

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СУСЛІКОВ Л. М., СТУДЕНЯК І.П.

## МЕТРОЛОГІЯ ТА ВИМІРЮВАННЯ

навчальний посібник  
для студентів фізико-технічних спеціальностей

УЖГОРОД – 2014

УДК 006.91(075.8)  
ББК Ж10я73  
С-90

Сусліков Л.М., Студеняк І.П. Метрологія та вимірювання: Навчальний посібник. – Ужгород: Видавництво УжНУ, 2014. - 292 с.

У навчальному посібнику розглянуто основні поняття метрології, різновиди і особливості фізичних величин, поняття про засоби вимірювальної техніки та їх характеристики, види вимірювань, методи та принципи вимірювань фізичних величин, сучасний стан і тенденції розвитку метрології та вимірювальної техніки. Висвітлені питання забезпечення єдності вимірювань, а також принципи вибору точності засобів вимірювань. Особливу увагу приділено розгляду похибок вимірювань, джерел їх виникнення та методів зменшення їхнього впливу на кінцевий результат вимірювання. Наведено аналітичні вирази для обчислення і оцінки похибок засобів вимірювань та результатів вимірювань.

Навчальний посібник призначений для студентів фізико–технічних спеціальностей.

Він також може бути корисним аспірантам фізичних і фізико–технічних факультетів.

Рецензенти:

Пуґа П.П.– старший науковий співробітник Інституту електронної фізики НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Небола І.І. – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри прикладної фізики УжНУ

Рекомендовано редакційно–видавничою Радою Ужгородського національного університету (протокол № 3 від 25 вересня 2014 р. )

© Ужгородський національний університет, 2014  
© Сусліков Л.М., Студеняк І.П., 2014

## ЗМІСТ

<b>УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ</b> .....	8
<b>ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ</b> .....	10
<b>ПЕРЕДМОВА</b> .....	11
<b>РОЗДІЛ 1. МЕТРОЛОГІЯ – НАУКА ПРО ВИМІРЮВАННЯ</b> .....	14
1.1. Метрологія, її розділи та функції.....	14
1.2. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.....	17
1.3. Основні метрологічні поняття і терміни.....	21
1.4. Фізична величина. Види фізичних величин.....	23
1.5. Одиниця фізичної величини.....	26
1.6. Розмір фізичної величини. Значення фізичної величини.....	28
1.7. Міжнародні метрологічні організації.....	30
1.8. Державні метрологічні організації.....	32
1.9. Актуальні проблеми метрології.....	34
<b>РОЗДІЛ 2. ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН</b> .....	36
2.1. Поняття вимірювання і вимірювальної інформації.....	36
2.2. Основне рівняння вимірювання.....	37
2.3. Вимірювальні сигнали, перетворення вимірювальних сигналів, форми вимірювальної інформації.....	38
2.4. Види вимірювань.....	40
2.5. Принципи та методи вимірювань.....	49
2.6. Методика виконання вимірювань.....	50
2.7. Класифікація методів вимірювань.....	52
2.7.1. Метод безпосередньої оцінки.....	53
2.7.2. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод.....	53
2.7.3. Компенсаційний (нульовий) метод.....	55
2.7.4. Метод спів падань.....	56
2.8. Електричні методи вимірювання неелектричних величин.....	56
2.9. Планування та організація вимірювань.....	57
<b>РОЗДІЛ 3. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ</b> .....	59
3.1. Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки.....	59
3.2. Засоби вимірювань.....	60
3.3. Вимірювальні пристрої.....	65
3.3.1. Відтворення фізичних величин. Міра.....	66

3.3.2. Компаратор (пристрій порівняння).....	70
3.3.3. Вимірювальні перетворювачі (ВП).....	70
3.3.4. Масштабні перетворювачі.....	74
3.3.5. Числовий вимірювальний перетворювач (обчислювальний компонент).....	75
3.4. Класифікація вимірювальних приладів.....	75
3.5. Основні характеристики засобів вимірювальної техніки.....	79
3.5.1. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки.....	79
3.5.2. Неметрологічні характеристики ЗВТ.....	89
3.6. Показники якості засобів вимірювань.....	90
3.7. Державна система приладів та засобів автоматизації.....	91
3.8. Практичні аспекти під час виконання вимірювальних робіт.....	93
3.9. Похибки засобів вимірювальної техніки.....	94
3.10. Класифікація засобів вимірювань по точності. Класи точності засобів вимірювань.....	101
3.11. Умови вимірювань.....	108

## **РОЗДІЛ 4. ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН.....110**

4.1. Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин.....	110
4.2. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір.....	111
4.3. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин.....	112
4.4. Системи одиниць фізичних величин.....	114
4.5. Міжнародна система одиниць.....	116
4.6. Основні і додаткові одиниці системи СІ.....	117
4.7. Основні переваги системи одиниць СІ.....	119
4.8. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення.....	120
4.9. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення.....	121
4.10. Відносні і логарифмічні величини і одиниці.....	123
4.11. Позасистемні одиниці.....	124
4.12. Найменування і позначення одиниць СІ фізичних величин.....	125
4.13. Правила написання найменувань і позначення одиниць СІ.....	126
4.14. Розмірність фізичних величин.....	127

## **РОЗДІЛ 5. СИСТЕМА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЄДНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ.....133**

5.1. Єдність вимірювань та її забезпечення в Україні.....	133
5.2. Відтворення і зберігання інформації про розміри одиниць фізичних величин. Загальні поняття про еталони.....	136
5.3. Класифікація еталонів.....	138

5.4. Зразкові і робочі засоби вимірювань.....	141
5.5. Метрологічне забезпечення та повірка засобів вимірювань.....	144
5.6. Державний метрологічний нагляд і контроль.....	149
<b>РОЗДІЛ 6. ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН. СИСТЕМАТИЧНІ ПОХИБКИ.....</b>	<b>152</b>
6.1. Загальні поняття про похибки вимірювань.....	152
6.2. Точність вимірювання.....	154
6.3. Вірогідність результату вимірювань.....	155
6.4. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика ...	156
6.5. Принципи оцінювання похибок.....	163
6.6. Характеристики результатів вимірювань.....	164
6.7. Види систематичних похибок.....	165
6.8. Характер прояву систематичних похибок.....	169
6.9. Виявлення й усунення систематичних похибок.....	170
6.9.1. Усунення джерел похибок до початку вимірювання.....	171
6.9.2. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання.....	173
6.9.3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання.....	177
6.9.4. Оцінка границь систематичних похибок.....	178
<b>РОЗДІЛ 7. ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ.....</b>	<b>179</b>
7.1. Основні поняття теорії випадкових похибок.....	179
7.2. Дискретні та неперервні випадкові величини.....	183
7.3. Розподіл дискретних величин.....	183
7.4. Розподіл неперервних випадкових величин.....	185
7.4.1. Інтегральний закон розподілу.....	185
7.4.2. Диференціальний закон розподілу.....	189
7.5. Закон нормального розподілу випадкових величин.....	194
7.6. Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.....	197
7.6.1. Властивості нормального розподілу.....	197
7.6.2. Характеристики нормального розподілу.....	198
7.7. Центральна гранична теорема.....	204
7.8. Довірчі границі випадкових похибок.....	205
7.9. Квантільна оцінка випадкової похибки.....	211

<b>РОЗДІЛ 8. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ, ВІЛЬНИХ ВІД СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК.....</b>	<b>215</b>
8.1. Загальні зауваження.....	215
8.2. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань.....	216
8.3. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань.....	223
8.4. Похибки середнього арифметичного. Основний закон теорії похибок.....	229
8.5. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань.....	231
8.6. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії. Розподіл Ст'юдента.....	235
8.7. Оцінка результатів непрямих вимірювань.....	237
8.8. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань.....	244
8.9. Визначення ваги результату вимірювання.....	245
8.10. Оцінка похибки середнього зваженого.....	247
8.11. Промахи і грубі похибки. Усунення грубих похибок.....	248
8.12. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки.....	249
8.13. Критерій Романовського визначення грубих похибок.....	250
8.14. Статистичний критерій визначення грубих похибок.....	252
8.15. Наближені обчислення при опрацюванні результатів вимірювань: правила заокруглення результатів та похибок вимірювання, похибки заокруглення.....	254
8.16. Математичні дії з наближеними числами.....	258
8.17. Вибір кількості вимірювань.....	261
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>265</b>
Додаток 1. Міжнародна система одиниць (СІ).....	265
Додаток 2. Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями системи СІ.....	271
Додаток 3. Найважливіші фізичні константи.....	272
Додаток 4. Значення інтегралу ймовірностей $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\Delta^2}{2}} d\Delta$ при заданому значенні t.....	273
Додаток 5. Значення t при заданих значеннях інтегралу ймовірностей.....	274
Додаток 6. Значення $t_c$ для різних значень довірчої ймовірності $P_{\text{дов}}$ та кількості вимірювань n (розподіл Ст'юдента).....	275

Додаток 7. Значення довірчої ймовірності $P_{\text{ДОВ}}$ для різних значень коефіцієнта Ст'юдента $t_c$ та кількості вимірювань $n$ .....	276
Додаток 8. Найбільші абсолютні значення нормованих відхилень $Z_T$ .....	277
<b>СЛОВНИК ТЕРМІНІВ</b> .....	278
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	292

## УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

- $\Delta_{\text{дин}}$  - динамічна похибка засобу вимірювальної техніки  
 $\tau_{\text{п}}$  - постійна часу  
 $T_{\text{п}}$  - час встановлення повного значення вимірюваної величини  
 $x$  - значення вимірюваної фізичної величини  $x$   
 $x_{\text{вим}}$  - значення величини, отримане в результаті вимірювань  
 $x_i$  - результат  $i$ -того вимірювання  
 $x_0$  - значення фізичної величини, отримане за допомогою зразкового засобу вимірювальної техніки  
 $x_{\text{д}}$  - дійсне значення вимірюваної фізичної величини  
 $x_{\text{іст}}$  - істинне значення фізичної величини  
 $\Delta, \Delta x$  - абсолютна похибка вимірювання фізичної величини  $x$  або засобу вимірювань  
 $\varepsilon$  - відносна похибка результату вимірювань або засобу вимірювань  
 $\gamma$  - приведена похибка засобу вимірювань  
 $X_{\text{N}}$  - нормуюче значення  
 $\Delta_{\text{с}}$  - систематична похибка вимірювань  
 $\Delta_{\text{в}}$  - випадкова похибка вимірювань  
 $K_{\text{МП}}$  - коефіцієнт масштабування  
 $N_{\text{в}}$  - відлік засобу вимірювальної техніки  
 $N_{\text{в max}}$  - максимальний відлік засобу вимірювальної техніки  
 $C_{\text{под}}$  - ціна поділки шкали  
 $X_{\text{max}}$  - максимальне значення величини, яке можна виміряти за допомогою даного приладу  
 $N$  – загальна кількість поділок шкали приладу  
 $S(X)$  - чутливість засобу вимірювальної техніки  
 $X_{\text{п}}$  - початкове значення діапазону показів засобу вимірювальної техніки  
 $X_{\text{к}}$  - кінцеве значення діапазону показів засобу вимірювальної техніки  
 $X_{\text{в}}$  - верхня границя діапазону вимірювань засобу вимірювальної техніки  
 $X_{\text{н}}$  - нижня границя діапазону вимірювань засобу вимірювальної техніки  
 $\dim A$  – розмірність величини  $A$   
 $L$  – довжина;  
 $M$  – маса;  
 $T$  – час;



$I$  - сила струму;  
 $Q$  – температура;  
 $J$  – сила світла,  
 $N$  – кількість речовини.  
 $F(x)$  – інтегральна функція розподілу випадкових величин  
 $p(x = x_1)$ ,  $p_1$  - ймовірність появи значення фізичної величини  $x = x_1$   
 $n$  – загальна кількість виконаних вимірювань, загальна кількість результатів вимірювань  
 $f(x)$  - диференціальна функція розподілу ймовірностей випадкових величин  
 $M(x)$  - математичне сподівання (очікування) результатів вимірювань  
 $\sigma$  - середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань  
 $D(x)$  - дисперсія результатів вимірювань.  
 $f(\Delta)$  - диференціальна функція розподілу ймовірностей випадкових похибок  
 $\varepsilon$  - довірчий інтервал значень випадкової величини (випадкової похибки)  
 $P_{\text{дов}}$  - довірна ймовірність  
 $\Phi(t)$  - функція Лапласа (інтеграл ймовірностей)  
 $d_p$  - інтерквантільний проміжок  
 $\Delta_p = \frac{d_p}{2}$  - квантільна оцінка похибки як довірчої границі інтервалу невизначеності із заданою довірчою ймовірністю  
 $\Delta_1$  - інструментальна похибка (похибка засобу вимірювань)  
 $\Delta_M$  - методична похибка  
 $\bar{x}$  - середнє арифметичне значення результатів вимірювань  
 $R_n = x_{\text{max}} - x_{\text{min}}$  - розмах результатів вимірювань  
 $x_{\text{max}}$  - найбільше значення величини в даному ряді вимірювань.  
 $x_{\text{min}}$  - найменше значення величини в даному ряді вимірювань.  
 $\bar{\Delta}$  - середня арифметична похибка окремого вимірювання  
 $\sigma_{\bar{x}}$  - середня квадратична похибка для середнього значення  $\bar{x}$ .  
 $t_c = t(n, P)$  - коефіцієнт Стюдента, який залежить як від кількості  $n$  вимірювань, так і від заданої оператором довірчої ймовірності  $P$   
 $\bar{x}_{\text{зв}}$  - середнє зважене значення фізичної величини  
 $\bar{\sigma}$  - середня квадратична похибка середнього зваженого  
 $\sigma_{\text{сум}}$  - сумарна середня квадратична похибка результату вимірювання, обумовлена спільною дією систематичної і випадкової похибок  
 $\theta$  – границя невиключеної систематичної складової похибки вимірювань.

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ДСТУ – Державний стандарт України  
ФВ – фізична величина  
ГКМВ – Генеральна Конференція з мір та ваги  
СІ – Міжнародна система одиниць фізичних величин  
МОЗМ - Міжнародна організація законодавчої метрології  
СОТ – Світова організація торгівлі  
ЄС – Європейський Союз  
АЦП – аналого-цифровий перетворювач  
ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач  
НТД – нормативно-технічний документ  
МВВ – методика виконання вимірювань  
МХ – метрологічні характеристики  
НМХ – нормовані метрологічні характеристики  
ЗВТ – засіб вимірювальної техніки  
ЗВ – засіб вимірювання  
ВУ – вимірювальна установка  
ВС – вимірювальна система  
М – міра  
ВП – вимірювальний перетворювач  
МП – масштабний перетворювач  
ПВП – первинний вимірювальний перетворювач  
ПП – передавальний перетворювач  
ЧВП – числовий вимірювальний перетворювач  
ДСП – Державна система приладів  
ДМН – Державний метрологічний нагляд  
МНК – метрологічний нагляд і контроль  
ДМНК – Державний метрологічний нагляд і контроль  
РВ – результат вимірювання  
СКВ – середнє квадратичне відхилення

## ПЕРЕДМОВА

Динамічний розвиток економіки України неможливий без підвищення конкурентоздатності вітчизняних товарів та послуг як на внутрішньому, так і на зовнішньому ринку. Особливо актуальна ця проблема наразі, коли підписана угода про асоціацію з Європейським Союзом. Визначальним чинником для споживачів усіх країн світу у сучасних умовах є не ціна, а якість продукції. Виробники повинні знати вимоги споживачів до якості товарів, що випускаються, та вивчати їх. Це означає, що якістю продукції і послуг необхідно управляти, вміти кількісно оцінювати і аналізувати їх показники. А це передбачає, в свою чергу, необхідність виконання точних вимірювань характеристик вироблюваної продукції.

Метрологія - наука про вимірювання, а вимірювання - один з найважливіших шляхів пізнання. У сучасних умовах будь-який вид діяльності людини – наука, виробництво, оборона, охорона здоров'я тощо – просто неможливий без виконання вимірювань. Вони відіграють величезну роль в сучасному суспільстві. Наука, промисловість, економіка і комунікації не можуть існувати без вимірювань. Кожну секунду в світі виконуються мільярди вимірювальних операцій, результати яких використовуються для забезпечення якості і технічного рівня продукції, що випускається, безпечної і безаварійної роботи транспорту, обґрунтування медичних і екологічних діагнозів, аналізу інформаційних потоків. Практично немає жодної сфери діяльності людини, де б інтенсивно не використовувалися результати вимірювань, випробувань і контролю. З метою забезпечення належної якості технічних виробів необхідно здійснювати вимірювання їхніх параметрів і характеристик, число яких сягає іноді тисяч. У світі щоденно здійснюють близько 100 млрд вимірювань, частка витрат на які становить 10-15% від загальних витрат суспільної праці, використовуючи у цьому випадку понад декілька мільярдів засобів вимірювальної техніки.

За оцінками експертів, від 3 до 9% валового національного продукту передових індустріальних країн припадає на вимірювання і пов'язані з ними операції.

З іншого боку, пізнання довкілля, вивчення закономірностей явищ природи, розвиток науки і техніки також нерозривно пов'язані з вимірюваннями. Вимірювання як засіб отримання інформації сприяють поглибленню наших знань, дають змогу проникати у сутність досліджуваних явищ.

При розробці, виробництві, експлуатації технічних систем, контролі стану навколишнього середовища, в медицині, торгівлі, при обліку витрат матеріально-технічних ресурсів, а також в інших видах діяльності суспільства вимірювання були, є і будуть одними з найважливіших умов досягнення поставлених цілей. Позбутися них не вдається нікому. В той же

час багато хто не може позбутися неприємностей, пов'язаних з невірно виконаними вимірюваннями.

Закони природи відображають певні зв'язки між різними явищами, процесами, ефектами. Фізичні закони фіксують ці зв'язки у вигляді математичних співвідношень між величинами, які кількісно характеризують властивості об'єктів, їхню зміну у часі. Кількісну оцінку здійснюють шляхом вимірювань фізичних величин. Процес вимірювання є експериментальним порівнянням фізичної величини з невідомим кількісним значенням з деяким її значенням, прийнятим за одиницю порівняння - міру.

Результати вимірювань є основою щодо ухвалення відповідальних рішень, тому вони мають бути точними, достовірними і своєчасними незалежно від того, де, коли та хто їх виконав. Рівень вимог до точності вимірювань у сучасних технічних комплексах проілюструє приклад американської навігаційної космічної системи, яка визначає місце знаходження на поверхні Землі рухомого об'єкта (корабля, літака тощо) з похибкою не більше 20-30 м, використовуючи квантові генератори частоти з точністю  $1 \cdot 10^{-13}$ . Високої точності вимагає ракетно - космічна та безліч інших видів військової техніки, апаратура для наукових досліджень, а у випадку реалізації високих технологій необхідно здійснювати високоточні вимірювання іноді за соті долі секунди. Задовольняють подібні потреби за рахунок наукової та практичної метрологічної діяльності.

Кожне нове покоління різноманітної вимірювальної техніки стає більш складним, насиченим електронікою., що зумовлено зростанням вимог до точності, достовірності, швидкодії, глибини пізнання об'єкта вимірювань Це потребує від тих, хто планує і проводить вимірювання, значно глибших знань порівняно з тим, що вимагалось знати 20-25 років назад. Особливо чіткі та багатогранні знання основ метрології та вимірювальної техніки необхідні спеціалістам, що працюють в галузі приладобудування, структурах метрологічного забезпечення виробництва, технічних пристроїв.

Метрологія ґрунтується на досягненнях майже усіх наук про природу. Розвиток метрології підвищує науковий і технічний рівень вимірювань, що сприяє подальшому розвитку наукового і технічного прогресу. Майже усі форми людської діяльності вимагають метрологічного забезпечення.

Метрологія займає особливе місце серед технічних наук, оскільки, з одного боку, вона увібрала і вбирає в себе найостанніші наукові досягнення і це виражається в досконалості її еталонної бази і способів обробки результатів вимірювань, а з іншого - вона сприяє розвитку технічних наук, оскільки вдосконалення метрології вимірювань приводить до отримання нових достовірних наукових результатів.

Науково-технічний прогрес значно посилив роль метрології як науки про вимірювання. Це пояснюється тим, що без випереджувачого розвитку метрології неможливий прогрес багатьох напрямків науки і техніки і передусім розробка нових сучасних засобів вимірювання та їх практичне використання. Одним із важливих завдань метрології як науки про вимірювання є забезпечення єдності вимірювання та достовірності їх результатів, оскільки останнім часом різко підвищилися вимоги до точності вимірювань, збільшилася кількість вимірюваних величин.

Роль вимірювань неперервно зростає у всіх галузях науки і техніки. І це природньо, бо кожному прогресу в галузі природніх і технічних наук, кожному відкриттю, створенню нових машин, виробів і матеріалів передують велика кількість різноманітних вимірювань. Великого значення набуває також вірогідність і надійність вимірювань.

Метрологія вже давно стала наукою, без знання якої не може обійтися жоден фахівець, що займається як розробкою, виготовленням і експлуатацією різних технічних засобів, так і питаннями менеджменту, статистики, економіки, культури тощо.

Все це ставить до майбутніх спеціалістів у будь-якій сфері суспільно корисної діяльності суворі вимоги щодо досконалого знання методів виконання точних вимірювань та прийомів грамотної обробки отриманих результатів.

**Метою** вивчення дисципліни “Метрологія та вимірювання” є ознайомлення студентів з основними принципами точних вимірювань фізичних величин, методами і засобами забезпечення їх єдності та способами досягнення необхідної точності.

**Завдання** дисципліни “Метрологія та вимірювання” - формування у студентів комплексу знань і навиків, необхідних для обґрунтованого вибору методів та засобів вимірювання при розв’язанні конкретної вимірної задачі, оцінки точності та похибок отриманих результатів вимірювання, а також відповідних знань про систему забезпечення єдності вимірювань та принципи повірки засобів вимірювань.

# РОЗДІЛ 1. МЕТРОЛОГІЯ – НАУКА ПРО ВИМІРЮВАННЯ.

## 1.1. Метрологія, її розділи та функції

Слово метрологія походить від грецьких слів “метрон” - міра та “логос” - наука (вчення).

**Метрологія** - це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності.

Як наука про вимірювання метрологія є частиною, розділом технічної фізики і покликана вирішувати науково-теоретичні проблеми вимірювальної техніки. Її основні завдання полягають у розробленні теоретичних основ єдиної системи одиниць, що об'єднують всі вимірювані фізичні величини, у створенні методів їх відтворення на рівні еталонів та передаванні значень цих одиниць з найвищою для сьогодення точністю.

**Об'єктом метрології** є вимірювання, методи і засоби забезпечення єдності вимірювань та способи досягнення потрібної точності.

**Предметом метрології** є отримання кількісної та якісної інформації про властивість фізичних об'єктів та процесів, встановлення та застосування наукових і організаційних основ, правил та норм, необхідних для досягнення єдності та необхідної точності вимірювань. Зокрема предметом дослідження метрології є:

- одиниці фізичних величин та їх системи;
- еталони та способи передачі розмірів одиниць від еталонів до зразкових і робочих засобів вимірювань;
- засоби вимірювань;
- методи здійснення вимірювань,
- загальні методи обробки результатів вимірювань та оцінки їх точності і вірогідності;
- основи забезпечення єдності вимірювань.

**Методи метрології** - сукупність фізичних та математичних методів, що використовуються для одержання вимірювальної інформації із заданими точністю та достовірністю (методів вимірювальних перетворень, методів вимірювань та опрацювання результатів спостережень, планування вимірювального експерименту).

**Засоби метрології** - це сукупність засобів вимірювальної техніки та засобів контролю, які вдосконалюються і розвиваються на основі об'єктивних законів.

Під **вимірювальною технікою** в широкому розумінні мають на увазі як всі технічні засоби, за допомогою яких виконують вимірювання, так і техніку виконання вимірювань.

У всьому світі кожен день виконуються сотні, тисячі, мільярди вимірювань. В інтересах кожної країни, у взаємовідносинах між країнами

дуже важливо, щоб результати вимірювань, де б вони не виконувалися, були узгоджені.

Для цього, в першу чергу необхідна єдність вимірювальних одиниць і мір. **Єдність мір** є однією з умов забезпечення співставленості результатів вимірювань. Окрім цього, необхідне виконання ряду інших умов для того, щоб забезпечити всі ті якості результатів вимірювань, які потрібні для їхньої співставленості і правильного використання. Все це в цілому називається **єдністю вимірювань**.

Метрологія як раз і займається питаннями теорії і практики забезпечення єдності вимірювань.

Метрологія поділяється на три розділи: теоретичну, законодавчу і прикладну метрологію.

**Теоретична метрологія** – це частина метрології, яка вирішує загальні наукові проблеми вимірювань.

Основні завдання та зміст **науково-теоретичної метрології** визначені такими напрямками:

1. Розроблення та удосконалення теоретичних основ метрології, в тому числі загальної теорії вимірювань, теорії похибок, теорії надійності засобів вимірювальної техніки, теорії вимірювальних перетворень та теорії передавання вимірювальної інформації.

2. Розроблення нових принципів та методів вимірювань, в тому числі фізичні дослідження з метою використання найновіших досягнень науки для створення нових методів вимірювань та засобів вимірювальної техніки, підвищення точності вимірювань.

3. Створення та удосконалення наукових основ єдності мір та вимірювань, в тому числі удосконалення еталонів, удосконалення мір фізичних величин та засобів вимірювань, створення наукових основ державних випробувань вимірювальних засобів, розроблення та удосконалення нормативної документації в галузі вимірювальної техніки (стандарти, технічні умови, інструкції та методичні вказівки).

4. Створення та удосконалення наукових основ державної служби стандартних довідкових даних та стандартних зразків, в тому числі розроблення методик експериментального визначення найбільш достовірних значень фізичних констант, розроблення і удосконалення системи збору, апробації, зберігання та розповсюдження стандартних довідкових даних.

5. Створення та удосконалення наукових основ державної служби атестації якості продукції, в тому числі критеріїв оцінки якості продукції.

Всі розроблені засоби вимірювальної техніки, відокремлені від метрологічної бази, перетворилися б у беззмістовний набір механізмів, які не мали би практичної цінності. Тому метрологія не може обмежуватись лише науковими дослідженнями - принципово важливі результати цих досліджень повинні бути доведені до практичного втілення і стати обов'язковими для

всіх. Звідси впливають **законодавчі функції** в діяльності метрологічних організацій.

**Законодавча метрологія** - це частина метрології, що містить законодавчі акти, правила, вимоги та норми, які регламентуються та контролюються державою для забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань.

Завдання та зміст **законодавчої метрології** полягають у створенні та удосконаленні законодавчих основ вимірювальної техніки, зокрема:

- узаконенні (стандартизації) термінів та їх означень, систем чи сукупності одиниць, системи еталонів, мір фізичних величин та засобів вимірювань;

- узаконенні класів точності засобів вимірювальної техніки та методик оцінювання їх точності;

- узаконенні стандартних довідкових даних, методик повірки та контролю вимірювальних засобів, методик контролю та атестації якості продукції (атестація - офіційне підтвердження визнаним компетентним органом відповідності певних характеристик продукції встановленим кваліфікаційним ознакам).

**Прикладна метрологія** – це частина метрології, предметом дослідження якої є практичне застосування положень теоретичної та законодавчої метрології.

Практичною стороною метрології, що тісно пов'язана з її законодавчими правилами, є повірочна діяльність, що забезпечує передавання правильних значень одиниць від еталонів до робочих мір та вимірювальних приладів. Висока точність відтворення одиниць та методів вимірювань різних фізичних величин, досягнених у метрологічних закладах, набувають величезного практичного значення тільки в тому випадку, коли створені умови, що забезпечують передавання правильних значень цих величин вимірювальним засобам, які використовуються в різних галузях народного господарства. Це досягається періодичною повіркою робочих засобів вимірювальної техніки (ЗВТ).

Передавання значень фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювань здебільшого багатоступінчаста, та в кожному конкретному випадку підпорядкована повірочним схемам.

Отже, завданням та змістом **прикладної метрології** є такі питання:

- організація державної служби єдності мір та вимірювань, включно з організацією та здійсненням періодичної повірки засобів вимірювальної техніки, які знаходяться в експлуатації, організація та здійснення державних випробувань нових засобів вимірювальної техніки, контроль за станом вимірювального господарства підприємств;

- організація державної служби стандартних довідкових даних та стандартних зразків, в тому числі видання офіційних довідників зі значеннями констант та властивостей речовин і матеріалів;



- виготовлення та випуск стандартних зразків та організація служби їх атестації;

- організація та здійснення служби контролю за дотриманням стандартів та технічних умов під час виробництва, державних випробувань та атестації якості продукції.

Всі три розділи метрології взаємопов'язані і мають на меті вирішення ряду актуальних проблем забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань, найважливішими серед яких є:

- опрацювання загальної теорії вимірювань;
- розробка теорії певних окремих видів вимірювань;
- розробка теорії фізичних величин, одиниць і систем фізичних величин;
- розробка теорії похибок;
- визначення фізичних констант і стандартних довідкових даних про властивості речовин і матеріалів;
- розробка еталонів і стандартних зразків;
- розробка засобів вимірювання;
- забезпечення правильної експлуатації засобів вимірювальної техніки;
- відтворення розмірів одиниць з допомогою еталонів і передавання їх усім іншим засобам вимірювання;
- нормування метрологічних характеристик засобів вимірювання;
- нормування стандартних вимірювальних процесів і методик виконання вимірювань;
- метрологічний нагляд за засобами вимірювання і правильністю їх застосування.

Отже, метрологія є науковою основою сучасної вимірювальної техніки, причому **функції** прикладної і законодавчої метрологій підпорядковані положенням теоретичної метрології. В свою чергу, положення теоретичної метрології знаходять практичну перевірку під час реалізації функцій прикладної та законодавчої метрологій.

## **1.2. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.**

**Вимірювання** є одним з шляхів пізнання природи людиною, які поєднують теорію з практичною діяльністю людини. Вони є основою наукових знань, дають можливість розкрити діючі в природі закономірності, урахувати матеріальні ресурси, визначити якість продукції, слугують для вдосконалення технологій, автоматизації виробництва, стандартизації, охорони здоров'я й забезпечення безпеки праці й для багатьох інших галузей людської діяльності. Вимірювання кількісно характеризують навколишній матеріальний світ.

Вимірювання фізичних величин усе ширше застосовується не тільки в технічних науках і в промисловості, але й біології, медицині, сільському господарстві, в охороні довкілля. Вимірювання є гарантом забезпечення ефективності технологічних процесів та високої якості продукції. Без вимірювань немислимі всі дослідження науки й техніки.

Менделєєв Д.І. казав: “Наука починається відтоді, як починають вимірювати”.

Відомий аналогічний вираз засновника англійської метрології Томсона: “Кожна річ відома лише до такого ступеня, до якого її можна виміряти”.

Розвиток науки і техніки завжди був пов'язаний з прогресом в області вимірювань. У фізиці, механіці і інших науках вимірювання дозволили точно встановити залежності, що виражають об'єктивні закони природи, тому ці науки називаються точними.

Кожному новому відкриттю в області технічних і природничих наук передувала велика кількість різних вимірювань. Німецький фізик Г. Ом встановив основний закон електричного кола (закон Ома) в 1826 році шляхом низки точних експериментів, а в 1827 році дав йому теоретичне обґрунтування.

Перший в світі електровимірювальний прилад - «вказівник електричної сили» був створений у 1745 році академіком Г. В. Ріхманом, соратником М. В. Ломоносова. Це був електрометр - прилад для вимірювання різниці потенціалів, призначений для вимірювання атмосферної електрики. Однак тільки з другої половини 19 століття у зв'язку зі створенням і практичним застосуванням генераторів електричної енергії гостро постало питання про розробку різних електровимірювальних приладів, відсутність яких стримувала розвиток електротехніки.

Метрологія має важливе значення для науково-технічного прогресу, оскільки без вимірювань, без постійного підвищення їх точності неможливий розвиток жодної з галузей науки і техніки. Завдяки точним вимірюванням стали можливими численні фундаментальні відкриття. Наприклад, вимірювання густини води з підвищеною точністю обумовило відкриття у 1932 р. важкого ізотопу водню — **дейтерію**, мізерний вміст якого у звичайній воді здатний збільшувати її густину.

Розвиток науки і промисловості стимулював розвиток вимірювальної техніки, а удосконалення вимірювальної техніки, у свою чергу, активно впливали на розвиток багатьох галузей науки і техніки.

Жодне наукове дослідження чи процес виробництва не може обійтися без вимірювань, без вимірювальної інформації. Ні в кого немає сумніву відносно того, що без розвитку методів і засобів вимірювання прогрес у науці і техніці неможливий.

Сучасні досягнення у галузі радіоелектроніки були б неможливі без нових технологій і високоточних вимірювань товщини шарів

напилення у мікросхемах і чистоти напівпровідників. Впровадження нових технологій ґрунтується на нових засобах вимірювань, принципи роботи яких розроблені з урахуванням останніх наукових досягнень і відкриттів.

Розвиток сучасного наукового експерименту при дослідженні космосу, елементарних частинок матерії, складних технологічних процесів і об'єктів залежить від своєчасного і якісного збору вимірювальної інформації, від необхідного рівня і випереджаючого розвитку засобів вимірювання.

Поряд з метрологією формувалися теоретичні основи вимірювальної техніки в цілому та окремих видів вимірювань, наприклад, електричні, оптичні, механічні. Нові засоби вимірювальної техніки розробляються на основі сучасних досягнень у галузі математики, фізики, радіоелектроніки, біології, теорії автоматичного управління, теорії зв'язку тощо. Перелічені галузі науки у свою чергу використовують досягнення теорії вимірювань, метрології, вимірювальної техніки. Так, спеціалісти обчислювальної техніки розробляють аналогово-цифрові перетворювачі, вимірювальні комутатори і відповідне метрологічне забезпечення.

До недавнього часу засоби вимірювальної техніки обмежувалися показувальними та автоматичними приладами для вимірювання окремих технологічних параметрів. В останні роки у зв'язку з різним рівнем інтенсифікації і автоматизації сучасних технологічних процесів підхід до вимірювань суттєво змінився. Виникла потреба у своєчасному одержанні, опрацюванні й записках потоків вимірювальної інформації, що зумовило виникнення інформаційно - вимірювальних систем, здатних відтворювати на екранах дисплея повну інформацію про стан об'єкта, давати поради оператору, відображати значення того чи іншого параметра і прогнозувати подальшу його зміну.

Для забезпечення науково-технічного прогресу метрологія повинна випереджати у своєму розвитку інші галузі науки, бо для кожної з них точні вимірювання і достовірна інформація є основоположними.

Особливо важлива роль електричних вимірювань, які завдяки ряду переваг над неелектричними вимірюваннями стали основними. А перевага електричних вимірювань полягає в універсальності, тобто в можливості вимірювань не тільки електричних величин, але й неелектричних, попередньо перетворених на електричні; дистанційності, що визначається можливістю передавання вимірювальної інформації у вигляді електричних сигналів на практично довільні відстані від досліджуваного об'єкта; можливості вимірювань швидкозмінних величин за допомогою малоінерційних електричних засобів вимірювальної техніки; можливості забезпечення високої чутливості та потрібної точності, можливості комп'ютеризації вимірювань.

Державний стандарт України ДСТУ 2681-94 "Метрологія. Терміни та визначення" лаконічно визначає метрологію як науку про вимірювання. Деталізуючи це визначення, можна сказати, що метрологія - це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення єдності вимірювань та способи досягнення потрібної точності. Під єдністю вимірювань розуміють такий їх стан, при якому результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, а їх похибки відомі з заданою ймовірністю.

