратів середніх квадратичних помилок приростів координат (координати вихідних пунктів вважаємо безпомилковими):

$$m_P^2 = m_{\Delta x}^2 + m_{\Delta y}^2;$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= S \cos \alpha_{AP} \\ \Delta y &= S \sin \alpha_{AP} \end{aligned} \right\}.$$

Переходячи до середніх квадратичних помилок, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} m_{\Delta x}^2 &= \cos^2 \alpha \cdot m_S^2 + S^2 \sin^2 \alpha \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \\ m_{\Delta y}^2 &= \sin^2 \alpha \cdot m_S^2 + S^2 \cos^2 \alpha \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \end{aligned} \right\}$$

$$m_P^2 = m_S^2 + S^2 \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2}.$$

В результаті виконання завдання студент надає:

- розрахунки визначення координат точки Р;
- оцінку точності обчислених координат.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. В яких випадках доцільно використовувати знесення координат на землю?
2. Чому потрібно вимірювати саме дві сторони b_1 та b_2 , а не одну?
3. Як обчислити кут при недоступній точці?
4. Запишіть формули, за якими координати точки Р?
5. Як виконати контроль правильності визначення координат точки Р?
6. За якою формулою визначається СКП положення пункту Р?
7. Запишіть формулу для визначення СКП обчисленої сторони (з одного трикутника).
8. Як обчислити M_s – СКП середнього значення вирахованої лінії S?

Лабораторна робота №4
Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі.
Пряма багаторазова засічка

Мета: Навчитися визначати координати недоступної точки
Прилади та приладдя: калькулятор (комп'ютер).

Вимоги до точності: кути обчислюються до $1''$, відстані до 0,001м.
Вихідні дані в залежності від варіанту вибираються з таблиці 4.3
Обчислення виконують у таблиці 4.4

Теоретичні відомості

1. Суть прямої кутової засічки

Прямою кутовою засічкою називають побудову на місцевості, в якій координати невідомого пункту P визначають за координатами вихідних пунктів A і B та вимірними на цих пунктах кутами A і B (рис. 4.1)

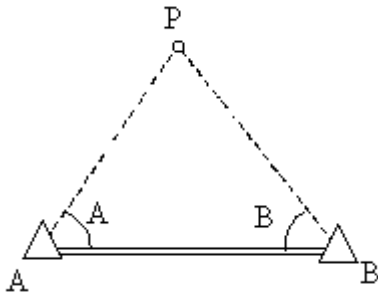


Рис.4.1 Пряма одноразова засічка

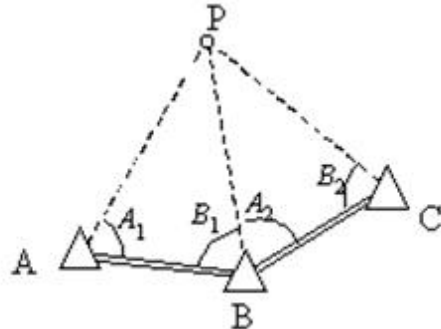


Рис.4.2 Пряма багаторазова засічка

Засічку, показану на рис.4.1 називають прямою одноразовою засічкою.

В прямій одноразовій засічці відсутній контроль вимірних кутів, отже координати пункту P також визначаються безконтрольно.

На рис. 4.2 показаний випадок, коли пункт P визначається за координатами трьох вихідних пунктів T_1, T_2 і T_3 та вимірними на цих пунктах кутами A_1, B_1 та A_2, B_2 .

Таку засічку називають багаторазовою.

Пряма багаторазова засічка фактично являє собою дві одноразових засічки, які можуть бути розв'язані окремо, а отже, координати пункту P будуть знайдені з контролем.

Інструкція [1] дозволяє застосування лише багаторазової засічки.

2. Формули для обчислення координат пункту P із прямої одноразової засічки

Отримаємо формули для визначення координат пункту P із прямої одноразової засічки.

З трикутника ABP запишемо:

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= S \cos \alpha_{AP} \\ Y_P - Y_A &= S_{AP} \sin \alpha_{AP} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

де дирекційний кут

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - A, \quad (4.2)$$

причому дирекційний кут α_{AB} може бути знайдений за координатами пунктів А і В з розв'язання оберненої геодезичної задачі.

Підставимо (4.2) в (4.1).

Матимемо

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= S_{AP} \cos(\alpha_{AB} - A) \\ Y_P - Y_A &= S_{AP} \sin(\alpha_{AB} - A) \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

або

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= S_{AP} (\cos \alpha_{AB} \cos A + \sin \alpha_{AB} \sin A) \\ Y_P - Y_A &= S_{AP} (\sin \alpha_{AB} \cos A - \cos \alpha_{AB} \sin A) \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Але

$$\cos \alpha_{AB} = \frac{X_B - X_A}{S_{AB}}, \quad (4.5)$$

$$\sin \alpha_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{S_{AB}}. \quad (4.6)$$

Підставимо вирази (4.5) і (4.6) в (4.4).

Отримаємо

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= S_{AP} \frac{(X_B - X_A) \cos A + (Y_B - Y_A) \sin A}{S_{AB}} \\ Y_P - Y_A &= S_{AP} \frac{(Y_B - Y_A) \cos A - (X_B - X_A) \sin A}{S_{AB}} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

В правих частинах виразів (4.7) винесемо $\sin A$ за дужки:

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= \frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A \left(\frac{X_B - X_A}{\sin A} \cos A + Y_B - Y_A \right) \\ Y_P - Y_A &= \frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A \left(\frac{Y_B - Y_A}{\sin A} \cos A - X_B + X_A \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Замінімо вираз $\frac{\cos A}{\sin A}$ через $\operatorname{ctg} A$ і отримаємо

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= \frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A (X_B - X_A) \operatorname{ctg} A + Y_P - Y_A \\ Y_P - Y_A &= \frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A (Y_B - Y_A) \operatorname{ctg} A - X_B + X_A \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

З трикутника АВР за теоремою синусів запишемо

$$\frac{S_{AP}}{S_{AB}} = \frac{\sin B}{\sin(A+B)} \quad (4.10)$$

Скористаємося формулою для синуса суми кутів:

$$\frac{S_{AP}}{S_{AB}} = \frac{\sin B}{\sin A \cos B + \cos A \sin B}$$

Домножимо обидві частини цієї рівності на $\sin A$

$$\frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A = \frac{\sin B \sin A}{\sin A \cos B + \cos A \sin B}$$

Поділимо чисельник і знаменник правої частини на $\sin B \sin A$.
Отримаємо

$$\frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A = \frac{1}{\operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} A} \quad (4.11)$$

Підставимо значення $\frac{S_{AP}}{S_{AB}} \sin A$ в формули (4.11):

$$\left. \begin{aligned} X_P - X_A &= \frac{(X_B - X_A) \operatorname{ctg} A + Y_B - Y_A}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \\ Y_P - Y_A &= \frac{(Y_B - Y_A) \operatorname{ctg} A - X_B + X_A}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

звідки остаточно запишемо

$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + \frac{(X_B - X_A) \operatorname{ctg} A + (Y_B - Y_A)}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \\ Y_P &= Y_A + \frac{(Y_B - Y_A) \operatorname{ctg} A - (X_B + X_A)}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Формули (4.13) називають формулами котангенсів або формулами Юнга.

Звертаємо увагу, що формулу (4.13) можна застосовувати у випадку, коли пункт А — лівий, пункт В — правий (див. рис. 4.1) та коли між пунктами А і В існує видимість.

Якщо ж видимість між пунктами А і В відсутня, але існує можливість передачі на напрямки АР і ВР дирекційних кутів α_{AP} і α_{BP} з інших напрямків планової мережі, наприклад, як показано на рис.4.3,

$\alpha_{AP} = \alpha_{AP} + \beta_1$ і $\alpha_{BP} = \alpha_{BP} + \beta_2$, тоді для знаходження координат пункту **P** застосовують формули Гауса, які ми наводимо без доведення

$$\begin{aligned}
 X_P &= X_A + \frac{X_A \operatorname{tg} \alpha_{BP} - X_B \operatorname{tg} \alpha_{AP} + Y_B - Y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} \\
 X_P &= X_B + \frac{X_A \operatorname{tg} \alpha_{AP} - X_B \operatorname{tg} \alpha_{BP} + Y_B - Y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} \\
 Y_P &= Y_A + (X_P - X_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP} \\
 Y_P &= Y_B + (X_P - X_B) \operatorname{tg} \alpha_{BP}
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

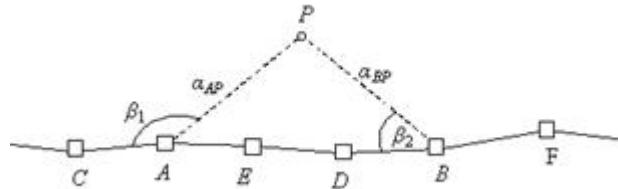


Рис.4.3. Випадок прямої одноразової засічки, коли між пунктами А і В відсутня видимість

3. Проектування прямих засічок

Як було сказано раніше, Інструкція [1] дозволяє застосування лише багаторазових засічок. Тому проектують пряму засічку точки P як мінімум з трьох пунктів A , B і C , які мають знаходитись на віддальх 0,3-5 км від точки P (див.рис.4.2), при цьому $\angle APB$ та $\angle BPC$ мають бути не меншим 30° і не більшим 150° .

Оцінку проекту пункта P , визначеного із такої засічки можна виконати таким чином.

Спочатку визначають очікувану середню квадратичну помилку в положенні пункта P з прямої одноразової засічки з пунктів A і B

$$M_1 = \frac{m_p \sqrt{S_{AP}^2 + S_{BP}^2}}{\sin^2 \angle APB}, \tag{4.15}$$

а потім з прямої одноразової засічки з пунктів B і C за формулою

$$M_2 = \frac{m_p \sqrt{S_{BP}^2 + S_{CP}^2}}{\sin^2 \angle BPC}, \tag{4.16}$$

після чого обчислюють середнє вагове з двох значень

$$M^2 = \frac{M_1^2 \cdot M_2^2}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2}}. \tag{4.17}$$

Оскільки середні квадратичні помилки в положенні предметів і контурів на плані не повинні лежати в межах 0.5 мм в масштабі плану, то середні квадратичні помилки пунктів знімальної основи мають бути принаймні в 2–2.5 рази меншими, тобто 0.2 мм в масштабі плану. Для знімань в масштабі 1:5000, координати пункта P повинні визначатися з прямої засічки з середньою квадратичною помилкою M не більшою 1.0 м, в масштабі 1:2000 не більшою 0.4 м, а в масштабі 1:1000 — не більшою 0.2 м.

Детальний аналіз формул (4.15) і (4.16) показує, що найбільш сприятливими випадками прямої засічки є такі, коли $\angle APB$ та $\angle BPC$ складають майже 90° , $\angle A_1 \geq \angle B_1$, $\angle A_2 \geq \angle B_2$. Чим коротші віддалі AP , BP і CP , тим точнішим буде визначення координат пункту P .

4. Польові виміри

Кутові виміри в польовій багаторазовій засічці виконують теодолітами Т30, 2Т30, 2Т30П або їм рівноточними. При цьому застосовують спосіб колових прийомів, якщо вимірюється три напрямки, наприклад в точці B , або спосіб окремого кута, якщо вимірюється два напрямки, наприклад, в точках A або C (рис.4.2). Кути або напрямки вимірюють двома прийомами з перестановкою лімба між прийомами на $180^\circ/2=90^\circ$. Різниця в кутах або напрямках, отриманих з двох прийомів, не повинні перевищувати $45''$.

5. Обчислення координат пункту P

Обчислення координат пункту P виконують з двох одноразових прямих засічок за формулами Юнга (4.13) або Гаусса (4.14).

Різниця в координатах X_P та Y_P , отриманих із двох одноразових засічок, не повинні перевищувати величини $2m$ для зніманих в масштабі 1: 5 000, $0.8m$ для зніманих в масштабі 1:2000 і $0.4m$ для зніманих в масштабі 1:1000.

За остаточне значення X_P та Y_P беруть середнє арифметичне із двох варіантів засічок.

Приклад обчислення.

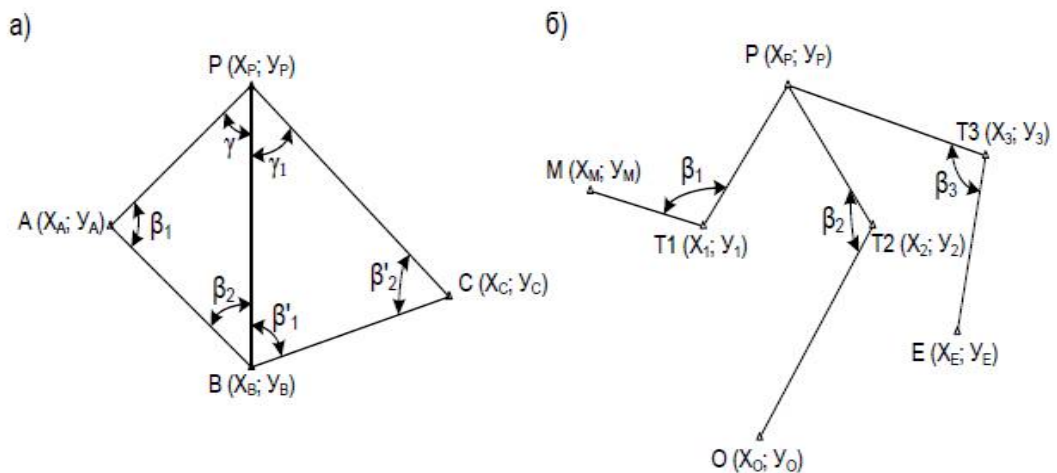


Рис.4.4 Схема прямої куткової засічки

Пунктами, які визначаються, можуть бути предмети, що знаходяться над місцевістю: труби, антени, блискавковідводи або нові пункти, які закладають на місцевості.

Для визначення положення пункту використовують різні вихідні дані. Це залежить від наявності видимості між вихідними пунктами.

Якщо видимість є, то координати пункту (P) визначаються за координатами двох вихідних пунктів A , B та двома вимірними кутами при

вихідних пунктах β_1 і β_2 (рис.4.4а). Для вирішення такої задачі використовують формули Юнга.

Якщо видимість відсутня, координати пункту (**P**) визначаються за координатами двох вихідних пунктів **T1** та **T2**, двома вихідними дирекційними кутами α_{M-T1} та α_{O-T2} та двома вимірними кутами β_1 і β_2 при вихідних пунктах (рис.4.4б). У цьому випадку для визначення координат пункту, який визначаємо, застосовують формули Гауса.

6. Визначення планових координат пункту за формулами Юнга

При визначенні планових координат пункту необхідно дотримуватись певного порядку нумерації вихідних пунктів. Якщо стати посередині лінії між вихідними пунктами, обличчям до пункту **P**, який визначаємо, то вихідний пункт, що зліва буде першим, а праворуч - другим.

При виконанні цієї роботи слід виконувати наступну умову:

- кути між вихідним напрямком та напрямком від вихідних пунктів на визначуваний пункт має бути не менше 30° .

Координати пункту **P**, який визначаємо, обчислюються за формулами:

$$X'_P = \frac{X_A \operatorname{ctg} \beta_2 - Y_A + X_B \operatorname{ctg} \beta_1 + Y_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} = \frac{K}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}$$

$$Y'_P = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + X_A + Y_B \operatorname{ctg} \beta_1 - X_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} = \frac{\theta}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}$$

де X_A, Y_A, X_B, Y_B – координати пунктів А і В;

β_1 – вимірний кут між вихідним напрямком АВ та напрямком АР, який визначаємо;

β_2 – вимірний кут між вихідним напрямком АВ та напрямком ВР, який визначаємо.

Для контролю правильності визначення координат пункту **P** вводять третій пункт С та вимірюють кути β'_1, β'_2 .

У другому рішенні використовують формули:

$$X''_P = \frac{X_B \operatorname{ctg} \beta'_2 - Y_B + X_C \operatorname{ctg} \beta'_1 + Y_C}{\operatorname{ctg} \beta'_1 + \operatorname{ctg} \beta'_2} = \frac{K}{\operatorname{ctg} \beta'_1 + \operatorname{ctg} \beta'_2}$$

$$Y''_P = \frac{Y_B \operatorname{ctg} \beta'_2 + X_B + Y_C \operatorname{ctg} \beta'_1 - Y_C}{\operatorname{ctg} \beta'_1 + \operatorname{ctg} \beta'_2} = \frac{\theta}{\operatorname{ctg} \beta'_1 + \operatorname{ctg} \beta'_2}$$

де X_B, X_C, Y_C, Y_C - координати пунктів В і С;

β_1 – вимірний кут між вихідним напрямком ВС та напрямком ВР, який визначаємо;

β_2 – вимірний кут між вихідним напрямком ВС та напрямком СР, який визначаємо.

Приклад обчислення планових координат пункту для першого варіанту наведено нижче (табл.4.1, 4.2)

1 розв'язок

Таблиця 4.1

| | | | |
|---------------------|---------|-----------------------------|-------------|
| X_A | 998,494 | β_1 | 49° 02' 36" |
| Y_A | 646,537 | $ctg \beta_1$ | 0,867959 |
| X_B | 932,319 | β_2 | 73° 47' 19" |
| Y_B | 973,055 | $ctg \beta_2$ | 0,290742 |
| $X_{A ctg \beta_2}$ | 290,304 | $ctg \beta_1 + ctg \beta_2$ | 1,158701 |
| $X_{B ctg \beta_1}$ | 809,215 | K_1 | 1426,037 |
| $Y_{A ctg \beta_2}$ | 187,976 | X'_p | 1230,720 |
| $Y_{B ctg \beta_1}$ | 844,572 | θ | 1098,723 |
| | | Y'_p | 948,237 |

2 розв'язок

Таблиця 4.2

| | | | |
|----------------------|----------|-------------------------------|-------------|
| X_B | 932,319 | β'_1 | 59° 27' 32" |
| Y_B | 973,055 | $ctg \beta'_1$ | 0,590012 |
| X_C | 1130,844 | β'_2 | 53° 24' 36" |
| Y_C | 1253,511 | $ctg \beta'_2$ | 0,742395 |
| $X_{B ctg \beta'_2}$ | 692,149 | $ctg \beta'_1 + ctg \beta'_2$ | 1,332407 |
| $X_{C ctg \beta'_1}$ | 667,212 | K_1 | 1639,817 |
| $Y_{B ctg \beta'_2}$ | 722,391 | X''_p | 1230,718 |
| $Y_{C ctg \beta'_1}$ | 739,586 | θ | 1263,452 |
| | | Y''_p | 948,248 |

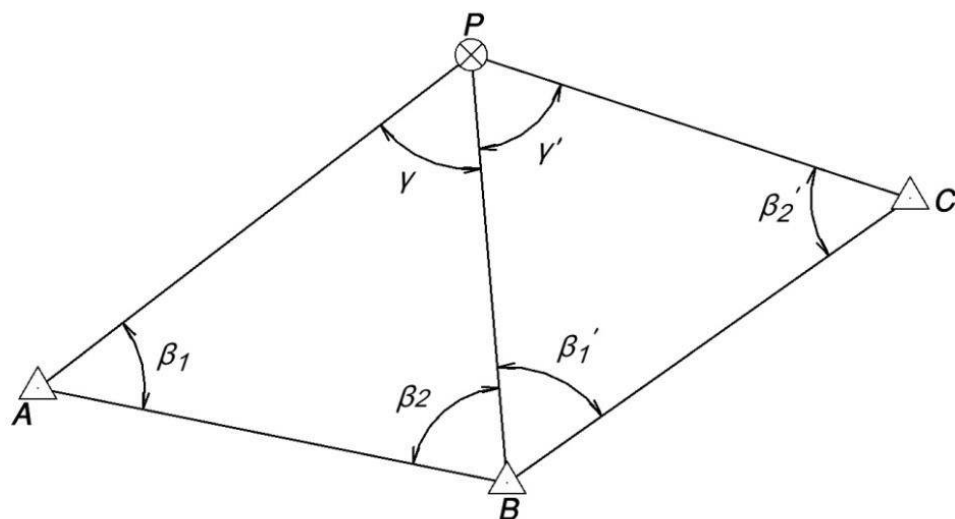


Рис.4.5 Схема прямої кутової засічки до 1 варіанту

7. Оцінка точності положення визначеного пункту Р прямою кутовою засічкою

Розбіжність, отримана між першим та другим рішенням, має задовольняти нерівність:

$$r = \sqrt{(X'_P - X''_P)^2 + (Y'_P - Y''_P)^2} \leq 3M_r$$

$$r = \sqrt{(1230,720 - 1230,718)^2 + (948,237 - 948,248)^2} = \pm 0,011 \text{ м}$$

де - X'_P, Y'_P, X''_P, Y''_P координати пункту Р, відповідно отримані з першого та другого рішень.

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$M_r \sqrt{0,028^2 + 0,023^2} = \pm 0,033 \text{ м.}$$

де M_1, M_2 - середні квадратичні похибки положення пункту Р, визначені з першого та другого рішень.

Їхній розрахунок проводиться за формулами:

$$M_1 = \pm \frac{m_\beta}{\rho \sin \gamma} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$$

$$M_1 = \pm \frac{10''}{206265'' \sin 57^\circ 10' 05''} \sqrt{380,728^2 + 299,430^2} = \pm 0,028 \text{ м}$$

$$M_2 = \pm \frac{m_\beta}{\rho \sin \gamma_1} \sqrt{S_2^2 + S_3^2}$$

$$M_2 = \pm \frac{10''}{206265'' \sin 67^\circ 02' 52''} \sqrt{321,192^2 + 299,430^2} = \pm 0,023 \text{ м}$$

де m_β - середня квадратична похибка виміру кута, її величина приймається в залежності від приладу, що використовується для вимірювання кутів, сек.;

$m_\beta = 10''$ - для прикладу, що розглядається;

$\rho = 206265''$;

γ, γ_1 - значення кутів при вершині кута Р відповідно в першому та другому рішеннях;

$$\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2);$$

$$\gamma = 180^\circ - (49^\circ 02' 36'' + 73^\circ 47' 19'') = 57^\circ 10' 05'',$$

$$\gamma_1 = 180^\circ - (\beta'_1 + \beta'_2),$$

$$\gamma_1 = 180^\circ - (59^\circ 27' 32'' + 53^\circ 24' 36'') = 67^\circ 07' 52'';$$

S_1, S_2, S_3 - відстані від вихідних пунктів, відповідно від А, В, до визначеного пункту Р, їх значення обчислюються за збільшенням координат між пунктами, м.

$$S_1 = \sqrt{\Delta X_{AP}^2 + \Delta Y_{AP}^2};$$

$$S_1 = \sqrt{(1230,719 - 998,494)^2 + (948,241 - 646,557)^2} = 380,728 \text{ м.}$$

Для обчислень використані середні значення координат із двох рішень.

$$S_2 = \sqrt{\Delta X_{BP}^2 + \Delta Y_{BP}^2};$$

$$S_2 = \sqrt{(1230,719 - 932,319)^2 + (948,241 - 973,055)^2} = 299,430\text{м},$$

$$S_3 = \sqrt{\Delta X_{CP}^2 + \Delta Y_{CP}^2}.$$

$$S_3 = \sqrt{(1230,719 - 1130,844)^2 + (948,241 - 1253,511)^2} = 321,191\text{м}.$$

$$r \leq 3M_r, 0,011\text{м} \leq 3 \times 0,033\text{м}$$

Отже, визначення координат пункту Р виконано правильно.

Середні значення координат із двох рішень:

$$X_P = 719,1230 \text{ м}$$

$$Y_P = 242,94 \text{ м}$$

8. Визначення планових координат пункту за формулами Гауса

За відсутності видимості між вихідними пунктами Т1, Т2, Т3 (рис. 4.4б) координати пункту Р обчислюються за формулами Гауса.

Для контролю правильності знаходження координат пункту Р використовується додатковий твердий пункт Т3 та вимірюється β_3 від вихідного напрямки α_{E-T3} . Виміряні кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ повинні бути не менше 30° і не більше 150° .

1 розв'язок

$$X_P - X_1 = \frac{(Y_2 - Y_1) - (X_2 - X_1) \times \text{tg}\alpha_2}{\text{tg}\alpha_1 - \text{tg}\alpha_2} = \frac{A}{K};$$

$$X_P - X_2 = \frac{(Y_2 - Y_1) - (X_2 - X_1) \times \text{tg}\alpha_1}{\text{tg}\alpha_1 - \text{tg}\alpha_2} = \frac{B}{K};$$

$$Y_P - Y_1 = (X_P - X_1) \times \text{tg}\alpha_1;$$

$$Y_P - Y_2 = (X_P - X_2) \times \text{tg}\alpha_2;$$

$$X_P = X_1 + (X_P - X_1);$$

$$X_P = X_2 + (X_P - X_2);$$

$$Y_P = Y_1 + (Y_P - Y_1);$$

$$Y_P = Y_2 + (Y_P - Y_2).$$

2 розв'язок

$$X_P - X_2 = \frac{(Y_3 - Y_2) - (X_3 - X_2) \times \text{tg}\alpha_3}{\text{tg}\alpha_2 - \text{tg}\alpha_3} = \frac{A}{K};$$

$$X_P - X_3 = \frac{(Y_3 - Y_2) - (X_3 - X_2) \times \text{tg}\alpha_2}{\text{tg}\alpha_2 - \text{tg}\alpha_3} = \frac{B}{K};$$

$$Y_P - Y_2 = (X_P - X_2) \times \text{tg}\alpha_2;$$

$$Y_P - Y_3 = (X_P - X_3) \times \text{tg}\alpha_3;$$

$$X_P = X_2 + (X_P - X_2);$$

$$X_P = X_3 + (X_P - X_3);$$

$$Y_P = Y_2 + (Y_P - Y_2);$$

$$Y_P = Y_3 + (Y_P - Y_3);$$

де $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3$ – координати твердих пунктів відповідно до T_1, T_2, T_3 .
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – дирекційні напрямки відповідно T_1P, T_2P, T_3P , які обчислюються за формулами:

$$\alpha_1 = \alpha_{M-T_1} + \beta_1 \pm 180^0;$$

$$\alpha_2 = \alpha_{O-T_2} + \beta_2 \pm 180^0;$$

$$\alpha_3 = \alpha_{F-T_3} + \beta_3 \pm 180^0;$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ виміряні ліві кути відповідно на пунктах T_1, T_2, T_3 .

Оцінка точності виконується за наведеними вище формулами.

Слід звернути увагу на те, що кути γ і γ_1 (рис. 4.4б) при пункті **P** невідомі, їх необхідно обчислити за формулами:

$$\gamma = (\alpha_1 \pm 180^0) - (\alpha_2 \pm 180^0),$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – дирекційні напрямки відповідно T_1P, T_2P, T_3P ,

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Яку мінімальну кількість напрямків повинна мати пряма засічка, щоб вона вважалась багаторазовою?
2. В яких межах має бути кут при точці, що визначається і яке його оптимальне значення?
3. Чи існує контроль обчислень в однократній прямій засічці?
4. В яких одиницях отримують поправки при зрівноваженні багаторазової засічки?
5. За якою формулою визначаються поправки у дирекційні кути?
6. Наведіть формули для оцінки точності.
7. Як обчислити ваги точки, координати якої визначаємо?

ЗАВДАННЯ: Визначити координати пункту *P*, отриманого із прямої багаторазової засічки (рис. 4.5), та виконати оцінку точності за даними наведеними в таблиці 4.3

ВИХІДНІ ДАНІ: До виконання лабораторної роботи №4

Таблиця 4.3

| № ва- ріанта | Координати | | | | | | Виміряні кути | | | |
|-----------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|-----------|------------|-------------|
| | А | | В | | С | | β_1 | β_2 | β_1' | β_2'' |
| | Х | У | Х | У | Х | У | ° ' " | ° ' " | ° ' " | ° ' " |
| 1 | 998,494 | 646,537 | 932,319 | 973,055 | 1130,844 | 1253,511 | 49 02 28 | 73 47 26 | 59 27 31 | 53 24 29 |
| 2 | 926,123 | 323,963 | 623,993 | 481,654 | 673,931 | 881,174 | 54 44 46 | 58 23 05 | 52 03 16 | 49 53 43 |
| 3 | 524,132 | 683,855 | 413,061 | 820,317 | 470,422 | 976,754 | 44 47 16 | 60 22 25 | 60 20 56 | 47 16 24 |
| 4 | 1062,736 | 625,785 | 1020,004 | 770,388 | 1121,367 | 888,033 | 50 54 53 | 60 44 53 | 62 02 26 | 49 07 52 |
| 5 | 1053,317 | 514,526 | 859,547 | 593,256 | 884,416 | 830,584 | 43 51 27 | 56 01 36 | 50 06 24 | 38 01 56 |
| 6 | 768,341 | 1035,067 | 831,415 | 1170,861 | 970,065 | 1134,079 | 62 00 39 | 50 07 59 | 49 55 32 | 64 44 08 |
| 7 | 1541,710 | 821,319 | 1386,479 | 738,940 | 1194,429 | 849,950 | 64 54 39 | 62 41 08 | 59 19 52 | 55 21 22 |
| 8 | 1126,321 | 853,566 | 982,942 | 948,546 | 1036,512 | 1130,790 | 62 17 10 | 55 02 22 | 52 06 06 | 57 56 51 |
| 9 | 845,373 | 1101,946 | 785,095 | 1281,708 | 962,323 | 1421,087 | 64 46 16 | 58 24 17 | 51 14 26 | 58 41 39 |
| 10 | 622,690 | 775,897 | 618,104 | 1032,402 | 823,537 | 1119,785 | 61 14 39 | 46 12 47 | 65 48 22 | 59 30 39 |
| 11 | 505,545 | 555,818 | 453,648 | 692,514 | 526,695 | 810,592 | 56 20 19 | 64 38 46 | 62 49 27 | 59 37 37 |
| 12 | 1011,056 | 628,455 | 943,151 | 794,282 | 1055,819 | 909,852 | 59 54 32 | 56 25 36 | 57 01 51 | 65 08 21 |
| 13 | 309,692 | 114,944 | 384,411 | 281,389 | 536,116 | 369,918 | 59 25 32 | 67 30 02 | 76 56 28 | 55 33 59 |
| 14 | 451,295 | 230,791 | 417,212 | 570,574 | 662,184 | 666,433 | 41 18 02 | 46 09 28 | 59 29 16 | 52 37 02 |
| 15 | 651,433 | 554,051 | 523,043 | 683,393 | 584,650 | 896,167 | 54 46 22 | 64 32 17 | 54 31 32 | 48 38 08 |
| 16 | 864,599 | 315,644 | 665,758 | 400,582 | 687,471 | 677,248 | 58 50 46 | 64 55 19 | 43 43 12 | 52 49 32 |
| 17 | 815,498 | 428,691 | 577,576 | 539,933 | 616,099 | 757,863 | 45 14 32 | 54 59 49 | 50 02 14 | 55 34 01 |
| 18 | 984,319 | 523,198 | 829,841 | 555,112 | 742,366 | 731,055 | 52 27 37 | 78 48 11 | 49 18 29 | 55 06 07 |
| 19 | 562,752 | 476,471 | 453,906 | 631,517 | 544,860 | 798,514 | 43 58 46 | 62 01 32 | 54 19 46 | 45 12 31 |
| 20 | 1340,026 | 756,196 | 1133,073 | 766,152 | 1017,443 | 962,371 | 52 26 12 | 71 07 51 | 52 07 52 | 55 32 51 |