Вимірювання забезпечують зв'язок з об'єктом досліджень чи керування в тій чи іншій галузі техніки. На першому етапі розвитку вимірювань діяли, головним чином, тенденції диференціації: кожна галузь вимірювань розвивалась відокремлено. Виникли окремі галузі вимірювальної техніки - техніка вимірювань механічних величин, електричних величин і т.д. Метрологія об'єднує єдиною теорією, єдністю понять, методів і засобів різні галузі вимірювальної техніки. Сьогодні, коли створюються складні вимірювальні інформаційні системи, для оптимального розв'язання непростих вимірювальних задач необхідне широке узагальнення результатів, отриманих у різних галузях вимірювань. Ці обставини і сприяють посиленню інтеграції в сучасній метрології та вимірювальній техніці.

Метрологія розвивається як єдина наука, що охоплює філософські питання вимірювань і вирішує такі основні завдання: створення еталонів та мір, вимірювальних приладів і вимірювальних інформаційних систем, розроблення методів вимірювальних перетворень, методів оцінювання точності результатів вимірювань тощо. Такий розвиток метрології об'єднує набутий досвід всіх метрологів, працівників приладобудівних вимірювальних служб і відображає тенденції до інтеграції.

Метрологія є теоретичною основою вимірювальної техніки. І чим більше розвивається вимірювальна техніка, тим більшого значення набуває метрологія, яка створює і вдосконалює теоретичні основи вимірювань, узагальнює практичний досвід в області вимірювань і спрямовує розвиток вимірювальної техніки.

Для забезпечення високого рівня вимірювань не досить мати теоретичну базу та засоби вимірювальної техніки, необхідно також вміти правильно користуватись ними. Тому метрологія виступає в двох аспектах - **науково-технічному та законодавчому**. В науково-технічному аспекті змістом метрології є вирішення наукових і технічних задач, які забезпечують створення сучасних еталонів, засобів та методів вимірювань, методів оцінювання точності вимірювань тощо, а в законодавчому - створення регламентованих державою загальних правил, вимог та норм, які забезпечували б високий рівень вимірювальної справи, мали би наукову основу і забезпечували єдність вимірювань. Метрологія як раз і відрізняється від інших природничих наук тим, що її фундаментальні положення приймаються за угодою, а не диктуються об'єктивними закономірностями.

Необхідно відзначити взаємний зв'язок метрології та стандартизації.

**Стандартизація** - це діяльність, що полягає у розробленні та встановленні вимог, правил, норм, чи то характеристик з метою досягнення оптимальної узгодженості в певній галузі, результатом чого є підвищення ступеня відповідності продукції її функціональному призначенню. Стандарти встановлюють відповідні вимоги до матеріалів, виробів, технічної та технологічної документації, методів досліджень тощо.

Взаємозв'язок метрології та стандартизації проявляється в тому, що вимірювання, з одного боку, пронизані різними стандартами (на засоби вимірювальної техніки, методики і ін.), а, з іншого боку, стандарти забезпечуються методами та засобами контролю їх виконання. Тому метрологія і стандартизація в Україні об'єднані в єдину державну службу, якою є Державний комітет України зі стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

В Україні діють Державні стандарти України (ДСТУ), Міждержавні (більшості країн СРСР, які підписали угоду про взаємопогоджену політику в галузі стандартизації) стандарти (ГОСТ - ДСТУ), а також чинними до моменту прийняття ДСТУ є деякі стандарти (ГОСТ) Радянського Союзу.

Стандартизація і метрологія, особливо останніми роками у зв'язку з успішним розвитком міжнародного співробітництва, набувають міжнародного характеру. Україна є активним членом багатьох міжнародних організацій: Міжнародної організації зі стандартизації, Міжнародної організації законодавчої метрології, Міжнародного комітету мір та ваг, Міжнародної електротехнічної комісії.

Сучасна інформаційно-вимірювальна техніка дає можливість вимірювати найрізноманітніші величини: електричні, магнітні, механічні, теплові, світлові, акустичні та ін. І у переважній більшості неелектричні величини вимірюються електричними вимірювальними приладами після попереднього перетворення неелектричної величини в електричну як найзручнішу для передачі, підсилення, порівняння, точного вимірювання.

Існує багато різноманітних підприємств, які виготовляють засоби вимірювань. Ще більше підприємств, установ і організацій, які виконують вимірювання і використовують їх результати.

Заслуга метрології в тому, що вона створила і здійснила систему, спрямовану на всезагальне забезпечення єдності мір і єдності вимірювань.

### **1.3. Основні метрологічні поняття і терміни.**

Метрологія оперує рядом термінів, що встановлені ДСТУ 2681-94 «Метрологія. Терміни та визначення». Цей стандарт встановлює обов'язкові для використання терміни у всіх видах нормативної документації, науково-технічній, навчально-методичній літературі, що належить до метрології та метрологічного забезпечення, а також робіт зі

стандартизації або при використанні результатів цих робіт, включаючи програмні засоби для комп'ютерних систем.

До основних метрологічних понять належать наступні:

1. фізичні величини;
2. одиниці фізичних величин;
3. засоби вимірювань (еталони, зразкові і робочі засоби вимірювань);
4. вимірювання;
5. методи і методики вимірювань;
6. результати вимірювань;
7. похибки вимірювань і засобів вимірювань

**Поняття** – це відображення в свідомості загальних, суттєвих сторін предмета. Основою виникнення поняття є практика, яка узагальнює діяльність розуму. Поняття передаються шляхом слів і словосполучень, які називаються **термінами**.

**Термін** – це слова або словосполучення, які є точними позначеннями предметів, явищ, властивостей, відношень, процесів тощо в будь-якій спеціальній області виробництва, техніки, науки, мистецтва, суспільного життя тощо.

В свідомості людини, яка почула або прочитала будь-який термін, виникає поняття, яке відповідає тому чи іншому факту. Однак, внаслідок різного досвіду або сприйняття, один і той же термін у різних людей може викликати різні уявлення про факти. Різне тлумачення одних і тих же понять може привести до серйозних негативних наслідків, оскільки в різних областях науки і техніки одним і тим же словом позначаються цілком різні поняття.

Тому точна термінологія набуває особливо важливого значення в метрології. Мова метрології має бути єдиною для всіх галузей знань і не допускати будь-яких жаргонів.

Уявлення про основні метрологічні поняття дає схема, яка логічно поєднує елементи, що беруть участь у вимірюваннях (рис.1.1).



Рис. 1.1. Основні елементи, що беруть участь у вимірюваннях.

#### 1.4. Фізична величина. Види фізичних величин.

Поняття фізичної величини – це найзагальніше поняття у фізиці та метрології.

**Фізична величина (ФВ)** - це властивість спільна в якісному відношенні для багатьох об'єктів, але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного об'єкту.

Приклади фізичних величин: довжина, маса, швидкість, сила електричного струму, світловий потік, температура тощо.

Індивідуальність в кількісному відношенні слід розуміти так, що властивість може бути для одного об'єкта в декілька разів більша або менша, ніж для другого.

Наприклад, фізична величина „довжини” є властивістю як будь-якого виробу, так і Землі як планети - це в якісному відношенні. В кількісному відношенні довжина виробу і лінійні розміри Землі суттєво розрізняються. Усі об'єкти мають масу і температуру, проте для кожного окремого об'єкта як маса, так і температура різні та конкретні за певних обставин. Розмір ФВ є її атрибутом, що існує об'єктивно, незалежно від наших знань про нього.

Фізичні величин поділяють за різними ознаками.

**1. За характером зв'язків розмірів ФВ з об'єктами, яким вони притаманні, їх поділяють на екстенсивні та інтенсивні величини.**

**Екстенсивні ФВ** (маса, довжина, площа, енергія тощо) – це величини, які при поділі об'єкта на частини змінюють свої розміри і є аддитивними величинами, тобто їх можна додавати або віднімати.

**Інтенсивна величина** характеризує стан фізичного об'єкту і при його поділі на частини може зберігати свій розмір, наприклад, густина, температура, питомий електричний опір. Інтенсивні ФВ не є аддитивними (густина суміші не дорівнює сумі густини компонентів).

**2. За характером виявлення ФВ** поділяються на **енергетичні** (активні), які здатні самі проявляти свої розміри (температура, напруга) і **параметричні** (пасивні), опір, індуктивність, ємність, розміри яких проявляються при впливі на об'єкт відповідної активної величини (відповідно активні та пасивні величини визначаються з використанням різних видів вимірювань - прямих та непрямих).

Конкретні ФВ існують в просторі і часі, перебувають в причинно-наслідкових зв'язках з іншими ФВ згідно з законами фізики. Тому розміри ФВ є функціями часу, координат та інших величин.

**3. За наявністю або відсутністю напряму зміни** розрізняють **скалярні та векторні фізичні величини.**

**Скалярні величини**, в свою чергу, можуть бути **неполярними**, тобто мати лише розмір (маса, об'єм), або **полярними**, тобто мати, крім розміру, ще й знак (електричний заряд).

**Векторні величини** (сила, швидкість, переміщення, прискорення) – це величини, які поряд з розміром мають напрям. Вони отримуються як зміна іншої ФВ в просторі і часі (переміщення - зміна координати в просторі, швидкість - зміна переміщення в часі), а математично описуються похідними.

**4. За характером зміни числового значення** розрізняють ФВ, розміри яких можуть змінюватись **неперервно** або **дискретно** (стрибкоподібно). Фізична величина, розмір якої виражений як функція часу, за визначенням, становить процес, тобто послідовну в часі зміну розміру величини.

Як правило, термін “величина” ми використовуємо по відношенню до тих властивостей або їх характеристик, які вміємо оцінювати кількісно, тобто вимірювати. Але існують такі властивості і характеристики, які ми ще не вміємо оцінювати кількісно, наприклад: смак, запах та інші. Їх ми не називаємо величинами, а називаємо властивостями.

**Метрологія має справу з фізичними величинами, які можна виміряти.**

Усі вимірювані ФВ можна розділити на дві групи:

**Першу групу - утворюють ФВ, що вимірюються безпосередньо.** Вимірювання таких ФВ відбуваються без перетворення їхнього роду і



вони в процесі вимірювання порівнюються з однорідною мірою, що відтворює необхідний розмір. Наприклад, вимірювання довжини об'єкта метром.

**Другу - утворюють ФВ, що перетворюються із заданою точністю в безпосередньо вимірювані.** ФВ, що перетворюються, не можуть вимірюватись у відповідних їм одиницях безпосередньо. До таких ФВ відносяться, наприклад, температура та густина. У цьому випадку значення вимірюваної ФВ знаходять після перетворення її роду або за відомою залежністю між нею та ФВ, що вимірюється безпосередньо і яка однозначно зв'язана з першою величиною, але зручніша для вимірювання. Такі перетворення здійснюються за допомогою операції вимірювального перетворення. Наприклад, вимірювання температури за допомогою термометра опору шляхом визначення його електричного опору або використання у вимірювальній техніці перетворювачів, коли вимірюється значення сигналу, а не значення вимірюваної величини.

Фізичні величини, які вимірюються, відносять до таких основних типів:

**Випадкова величина** - це така фізична величина, яка пов'язана з випадковими процесами. Тому результат окремого вимірювання не може бути однозначно передбачений заздалегідь. Разом з тим проведення досить великої кількості вимірювань випадкової величини дозволяє встановити, що результати вимірювання відповідають певним статистичним закономірностям.

**Постійна величина** - це фізичні постійні, наприклад, швидкість світла у вакуумі, заряд електрона, постійна Больцмана і т.п. Можна вважати постійними величинами також певні фізичні характеристики конкретного об'єкта, що перебуває при фіксованих умовах. Постійна величина найчастіше проявляє себе як випадкова величина, а результати її вимірювання розкривають випадкову природу впливів і відповідають певним статистичним закономірностям

**Змінна величина** - це така величина, яка закономірно змінюється із часом внаслідок процесів, що проходять у досліджуваному об'єкті. Вимірювання, проведені в різні моменти часу, фіксують величину в нових умовах. Набір результатів однократних вимірювань являє собою результати принципово неповторних вимірювань, тому що час не можна повернути назад, а вимірювання у цілому не може розцінюватися як багаторазове.

**Нестабільна величина** – це така величина, яка у відсутності будь-яких статистичних закономірностей змінюється, «пливе» або «дрейфує» із часом. До основної характеристики нестабільної величини варто віднести відсутність у експериментаторів інформації про її залежності від часу. Вимірювання такої величини дає набір даних, що не мають ніяких корисних відомостей.

Особливість процесу вимірювання, яку необхідно враховувати при обробці результатів, пов'язана із впливом точності застосовуваних вимірювальних приладів на визначення типу досліджуваної фізичної величини. Випадковий характер величини може взагалі не виявитися, якщо використані малочутливі прилади.

В широкому розумінні слово “величина” - поняття багатовидове. Наприклад: ціна, вартість товарів виражається в грошових одиницях. Другий приклад: біологічна активність лікарських речовин виражається в міжнародних одиницях біологічної активності.

В стандарті є лише термін “фізична величина”, а слово “величина” дано як стислу форму основного терміну, яку дозволяється використовувати в випадках, виключаючих можливість іншого тлумачення.

Словом “величина” часто намагаються виразити розмір даної конкретної фізичної величини. Кажуть, наприклад, величина тиску, величина швидкості, величина напруги. Це невірно, оскільки тиск, швидкість, напруга в правильному розумінні цих слів є величинами, і казати про величину величини не можна. Застосування слова “величина” в цих випадках є зайвим. Дійсно, навіщо говорити про велику або малу “величину” тиску, коли можна сказати великий або малий тиск.

### **1.5. Одиниця фізичної величини.**

**Одиниця фізичної величини** - фізична величина, якій за визначенням надано значення, що дорівнює одиниці.

Позначимо всі можливі розміри ФВ через  $X$ , тобто  $X$  - множина розмірів ФВ. Візьмемо серед них довільний розмір  $X_0$  і назвемо його розміром одиниці величини  $X$ . Тоді відношення  $X/X_0 = M$  буде певним числовим значенням величини  $X$  і кожний можливий її розмір можна виразити через якесь числове значення. Отже, одиниця ФВ - це такий її розмір, якому присвоєно числове значення, що дорівнює 1.

Можна також сказати, що одиниця фізичної величини - це таке її значення, яке приймають за основу для порівнянь з ним фізичних величин того ж роду при їх кількісній оцінці. Наприклад, 1 м - одиниця довжини, 1 Па - одиниця тиску.

Фізичні величини пов'язані поміж собою залежностями, які виражають одні величини через інші. Сукупність пов'язаних такими залежностями величин, серед яких одні умовно вважаються незалежними, а інші виражаються через них, називають **системою величин**. В системі незалежні величини називаються **основними**, всі решта - **похідними** величинами.

**Сукупність основних і похідних одиниць певної системи фізичних величин становить систему одиниць фізичних величин**

**Система одиниць фізичних величин** утворюється у відповідності з прийнятими принципами.

Прикладом є Міжнародна система одиниць, прийнята в 1960р. Одинадцятотою Генеральною Конференцією з мір та ваги (ГКМВ) – система СІ (System International).

Розрізняють наступні поняття, що стосуються одиниці фізичної величини;

**1. Системна одиниця фізичної величини** (системна одиниця) - одиниця фізичної величини, яка входить в прийняту систему одиниць.

Наприклад, 1м, 1с, 1м/с, 1Н і т.д. є системними одиницями, які входять в систему СІ.

**2. Позасистемна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини, яка не входить ні в одну з прийнятих систем одиниць (літр - л, тонна - т; градус - ° та ін.). До позасистемних одиниць належать також відносні одиниці: процент (відсоток) - %; промілле - ‰; мільйонна частина - ppm (млн<sup>-1</sup>), а також одиниці що визначаються з відношення двох значень величини - логарифмічні одиниці: бел - В, децибел - dB; октава - окт; декада - дек; фон - phon.

**3. Основна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, вибрана довільно при побудові системи одиниць.

Основними одиницями СІ є: метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела, моль.

**4. Похідна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, утворена у відповідності з рівнянням, яке пов'язує її з основними одиницями або з основними, похідними і додатковими одиницями.

Наприклад, одиниця лінійної швидкості  $v = l/t$  [м/с], одиниця прискорення  $a = l / t^2$  [м/с<sup>2</sup>].

**5. Одиниці, що не належать ні до основних, ні до похідних одиниць даної системи, називаються додатковими.**

До числа додаткових одиниць СІ відносяться: радіан - одиниця плоского кута і стерадіан - одиниця тілесного кута.

**6. Кратна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини в ціле число разів більша за системну або позасистемну одиницю.

Наприклад, одиниця частоти 1 МГц = 10<sup>6</sup> Гц є кратною герцу, одиниця довжини 1 км = 10<sup>3</sup> м - кратною метру.

**7. Дольна (часткова) одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини у ціле число разів менша системної або позасистемної одиниці.

Наприклад, одиниця довжини 1мкм =10<sup>-6</sup> м є дольною одиницею метра, одиниця електричної ємності 1пФ=10<sup>-12</sup> Ф є дольною одиницею фаради.

Одиниці, від яких утворились кратні або дольні одиниці, називаються **головними**.

**8. Когерентна одиниця фізичної величини** - похідна одиниця фізичної величини, пов'язана з іншими одиницями системи рівнянням, в якому числовий коефіцієнт прийнятий рівним 1.

Наприклад, одиницю швидкості утворюють за допомогою рівняння, яке визначає швидкість прямолінійного і рівномірного руху точки:  $v = l / t$ , де  $v$  - швидкість,  $l$  - довжина шляху за час  $t$ . Підстановка замість  $l$  і  $t$  їх одиниць СІ дає:  $[v] = [l] / [t] = 1\text{м} / 1\text{с} = 1\text{ м/с}$ . Отже, когерентною похідною одиницею швидкості в СІ є м/с.

### **1.6. Розмір фізичної величини. Значення фізичної величини.**

В тих випадках, коли необхідно підкреслити, що мова йде про кількісний вміст фізичної величини в даному об'єкті слід вживати термін "розмір".

**Розмір (фізичної) величини** - кількісний вміст фізичної величини в даному об'єкті.

Відомо, що кожному предметові властиві свої розміри, тому предмети можна розрізнити по довжині, масі та іншим властивостям, тобто розрізнити **по розміру тієї чи іншої величини**.

**Кількісна оцінка** конкретної фізичної величини, яка виражається у вигляді деякої кількості одиниць даної величини, називається **значенням фізичної величини**. Число, яке входить в "значення" величини, називається **числовим значенням**.

Отже, **значення (фізичної) величини** - це відображення фізичної величини у вигляді числового значення величини із позначенням її одиниці.

Між розміром і значенням величини є принципова різниця.

**Розмір величини** існує реально, незалежно від того знаємо ми його або ні. Виразити розмір величини ми можемо за допомогою будь-якої одиниці даної величини, іншими словами, за допомогою **числового значення**.

Для числового значення характерно, що при застосуванні іншої одиниці воно змінюється, тоді як фізичний розмір величини залишається незмінним.

В процесі вимірювань експериментатор прагне отримати значення величини, яке відповідає тому чи іншому розміру величини. Таким значенням є **істинне значення фізичної величини**.

**Істинне значення фізичної величини** (стисло - істинне значення величини або істинне значення) - це числове значення, яке виражає істинний розмір величини в даних одиницях вимірювання, тобто значення, яке ідеально відображало б певну властивість об'єкта.

Однак внаслідок похибок засобів та методів вимірювань, які застосовуються, а також внаслідок коливань зовнішніх умов, які вносять в результат вимірювань додаткові похибки, отримане значення величини, строго кажучи, не буде дорівнювати істинному значенню. Істинне значення залишиться невідомим. Однак це поняття введено в теорію вимірювань, оскільки воно дає можливість більш повно розкрити зміст поняття “похибка вимірювань”.

В результаті вимірювань отримують значення фізичної величини, близьке до істинного, яке називається **дійсним (умовно істинним) значенням фізичної величини**.

**Дійсне значення фізичної величини** - це числове значення величини, яке отримується в результаті вимірювання і настільки наближене до істинного значення, що його можна використати замість істинного для даної мети.

Отже дійсне значення ФВ лише наближено відповідає істинному розміру. Ступінь наближення залежить від точності метода і засобів вимірювання. Його визначають як значення фізичної величини, знайдене експериментальним шляхом і настільки близьке до істинного, що для поставленої задачі воно може його замінити. За дійсне значення при багаторазових вимірюваннях приймають середнє арифметичне значення, при одноразових вимірюваннях - значення величини, отримане в результаті вимірювання найбільш точним технічним засобом.

При виконанні точних вимірювань оперують наступними поняттями:

**1. Вимірювана фізична величина** - фізична величина, яка підлягає вимірюванню у відповідності з основною метою вимірювальної задачі.

**2. Впливова фізична величина** - фізична величина, яка не вимірюється даним засобом вимірювання, але яка впливає на нього і об'єкт вимірювань таким чином, що це призводить до викривлення результату вимірювань.

Для запобігання викривлень, наприклад, при точних вимірюваннях довжини предмета враховують його температуру, яка в даному випадку є впливовою величиною. При відхиленні температури від встановленого значення вводиться поправка на температуру.

**3. Фізичний параметр** - фізична величина, яка характеризує приватну особливість вимірюваної фізичної величини. Наприклад, при вимірюванні напруги змінного струму, амплітуду і частоту розглядають як параметри напруги.

**4. Рід фізичної величини** - якісна визначеність фізичної величини. Наприклад, довжина і діаметр є величина одного роду або однорідними величинами, а довжина і маса - різнорідними величинами.

**5. Змінна величина** - фізична величина, яка змінюється за розміром в процесі вимірювання.

**6. Стала величина** - фізична величина, розмір якої можна вважати незмінним в процесі вимірювання.

### **1.7. Міжнародні метрологічні організації.**

Розширення культурних і економічних зв'язків між державами світу потребувало вирішення одного із невідкладних завдань — забезпечення міжнародної єдності вимірювань і одноманітності мір.

Першим кроком до вирішення цієї проблеми стало впровадження наприкінці XVIII ст. у Франції метричної системи мір. На думку її творців, вона мала слугувати "на всі часи, для всіх народів".

У 1870 році в Парижі з ініціативи Петербурзької академії наук відбулося засідання, на якому пропонувалося організувати комісію з виготовлення прототипів міри довжини та маси (метра і кілограма). Така комісія була організована, і в 1872 році нею було прийнято рішення про створення платино-іридієвих еталонів метра та кілограма як основних одиниць метричної системи.

20 травня 1872 р. 17 держав Європи та Америки, у тому числі й Росія, на Міжнародній дипломатичній конференції, присвяченій мірі довжини - метру, з метою забезпечення міжнародної єдності і вдосконалення метричної системи підписали Метричну конвенцію.

Вищим органом Міжнародної метричної конвенції є Генеральна конференція з мір і ваги (ГКМВ), яка збирається один раз на 6 років для обговорення наукових проблем з метрології та прийняття необхідних заходів щодо розповсюдження та вдосконалення метричної системи. Структурна схема органів міжнародної метричної конвенції наведена на рис. 1.2.

Одним із важливих положень Метричної конвенції є затвердження нею згоди держав на утворення Міжнародного бюро мір і ваги (МБМВ) як наукового постійно діючого метрологічного закладу для наукової роботи та сприяння поширенню метричної системи мір у міжнародному масштабі.

Діяльністю МБМВ керує Міжнародний комітет мір і ваги (МКМВ), який щороку заслуховує і затверджує звіт про роботу бюро, його плани та фінансування тощо. При МКМВ працюють 8 консультативних комітетів (рис. 1.2).

Міжнародне бюро мір і ваги розташоване у Севрі (поблизу Парижа). В його спеціальних приміщеннях зберігаються міжнародні еталони метра, кілограма, електричних і світлових одиниць, радіоактивності тощо. Бюро організовує регулярні міжнародні звіряння національних еталонів довжини, маси, електрорушійної сили, електричного опору, сили світла, світлового потоку, джерела іонізаційного випромінювання та інших зразків мір.

У 1956 році була утворена Міжнародна організація законодавчої метрології (МОЗМ) з метою вирішення таких завдань:

- створення центру документації й інформації про національні служби контролю за вимірювальними приладами та з метою їх повірки;
- уніфікація методів і правил вирішення завдань законодавчої метрології;
- переклад і випуск текстів законодавчих правил про вимірювальні засоби та їх використання;
- складання типових проектів законів і регламентів щодо вимірювальних засобів та їх використання;
- розробка проекту матеріальної організації типової служби для повірки вимірювальних приладів і контролю за ними;
- розробка характеристик та якості вимірювальних приладів, які використовуються у міжнародному масштабі.

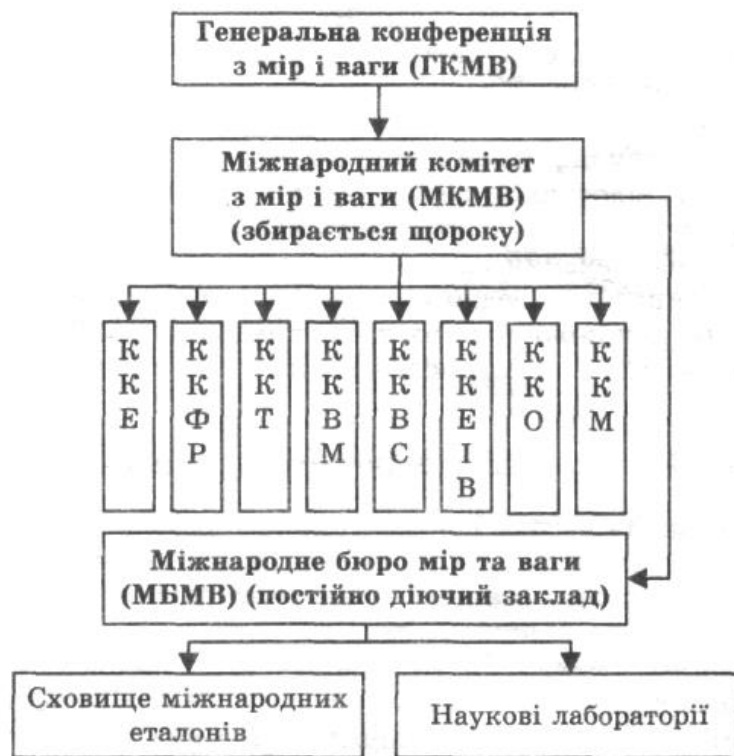


Рис.1.2. Органи міжнародної метричної конвенції:

консультативні комітети: ККЕ — з електрики; ККФР — фото- і радіометрії; ККТ — з термометрії; ККВМ — з визначення метра; ККВС – з визначення секунди; ККЕІВ – еталонів іонізуючого випромінювання; ККО – з одиниць; ККМ – з визначення маси.

У складі Міжнародної організації законодавчої метрології є Міжнародне бюро законодавчої метрології, розташоване у Парижі. Його

роботою керує комітет законодавчої метрології. У Міжнародній організації законодавчої метрології функціонує 66 секретаріатів - доповідачів, які розробляють як загальні питання законодавчої метрології, так і питання щодо окремих видів приладів (ваги, тахометри, нометри, спиртометри та ін.).

Нині Міжнародну Метричну конвенцію підписали 44 держави, а метрична система мір визнана й узаконена більш, ніж 129 державами.

### **1.8. Державні метрологічні організації.**

Першим науковим метрологічним закладом була закладена Д.І. Менделєєвим Головна палата мір і ваги у Петербурзі (Росія). Її головним завданням було збереження одноманітності, вірності і взаємовідповідності державних мір. Головна палата здійснила велику роботу щодо організації метрологічної служби у державі і переходу до метричної системи. Згодом на базі Головної палати мір та ваги був створений Науково-дослідний інститут метрології імені Д.І. Менделєєва (1927 р.). У лабораторіях Інституту розробляються і зберігаються державні еталони основних одиниць вимірювання, нові методи точних вимірювань, сучасні засоби вимірювання та ін.

Верховна Рада України Постановою від 12 вересня 1991 р. № 1545-12 "Про порядок тимчасової дії на території України окремих актів законодавства СРСР" продовжила чинність постанов Раді Міністрів колишніх СРСР та УРСР з питань організації робіт щодо стандартизації та метрології.

Центри стандартизації і метрології в Україні забезпечують державний метрологічний нагляд, експертизу, контроль за дотриманням метрологічних норм і правил та єдність вимірювання і одноманітність засобів вимірювання в нашій державі.

Враховуючи міжнародний характер стандартизації, метрології та сертифікації і необхідність взаємозамінності продукції, вузлів та елементів, а також усвідомлюючи важливість економічного та науково-технічного співробітництва всіх держав, 13 березня 1992 р. держави СНД підписали угоду про проведення узгодженої політики в галузі стандартизації, метрології та сертифікації. Відповідно до цієї угоди на території України вважаються чинними стандарти колишнього СРСР.

Угода, укладена між державами СНД, передбачає:

- використання і розвиток основних положень чинних систем стандартизації і метрології;
- визнання чинних стандартів ГОСТ як міжнародних;
- збереження аббревіатури ГОСТу за повними міжнародними стандартами;



- визнання існуючих державних еталонів одиниць фізичних величин як міжнародних;
- проведення робіт з питань сертифікації на підставі загальних організаційно-методичних положень;
- створення міждержавної ради з проблем стандартизації, метрології та сертифікації.

Міжнародна рада з питань стандартизації, метрології та сертифікації координує і розробляє рішення щодо проведення організаційних, методичних і науково-дослідних робіт з питань стандартизації, метрології та сертифікації. До її складу входять представники держав-учасниць, які від імені держав наділяються правом бути членами ради і уповноваженими представниками держав для виконання функцій, покладених на Раду.

Робочим органом Ради є постійно діючий технічний секретаріат, який знаходиться у Мінську.

Вищим органом України з питань стандартизації, метрології та якості продукції є Державний комітет України з питань стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

У структурі Держстандарту України нараховується 35 центрів стандартизації, метрології та сертифікації, в тому числі 26 обласних, 9 міських. Крім того, до складу Держстандарту України входять декілька науково-дослідних інститутів, два навчальних заклади: вище училище метрології та якості у м. Одесі та український навчально-науковий центр у м. Києві, заводи "Еталон" (у Києві, Харкові, Донецьку, Умані, Білій Церкві); дослідні заводи "Прилад" (у Вінниці та Полтаві) і магазини стандартів (у Києві та Харкові).

Держстандарт України здійснює державне управління забезпеченням єдності вимірювань в Україні і організовує проведення фундаментальних досліджень в галузі метрології, створення та функціонування еталонної бази України, проведення повірок засобів вимірювальної техніки та ін.

Рішення Держстандарту України з питань метрології є обов'язковими для виконання центральними та місцевими органами виконавчої влади, органами місцевого самоврядування, підприємствами, організаціями, громадянами — суб'єктами підприємницької діяльності та іноземними виробниками.

На початку ХХІ століття Україна реалізує свій державний суверенітет з метою визначення свого місця серед міжнародного товариства і забезпечення миру, стабільності, добробуту українському народу, а також заради активної участі у світовій торгівлі та науковому співробітництві.

Україні є що запропонувати своїм партнерам — від космічних технологій, продукції суднобудування до ліків і продуктів харчування.

Якість вітчизняної продукції базується більш ніж на 200-річному досвіді, вона закріплена відповідними стандартами та сертифікатами.

Україна вступила до Світової організації торгівлі (СОТ), підписала Угоду про асоціацію з Європейським Союзом (ЄС) і зону вільної торгівлі (ЗВТ) і сьогодні багато видів продукції з успіхом конкурують із кращими світовими зразками. Реалізація цього курсу потребує подальшого розвитку та удосконалення національної системи стандартизації, метрології та сертифікації у напрямку зближення з міжнародними і європейськими стандартами, угодами і підходами. Цьому сприятиме участь України у Міжнародній організації з питань стандартизації (ІСО), Міжнародній електротехнічній комісії (ІЕС), Міжнародній організації законодавчої метрології (ОІМЛ) та інших міжнародних організаціях, де її представляє Держстандарт.

Законодавчою основою національної метрологічної системи є Закон України "Про метрологію та метрологічну діяльність" від 11 лютого 1998 року № 113/98-ВР, який визначає правові основи забезпечення єдності вимірювань у нашій державі, регулює суспільні відносини у сфері метрологічної діяльності та спрямований на захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювання.

Технічною основою національної метрологічної системи є система Державних еталонів одиниць фізичних величин. Еталонна база України складається з 28 Державних еталонів одиниць фізичних величин, а саме: маси, довжини, температури, сили світла, часу, частоти, енергії згорання, тиску, об'єму рідини, прискорення сили тяжіння, магнітної індукції, молярної частки компонентів у газовому середовищі тощо.

З метою підвищення ефективності метрологічної діяльності створюється наукова, технічна та організаційно-правова база метрології. За станом на 2014 рік у сфері метрології діє понад 50 національних нормативних документів (ДСТУ) і понад 350 Міжнародних стандартів (ГОСТів).

### **1.9. Актуальні проблеми метрології.**

Науково-технічний прогрес прямо пов'язаний з інтенсивним розвитком метрології і точних вимірювань, необхідних як для розвитку природних і точних наук, так і для створення нових технологій та вдосконалення засобів технічного контролю. Все це ставить перед метрологією низку важливих і невідкладних завдань, а саме:

1. У галузі одиниць вимірювань одним із важливих завдань є уніфікація їх на базі широкого впровадження Міжнародної системи одиниць (СІ). Незважаючи на універсальність цієї системи, ще багато

одиниць вимірювання є позасистемними і потребують систематизації та уніфікації.

2. Значно підвищуються вимоги до засобів вимірювання найвищого рівня — еталонів. Точність вимірювання у промисловості у багатьох випадках наближається до граничних технічних меж. На черзі використання знань фундаментальних наук, атомних сталей (енергетичних переходів, випромінювань та ін.), які характеризуються високою стабільністю, для розробки нових, більш досконалих і точних еталонів, а також засобів вимірювальної техніки.

3. Зросли вимоги до самої системи передачі розміру одиниці фізичної величини від еталона зразковим засобам вимірювання, а від них — технічним засобам за умови найменшої втрати точності, особливо у промислових процесах. Сучасні еталони і способи передачі розміру одиниці фізичної величини мають бути бездоганними і відповідати вимогам еталона.

4. Невідкладним завданням є забезпечення точних вимірювань досить малих і достатньо великих значень тиску, температури, частоти, витрат та інших параметрів.

5. Розвиток інформаційно-вимірювальних систем на базі електронно-обчислювальних машин потребує розробки нового метрологічного забезпечення таких систем і розробки теорії вимірювання такими системами.

6. Актуальною сьогодні є проблема розробки інтелектуальних датчиків і на їх базі систем автоматичного контролю, прогнозування та діагностики складних технологічних процесів та наукових досліджень.

7. Як наукова основа вимірювальних систем метрологія повинна забезпечувати надійність, достовірність і правильність вимірювальної інформації, а також законодавчо регламентувати єдність вимірювань у державі, єдність методів і одноманітність засобів контролю за технологічними процесами і продукцією. Метрологія, узагальнюючи практичний досвід вимірювань, регулює розвиток вимірювальної техніки та методів вимірювань.

8. Одним із важливих завдань метрології є впровадження методів кваліметрії для контролю за якістю виготовлюваної продукції, особливо продукції харчових виробництв.

## РОЗДІЛ 2. ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН.

### 2.1. Поняття вимірювання і вимірювальної інформації

Вимірювання є одним із важливих шляхів пізнання навколишнього середовища, зв'язків між подіями, закономірностей явищ природи.

Поняття вимірювання можна визначити як пізнавальний процес, який полягає у порівнянні шляхом фізичного експерименту даної фізичної величини з певним її значенням, яке взято за одиницю порівняння.

**Вимірювання** — це процес експериментального знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів (згідно ГОСТу 16263-70).

На початку 60-х років виникли спроби визначити поняття вимірювання в інформаційному аспекті. У визначеннях, що запропоновані різними авторами, вимірювання трактується як перетворення і одержання інформації про значення ФВ. Загальновизнаного визначення поняття вимірювання в інформаційному аспекті на даний час немає.

Згідно з ДСТУ 2681-94 «Метрологія. Терміни і визначення», **вимірювання** – це відображення вимірюваних величин їх значеннями шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів.

За допомогою вимірювань отримують вимірювальну інформацію.

**Вимірювальна інформація** - інформація про значення вимірюваних фізичних величин.

Вимірювання фізичної величини полягає в співставленні будь-якої величини з однорідною величиною, прийнятою за одиницю. Тільки так можна отримати число і кількісно оцінити ту чи іншу фізичну величину.

Метрологія повинна забезпечувати єдність вимірювань фізичних величин, тому розглянемо не поняття “вимірювання” взагалі, а поняття “вимірювання фізичної величини”.

**Вимірювання фізичної величини** - сукупність операцій по застосуванню технічного засобу, що зберігає одиницю фізичної величини, які полягають в порівнянні (в явному або неявному вигляді) розміру вимірюваної величини з її одиницею з метою отримання значення фізичної величини (або інформації про нього) в формі, найбільш зручній для використання.

Наприклад, прикладаючи лінійку з поділками до предмета, порівнюють його розмір з одиницею довжини, що зберігається лінійкою.

Або за допомогою приладу порівнюють розмір величини, що перетворюється в переміщення покажчика (стрілки), з одиницею, яка зберігається шкалою цього приладу.

Специфіка поняття вимірювання проявляється в трьох його ознаках, поєднанням яких воно відрізняється від суміжних понять.

**Перша ознака** характеризує безпосередню мету вимірювань - знайти значення даної конкретної величини. У згаданих визначеннях ця ознака відображається висловами "пізнавальний процес", "одержання інформації", "знаходження значень величин".

**Друга ознака** характеризує шлях, яким знаходять значення вимірюваної величини. Це - фізичний експеримент (дослід), який здійснюється за допомогою спеціальних технічних засобів.

**Третя ознака** характеризує сутність знаходження значення вимірюваної величини, якою є порівняння інформації про даний розмір величини з інформацією про розмір її одиниці або про певний інший її розмір (відносні вимірювання).

З врахуванням цих ознак поняття вимірювання можна визначити як знаходження значень ФВ дослідним шляхом з допомогою спеціальних технічних засобів на підставі порівняння інформації про даний розмір величини з інформацією про розмір її одиниці або про певний інший її розмір.

Загальновизнаного визначення поняття інформації ще немає. Існує думка, що воно належить до первинних понять і визначенню не підлягає. **У загальному аспекті інформація як філософська категорія виражає об'єктивну властивість матерії бути різноманітною.**

Інформація про розмір ФВ міститься в самій цій величині, існує об'єктивно і незалежно від того, підлягає величина вимірюванню чи ні. Очевидно, якщо величина вимірюванню не підлягає, то інформація про її розміри не є вимірювальною. Інформація про розміри вимірюваної величини стане вимірювальною тоді, коли буде поданою як добуток її істинних числових значень на розмір одиниці ФВ.

Множина істинних значень вимірюваної величини і множина її істинних числових значень є імовірнісними множинами, що пов'язані між собою через вибрану одиницю, яка відіграє роль коду. Отже, множина істинних числових значень вимірюваної величини становить вимірювальну інформацію про розмір ФВ.

Вимірювальна інформація, що міститься у вимірюваній ФВ, в процесі її отримання перетворюється і частково втрачається. Внаслідок втрат одержана вимірювальна інформація про значення вимірюваної величини, тобто здобута в процесі вимірювання, кількісно дещо відрізняється від вимірювальної інформації, що міститься в цій величині.

## **2.2. Основне рівняння вимірювання**

В технічній літературі, присвяченій вимірюванням або засобам вимірювань, іноді можна прочитати про вимірювання процесів або залежностей. Це невірно. Процес, як і об'єкт, виміряти не можна. Вимірюються фізичні величини, що їх характеризують. Наприклад, не

можна казати: “виміряти деталь”. Слід уточнити, які саме фізичні величини, що властиві деталі, треба виміряти (довжину, діаметр, масу тощо). Це ж саме відноситься і до процесів. Так, при знаходженні залежності зміни довжини тіла від зміни температури вимірюваними величинами будуть приріст температури і видовження тіла, по значенням яких знаходиться потрібна залежність.

Число, яке виражає відношення вимірюваної величини до одиниці вимірювання, називається **числовим значенням вимірюваної величини**. Воно може бути цілим або дробовим, але обов'язково абстрактним числом. Значення величини, прийняте за одиницю вимірювання, називається **розміром цієї одиниці**.

Якщо позначимо вимірювану фізичну величину через  $Q$ , одиницю фізичної величини - через  $U$ , а їх відношення через  $n$ , то маємо:

$$Q = n U \quad (2.1)$$

Рівняння (2.1) називається **основним рівнянням вимірювання**, а  $n$  – числовим значенням вимірюваної величини.

Права частина рівняння (2.1.) називається **результатом вимірювання** і завжди має розмірність одиниці фізичної величини, а число  $n$  показує, скільки разів одиниця вимірювання  $U$  вміщується у вимірюваній величині  $Q$ . Тому при написанні результату вимірювання поряд з числовим значенням вимірюваної величини слід ставити позначення відповідної одиниці.

Наприклад: тиск  $p = 10$  МПа, температура  $T = 300$  К, довжина  $L = 100$  м, струм  $I = 30$  А. Цифрові значення відповідних вимірюваних величин є результатами вимірювань, а скорочені позначення при них — одиниці вимірюваних величин.

Розмір величини  $Q$  **не залежить** від вибору одиниці. Але числове значення  $n$  цілком визначається вибором одиниці. Якщо для виразу розміру величини  $Q$  замість одиниці  $U$  застосувати одиницю  $U_1$  ( $U_1 \neq U$ ), то **незмінний** розмір  $Q$  буде виражатися іншим значенням:

$$Q = n_1 U_1, \quad (2.2)$$

де ( $n_1 \neq n$ ).

### **2.3. Вимірювальні сигнали, перетворення вимірювальних сигналів, форми вимірювальної інформації**

В інформаційно-вимірювальній техніці (ІВТ) як і в техніці зв'язку, **сигналом** називається матеріальний носій інформації, який фізично є енергетичним процесом. Тому **вимірювальний сигнал** - енергетичний носій вимірювальної інформації.

Активна (але не пасивна) ФВ сталої інтенсивності - граничний випадок енергетичного процесу; отже вона може стати сигналом.

Пасивна (параметрична) ФВ, хоча є матеріальним носієм інформації, однак не є сигналом, оскільки фізично не є енергетичним процесом і сама не може проявити свій розмір, у якому міститься вимірювальна інформація. Її можна отримати, якщо сформувати вимірювальний сигнал, використовуючи цю пасивну ФВ, і далі, при необхідності, перетворити його так, щоб вимірювальна інформація набула форми, в якій вона придатна для використання за призначенням.

Отримання вимірювальної інформації про розміри ФВ здійснюється формуванням і перетворенням вимірювальних сигналів шляхом модуляції і кодування за допомогою засобів вимірювань з використанням допоміжних технічних засобів, в тому числі обчислювальних. Для формування і перетворення вимірювальних сигналів, обов'язковою є наявність відповідного носія, здатного сприймати вимірювальну інформацію і відобразити її у вигляді зміни (приросту) своїх інформаційних параметрів.

Основу процесів відображення інформації при формуванні і перетворенні вимірювальних сигналів становлять модуляція і кодування, які органічно пов'язані між собою і окремо не існують. Модулюються інформаційні параметри носія інформації, а кодується вимірювальна інформація.

**Кодування** - відображення різноманітності однієї множини різноманітністю іншої. Відображення фізичним аналогом називається **аналоговим кодуванням**. Відображення інформації умовними знаками (символами), зокрема цифровими, називається **цифровим кодуванням**. Відповідно до цього відрізняють аналогові та цифрові вимірювальні сигнали і аналогову та цифрову форми вимірювальної інформації.

Неперервний чи дискретизований за часом або простором, континуальний або квантований за рівнем вимірювальний сигнал є аналоговим. Дискретизований і квантований аналоговий сигнал, будучи дискретним, стає цифровим тільки після цифрового кодування. Цифровий сигнал завжди дискретний, але терміни "цифровий" і "дискретний" ототожнювати не можна. Не можна також називати кодом цифрове значення величини, а також її числове значення.

Звернемо увагу на відмінність термінів "інформаційний" та "інформативний" параметри. Інформаційним називається такий параметр носія інформації, який може сприймати інформацію при формуванні чи перетворенні вимірювального сигналу. Інформативний параметр носія інформації - це вже якийсь конкретний параметр, який відображає інформацію. В протиположності до нього всі інші параметри носія інформації називають неінформативними.

Перетворення вимірювальних сигналів, очевидно, не є самоціллю, це - спосіб матеріальної реалізації перетворення вимірювальної інформації, а саме

$$Y \equiv Y(X) = K(X) = K(M_X \cdot 1_X) = K(M_X) \cdot K(1_X) = M_Y \cdot 1_Y$$

де  $1_X, 1_Y, M_X, M_Y$  - одиниці та істинні числові значення (інформація) перетворюваної  $X$  на  $Y$  величин згідно з кодом  $K$ , причому через наявність похибок перетворення мають місце втрати кількості інформації.

#### 2.4. Види вимірювань.

Оскільки існує безліч видів вимірювань, то виникає потреба в їх упорядкуванні, тобто класифікації

Повної сталої і загально визнаної класифікації видів вимірювань немає. Практично використовують певний варіант неповної класифікації, який відповідає призначенню.

Наприклад, поширена класифікація вимірювань за такими ознаками:

1. за наявністю розмірності – розмірні, безрозмірні;
2. за наявністю попереднього вимірювального перетворення:
  - а. безпосередні (вимірювана величина (ВВ) вимірюється без будь-яких попередніх перетворень шляхом порівняння з величиною міри),
  - б. з попереднім перетворенням (ВВ попередньо перетворюється у величину, однорідну з величиною міри, після чого відбувається порівняння)
3. за співвідношенням між числом  $n$  вимірюваних величин і числом  $m$  рівнянь вимірювань ( $n < m, n = m, n > m$ );
4. за способом здійснення умови  $m > n$  (повторне вимірювання  $m$  раз,  $m$ -канальне вимірювання).

Найбільш поширеною є класифікація вимірювань за наступними ознаками:

1. за способом одержання числового значення вимірюваної величини розрізняють такі види вимірювань:
  - а) прямі;
  - б) непрямі (опосередковані)
  - в) сукупні;
  - г) сумісні;
2. за точністю вимірювання числових значень вимірюваної величини:
  - а) метрологічні вимірювання або вимірювання з максимально можливою точністю;
  - б) контрольно-повірочні вимірювання;
  - в) технічні вимірювання;



3. за умовами вимірювань:
  - а) рівноточні;
  - б) нерівноточні;
4. за кількістю вимірювань:
  - а) однократні;
  - б) багатократні;
5. за характером зміни вимірюваної величини в часі:
  - а) статичні;
  - б) динамічні;
6. за способом представлення (відбиттям) результатів вимірювань (залежно від одиниць вимірювання):
  - а) абсолютні;
  - б) відносні.
7. за формою одержаного значення вимірюваної величини:
  - а) аналогові;
  - б) цифрові;
  - в) графічні.
8. за відсутністю або наявністю статистичної обробки результатів:
  - а) звичайні;
  - б) статистичні.
9. за ступенем достатності:
  - а) необхідні;
  - б) надлишкові;

**І. Прямими** називаються такі вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначається безпосередньо за експериментальними даними.

Наприклад, вимірювання температури термометром, сили струму - амперметром, проміжку часу – секундоміром, довжини – метром, тиску - манометром та ін.). Прямі вимірювання найпростіші і найпоширеніші у промисловості.

На противагу прямим - опосередковані, сукупні та сумісні вимірювання називають непрямими.

**Непрямими** (опосередкованими) називаються такі вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначають на основі результатів прямих вимірювань інших фізичних величин, функціонально пов'язаних з вимірюваною.

Наприклад, об'єм прямокутного паралелепіпеда можна визначити по результатам вимірювань довжини, ширини і висоти:  $V=abc$  електричний опір - по результатам вимірювань спаду напруги і сили струму:  $R=U/I$ . Або наприклад, питомий електричний опір  $\rho = \frac{\pi d^2}{4} \frac{R}{l}$  заходять за значеннями опосередкованих вимірювань опору  $R$ , довжини  $l$  і діаметру  $d$  провідника з круглим перерізом; значення потужності  $P = UI$  постійного струму або

опору  $R=U/I$  знаходять за результатами прямих вимірювань напруги  $U$  вольтметром і сили струму  $I$  амперметром.

У загальному вигляді вимірювана величина визначається за формулою

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2.3)$$

де  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  — значення величин, виміряних прямим способом;

$f$  - функціональна залежність.

Функціональну залежність результату  $Y$  від аргументів  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  загального виду  $Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , називають **формулою (рівнянням) зв'язку**.

До опосередкованих відносяться тільки такі вимірювання, при яких розрахунок шуканої величини виконується вручну або автоматично, але тільки після отримання окремих результатів прямих вимірювань величин – аргументів.

Знаходити значення деяких величин легше і простіше шляхом непрямих вимірювань, ніж шляхом прямих вимірювань. Іноді прямі вимірювання практично неможливо здійснити. Наприклад, не можна виміряти густину твердого тіла, яка визначається по результатам вимірювань об'єму і маси:  $\rho = m/V$ .

Непрямі вимірювання виконують тоді, коли значення величин неможливо або складно виміряти прямо, або коли непрямі вимірювання дозволяють одержати набагато більш точні результати, ніж прямі вимірювання.

**Сукупними** називаються непрямі вимірювання, за яких значення декількох одночасно вимірюваних **однорідних** величин ( $n \geq 2$ ) отримують шляхом розв'язання системи рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, значення яких, в свою чергу, отримуються прямими або непрямими вимірюваннями.

Прикладом сукупних вимірювань може бути визначення опорів  $R_1, R_2, R_3$  резисторів, що сполучені трикутником. При цьому вимірюють опори між кожною парою вершин трикутника і одержують систему рівнянь:

$$R_{12} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{23} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{31} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3},$$

Розв'язок цієї системи рівнянь дає можливість визначити опори  $R_1, R_2, R_3$ .

Сукупними також є вимірювання, при яких маси окремих гирь набору знаходять по відомій масі однієї з них і по результатам прямих порівнянь мас різних сполучень гирь.

**Сумісними** називаються непрямі вимірювання, за яких значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин ( $n \geq 2$ ) отримують розв'язанням системи рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано.

Прикладом сумісних вимірювань може бути визначення температурних коефіцієнтів опору за результатами прямих вимірювань опору резистора і його температури.

Наприклад, відомо що опір терморезистора  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ , де  $R_0$  - опір резистора при температурі  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурний коефіцієнт опору. Якщо значення  $R_0$  та  $\alpha$  не можна знайти прямими чи опосередкованими вимірюваннями, то вимірюють опір  $R_{t_1}$  при температурі  $t_1$  та  $R_{t_2}$  при температурі  $t_2$  і складають систему рівнянь:

$$R_{t_1} = R_0(1 + \alpha t_1),$$

$$R_{t_2} = R_0(1 + \alpha t_2),$$

розв'язуючи яку знаходять

$$R_0 = \frac{R_{t_2}t_1 - R_{t_1}t_2}{t_1 - t_2} \text{ Ом},$$

$$\alpha = \frac{R_{t_1} - R_{t_2}}{R_{t_2}t_1 - R_{t_1}t_2} \text{ } 1/^\circ\text{C}.$$

Сумісні вимірювання використовуються також для визначення функціональних залежностей між величинами.

Наприклад, на основі ряду одночасних вимірювань приросту довжини  $\Delta l$  зразка в залежності від зміни його температури  $\Delta t$  визначають коефіцієнт розширення зразка  $k = \Delta l / \Delta t$ .

Другий приклад. Відомо, що індуктивність котушки  $L = L_0(1 + \omega^2 C L_0)$ , де  $L_0$  - індуктивність на частоті  $\omega = 2\pi f \rightarrow 0$ ;  $C$  - міжвиткова ємність.

Значення  $C$  і  $L_0$  не можна знайти прямими або опосередкованими вимірюваннями. Тому в найпростішому випадку, коли  $m = 2$ , вимірюють індуктивність котушки  $L_1$  при  $\omega = \omega_1$  і  $L_2$  при  $\omega = \omega_2$  і складають систему рівнянь

$$L_1 = L_0(1 + \omega_1^2 CL_0),$$

$$L_2 = L_0(1 + \omega_2^2 CL_0),$$

розв'язуючи яку, знаходять  $C$  і  $L_0$

Сумісні вимірювання дістають широке розповсюдження при вимірюваннях якісних показників харчових продуктів, які є багатокomпонентними сумішами. Наприклад, одночасно можуть вимірюватись густина, в'язкість, показник рН і інші, які в комплексі дають показник якості продукту.

Для підвищення точності сумісних і сукупних вимірювань, забезпечують умову  $m > n$  і систему несумісних умовних рівнянь розв'язують, застосовуючи метод найменших квадратів.

**II. Метрологічні вимірювання або вимірювання з максимально можливою точністю** відповідно до наявного технічного рівня - це вимірювання за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювання з метою відтворення встановлених одиниць фізичних величин або передачі їх розміра робочим засобам вимірювань.

Крім того, такі вимірювання необхідні при наукових дослідженнях високого рівня та розробках сучасних технологій в електроніці, атомній енергетиці тощо.

Наприклад, при повірці зразкових мір магнітної індукції (3-го розряду) на повірочній установці здійснюється вимірювання зразковим тесламетром.

Ці вимірювання проводяться з метрологічною метою, тобто є метрологічними.

**Контрольно-повірочні вимірювання** – це вимірювання, похибки яких не перевищують деяких наперед заданих значень. До них відносять лабораторні вимірювання фізичних величин за допомогою зразкових і технічних засобів високих класів точності.

Такі вимірювання проводяться у метрологічних лабораторіях Держстандарту України та науково-дослідних інститутах, а також при виконанні налагоджувальних і перевірочних робіт.

**Технічні вимірювання** — вимірювання, які проводяться у промисловості і визначаються невисоким класом точності засобів вимірювання.

Технічні вимірювання – це вимірювання за допомогою робочих засобів вимірювань.

Технічні вимірювання виконуються з метою контролю і управління науковими експериментами, контролю параметрів виробів, керування рухом різних видів транспорту, діагностики захворювань тощо.

Наприклад, вимірювання тиску пара в котлі за допомогою манометра, вимірювання ряду фізичних величин, що характеризують технологічний процес.

**III. Рівноточні вимірювання** - ряд вимірювань деякої величини, виконаних однаково точними засобами вимірювань в одних і тих же умовах.

**Нерівноточні вимірювання** - ряд вимірювань будь-якої величини, виконаних різними по точності засобами вимірювань і (або) в різних умовах.

**IV. Однократне вимірювання** - вимірювання, виконане один раз.

**Однократне вимірювання** дає єдиний результат, що беруть за остаточний результат вимірювання шуканої величини.

Однократне вимірювання є достатнім у двох випадках.

По-перше, при використанні малочутливого вимірювального приладу, коли всі вимірювання приводять до однакових результатів.

По-друге, при вимірюваннях фізичної величини, що змінюється.

Наприклад, вимірювання конкретного моменту часу по годиннику. Коли потрібна більша впевненість в отриманому результаті, одного вимірювання буває недостатньо. Тоді виконуються два, три і більше вимірювань однієї і тієї ж конкретної величини, і за результат береться один з них. В таких випадках користуються виразами “двократне вимірювання”, “трикратне вимірювання” і т.д.

**Багатократне вимірювання** - вимірювання однієї і тієї ж фізичної величини, результат якого отримують з декількох наступних один за другим вимірювань, тобто це вимірювання, яке складається з ряду однократних вимірювань.

**Багаторазові вимірювання** проводять шляхом повторення однократних вимірювань однієї і тієї ж постійної фізичної величини. Це приводить до одержання набору даних. Остаточний результат багаторазового вимірювання, як правило, знаходять із набору даних у вигляді середнього арифметичного результату всіх окремих вимірювань. Вимірювання, проведені в науці і техніці, звичайно прагнуть виконати як багаторазові, щоб забезпечити підвищення точності результатів вимірювання шуканих величин.

Постає питання: з якого числа вимірювань можна вважати вимірювання багатократним? Оскільки відомо, що при кількості окремих вимірювань  $n \geq 4$ , ряд вимірювань може бути оброблений у відповідності з вимогами математичної статистики, то при чотирьох і більше вимірюваннях, вимірювання можна вважати багатократним. За результат багатократного вимірювання звичайно приймають середнє арифметичне значення із результатів однократних вимірювань.

**V. Статичні вимірювання** - це вимірювання фізичної величини, яка приймається у відповідності з конкретною вимірювальною задачею за незмінну протягом часу вимірювання.

Наприклад, вимірювання довжини деталі при нормальній температурі, вимірювання розмірів земельної ділянки.

**Статичні вимірювання** – це вимірювання, при яких протягом певного проміжку часу вимірювана величина майже не змінюється, або ж її величина змінюється поступово відповідно до процесу виробництва.

Такі вимірювання характеризують стаціонарність в об'єкті, застосовуються в пасивних експериментах для встановлення взаємозв'язку між фізичними величинами одного і того самого об'єкта дослідження. Їх також використовують при зніманні статичної характеристики перетворення засобу вимірювань. Вони забезпечують задовільний рівень точності за певний проміжок часу (наприклад, годину, зміну).

**Динамічні вимірювання** - це вимірювання фізичної величини, розмір якої змінюється з часом. Швидка зміна розміру вимірюваної величини потребує її вимірювання з точною фіксацією моменту часу.

Наприклад, вимірювання відстані до рівня землі з літака, що йде на посадку або відстані літака до місця призначення.

**Динамічні вимірювання** - показують зміну вимірюваної величини в часі при різних збуреннях, що впливають на об'єкт або ж на засіб вимірювання. Вони дають змогу вивчити динамічні властивості об'єкта, його інерційність, а також динамічні властивості самого засобу вимірювання та його складових частин.

Для визначення динамічної характеристики засобу вимірювань (ЗВ) на його вхід подають стрибкоподібний сигнал  $x$  відомої величини. Як видно із графіку (рис.2.1) перехідного процесу, покази приладу в часі  $x_D = f(\tau)$  досягають сталого значення  $x = 1,0$  лише через певний час і наближаються до нього поступово по експоненціальному закону. Різниця між показами приладу  $x_D$  і дійсним значенням  $x$  вимірюваної величини називається **динамічною похибкою**:

$$\Delta_{\text{дин}} = x - x_D \quad (2.4)$$

Спочатку, не дивлячись на стрибкоподібну зміну вимірюваної величини  $x$  на вході приладу, сигнал на його виході  $x_{\text{дин}} = f(\tau)$  почне змінюватись через певний проміжок часу, який називається - час початку реагування  $\tau_{\text{ПР}}$ .

Далі, сигнал  $x_{\text{дин}}$  досягне величини 95% свого максимального значення  $x$  через проміжок часу перехідного процесу  $T$ .

Постійна часу  $\tau_{\text{П}}$  - час, протягом якого значення вимірюваної величини досягає  $\approx 0,632$  від її сталого значення.

Час установа повного значення вимірюваної величини  $T_{\text{П}}$  - це час, протягом якого значення вимірюваної величини досягне свого сталого значення від початку зміни вхідної величини на вході приладу, а динамічна похибка не досягне нуля.

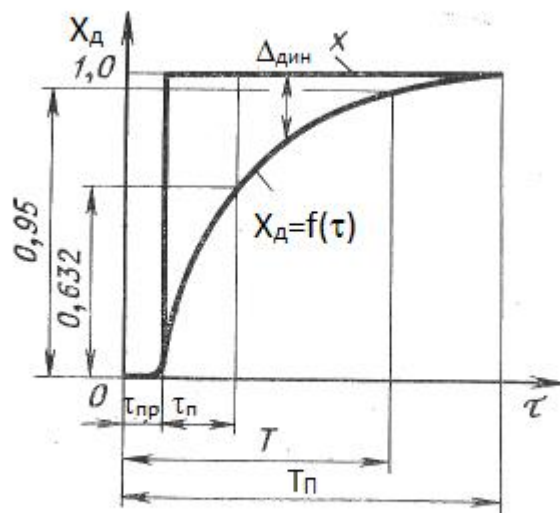


Рис. 2.1. Графік перехідного процесу

**VI. Абсолютні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані в абсолютних одиницях фізичних величин.

Наприклад, при вимірюванні сили електричного струму амперметром або довжини деталі мікрометром результат вимірювання виражається в одиницях вимірюваних величин (в амперметрах і мікрометрах).

**Відносні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані як відношення вимірюваної величини до одноіменної величини, умовно прийнятої за одиницю, або у відсотках.

**VII. Поділ вимірювань на аналогові і цифрові** обумовлений формою вимірювальної інформації, яка міститься у вихідних сигналах аналогових та цифрових вимірювальних приладів.

**Інформація** - категорія, яка дозволяє розпізнавати присутність чи відсутність відомостей, на основі яких приймається рішення.

Існує **дві форми** для надання інформації про фізичні величини (ФВ) – це **аналогова** (або безперервна) та **цифрова** (або дискретна). Носієм інформації в обох формах - є **сигнал**.

**Сигнал** – це фізичний процес, властивості якого визначаються взаємодією між матеріальним об'єктом та засобами вимірювальної та обчислювальної техніки.

**За аналогового способу вимірювання** – використовується аналогова (безперервна) форма надання інформації і відповідно надання

інформації про вимірювану ФВ здійснюється за допомогою одного сигналу (аналога), який є безперервною функцією вимірюваної ФВ і який подібний та пропорційний цій ФВ. Аналоговий сигнал відтворює всі миттєві значення ФВ і приймає будь-які значення в певних межах. Прикладом аналогового сигналу є довжина стовпчика ртуті в рідинному термометрі, переміщення стрілки вздовж шкали приладу. Аналогова форма надання інформації використовується в первинних вимірювальних перетворювачах як вихідний сигнал про значення вимірюваної величини.

**За цифрового способу вимірювання** (при дискретній формі надання інформації) інформація про вимірювану величину надається за допомогою або одного дискретного сигналу, або здійснюється **за допомогою послідовного ряду (набору) дискретних сигналів**. На відміну від надання інформації аналоговою величиною, дискретна форма надання інформації у вигляді набору окремих біт - має кінцеву кількість значень. Один дискретний сигнал у мікропроцесорній техніці називається "біт" і є мінімальною одиницею цифрової інформації. Кожний дискретний сигнал або біт приймає не всі можливі, а тільки два значення – біт увімкнений і має високий рівень сигналу (знаходиться в стані логічної 1), або біт вимкнений (знаходиться в стані логічного 0). Один дискретний сигнал використовується, наприклад, у системах автоматичного контролю, для фіксації моменту виходу вимірюваної величини за допустимі межі.

Візуальним цифровим сигналом – є сукупність біт, які відтворюють цифри на відліковому пристрої цифрового індикатора. При цьому набір декількох біт відповідає одній із цифр величини, яка надається в дискретній формі.

**Контроль** – це процедура встановлення відповідності між станом об'єкта та його нормою.

Отже, в **аналогових** приладах вихідним сигналом є переміщення покажчика вздовж шкали, в **цифрових** – зображення числового значення вимірюваної величини цифровими знаками.

У сучасних засобах вимірювання одними з основних операцій є операції перетворення аналогової форми інформації в цифрову і навпаки. Як правило, аналогові сигнали від датчиків у сучасних ЗВ спочатку перетворюються за допомогою аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) у цифрову форму. Сигнал у цифровій формі обробляється в мікропроцесорному пристрої і при необхідності проводиться його цифрова корекція. Далі цифровий сигнал за допомогою цифро-аналогового перетворювача (ЦАП) знову перетворюється в аналоговий, але вже уніфікований сигнал, який і подається в канали зв'язку.

Результат вимірювань завжди має цифрову форму, але операції квантування і цифрового кодування в аналогових вимірюваннях виконує людина, а в цифрових вони здійснюються автоматично.



**Графічні вимірювання** – вимірювання, в яких вихідний сигнал відображається у вигляді графіка (самопишущі прилади, відображення графічної інформації на дисплеї комп'ютера).

**VIII.** Ознакою поділу вимірювань на **звичайні і статистичні** служить відповідно відсутність і наявність статистичної обробки результатів спостережень.

Всі вимірювання (прямі і непрямі) з однократними (одноразовим) спостереженнями - **звичайні**, а з багатократними (багаторазовими) - **статистичні**.

**IX.** Ознакою поділу вимірювань на **необхідні та надлишкові** є кількість вимірювань. **Необхідні вимірювання** – це вимірювання, які містять мінімальну кількість вимірювань, достатню для отримання результату потрібної точності. Всі вимірювання, які перевищують дану кількість і не приводять до покращення точності результату, є **надлишковими**.

## **2.5. Принципи та методи вимірювань.**

Для точних вимірювань фізичних величин у метрології розроблені способи використання принципів і засобів вимірювальної техніки, застосування яких дозволяє вилучити із результатів вимірювань ряд систематичних і випадкових похибок і позбавити експериментатора необхідності вводити поправки для їх компенсації, а в деяких випадках взагалі одержувати вірогідні результати. Багато способів використання так і залишаються лише способами, їх застосовують лише в окремих, небагатьох випадках. Проте є такі способи використання, які необхідні при численних вимірюваннях багатьох величин. Коли вони стають загальними, їх називають **методами вимірювань**.

Вибір того чи іншого методу вимірювань залежить від вимірювальної задачі, яку необхідно розв'язати (точність результату вимірювань, швидкість його одержання та інші). Кожну фізичну величину можна виміряти декількома методами, які можуть відрізнятися один від одного особливостями як технічного, так і методичного характеру.

У відношенні технічних особливостей можна сказати, що існує багато методів вимірювань, і з розвитком науки і техніки число їх збільшується.

З методичної сторони всі методи вимірювань піддаються систематизації та узагальненню по загальним характерним ознакам. Розгляд і вивчення цих ознак допомагає не тільки правильному вибору методу та його співставлення з іншими, але й суттєво полегшує розробку нових методів вимірювань.

Введемо деякі поняття.

**Принцип вимірювання** — фізичне явище або сукупність фізичних явищ, які покладені в основу вимірювання певної величини.

Наприклад, вимірювання температури за допомогою використання термоелектричного ефекту, зміни електричного опору терморезисторного перетворювача чи зміни тиску термометричної речовини газового термометра та ін.

**Метод вимірювання** — сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципів вимірювань для створення вимірювальної інформації.

**Засіб вимірювальної техніки** — технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

**Вимірювальна інформація** — інформація про вимірювані величини та залежності між ними у вигляді сукупності їх значень.

Кожний метод характеризується притаманною йому певною процедурою вимірювань

**Процедура вимірювань (алгоритм вимірювання)** – це послідовність вимірювальних операцій (операцій вимірювання), що забезпечує вимірювання згідно з обраним методом.

**Алгоритм вимірювань** – детермінований (регулярний) або стохастичний (нерегулярний) – це сукупність правил підготовки і виконання операцій процесу вимірювань.

Стохастичні алгоритми, основані на методі статистичних випробувань Монте-Карло, забезпечують достатню точність порівняно нескладних автоматичних засобів вимірювань, побудованих, з використанням мікропроцесорних елементів. Точність і функціональні можливості таких засобів визначаються в основному якістю генератора шумового сигналу з заданою густиною розподілу.

Процес вимірювань як сукупність операцій перетворення вимірювальної інформації за певним алгоритмом, який визначає послідовність їх виконання в часі, залежно від ступеня необхідної участі в ньому експериментатора може бути неавтоматизованим, автоматизованим і автоматичним.

## **2.6. Методика виконання вимірювань**

**Методика вимірювань** – це сукупність процедур і правил, виконання яких забезпечує одержання результатів з потрібною точністю, або **методика вимірювання** – це поєднання методу та алгоритму вимірювань.

Якщо **метод вимірювань** передбачає розробку основних прийомів застосування засобів вимірювань, то **методика вимірювань** – це по суті

технологія виконання вимірювань з метою найкращої реалізації вибраного методу вимірювань.

Методика вимірювань визначає вимоги до засобів вимірювань, порядок виконання операцій, необхідність дотримання встановлених умов вимірювань, числа вимірювань, способів обробки їх результатів.

Методика вимірювань, в якій вимоги до виконання вимірювань регламентовані відповідним нормативно-технічним документом (НТД), називається **методикою виконання вимірювань (МВВ)**. Під МВВ розуміють також НТД, який регламентує вимоги до виконання вимірювань за даною методикою. Дотримання виконання МВВ забезпечує задекларовану гарантовану точність вимірювань.

МВВ поділяються на **типові і конкретні** або індивідуальні.

**Типові МВВ**, що оформлені у вигляді відповідних НТД, є керівними технічним матеріалом для розробки **конкретних МВВ**, які призначені вже для безпосереднього використання при плануванні і реалізації процесів вимірювань на робочих місцях. **МВВ, що регламентовані стандартами, називаються стандартизованими, а МВВ, що регламентовані атестатами, - атестованими.** При атестації МВВ визначаються показники точності вимірювань, які досягаються при дотриманні цієї МВВ. Згідно із ще діючим міждержавним стандартом ГОСТ 8.010-90 вимірювання за стандартизованими МВВ мають виконуватися засобами вимірювань, що пройшли державні випробування згідно з ДСТУ 3400-96. Вимірювання за атестованими МВВ можуть виконуватися і засобами вимірювань, метрологічні характеристики яких визначені конкретно при їх метрологічній атестації. Зокрема, до таких належать нестандартизовані засоби вимірювань, або засоби вимірювань, що застосовуються в ненормованих робочих умовах. Їх метрологічне забезпечення здійснюється згідно з ДСТУ 3215-95.

Основні вимоги до структури і змісту МВВ регламентує ГОСТ 8.010-90. Згідно з ним стандартизовані МВВ можуть бути окремими стандартами або відповідними розділами стандартів на технологічні процеси, на методи і засоби перевірки засобів вимірювань, а також на методи випробувань і контролю продукції. В них мають бути вказані:

- призначення МВВ;
- норми похибок вимірювань, встановлені початковими вимогами, або значення характеристик похибок, що гарантуються при застосуванні МВВ;
- вимоги до засобів вимірювань і допоміжних пристроїв, що необхідні для виконання вимірювань;
- метод (алгоритм) вимірювань;
- вимоги безпеки;
- вимоги до кваліфікації операторів;
- умови вимірювань;
- підготовка до виконання вимірювань

- виконання вимірювань;
  - способи обробки результатів спостережень при вимірюваннях;
  - оформлення результатів вимірювань;
  - контроль похибки МВВ з вказанням методу і періодичності.
- В атестатах атестованих МВВ мають бути вказані:
- призначення і конкретне застосування даної МВВ;
  - типи і номери екземплярів засобів вимірювань, що використовуються при виконанні вимірювань;
  - технічні характеристики допоміжних пристроїв;
  - метод і алгоритм вимірювань;
  - числові значення-показників точності;
  - міжповірочний інтервал засобів вимірювань і номенклатура НТД, що їх регламентують;
  - вимоги до кваліфікації операторів і до охорони праці.

Дещо різні вимоги до стандартизованих і атестованих МВВ зумовлені відмінністю їх призначення - як типових і конкретних МВВ.

## 2.7. Класифікація методів вимірювань

В основі вимірювання використовується певний принцип, під яким розуміється фізичне явище або сукупність фізичних явищ використаних для одержання результату у вигляді вимірювальної інформації про значення вимірюваної фізичної величини. Наприклад, вимірювання температури за допомогою термоелектричного ефекту.