| № ва- ріанта | Координати | | | | | | Виміряні кути | | | |
|-----------------|------------|---------|----------|----------|----------|----------|---------------|-----------|------------|-------------|
| | А | | В | | С | | β_1 | β_2 | β_1' | β_2'' |
| | Х | У | Х | У | Х | У | ° ' " | ° ' " | ° ' " | ° ' " |
| 21 | 743,795 | 620,237 | 623,721 | 845,311 | 721,372 | 997,381 | 42 14 18 | 49 50 47 | 69 22 16 | 53 10 18 |
| 22 | 1063,341 | 635,793 | 898,790 | 587,033 | 743,917 | 816,021 | 66 44 48 | 64 30 56 | 43 03 13 | 49 17 59 |
| 23 | 1070,926 | 831,239 | 1091,248 | 1050,706 | 1260,137 | 1103,264 | 52 01 12 | 55 40 07 | 56 54 37 | 63 09 29 |
| 24 | 785,827 | 478,166 | 652,408 | 487,692 | 554,446 | 711,959 | 61 28 52 | 74 49 48 | 42 51 02 | 43 57 41 |
| 25 | 825,578 | 740,171 | 836,812 | 930,432 | 1021,579 | 1033,405 | 51 34 59 | 64 03 12 | 58 27 14 | 48 30 18 |
| 26 | 876,413 | 634,206 | 849,603 | 823,169 | 966,617 | 923,117 | 51 25 32 | 53 08 02 | 69 17 36 | 55 25 41 |
| 27 | 585,604 | 440,517 | 500,375 | 641,366 | 607,926 | 789,284 | 42 27 56 | 47 43 59 | 73 15 18 | 45 07 22 |
| 28 | 879,528 | 503,808 | 703,808 | 602,511 | 688,524 | 820,321 | 48 07 28 | 66 34 42 | 56 45 21 | 47 13 24 |
| 29 | 496,250 | 486,373 | 363,877 | 635,678 | 440,218 | 871,898 | 52 40 47 | 64 17 07 | 56 14 42 | 44 44 43 |
| 30 | 758,627 | 662,506 | 778,825 | 859,190 | 945,067 | 895,961 | 53 51 09 | 50 04 12 | 58 15 46 | 59 05 49 |

Лабораторна робота №5
Прив'язка полігонометрії до пунктів опорної геодезичної мережі.
Обернена багаторазова засічка

Мета: вивчити та оволодіти таким способом прив'язки - обернена кутова засічка

Прилади та приладдя: калькулятор (комп'ютер).

Вимоги до точності: кути обчислюються до $0,1''$, відстані до $0,001\text{м}$.
Вихідні дані в залежності від варіанту вибираються з дод. 1 та 2.

Теоретичні відомості

Суть оберненої кутової засічки

Оберненою кутовою засічкою називають таку побудову на місцевості, в якій координати невідомого пункту Р визначають за координатами трьох вихідних пунктів Т1, Т2, Т3 і вимірними на пункті Р кутами β_1 і β_2 на вихідні пункти (рис.5.1)

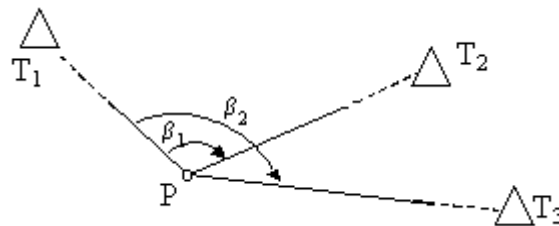


Рис. 5.1. Обернена одноразова засічка

Засічку, показану на рис. 5.1, називають оберненою одноразовою засічкою.

В оберненій одноразовій засічці відсутній контроль вимірних кутів β_1 і β_2 , а, отже, координати пункту Р також визначаються безконтрольно.

Якщо на пункті Р виміряти ще хоча б один додатковий напрямок на пункт Т4 з відомими координатами, то будемо мати обернену багаторазову засічку (рис.5.2).

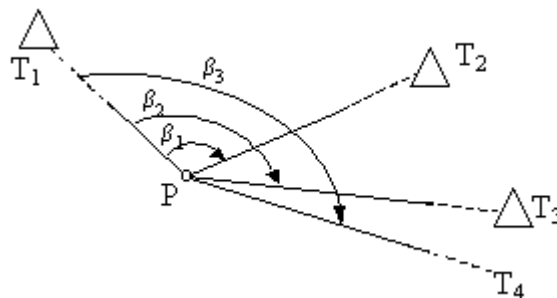


Рис.5.2. Обернена багаторазова засічка

Обернена багаторазова засічка фактично являє собою кілька одноразових засічок, які можуть бути розв'язані окремо, а отже координати пункту Р будуть знайдені з контролем. Кількість одноразових засічок дорівнює кількості комбінацій C_n^m :

$$C_4^3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{24}{6} = 4$$

Це такі варіанти засічок:

- 1) на пункти Т1, Т2, Т3;
- 2) на пункти Т1, Т2, Т4;
- 3) на пункти Т2, Т3, Т4;
- 4) на пункти Т1, Т3, Т4.

Інструкція [1] дозволяє застосовувати лише багаторазові засічки.

Формули для обчислення координат пункту Р із оберненої одноразової засічки

Задача визначення положення точки на площині за трьома відомими точками відома як *задача Потенота*. Відомо біля ста способів її розв'язання. Розглянемо один з найбільш простих і зручних способів, у якому застосовується формула Делаμβра.

Розглянемо рис.5.1. На пункті з невідомими координатами виміряні кути β_1 і β_2 на пункти Т2 і Т3 від напрямку Т1, який прийнятий за початковий.

Позначимо дирекційні кути α_1 , α_2 , α_3 на напрямки Т1, Т2, Т3 відповідно, причому

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_1, \quad (5.1)$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \beta_2. \quad (5.2)$$

Застосовуючи формулу оберненої геодезичної задачі, запишемо рівняння

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_p &= (X_1 - X_p) \operatorname{tg} \alpha_1 \\ y_2 - y_p &= (X_2 - X_p) \operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) \\ y_3 - y_p &= (X_3 - X_p) \operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_2) \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

В цих рівняннях три невідомих: X_p , Y_p , α_1 . Якщо розв'язати систему (5.3), знайдемо невідомі координати X_p , Y_p точки Р і дирекційний кут α_1 першого напрямку.

Візьмемо вираз $\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1)$ і перетворимо його.

Відомо, що

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \beta_1}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \beta_1}. \quad (5.4)$$

Помножимо чисельник і знаменник правої частини на $\operatorname{ctg} \beta_1$. Після перетворень отримаємо:

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + 1}{\operatorname{ctg}\beta_1 - \operatorname{tg}\alpha_1} \quad (5.5)$$

Аналогічно запишемо

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + 1}{\operatorname{ctg}\beta_2 - \operatorname{tg}\alpha_1} \quad (5.6)$$

Підставимо (5.5) в друге рівняння, а (5.6) у третє рівняння системи (5.3), після чого матимемо

$$y_2 - y_p = (X_2 - X_p) \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + 1}{\operatorname{ctg}\beta_1 - \operatorname{tg}\alpha_1} \quad (5.7)$$

$$y_3 - y_p = (X_3 - X_p) \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + 1}{\operatorname{ctg}\beta_2 - \operatorname{tg}\alpha_1} \quad (5.8)$$

Перетворимо отримані вирази

$$y_2 \operatorname{ctg}\beta_1 - y_2 \operatorname{tg}\alpha_1 - y_p \operatorname{ctg}\beta_1 + y_p \operatorname{tg}\alpha_1 = X_2 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + X_2 - X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 - X_p; \quad (5.9)$$

$$y_3 - y_p = (X_3 - X_p) \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + 1}{\operatorname{ctg}\beta_2 - \operatorname{tg}\alpha_1} \quad (5.10)$$

Відніmemo (5.9) від (5.10) і

$$\begin{aligned} & y_3 \operatorname{ctg}\beta_2 - y_2 \operatorname{ctg}\beta_1 - y_3 \operatorname{tg}\alpha_1 + y_2 \operatorname{tg}\alpha_1 - y_p \operatorname{ctg}\beta_2 + y_p \operatorname{ctg}\beta_1 = \\ & = X_3 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 - X_2 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 - X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + X_3 - X_2. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Визначимо y_p з першого рівняння системи (5.1)

$$y_p = y_1 - (X_1 - X_p) \operatorname{tg}\alpha_1 \quad (5.12)$$

і підставимо його у (5.11).

$$\begin{aligned} & y_3 \operatorname{ctg}\beta_2 - y_2 \operatorname{ctg}\beta_1 - y_3 \operatorname{tg}\alpha_1 + y_2 \operatorname{tg}\alpha_1 - y_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + X_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 - \\ & X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + y_1 \operatorname{ctg}\beta_1 - X_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 = X_3 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 - \\ & X_2 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 - X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + X_p \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + X_3 - X_2; \end{aligned}$$

Відкинувши однакові члени в лівій і правій частинах, запишемо

$$\begin{aligned} & y_3 \operatorname{ctg}\beta_2 - y_2 \operatorname{ctg}\beta_1 - y_3 \operatorname{tg}\alpha_1 + y_2 \operatorname{tg}\alpha_1 - y_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + X_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 + y_1 \operatorname{ctg}\beta_1 - X_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 \\ & = X_3 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_2 - X_2 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{ctg}\beta_1 + X_3 - X_2; \end{aligned}$$

Зведемо подібні:

$$tg\alpha_1[(X_2 - X_1)ctg\beta_1 + (X_1 - X_3)ctg\beta_2 - y_3 + y_2] = (y_2 - y_1)ctg\beta_1 + (y_1 - y_3) \times ctg\beta_2 + X_3 - X_2$$

і з цього рівняння запишемо

$$tg\alpha_1 = \frac{(y_2 - y_1)ctg\beta_1 + (y_1 - y_3)ctg\beta_2 + X_3 - X_2}{(X_2 - X_1)ctg\beta_1 + (X_1 - X_3)ctg\beta_2 - y_3 + y_2} \quad (5.13)$$

Отримане рівняння називається формулою Деламбра. За цією формулою знаходимо дирекційний кут α_1 і потім дирекційні кути

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_1 + \beta_1 \\ \alpha_3 &= \alpha_1 + \beta_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

Координати пункту P можемо знайти двічі з прямої засічки. При цьому треба прийняти до уваги, що $tg\alpha_{AP} = tg\alpha_{PA}$, а $tg\alpha_{BP} = tg\alpha_{PB}$.

Отже,

$$\left. \begin{aligned} X_p &= X_1 + \frac{X_1 tg\alpha_2 - X_2 tg\alpha_2 + Y_2 - Y_1}{tg\alpha_1 - tg\alpha_2} \\ X_p &= X_2 + \frac{X_1 tg\alpha_1 - X_2 tg\alpha_1 + Y_2 - Y_1}{tg\alpha_1 - tg\alpha_2} \\ Y_p &= Y_1 + (X_p - X_1)tg\alpha_1 \\ Y_p &= Y_2 + (X_p - X_2)tg\alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Проектування обернених засічок

Як було сказано раніше, Інструкція [1] дозволяє застосування лише багаторазових засічок. Тому проектують обернену засічку як мінімум на чотири пункти: Т1, Т2, Т3 і Т4 (див.рис.5.2), які знаходяться на віддальх 0.3–5 км від пункту P .

Найбільш вигідним є варіант, коли шукана точка P лежить посередині чотирикутника, утвореного вихідними пунктами.

Сумнівні результати можуть бути одержані в випадку, коли точка P знаходиться поблизу кола, яке проходить через вихідні пункти. Задача стає невизначеною, якщо точка P лежить на цьому колі (рис. 5.3). Таке коло називається небезпечним.

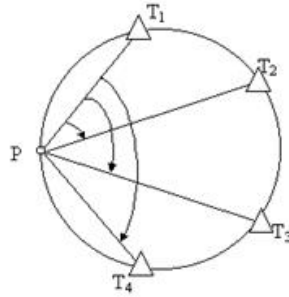


Рис. 5.3 Випадок невизначеності оберненої багаторазової засічки

Оцінку проекту оберненої засічки зручно виконати графічним методом. Виконують її окремо для двох варіантів одноразових засічок на три напрямки. Вибирають два з чотирьох варіантів, а саме:

- на пункти T1, T2, T3;
- на пункти T1, T2, T4;
- на пункти T1, T3, T4;
- на пункти T2, T3, T4,

які найбільше підходять за розміщенням для оберненої засічки.

Методика оцінки проекту полягає в наступному (покажемо на варіанті 1, пункти T1, T2, T3).

На чистому аркуші ставлять точку P і з неї проводять промінь, який приймають за напрямок на пункт T1, від нього відкладають кути β_1 і β_2 та проводять через них промені в напрямках T2 і T3 (рис. 5.3).

На променях PT1, TP2, PT3 відкладають в певному масштабі, наприклад 1:100 відповідно величини $\frac{\rho}{S_1}, \frac{\rho}{S_2}, \frac{\rho}{S_3}$ які являють собою значення обернені до відстаней $S_1=PT_1, S_2=PT_2, S_3=PT_3$. При цьому радіан r беруть в секундах ($\rho=206265''$), S — в метрах. Величини $\frac{\rho}{S}$ матимуть розмірності $\frac{''}{м}$.

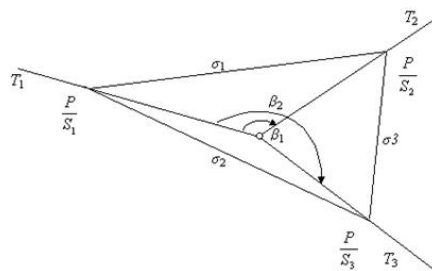


Рис. 5.4 Оцінка проекту оберненої засічки.

З'єднавши точки $\frac{\rho}{S_1}, \frac{\rho}{S_2}, \frac{\rho}{S_3}$, отримують трикутник зі сторонами S_1 , яка лежить навпроти кута β_1 , стороною S_2 , яка лежить проти кута β_2 і третьою стороною S_3 . Цей трикутник називають оберненим.