У той же час вимірювання можуть бути проведені з використанням різних методів, під якими розуміється сукупність прийомів використання різних принципів та засобів вимірювань для створення вимірювальної інформації. Метод, в перекладі із грецької, означає шлях досліджень, спосіб досягнення мети.

Розрізняють **прямі та непрямі** методи вимірювань.

У метрології в процесі вимірювань найширше застосовуються **прямі методи** вимірювання, що забезпечують визначення шуканої величини за експериментальними даними.

При **непрямих вимірюваннях** широко застосовується перетворення вимірюваної величини в процесі вимірювання.

До **прямих методів** вимірювання відносяться 2 основних методи вимірювань:

1. метод безпосередньої оцінки;
2. метод порівняння з мірою.

Метод порівняння з мірою, в свою чергу, об'єднує наступні три методи:

1. диференціальний метод;
2. компенсаційний (нульовий) метод;

3. метод співпадань (збігу).

### **2.7.1. Метод безпосередньої оцінки.**

**Метод безпосередньої оцінки** полягає в тому, що значення вимірюваної величини знаходять за допомогою відповідного вимірювального засобу по його відліковому пристрою (шкалі). Метод характеризується прямим перетворенням значення вимірюваної величини у вихідну величину, яка показується або записується вимірювальним приладом, який у свою чергу, відградуваний у відповідних одиницях (наприклад, зважування на циферблатних вагах, вимірювання тиску пружинним манометром). Метод безпосередньої оцінки дає значення вимірюваної величини безпосередньо без будь-яких додаткових дій і без обрахунку, окрім множення його показів на сталу вимірювального приладу або ціну поділки. Метод має найширше використання в умовах виробництва.

**Перевага методу:** вимірювання цим методом проводяться дуже швидко, просто і не вимагають високої кваліфікації, оскільки не потрібно ускладнювати вимірювальний прилад і виконувати складні обчислення.

**Недоліки:** точність таких вимірювань невисока через вплив зовнішнього середовища та розмірів шкали приладу.

Засобами вимірювань для методу безпосередньої оцінки є показуючі прилади, в тому числі, стрілочні прилади.

До показуючих вимірювальних приладів безпосередньої оцінки відносяться манометри, динамометри, барометри, амперметри, вольтметри, ватметри, фазометри та інші.

Вимірювання за допомогою інтегруючого вимірювального приладу - лічильника також є методом безпосередньої оцінки .

В ряді випадків засіб вимірювань приводиться в контакт з вимірюваною величиною, коли виникає необхідність знати значення цієї величини. Наприклад, вимірювання довжини за допомогою лінійки з поділками або рулетки.

Вимірювання за допомогою самопишучих вимірювальних приладів - це також метод безпосередньої оцінки.

### **2.7.2. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод.**

При проведенні більш точних вимірювань слід користуватися **методом порівняння з мірою**, суть якого полягає в тому, що вимірювана величина порівнюється з однорідною величиною, значення (розмір) якої відтворюється мірою. Міра - це засіб вимірювання, який відтворює ФВ відомого розміру, наприклад, лінійка.

Результат вимірювання визначається як сума значень порівняльної міри та показів вимірювального приладу або приймається рівним значенню міри (наприклад, вимірювання маси на аналітичній вазі).

Метод порівняння з мірою має ряд різновидів.

**Диференціальний метод** (різницевий або неповного зрівноважування) полягає в тому, що вимірювальним приладом визначається різниця між вимірюваною величиною і величиною-мірою (тобто величиною, значення якої відомо). Наприклад, вимірювання надмірного тиску в апаратах відносно атмосферного за допомогою диференціального манометра.

Метод використовується у випадках, коли просто та точно реалізується операція віднімання величин та задання міри і коли вимірювана величина  $X$  може бути надана залежністю:

$$x = x_0 \pm \Delta x \quad (2.5)$$

де  $x_0$  - номінальне значення вимірюваної величини, що задане мірою;

$\pm \Delta x$  - можливе відхилення вимірюваної величини від номінального значення, яке, як правило, знаходяться в межах  $\pm 10\%$  від  $x_0$ .

Диференціальний метод дозволяє отримати результати з високою точністю навіть при використанні відносно грубих засобів для вимірювання різниці.

Розглянемо такий приклад. На рис. 2.2 поряд з тілом, довжину „ $x$ ” якого треба виміряти розміщена міра довжини. Розмір „ $l$ ” міри відомий з достатньою точністю. Вимірявши невелику різницю „ $a$ ” між довжинами цих двох предметів, ми можемо визначити довжину  $x = l + a$ .

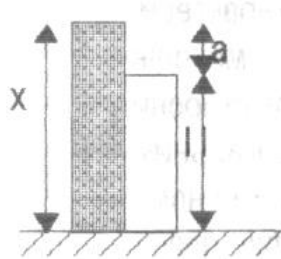


Рис. 2.2. Схема вимірювання довжини диференціальним методом.

Припустимо, що похибка вимірювання розміру „ $a$ ” не перевищує  $\alpha$ . Тоді результат вимірювання можна представити виразом:

$$x = l + a \pm \alpha = a (1 \pm \alpha/a), \quad (2.6)$$

де  $\alpha/a$  – відносна похибка вимірювання „ $a$ ”.

Визначимо відносну похибку вимірювання величини „ $x$ ”:

$$x = 1 + a \pm \alpha = (1 + a) \pm \alpha = (1 + a) [1 \pm \alpha / (1 + a)] \quad (2.7),$$

де  $\alpha / (1 + a)$  – відносна похибка вимірювання „ $x$ ”.

Оскільки  $1 \gg a$ , то  $\alpha / (1 + a) \ll \alpha / a$ . Наприклад, нехай  $1 = 500$  мм;  $a = 5$  мм;  $\alpha / a = 0,01$  (1%), тоді  $\alpha / (1 + a) = 0,0001$  (0,01%).

Отже, для того, щоб досягти такої високої точності, ми можемо скористатися порівняно грубим приладом. Правда, при цьому ми використали дуже точну міру, значення „ $l$ ” якої визначено ще з меншою (ніж 0,01%) похибкою.

Переваги цього методу безсумнівні, оскільки виготовити точну міру і порівняно грубий прилад для вимірювання невеликих величин легше, ніж засіб вимірювань високої точності для вимірювання всієї величини в цілому.

Наведений приклад ілюструє схему диференціального методу в загальному вигляді. Цей метод набуває все більшого поширення у багатьох областях вимірювань.

### 2.7.3. Компенсаційний (нульовий) метод.

**Компенсаційний (нульовий) метод**, або **метод повного зрівноважування** полягає в тому, що на вимірювальний засіб одночасно подаються і порівнюються - вимірювана величина та однорідна зрівноважуюча величина від регульованої міри, значення якої відомо. Вихідна величина міри регулюється доти, поки не буде досягнута повна рівновага, яка фіксується по нульовому результату ЗВ (нуль – приладу), а результат вимірювання дорівнює значенню регульованої міри.

В загальному вигляді сутність нульового методу полягає у наступному. Вимірювану величину порівнюють з величиною, значення якої відомо. Останню вибирають таким чином, щоб різниця між вимірюваною і відомою величинами дорівнювала нулю. Співпадання значень цих величин відмічають за допомогою нульового покажчика (нуль-індикатор).

В історії розвитку техніки точних вимірювань компенсаційний (нульовий) метод є одним з перших. Зважування грузів на ричажній вазі – характерний приклад нульового методу вимірювань.

Цей метод має високу точність вимірювання та незалежність результатів вимірювання від впливу зовнішніх умов та джерела живлення вимірювальних електричних схем. Він широко використовується в автоматичних вимірювальних приладах: автоматичних мостах та потенціометрах, аналізаторах рідин, газів та інших, наприклад, вимірювання електричної напруги компенсатором.

Між диференціальним методом і нульовим методом є дещо спільного. Якщо в диференціальному методі ми вимірюємо різницю між двома величинами, то в нульовому методі ми практично зводимо цю різницю до нуля.

Компенсаційний метод вимірювань використовується в основному для вимірювань фізичних явищ в тих випадках, коли важливо виміряти їх, не порушуючи умов, в яких відбувається вимірюване явище.

#### **2.7.4. Метод співпадань.**

**Метод співпадань (збіжності)** є різновидом методу порівняння з мірою і полягає в тому, що різниця між вимірюваною і відтвореною мірою величинами вимірюється за збігом шкал або періодичних сигналів. Отже, вимірювана величина та вихідна величина регульованої міри діють на один відповідний ЗВ по чергово, поки не буде досягнуто повне зрівноважування, тобто, не буде досягнуто рівності показів ЗВ для обох випадків, що є результатом вимірювань. Цей метод використовується при вимірюванні точних сигналів часу, частоти обертання тощо.

Цей метод використовує співпадання відміток шкал або періодичних сигналів. Наприклад, прикладемо лінійку з міліметровими поділками до лінійки з дюймовими поділками і сполучимо їх нульові позначки. При цьому виявиться, що точно співпадають позначки, які відповідають 127 мм і 5 дюймів; 254 мм і 10 дюймів і т.д. Звідси можна визначити, що 1 дюйм = 25,4 мм.

По принципу метода співпадань побудован ноніус штангенциркуля та ряду інших приладів.

Крім перелічених методів, у метрологічній практиці використовуються багато інших: інтерферентний — для точних вимірювань лінійних величин, фотоелектричний – у машинобудуванні та ін.

Вибір методу вимірювань залежить від його теоретичної обґрунтованості, наявності необхідних засобів вимірювань, їх виду (міра, вимірювальний прилад тощо) і конструктивних особливостей.

#### **2.8. Електричні методи вимірювання неелектричних величин.**

При метрологічних роботах і технологічних вимірюваннях параметрів широко використовуються електричні методи вимірювань неелектричних величин: температури, рівня, тиску, витрат, різних показників якості готової продукції і сировини. Це пов'язано з тим, що у більшості випадків технологічні лінії виготовлення продукції мають досить велику протяжність, і здійснювати одночасний контроль основних параметрів просто неможливо. Тому вимірювані технологічні параметри



перетворюють в електричні величини-сигнали, які можна передавати на значні відстані. Перетворення неелектричних величин в електричні дозволяє спростити сам процес вимірювання, підвищити його точність і навіть виміряти величини, які раніше ніколи не вимірювалися. Перетворення неелектричних величин в електричні сигнали проводиться за допомогою вимірювальних перетворювачів. Лінійні переміщення, деформації чутливих елементів, перетворені в електричні сигнали, передаються на значну відстань і за допомогою відтворюючих засобів перетворюються у вимірювану величину.

Для вимірювання неелектричних величин досить широко використовуються такі електричні методи, як тензоелектричні, індукційні, фотоелектричні, п'єзоелектричні та ін.

Тензометричний метод ґрунтується на використанні тензорезисторів, які змінюють свій опір під дією деформацій механічних чутливих елементів (наприклад, мембран).

П'єзоелектричний метод ґрунтується на використанні властивостей деяких кристалічних матеріалів утворювати електричні заряди на їх поверхні під дією прикладеної сили. Це явище називається п'єзо ефектом.

Ємнісний метод базується на зміні ємності датчика за рахунок діелектричних властивостей самого середовища.

Поряд з описаними широко застосовуються індукційні, омичні, термоелектричні та інші методи вимірювання неелектричних величин.

## **2.9. Планування та організація вимірювань.**

Вимірювання фізичних величин є основою як наукового експерименту, так і масових вимірювань в усіх галузях народного господарства. Досліджувані процеси та об'єкти є багатограними. Досліджуючи об'єкт чи технологічний процес, доводиться вимірювати ряд фізичних величин та параметрів технологічних процесів. Як і будь-яке інше експериментальне дослідження, вимірювання має певні стадії організації та виконання. Це зокрема:

1. формування мети;
2. складання програми експерименту, методична та матеріальна підготовка експерименту;
3. проведення експерименту;
4. опрацювання результатів вимірювань та оцінка похибки вимірювань;
5. аналіз отриманих результатів та формулювання оцінки проведених вимірювань.

Загалом вимірювання фізичних величин є багатоступінчастим процесом, що поєднує як саму процедуру вимірювань з її типовими

вимірювальними операціями, так і ряд підготовчих та заключних процедур, які необхідно виконати до і після самих вимірювань.

Отже процес вимірювання можна розділити на три етапи:

1. підготовка та планування вимірювань;
2. виконання вимірювань;
3. опрацювання та аналіз отриманих даних.

Означення основних термінів з планування вимірювального експерименту дає ГОСТ 24026-80 „Исследовательские испытания. Планирование эксперимента”. Згідно з цим стандартом план експерименту – це сукупність даних, що визначають кількість, умови та послідовність виконання дослідів. Мета планування – підвищення ефективності одержання інформації про об’єкт дослідження, що потрібно для побудови його моделі, яка виражає залежність його вихідних величин від вхідних факторів, або для оцінки параметрів моделі, якщо вона заздалегідь вибрана.

## РОЗДІЛ 3. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.

### 3.1. Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки.

Вимірювання фізичних величин зазвичай здійснюється шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів. Залежно від виду вимірюваних величин, необхідної точності їх, умов проведення експерименту та виду потрібної інформації використовуються різноманітні засоби вимірювальної техніки, що видають відповідні сигнали вимірювальної інформації. Будь-яка фізична вимірювана величина завдяки засобам вимірювання перетворюється на відповідний сигнал, який спостерігач сприймає безпосередньо на шкалі приладу, або ж після перетворення і опрацювання передається через канали зв'язку на інші засоби вимірювання у вигляді сигналу зовсім іншої фізичної величини. Наприклад, вимірювання температури, тиску, густини супроводжуються перетворенням вимірюваної величини на сигнал (електричний, пневматичний, механічний), який за допомогою засобів відтворення видає значення вимірюваної величини на шкалі приладу.

Будь-які вимірювання фізичних величин виконуються певним методом, який реалізується у відповідному засобі вимірювань (ЗВ).

Засіб вимірювальної техніки – це узагальнене поняття конструктивно закінчених пристроїв, які мають **одну із трьох ознак**:

1) виробляють сигнал, який несе інформацію про розмір (значення) вимірюваної фізичної величини (ФВ), наприклад, покази термометру;

2) відтворюють ФВ заданого розміру;

3) мають нормовані метрологічні характеристики (НМХ).

Вимірювана ФВ завдяки ЗВ перетворюється на відповідний сигнал вимірювальної інформації, який спостерігач сприймає або безпосередньо на шкалі ЗВ, або який, після перетворення та обробки, передається через канали зв'язку на інші ЗВ у вигляді сигналу зовсім іншої ФВ.

Відповідно до цього будь-який ЗВ можна уявити у вигляді ланцюга, тої чи іншої структури, який складається з ряду функціональних елементів (перетворювачів), об'єднаних у єдиний схемно-конструктивний пристрій.

Складність такого ЗВ визначається в першу чергу фізичною природою вимірюваної величини, швидкістю її зміни в часі, допустимою похибкою її вимірювання, типом прийнятого приладу для відліку.

**Елемент ЗВ** – це найпростіший у функціональному відношенні пристрій (схема), який призначений для виконання тільки однієї із послідовних операцій по перетворенню сигналу вимірювальної інформації.

До таких основних операцій відносяться операції перетворення:

- вимірюваної величини в сигнал, що однозначно зв'язаний з інформацією про вимірювану величину;

- сигналу одного виду енергії в сигнал іншого виду енергії (наприклад, неелектричний в електричний і навпаки);
- сигналу по величині енергії (підсилення);
- аналогового сигналу в дискретний і навпаки;
- сигналу постійного струмі в змінний і навпаки (модуляція і демодуляція).
- функціональне перетворення сигналу (лінеаризація, кусково-лінійна апроксимація);
- порівняння сигналів та утворення керуючого сигналу (функція контролю);
- виконання логічних операцій із сигналами та їхнє зберігання.

Отже, **засіб вимірювальної техніки (ЗВТ)** – це технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

**Метрологічними** називаються ті характеристики засобів вимірювань, від яких залежить точність результатів, одержаних за їх допомогою. Нормування метрологічних характеристик полягає в законодавчому регламентуванні їх складу і нормативних значень.

До засобів вимірювальної техніки відносяться (згідно з ДСТУ 2681-94):

1. Засоби вимірювань (ЗВ).
2. Вимірювальні пристрої.

### **3.2. Засоби вимірювань**

**Засіб вимірювань** — засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань. Від засобів вимірювань залежить правильне визначення вимірюваної величини в процесі вимірювання.

До засобів вимірювань відносяться (рис.3.1):

- а. вимірювальні прилади;
- б. реєструвальні засоби вимірювань;
- в. вимірювальні канали;
- г. вимірювальні установки;
- д. вимірювальні системи;
- е. кодові засоби вимірювань (аналого-цифрові перетворювачі).

Засіб вимірювань реалізує в ідеальному випадку лінійну залежність між значеннями вимірюваної величини та її відповідними розмірами.

**А. Вимірювальний прилад** - це засіб вимірювання, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем завдяки наявності відлікового пристрою (шкала з вказівником, цифрове табло), наприклад, вольтметр, ватметр, термометр.

Як правило, вимірювальний прилад має пристрої для перетворення вимірюваної величини в сигнал вимірювальної інформації і його індикації у формі найбільш доступній для сприйняття.

**За формою видачі інформації** (способу відліку інформації) прилади поділяються на:

- **аналогові**, покази яких є неперервною функцією вимірюваної величин
- **цифрові**, покази яких дискретні, а інформація подається у цифровій формі.
- **реєструвальні**.



Рис.3.1. Класифікація засобів вимірювальної техніки

**Аналоговий вимірювальний прилад** - вимірювальний прилад, у якому візуальний сигнал вимірювальної інформації представляється за допомогою шкали й покажчика (рис.3.2).



Рис.3.2. Аналогові вимірювальні прилади

**Цифровий вимірювальний прилад** – вимірювальний прилад, у якому візуальний сигнал вимірювальної інформації представляється у вигляді цифр або символів на пристрої, що показує результати (рис.3.3).

Для сучасних приладів поділ на аналогові та цифрові досить умовний, оскільки аналогові величини перетворюються у цифрові і навпаки по декілька разів в одному приладі.



Рис. 3.3. Цифрові вимірювальні прилади

**Реєструючий прилад** - засіб вимірювань, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації.

**Б. Реєструючий засіб вимірювання** – засіб вимірювання для вимірювання й автоматичного запису значень вимірюваних величин, які можуть змінюватись у часі (рис. 3.4).

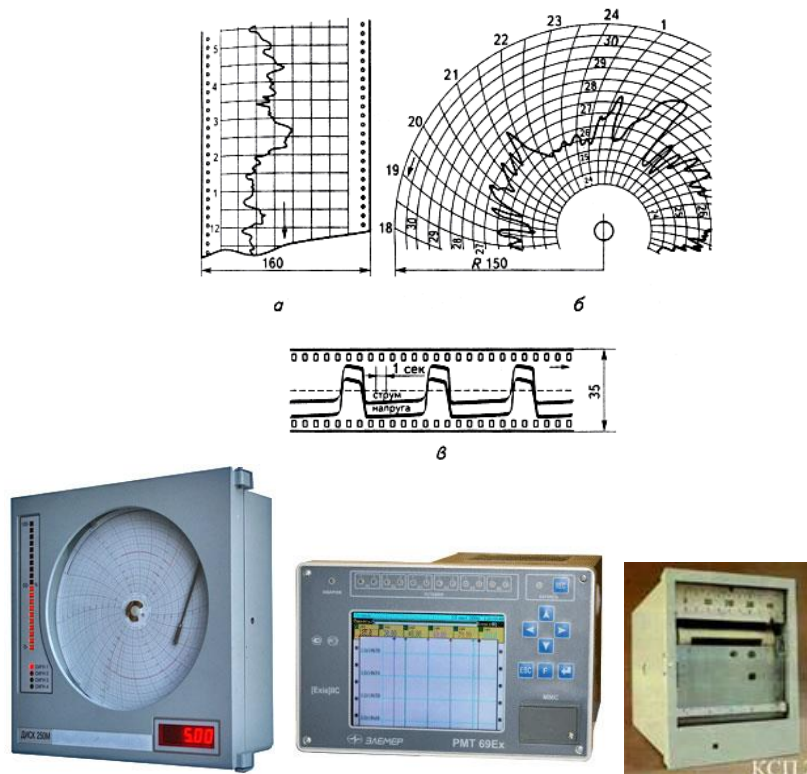


Рис. 3.4. Види запису інформації на реєструючих приладах(а,б,в,) та загальний вигляд реєструвальних приладів.

Прилади бувають показуючі, самописні, сигнальні, регульовальні з лічильниками, з нормувальними перетворювачами та іншими додатковими функціональними засобами.

Розрізняють наступні типи приладів:

1. прилади, які показують – показуючі;
2. прилади, які реєструють – реєструючі;
3. прилади, які інтегрують - інтегруючі;
4. прилади, які сумують – сумуючі;
5. прилади прямої дії;
6. прилади порівняння.

Наприклад, мікрометр і цифровий вольтметр відносяться до показуючих приладів; барограф - до реєструючих, амперметр і скляний ртутний термометр до приладів прямої дії; компаратор для лінійних мір - до приладів порівняння.

**В. Вимірювальний канал** – сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів зв'язку та інших технічних засобів, призначена для

створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину (рис. 3.5).

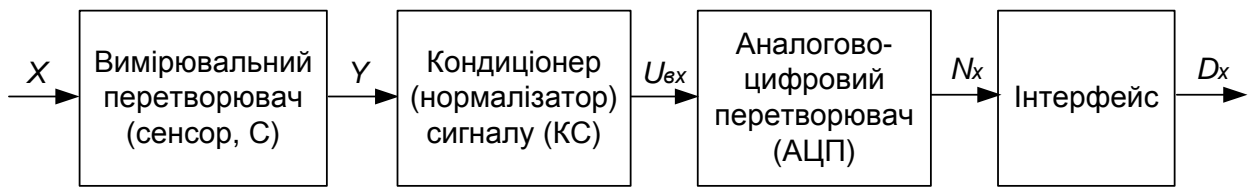


Рис. 3.5. Структурна схема вимірювального каналу

**Г. Вимірювальна установка (ВУ)** - сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки та допоміжних технічних засобів (стабілізуючих, перемикаючих, регулюючих), розміщених в одному місці і призначених для вимірювань однієї або декількох фізичних величин та для формування сигналів вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприймання спостерігачем.

Наприклад, установка для вимірювань опору електротехнічних матеріалів, установка для досліджень феромагнітних матеріалів, установка для перевірки амперметрів тощо

Вимірювальна установка із зразковими засобами вимірювань називається **повірочною установкою**. Вимірювальна установка, яка входить до складу еталона називається **еталонною**.

**Д. Вимірювальна система (ВС)** – це сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, розміщених в різних точках досліджуваного простору (середовища, об'єкта тощо) з метою вимірювання однієї або декількох фізичних величин, властивих цьому простору, та формування (створення) сигналів вимірювальної інформації про вимірювані фізичні величини у формі, доступній для автоматичного опрацювання, зберігання, передачі й використання в автоматичних системах управління (рис.3.6).

Наприклад, вимірювальна система теплоелектростанції дозволяє отримувати вимірювальну інформацію про ряд фізичних величин в різних енергоблоках.

**Вимірювальні системи** – це засоби вимірювань, які являють собою функціонально об'єднанні вимірювальні прилади, вимірювальні перетворювачі та інші допоміжні засоби, які з'єднанні одним конструктивним виконанням.

Найчастіше ВС призначена для вироблення сигналів у формі, придатній для автоматичної обробки, передачі і (або) використання вимірювальної інформації в автоматизованих системах управління.





Рис. 3.6. Функціональні пристрої вимірювальної системи

Вимірювальні системи можна вважати різновидом вимірювальних інформаційних систем (ВІС), до яких належать також системи автоматичного контролю, системи технічної діагностики і системи розпізнавання образів. ВІС також входять до складу автоматизованих систем управління. Отже, ВІС це сукупність ЗВТ, засобів контролю, діагностики та інших технічних засобів для створення сигналів вимірювальної та інших видів інформації. Незалежно від виду інформації, що формується будь-якою ВІС, основним елементом її є ЗВТ.

**Е. Аналого-цифровий перетворювач (кодовий засіб вимірювання)** – засіб вимірювання, у якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації.

### 3.3. Вимірювальні пристрої

**Вимірювальний пристрій** – це засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань (вимірювальна операція). Він має відокремлену конструкцію і самостійне призначення.

Наприклад, реєструючий пристрій вимірювального приладу містить стрічку для запису, стрічкопротягувальний механізм і пишучий елемент, або вимірювальний перетворювач (термопара в термоелектричному термометрі).

До вимірювальних пристроїв відносяться:

1. міри (фізичних величин);
2. компаратори;
3. вимірювальні перетворювачі;
4. масштабні перетворювачі;

5. числовий вимірювальний перетворювач (обчислювальний компонент).




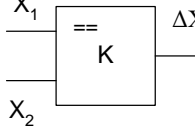
Вимірювальні пристрої не забезпечують можливості здійснювати відлік інформації.

### 3.3.1. Відтворення фізичних величин. Міра.

**Відтворення фізичної величини** - вимірювальна операція, що полягає у створенні та (чи) зберіганні фізичної величини заданого значення.

Відтворення (табл. 3.1) є найважливішою операцією вимірювання, тому що в основному визначає ступінь його досконалості, тобто точність. **Засіб відтворення фізичної величини в метрології називають мірою.**

Таблиця 3.1. Характеристики вимірювальних пристроїв

Вимірювальні пристрої	Вимірювальні операції	Умовне позначення	Рівняння перетворення
Міра	Відтворення фізичних величин		$X_N = N_X * q_X$
Вимірювальний перетворювач	Вимірювальне перетворення		$Y = F(X)$ $Y = K_{VP} * X$
Масштабний перетворювач	Масштабне перетворення		$X_1 = K_{MP} * X$
Компаратор (пристрій порівняння)	Порівняння		$\Delta X = \text{sign}(X_1 - X_2)$

**Міра фізичної величини** (або міра) – вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) зберігання фізичної величини заданого значення.

Міра виготовляється у вигляді тіла або устрою і призначена для відтворення та зберігання фізичної величини заданого розміру,

значення якого відомо з необхідною для вимірювань точністю. Наприклад, міри маси: 1кг; 0,5 кг; 0,2 кг тощо.

Розрізняють:

1. однозначні міри (наприклад, плоскопаралельна кінцева міра довжини, вимірювальні колби);

2. багатозначні міри (наприклад, конденсатор змінної ємності);

3. Набір мір – спеціально підібраний комплект конструктивно відокремлених мір, які можуть використовуватися не тільки окремо, але й в різних комбінаціях для відтворення ряду розмірів даної ФВ. Наприклад, набір гир, вимірювальних резисторів, конденсаторів, калібрів.

4. магазини мір – це набір мір, конструктивно об'єднаних в одне ціле з пристроєм для вмикання їх у різних комбінаціях. Наприклад, магазин електричних резисторів магазин опору, індуктивності, ємності.

За кількістю вихідних каналів міри поділяються на **однозначні** (наприклад, плоскопаралельна кінцева міра довжини, вимірювальні колби) та **багатозначні** (наприклад, конденсатор змінної ємності), а за **регульованістю вихідної величини** на: **регульовані та нерегульовані** (рис.3.7).

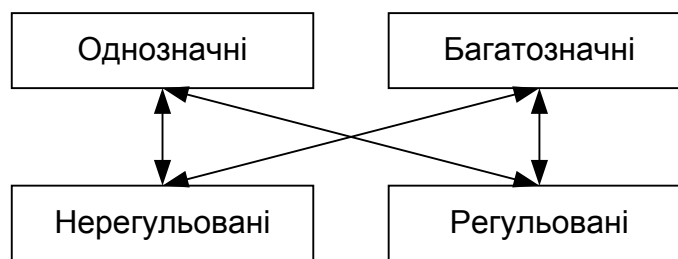


Рис. 3.7. Класифікація мір

**Однозначна нерегульована одноканальна міра** - відтворює величину одного сталого заданого розміру.

Наприклад: нормальний елемент, конденсатор постійної ємності.

Рівняння перетворення:

$$X_N = N_X \cdot q_X = \text{const} \quad (N_X, q_X - \text{const}),$$

де  $X_N$  - вихідна величина міри;

$N_X$  - числове значення ФВ, що буде відтворена;

$q_X$  - одиниця фізичної величини.

**Одноканальна регульована багатозначна міра** - відтворює у даний момент часу величину одного розміру. Зміна величини розміру у часі може бути детермінована або випадкова.

Наприклад: цифро-аналоговий перетворювач код - напруга, важільний магазин опору (рис 3.8)

Рівняння перетворення:

$$X_N = NX \cdot q_X = \text{var} \quad (N_X(t) - \text{var}, q_X - \text{const}, t - \text{час})$$

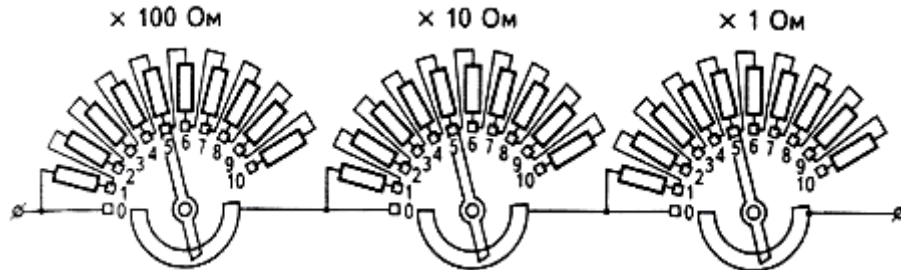


Рис. 3.8. Важільний магазин опору реалізує однозначну регульовану міру

**Багатозначна багатоканальна нерегульована міра** – відтворює одночасно декілька однорідних величин із заданими, сталими розмірами.

Наприклад, подільник напруги з багатьма постійними відводами, що живиться від одного джерела.

Рівняння перетворення:

$$X_{N_i} = N_{X_i} \cdot q_X = \text{var} \quad (N_{X_i} - \text{var}, q_X - \text{const}).$$

**Багатозначна регульована міра** – відтворює одночасно декілька однорідних величин, розміри яких можуть змінюватися. В цій мірі здійснюється і „просторовий” і „часовий” розподіл.

Рівняння перетворення:

$$X_{N_i}(t) = N_{X_i} \cdot K_i(t) \cdot q_X = \text{var} \quad (N_{X_i} - \text{var}, K_i - \text{var}, q_X - \text{const}).$$

Досконалість міри визначається сталістю розміру кожного ступеня міри і її багатозначністю, тобто номінальним числом значень відтвореної вихідної величини. В реальних мірах нестабільність  $Q_X$  спричиняє похибки. З найвищою точністю відтворюються основні фізичні величини - довжина, маса, час, частота, напруга, струм.

Більш розширена класифікація мір представлена на рис. 3.9.

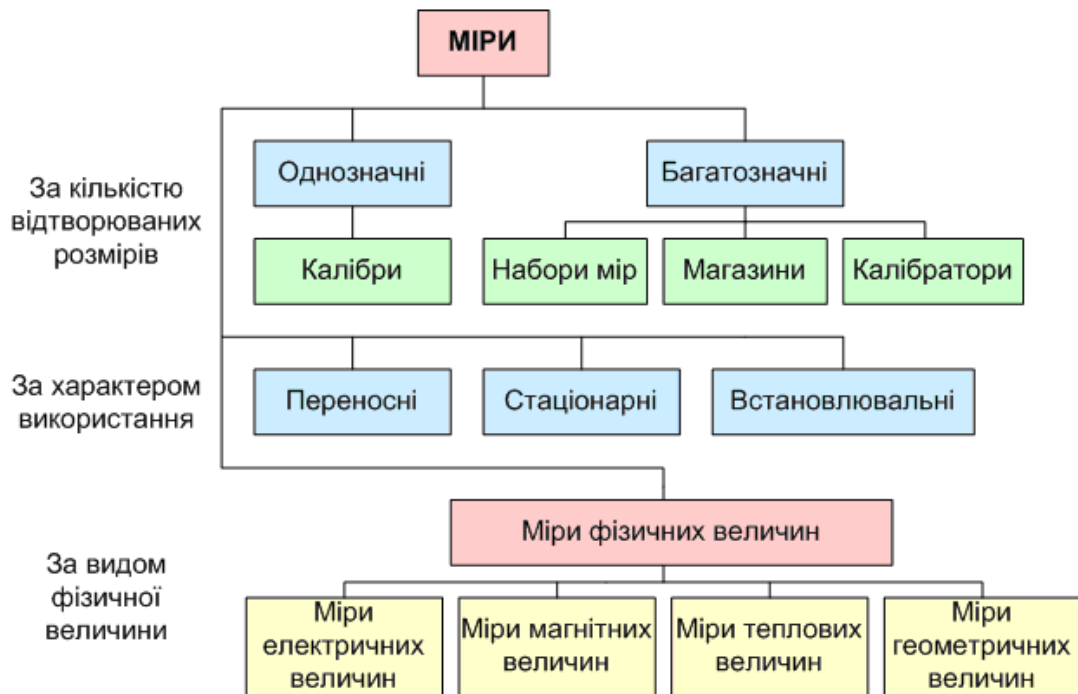


Рис. 3.9. Класифікація мір фізичних величин

**Калібр** - міра фізичної величини, що відтворює з заданою точністю деякий геометричний параметр та призначена для перевірки розмірів та форми виробів або взаємного розташування їх частин (рис. 3.10).

Використовуються калібри для:

- порівняння розміру деталі із розміром фізичної величини, що зберігається,
- механічної відбраковки негідних деталей.

Розрізняють калібри: прохідні, непрохідні, робочі, приймальні, що регулюються, що не регулюються та інші.

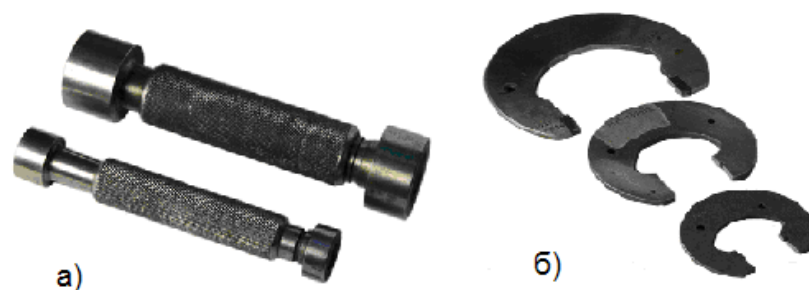


Рис. 3.10. Калібри: а) пробки, б) скоби

На рис. 3.11 представлено набір кінцевих мір (так звані плитки Йохінсона) з допомогою яких можна набрати необхідний лінійний розмір. Використовуються у машинобудуванні.

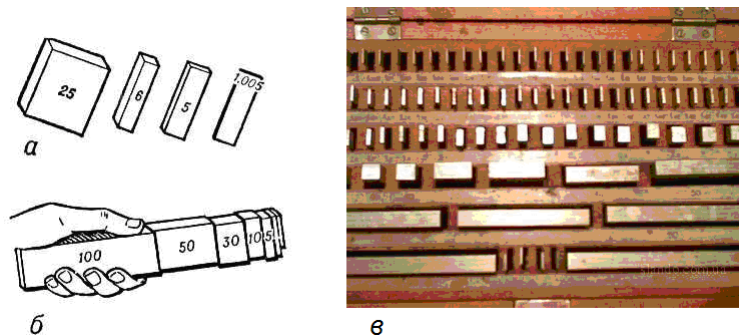


Рис. 3.11. Набір кінцевих мір:  
а, б – схема користування, в – зовнішній вигляд

### 3.3.2. Компаратор (пристрій порівняння)

**Порівняння** – вимірювальна операція, що полягає у відображенні співвідношення між розмірами двох однорідних фізичних величин відповідним висновком: більша, менша чи однакова за розміром.

**Компаратор** – вимірювальний пристрій, що реалізує порівняння однорідних фізичних величин.

Порівняння величин широко застосовується у різноманітних процедурах вимірювання, контролю, управління тощо. В залежності від відношення величин двох вхідних сигналів  $X_1$  та  $X_2$  визначається сигнал  $\Delta X$  з відповідним знаком, що дає уяву про їх відношення (табл.3.1)

### 3.3.3. Вимірювальні перетворювачі (ВП)

**Вимірювальне перетворення** фізичної величини – вимірювальна операція, при якій вхідна фізична величина перетворюється у вихідну, що функціонально з нею пов'язана.

**Вимірювальні перетворювачі** – пристрої, що реалізують вимірювальні перетворення.

Більш повне визначення:

**Вимірювальний перетворювач** – засіб вимірювання, який має нормовані метрологічні характеристики та призначений для перетворення вимірюваної величини в іншу величину або сигнал вимірювальної інформації, зручний для обробки, зберігання, подальших перетворень та передачі на відстань, але не для безпосереднього спостереження за вимірюваною величиною. Тобто вимірюваний перетворювач може не мати жодного індикатора або мати примітивний індикатор.

Наприклад, калібрований шунт, вимірювальний трансформатор, атестована термopара.

Вимірювальний перетворювач входить до складу вимірювального приладу, вимірювальної установки або вимірювальної системи як

найважливіший пристрій, від якого залежать характеристики точності. Самостійного значення вимірювальний перетворювач не має.

Необхідно відрізнити вимірювальні перетворювачі від перетворюючих елементів складних вимірювальних приладів. Перші (вимірювальні перетворювачі) – це ЗВ із нормованими метрологічними характеристиками, а другі – не мають самостійного метрологічного значення і без того приладу, у який вони входять, не використовуються.

Вимірювальні перетворювачі (ВП) класифікують за такими ознаками:

- структурою побудови - на ВП прямого перетворення (з розімкненою структурою) та ВП зрівноважувального перетворення (з замкненою структурою);

- зміною роду вихідної величини - на ВП без зміни роду та ВП зі зміною роду вихідної величини, які необхідні у тих випадках, коли для вимірюваної вхідної величини немає міри або компаратора;

- характером реалізованої залежності - на лінійні та нелінійні;

- кількістю каналів - на одно- та багатоканальні;

- місцем знаходження в ланцюгу перетворення - на первинні та вторинні;

- видом вихідного сигналу - на параметричні та генераторні;

- родом використовуваних явищ - на термоелектричні, оптоелектричні, п'єзоелектричні, електромагнітні, магнітоелектричні та ін.;

- перетворенням фізичної величини – опору, температури тощо (рис.3.12).

Розрізняють наступні види вимірювальних перетворювачів:

**1. Первинний вимірювальний перетворювач (сенсор)** – вимірювальний перетворювач, що першим взаємодіє з об'єктом вимірювання.

**Первинні вимірювальні перетворювачі (ПВП)** - це технічні засоби, що побудовані з використанням певного фізичного принципу й виконуючі тільки одне вимірювальне перетворення, як правило, перетворення фізичної величини в електричні величини. **ПВП** - ще називають **сенсорами або датчиками** (чутливими елементами). Вони безпосередньо знаходяться під дією вимірюваної величини, і формують сигнал вимірювальної інформації (здебільшого - аналоговий або частотний).

Первинні перетворювачі класифікують найчастіше по виду контрольованої величини (первинні перетворювачі температури, тиску, витрати, рівня, густини). Можуть бути і інші класифікації, наприклад, по принципу дії, по характеру вихідного сигналу (електричні, пневматичні, цифрові, може бути окрема група – інтелектуальні або SMART-перетворювачі). ПВП зображуються на схемах автоматизації як ХЕ, де

замість символу X ставляться символи: L(рівень), Q(концентрація) і т.д., наприклад, FE (первинний вимірювальний перетворювач витрати).



Рис. 3.12. Класифікація перетворювачів

Робота ПВП протікає в складних умовах, так як на об'єкт вимірювання, як правило, являє собою складний, багатогранний процес, що характеризується великою кількістю параметрів (тиск, температура, вологість, в'язкість і т. п. ), кожний з яких діє на ПВП разом з іншими. ПВП проектують для вимірювання тільки одного конкретного параметру, який називається вимірюваною величиною, він виконує тільки одне вимірювальне перетворення, а усі інші параметри процесу, для даного ПВП, називаються факторами збурення.

Важливою характеристикою первинного перетворювача є характеристика перетворення або функція перетворення – це залежність між змінами вимірюваною величиною, яка краще всього сприймається ПВП та його вихідним сигналом. Характеристика перетворення описується аналітичним виразом або графіком. Бажано, щоб ця залежність була лінійною.

**2. Передавальні вимірювальні перетворювачі (ПП)** – це комплекс технічних засобів, які зв'язані між собою лінією зв'язку і які забезпечують передачу вимірювальної інформації від місця її отримання до вторинного вимірювального засобу, що встановлений на деякій відстані. Такий



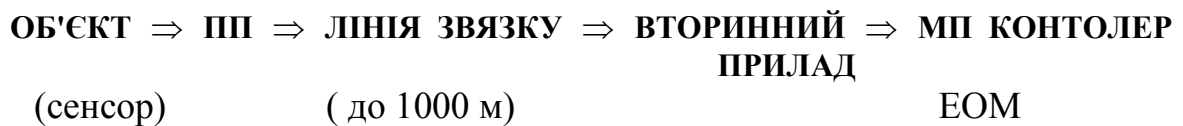
комплекс ще називають системою дистанційної передачі (СДП). Передавальний перетворювач зображуються на схемах автоматизації як ХТ, наприклад, FT (передавальний перетворювач витрати).

Система дистанційної передачі, як правило, складається із трьох основних елементів:

- 1) передавального перетворювача, який знаходиться у взаємодії є первинним вимірювальним перетворювачем;
- 2) лінії зв'язку по якій передається вимірювальна інформація;
- 3) вторинного вимірювального приладу, який призначений для відображення інформації у формі, зручній для сприйняття та для подальшого використання в системах контролю та керування.

У багатьох випадках передавальний перетворювач може одночасно виконувати функцію і первинного вимірювального перетворювача.

Вимірювання, перетворення, передача та відтворення інформації проходить за схемою:



де МП – мікропроцесор.

Системи дистанційної передачі у свою чергу розподіляються на дві великі групи:

А. - з уніфікованими сигналами, тобто, сигналами приведеними до виду і рівня, що відповідають вимогам стандарту Державної системи приладів;

Б. - з не уніфікованими (природними) сигналами, які додатково не змінюються, з метою приведення до стандартного вигляду, і передаються у вигляді, виробленому сенсором.

Тип передавального перетворювача вибирається в залежності від сигналу, який виробляє ПВП, та сигналу, який необхідно передавати по лінії зв'язку (струм, напруга, стиснене повітря).

**3. Нормуючі перетворювачі** – призначені для здійснення всіх необхідних перетворень сигналу: підсилення, лінеаризації, формування уніфікованого вихідного сигналу, тобто перетворення вихідних сигналів ПВП в уніфікований сигнал, як правило, по струму постійного в межах: 0 – 5 мА, 0 – 20 мА та 4 – 20 мА або по напрузі постійного струму 0 – 10 В.

**4. Міжгілкові перетворювачі** – перетворювачі, які призначені для приведення природних неуніфікованих сигналів до уніфікованого виду.

**5. Вторинний вимірювальний перетворювач** – вимірювальний перетворювач, що перетворює інформацію, що отримана первинним

перетворювачем (сенсором) відповідно до вибраного алгоритму вимірювання.

**6. Генераторний перетворювач** – перетворювач, вихідні сигнали якого мають енергетичні властивості (напруга, струм, електрорушійна сила тощо).

**7. Параметричний перетворювач** – перетворювач, який змінює параметри вхідного сигналу (опору, ємності, індуктивності тощо).

### 3.3.4. Масштабні перетворювачі

**Масштабне перетворення** – лінійне вимірювальне перетворення вхідної величини без зміни її роду.

**Масштабний перетворювач** - вимірювальний перетворювач, який реалізує масштабне вимірювальне перетворення.

В результаті масштабного перетворення вхідна величина перетворюється в однорідну вихідну, розмір якої пропорційний в **K** разів розмірові вхідної:

$$X_1 = K_{МП} \cdot X.$$

Коефіцієнт масштабування  $K_{МП}$  є основною характеристикою масштабного перетворення і може приймати значення:

$K_{МП} < 1$  - послаблення;

$K_{МП} > 1$  - підсилення;

$K_{МП} = 1$  - повторення.

Масштабний перетворювач з  $K_{МП} = 1$  зазвичай забезпечує узгодження вхідних та вихідних сигналів вузлів тракту вимірювального перетворення за опором.

На рисунку 3.13 наведено класифікацію масштабних перетворювачів. Вона практично співпадає з відповідною класифікацією мір (рис. 3.7) і за своїми характеристиками їх повторює.

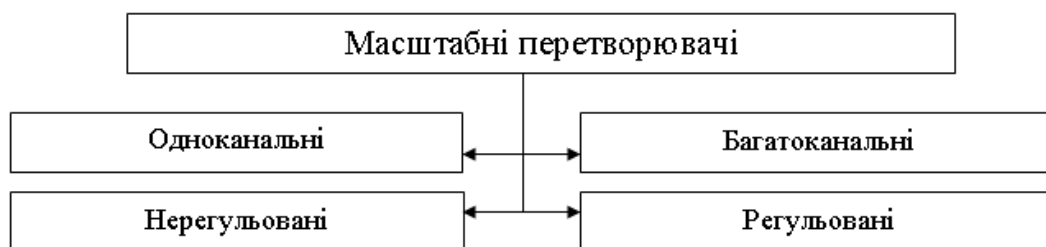


Рис. 3.13. Класифікація масштабних перетворювачів

### **3.3.5. Числовий вимірювальний перетворювач (обчислювальний компонент).**

**Числове вимірювальне перетворення** - операція обчислення проміжних результатів вимірювань з метою отримання остаточного результату.

**Числовий вимірювальний перетворювач (ЧВП)** - вимірювальний пристрій, який є сукупністю засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення і виконує обчислювальні операції під час вимірювань.

**Допоміжні засоби вимірювання** (вимірювальне приладдя) – це засоби (пристрої) для забезпечення необхідних зовнішніх умов при виконанні вимірювань.

До них, наприклад, належать термостат, барокамера, вимірювальні підсилювачі, пристрої для екранування впливу магнітного поля, звичайна лупа. Покази допоміжних засобів вимірювання використовуються для обчислення поправок до результатів вимірювання приладами прямого призначення. Наприклад, використання термометра для вимірювання температури навколишнього середовища при вимірюванні тиску вагопоршневим манометром або ж використання допоміжних засобів вимірювання для стабілізації величин, що впливають на точність вимірювання основних величин.

Вимірювальне приладдя дає можливість підвищити чутливість вимірювальних пристроїв.

### **3.4. Класифікація вимірювальних приладів.**

Вимірювальні прилади різноманітні за призначенням, принципом дії, метрологічними та експлуатаційними характеристиками. Залежно від призначення, будови, принципу дії та інших характерних ознак засоби вимірювальної техніки застосовуються для різних видів вимірювань. Тому класифікаційних ознак багато, але доцільно розглянути найзагальніші з них.

До їх числа відносять:

1. принцип дії;
2. спосіб утворення показів;
3. спосіб отримання числового значення вимірюваної величини;
4. точність;
5. умови використання;
6. ступінь захищеності від зовнішніх магнітних і електричних полів;
7. міцність та стійкість проти механічних впливів і перевантажень;
8. стабільність;

9. чутливість;

10. границі та діапазони вимірювань.

1. За формою вимірювальної інформації, що міститься в інформативному параметрі вихідного сигналу, вимірювальні прилади поділяються на **аналогові і цифрові**.

**Аналоговим** називається прилад, інформативний параметр вихідного сигналу якого є фізичним аналогом вимірюваної величини (інформативного параметра вхідного сигналу). **Аналогові прилади** дають показання у вигляді безперервної функції вимірюваної величини. До них відносять, наприклад стрілочні, що показують, і більшість самописних приладів. Наприклад, переміщення рухомої частини електродинамічного вольтметра - аналог середнього квадратного значення вимірюваної напруги.

**Цифровим** називається прилад, вихідний сигнал якого цифровий, тобто містить інформацію про значення вимірюваної величини, закодовану у цифровому коді. **Цифрові прилади** мають показання у вигляді окремих дискретних сигналів вимірювальної інформації в цифровій формі. До цих приладів входять прилади-показчики із цифровим відліком та друкуючі прилади.

Покази аналогових приладів також цифрові, але їх аналогові вихідні сигнали квантує і кодує в цифровому коді сам спостерігач (експериментатор) в процесі відлічування показів, а в цифровому приладі ці операції виконуються автоматично.

2. Вимірювальні прилади, що показують, дають миттєве значення вимірюваної величини, відлічуваної за шкалою, і називаються **показуючими**, а прилади, що реєструють, записують зміну цього значення в часі – **реєструючими**.

3. Залежно від виду реєстрації **реєструючі** прилади поділяються на **самописні і друкуючі**. **Самописний прилад** (самописець) записує вимірювальну інформацію в аналоговій формі у вигляді діаграми, а **друкуючий** здійснює друкування вимірювальної інформації в цифровій формі.

**Самописні прилади** виконуються для запису однієї (одноточкові, або одноканальні прилади) або декількох (багатоточкові, або багатоканальні прилади) вимірювальних величин.

4. Залежно від виду значення вимірюваної величини, тобто інформативного параметра вхідного сигналу розрізняють прилади **миттєвих** або **інтегральних** (середнє, середнє за модулем, середнє квадратичне) значень, а також **інтегруючі та підсумовуючі прилади**.

**Інтегруючі прилади** (лічильники або інтегратори) дозволяють визначати сумарне значення вимірювальної величини за будь-який проміжок часу (інтегрує вхідний сигнал за часом або іншою незалежною змінною). Для цього показання приладу відраховують на початку і кінці

вимірювання, і сумарне значення вимірюваної величини визначається як різниця між кінцевим і початковим відрахуванням (наприклад, лічильник електричної енергії інтегрує миттєву потужність за часом).

**Підсумовуючим** називається прилад, покази якого функціонально пов'язані з сумою двох або декількох величин, що підводяться до нього по різних каналах (наприклад, ватметр для вимірювання потужності декількох генераторів).

Класифікаційні ознаки - вимірювана величина або її одиниця - відображаються в найменуванні вимірювального приладу, наприклад, вологомір або гігрометр, висотомір або альтиметр, частотомір або герцметр, амперметр, вольтметр, мілівольтметр і т. п. Електровимірювальні прилади, що дозволяють вимірювати дві і більше різних за фізичною природою величин, називають **комбінованими** приладами (мультиметрами), а прилади, що придатні для вимірювань в колах постійного і змінного струмів, - **універсальними приладами**.

Основна класифікація передбачає розподіл вимірювальних приладів за родом вимірюваних величин. Для найбільш поширених засобів вимірювання умовно прийняті такі назви:

**для засобів вимірювання температури** — термометри, пірометри, тепловізори;

**тиску** — манометри, вакуумметри, мановакуумметри, тягоміри, напороміри, барометри;

**витрати та кількості речовини** — витратоміри, ваги, лічильники та витратоміри з лічильниками;

**рівня рідини і сипучих тіл** — рівнеміри та показчики рівня;

**складу газових сумішей** — газоаналізатори, киснеміри та ін.;

**аналізу та складу рідини** — аналізатори рідини, кондуктометри, рН-метри, густиноміри, рефрактометри та ін.;

**вологості** - вологоміри, психрометри, гігрометри;

**густини** – денсиметри;

**в'язкості** – віскозиметри;

**теплоти згорання** – калориметри;

**якості води і пари** — кондуктометри і вимірювачі кисню.

Додатково засоби вимірювань поділяються на групи за такими ознаками:

**за принципом дії та використанням енергії** - механічні, електричні, рідинні, пневматичні, гідравлічні, хімічні, ультразвукові, інфрачервоні, радіоізотопні та ін.;

**за формою подання показань** — аналогові та цифрові;

**за характером відображення** — показуючі, самописні, реєструючі, інтегруючі;

**за призначенням** — промислові (технічні), лабораторні, зразкові, еталонні;

**за місцем розташування** (за умовами роботи) — місцеві, дистанційні, стаціонарні (щитові);

**Місцеві прилади** встановлюються безпосередньо в місцях вимірювання. У більшості випадків вони призначаються для менш відповідальних спостережень, а також для періодичних вимірювань при пуску і зупинці агрегатів.

Прилади з **дистанційною передачею показань** на щити керування є основним видом промислових приладів, що забезпечують централізацію контролю за роботою установок.

Промислові вимірювальні прилади звичайно є **стаціонарними**, тобто призначеними для устанавлення (монтажу) на щитах, стінах, колонах, кронштейнах та ін. Більшість інших приладів (лабораторні, зразкові та ін.) виконуються переносними, устанавлюваними при вимірюваннях на столах, стендах і т.п.

**за габаритами** — мініатюрні, малогабаритні, нормальні, великогабаритні.

**За метрологічним призначенням** засоби вимірювань поділяються на еталони, зразкові засоби вимірювань, лабораторні і робочі (промислові) засоби вимірювань.

**Еталонні і зразкові** прилади призначені головним чином для перевірки засобів вимірювання.

**Лабораторні прилади** служать звичайно для точних вимірювань. Ними користуються, як правило, при дослідницьких і налагоджувальних роботах. Для одержання великої точності вимірювання лабораторні прилади мають ретельне виконання, удосконалені схеми і спеціальні пристосування для відліку показань. При користуванні цими приладами до їх показань вводяться виправлення, обумовлені дослідним або розрахунковим шляхом.

**Промислові прилади** (робочі засоби вимірювань) є найпоширенішими засобами вимірювання, які застосовуються для практичних цілей і мають порівняно просту і міцну конструкцію і високу надійність дії. Точність цих приладів, призначених для роботи в несприятливих умовах (за наявності пилу, вологи, вібрації і т.п.), порівняно невисока. Показання промислових приладів добре видно на відстані.

**Оперативні прилади** є промисловими засобами вимірювання. За їх показниками проводиться керування роботою виробничих установок. Ці прилади мають велике значення для забезпечення корисної експлуатації технологічного устаткування,

Майже кожний засіб вимірювань можна віднести до будь-якої групи. Наприклад, термометр може бути промисловим, самописним, електричним, щитовим, малогабаритним тощо.

### 3.5. Основні характеристики засобів вимірювальної техніки

Характеристики, якими описуються засоби вимірювальної техніки, поділяються на дві великі групи:

1. метрологічні;
2. неметрологічні.

#### 3.5.1. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки

**Метрологічні характеристики** засобів вимірювальної техніки – це характеристики ЗВТ, які:

1. нормуються для визначення результату вимірювання та його похибки;
2. впливають на результат і точність вимірювань.

**Нормування метрологічних характеристик ЗВТ** полягає у раціональному виборі та законодавчому затвердженні їх номенклатури (переліку), встановленні номінальних значень та допустимих відхилень реальних метрологічних характеристик ЗВТ від їх номінальних значень.

**Номенклатура метрологічних характеристик ЗВТ** встановлена “ГОСТ 8.009-84 ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.”

Технічні характеристики, які впливають на результати і точність вимірювань, називають **метрологічними характеристиками ЗВТ**.

Виокремлюють такі групи метрологічних характеристик:

1. Градувальні характеристики - визначають співвідношення між сигналами на вході і виході ЗВТ у статичному режимі (статичний режим роботи ЗВТ реалізується, коли вихідний сигнал є незмінним під час вимірювань).

2. Динамічні характеристики - відображають інерційні властивості ЗВТ внаслідок дії на них змінних у часі зовнішніх впливів, вхідного сигналу, навантаження (притаманні ЗВТ у динамічному режимі роботи, коли вхідний сигнал змінюється під час вимірювань).

3. Показники точності.

4. Функції впливу, тобто залежність зміни метрологічних характеристик від зміни зовнішніх умов.

Щоб оцінити точність вимірювання, порівняти ЗВТ між собою з метою вибору тих, які забезпечать необхідну точність, здійснити взаємозаміну ЗВТ, на метрологічні характеристики встановлено норми.

**Нормування метрологічних характеристик** – це встановлення номінальних значень і границь допустимих відхилень реальних метрологічних характеристик ЗВТ від їхніх номінальних значень.

Номенклатура нормованих метрологічних характеристик є більшою для приладів з підвищеною точністю. Норми на характеристики наведено у експлуатаційній документації на прилад.

Відповідність метрологічних характеристик за визначеними нормами необхідно перевіряти. Метрологічні характеристики контролюються щодо відповідності регламентованих значень як експериментальними, так і розрахунковими методами.

Перевірка метрологічною установою відповідності метрологічних характеристик нормам і встановлення на цій підставі придатності ЗВТ до застосування називають **пovіркою**.

До **нормованих метрологічних характеристик** відносять такі:

1. Розмах шкали засобу вимірювальної техніки. Він вибирається зі стандартного ряду шкал для відповідних вимірюваних величин.

2. Межі допустимої похибки засобу вимірювальної техніки нормуються приведеною похибкою, яка відповідає його класу точності.

3. Основні похибки засобу вимірювальної техніки відповідно до нормативно-технічної документації для відповідного засобу.

4. Додаткові похибки. Вони визначаються для кожної з величин, що впливають на вимірювання, відповідно до нормативно-технічної документації, а також регламентуються межі цих похибок.

Додаткові похибки регламентуються зазвичай для нових або закордонних засобів вимірювань, які використовуються у промисловості.

5. Час проведення вимірювання фізичної величини чи технологічного параметра.

6. Термін експлуатації засобів вимірювальної техніки.

Облік усіх нормованих метрологічних характеристик здійснюють тільки для засобів особливо високої точності. Для робочих засобів користуються узагальненою характеристикою всіх засобів цього типу, яка встановлює оцінку знизу точності їхніх показів (граничне значення допустимої похибки). Цю характеристику називають **класом точності ЗВТ**.

**Характеристики, призначені для визначення результату вимірювання:**

- функція перетворення ЗВТ;
- номінальне значення однозначної або номінальні значення багатозначної міри
- ціна поділки шкали вимірюваного приладу або багатозначної міри;
- вид вихідного коду, кількість розрядів коду, ціна одиниці найменшого розряду цифрових засобів вимірювань;

**Характеристики чутливості ЗВТ до впливних величин (характеристики додаткових складових похибки ЗВТ):**

- функція впливу;



- зміни значень метрологічних характеристик ЗВТ, спричинені змінами їх величин у встановлених межах;
- динамічні характеристики ЗВТ;
- характеристики взаємодії ЗВТ з об'єктами дослідження та навантаження;
- неінформативні параметри вихідного сигналу ЗВТ.

Із вказаного переліку для конкретного ЗВТ вибирають такі метрологічні характеристики, які необхідні для визначення результату та похибки вимірювання. Ці характеристики регламентуються державними стандартами та іншими нормативно-технічними документами на цей ЗВТ.

Розглянемо основні метрологічні характеристики ЗВТ.

**Функція перетворення (істинна функція перетворення) ЗВТ** - це функціональна залежність між інформативним параметром вихідного сигналу  $Y$  та інформативним параметром  $X$  вхідного сигналу (рис. 3.14):

$$Y = F(X).$$

Вона може бути задана аналітично (рівнянням), таблично або графічно.

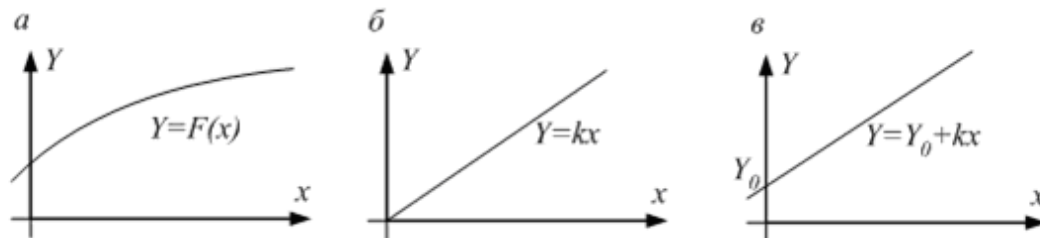


Рис. 3.14. Типові функції перетворення:

а) нелінійна, б) лінійна, в) лінійна, що не проходить через 0.

Засобу вимірювальної техніки присвоюється **номінальна функція перетворення**

$$Y = F_H(X).$$

Її ще називають **градуовальною** характеристикою ЗВТ  
Похибки перетворення виникають внаслідок різниці між

$$Y = F(X) \text{ та } Y = F_H(X),$$

тобто

$$\Delta_{\text{пер.}} = F(X) - F_H(X),$$

де  $\Delta_{\text{пер.}}$  - похибка перетворення.

Коефіцієнт перетворення

$$k(X) = \frac{Y}{X}.$$

Номинальний коефіцієнт перетворення

$$k_H(X) = \frac{Y_H}{X}.$$

Кожний вимірювальний прилад складається з ряду частин і вузлів і має задані метрологічні властивості. Головними вузлами вимірювального приладу є **вимірювальний і відліковий пристрої**. Перший з них безпосередньо здійснює вимірювання фізичної величини за допомогою чутливого елемента і за необхідності підсилює вхідний сигнал, а другий - показує, записує або інтегрує отримане значення.

**Вимірювальний пристрій** приладів досить різних і залежить від роду вимірюваної величини (тиск, температура і т.д.) і принципу дії приладу (механічний, електричний та ін.). У більшості випадків вимірювальний пристрій складається з рухливої і нерухомої частин. Переміщення рухливої частини відбувається під впливом вимірюваної величини на чутливий елемент приладу.

**Відліковий пристрій** залежно від характеру показань приладів виконується у вигляді: шкали і покажчика (прилади-покажчики), записуючого пристрою і діаграмного паперу (самописні прилади), рахункового пристрою (інтегруючі прилади).

**За способом відліку** вимірювальні прилади поділяються на показуючі, записуючі, комбіновані, інтегруючі.

**Показуючі прилади** – це прилади, в яких значення вимірюваної величини в момент виміру вказується на пристрої відліку. Як пристрої відліку найчастіше застосовуються шкали або шкальні пристрої.

**Записуючі або реєструючі прилади** – це прилади, які мають пристрій для автоматичної фіксації на паперовій стрічці біжучого значення вимірюваної величини в часі. Запис може бути у вигляді неперервної стрічки або віддруку числових значень результатів вимірювання.

**Комбіновані прилади** – прилади, які виконують одночасно декілька функцій, наприклад, покази, запис, сигналізацію, регулювання (двопозиційне).

**Зсумовуючі або інтегруючі прилади** – виконують функцію інтегрування по часу. Найбільш поширене – інтегрування витрати.

Основними характеристиками вимірювальних приладів є: шкала, показ, поділка шкали, ціна поділки шкали, чутливість, поріг чутливості, роздільна здатність, діапазон вимірювань, стабільність, варіація показів.

**Шкалою засобу вимірювання** називається частина показового пристрою у вигляді упорядкованої сукупності позначок (відміток) разом із пов'язаною з нею певною послідовністю чисел або інших символів, що відповідають ряду послідовних значень величини, в

одиницях якої отримують покази. Позначкою шкали може бути риска або інший знак на шкалі, що відповідає одному або декільком значенням вимірюваної величини. Числа, як правило, відповідають значенню вимірюваної величини, вид якої вказується на шкалі (температура, густина, швидкість тощо), а також зазначається клас точності та градування.

**Шкала** приладу, який показує, складається з ряду послідовно нанесених на плоскому або профільному (циліндричному) циферблаті поділок, що відповідають числовим значенням вимірюваної величини. Поділки і числа на шкалі (циферблаті) приладу називаються **градуванням шкали**.

**Градування** – операція за допомогою якої поділкам шкали надають значення у встановлених одиницях вимірювання (зразкові пружинні манометри мають 100, 250, 400 поділок).

Якщо шкала приладу починається з нуля, то вона називається **однобічною**, якщо поділки розміщені по обидві боки від нуля — **двобічною**. Іноді вимірювальні прилади виконуються з безнульовою шкалою, що починається не з нуля, а з певного значення. Вимірювання за приладом з безнульовою шкалою точніше, ніж з однобічною або двобічною шкалою, тому що вона має меншу ціну поділки. У певних вимірювальних приладах циферблат зі шкалою робиться обертовим.

За формою шкала вимірювальних приладів буває **прямолінійною**, **дуговою** і **круговою** (рис.3.15). Дугова шкала має центральний кут менше, а кругова — більше  $180^{\circ}$ .

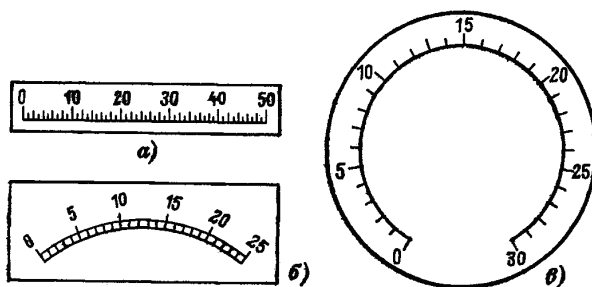


Рис. 3.15. Шкали вимірювальних приладів:  
а) – прямолінійна; б) – дугова; в) – кругова

Крім того, шкала може бути **рівномірною** і **нерівномірною** (рис.3.16).

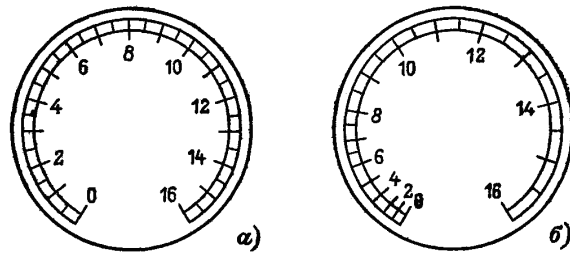


Рис. 3.16. Кругові шкали приладів:  
а) – рівномірна; б) – нерівномірна

Якщо відстань між сусідніми поділками (відстань між осями сусідніх позначок) є однаковою вздовж всієї шкали, то така шкала є **рівномірною**.

Шкала з неоднаковою відстанню між сусідніми поділками називається **нерівномірною** (нелінійною).

Рівномірна шкала має однакові відстані між поділками і тому більш зручна для вимірювання, ніж нерівномірна, у якої ці відстані звичайно змінюються за певним законом (як правило, параболи).

Шкали також поділяються на **рухомі** і **нерухомі**.

Показчиком у промислових приладах служить добре помітна на відстані клинова або клинова-стрижнева стрілка, тоді як більш точні прилади забезпечуються ножовою стрілкою, кінець якої має вигляд леза, розміщеного за нормаллю до площини шкали.

У рідинних скляних приладів показчиком є видимий рівень (меніск) рідини у вимірювальній трубці. Якщо рідиною є вода або спирт, то через хорошу змочуваність стінок утворюється ввігнутий меніск і відлік показань проводиться по нижній його границі, а у випадку застосування ртуті - опуклий меніск дозволяє робити відлік по верхній його границі.

Значення вимірюваної величини відраховується за показами на шкалі засобу вимірювальної техніки.

Під **показом**  $x$  вимірювального приладу розуміють значення вимірюваної величини, визначене за допомогою відлікового пристрою у вигляді шкали з вказівником, перемикачів з позначками, цифрового табло тощо і виражене в одиницях цієї величини.

**Відлік** є абстрактним (неіменованим) числом ( $N_B$ ), зчитаним з відлікового пристрою або отриманим підрахунком послідовних позначок чи сигналів.

Найбільше число, яке можна зчитати з відлікового пристрою, називається **максимальним відліком**  $N_{B \max}$ .

**Поділка шкали** — частина шкали між двома сусідніми позначками. Для рівномірних шкал довжини поділок – однакові, а для нерівномірних шкал довжини поділок неоднакові.

**Ціною поділки шкали**  $C_{\text{под}}$  називається різниця значень, що відповідають двом сусіднім поділкам шкали, виражена в одиницях вимірювання, тобто це найменше значення вимірюваної величини, яке відповідає одній поділці.

**Ціна поділки ЗВ** ( $C_{\text{под}}$ ) дорівнює різниці значень величини  $X$ , що відповідають двом сусіднім позначкам шкали  $x_{i+1}$  та  $x_i$

$$C_{\text{под}} = x_{i+1} - x_i$$

Для рівномірної шкали **ціна поділки**  $C_{\text{под}}$  визначається також як відношення максимального значення величини, яке можна виміряти за допомогою даного приладу  $X_{\text{max}}$ , до повного числа поділок шкали  $N$ :

$$C_{\text{под}} = \frac{X_{\text{max}}}{N} \quad (3.1)$$

При визначенні значення вимірюваної величини кількість поділок перемножують на її ціну. Наприклад, якщо відлік на шкалі міліамперметра відповідає 15-ти поділкам, а ціна поділки дорівнює 2 мА, то покази приладу відповідають 30 мА. Слід пам'ятати, що найменший відлік вимірюваної величини за шкалою приладу дорівнює половині поділки.

Зауважимо, що точність відліку показань за рівномірною шкалою вище, ніж за нерівномірною.

**Постійною (сталю) приладу**  $C$  називається відношення максимального значення величини  $X_{\text{max}}$ , яке можна виміряти за допомогою даного приладу (границя вимірювання приладу), до значення максимальної поділки шкали  $N_{\text{max}}$ :

$$C = \frac{X_{\text{max}}}{N_{\text{max}}} \quad (3.2)$$

Стала приладу є іменованим числом і виражається в одиницях величини  $X$ . Постійна приладу  $C$  і ціна поділки  $C_{\text{под}}$  співпадають тоді, коли кількість поділок дорівнює відліку.

**Показ  $x$ , відлік  $N_{\text{в}}$ , стала  $C$  засобу вимірювань і ціна поділки шкали  $C_{\text{под}}$**  пов'язані між собою співвідношенням:

$$x = N_{\text{в}} C = N_{\text{под}} C_{\text{под}} \quad (3.3)$$

Відмінність понять сталої приладу  $C$  і ціни поділки шкали  $C_{\text{под}}$  пояснює рис. 3.17, з якого видно, що найбільший відлік  $N_{\text{max}} = 30$ , а відлік, що відповідає положенню стрілки, становить  $N = 16$ .

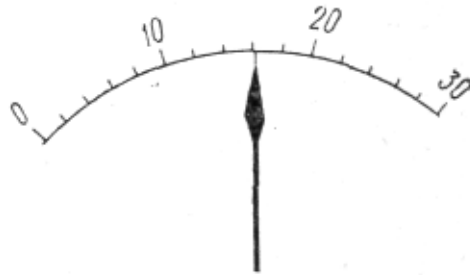


Рис. 3.17. До пояснення понять сталої приладу і ціни поділки шкали.

Якщо найбільший показ  $U_{\text{max}} = 30 \text{ В}$ , то стала приладу

$$C = \frac{U_{\text{max}}}{N_{\text{max}}} = \frac{30}{30} = 1 \text{ В}$$

а показ, що на рис. 3.17 відповідає положенню стрілки:

$$U = NC = 16 \cdot 1 = 16 \text{ В}$$

На цій шкалі максимальне число поділок  $N_{\text{max}} = 15 \text{ под}$ , а положенню стрілки відповідає  $N_x = 8 \text{ под}$ . Отже, ціна поділки

$$C_{\text{под}} = \frac{U_{\text{max}}}{N_{\text{max}}} = \frac{30 \text{ В}}{15 \text{ под}} = 2 \frac{\text{В}}{\text{под}}$$

а показ

$$U = N_{\text{п}} C_{\text{под}} = 8 \text{ под} \cdot 2 \frac{\text{В}}{\text{под}} = 16 \text{ В}$$

Числові значення  $C$  і  $C_{\text{под}}$  залежать від кінцевого значення шкали в даному діапазоні вимірювань. Якщо в іншому діапазоні вимірювань  $U_{\text{max}} = 60 \text{ В}$ , то  $C = 60 \text{ В}/30 = 2 \text{ В}$  і  $C_{\text{под}} = 60 \text{ В}/15 \text{ под} = 4 \text{ В/под}$ .