Середня квадратична помилка в положенні пункту P може бути знайдена за формулою

$$M_p^I = \frac{\mu''}{2F} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} \quad (5.16)$$

де μ'' — середня квадратична помилка вимірювання напрямку $\left(\mu' = \frac{m_p'}{\sqrt{2}} = \frac{30''}{\sqrt{2}} \right)$;

S_1, S_2, S_3 — довжини сторін оберненого трикутника, зняті графічно з рис. 5.3 в тому ж прийнятому масштабі, F — площа оберненого трикутника, яку можна обчислити як

$$F = \frac{1}{2} \sigma_2 h \quad (5.17)$$

де h — висота, проведена з вершини $\frac{\sigma}{S_2}$ на s_2 , або за формулою Герона

$$F = \sqrt{p(p - \sigma_1) \cdot (p - \sigma_2) \cdot (p - \sigma_3)}, \quad (5.18)$$

де $p = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$

Оскільки площа F має розмірність $\frac{m^2}{m^2}$, p - в ("²"), корінь $\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}$ має розмірність $\frac{m}{m}$, то M отримаємо в метрах.

Аналогічну оцінку виконують для другого варіанту оберненої одноразової засічки, наприклад на пункти T1, T2, T4, а отримують друге значення M_p^{II} .

За остаточне значення приймають середнє вагове

$$M_p = \frac{M_p^I \cdot M_p^{II}}{\sqrt{M_p^{I^2} + M_p^{II^2}}} \quad (5.19)$$

Якщо M_p не перевищує величини 0.2 мм в масштабі знімання для незабудованих територій і 0.3 мм в масштабі знімання для забудованих територій, роблять висновок, що запроєктована засічка відповідає необхідним вимогам.

Польові виміри

Кутові виміри в оберненій багаторазовій засічці виконують теодолітами Т30, 2Т30, 2Т30П або їм рівноточними. Застосовують спосіб колових прийомів. Напрямки на пункти T1, T2, T3, T4 вимірюють двома прийомами з перестановкою лімба між прийомами $180^\circ/2=90^\circ$. Різниці в напрямках, отриманих з двох прийомів, не повинні перевищувати $45''$.

Обчислення координат пункту Р

Обчислення координат пункту Р виконують з двох одноразових обернених засічок за двома з чотирьох можливих варіантів. Різниці в координатах X_P та Y_P , отриманих із двох одноразових засічок не повинні перевищувати величини 2 м для зніманих в масштабі 1:5 000, 0.8 м для зніманих в масштабі 1:2000 і 0.4 м для зніманих в масштабі 1:1000.

За остаточне значення X_P та Y_P беруть середнє арифметичне із двох варіантів засічок.

НАПРИКЛАД

Визначення координат пунктів оберненою кутовою засічкою

У оберненій засічці вимірюються кути тільки на точці, що визначається, тому обернена кутова засічка є найбільш вигідним варіантом із засічок.

Для визначення розташування пункту необхідні координати трьох твердих пунктів. Вихідні пункти не повинні бути розташовані поблизу точки, яку треба визначити.

Для контролю правильності визначення координат вводять четвертий твердий пункт. При даному методі кути між напрямками на точку, що визначається, потрібно виміряти на чотири пункти. Всі кути вимірюють від початкового напрямку (рис.5.5)

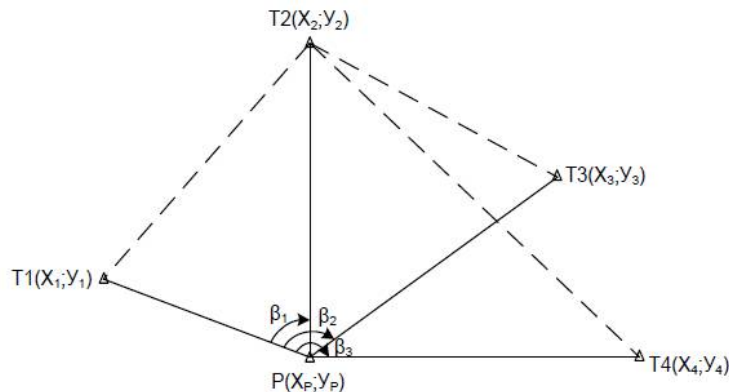


Рис.5.5 Схема оберненої кутової засічки

Помилка визначення пункту оберненою засічкою залежить від її розташування щодо вихідних пунктів. Для отримання надійних координат пункту, який необхідно визначити, треба щоб розташування чотирьох пунктів задовольняло певним умовам.

Бажано, щоб ця точка лежала всередині трикутника, утвореного вихідними пунктами T1, T2, T3 (рис.5.6) або поза трикутником, але проти однієї з його вершин (між продовженням його сторін).

При цьому кут між суміжними напрямками T2-T1 і T2-T3 повинен бути не менше ніж 30° і не більше 150° .

Якщо ця точка буде лежати на колі, що проходить через вихідні пункти T1, T2, T3 (при з'єднанні трьох точок T1, T2, T3, виходить трикутник, навколо якого і проводиться коло), то рішення стає невизначеним.

Якщо ця точка розташовується на невеликій відстані від кола, то точність її визначення знижується.

Четвертий, контрольний напрямок на пункт Т4, особливими кутовими допусками та розташуванням не обумовлюються, але він має, хоча б з одним із трьох основних напрямків утворювати кут засічки в межах 30° - 150° .

При виконанні польових робіт необхідно дотримуватися наступних вимог: при виборі вихідних пунктів визначення координат шуканого пункту мають бути виключені випадки, коли завдання немає розв'язку або точність результатів низька; для цього складається схема розташування обраних пунктів та виконується перевірка на правильність підбору пунктів;

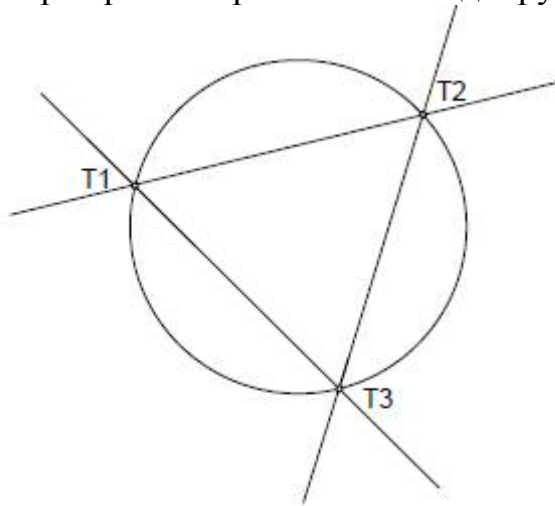


Рис. 5.6 Схема розташування точки, що визначається, щодо вихідних пунктів

Для обчислення координат пункту оберненою кутовою засічкою можна використовувати різні способи: за точкою Коллінса, за схемою Колесникова, за формулами: Праніс - Праневича, Кнейсля, Делаμβра.

У геодезичній практиці застосовується класичний спосіб за таблицями логарифмів або тригонометричних функцій. У цих методичних вказівках пропонується розв'язання цієї задачі з використанням формул Делаμβра.

Визначення планових координат пункту оберненою кутовою засічкою за формулами Делаμβра

Порядок розв'язку

Розв'язання задачі виконується незалежно двічі, тому що виконується контроль правильності визначення координат пункту Р.

Перший розв'язок

У першому рішенні використовуються координати пунктів Т1, Т2, Т3 та горизонтальні кути β_1 та β_2 .

1. Обчислюється дирекційний кут початкового напрямку (з твердого пункту Т1 на Р, що визначається) за формулою Делаμβра:

$$\operatorname{tg} \alpha_{T1-P} = \frac{(Y_2 - Y_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1 + (Y_1 - Y_3) \times \operatorname{ctg} \beta_2 + (X_3 - X_2)}{(X_2 - X_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1 + (X_1 - X_3) \times \operatorname{ctg} \beta_2 - (Y_3 - Y_2)}$$

де $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3$ - координати відповідно пунктів Т1, Т2, Т3;

β_1 та β_2 – кути, виміряні від початкового напрямку відповідно до другого та третього напрямів. Значення дирекційного кута визначається за знаком $\text{tg}\alpha_{T1-P}$.

2. Виконується контроль обчислень.

$$(X_3 - X_2) + (X_2 - X_1) + (X_1 - X_3) = 0,$$

$$(Y_3 - Y_2) + (Y_2 - Y_1) + (Y_1 - Y_3) = 0.$$

3. Обчислюються дирекційні кути від пункту P на тверді $T1, T2, T3$ ($\alpha_{P-T2}, \alpha_{P-T3}$) за наведеними нижче формулами. Для цього спочатку переходять від дирекційного кута α_{T-P} до його оберненого значення.

$$\alpha_{P-T1} = \alpha_{T1-P} \pm 180^0;$$

$$\alpha_{P-T2} = \alpha_{P-T1} + \beta_1;$$

$$\alpha_{P-T3} = \alpha_{P-T1} + \beta_2,$$

де α_{T1-P} - дирекційний кут початкового напрямку;

β_1, β_2 - кути, виміряні від початкового напрямку.

4. Обчислюються двічі координати пункту P за формулами Гауса.

За ними обчислюють координати пункту, який визначається, прямою кутовою засічкою. У цих розрахункових формулах використовують дирекційні кути напрямків з твердих пунктів на точку, яка визначається, тому необхідно перейти від раніше обчислених напрямків від шуканого пункту на тверді пункти до напрямків від твердих пунктів на пункт, який визначаємо.

$$\alpha_{T1-P} = \alpha_{P-T1} \pm 180^0;$$

$$\alpha_{T2-P} = \alpha_{P-T2} \pm 180^0;$$

$$\alpha_{T3-P} = \alpha_{P-T3} \pm 180^0;$$

$$X_P = X_3 + \frac{(X_1 - X_3) \times \text{tg}\alpha_{T1-P} - (Y_1 - Y_3)}{\text{tg}\alpha_{T1-P} - \text{tg}\alpha_{T3-P}} = X_3 + \frac{A}{K};$$

$$X_P = X_1 + \frac{(X_1 - X_3) \times \text{tg}\alpha_{T3-P} - (Y_1 - Y_3)}{\text{tg}\alpha_{T1-P} - \text{tg}\alpha_{T3-P}} = X_1 + \frac{B}{K}.$$

$$Y_P = Y_3 + (X_P - X_3) \text{tg}\alpha_{T3-P};$$

$$Y_P = Y_1 + (X_P - X_1) \text{tg}\alpha_{T1-P}.$$

5. Для контролю правильності обчислень визначається дирекційний кут другого напрямку, при цьому використовуються координати вихідного пункту $T2$ та обчислені координати пункту P .

$$\text{tg}\alpha_{P-T2} = \frac{(Y_2 - Y_P)}{(X_2 - X_P)}.$$

Розбіжність між обчисленими дирекційними кутами обох рішень не має перевищувати 1".

Другий розв'язок

Використовуються координати вихідних пунктів T_1, T_2, T_4 , виміряні кути β_1, β_3

1. Обчислюється дирекційний кут початкового напрямку від твердого пункту на пункт, що визначається за формулою Делаμβра:

$$\operatorname{tg} \alpha_{T1-P} = \frac{(Y_2 - Y_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1 + (Y_1 - Y_4) \times \operatorname{ctg} \beta_3 + (X_4 - X_2)}{(X_2 - X_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1 + (X_1 - X_4) \times \operatorname{ctg} \beta_3 - (Y_4 - Y_2)}$$

де $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_4, Y_4$ - відповідно координати пунктів T_1, T_2, T_4 ;

β_1, β_3 - кути, виміряні від початкового напрямку відповідно до другого та четвертого напрямів.

Значення дирекційного кута визначається за знаком $\operatorname{tg} \alpha_{T-P}$.

2. Виконується контроль обчислень.

$$(X_4 - X_2) + (X_2 - X_1) + (X_1 - X_4) = 0;$$

$$(Y_4 - Y_2) + (Y_2 - Y_1) + (Y_1 - Y_4) = 0.$$

3. Обчислюються дирекційні кути 2-го та 4-го напрямків від пункту, що визначається, на тверді пункти за формулами:

$$\alpha_{P-T1} = \alpha_{T1-P} \pm 180^\circ;$$

$$\alpha_{P-T2} = \alpha_{P-T1} + \beta_1;$$

$$\alpha_{P-T4} = \alpha_{P-T1} + \beta_3,$$

де α_{T1-P} - дирекційний кут початкового напрямку;

β_1, β_3 - кути, виміряні від початкового напрямку.

4. Визначаються двічі координати пункту P за формулами Гауса:

$$X_P = X_4 + \frac{(X_1 - X_4) \times \operatorname{tg} \alpha_{T1-P} - (Y_1 - Y_4)}{\operatorname{tg} \alpha_{T1-P} - \operatorname{tg} \alpha_{T4-P}} = X_4 + \frac{A}{K};$$

$$X_P = X_1 + \frac{(X_1 - X_4) \times \operatorname{tg} \alpha_{T1-P} - (Y_1 - Y_4)}{\operatorname{tg} \alpha_{T1-P} - \operatorname{tg} \alpha_{T4-P}} = X_1 + \frac{B}{K};$$

$$Y_P = Y_4 + (X_P - X_4) \operatorname{tg} \alpha_{T4-P};$$

$$Y_P = Y_1 + (X_P - X_1) \operatorname{tg} \alpha_{T1-P}.$$

5. Для контролю правильності обчислень знову визначається дирекційний кут другого напрямку за такою формулою:

$$\operatorname{tg} \alpha_{T2-P} = \frac{(Y_2 - Y_P)}{(X_2 - X_P)}.$$

Для обчислень пропонується використовувати таблиці, наведені в додатку 1 і 2.

У додатку 3 наведено варіанти вихідних даних для визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою. У додатку 4 подано схеми засічок до варіантів. Приклад розрахунку першого варіанту наводиться нижче у додатках 1 і 2.

На рис. 5.7 подана схема засічки для першого варіанту, який подається як приклад визначення координат пункту P .

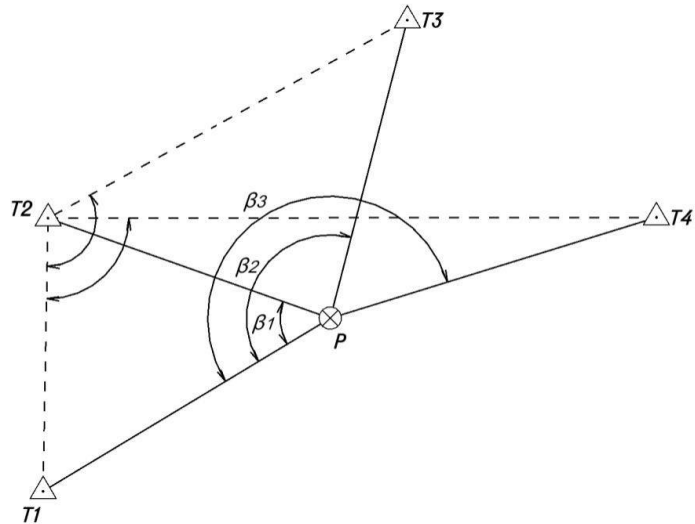


Рис.5.7. Схема засічки (1 варіант)

Оцінка точності визначення положення пункту Р оберненою кутовою засічкою

Розбіжність у значеннях координат, отриманих із двох рішень, не має перевищувати граничну середньоквадратичну похибку ($3M_r$). Розбіжність розраховується за такою формулою:

$$r = \sqrt{(X'_P - X''_P)^2 + (Y'_P - Y''_P)^2} \leq 3M_r$$

$$r = \sqrt{(379,994 - 379,998)^2 + (229,997 - 229,996)^2} = 0,004\text{м.}$$

де X'_P, Y'_P, X''_P, Y''_P - координати пункту Р, обчислені відповідно з першого та другого розв'язків .