Числові значення сталої приладу і ціни поділки шкали збігаються тільки тоді, коли кількість поділок чисельно дорівнює відліку, незалежно від того, рівномірна шкала чи нерівномірна, однодіапазонний прилад чи багатодіапазонний.

**Чутливість ЗВТ** – це відношення зміни вихідного сигналу  $\Delta Y$  до зміни вхідного сигналу  $\Delta X$ , що викликала цю зміну вихідного сигналу і визначається як

$$S(X) = \frac{\Delta Y}{\Delta X}. \quad (3.4)$$

Якщо функція перетворення ЗВТ задана аналітично, то чутливість визначається як похідна від неї:

$$S(X) = \frac{dY}{dX} = F'(X).$$

Розмірність чутливості - це відношення розмірностей вихідного та вхідного сигналів.

Якщо чутливість постійна в діапазоні всієї шкали, тобто не залежить від значення вимірюваної величини, то вона чисельно дорівнює відношенню лінійного переміщення покажчика (стрілки, світлового зайчика) приладу  $n$ , вираженого в поділках шкали, до вимірюваної величини  $x$ :

$$S = \frac{n}{x} \quad (3.5)$$

У приладів з постійною чутливістю переміщення покажчика пропорційне вимірюваній величині, тобто шкала приладу - рівномірна.

Чутливість не слід путати з порогом чутливості.

**Поріг чутливості** – це найменша зміна вхідного сигналу, що викликає помітну зміну вихідного сигналу. Поріг чутливості має розмірність вимірюваної величини (вхідного сигналу), тоді як розмірність чутливості визначається відношенням розмірностей вихідної і вхідної величин.

Будь-який прилад характеризується **діапазоном і границею вимірювань**. Вказані на шкалі приладу найменше і найбільше значення величини  $X$  називаються відповідно **початковим  $X_{\Pi}$**  і **кінцевим (граничним)  $X_K$**  значеннями шкали ЗВ.

Інтервал значень шкали ЗВ, обмежений початковим і кінцевим її значенням називається **діапазоном показів**.

**Діапазон вимірювань** - це частина діапазону показів ЗВ, для якої прономовані границі допустимих похибок.

Зазначимо, що початкове і кінцеве значення шкали являють собою **діапазон показів** (межі шкали) приладу, а область вимірювання, що допускається за шкалою, за умовами точності являє собою **діапазон вимірювання** приладу. В окремому випадку діапазони показів і вимірювання можуть бути рівними між собою.

Найменше і найбільше значення діапазону вимірювань називають **нижньою  $X_{\Pi}$**  і **верхньою  $X_V$**  границею вимірювань.

Верхня границя вимірювання  $X_B$  практично завжди збігається з верхньою границею показів ЗВ, а нижня границя вимірювання  $X_H$  не завжди збігається з початковим значенням  $X_{II}$  шкали ЗВ.

Для шкали вольтметра, що показана на рис. 3.18, інтервал між позначками  $X_{II}$  ...  $X_H$  є неробочим і не входить в діапазон вимірювань. У такому випадку нижню границю вимірювання позначають на шкалі спеціальною точкою.

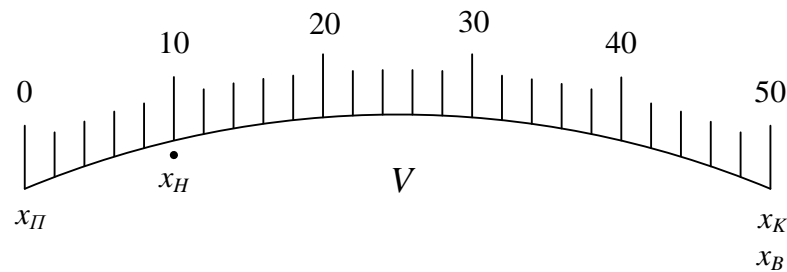


Рис. 3.18. Шкала вимірювального приладу

**Нижня межа вимірювання приладу** – це відмітка, яка відповідає найменшому значенню вимірюваної величини по даній шкалі.

**Верхня межа вимірювання приладу** – це відмітка, яка відповідає найбільшому значенню вимірюваної величини.

**Нуль шкали** – це відмітка, яка відповідає нульовому значенню вимірюваної величини, може бути посередині (-5, ..., +5) або зміщений (-5, ..., +10).

В залежності від того де знаходиться нуль, шкали поділяються на:

- односторонні (0, ..., 50 °С);
- двосторонні (-50, ..., +50 °С);
- безнулеві шкали (-100, ..., +200 °С).

**Роздільна здатність** – це мінімальна зміна вимірюваної величини, яка може бути зафіксована приладом і спостерігачем.

**Частотний діапазон ЗВТ** – це діапазон частот вхідного сигналу, за якого характеристики точності ЗВТ знаходяться в допустимих межах.

Верхня (кінцева)  $X_K$  і нижня (початкова)  $X_{II}$  границі діапазону частот нормуються для кожного ЗВТ технічними умовами

**Стабільність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка відбиває незмінність у часі його метрологічних властивостей.

**Нестабільність засобу вимірювань** – зміна однієї або декількох метрологічних характеристик засобу вимірювань на протязі встановленого проміжку часу.



Наприклад, нестабільність  $v$  нормального елемента характеризується зміною дійсного значення е.р.с. за рік:  $v = 2$  мкВ/рік.

**Варіація показів** – найбільша різниця показів приладу при одному і тому ж значенні вимірюваної величини і незмінних зовнішніх умовах. Вона характеризує ступінь стійкості показів приладу і обумовлена тертям в опорах рухомої частини приладу.

**Час встановлення показів (швидкодія)** – проміжок часу від моменту стрибкоподібної зміни вхідного сигналу до моменту встановлення показу відлікового пристрою із заданою точністю.

**Час вимірювання** – час від початку зміни вимірюваної величини до встановлення показу на відліковому табло з нормованою точністю. Вказується для цифрових приладів

**Точність засобу вимірювань** -- характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість до нуля похибки ЗВ.

**Правильність засобу вимірювань** - характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість до нуля систематичної похибки ЗВ.

**Збіжність засобу вимірювань** - це близькість результатів вимірювання однієї і тієї ж величини засобом вимірювання в однакових умовах.

**Потужність** яку споживає ЗВТ, залежить від його вхідного опору та характеризує ступінь взаємодії ЗВТ та досліджуваного об'єкта. Актуальним є зменшення потужності споживання ЗВТ, оскільки вона призводить до спотворення режиму контрольованого кола і виникнення похибки взаємодії.

### 3.5.2. Неметрологічні характеристики ЗВТ

**Неметрологічні характеристики ЗВТ** – це характеристики, які не впливають на результат і точність вимірювань, але визначають технічні та експлуатаційні параметри засобів вимірювальної техніки. Вони, як правило, не нормуються.

До основних неметрологічних характеристик ЗВТ належать наступні:

**1. Надійність ЗВТ** – здатність зберігати свої характеристики в заданих межах за певних умов експлуатації протягом заданого часу. Основними показниками і характеристиками надійності ЗВТ є роботоздатність,

**2. Працездатність ЗВТ** – це такий стан ЗВТ, за якого він здатний виконувати свої функції згідно з вимогами нормативно-технічних документів (НДТ).

**3. Відмова** – це порушення працездатності ЗВТ. Розрізняють **раптову відмову**, коли ЗВТ повністю втрачає робочу здатність, наприклад, внаслідок обриву кола, та **поступову відмову**, коли із старінням ЗВТ його метрологічні характеристики виходять за допустимі межі.

**4. Безвідмовність** – властивість ЗВТ зберігати працездатність протягом заданого інтервалу часу у певних умовах експлуатації. Показником безвідмовності є напрацювання на відмову.

**5. Напрацювання** – це тривалість роботи ЗВТ в годинах, циклах або обсяг роботи, а **напрацювання на відмову** - відношення напрацювання ремонтного ЗВТ до кількості відмов упродовж цього напрацювання.

**6. Довговічність** – властивість ЗВТ зберігати роботоздатність і задану ефективність в часі. Показниками довговічності є термін служби і ресурс

**7. Термін служби** – це календарна тривалість експлуатації ЗВТ, а **ресурс** — напрацювання до граничного стану, за якого подальша експлуатація ЗВТ повинна бути припинена.

**8. Економічність ЗВТ** – простота конструкції та виправдана економічна вартість.

Вимірювальний прилад може бути конструктивно виконаний як одне ціле (у загальному корпусі) або складатися з декількох частин (в окремих корпусах), що самостійно беруть участь у процесі вимірювання і являють собою вимірювальний комплект.

Прилад, що має один корпус, найчастіше є місцевим, а який складається з декількох корпусів - дистанційним. В обох випадках прилад зв'язується з місцем вимірювання за допомогою сполучної лінії (проводів або трубок), яка передає йому значення вимірюваної величини.

Більшість вимірювальних приладів з дистанційною передачею показань містять у собі дві самостійні частини: **первинний вимірювальний перетворювач (датчик) і вторинний прилад.**

**Первинний перетворювач** - є сприймальною і передавальною частиною комплексу, чутливий елемент розміщується, як правило, у місці вимірювання і піддається безпосередньому впливу вимірювальної величини.

**Вторинний прилад**, або частина, що вимірює, видає покази вимірювальної величини, перетворюючи за допомогою вимірювального пристрою одержуваний ним сигнал.

Сигнал виходу надходить від первинного перетворювача у відповідне переміщення відлікового пристрою. Вторинний прилад зв'язується з первинним перетворювачем сполучною лінією і встановлюється звичайно на щиті керування агрегату.

### **3.6. Показники якості засобів вимірювань.**

Систематичному покращенню якості продукції, у тому числі засобів вимірювань, надається велике значення. Від якості продукції залежать ефективність суспільного виробництва, експорт продукції, економія матеріальних ресурсів.

Що ж розуміти під якістю продукції?

В кваліметрії – науці про вимірювання якості – дається таке визначення цього поняття.

**Якість продукції** – це сукупність властивостей продукції, які обумовлюють її придатність задовольняти певні потреби у відповідності з її призначенням.

З цього визначення випливає, що не всі властивості продукції входять в поняття “якість”, а тільки ті, які відповідають її призначенню.

В нашій країні якість продукції регулюється на державному рівні методами стандартизації. З цією метою на кожний тип продукції і окремі її види розробляються державні стандарти, які містять повну номенклатуру показників якості даної продукції. Ці стандарти входять в комплекс стандартів „Система показників якості продукції”. Такі стандарти розробляються і на засоби вимірювань.

Встановлено наступні показники якості будь-яких видів продукції:

1. показники призначення;
2. показники надійності;
3. показники економного використання сировини, матеріалів, палива, енергії і трудових ресурсів;
4. показники технологічності;
5. ергономічні показники;
6. естетичні показники;
7. показники транспортабельності;
8. показники стандартизації і уніфікації;
9. патентно-правові показники;
10. екологічні показники;

### **3.7. Державна система приладів та засобів автоматизації**

Державна система приладів та засобів експлуатації (ДСП) – це експлуатаційно, інформаційно, енергетично, метрологічно та конструктивно організована сукупність ЗВ, засобів автоматизації та засобів керуючої техніки для побудови різноманітних автоматичних систем управління технологічними процесами (АСУТП).

**Основне призначення ДСП** - комплексне забезпечення технічними засобами вимірювання, контролю та керування технологічних процесів у промисловості.

При створенні та розвитку ДСП використовуються такі **основні схемотехнічні ознаки**: 1) агрегування; 2) уніфікація; 3) мінімізація номенклатури; 4) формування гнучких перебудовуваних компонентів системи; 5) реалізація в засобах та пристроях раціональних естетичних та ергономічних вимог.

**Принцип агрегування** проявляється в тому, що нарощування та зміна виду функцій приладів і засобів здійснюється в результаті з'єднання уніфікованих блоків (модулів), без додаткових змін цих виробів.

**Уніфікація** – забезпечує комплексну сумісність виробів по їх інформаційним сигналам, інтерфейсам, елементній базі, конструкції, блокам живлення і іншим показникам.

**Мінімізація номенклатури** – реалізується, на базі розробки та випуску агрегатних комплексів, технічних засобів та уніфікованих комплексів пристроїв одного функціонального призначення.

**Реалізація раціональних вимог технічної естетики та ергономіки** – забезпечує утворення технічних засобів ДСП, які відповідають єдиному стилю.

**Формування гнучких перебудовуємих компонентів системи** – забезпечується наявністю в складі ДСП пристроїв та блоків, що забезпечують утворення перебудовуємих гнучких систем, які дозволяють у процесі експлуатації АСУТП змінювати її функції.

**За родом енергії живлення та носія сигналу** виробу ДСП поділяються на електричні, пневматичні, гідравлічні, комбіновані та без використання зовнішньої енергії.

**Електрична гілка ДСП** – це ряд приладів та засобів автоматизації, у яких у якості живлення використовується електрична енергія, а носієм інформації є постійний струм. У свою чергу їх розділяють на аналогові та дискретні (цифрові), з відповідними стандартними уніфікованими сигналами.

Найширше використовуються технічні засоби ДСП зі струмовими аналоговими інформаційними сигналами: (0 – 5) мА, (0 – 20) мА та (4 – 20) мА, та сигналом по напрузі (0 – 10) В.

**Пневматична гілка ДСП** - це ряд приладів та засобів автоматизації, у яких для живлення використовується стиснуте повітря в 140 кПа, а енергетичним носієм інформації є стандартний пневматичний сигнал (20 – 100) кПа.

**Гідравлічна гілка ДСП** - це ряд приладів та засобів автоматизації, у яких джерелом зовнішньої енергії є стиснута рідина (вода, трансформаторне або турбінне мастило) від 0,16 до 6,4 МПа. Носій інформації – гідравлічний сигнал.

**Комбінована гілка ДСП** – це низка ЗВ та засобів автоматизації, об'єднаних за допомогою міжгілкових перетворювачів. Найчастіше використовуються пневматичні сенсори і виконуючі механізми з електричними приладами та мікропроцесорними системами. Функціонування такої комбінації технічних засобів забезпечується за допомогою пневмо-електричних та електропневматичних перетворювачів, у яких уніфікованими, як правило, є сигнали (20 – 100) кПа по тиску та (0 – 5) мА по струму.

У гілці приладів і засобів автоматизації, що працюють **без стороннього джерела енергії**, використовується енергія середовища, параметри якого вимірюються та регулюються.

### **3.8. Практичні аспекти під час виконання вимірювальних робіт**

При виборі конкретних видів вимірювального приладу користувач повинен брати до уваги три такі аспекти:

**1. Технічні аспекти** (діапазон вимірювання, похибка, відтворюваність результатів).

Необхідний діапазон буде залежати від знання користувачем очікуваних величин вимірювання. Якщо відсутні переносні для експрес-аналізу вимірювальні прилади, діапазон вимірювання необхідно оцінювати або розраховувати на основі власного досвіду користувача. Максимальне навантаження може бути розраховано, наприклад, на основі максимального навантаження технологічного процесу. Максимальні величини вимірювання попередньо можуть бути встановлені з технічних паспортів обстежуваних систем або механізмів. Мета полягає в тому, щоб максимально припустима величина за шкалою вимірювального приладу перевищувала максимально можливу величину вимірюваного параметра в досліджуваній системі. Крім того, вимірювальний прилад повинен забезпечити корисний робочий діапазон вимірюваної змінної величини із прийнятною точністю (мінімальною похибкою). При проведенні робіт з енергообстеження енергетичних систем і механізмів дуже часто доводиться перевіряти ще раз вимірювальні величини у відповідних режимах експлуатації обстежуваних технологічних процесів з метою уточнення проведених результатів аналізу їх роботи. Тому обраний вимірювальний прилад повинен мати максимальну можливість відтворювати величини повторюваних вимірювань.

**2. Практичні аспекти** (обмеження щодо установа, вимоги до технічного обслуговування).

При виборі вимірювального приладу варто брати до уваги вимоги до його механічної надійності і вимоги до корисного технічного обслуговування, можливості переградування. У технологічній системі під час роботи можуть виникати часті і різкі коливання вимірювального параметра, тому необхідно вибрати такий прилад, що не вийде з ладу при такому динамічному режимі вимірювання, особливо, якщо прилад належить до контактних видів вимірювальних пристроїв.

**3. Врахування властивості рідини і газу** (коливання тиску і температури, ступінь сухості). Якщо існують умови перегріву, нестабільного тиску в системах або техпроцесах, на яких проводяться вимірювання, то вимірювальний прилад повинен бути додатково оснащений компенсаторами тиску, контрольного датчика температури і

вологості або мати можливість коректувати показання із введенням поправочних коефіцієнтів.

### 3.9. Похибки засобів вимірювальної техніки.

Поняття «похибка», «точність», «невизначеність» є базовими поняттями в метрології. Наявність похибок об'єктивно визначається неможливістю в процесі вимірювань ідеально відобразити властивість досліджуваного об'єкта або процесу. Прийнято розрізняти похибку або точність результатів вимірювань і похибку або точність ЗВ.

Похибкою результату вимірювання (похибкою вимірювання) називається відхилення результату від істинного значення вимірюваної величини, а похибка засобів вимірювань — це різниця між показами ЗВ і істинним значенням вимірюваної величини.

Якість вимірювань вважається тим вищою, чим ближче результат вимірювання до істинного значення величини. Однак безпосередньо із результатів вимірювань точність визначити не можна. Звичайно про точність говорять у якісному вираженні, однак у деяких випадках точність визначається кількісно величиною, оберненою до модуля відносної похибки  $\varepsilon$ :

$$\delta = \frac{1}{|\varepsilon|} \quad (3.6),$$

де  $\varepsilon$  - відносна похибка вимірювання.

Необхідну точність вимірювань звичайно вибирають, виходячи із міркувань технічної й економічної доцільності. Підвищення вимог до точності вимірювань приводить до збільшення витрат на їх проведення, а зниження зазначених вимог може привести до неправильних результатів оцінювання стану досліджуваного явища або процесу.

Усі ЗВ, незалежно від їхнього використання, мають ряд властивостей, які описуються різними характеристиками.

Найважливішими метрологічними характеристиками засобів вимірювань є ті, від яких залежить якість одержуваної за їх допомогою вимірюваної інформації, тобто характеристики, які впливають на результати й похибки вимірювань. **Комплекс метрологічних характеристик**, встановлених у нормативній документації на ЗВ конкретного типу, називається **нормованими метрологічними характеристиками**.

Вимірювання фізичних величин не можна виконати абсолютно точно через недосконалість методів і засобів вимірювальної техніки, а також через вплив зовнішнього середовища та залежно від індивідуальних особливостей спостерігача.

Від похибок, які властиві засобам вимірювань, залежить похибка результату вимірювань будь-якої фізичної величини, тобто похибка засобів

вимірювань є важливою складовою, яка суттєво впливає на якість вимірювань.

Теоретично **похибка засобу вимірювань** – це є різниця між значенням величини, отриманим за допомогою цього засобу і істинним значенням. Або **похибка вимірювального приладу** – це відхилення результату вимірювань від істинного значення вимірюваної величини. Оскільки істинне значення величини невідомо, на практиці замість нього користуються значенням величини, отриманим за допомогою більш точного засобу вимірювань.

Для робочого засобу вимірювань більш точним є зразковий засіб вимірювань, для зразкового – еталон. Державний еталон звіряють з міжнародним еталоном.

В загальному вигляді різницю в показах повіряемого і зразкового засобів вимірювань вважають похибкою повіряемого засобу вимірювань, тобто

$$\Delta x_{\Pi} = x_{\Pi} - x_0, \quad (3.7)$$

де  $\Delta x_{\Pi}$  – похибка повіряемого засобу вимірювань;

$x_0$  – значення величини, отримане за допомогою зразкового засобу вимірювань або еталона (дійсне значення);

$x_{\Pi}$  – значення величини, знайдене за допомогою повіряемого засобу вимірювань.

**Похибки засобів вимірювальної техніки** класифікують за наступними ознаками:

1. за характером прояву – систематичні і випадкові;
2. за умовами виникнення – основні і додаткові;
3. по відношенню до вимірюваної величини – динамічні і статичні;
4. за способом вираження – абсолютні, відносні і приведені;
5. за наявністю бо відсутністю функціонального зв'язку між похибкою вимірювання та значенням вимірюваної величини – адитивні і мультиплікативні похибки.

Розрізняють похибки мір і вимірювальних приладів, похибки первинних і вторинних еталонів, вимірювальних перетворювачів і вимірювальних систем (або установок), стабільність, нестабільність, точність і класи точності засобів вимірювань.

Розглянемо більш детально похибки засобів вимірювальної техніки.

**Систематична похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка приймається сталою або змінною по будь-якому закону. Тому її завжди можна врахувати при кінцевих результатах досліджень внесенням поправки.

**Поправка** – значення, яке додається алгебраїчно до результату вимірювань, отриманого за допомогою засобу вимірювань, з метою

виключення систематичних похибок. По знаку поправка протилежна похибці.

Наприклад, якщо абсолютна похибка приладу  $\Delta x$  – це різниця між показами приладу  $x$  та істинним значенням  $x_{\text{іст}}$  вимірюваної величини, то поправка  $\Pi = - \Delta x$ .

Причинами виникнення систематичних похибок можуть бути: дія різних дестабілізуючих факторів у процесі вимірювань; технологічні помилки в процесі виготовлення ЗВ; помилки при підготовці вимірювальних приладів до проведення вимірювань; старіння й зношування конструктивних елементів ЗВ та ін.

При оцінюванні похибок ЗВ характер зміни систематичної складової похибки не завжди можна визначити, але при цьому виявляються відомими границі, у яких вона може знаходитись - отже враховувати таку похибку можна як випадкову, що змінюється за невідомим законом.

Систематичну погрішність можна вважати постійною або закономірною величиною, що змінюється, тільки для одного екземпляра ЗВ. Реально й відповідно до нормативних документів систематична похибка визначається для сукупності ЗВ одного типу. Отже, систематичні погрішності кожного екземпляра будуть випадковим чином відрізнятися, а систематична похибка всієї сукупності ЗВ розглядається як випадкова величина.

Систематичні похибки у загальному випадку є функцією вимірюваної величини, чинників впливу (температури, тиску, вологості та ін.) конструктивних характеристик засобів вимірювань та методів вимірювань.

Систематичні похибки визначаються при повірках та атестаціях зразкових та робочих ЗВТ, а в результатах вимірювань враховуються як поправки з протилежним знаком.

**Випадкова похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка змінюється випадковим чином.

Причинами випадкових погрішностей можуть бути: випадкові зміни параметрів конструктивних елементів ЗВ; випадкова зміна відліку за шкалою приладу та ін.

У загальному випадку випадкові похибки слід розглядати як випадкову функцію часу, вимірюваної величини та зовнішніх чинників.

**Основна похибка ЗВТ** – це похибка засобу вимірювань, яка визначається при нормальних умовах його використання.

Вона визначається внаслідок проведення метрологічних випробовувань ЗВ: або метрологічної повірки ЗВ, якщо ЗВ виготовляються серійно; або метрологічної атестації, якщо ЗВ відноситься до нестандартних ЗВ, що виготовляються невеликими партіями.

Під **нормальними** розуміють такі умови використання засобів вимірювань, при яких величини, що впливають на процес вимірювання



(температура, тиск, вологість, частота, напруга, зовнішні магнітні поля, вібрація тощо) мають нормальні значення. Останні встановлюються стандартами або вказуються у технічних умовах для відповідних засобів вимірювання як номінальні значення з відхиленнями.

Під нормальними умовами експлуатації ЗВ розуміються наступні загально прийняті умови:

- напруга мережі живлення -  $\approx (220_{-33}^{+22})$  В;
- температура навколишнього середовища –  $(20 \pm 2)^\circ$  С;
- відносна вологість – від 30 до 80 відсотків;
- тиск –  $(760 \pm 25)$  мм рт. ст. ( $1 \cdot 10^5$  Па);
- відсутність зовнішніх електричного та магнітного полів, крім земного тощо.

**Додаткова похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка виникає внаслідок відхилення будь-якої із впливаючих величин від нормального її значення.

Реальні умови експлуатації ЗВ можуть відрізнятися від нормальних, у результаті чого виникають додаткові похибки, значення яких визначаються чутливістю ЗВ до величин, що на них впливають (факторів).

Тобто це похибки, які виникають при роботі приладів в умовах відмінних від нормальних.

Для приладів зараз нормують межі або границі допустимої основної приведеної похибки.

Залежність додаткових похибок від зовнішніх умов вказують в документах на прилади (наприклад, 0.1% на кожні  $10^\circ$ С). При перевірці їх не завжди визначають.

**Статична похибка ЗВТ** — це похибка засобу вимірювань, що виникає при вимірюванні ним постійної в часі фізичної величини. У статичному режимі вимірювана величина й вихідний сигнал, за яким оцінюється результат вимірювання, є незмінними в часі.

Статичні похибки мають місце при вимірюванні величини після закінчення перехідних процесів в елементах та перетворювачах засобу вимірювання.

**Динамічна похибка ЗВТ** — це похибка засобу вимірювань, що виникає при вимірюванні фізичної величини, що змінюється в процесі вимірювання. Динамічні похибки зумовлені інерційними властивостями засобів вимірювань.

Динамічна похибка визначається як різниця між похибкою в динамічному режимі й статичною похибкою, що відповідає значенню вимірюваної величини в даний момент часу.

Величина динамічної похибки залежить від співвідношення між швидкістю зміни вимірюваної величини й швидкістю реакції ЗВ на цю зміну.

При аналізі похибок статичні й динамічні похибки розглядаються окремо.

**Абсолютна похибка засобу вимірювань** ( $\Delta$ ) – похибка засобу вимірювань, виражена в одиницях вимірюваної величини.

**Абсолютною похибкою** засобу вимірювань називається різниця між показом засобу вимірювань та істинним (дійсним) значенням вимірюваної величини за відсутності методичних похибок і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання:

$$\Delta = \pm (x_0 - x_D), \quad (3.8)$$

де  $x_0$  - покази засобу вимірювань;

$x_D$  - дійсне значення вимірюваної величини.

**Відносна похибка засобу вимірювань** ( $\varepsilon$ ) – похибка засобу вимірювань, яка визначається через відношення абсолютної похибки засобу вимірювань до дійсного значення вимірюваної величини в межах діапазону вимірювань:

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta}{x_D} \cdot 100\% \quad (3.9)$$

Вона може розраховуватися як у відносних одиницях, так і у відсотках.

Відносна похибка приймає значення нескінченності на початку діапазону ЗВ, а найменше значення має в його кінці. У зв'язку із цим, для показу й нормування похибок ЗВ, використовується різновид відносної похибки – приведена похибка.

**Приведена похибка засобу вимірювань** ( $\gamma$ ) – відносна похибка, яка визначається відношенням абсолютної похибки до умовно прийнятого значення величини, сталого на всьому діапазоні вимірювань або в частині діапазону:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100\%, \quad (3.10)$$

де  $X_N$  - умовно прийняте значення величини.

Умовно прийняте значення величини називають **нормуючим значенням**. За нормуюче значення часто приймають верхню границю вимірювань або розмах шкали засобу вимірювань.

Наприклад, приведена похибка показів вольтметра з верхньою границею вимірювань 150,0 В при показі 100,9 В і дійсному значенні напруги 100,0 В складає:  $\gamma = [(100,9-100,0)/150,0] \cdot 100 = 0,6 \%$ .

**Адитивна похибка ЗВТ** – складова систематичної похибки засобу вимірювань, однакова на всьому діапазоні вимірювань. Це похибка, яка

має постійну величину, і не залежить від значення вимірюваної величини (рис. 3.19).

**Мультиплікативна похибка ЗВТ** – складова систематичної похибки засобу вимірювань, яка змінюється пропорційно значенню вимірюваної величини (рис. 3.19).

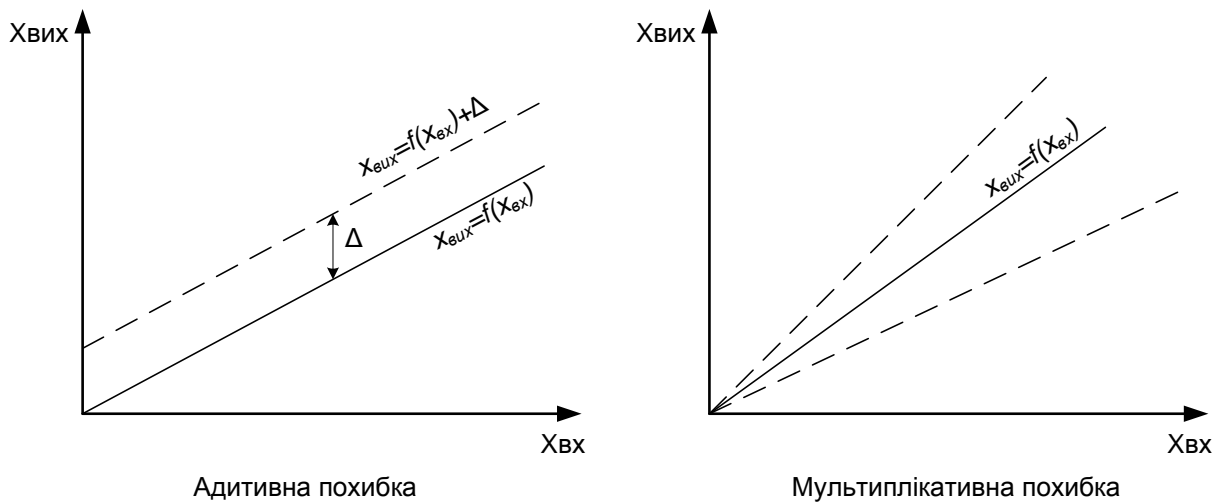


Рис. 3.19. Адитивна та мультиплікативна похибки засобів вимірювальної техніки.

**Похибка вимірювального приладу** – алгебраїчна різниця між показами приладу і дійсним значенням вимірюваної величини, визначеним більш точним методом.

Похибки вимірювальних приладів є однією з найважливіших метрологічних характеристик приладів. Вони відбивають недосконалість вимірювального пристрою і виникають внаслідок багатьох причин, а саме:

- недосконалість конструкцій, матеріалів і технології виготовлення;
- незадовільної якості виготовлення;
- похибки градування та інших.

**Похибка міри** – алгебраїчна різниця між номінальним і дійсним значенням міри.

Похибки мір є результатом неточностей, допущених при виготовленні мір. Вони залишаються сталими на протязі тривалого часу. Точність міри розглядається і визначається при суворо визначених умовах.

**Номінальне значення міри** – це значення даної фізичної величини, присвоєне мірі, і яке нею відворюється. Номінальне значення міри позначається на мірі (або її футлярі). Це визначення відноситься головним чином до однозначних мір.

Якщо, наприклад, номінальне значення маси гири 1 кг, а її дійсне значення 0,999 кг, то похибка міри гири становить +0,001 кг.

**Дійсне значення міри** – це значення міри, знайдене вимірюванням з точністю, яка дозволяє використати його замість істинного значення.

**Варіація показів** – це найбільша різниця між показами, отриманими при багатократних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

**Відносна похибка міри або вимірювального приладу** - похибка, яка виражається відношенням похибки міри або вимірювального приладу до значення самої вимірюваної величини.

Різні ЗВ (вимірювальні прилади і перетворювачі, датчики, канали інформаційно-вимірювальних систем) мають похибки, характер прояву яких може бути суттєво різним:

по-перше, у одних ЗВ похибка може бути практично адитивна, у других присутні і адитивні, і мультиплікативні складові, у третіх залежність похибки від вимірюваної величини може бути ще складнішою;

по-друге, кожний конкретний ЗВ має як випадкову так і систематичну складові похибки, причому їх співвідношення може бути різним;

по-третє, умови роботи однотипних ЗВ можуть також суттєво відрізнятися.

Важливими поняттями є “границя допустимої похибки” і “нормовані метрологічні характеристики”.

Для того щоб орієнтуватись у метрологічних характеристиках конкретного ЗВ, щоб завчасно оцінити похибку, яку внесе даний ЗВ в кінцевий результат використовують так звані нормовані значення похибки ЗВ.

Під **нормованим значенням похибки** розуміється граничне значення похибки для даного ЗВ яке встановлюється нормативно-технічними документами на засоби вимірювань.

При цьому похибки, наприклад, окремих екземплярів ЗВ одного і того ж типу можуть відрізнятися, але в цілому для даного типу ЗВ похибки не перевищують гарантованого значення.

**Границя допустимої похибки засобів вимірювальної техніки (ЗВТ)** – найбільше значення похибки засобу вимірювань, яке встановлюється нормативно-технічним документом для даного типу засобів вимірювань, при якому він ще вважається придатним до застосування.

При перевищенні встановленої границі похибки засіб вимірювань вважається непридатним до застосування. Звичайно встановлюються границі допустимої похибки. Наприклад, для амперметрів 1-го класа точності вказуються границі допустимої приведеної похибки, які дорівнюють  $\pm 1\%$  від верхньої границі вимірювань; для 100-міліметрової кінцевої міри довжини 1-го класу точності встановлено границю значення похибки, яка дорівнює  $\pm 50$  мкм.

**Нормовані метрологічні характеристики ЗВТ** – це є найбільш раціональна сукупність складових похибки конкретного типу засобів вимірювань, яка встановлюється нормативно-технічними документами на засоби вимірювань.

**Нормуються основна та додаткові похибки ЗВ.** Тільки границі (межі) основної похибки, а також коефіцієнти впливу додаткових похибок заносять в паспорт кожного ЗВ. Правила, у відповідності з якими назначаються ці межі, або, як кажуть, процедура нормування похибки ЗВ, ґрунтується на системі стандартів, які забезпечують єдність вимірювань.

### **3.10. Класифікація засобів вимірювань по точності. Класи точності засобів вимірювань**

**Точність вимірювань** – це найважливіша характеристика результатів вимірювань, яка визначає можливість використання отриманих результатів для тих цілей, заради яких вони були виконані.

Одним з вирішальних факторів, які визначають точність вимірювань є точність використаних засобів вимірювань.

**Точність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість його похибки до нуля. Вважається, що, чим менша похибка, тим точніше засіб вимірювань.

Точність засобів вимірювань залежить не тільки від точності їх градування, але і від деяких властивостей, які визначаються наявністю рухомої частини. Однією з причин варіації показів є тертя в опорах рухомої частини приладу.

Точність вимірювальних приладів характеризується сумарною похибкою, тобто похибкою, в яку входить похибка градування і підгонки, а також змінні похибки, варіації та інші. Оскільки змінні похибки змінюються в певних границях, то можна визначити границі сумарних похибок вимірювальних приладів.

**Похибки засобів вимірювань**, які виявляються при “нормальних” зовнішніх умовах, називаються **основними**.

За нормальні умови приймають температуру навколишнього середовища  $t = 20^{\circ}\text{C}$ , атмосферний тиск  $1 \cdot 10^5$  Па (760 мм.рт.ст.) і вологість повітря до 80%.

**Основна похибка** – головна ознака класифікації засобів вимірювань по точності.

Усі засоби вимірювань, крім кутових та довжин, поділяються на **класи точності** в залежності від значень **граничних допустимих похибок**.

Границею допустимої похибки ЗВ в загальному випадку називається найбільша (без врахування знака) похибка, при якій ЗВ може бути визнано

придатним і допущеним до застосування. Дане визначення справедливе стосовно як основної, так і додаткової похибок.

**Під граничною допустимою похибкою** розуміють найбільшу з допустимих похибок, або **гранична допустима похибка** – це похибка, яку не перевищує ні випадкова, ні систематична похибки, ні їх поєднання.

Отже, **клас точності засобу вимірювальної техніки** – це узагальнена характеристика засобу вимірювальної техніки, що визначається границями його допустимих основної і додаткової похибок, а також іншими характеристиками, що впливають на його точність. Значення цих характеристик регламентуються стандартами на окремі види засобів вимірювань.

Відповідно до наведеного визначення, клас точності в загальному випадку визначається основними й додатковими похибками. Однак, якщо зміна похибки у всій робочій області значень величин, що впливають, становить менше половини основної, то додаткова похибка може не враховуватися. Якщо ж ця умова не виконується, то межі допуску додаткових похибок встановлюють у вигляді дольного (кратного) значення границі допустимої основної похибки.

Клас точності дає можливість зробити висновок про границі похибки засобу вимірювань і відіграє важливу роль при виборі засобів вимірювань.

Наприклад, клас точності нормальних елементів 0,001 свідчить про те, що їх нестабільність за рік не перевищує 0,001%.

Клас точності засобу вимірювань, хоч і характеризує його властивості щодо точності, але не є безпосереднім показником точності вимірювань, які виконані з його допомогою, оскільки точність залежить від методу, умов проведення вимірювань, розмаху шкали приладу та інших факторів.

Класи точності конкретного засобу вимірювань визначаються технічними умовами.

Для кожного виду засобу вимірювань встановлюється ряд класів точності і їм привласнюються різні позначення: номери, числа, літери та інші. Класи точності відповідно до стандарту, як правило, виводяться на шкалу приладів.

Метрологічні характеристики, які визначаються класами точності, нормують наступним чином.

**1.** Границі допустимих основної і додаткової похибок виражають у формі приведених, відносних або абсолютних похибок в залежності від характеру зміни похибок, призначення і умов застосування засобів вимірювань.

**А.** Якщо похибку результатів вимірювань виражають в одиницях вимірюваної величини (наприклад, при вимірюванні маси, довжини) або в поділках шкали приладу, то границі допустимих похибок виражають в формі абсолютних похибок.

**Б.** Якщо границі абсолютних похибок засобу вимірювань залишаються практично незмінними, використовують форму приведенних похибок.

**В.** Якщо границі абсолютних похибок не можна вважати сталими використовують форму відносних похибок.

**2.** Різноманітність засобів вимірювань ускладнює можливість єдиного підходу до вибору критерію для їх групування на класи по точності вимірювань.

В основу всіх класифікацій покладено значення гранично допустимої **основної похибки**: абсолютної, відносної і приведенної.

Найбільш обґрунтованою і широко вживаною є класифікація засобів вимірювань не по граничній абсолютній, а по відносній або приведеній основній похибці.

**А.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ **не змінюється** в межах діапазону вимірювань, то її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = \pm(x_0 - x_d) = \pm a \quad (3.11),$$

де  $x_0$  - покази засобу вимірювань;

$x_d$  - дійсне значення вимірюваної величини;

$a$  – деяке додатне число.

**Б.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ **лінійно змінюється** в межах діапазону вимірювань, то її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = \pm bx \quad (3.12),$$

де  $b$  – деяке позитивне число.

**В.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ має як сталу, так і лінійно змінну компоненти, її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = \pm (a + bx) \quad (3.13),$$

де  $x$  – значення вимірюваної величини на вході або виході засобі вимірювань;

$a$  і  $b$  – додатні числа, незалежні від  $x$ .

$a$  – адитивна похибка;

$bx$  – мультиплікативна похибка.

Наприклад, похибка установки вихідної напруги вимірювального генератора:

$$\Delta U = (0,3 + 0,15U), \text{ мкВ.}$$

Похибка установки вихідної частоти для генератора низької частоти ГЗ-36

$$\Delta f = (0,03f + 2), \text{ Гц.}$$

**3.** Граничне значення допустимої **приведеної основної похибки** (у відсотках) визначають за формулою:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 \% = \pm \frac{|a|}{X_N} \cdot 100\% = \pm p \% \quad (3.14),$$

де  $X_N$  – нормуюче значення (значення, яке підлягає нормуванню);

$p$  – будь-яке додатне число з ряду (1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6;)  $\cdot 10^n$ , де  $n = 1, 0, -1, -2, -3 \dots$

$\Delta$  - граничне значення абсолютної похибки визначене за формулою (3.11).

Нормуюче значення  $X_N$  залежить від багатьох факторів і приймається рівним:

1) кінцевому значенню шкали приладу, якщо нульова відмітка знаходиться на краю шкали або поза нею;

2) сумі кінцевих значень шкали приладу (без врахування знаків), якщо нульова відмітка знаходиться всередині шкали;

3) номінальному значенню вимірюваної величини, якщо таке встановлено (наприклад, для частотомірів з діапазоном вимірювання 45-55 Гц і номінальною частотою 50Гц, нормуюче значення  $X_N = 50$  Гц):

4) для вимірювальних приладів з суттєво нерівномірною шкалою  $X_N$  приймають рівним всій довжині шкали або її частині, яка відповідає діапазону вимірювань - в цьому випадку похибку і довжину шкали виражають в одних одиницях, наприклад, в одиницях довжини:

5) діапазону вимірювань для багатошкальних приладів, або якщо шкала приладу проградуєрована в одиницях величини, для якої прийнята шкала з умовним нулем (наприклад, температура в °С).

**А.** У приладів, для яких адитивна складова похибки переважає над мультиплікативною ( $|a| \gg |bx|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.11), **основна приведена похибка** виявляється сталою в будь-якій точці шкали (діапазону вимірювань) і її граничне значення приймається за **клас точності засобів вимірювань**:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 \% = \pm \frac{|a|}{X_N} \cdot 100\% = \pm p \% \quad (3.15)$$



В цьому випадку клас точності приладу позначається на шкалі приладу одним числом з наведеного вище ряду, наприклад, 1,5.

**Б.** У приладів, для яких мультиплікативна похибка перевищує адитивну ( $|bx| \square |a|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.12), за клас точності засобу вимірювань приймається граничне значення **основної відносної похибки**, виражене в процентах:

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \% = \pm \frac{|bx|}{x} \cdot 100 \% = \pm q \quad (3.16),$$

де  $q$  – будь-яке додатне число з ряду (1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6;)  $\cdot 10^n$ ,  $n = 1, 0, -1, -2, -3 \dots$

В цьому випадку клас точності приладу позначається на шкалі приладу одним числом з наведеного вище ряду, розташованим у колі.

**В.** У приладів, для яких адитивна і мультиплікативна похибки – величини одного порядку ( $|bx| \approx |a|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.13), клас точності визначається також граничним значенням **основної відносної похибки**, але за наступною формулою:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \pm \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \% = \pm \left[ \frac{(a + bx)}{x} \right] \cdot 100 \% = \pm \left[ \frac{a}{x} + \frac{a}{X_k} - \frac{a}{X_k} + b \right] \cdot 100 \% = \\ &= \pm \left[ \left( b + \frac{a}{X_k} \right) + \frac{a}{X_k} \left( \left| \frac{X_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \cdot 100 \% = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \% \quad (3.17) \end{aligned}$$

де  $\Delta$  – границя допустимої абсолютної основної похибки, що визначається за виразом (3.13);

$x$  – значення вимірюваної величини;

$X_k$  – більша по модулю границя вимірювань, або кінцеве значення діапазону вимірювань приладу;

$c$  і  $d$  – додатні числа, також виражені в процентах.

Клас точності в цьому випадку позначається відношенням  $c/d$ , де числа  $c$  і  $d$  вибираються з того ж ряду, що і  $p$ .

Для цього типу засобів вимірювань завжди повинна виконуватися умова  $c/d > 1$ . До приладів, клас точності яких виражається двома числами, відносяться цифрові показуючі прилади і прилади порівняння. Отже, якщо адитивна і мультиплікативна складові похибки одного порядку, **клас точності приладу позначається двома числами**, розділеними косою рисою, наприклад: 0,1/0,05.

Виходячи з того, що граничне значення основної приведенної похибки  $\gamma$ , яке визначається за класом точності засобу вимірювань, не повинно бути

менше граничного значення відносної похибки  $\varepsilon$ , із (3.14) і (3.17) отримуємо

$$\left(\frac{|a|}{x} + |b|\right) \cdot 100 \% \leq c - d + \frac{|X_k|}{x} \cdot d \quad (3.18)$$

звідки маємо

$$|b| \leq \frac{(c - d)}{100 \%}; \quad |a| \leq \frac{|X_k| \cdot d}{100 \%} \quad (3.19).$$

Числа  $c$  і  $d$  повинні задовольняти умові (3.19) і приймають значення у відповідності з держстандартом 8.401-80 для класів точності засобів вимірювань.

Наприклад, для деякого засобу вимірювань, використовуючи умову (3.19), отримали  $c = 0,90$  і  $d = 0,017$ . Виходячи з вимог стандарту, такому засобу вимірювань привласнюється клас точності 1,0/0,02, тобто у формулу для граничної відносної основної похибки (3.17) ми маємо підставити  $c = 1,0 \%$ ; і  $d = 0,02 \%$ .

Оскільки граничні значення абсолютної, відносної і приведеної основних похибок засобів вимірювань взаємопов'язані, то достатньо знайти одну з них, щоб визначити інші.

Для визначення дійсного значення вимірюваної величини нам необхідно знати **абсолютну похибку** її вимірювання, а клас точності інформує нас про граничне значення **приведеної основної похибки**.

Засобам вимірювань, які призначені для вимірювання декількох фізичних величин (наприклад, тестер) дозволяється надавати різні класи точності для кожної вимірюваної величини.

Класи точності засобів вимірювальної техніки встановлюють, як зазначалось вище, за величиною граничного значення допустимої основної похибки (нормальні умови експлуатації). Існує 4 типи позначень класів точності:

1. Позначення великими буквами латинського алфавіту (L, M, C тощо) або римськими цифрами (I, II, III тощо). Зміст таких позначень розтлумачено у нормативних документах на ЗВТ.

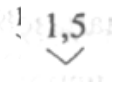
2. Позначення числами, які дорівнюють значенням  $p$  (%).

3. Позначення числами в колі, які відповідають значенням  $q$  (%).

4. Позначення числами  $c$  і  $d$  (у відсотках), розділеними косою рисою.

В таблиці 3.2 наведені приклади позначення точності засобів вимірювань відповідно до державного стандарту ГОСТ 8.401 – 80.

Таблиця 3.2. Класи точності засобів вимірювальної техніки

Формула для границь допустимих похибок	Приклади границь допустимої основної похибки	Позначення класу точності		Примітка
		в документації	на засобах вимірювань	
$\Delta = \pm a$	-	Клас точності М	М	-
$\Delta = \pm(a + bx)$	-	Клас точності С	С	-
$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 = \pm p$	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5	1,5	Якщо $X_N$ виражається в одиницях вимірюваної величини
	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5		Якщо $X_N$ визначається довжиною шкали
$\varepsilon = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 = \pm q$	$\varepsilon = \pm 0,5$	Клас точності 0,5		-
$\varepsilon = \pm \left[ c + d \left( \left  \frac{X_k}{x} \right  - 1 \right) \right]$	$\varepsilon = \pm \left[ 0,02 + 0,01 \left( \left  \frac{X_k}{x} \right  - 1 \right) \right]$	Клас точності 0,02/0,01	0,02/0,01	-

Похибку, обумовлену класом точності, розглядають стосовно нормальних умов роботи приладу. Більш суворі, але ще допустимі умови роботи (підвищена температура, вологість, підвищені механічні навантаження тощо) приводять до появи додаткових похибок.

Межі допустимої додаткової похибки засобу вимірювань вказуються тільки в технічній документації.

Похибки показуючих вимірювальних приладів, які мають шкалу і покажчик, нормують шляхом встановлення одного значення допустимої похибки для всієї шкали або для її частини, яку називають робочою частиною шкали.

Наприклад, нехай допустима похибка вольтметра дорівнює 1,5 % від верхньої границі вимірювання. Це означає, що для вольтметра з верхньою границею вимірювання 15 В похибка не повинна перевищувати 0,225 В на всій робочій частині шкали; для приладу з верхньою границею вимірювання 150; 300; 1000 В похибка не повинна перевищувати 2,25; 4,5; 15 В відповідно.

Говорячи про класифікацію засобів вимірювань по точності слід підкреслити, що ніколи їх точність не може визначатися тільки основними

похибками. Для кожного класу точності встановлюється рівень точності для різних діапазонів умов використання.

Наприклад, на рис. 3.20 приведено діаграми зміни похибок вимірювань двох приладів при зміні температури.

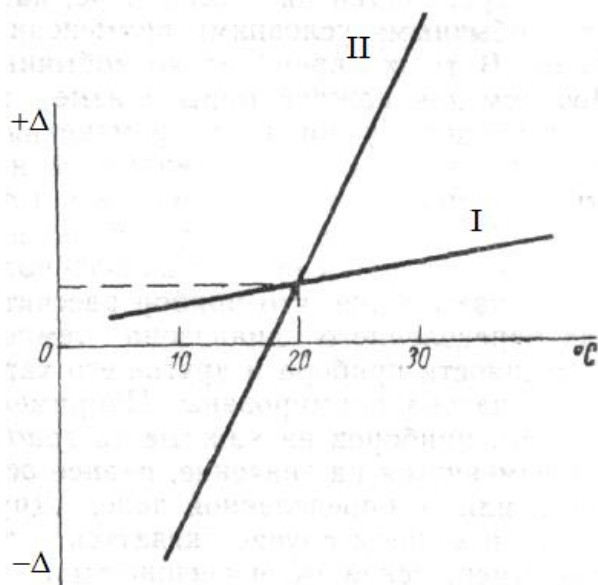


Рис. 3.20. Залежність похибок від температури.

Як бачимо при 20° С похибки обох приладів однакові. Але при зміні температури покази приладу I змінюються порівняно мало. Зміна ж показів приладу II від температури настільки значна, що прилад може виявитися практично непридатним для вимірювань.

Засоби вимірювань, які використовуються як зразкові при повірці менш точних засобів вимірювань, класифікують по розрядах. До 1-го розряду відносять найбільш точні зразкові засоби вимірювань, які повіряються по робочим еталонам. По зразковим засобам вимірювань 1-го розряду повіряють зразкові засоби вимірювань 2-го розряду і т.д.

### 3.11. Умови вимірювань.

Розглянуті характеристики систематичної й випадкової складових описують похибки ЗВ при нормальних умовах експлуатації й утворюють основну погрішність  $\Delta_0$ .

Реальні умови експлуатації ЗВ можуть відрізнятися від нормальних, у результаті чого виникають додаткові похибки, значення яких визначаються чутливістю ЗВ до величин, що на них впливають (факторів).

На якість вимірювань фізичної величини суттєво впливають такі зовнішні фактори як температура навколишнього середовища, атмосферний тиск, вологість повітря, амплітуда і частота коливань при

вібрації, напруга і частота мережі змінного струму та інші. Вони називаються **впливаючими величинами**.

Зміни впливаючих величин можуть настільки викривити результати вимірювань, що їх буде неможливо використати. Особливо це проявляється при коливаннях температури в процесі вимірювань розмірів деталей, виготовлених з матеріалів з великим температурним коефіцієнтом лінійного розширення.

Для підвищення точності вимірювань значення впливаючих величин нормують.

**Нормальні умови вимірювань** (нормальні умови) – умови вимірювань, які характеризуються сукупністю нормальних значень впливаючих величин.

Нормальні умови вимірювань встановлюються нормативно-технічними документами на засоби вимірювань конкретного виду.

Наприклад, нормальними умовами при повірці нормальних елементів класа точності 0,005 є: відносна вологість повітря не більше 80 %, температура в термостаті з нормальними елементами – від 18 до 22° С.

**Нормальне значення впливаючої величини** – значення впливаючої величини, прийняте за номінальне.

При вимірюваннях багатьох величин, наприклад, нормується нормальне значення температури 20°С або 293К.

На нормальне значення впливаючої величини розраховують основну похибку засобу вимірювань, до нього приводять результати вимірювань, виконаних в різних умовах.

**Нормальна область значень впливаючої величини** – область значень впливаючої величини, в межах якої зміною результату вимірювань під її впливом можна нехтувати у відповідності із встановленими нормами похибки.

Наприклад, нормальна область значень температури в термостаті для нормальних елементів класа точності 0,005 не повинна змінюватися більше, ніж на  $\pm 0,05^{\circ}\text{C}$  від встановленої температури. Якщо встановлено температуру 20°С, це означає, що вона не має виходити за межі від 19,95 до 20,05°С.

## РОЗДІЛ 4. ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН.

### 4.1. Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин.

Одиниці фізичних величин почали з'являтися з того моменту, коли у людини виникла необхідність виразити будь-що кількісно. Це могла бути кількість предметів, і в цьому випадку одиницею виступав один предмет. Але далі задача ускладнилася, оскільки виникла необхідність визначати кількість таких об'єктів, які не піддавалися поштучному обліку – рідин, сипучих тіл та інших. З'явилась міра об'єму. Ці міри були одночасно і одиницями об'єму при вимірюваннях. Потреба вимірювання довжини викликала появу мір довжини.

Першими мірами довжини були частини тіла людини: крок, локоть, стопа. Вони були одночасно і одиницями довжини.

Масу речовини визначали по її вазі. Різницю між вагою і масою встановили тоді, коли виявили, що в різних точках земної кулі вага однієї і тієї ж маси неоднакова і залежить від сили земного тяжіння. Однак звичка ототожнювати масу і вагу, називати масу вагою залишилась і на даний час і є причиною багатьох непорозумінь і похибок.

Окрім кількісного визначення властивостей тіла і речовини виникла необхідність кількісно характеризувати і процеси. Так виникла потреба вимірювати час. Першою одиницею часу була доба – зміна дня і ночі.

На **першому етапі** свого розвитку одиниці тієї чи іншої величини, як правило, були безпосередньо пов'язані з мірами. Розмір одиниці вимірюваної величини дорівнював розміру величини, який відтворювався мірою.

**Другий етап** розвитку одиниць був пов'язаний з розвитком науки і прогресом техніки наукового експерименту. Було виявлено, що властивості фізичних об'єктів, які було покладено в основу створення мір, не володіють тим ступенем постійності і відтворюваності, яких потребує наука і техніка. Тому другий етап характеризується відмовою від одиниць величин, відтворених природою, і закріпленням їх в речових зразках. Найбільш характерною для переходу від першого етапу до другого є історія створення метричних мір, яка завершилася створенням речових, предметних еталонів одиниці довжини і маси – метра і кілограма.

**Третій етап** розвитку одиниць фізичних величин був наслідком подальшого бурного розвитку науки і зростання вимог до точності вимірювань. Виявилось, що виготовлені людиною речові еталони фізичних величин не в змозі забезпечити зберігання і передачу цих одиниць з тією точністю, яка стала необхідною. Відкриття нових фізичних явищ, виникнення і розвиток атомної та ядерної фізики дозволили знайти шляхи більш точного і надійного відтворення одиниць ряду фізичних величин.

Відмінність третього етапу – відрив одиниць фізичних величин від міри, від кількісних характеристик властивостей фізичних об'єктів. Одиниці вимірювань залишилися такими, якими вони були встановлені на другому етапі. Характерним прикладом є одиниця довжини – метр. Відкриття можливості точного відтворення довжини з використанням довжини хвилі монохроматичного світла не змінило одиницю довжини. Метр лишився метром, але використання довжини світлової хвилі дозволило підвищити точність його відтворення на один десятичний знак.

#### **4.2. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір.**

З основного рівняння вимірювання (2.1) випливає, що числові значення вимірюваних величин залежать від використаних одиниць вимірювання. Якщо здійснювати довільний вибір одиниць, то результати вимірювань буде важко зіставляти. Отже, порушиться єдність вимірювань.

Для забезпечення єдності вимірювань важливе значення має уніфікація одиниць фізичних величин.

Спочатку одиниці фізичних величин вибиралися довільно, без будь-якого зв'язку між собою, що створювало великі труднощі. Значна кількість довільних одиниць однієї величини ускладнювала порівняння результатів вимірювань, виконаних різними спостерігачами.

В кожній країні, а іноді і місті, створювались свої одиниці. Перевід одних одиниць в інші був досить складним і приводив до суттєвого зниження точності результатів вимірювань.

Наприклад, використовувались такі одиниці довжини:

1 аршин = 16 вершкам = 28 дюймам = 0,71120 м

1 дюйм = 25,4 мм

1 сажень = 3 аршинам = 7 фунтам = 2,1336 м

1 верста = 500 саженям = 1,0668 км

З розвитком науки і техніки, а також міжнародних зв'язків труднощі використання результатів вимірювань зростали і гальмували подальший науково-технічний прогрес.

Історично першою системою одиниць фізичних величин була ухвалена 7 квітня 1795 року Національними зборами Франції метрична система мір. До її складу увійшли одиниці довжини, площі, об'єму та ваги, в основу яких було покладено дві одиниці: метр та кілограм.

Було запропоновано вважати одиницею довжини довжину 10-мільйонної частини чверті меридіана Землі, який проходить через Париж. Цю одиницю назвали метром.

За одиницю маси було взято масу  $0,001 \text{ м}^3$  ( $1\text{дм}^3$ ) чистої води при температурі її найбільшої густини ( $+4^{\circ}\text{C}$ ). Цю одиницю назвали кілограмом.

При введенні метричної системи була також прийнята десятична система утворення кратних і дольних одиниць. Десятичність метричної системи є однією з найважливіших її переваг.

Оскільки при більш точних вимірюваннях земного меридіана були отримані різні значення основної одиниці довжини, в 1872 р. Міжнародна комісія по прототипам метричної системи прийняла рішення перейти від одиниць довжини і маси, заснованих на природніх еталонах, до одиниць, заснованих на умовних матеріальних еталонах.

В 1875 р. у Паризі було скликано дипломатичну конференцію, на якій 17 держав, у тому числі і Росія, підписали Метричну конвенцію. У відповідності з цією конвенцією:

1. встановлювались міжнародні прототипи метра і кілограма;
2. створювалось Міжнародне бюро мір і ваг;
3. створювався Міжнародний комітет мір і ваг, який складався з вчених різних країн (18 чоловік), однією з функцій якого було керівництво діяльністю Міжнародного бюро мір і ваги;
4. встановлювалось скликання 1 раз на 6 років Генеральних конференцій з мір і ваг.

Були виготовлені зразки метра і кілограма із сплаву платини і іридію.

### **4.3. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин.**

Вперше поняття про систему одиниць фізичних величин ввів німецький вчений К. Гаус. По його методу побудови системи одиниць різних величин спочатку:

1. встановлюють або вибирають довільно декілька основних фізичних величин, незалежних одна від одної;
2. одиниці цих величин називають основними, оскільки вони є основою побудови системи одиниць інших величин;
3. основні одиниці вибирають таким чином, щоб користуючись закономірним зв'язком між величинами, можна було би утворювати одиниці інших величин. Під закономірним зв'язком між величинами мають на увазі можливість математично виразити залежність однієї величини від інших.
4. одиниці, виражені через основні одиниці, називаються похідними.

Повна сукупність основних і похідних одиниць, встановлених таким шляхом, і є **системою одиниць фізичних величин**.



Вибір основних величин і розмірів їх одиниць під час побудови системи одиниць теоретично довільний, але він продиктований певними вимогами практики, а саме:

1. кількість основних величин має бути невеликою;
2. за основні мають бути вибрані величини, одиниці яких легко відтворити з високою точністю;
3. розміри основних одиниць мають бути такі, щоб на практиці значення всіх величин системи виражались ні надто малими, ні надто великими числами;
4. похідні одиниці мають бути когерентні, тобто входити в рівняння, що пов'язують їх з іншими одиницями системи, з коефіцієнтом 1.

Одиниці, які не належать ні до основних, ні до похідних одиниць цієї системи, називаються **додатковими** (радіан - рад; стерадіан - ср), а одиниці, що не входять в цю систему, є **позасистемними** (літр - л; тонна - т; градус - ° та ін.).

До позасистемних належать також відносні одиниці: відсоток - %; промілле - ‰, мільйонна частка – млн<sup>-1</sup>.

Позасистемними є також логарифмічні одиниці, що визначаються із відношення двох значень величин: бел – Б; децибел – дБ; октава – окт; декада – дек.

Звернемо увагу на три особливості описаного метода утворення системи одиниць величин:

1. Метод утворення системи не пов'язаний з конкретними розмірами основних одиниць. Встановлюються або вибираються величини, одиниці яких повинні стати основою системи. Розміри похідних одиниць залежать від розмірів основних одиниць.

Наприклад, як одну з основних одиниць ми можемо вибрати одиницю довжини, але яку саме не має значення. Це може бути або метр, або аршин, або дюйм, або будь-яка інша довжина. Але похідна одиниця площі, яка визначається як площа квадрата, довжина кожної сторони якого дорівнює вибраній одиниці довжини, буде залежити від того, яка одиниця довжини вибрана в якості основної. Отже це буде квадратний метр, квадратний аршин, квадратний дюйм і так далі.

2. В принципі утворення системи одиниць можливе для будь-яких величин, між якими існує зв'язок, який виражається в математичній формі у вигляді рівняння.

3. Вибір величин, одиниці яких мають стати основними, обмежується міркуваннями раціональності і, в першу чергу, тим, що оптимальним є вибір **мінімальної кількості** основних одиниць, які дали б змогу утворити максимальну кількість похідних одиниць.

Величини, одиниці яких приймають за основні, і величини, одиниці яких утворюються як похідні, називаються відповідно **основними і похідними**.

Існує ще одна вимога до системи одиниць: вона повинна бути **когерентною**.

**Когерентність** (узгодженність) системи одиниць полягає в тому, що у всіх формулах, які визначають похідні одиниці в залежності від основних, коефіцієнт завжди рівний одиниці.

Це дає ряд суттєвих переваг, спрощує утворення одиниць різних величин, а також виконання обрахунків з ними.

Одиниці, обов'язкові для застосування в нашій країні, встановлені державним стандартом.

#### **4.4. Системи одиниць фізичних величин.**

Спочатку були утворені системи одиниць, основані на трьох одиницях. Ці системи охоплювали велике коло величин, умовно одержавших назву **механічних**.

Серед всіх цих систем перевага віддається системам, утвореним на одиницях довжини – маси – часу як основних.

В 1832 р. К.Ф. Гаусом була розроблена система одиниць, яку він назвав абсолютною, з основними величинами були взяті: міліметр, міліграм, секунда. Основні величини запропонованої Гаусом системи відображають найзагальніші властивості матерії - масу і основні форми існування тобто простір і час. В зв'язку з цим її і подібні системи називали абсолютними, хоча це не зовсім відповідає дійсності, тому що в кінці минулого віку В. Томсон запропонував систему побудовану на двох основних величинах L і T. Відомі системи з одною основною величиною, а також так звані природні систем одиниць, що базуються на універсальних фізичних константах.

Повними одиницями системи Гауса були міліметр, міліграм і секунда, розміри яких незручні для практики. Тому в 1881 р. Міжнародний конгрес електриків (МКЕ) прийняв систему одиниць СГС з основними одиницями - сантиметр, грам, секунда. Із трьох її різновидів добре відомі електростатична СГСЕ, електромагнітна СГСМ і симетрична СГС системи одиниць. Остання ще й зараз має обмежене застосування в теоретичних розділах фізики і астрономії. Цей самий конгрес прийняв практичні електричні одиниці - вольт, ампер і фарад, а в 1889 р. II Конгрес МКЕ - джоуль, ват і генрі.

В 1901 р. італійський інженер Джорджі запропонував систему МКС з основними одиницями - метр, кілограм, секунда.

Протягом деякого часу застосовували так звану **технічну систему одиниць**, побудовану по схемі довжина – сила – час. При застосуванні

метричних одиниць основними одиницями цієї системи є метр – кілограм–сила – секунда (МКГСС). Кілограм-сила – це сила, яка надає масі в один кілограм прискорення  $9,80665 \text{ м/с}^2$ .

Зручність цієї системи полягала в тому, що застосування як основної – одиниці сили – спрощувало розрахунки і отримання залежностей для багатьох величин, що застосовуються в техніці.

Недолік її полягає в тому, що одиниця маси в ній виявлялася похідною і чисельно рівною 9,81 кг, що порушує метричний принцип десятичності мір.

Другий недолік – подібність найменування одиниці сили – кілограм – сила і метричної одиниці маси – кілограма, що приводить до плутанини.

Третій недолік системи МКГСС – її неузгодженість з електричними одиницями.

Оскільки системи механічних одиниць охоплювали не всі фізичні величини, для окремих галузей науки і техніки системи одиниць розширювались шляхом додавання ще одної основної одиниці. Так з'явилась система теплових одиниць метр – кілограм – секунда – градус температурної шкали (МКСГ).

Той же італійський інженер Джорджі показав, що на її основі можна побудувати когерентну практичну систему механічних і електричних одиниць, якщо за четверту основну одиницю взяти одну із практичних електричних одиниць.

Додаванням одиниці сили струму – ампера була отримана когерентна практична система електромагнітних одиниць (МКСА), придатна для електричних і магнітних вимірювань

Система теплових одиниць МКСК в якості четвертої основної одиниці містить одиницю температури – кельвін, а система світлових одиниць МСК - метр, секунда, кандела.

Всі ці системи когерентні і на їх основі побудована Міжнародна система одиниць SI.

Залежно від форми запису рівнянь електромагнітного поля, які використовуються для утворення похідних одиниць, системи одиниць електричних і магнітних величин можуть бути **нераціоналізовані** і **раціоналізовані**. Раціоналізація цих рівнянь запропонована в кінці минулого сторіччя англійським фізиком Хевісайдом і полягає в тому, що множник  $4\pi$  залишається тільки в рівняннях, пов'язаних з сферичною симетрією (закон Гауса, Кулона), а в більшості інших рівнянь відсутній. Тому за однакових розмірів основних одиниць розміри окремих похідних одиниць нераціоналізованої і раціоналізованої систем різні.

#### 4.5. Міжнародна система одиниць.

Наявність численних систем одиниць фізичних величин, а також велика кількість позасистемних одиниць, незручності, виникаючі на практиці у зв'язку з перерахунками при переході від одної системи до іншої, викликали необхідність утворення єдиної універсальної системи одиниць, яка б охоплювала всі галузі науки і техніки і була прийнята в міжнародному масштабі.

В 1948 р. на IX Генеральній конференції з мір і ваги було запропоновано прийняти для міжнародних зносин єдину практичну систему одиниць. За основні рекомендовувались: метр, кілограм (одиниця маси), секунда і одна з електричних одиниць.

У 1954 році X Генеральна конференція з мір і ваги встановила шість основних одиниць (метр, кілограм, секунда, ампер, градус Кельвіна, свічка) практичної системи одиниць для міжнародних відносин. На цей час членами Метричної конференції стали близько 40 найрозвинутіших держав. Одночасно Міжнародний комітет з мір і ваги створив комісію щодо розробки єдиної Міжнародної системи одиниць. Система одержала назву **Міжнародної системи одиниць**, скорочено СІ (SI — початкові букви французької *Systeme International*).

Після X Генеральної конференції Міжнародний комітет з мір і ваги підготував перелік похідних одиниць нової системи і запропонував назвати її Міжнародною системою одиниць.

В 1960 р. XI Генеральна конференція остаточно прийняла нову систему, надавши їй назву Міжнародна система одиниць (*System International*) із скороченим позначенням „SI”, в українській транскрипції „СІ”.

Міжнародна система одиниць фізичних величин є найбільш досконалою і універсальною серед всіх, що були раніше. Вона охоплює фізичні величини механіки, електродинаміки, термодинаміки і оптики, які пов'язані між собою фізичними законами.

Потреба в єдиній Міжнародній системі одиниць настільки велика, а переваги її настільки переконливі, що за короткий час вона набула широкого міжнародного визнання і поширення.

Організація об'єднаних націй з освіти, науки і культури (ЮНЕСКО) закликала усі країни ухвалити Міжнародну систему одиниць. Сьогодні 115 держав приєдналися до Метричної конвенції, і в більшості країн система СІ визнана чинною законодавчо.

У 1981 році в СРСР уведено в дію стандарт ГОСТ 8.417—81 „Одиниці фізичних величин”, у якому за основу взято Міжнародну систему одиниць, і затверджено до обов'язкового виконання.

Міжнародна організація по стандартизації також прийняла рекомендації щодо переходу на одиниці Міжнародної системи одиниць.

У 1997 році Держстандарт України ухвалив постанову про введення у державі Міжнародної системи одиниць ДСТУ 3651.097 "Метрологія. Одиниці фізичних величин Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні назви, положення та позначення".

З 01.01.1999 р. в Україні є чинними згаданий вище державний стандарт, а також державні стандарти – ДСТУ 3561.1-97 «Метрологія. Одиниці фізичних величин. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні поняття, назви та позначення», ДСТУ 3561.2-97 «Метрологія. Одиниці фізичних величин. Фізичні сталі та характеристичні числа. Основні положення, назви, позначення та значення, згідно з якими обов'язковим є застосування одиниць SI (табл. 1), а також часткових і кратних від них».

#### **4.6. Основні і додаткові одиниці системи СІ.**

У 1954 році X Генеральна конференція з мір і ваги затвердила основні одиниці Міжнародної системи одиниць, які мають охоплювати всі галузі науки і техніки, бути основою для утворення похідних одиниць, забезпечувати зручність для практичних вимірювань і відтворюватися за допомогою установок і еталонів з найбільшою точністю.

На даний час система СІ складається з семи основних одиниць, двох додаткових і ряду похідних, кількість яких не обмежена.

**Основними одиницями СІ** є метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела, моль (остання одиниця прийнята в 1971 р.).

**Додаткові одиниці СІ:** одиниця плоского кута - **радіан** і одиниця тілесного кута - **стерадіан**, необхідні для утворення похідних одиниць, пов'язаних з кутовими величинами.

Основні одиниці системи СІ зі скороченими позначеннями українськими та латинськими буквами наведені у табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Основні і додаткові одиниці системи SI

Величина		Одиниця		
Найменування	Розмір – ність	Наймену – вання	Позначення	
			міжна – родне	укра – їнське
<b>ОСНОВНІ ОДИНИЦІ</b>				
Довжина	L	Метр	m	м
Маса	M	Кілограм	kg	кг
Час	T	Секунда	s	с
Сила електричного струму	I	Ампер	A	А
Термодинамічна температура	Θ	Кельвін	K	К
Кількість речовини	N	Моль	mol	моль
Сила світла	J	Кандела	cd	кд
<b>ДОДАТКОВІ ОДИНИЦІ</b>				
Плоский кут	-	Радіан	rad	рад
Тілесний кут	-	Стерадіан	sr	ср

Визначення основних одиниць відповідно до рішення Генеральної конференції з мір і ваги:

**Метр** — довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за  $1/29979245$  долю секунди;

**Кілограм** — одиниця маси, що дорівнює масі Міжнародного прототипу кілограма;

**Секунда** дорівнює  $9192631770$  періодам випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133;

**Ампер** — сила незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних проводах нескінченної довжини і знехтовно малої площі поперечного перерізу, розміщених у вакуумі на відстані  $1\text{ м}$  один від одного, викликає би між провідниками силу взаємодії, яка дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожний метр довжини;

**Кельвін** - одиниця термодинамічної температури – дорівнює  $1/273,16$  частина термодинамічної температури потрійної точки води;

**Кандела** — сила світла в заданому напрямку джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц з енергетичною силою світла в цьому напрямку  $\frac{1}{683} \frac{\text{Вт}}{\text{ср}}$ .

**Моль** — кількість речовини, яка містить стільки ж структурних елементів (молекул, атомів, частинок), скільки міститься атомів у вуглеці-12 масою 0,012 кг.