Середня квадратична похибка розбіжності розраховується за формулою:

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2},$$

де M_1, M_2 - середні квадратичні похибки положення пункту, визначені відповідно з першого та другого рішень. Вони розраховуються за формулами:

$$M_1 = m_\beta S_{P-T2} \frac{\sqrt{\left(\frac{S_{P-T1}}{S_{T1-T2}}\right)^2 + \left(\frac{S_{P-T3}}{S_{T2-T3}}\right)^2}}{\rho |\sin(\angle T_1 T_2 T_3 + \beta_2)|}$$

$$M_2 = m_\beta S_{P-T2} \frac{\sqrt{\left(\frac{S_{P-T1}}{S_{T1-T2}}\right)^2 + \left(\frac{S_{P-T4}}{S_{T2-T4}}\right)^2}}{\rho |\sin(\angle T_1 T_2 T_4 + \beta_3)|}$$

де $S_{P-T1}, S_{P-T2}, S_{P-T3}, S_{P-T4}, S_{T1-T2}, S_{T2-T3}, S_{T2-T4}$ - відстань між відповідними пунктами;

$\angle T_1 T_2 T_3, \angle T_1 T_2 T_4$ - кути при вершині пункту T_2 , розташовані відповідно навпроти виміряних кутів β_2 та β_3 .

Вказані довжини сторін та кути розраховуються, для цього використовуються координати вихідних пунктів T_1, T_2, T_3, T_4 та обчислені координати пункту Р.

Дирекційні кути між вихідними пунктами визначаються рішенням оберненої геодезичної задачі за формулами:

$$\operatorname{tg} r_{T_2T_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-1,980}{-109,500} = 0,018082;$$

$$r_{T_2-T_1} = 1^\circ 02' 09''; \quad \alpha_{T_2-T_1} = 181^\circ 02' 09'';$$

$$\operatorname{tg} r_{T_2T_3} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{143,440}{79,410} = 1,806322;$$

$$r_{T_2-T_3} = 61^\circ 01' 50''; \quad \alpha_{T_2-T_3} = 61^\circ 01' 50'';$$

$$\operatorname{tg} r_{T_2T_4} = \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2} = \frac{242,940}{0,340} = 714,729;$$

$$r_{T_2-T_4} = 89^\circ 55' 11''; \quad \alpha_{T_2-T_4} = 89^\circ 55' 11''.$$

Обчислення кутів , $\angle T_1T_2T_3$ $\angle T_1T_2T_4$

$$\angle T_1T_2T_3 = \alpha_{T_2T_1} - \alpha_{T_2T_3},$$

$$\angle T_1T_2T_4 = \alpha_{T_2T_1} - \alpha_{T_2T_4},$$

$$\angle T_1T_2T_3 = \alpha_{T_2T_1} - \alpha_{T_2T_3} = 181^\circ 02' 09'' - 61^\circ 01' 50'' = 120^\circ 00' 19'';$$

$$\angle T_1T_2T_4 = \alpha_{T_2T_1} - \alpha_{T_2T_4} = 181^\circ 02' 09'' - 89^\circ 55' 11'' = 91^\circ 06' 58''.$$

Довжини сторін обчислюються за формулами:

$$S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = \frac{\Delta X}{\cos \alpha} = \frac{\Delta Y}{\sin \alpha}$$

$$S_{T_2-T_1} = \sqrt{\Delta X_{T_1-T_2}^2 + \Delta Y_{T_1-T_2}^2};$$

$$S_{T_2-T_1} = \sqrt{(-109,500)^2 + (-1,980)^2} = 109,518 \text{ м}$$

$$S_{T_2-T_1} = \frac{\Delta Y_{T_1-T_2}}{\sin \alpha_{T_2-T_1}}; \quad S_{T_2-T_1} = \frac{-109,500}{\sin 181^\circ 02' 09''} = 109,527 \text{ м}$$

$$S_{T2-T1} = \frac{\Delta X_{T1-T2}}{\cos \alpha_{T2-T1}}$$

$$S_{T2-T1} = \frac{-1,980}{\cos 181^{\circ} 02' 09''} = 109,518 \text{ м}$$

Аналогічно обчислюються інші довжини.

$$\begin{aligned} S_{P-T1} &= 134,031 \text{ м} & S_{P-T2} &= 119,615 \text{ м} & S_{P-T3} &= 123,412 \text{ м} \\ S_{P-T4} &= 136,386 \text{ м} \\ S_{T2-T3} &= 163,954 \text{ м} & S_{T2-T4} &= 242,94 \text{ м} \end{aligned}$$

Середня квадратична похибка вимірювання кута $m_{\beta} = 10''$, $\rho = 206265''$.

$$M_1 = 10 \times 119,615 \frac{\sqrt{\left(\frac{134,031}{109,518}\right)^2 + \left(\frac{123,412}{163,954}\right)^2}}{206265 |\sin(120^{\circ} 00' 19'' + 135^{\circ} 36' 27'')|} = 0,009 \text{ м}$$

$$M_2 = 10 \times 119,615 \frac{\sqrt{\left(\frac{134,031}{109,518}\right)^2 + \left(\frac{136,386}{242,940}\right)^2}}{206265 |\sin(91^{\circ} 06' 58'' + 193^{\circ} 55' 36'')|} = 0,008 \text{ м}$$

$$M_r = \sqrt{0,009^2 + 0,008^2} = 0,012 \text{ м}$$

$$r < 3M_r$$

$$0,004 \text{ м} < 0,036 \text{ м},$$

Розбіжність не перевищує гранично допустимої похибки.

Отже, координати пункту **P** визначено правильно.

Середні значення координат пункту **P** із двох рішень рівні.

$$\underline{X_p = 379,998 \text{ м}},$$

$$\dots \underline{Y_p = 229,996 \text{ м}},$$

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Чим відрізняється одноразова засічка від багаторазової?
2. З якою точністю обчислюють наближені дирекційні кути?
3. Як отримати наближені координати шуканої точки при зрівноваженні багаторазової засічки?
4. В якому випадку точність засічки вища коли кількість вихідних пунктів більша чи менша?
5. Як проконтролювати правильність обчислення поправок у виміряні кути?
6. Чому при обчисленні m_x та m_y в знаменнику формули стоїть число 10?

ПРИКЛАД

**Визначення координат пункту Р з рішення оберненої кутової засічки
(з використанням формули Делаμβра)**

Таблиця 5.1

1 розв'язок

Вихідні дані: координати пунктів T_1, T_2, T_3 ; виміряні кути β_1, β_2

| | | | | | | | |
|---|-----------|---|------------|---|------------|---|------------|
| У ₁ | 115,330 | Х ₁ | 310,610 | $(X_1 - X_3) \times \operatorname{tg} \alpha_{T_1-P}$ | -312,199 | $(X_1 - X_3) \times \operatorname{tg} \alpha_{T_3-P}$ | -48,604 |
| У ₂ | 117,310 | Х ₂ | 420,110 | $(Y_1 - Y_3)$ | -145,420 | $(Y_1 - Y_3)$ | -145,420 |
| У ₃ | 260,750 | Х ₃ | 499,520 | | | | |
| У ₂ - У ₁ | 1,980 | Х ₂ - Х ₁ | 109,500 | А | -166,779 | В | 96,816 |
| У ₃ - У ₂ | 143,440 | Х ₃ - Х ₂ | 79,410 | Х _Р - Х ₃ | -119,525 | Х _Р - Х ₁ | 69,384 |
| У ₁ - У ₃ | -145,420 | Х ₁ - Х ₃ | -188,910 | Х ₃ | 499,520 | Х ₁ | 310,610 |
| контроль | 0,000 | | 0,000 | Х _Р | 379,995 | Х _Р | 379,994 |
| β_1 | 50°46'23" | β_2 | 135°36'24" | $(X_P - X_3) \times \operatorname{tg} \alpha_{T_3-P}$ | -30,752 | $(X_P - X_3) \times \operatorname{tg} \alpha_{T_1-P}$ | 114,666 |
| ctg β_1 | 0,816363 | ctg β_2 | -1,021404 | У ₃ | 260,750 | У ₁ | 115,330 |
| $(Y_2 - Y_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1$ | 1,616 | $(X_2 - X_1) \times \operatorname{ctg} \beta_1$ | 89,392 | У _Р | 229,998 | У _Р | 229,996 |
| $(Y_1 - Y_3) \times \operatorname{ctg} \beta_2$ | 148,533 | $(X_1 - X_3) \times \operatorname{ctg} \beta_2$ | 192,953 | Контроль | | | |
| $(X_3 - X_2)$ | 79,410 | $(Y_3 - Y_2)$ | 143,440 | У ₂ - У _Р | -112,687 | Кінцеве значення | |
| | 229,559 | $r = 58^\circ 49' 19''$ | 138,905 | Х ₂ - Х _Р | 40,115 | | |
| $\operatorname{tg} \alpha_{T_1-P}$ | 1,652633 | α_{P-T_1} | 238°49'19" | $\operatorname{tg} \alpha_{P-T_2}$ | -2,809099 | α_{P-T_1} | 238°49'19" |
| $\operatorname{tg} \alpha_{T_3-P}$ | 0,257289 | α_{P-T_2} | 289°35'42" | Γ_{P-T_2} | 70°24'18" | α_{P-T_2} | 289°35'42" |
| К | 1,395344 | α_{P-T_3} | 14°25'43" | α_{P-T_2} | 289°35'42" | α_{P-T_3} | 14°25'43" |

2 розв'язок

Вихідні дані: координати пунктів T_1, T_2, T_4 ; виміряні кути β_1, β_3

| | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----------|--------------------------------------|------------|---|------------|----------------------------|------------|
| Y1 | 115,330 | X1 | 310,610 | $(X1-X4) \times \text{tg } \alpha_{T1-P}$ | -181,514 | $(X1-X4) \times \text{tg}$ | -353,682 |
| Y2 | 117,310 | X2 | 420,110 | $(Y1 - Y4)$ | -244,920 | $(Y1 - Y4)$ | -244,920 |
| Y4 | 360,250 | X4 | 420,450 | | | | |
| Y2 - Y1 | 1,980 | X2 - X1 | 109,500 | A | 63,406 | B | -108,762 |
| Y4 - Y2 | 242,940 | X4 - X2 | 0,340 | Xp - X4 | -40,452 | Xp - X1 | 69,388 |
| Y1 - Y4 | -244,920 | X1 - X4 | -109,840 | X4 | 420,450 | X1 | 310,610 |
| контроль | 0,000 | | 0,000 | Xp | 379,998 | Xp | 379,998 |
| β_1 | 50°46'23" | β_3 | 193°55'36" | $(Xp-X4) \times \text{tg } \alpha_{T4-P}$ | -130,254 | $(Xp-X1) \times \text{tg}$ | 114,666 |
| ctg β_1 | 0,816363 | ctg β_3 | 4,032763 | Y4 | 360,250 | Y1 | 115,330 |
| $(Y2-Y1) \times \text{ctg } \beta_1$ | 1,616 | $(X2-X1) \times \text{ctg } \beta_1$ | 89,392 | Up | 229,996 | Up | 229,996 |
| $(Y1-Y4) \times \text{ctg } \beta_3$ | -987,704 | $(X1-X4) \times \text{ctg } \beta_3$ | -442,959 | Контроль | | | |
| $(X4 - X2)$ | 0,340 | $(Y4-Y2)$ | 242,940 | Y2 - Up | -112,686 | Кінцеве значення | |
| | -985,748 | $r = 58^\circ 49' 14''$ | -596,507 | X2 - Xp | 40,112 | | |
| tg α_{T1-P} | 1,652534 | α_{p-T1} | 238°49'14" | tg α_{p-T2} | 2,809284 | α_{p-T1} | 238°49'14" |
| tg α_{T4-P} | 3,219975 | α_{p-T2} | 289°35'37" | r_{p-T2} | 70°24'22" | α_{p-T2} | 289°35'38" |
| K | -1,567441 | α_{p-T4} | 72°44'50" | α_{p-T2} | 289°35'38" | α_{p-T3} | 72°44'50" |

Вихідні дані для обчислення координат пункту Р із оберненої кутової засічки

| № варіанта | Координати | Координати пунктів | | | | Виміряні кути | | | Примітка |
|------------|------------|--------------------|----------|---------|---------|---------------|------------|------------|----------|
| | | T1 | T2 | T3 | T4 | β_1 | β_2 | β_3 | |
| 1 | X | 310,610 | 420,110 | 499,520 | 420,450 | 50°46'23" | 135°36'24" | 193°55'36" | |
| | У | 115,330 | 117,310 | 260,750 | 360,250 | | | | |
| 2 | X | 270,900 | 345,200 | 280,200 | 175,800 | 62°25'38" | 130°24'41" | 187°10'38" | |
| | У | 186,100 | 300,200 | 410,300 | 420,500 | | | | |
| 3 | X | 445,800 | 530,150 | 480,200 | 375,400 | 70°08'18 " | 135°36'29" | 190°53'26" | |
| | У | 260,700 | 365,400 | 475,400 | 485,900 | | | | |
| 4 | X | 350,400 | 375,800 | 353,500 | 300,400 | 47°12'04 " | 96°57'33" | 149°40'46" | |
| | У | 480,500 | 525,700 | 574,700 | 595,300 | | | | |
| 5 | X | 1045,200 | 1060,700 | 975,300 | 865,300 | 56°36'01" | 102°25'26" | 148°12'45" | |
| | У | 675,700 | 807,200 | 885,700 | 860,500 | | | | |
| 6 | X | 410,300 | 530,600 | 608,100 | 525,800 | 74°25'12" | 156°49'07" | 214°15'04" | |
| | У | 528,700 | 505,700 | 630,300 | 718,700 | | | | |
| 7 | X | 285,500 | 367,500 | 360,200 | 317,000 | 52°30'01" | 116°16'39" | 155°17'18" | |
| | У | 325,500 | 356,000 | 460,500 | 508,400 | | | | |
| 8 | X | 240,900 | 290,600 | 202,800 | 79,800 | 68°39'07" | 135°44'06" | 213°32'04" | |
| | У | 250,600 | 365,300 | 465,900 | 381,800 | | | | |
| 9 | X | 185,200 | 292,800 | 310,700 | 185,400 | 71°46'06" | 135°15'49" | 212°08'45" | |
| | У | 60,300 | 80,500 | 190,200 | 252,500 | | | | |
| 10 | X | 725,800 | 660,500 | 558,100 | 506,900 | 55°14'33" | 108°41'42" | 142°07'33" | |
| | У | 456,100 | 540,400 | 508,300 | 458,600 | | | | |
| 11 | X | 118,300 | 178,800 | 310,200 | 330,100 | 63°19'44" | 146°48'05" | 205°51'58" | |
| | У | 120,500 | 35,100 | 80,600 | 200,500 | | | | |

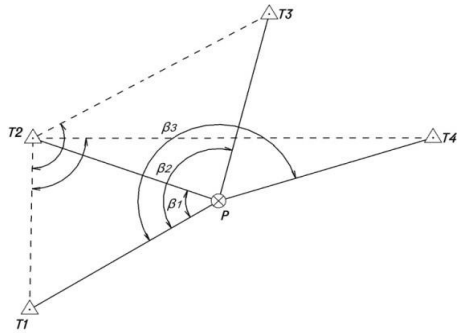
Продовження табл. 5.3

| № варіанту | Координати | Координати пунктів | | | | Виміряні кути | | | Примітка |
|------------|------------|--------------------|---------|---------|---------|---------------|------------|-------------|----------|
| | | T1 | T2 | T3 | T4 | β_1 | β_2 | β_3 | |
| 12 | X | 295,800 | 390,700 | 447,600 | 390,500 | 50°20'42" | 106°46'35" | 158°29'48" | |
| | Y | 330,200 | 350,900 | 454,900 | 560,100 | | | | |
| 13 | X | 145,100 | 215,300 | 240,200 | 223,900 | 61°10'31" | 108°42'20" | 137°22'13 " | |
| | Y | 162,300 | 175,500 | 233,500 | 273,000 | | | | |
| 14 | X | 200,200 | 300,500 | 405,600 | 425,900 | 56°59'14" | 118°39'49" | 156°05'34" | |
| | Y | 125,500 | 80,100 | 115,500 | 185,600 | | | | |
| 15 | X | 575,200 | 560,700 | 635,100 | 700,800 | 50°11'11" | 101°32'23" | 135°55'42" | |
| | Y | 440,500 | 345,300 | 279,600 | 280,000 | | | | |
| 16 | X | 225,700 | 185,100 | 210,200 | 292,600 | 52°36'03" | 98°17'50" | 144°28'04" | |
| | Y | 380,400 | 305,300 | 225,400 | 220,800 | | | | |
| 17 | X | 265,800 | 210,300 | 285,500 | 336,900 | 45°14'48" | 111°23'56" | 138°46'53" | |
| | Y | 635,000 | 548,100 | 432,300 | 411,800 | | | | |
| 18 | X | 355,900 | 325,200 | 385,900 | 472,200 | 48°58'05" | 100°08'24" | 154°23'13" | |
| | Y | 415,600 | 330,500 | 265,100 | 251,300 | | | | |
| 19 | X | 623,100 | 677,900 | 658,700 | 597,700 | 52°52'06" | 116°30'50" | 155°18'50" | |
| | Y | 282,500 | 344,300 | 444,200 | 476,200 | | | | |
| 20 | X | 127,100 | 135,800 | 203,800 | 265,100 | 50°40'12" | 110°37'37" | 150°02'43" | |
| | Y | 359,500 | 264,800 | 226,500 | 229,900 | | | | |
| 21 | X | 658,700 | 756,000 | 775,500 | 653,800 | 51°51'11" | 103°53'14" | 170°27'19" | |
| | Y | 400,800 | 464,100 | 580,800 | 661,800 | | | | |
| 22 | X | 150,700 | 230,200 | 356,900 | 398,100 | 60°21'42" | 105°43'59" | 143°04'49" | |
| | Y | 313,600 | 176,300 | 198,200 | 285,500 | | | | |
| 23 | X | 445,300 | 527,800 | 520,700 | 466,200 | 44°47'06" | 105°54'47" | 138°31'11 " | |
| | Y | 276,800 | 320,900 | 444,200 | 472,500 | | | | |

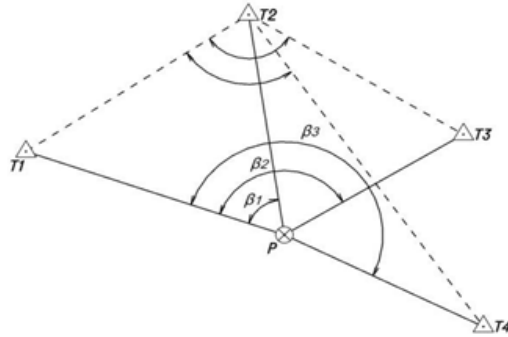
Продовження табл. 5.3

| № варіанту | Координати | Координати пунктів | | | | Виміряні кути | | | Примітка |
|------------|------------|--------------------|---------|---------|----------|---------------|------------|------------|----------|
| | | T1 | T2 | T3 | T4 | β_1 | β_2 | β_3 | |
| 24 | X | 72,500 | 40,200 | 153,400 | 255,600 | 54°03'42" | 110°54'35" | 147°33'39" | |
| 25 | X | 559,100 | 637,200 | 639,300 | 604,300 | 38°35'16" | 80°42'30" | 128°43'40" | |
| | У | 159,400 | 202,100 | 291,400 | 360,500 | | | | |
| 26 | X | 324,090 | 526,660 | 612,720 | 549,170 | 50°18'53" | 102°47'17" | 150°46'02" | |
| | У | 317,380 | 337,950 | 525,720 | 692,160 | | | | |
| 27 | X | 618,660 | 778,540 | 897,290 | 943,290 | 55°48'58" | 109°15'56" | 152°04'16" | |
| | У | 496,530 | 423,340 | 538,960 | 670,850 | | | | |
| 28 | X | 622,420 | 732,920 | 951,110 | 1066,530 | 46°30'23" | 100°28'58" | 152°19'38" | |
| | У | 711,610 | 577,820 | 561,350 | 746,340 | | | | |
| 29 | X | 138,880 | 373,390 | 481,340 | 493,150 | 51°16'52 " | 107°44'05" | 138°46'30" | |
| | У | 237,470 | 150,350 | 385,920 | 494,350 | | | | |
| 30 | X | 647,660 | 784,310 | 730,470 | 624,620 | 77°19'13" | 127°30'08" | 154°22'30" | |
| | У | 516,960 | 702,620 | 884,610 | 927,770 | | | | |

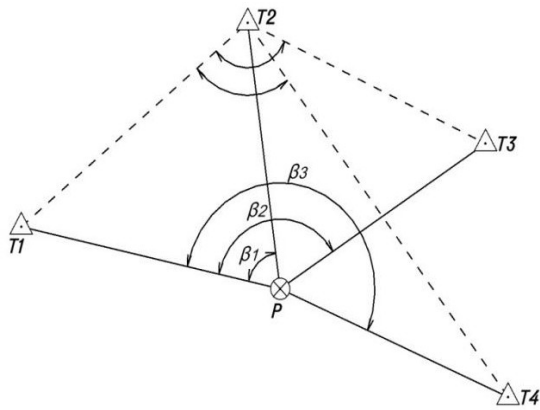
Схеми засічок до варіантів з визначення координат пункту оберненою кутовою засічкою



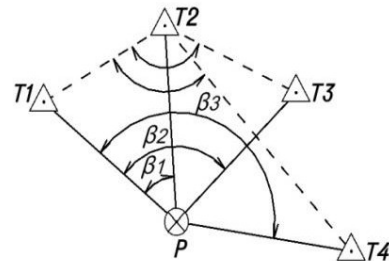
Варіант 1



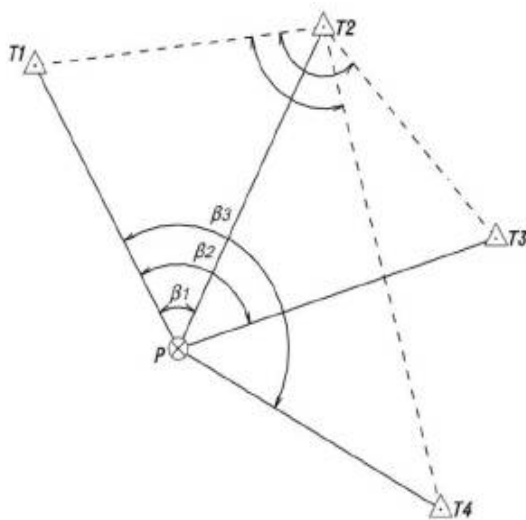
Варіант 2



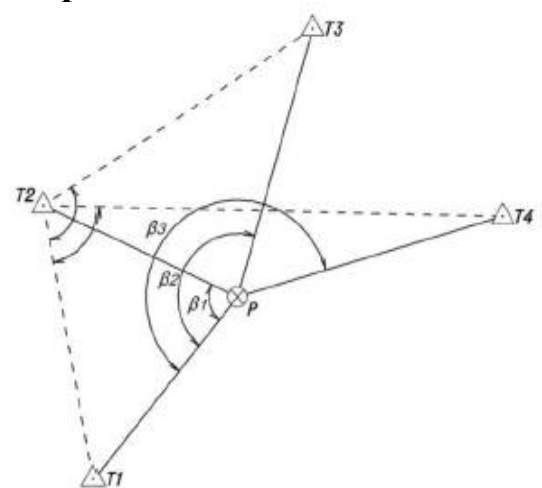
Варіант 3



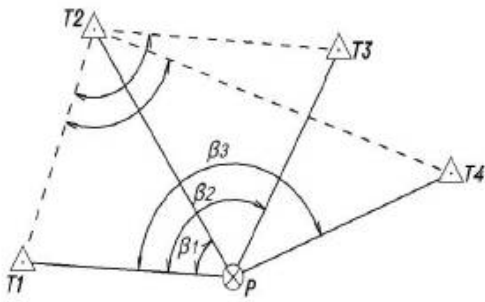
Варіант 4



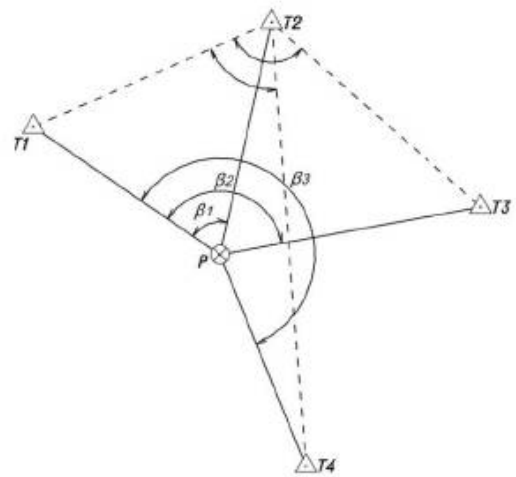
Варіант 5



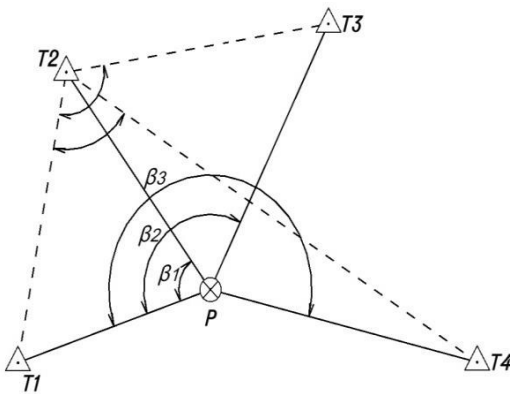
Варіант 6



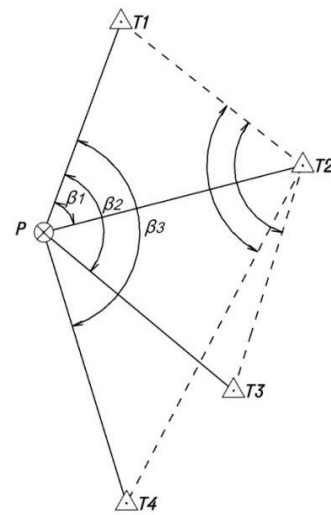
Варіант 7



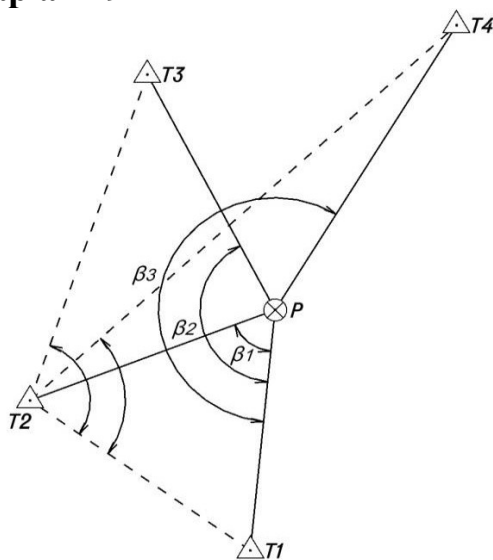
Варіант 8



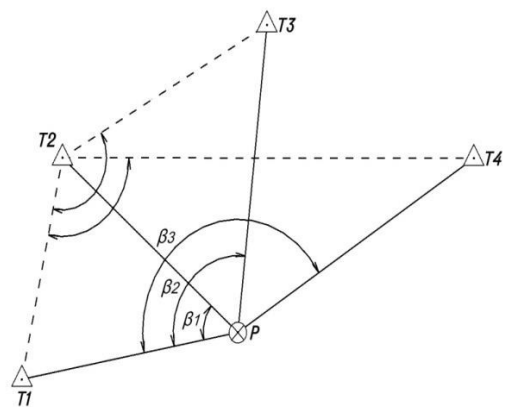
Варіант 9



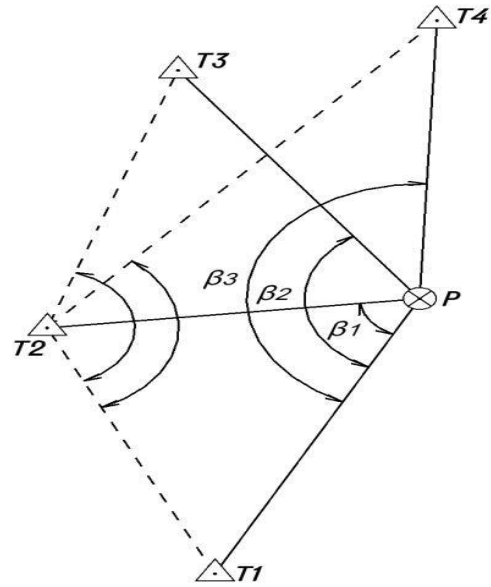
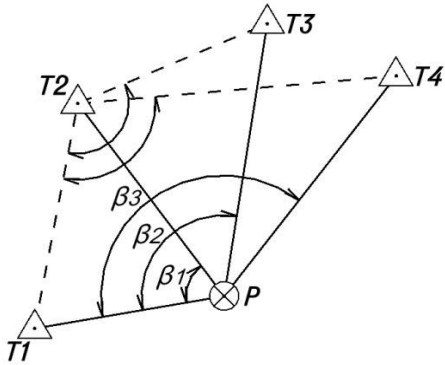
Варіант 10



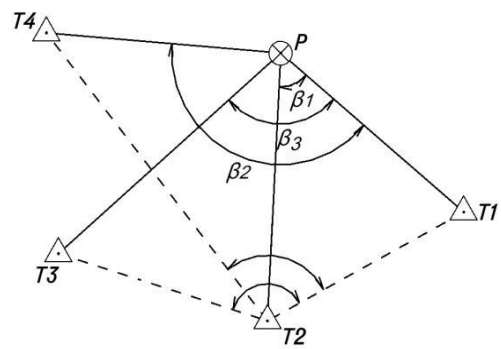
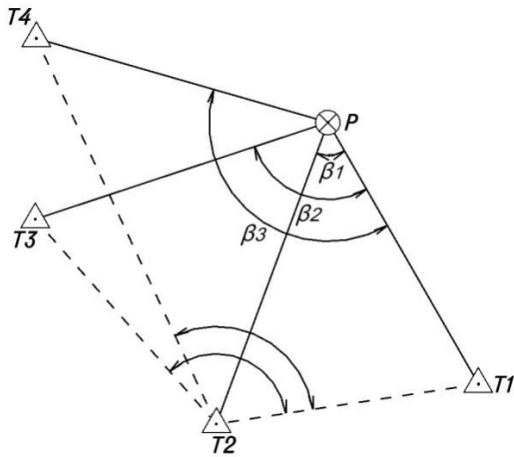
Варіант 11



Варіант 12

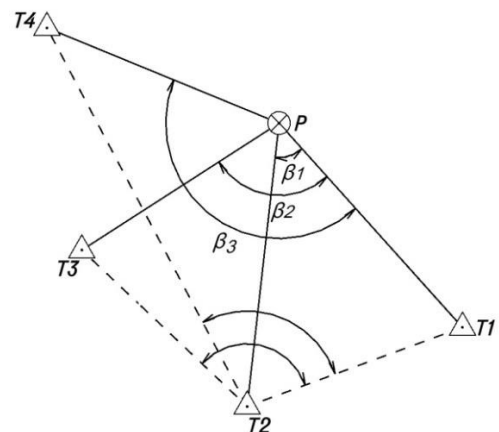
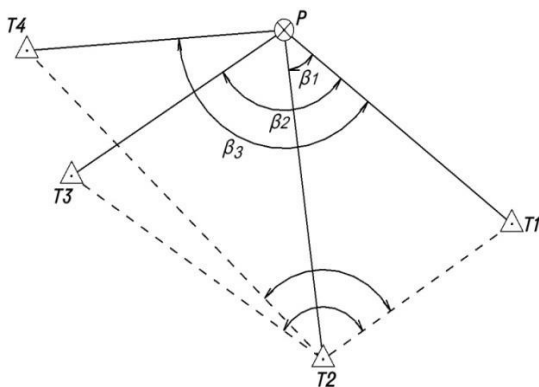


Варіант 13.....Варіант 14



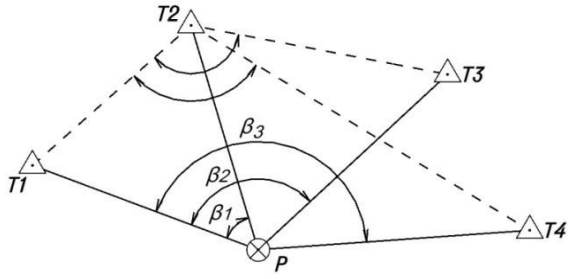
Варіант 15

Варіант 16

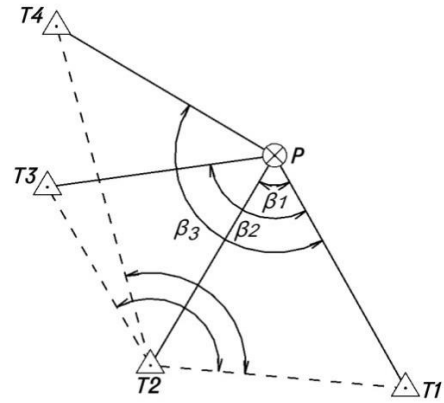


Варіант 17

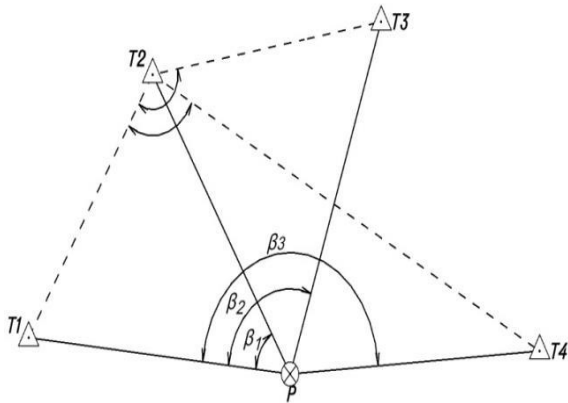
Варіант 18



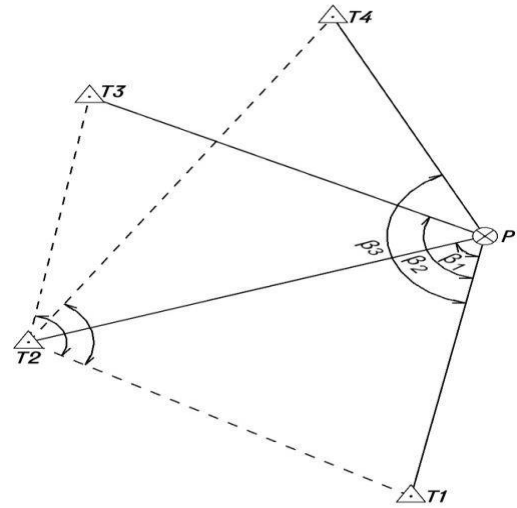
Варіант 19



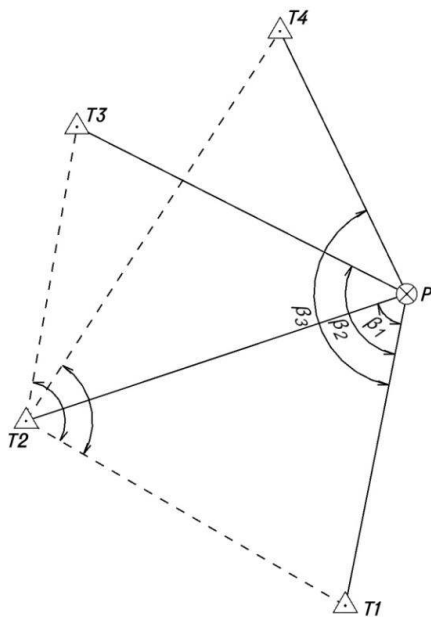
Варіант 20



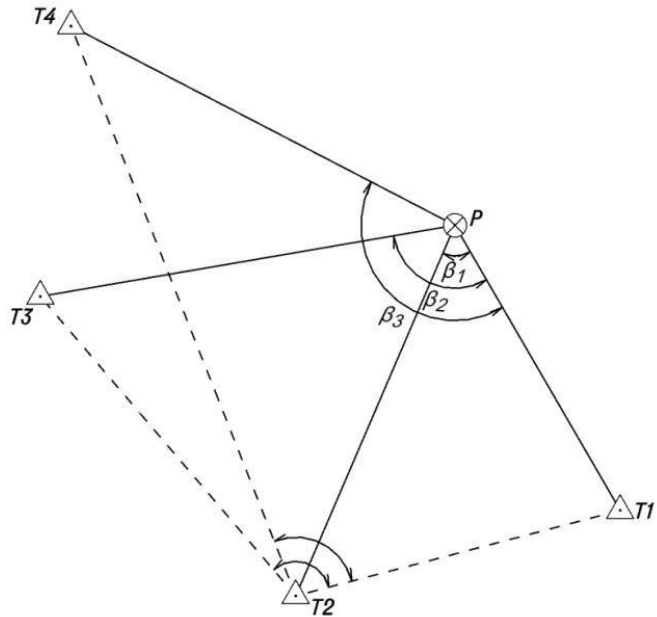
Варіант 21



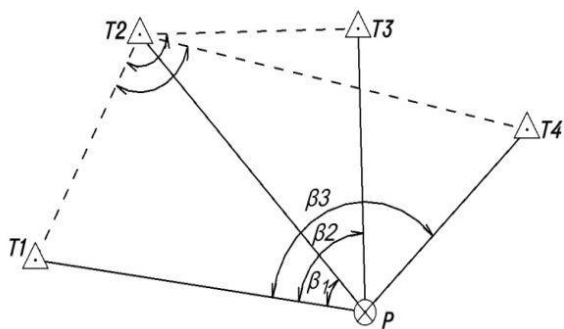
Варіант 22



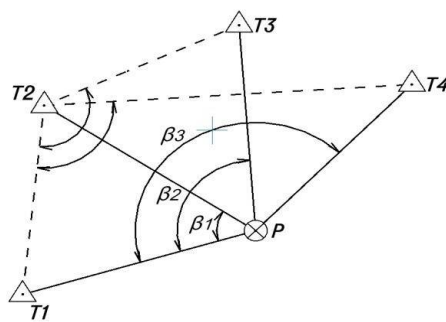
Варіант 23



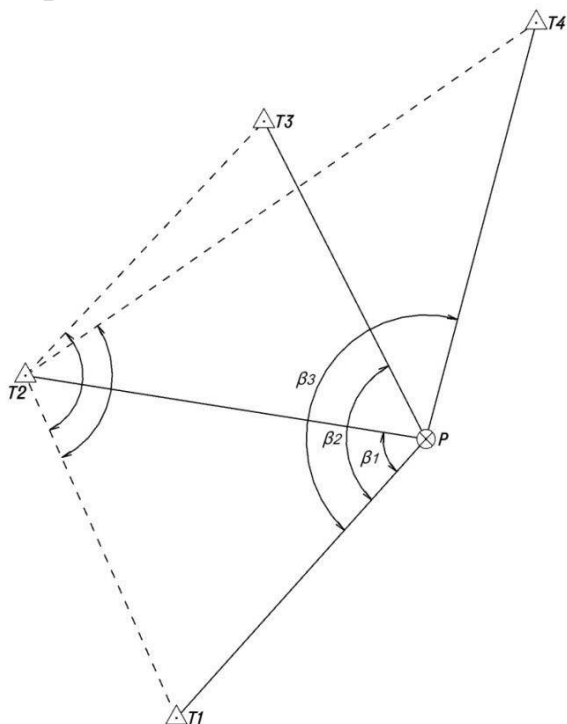
Варіант 24



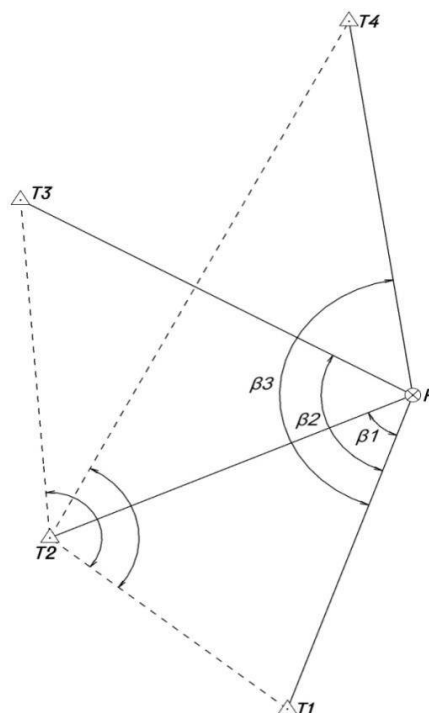
Варіант 25



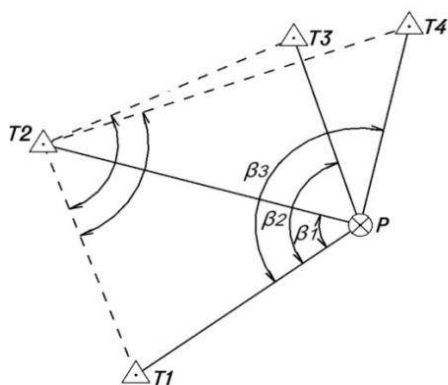
Варіант 26



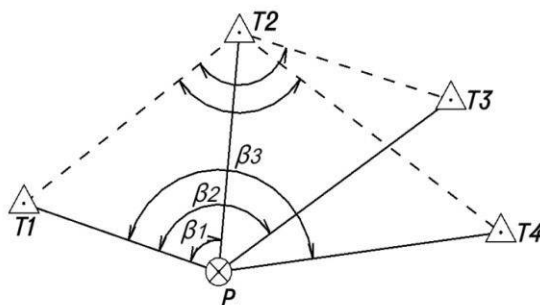
Варіант 27



Варіант 28



Варіант 29



Варіант 30

Лабораторна робота №6

Визначення координат пункту лінійною засічкою

Мета роботи: визначити координати пункту Р лінійною засічкою (рис. 6.1) та виконати оцінку точності.

Вихідні дані: координати пунктів А, В, С, довжини ліній s_1, s_2, s_3 .

Середню квадратичну помилку вимірювання ліній m_s , у всіх випадках прийняти однаковою, рівною 20мм.

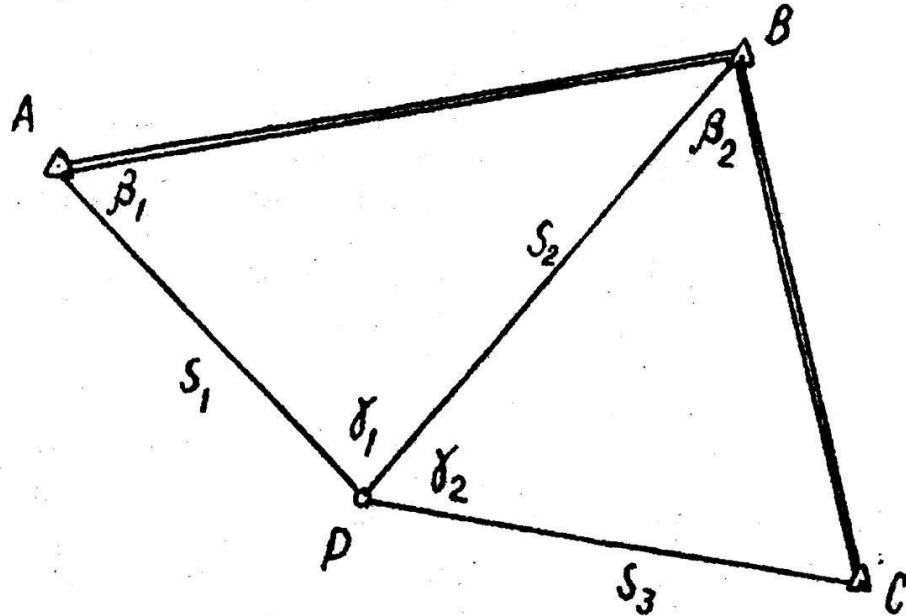


Рис. 6.1. Схема визначення координат пункту лінійною засічкою

Послідовність розв'язку засічки та робочі формули.

1. Визначити дирекційні кути та довжини вихідних ліній:

$$(AB) = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

$$S_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2},$$

$$(BC) = \arctg \frac{Y_C - Y_B}{X_C - X_B},$$

$$S_{BC} = \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2}.$$

2. За теоремою косинусів визначити кути β_1 та β_2 :

$$\beta_1 = \arccos \frac{S_{AB}^2 + s_1^2 - s_2^2}{2S_{AB}s_1},$$

$$\beta_2 = \arccos \frac{S_{BC}^2 + s_2^2 - s_3^2}{2S_{BC}s_2}.$$

3. Обчислити дирекційні кути ліній AP та BP:

$$(AP) = (AB) + \beta_1$$

$$(BP) = (BC) + \beta_2$$

4. Визначити координати пункту Р із першого та другого рішення:

$$X' = X_A + s_1 \cos(AP), \quad Y' = Y_A + s_1 \sin(AP)$$

$$X'' = X_B + s_2 \cos(BP), \quad Y'' = Y_B + s_2 \sin(BP)$$

Для контролю обчислити довжини ліній ВР та СР за координатам та порівняти їх з вимірними значеннями s_2 та s_3 .

Розбіжності не повинні перевищувати трьох одиниць останнього знаку (3 см):

$$BP = \sqrt{(X' - X_B)^2 + (Y' - Y_B)^2}$$

$$CP = \sqrt{(X'' - X_C)^2 + (Y'' - Y_C)^2}$$

5. Провести оцінку точності та заключний контроль правильності визначення положень пункту.

5.1. Обчислити кути засічки:

$$\gamma_1 = \arcsin \frac{S_{AB} \sin \beta_1}{S_2}$$

$$\gamma_2 = \arcsin \frac{S_{BC} \sin \beta_2}{S_3}$$

5.2. Обчислити середні квадратичні помилки визначення положення пункту Р із першого та другого рішення:

$$M_1 = \frac{m_s \sqrt{2}}{\sin \gamma_1}$$

$$M_2 = \frac{m_s \sqrt{2}}{\sin \gamma_2}$$

5.3. Обчислити $M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$ та перевірити виконання умови

$$r = \sqrt{(X' - X'')^2 + (Y' - Y'')^2}$$

$$r \leq 3M_r$$

6. Обчислити остаточні значення координат пункту Р та СКП його положення:

$$X_P = \frac{X' + X''}{2}$$

$$Y_P = \frac{Y' + Y''}{2}$$

$$M = \frac{M_r}{2}$$

Розв'язок задачі записати у вигляді таблиці 6.1. Вихідні дані до виконання лабораторної роботи наведені в таблиці 6.2

Таблиця 6.1

| Позначення | Назви пунктів | | |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|
| | А | В | С |
| X | 646,71 | 593,03 | 67,35 |
| Y | 203,53 | 61,21 | 98,68 |
| s_1, s_2, s_3 | 408,28 | 543,90 | 489,44 |
| $(AB), (BC)$ | 83,581 | 165,923 | |
| s_{AB}, s_{BC} | 759.36 | 427.01 | |
| β_1, β_2 | 47,903 | 60,740 | |
| $(AP), (BP)$ | 141,484 | 236,663 | |
| X', X'' | 241,19 | 241,16 | |
| Y', Y'' | 526,28 | 526,29 | |
| BP, CP | 640,27 | 598,20 | |
| γ_1, γ_2 | 84,819 | 50,228 | |
| M_1, M_2 | 0,028 | 0,037 | |
| M_r | 0,046 | | |
| r | 0,032 | | |
| X_P | 241,18 | | |
| Y_P | 526,28 | | |
| M | 0,023 | | |
| | | | |

ВИХІДНІ ДАНІ
до виконання лабораторної роботи №6

| <i>Варіанти</i> | S_1 | S_2 | S_3 |
|-----------------|---------|---------|---------|
| 1 | 518,28 | 640,27 | 598,19 |
| 2 | 326,18 | 394,24 | 418,93 |
| 3 | 600,31 | 784,53 | 811,38 |
| 4 | 652,18 | 1018,24 | 1319,15 |
| 5 | 671,28 | 906,12 | 1137,92 |
| 6 | 648,94 | 514,24 | 731,48 |
| 7 | 785,18 | 302,65 | 664,44 |
| 8 | 541,95 | 822,15 | 1220,31 |
| 9 | 215,27 | 910,46 | 1500,16 |
| 10 | 1134,12 | 910,18 | 641,72 |
| 11 | 800,23 | 700,01 | 742,52 |
| 12 | 984,14 | 510,1 | 462,38 |
| 13 | 618,26 | 739,39 | 801,24 |
| 14 | 590,64 | 881,31 | 1142,22 |
| 15 | 831,11 | 720,08 | 842,36 |
| 16 | 1000,49 | 511,76 | 492,18 |
| 17 | 800,23 | 700,01 | 742,52 |
| 18 | 618,26 | 739,39 | 801,24 |
| 19 | 590,64 | 881,31 | 1142,22 |
| 20 | 518,28 | 640,27 | 598,19 |
| 21 | 326,18 | 394,24 | 418,93 |
| 22 | 600,31 | 784,53 | 811,38 |
| 23 | 652,18 | 1018,24 | 1319,15 |
| 24 | 671,28 | 906,12 | 1137,92 |
| 25 | 648,94 | 514,24 | 731,48 |
| 26 | 785,18 | 302,65 | 664,44 |
| 27 | 541,95 | 822,15 | 1220,31 |
| 28 | 215,27 | 910,46 | 1500,16 |
| 29 | 1134,12 | 910,18 | 641,72 |
| 30 | 800,23 | 700,01 | 742,52 |

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Який порядок дій при визначенні координат пункту лінійною засічкою
2. За якими формулами виконується оцінка точності.
3. Як проводиться заключний контроль правильності визначення положень пункту.

Лабораторна работа №7. Обчислення координат стінних знаків в полігонометрії

Пункти полігонометрії інженерно-геодезичних мереж закріплюють, за звичай, знаками, що мають певні особливості конструкції та місця розташування. Часто їх закріплюють стінними знаками.

При цьому виникає завдання прив'язки полігонометричного ходу до цих знаків, так як безпосереднє центрування теодоліту на знаку неможливе – центри знаків розташовані, як правило, на відстані 3 – 4 см від стіни або цоколя будівлі.

Стінний знак – пристрій, що закріплений у конструкції капітальних споруд, який є носієм координат або нормальної висоти. Стінні знаки в порівнянні із ґрунтовими мають ряд істотних переваг й їм, по можливості, віддають перевагу. Стінні знаки більше стійкі, вартість їхнього виготовлення й закладки значно менше, ними зручніше користуватись в будь-який час року. Стінні знаки закладають у міцні кам'яні, цегляні, залізобетонні будинки й споруди на висоті від 0,3 до 1,2 м від поверхні землі. Системи стінних знаків бувають: відновлювальні (не мають координат), орієнтирні (мають координати). *Створно – відновлювальна*: представляє собою два стінних знаки, закладені в стіну будівлі на певній відстані. На такий же відстані від крайнього знаку в створі центрів закладених знаків встановлюють тимчасовий робочий центр пункту полігонометрії. *Створно – відновлювальна з контролем*: відрізняється від попередньої наявністю третього знаку, встановленого так, щоб напрямком на нього з робочого центра складав кут зі створеною лінією кут не менше 30°.

Мета роботи: визначити координати знаків 1, 2, 3, 4 і 5.

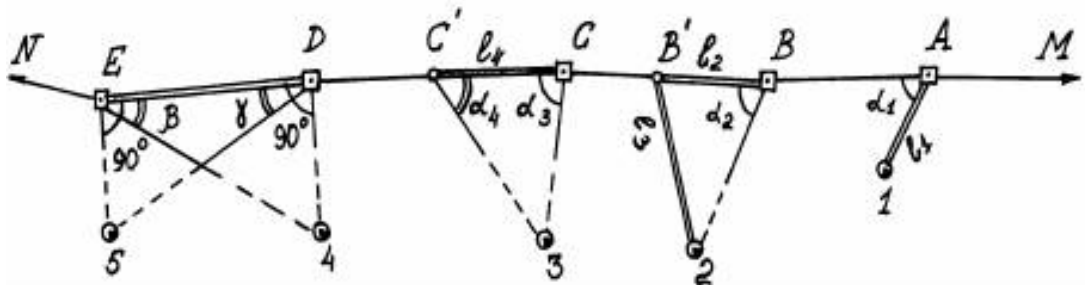


Рис. 7.1. Схема частини полігонометричного ходу, прокладеного для визначення координат стінних знаків 1, 2, 3, 4 і 5.

ВИХІДНІ ДАНІ до виконання лабораторної роботи:

Розміри відрізків змінюються відповідно до формули:

$$l_i = l_{вих} + 10\text{мм} \cdot N,$$

N – номер варіанту.

Кути β і γ при точках D і E визначаються для кожного варіанта за формулами:

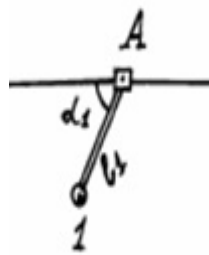
$$\beta = 0^\circ 17' 36'' + 10'' \cdot N$$

$$\gamma = 0^\circ 25' 41'' - 10'' \cdot N$$

| Назва точок | Координати , м | | Елементи прив'язки | |
|-------------|----------------|-----------|--------------------------------|------------------------|
| | X | Y | кутові | лінійні |
| A | 16385,789 | 10285,594 | $\alpha_1 = 44^{\circ}33'18''$ | $l_1 = 2,725\text{м}$ |
| B | 16311,658 | 10131,602 | $\alpha_2 = 56^{\circ}17'18''$ | $l_2 = 9,268\text{м}$ |
| C | 16249,654 | 10027,765 | $\alpha_3 = 85^{\circ}14'42''$ | $l_3 = 8,864\text{м}$ |
| Д | 16167,690 | 9894,255 | $\alpha_4 = 41^{\circ}38'30''$ | $l_4 = 13,434\text{м}$ |
| E | 16081,394 | 9792,002 | | |

Послідовність виконання роботи

1. Обчислюємо координати стінного знака 1, використовуючи формули для рішення прямої геодезичної задачі:



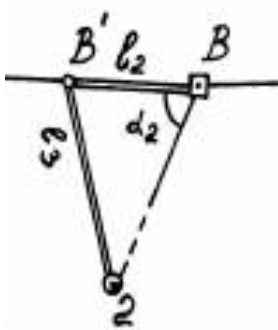
$$x_1 = x_A + \Delta x_{A-1} \quad y_1 = y_A + \Delta y_{A-1}$$

$$\Delta x_{A-1} = l_1 \cdot \cos \alpha_{A-1} \quad \Delta y_{A-1} = l_1 \cdot \sin \alpha_{A-1}$$

$$\alpha_{A-1} = \alpha_{AB} - \alpha_1 \quad \alpha_{AB} = \arctg \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}$$

Рис.7.2. До обчислення координат знака 1

2. Обчислюємо координати стінного знака 2:



$$x_2 = x_B + \Delta x_{B-2} \quad y_2 = y_B + \Delta y_{B-2}$$

$$\Delta x_{B-2} = l_{B-2} \cdot \cos \alpha_{B-2} \quad \Delta y_{B-2} = l_{B-2} \cdot \sin \alpha_{B-2}$$

$$\alpha_{B-2} = \alpha_{BC} - \alpha_2$$

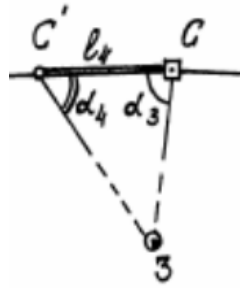
$$l_{B-2} = l_3 \frac{\sin B'}{\sin \alpha_2}$$

$$B' = 180^{\circ} - \alpha_2 - \angle 2$$

$$\angle 2 = \arcsin \left(\frac{l_2 \sin \alpha_2}{l_3} \right)$$

Рис.7.3.
До обчислення координат знака 2

3. Обчислюємо координати стінного знака 3:



$$x_3 = x_C + \Delta x_{C-3} \quad y_3 = y_C + \Delta y_{C-3}$$

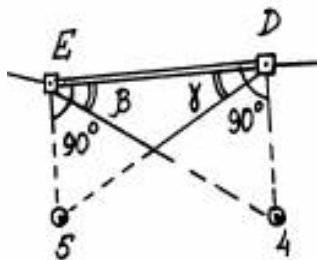
$$\Delta x_{C-3} = l_{C-3} \cdot \cos \alpha_{C-3} \quad \Delta y_{C-3} = l_{C-3} \cdot \sin \alpha_{C-3}$$

$$\alpha_{C-3} = \alpha_{CD} - \alpha_3$$

$$l_{C-3} = l_4 \frac{\sin \alpha_4}{\sin(180^\circ - \alpha_3 - \alpha_4)}$$

Рис.7.4. До обчислення координат знаку 3

4. Обчислюємо координати стінного знака 4:



$$x_4 = x_D + \Delta x_{D-4} \quad y_4 = y_D + \Delta y_{D-4}$$

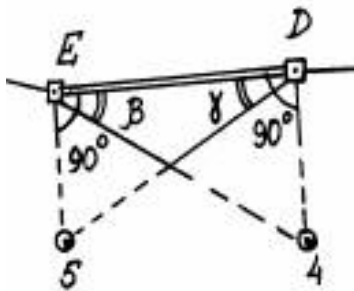
$$\Delta x_{D-4} = l_{D-4} \cdot \cos \alpha_{D-4} \quad \Delta y_{D-4} = l_{D-4} \cdot \sin \alpha_{D-4}$$

$$\alpha_{D-4} = \alpha_{DE} - 90^\circ$$

$$l_{D-4} = l_{DE} \operatorname{tg} \beta$$

Рис.7.5. До обчислення координат знаку 4

5. Обчислюємо координати стінного знака 5:



$$x_5 = x_E + \Delta x_{E-5} \quad y_5 = y_E + \Delta y_{E-5}$$

$$\Delta x_{E-5} = l_{E-5} \cdot \cos \alpha_{E-5} \quad \Delta y_{E-5} = l_{E-5} \cdot \sin \alpha_{E-5}$$

$$\alpha_{E-5} = \alpha_{ED} + 90^\circ$$

$$l_{E-5} = l_{ED} \operatorname{tg} \gamma$$

Рис.7.6. До обчислення координат знаку 5

6. Контроль правильності визначення координат стінних знаків:

- обчислити координати пункту 2 через координати В';
- обчислити координати пункту 3 через координати С';
- обчислити координати пункту 4 через координати Е;
- обчислити координати пункту 5 через координати Д.

Результати рішення подати у вигляді таблиці

| <i>№ точок</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>X'</i> | <i>Y'</i> |
|----------------|----------|----------|-----------|-----------|
| 1 | | | - | - |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Як закріплюються пункти в полігонометрії?
2. Який порядок дій при визначенні координат стінних знаків в полігонометрії

ЛІТЕРАТУРА

1. Геодезія. Частина перша. Під ред. Могильного С.Г., Войтенка С.П. - Чернігів, 2002. - 408 с.
2. Панчук Ю.М., Янчук О.Є. Лабораторний практикум з інженерної геодезії: навчальний посібник.-Рівне: НУВГП, 2010.- 134 с.
3. Ратушняк Г.С. Топографія з основами картографії: Навчальний посібник. - Вінниця: ВДГУ, 2002. - 179 с.
4. Черняга П.Г., Лебідь Г.Г., Мальчук М.П., Мануйлик А.Т., Романчук С.В., Тадєєв О.А. Інженерна геодезія. Лабораторні роботи. Частина 1: Навчальний посібник для студентів технічних вищих закладів освіти. - Рівне, 1999.- 138 с.
5. Калинич І.В., Гриник Г.Г., Ничвид М.Р. Геодезія: навчальний посібник. Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2021. 260 с.
6. І.В.Калинич, М.Р.Ничвид, І.І.Калинич. Топографія. Лабораторний практикум . Навч. посібник. – Ужгород: УжНУ, 2020. – 144 с.