При застосуванні моля структурні елементи мають бути специфіковані і можуть бути атомами, молекулами, іонами, електронами та іншими частинками або специфікованими групами частинок

**Радіан** – кут між двома радіусами кола, дуга між якими дорівнює радіусу.

**Стерадіан** – тілесний кут з вершиною в центрі сфери, який вирізає на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, яка дорівнює радіусу сфери.

Крім температури Кельвіна (позначення  $T$ ), допускається вживання також температури Цельсія (позначення  $t$ ), яка визначається як  $t = T - T_0 = T - 273,15$  і виражається в градусах Цельсія  $^{\circ}\text{C}$ , тоді, коли температура Кельвіна виражається в кельвінах  $\text{K}$ .

#### 4.7. Основні переваги системи одиниць СІ.

Система одиниць СІ - практична, когерентна, раціоналізована. В ній, на відміну від нераціоналізованої системи СГС, магнітна проникність  $\mu_0$  вакууму - величина розмірна і називається магнітною сталою:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \approx 12,57 \times 10^{-7} \text{ Гн/м};$$

подібно електрична стала

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \approx 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м},$$

де  $c = (299792,5 \pm 0,4)$  км/с - швидкість поширення світла у вільному просторі.

Перевагами Міжнародної системи одиниць СІ слід визначити такі:

1. Універсальність – що забезпечує її використання в науці, техніці і господарстві, тобто охоплення всіх галузей науки і техніки.
2. Уніфікація одиниць для всіх областей і видів вимірювань (механічних, теплових, електричних, магнітних, акустичних, світлових тощо).

Наприклад, замість ряду одиниць роботи і енергії: кгс·м, ерг, кал., Вт·с, Дж та інших, які застосовувались раніше, в СІ передбачена одна системна одиниця джоуль (Дж) як одиниця роботи, енергії, кількості теплоти;

замість декількох одиниць тиску (ат, атм, кгс/м<sup>2</sup>, мм рт. ст., бар, дин/см<sup>2</sup>, Н/м<sup>2</sup>, Торр, Па) введено одну одиницю – паскаль (Па), як

універсальну системну одиницю тиску, механічної напруги, модуля пружності.

3. Когерентність (узгодженість) одиниць - всі похідні одиниці в СІ отримують з рівнянь зв'язку між величинами, в яких коефіцієнти дорівнюють одиниці.

4. Використання зручних для практичних вимірювань основних та похідних одиниць;

5. Можливість відтворення одиниці з високою точністю у відповідності з їх визначенням.

6. Спрощений запис рівнянь і формул в фізиці, хімії та інших науках, а також в технічних розрахунках в зв'язку з відсутністю коефіцієнтів перерахунку.

7. Зменшення кількості допускаємих до використання одиниць.

8. Єдина система утворення кратних і дільних одиниць для одиниць, що мають власні найменування.

9. Полегшення процесу навчання.

10. Сприяння розвитку міждержавних науково-технічних та економічних зв'язків.

#### **4.8. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення.**

Крім основних одиниць СІ є велика (близько 160) група похідних одиниць (додаток 1). Похідні одиниці СІ утворюються з основних, додаткових і раніше утворених похідних одиниць СІ за допомогою рівнянь зв'язку між фізичними величинами, в яких числові коефіцієнти дорівнюють 1.

Наприклад, для визначення похідної одиниці швидкості в системі СІ записують рівняння зв'язку між швидкістю  $v$  прямолінійного і рівномірного руху точки, довжиною  $l$  пройденого шляху і часом  $t$  руху точки:

$$v = l / t \quad (4.1)$$

Потім рівняння (4.1) записують у вигляді рівняння одиниць

$$[v] = [l] / [t] \quad (4.2)$$

Замість символів  $l$  і  $t$  підставляють їх одиниці  $1\text{ м}$  і  $1\text{ с}$  і отримують

$$[v] = 1\text{ м} / 1\text{ с} = 1\text{ м/с} \quad (4.3)$$

Це означає, що одиницею швидкості в СІ є метр за секунду.

Ряду похідних одиниць системи СІ надано найменування на честь відомих вчених.



Наприклад, одиниця тиску  $P=F/S$ ;

$$[P] = [F] / [S] = 1 \text{ Н} / 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па} \quad (4.4)$$

дістала назву паскаль (Па) на честь французського вченого Блеза Паскаля.

Правила утворення похідних одиниць системи СІ викладено в державному стандарті.

#### 4.9. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення.

Розміри метричних одиниць, у тому числі і одиниць Міжнародної системи (СІ), для багатьох випадків незручні: або дуже великі, або дуже малі. Тому користуються кратними і дільними одиницями, тобто одиницями, в ціле число разів більшими або меншими основної одиниці даної системи.

Одиниця, що в ціле число разів більша за системну або позасистемну, називається **кратною** одиницею.

Одиниця, що в ціле число разів менша за системну або позасистемну, називається **дільною** (частковою) одиницею.

Найпрогресивнішим способом утворення кратних та дільних одиниць є прийнята у метричній системі мір десяткова кратність між великими і малими одиницями. Десяткові кратні та дільні одиниці від одиниць СІ утворюються шляхом використання множників та приставок від  $10^{18}$  до  $10^{-24}$ .

В таблиці 4.2 приведено список десяткових множників і відповідних приставок, які використовують на даний час.

При утворенні кратних і дільних одиниць дотримуються певних правил:

1. Позначення приставки пишеться разом з позначенням одиниці, до якої вона приєднується.

2. Приставки можна приєднувати тільки до простих найменувань одиниці, які не містять приставок. Приєднання двох і більше приставок не дозволяється.

Наприклад, замість найменування одиниці „мікромікрофарад” слід використовувати найменування “пікофарад”.

3. Якщо одиниця, до якої вибирається приставка, утворена як добуток або відношення одиниць, приставку приєднують до найменування першої одиниці.

Наприклад, для одиниці паскаль-секунда на метр (Па·с/м) правильно писати: кілопаскаль-секунда на метр (кПа·с/м), неправильно: Па·кс/м.

Для ряду одиниць, отримавших широке поширення, приставка застосовується у другому сомножнику.

Наприклад, Вт/см<sup>2</sup>, А/мм<sup>2</sup>.

Таблиця. 4.2. Найменування і позначення приставок системи одиниць СІ для утворення десяткових кратних і дольних одиниць та їх множників.

Приставка		Множник	Приклади	
Найменування	Позначення			
	Міжна-родне	Українське		
екса	E	Е	$10^{18}$	ексабеккерель – ЕБк
пета	P	П	$10^{15}$	петаджоуль – ПДж
тера	T	Т	$10^{12}$	Терагерц – ТГц
гіга	G	Г	$10^9$	гігават – ГВт
мега	M	М	$10^6$	мегаом – МОм
кіло	k	к	$10^3$	кілометр - км
гекто	h	г	$10^2$	гектолітр - гл
дека	da	да	$10^1$	декалітр - дал
деци	d	д	$10^{-1}$	дециметр - дм
санти	c	с	$10^{-2}$	сантиметр - см
мілі	m	м	$10^{-3}$	мілівольт - мВ
мікро	μ	мк	$10^{-6}$	Мікроампер - мкА
нано	n	н	$10^{-9}$	Наносекунда – нс
піко	p	п	$10^{-12}$	пікафарад - пФ
фемто	f	ф	$10^{-15}$	фемтокулон - фКл
атто	a	а	$10^{-18}$	аттограм – аг
зенто	z	зп	$10^{-21}$	Зентофарада - зпФ
йокто	y	й	$10^{-24}$	йоктограм - йг

4. Якщо одиниці піднесені в степінь, приставку приєднують до найменування вихідної одиниці.

Наприклад, приставку “кіло” для одиниці об’єму ( $m^3$ ) приєднують до слова “метр”, в результаті утворюється кратна одиниця: кубічний кілометр ( $км^3$ ).

5. Вибір десятичної кратної або дольної одиниці від одиниці СІ або іншої одиниці диктується зручністю її використання.

Наприклад, немає необхідності користуватися одиницею см ( $10^{-2} м$ ), якщо вимірюються розміри в сто разів менші ( $10^{-4} м$ ). В данному випадку більше підійдуть мкм ( $10^{-6} м$ ) або мм ( $10^{-3} м$ ).

На практиці кратні і дольні одиниці вибирають таким чином, щоб числове значення вимірюваної величини знаходилось в межах від 0,1 до

1000. При виборі мм переміщення в  $10^{-4}$  м отримує значення 0,1 мм, при виборі мкм – 100 мкм. Отже, обидві одиниці задовольняють прийнятим правилам. Якій одиниці віддати перевагу залежить від діапазона вимірювань, точності відліку показів та інших факторів.

В різних областях вимірювань склалися свої кратні і дольні одиниці, однак державний стандарт містить рекомендації по їх вибору і охоплює понад 100 фізичних величин.

#### 4.10. Відносні і логарифмічні величини і одиниці.

Широке поширення в науці і техніці мають відносні і логарифмічні величини та їх одиниці, якими характеризують склад і властивості матеріалів, відношення енергетичних і силових величин тощо.

Такими характеристиками є, наприклад, відносне видовження, відносна густина, відносні діелектрична і магнітна проникність, посилення і послаблення потужностей тощо.

Відносна величина уявляє собою безрозмірне відношення фізичної величини до одноіменної фізичної величини, яка приймається за вихідну.

Відносні величини виражаються:

1. в безрозмірних одиницях – коли відношення двох одноіменних величин дорівнює 1.

2. в процентах - коли відношення дорівнює  $10^{-2}$ .

3. в промілле – коли відношення дорівнює  $10^{-3}$ .

4. в мільйонних долях – коли відношення дорівнює  $10^{-6}$ .

Логарифмічна величина уявляє собою логарифм (десятичний, натуральний, або при основі 2) безрозмірного відношення двох одноіменних фізичних величин.

У вигляді логарифмічних величин виражаються рівні звукового тиску, підсилення, послаблення, частотний інтервал тощо.

Одиницею логарифмічної величини є бел (Б), який визначається наступним відношенням

$$1 \text{ Б} = \lg (P_2/P_1) \quad \text{при } P_2 = 10 P_1, \quad (4.5)$$

де  $P_{1,2}$  - одноіменні енергетичні величини (потужності, енергії, густини енергії тощо).

У випадку, коли береться логарифмічна величина для відношення двох одноіменних “силових” величин – напруги, сили струму, тиску тощо – бел визначається по формулі:

$$1 \text{ Б} = 2 \lg (F_2/F_1) \quad \text{при } F_2 = \sqrt{10} \cdot F_1 \quad (4.6)$$

Дольною одиницею від бела є децибел, рівний 0,1 Б. Так, при відношенні одержаної потужності  $P_2$  до вихідної  $P_1$ , яке дорівнює 10, підсилення буде складати 1Б або 10 дБ; при зміні потужності в 1000 разів підсилення буде 3 Б або 30 дБ.

#### 4.11. Позасистемні одиниці.

**Позасистемними** називаються ті одиниці фізичних величин, які не входять в систему одиниць ні як основні, ні як похідні. Кратні і дольні одиниці також розглядаються як позасистемні.

По відношенню до одиниць системи СІ всі позасистемні одиниці поділяються на три групи:

1.одиниці, що допускаються до використання на рівні з одиницями системи СІ (додаток 2);

2. одиниці, що тимчасово допускаються до використання;

3. одиниці, що підлягають вилученню із використання.

Перша група – позасистемні одиниці, відмова від використання яких не має сенсу. До них належать кратні і дольні одиниці, а також одиниці, що характеризують відношення двох одноіменних фізичних величин: процент (%), бел (Б), децибел (дБ).

Вони поділяються на два види:

1. одиниці, поширені на рівні з одиницями системи СІ та в сполученні з ними (тонна - одиниця маси; хвилина, година – одиниця часу; градус, хвилина, секунда – кутові одиниці; літр – одиниця об'єму; градус Цельсія – одиниця температури тощо).

2. одиниці, поширені в спеціальних областях науки і техніки (світловий рік, парсек – одиниця довжини; діоптрія – одиниця сили світла; гектар – одиниця площі; еВ – одиниця енергії тощо).

Друга група – позасистемні одиниці різного походження, які підлягають поступовому вилученню у відповідності з рішеннями міжнародних організацій. Це такі одиниці як морська міля (1852 м), карат ( $2 \cdot 10^{-4}$  кг), вузол (0,514 м/с), бар ( $10^5$  Па) тощо.

Третя група – позасистемні одиниці, які підлягають вилученню із використання і розглядаються як недопустимі до використання. Вилученню підлягають 40 позасистемних одиниць біля 30 фізичних величин, які замінено одиницями СІ або взагалі відмінено. Це такі одиниці, як ангстрем (Å), мікрон ( $10^{-6}$  м), центнер (100 кг), оборот ( $2\pi$  рад), діна ( $10^{-5}$  Н), кілограм-сила (9.8 Н), ерг ( $10^{-7}$  Дж), калорія (4,187 Дж), максвел ( $10^{-8}$  Вб) - одиниця магнітного потоку; гаус ( $10^{-4}$  Тл)-одиниця магнітної індукції.

## 4.12. Найменування і позначення одиниць СІ фізичних величин.

**I.** Основні і деякі похідні одиниці системи СІ, а також чимало позасистемних мають найменування. Найменування похідних одиниць, які власних найменувань не мають, є складними і утворюються від найменувань основних, додаткових і тих похідних одиниць, які мають власні найменування, за визначеними правилами.

В найменуванні одиниць можна виділити декілька типів.

1. В першу чергу це найменування, які лаконічно відображають фізичну сутність величини.

Наприклад, метр (міра), кандела (свіча), діна (сила), калорія (від слова теплота) тощо. Такі найменування найбільш зручні.

2. Далі йдуть найменування похідних одиниць, утворених в точній відповідності з фізичними законами.

Наприклад, джоуль на кілограм-кельвін  $[Дж/(кг \cdot К)]$  - одиниця питомої теплоємності; кілограм-метр в квадраті за секунду  $(кг \cdot м^2/с)$  - одиниця моменту кількості руху, тощо. Такі одиниці записуються у вигляді скорочених позначень, причому назву одиниць, утворену від добутку інших записують через дефіс. Важливо вміти правильно читати такі позначення.

У назві одиниці, утвореної діленням однієї одиниці на іншу, спочатку пишуть найменування одиниці чисельника, а потім - найменування одиниці знаменника з прийменником "на". Наприклад, ампер на квадратний метр.

Проте, похідні одиниці, що визначають швидкість протікання процесу, пишуть з прийменником "за". Наприклад, метр за секунду.

3. Громіздкість найменувань похідних одиниць привела до того, що було прийнято рішення привласнювати таким одиницям найменування по призвищам видатних вчених. Вибір обумовлювався тим, що вчений вніс великий вклад у вивчення даної фізичної величини.

Наприклад, кельвін, ампер, вольт, ватт, герц тощо.

4. Найменування деяких одиниць пов'язані з градуіровкою шкали. До таких одиниць відноситься температурний градус, кутовий градус(хвилина, секунда), мм рт. ст.

5. Найменування деяких одиниць є аббревіатурами, тобто скороченнями по початковим літерам.

Наприклад, одиниця реактивної потужності називається "вар" від перших букв слів вольт-ампер реактивний. Одиниця еквівалентної дози опромінення називається "бер" від перших букв слів біологічний еквівалент рада.

**II.** На основі вихідних одиниць за допомогою префіксів (табл.4.2) утворюють десяткові дольні та кратні одиниці за такими правилами:

1. У назві дозволено використовувати тільки один префікс.

2. Префікси "гекто", "дека", "деци", "санти" дозволено застосовувати тільки у найменуваннях кратних і часткових одиниць, які вже отримали широке застосування (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр).

3. Найменування префіксів і їхнє позначення пишуть разом з найменуванням одиниць або їхніми позначеннями, до яких префікси належать.

4. У найменуванні, яке відповідає добутковій одиниці, префікс приєднують до найменування першої одиниці добутку.

5. Найменування, утворене відношенням одиниць, має префікс, приєднаний до першої одиниці чисельника.

6. Найменування кратних і часткових одиниць від одиниці, піднесеної до степеня, необхідно утворювати приєднанням префіксів до найменування вихідної одиниці.

7. При складному найменуванні одиниці, утвореної шляхом сполучення одиниць з кратною або частковою одиницею довжини, площі чи об'єму, можна застосовувати префікси у другому та наступних множниках чисельника або у знаменнику. Наприклад, ампер-квадратний сантиметр, ват на квадратний метр.

8. При утворенні найменування кратної або частинної одиниці маси у системі СІ префікс приєднують до найменування "грам". Наприклад, мегаграм, а не кілокілограм.

9. З метою позначення одиниць фізичних величин (табл. 4.2) застосовують букви або спеціальні символи (...°, ...!', "...", %,  $\frac{\%}{\text{оо}}$ ,  $\frac{\%}{\text{ооо}}$ , °С).

Для використання одиниць на практиці слід користуватися таблицями, приведеними у відповідних стандартах, і таблицями, які приводяться в довідниках.

#### **4.13. Правила написання найменувань і позначення одиниць СІ.**

Для позначення одиниць після числового виразу застосовують скорочені позначення одиниць. Ці скорочення складаються з однієї, двох або трьох перших букв найменування одиниці. Позначення похідних одиниць складаються з позначень інших одиниць за формулою їх утворення.

##### Слід пам'ятати:

1. Скорочені позначення одиниць необхідно вживати тільки після числових значень величини і розташовувати в рядок з ними без перенесення у наступний рядок;

2. Скорочені позначення одиниць друкують прямим шрифтом малими буквами, крім одиниць, названих на честь вчених, які пишуть з великої букви. Наприклад, ампер-А; кулон-Кл; ньютон-Н; джоуль-Дж, тощо.

3. Користуватися скороченими позначеннями в тексті не можна.

Найменування одиниць, включаючи спеціальні найменування в честь видатних вчених, пишуть з малої букви: наприклад, один ампер (1А).

4. В позначеннях одиниць крапка як знак скорочення не застосовується, за виключенням таких скорочень як мм рт. ст., л.с.

5. Скорочені позначення одиниць, які утворюють добуток, розділяють крапкою на середній лінії строки (Па·с, Ом·м, А·м<sup>2</sup>, Н·с/м<sup>2</sup>).

6. Для відношення одиниць в скорочених позначеннях використовують тільки одну косу або горизонтальну риску. Наприклад: м/с, кг/м<sup>3</sup>.

Застосовувати косу або горизонтальну риску заборонено, якщо у відношенні є позначення у вигляді від'ємного степеня (с<sup>-1</sup>, м<sup>-1</sup>, К<sup>-1</sup> тощо).

7. При застосуванні косої риски позначення одиниць у чисельнику та знаменнику розташовують у рядок, добуток позначень одиниць у знаменнику беруть у дужки. Наприклад, Дж/(кг·м), Вт/(м·К), Дж/(кг·°С).

8. Дозволяється представлення одиниці у вигляді добутку позначень одиниць підведених в додатні або від'ємні степені.

Наприклад: Вт/м<sup>2</sup>·К = Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>; м/с = м·с<sup>-1</sup>.

9. Якщо записують декілька числових значень фізичної величини, то позначення одиниці ставлять після останньої цифри, наприклад, від 10 до 50 кг; 3, 5, 8 кг.

10. Під час запису інтервальних значень величини ці значення беруть у дужки, після яких проставляють позначення одиниці, або після числового значення величини і після її максимального відхилення. Наприклад, (20 ± 5)°С; 20°С ± 5°С (однак не 20 ± 5°С).

11. В розрахунках при повторенні знака рівності приводять позначення одиниці тільки в кінцевому результаті.

Наприклад: 1 ккал/г = 4,1863·10<sup>3</sup>/3600 = 1,163 Вт.

#### 4.14. Розмірність фізичних величин.

Кожна з основних величин має своє "ім'я" - якісну відмінність величини від інших, яку називають **розмірністю** і позначають відповідною великою латинською літерою. Тобто розмірність (dimension) основної величини - це її позначення L, M, T, I, Θ, N, J, і т.д. Наприклад, розмірність часу - T, маси - M, довжини - L. Замість запису "розмірність фізичної величини A" вживають скорочення dim A (dimension в перекладі з латинської мови - розмірність). Отже, dim l = L ; dim m = M; dim t = T. Символьне позначення одиниці фізичної величини прийнято записувати у квадратних дужках. Наприклад, одиниця часу - [t], маси - [m] тощо. Отже, замість виразу "одиниця довжини - 1 м" маємо запис [l] = 1м.

Визначення основних одиниць вимірювання дає змогу встановлювати похідні одиниці, використовуючи зв'язки і залежності між фізичними величинами у вигляді математичних співвідношень. Ці співвідношення називають **визначальними або дефінітивними рівняннями**. Останні можуть відображати закони природи:  $F = m \cdot a$  (2-й закон Ньютона),  $U = I \cdot R$  (закон Ома для ділянки кола), або бути визначеннями одних фізичних величин через інші (наприклад, густина  $\rho = \frac{m}{V}$ , де  $m$  - маса,  $V$  - об'єм),  $v = l/t$ ;  $P = F/S$  тощо.

Розмірності похідних величин встановлюють з використанням дефінітивних рівнянь. Тобто розмірність похідної величини - вираз, що описує її зв'язок з основними величинами системи і становить добуток розмірностей основних величин, піднесених до відповідних степенів. Наприклад, розмірність величини  $X$  в системі трьох основних величин LMT

$\dim X = L^\alpha M^\beta T^\gamma$ , де  $\alpha, \beta, \gamma$  показники розмірності, які є цілими числами (за винятком систем СГСЕ та СГСМ, де вони можуть бути і дробові).

Будь-яке з цих рівнянь можна перетворити так, що у лівій його частині буде знаходитися величина, для якої необхідно визначити похідну одиницю, а в правій - величини, одиниці яких є основними у вибраній системі одиниць. В залежності від встановленого співвідношення величини, що знаходяться в правій частині рівняння, мають бути записані з тим чи іншим показником степені. В загальному вигляді сказане може бути представлене наступним рівнянням:

$$\dim Z = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\varepsilon Q^\eta J^\lambda N^\tau \quad (4.7)$$

де  $Z$  - фізична величина, для якої визначається похідна одиниця;

$L, M, T, I, Q, J, N$  - фізичні величини, одиниці вимірювання яких прийняти за основні;

$\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \eta, \lambda, \tau$  - показники степені, в якій дана величина входить в рівняння.

Вираз (4.7) називається **розмірністю фізичної величини**.

Наприклад, розмірність величини  $x$  в системі трьох основних величин LMT

$$\dim x = L^\alpha M^\beta T^\gamma,$$

де  $\alpha, \beta, \gamma$  - показники розмірності, які є цілими числами (за винятком систем СГСЕ та СГСМ, де вони можуть бути і дробові).

Кожен з показників степені може бути додатнім або від'ємним цілим або дробовим числом або нулем.

Величина, в розмірності якої хоча б один показник розмірності не дорівнює нулю, є розмірною величиною, а величина в розмірності якої всі



показники розмірності дорівнюють нулю, - безрозмірною величиною. Величина, безрозмірна в одній системі, може бути розмірна в іншій. В певній системі величин розмірність кожної величини однозначна, але є різні за природою величини, які мають однакову розмірність, приклад - енергія та робота. Тому розрізняють фізичну однорідність і розмірну однорідність ФВ.

Операції над розмірностями виконуються за правилами алгебри. Наприклад, якщо величина  $Z$  є функцією величин  $x$  і  $y$ , тобто

$$Z = f(x, y),$$

причому

$$\dim x = L^\alpha M^\beta T^\gamma \quad \text{і} \quad \dim y = L^\kappa M^\chi T^\mu$$

то

$$\dim z = f(L^\alpha M^\beta T^\gamma, L^\kappa M^\chi T^\mu).$$

Зокрема, якщо

$$\begin{aligned} z = xy, \text{ то } \dim z &= L^{\alpha+\kappa} M^{\beta+\chi} T^{\gamma+\mu}, \\ z = x/y, \text{ то } \dim z &= L^{\alpha-\kappa} M^{\beta-\chi} T^{\gamma-\mu}, \\ z = (x/y)^n, \text{ то } \dim z &= L^{(\alpha-\kappa)n} M^{(\beta-\chi)n} T^{(\gamma-\mu)n}. \end{aligned}$$

З цих прикладів видно, що внаслідок множення і ділення величин виникають нові величини, у яких свої розмірності і свої одиниці. Їх можна знайти в спеціальних таблицях і немає необхідності всі запам'ятовувати, а простіше отримати на підставі відомих рівнянь зв'язку між величинами. Деякі розмірності корисно запам'ятати, наприклад розмірність сили та енергії:

$$\dim m = LMT^{-2}, \quad \dim E = L^2MT^{-2}.$$

Тепер, якщо треба знайти розмірність напруги  $U$ , то, враховуючи, що потужність

$$P = E/T = UI$$

знаходимо

$$\dim U = \dim \frac{P}{I} = \dim \frac{E}{TI} = L^2MT^{-3}I^{-1}.$$

Розмірності ФВ є одночасно і розмірностями їх одиниць. Рівняння зв'язку між величинами використовуються для утворення когерентних похідних одиниць. Якщо рівняння зв'язку має коефіцієнт, який не дорівнює 1, то в праву його частину підставляють такі значення величин в одиницях даної когерентної системи, щоб їх добуток з коефіцієнтом рівняння

дорівнював 1. Наприклад, якщо для утворення одиниці енергії використовується рівняння

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

то її когерентна одиниця в системі СІ буде

$$\dim E = [E] = \frac{1}{2}(2[m][v]^2) = \frac{1}{2}(2\text{кг})(1\frac{\text{м}}{\text{с}})^2 = \text{кгм}^2\text{с}^{-2} = \text{Дж}.$$

Отже одиницею енергії в СІ є джоуль, який дорівнює кінетичній енергії тіла масою 2 кг, що рухається з швидкістю 1 м/с.

Розмірність є якісною характеристикою ФВ. Вона відображає її зв'язок з основними ФВ, і залежить від вибору цих величин. М. Планк стверджував, що питання про істинну розмірність будь-якої величини "має не більше сенсу, ніж питання про істинну назву якого-небудь предмету". По цій причині в гуманітарних науках, мистецтві, спорті, кваліметрії, де номенклатура основних величин не визначена, теорія розмірностей не знаходить поки що ефективного застосування. В технічних або точних науках (фізиці, метрології) навпаки, методами теорії розмірності часто вдається отримати важливі самостійні результати. Формальне застосування алгебри розмірностей інколи дає можливість визначити невідому залежність між ФВ.

**Приклад:** в результаті спостережень встановлено, що при русі по колу сила  $F$ , що притискає тіло до опори, певним чином залежить від його швидкості  $v$ , маси  $m$  і радіуса кола  $r$  тобто  $F = m^\alpha v^\beta r^\gamma$ . Який вигляд цієї залежності?

**Розв'язок.** На основі алгебри залежностей

$$\dim F = \dim^\alpha m \dim^\beta v \dim^\gamma r.$$

Нам відомо, що

$$\dim F = \text{ЛМТ}^{-2}; \dim m = \text{М}; \dim v = \text{ЛТ}^{-1}; \dim r = \text{Л}.$$

Звідси

$$\text{ЛМТ}^{-2} = \text{М}^\alpha (\text{ЛТ}^{-1})^\beta \text{Л}^\gamma = \text{Л}^{\beta+\gamma} \text{М}^\alpha \text{Т}^{-\beta}.$$

Отже, показники розмірності задовольняють рівняння:

$$\beta + \gamma = 1; \alpha = 1; -\beta = -2.$$

Вирішуючи цю систему рівнянь, отримуємо  $\alpha = 1; \beta = 2; \gamma = -1$ .

Таким чином:

$$F = \frac{mv^2}{r}.$$

Теорія розмірностей має широке застосування для оперативної перевірки правильності складних формул. Якщо розмірність лівої та правої частин не співпадають, то в виводі формули, до якої б галузі знань вона не відносилася, слід шукати помилку.

Слід дуже чітко розуміти різницю між **розміром і розмірністю**.

**Розмірність** дає уявлення про вид, про природу величини, про співвідношення деякої величини з іншими, одиниці яких ми приймаємо за основні, тобто є **якісною характеристикою**.

**Розмір** визначає кількісний зміст речовини або одиниці, тобто є їх **кількісною характеристикою**.

В принципі вираз (4.7) може бути застосований для будь-якої системи одиниць. Кількість фізичних величин може бути довільною (і 3, і 5, і 6 і більше і менше).

В нашому випадку символи, використані в (4.7), співпадають з символами величин, одиниці яких є основними в СІ, а саме: L – довжина; M – маса; T – час; I – сила струму; Q – температура; J – сила світла, N – кількість речовини.

Тим не менше рівняння (4.7) визначає розмірності в будь-якій системі, в тому числі і в СІ. Тільки тоді, коли ми кожній з величин надамо певний розмір, тобто конкретні одиниці, вираз (4.7) є формулою визначення розміру похідних одиниць Z.

Ця формула придатна і в випадку, якщо прийняти за одиницю довжини - дюйм, за одиницю маси - фунт, за одиницю температури – градус Фаренгейта тощо. Розмірність Z не зміниться, зміниться тільки її розмір.

Наведемо приклади розмірності похідних одиниць системи СІ:

Для одиниці площі  $\dim S = L^2 M^0 T^0 I^0 Q^0 J^0 = L^2$

Для одиниці швидкості  $\dim v = LT^{-1}$ .

Для одиниці прискорення  $\dim a = LT^{-2}$ .

Для одиниці потужності  $\dim p = L^2 MT^{-3}$ .

Розмірності визначають зв'язки між фізичними величинами, але вони не визначають характер величини. Є ряд величин, розмірності похідних одиниць яких співпадають, хоча по своїй природі ці величини різні.

Наприклад, розмірності роботи (енергії) і моменту сили однакові і виражаються як  $L^2 MT^{-2}$ .

Поняття розмірності дає велику користь при перевірці складних виразів. Отримавши те чи інше рівняння залежності між фізичними величинами, в першу чергу визначають розмірності лівої і правої частин рівняння. Їх розмірності мають бути однакові. Якщо вони не однакові, то в

процесі отримання було зроблено помилку або в рівнянні не врахований розмірний коефіцієнт.

## РОЗДІЛ 5. СИСТЕМА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЄДНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ.

### 5.1. Єдність вимірювань та її забезпечення в Україні.

Однією з фундаментальних задач метрологічних служб є забезпечення єдності вимірювань.

У відповідності з державним стандартом **єдність вимірювань** – це такий стан вимірювань, при якому результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, а похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю.

Дотримання єдності вимірювань полягає в регламентованому процесі виготовлення та експлуатації ЗВТ і має позитивний вплив на різноманітні галузі, а саме: підвищує точність результатів вимірювань, а значить і достовірність наукових досліджень; забезпечує економію матеріальних цінностей і ресурсів; сприяє (хоча і непрямим чином) зростанню якості продукції, ефективності виробництва, розвитку медицини, військової справи, охорони довкілля, тощо.

Єдність вимірювання досягається на основі єдності:

- еталонів і мір;
- випробувань, перевірки (перевірки, верифікації), калібрування і ревізії;
- метрологічних характеристик ЗВТ;
- методик вимірювальних процесів;
- форми подання результатів вимірювання.

Для забезпечення єдності вимірювань в Україні створена Державна метрологічна система, діяльність якої базується на Законі України “Про метрологію та метрологічну діяльність” та інших нормативно-правових актах. Основним завданням Державної метрологічної системи є стале підвищення до суспільно необхідного (такого, що відповідає актуальному науковому і економічному розвитку) рівня вимірювальної справи в державі. Окрім того, діяльність системи спрямована на:

- реалізацію єдиної технічної політики в галузі метрології;
- захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювань;
- економію всіх видів матеріальних ресурсів;
- підвищення рівня фундаментальних досліджень і наукових розробок;
- забезпечення якості та конкурентоспроможності вітчизняної продукції;
- створення науково-технічних, нормативних та організаційних основ забезпечення єдності вимірювань в державі.

Конкретні питання нормативного та організаційного забезпечення єдності вимірювань в Україні регламентуються системою державних стандартів, об'єднаних груповим заголовком "Метрологія", іншими стандартами, інструкціями, методичними вказівками, правилами, методиками, які містять загальні правила і норми щодо одиниць фізичних величин та їх еталонів, метрологічної термінології, нормування метрологічних характеристик (МХ), повірки, калібрування, атестації і державних випробувань ЗВТ, методик повірки і повірювальних схем окремих ЗВТ, стандартизації і атестації методик виконання вимірювань, та методик виконання випробувань продукції, конкретних методик вимірювань та досліджень, тощо.

Основні вимоги щодо забезпечення єдності вимірювань можна сформулювати так:

1. Результати вимірювань повинні виражатись в одиницях фізичних величин, допущених до використання державними стандартами. Для цього в Україні діють: ДСТУ 3561.0-97 «Метрологія. Одиниці фізичних величин. Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення», ДСТУ 3561.2-97 «Метрологія. Одиниці фізичних величин. Фізичні сталі та характеристичні числа»;

2. ЗВТ, що не підлягають під державні випробування, а також нестандартизовані ЗВТ, призначені для введення в експлуатацію, піддаються метрологічній атестації (МА) згідно ДСТУ 3215-95 «Метрологія. Метрологічна атестація засобів вимірювальної техніки. Організація та порядок проведення».

3. ЗВТ, призначені для серійного випуску, підлягають під державні випробування згідно ДСТУ 3400-2000 «Метрологія. Державні випробування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення і розгляду результатів»;

4. ЗВТ, що знаходяться в експлуатації і підлягають під державний метрологічний нагляд, піддаються періодичній повірці згідно ДСТУ 2708-99 «Метрологія. Повірка засобів вимірювальної техніки. Організація та порядок проведення»;

5. ЗВТ, що не підлягають під державний метрологічний нагляд і знаходяться в експлуатації, піддаються калібруванню згідно ДСТУ 3989-2000 «Метрологія. Калібрування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення та оформлення результатів»;

6. Метрологічні характеристики (МХ) ЗВТ, що нормуються в документації на ці засоби, повинні відповідати міждержавному стандарту ГОСТ 8.009-84 ГСИ. «Нормируемые метрологические характеристики средств измерения»;

7. Вимірювання та випробування, норми точності яких регламентовані стандартами та іншими НТД, повинні виконуватись за стандартизованими або атестованими методиками у відповідності до

міждержавного стандарту ГОСТ 8.010-90 ГСИ. «Методика выполнения измерений»;

8. Форма подання результатів вимірювань повинна відповідати вимогам МИ 1317- 86 ГСИ. «Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров».

Отже, без випробувань, атестації, повірки та калібрування ЗВТ, а також ряду інших важливих контрольних заходів неможливою є правильна експлуатація вимірювальних засобів, при якій досягається єдність, суспільно необхідна точність і якість вимірювань.

Державні випробування, метрологічна атестація, повірка та калібрування ЗВТ є різновидами метрологічного контролю і нагляду за розробленням, виробництвом і експлуатацією вимірювальних засобів. Вони забезпечуються Держспоживстандартом, органами державних та інших метрологічних служб і є своєрідним важелем впливу на всіх суб'єктів господарювання, які в своїй діяльності застосовують засоби вимірювальної техніки. Завданням цієї діяльності є забезпечення державної дисципліни і дотримання метрологічних правил при експлуатації ЗВТ.

Для забезпечення єдності вимірювань необхідна тотожність (подібність) одиниць, в яких були б проградуєвані всі засоби вимірювань однієї і тієї ж фізичної величини.

Єдність вимірювань досягається шляхом точного відтворення та збереження встановлених одиниць фізичних величин і передачі їх розмірів засобам вимірювань.

Інакше кажучи, найважливішою умовою забезпечення єдності вимірювань є застосування однакових по розміру “метрів”, “кілограмів”, “секунд” та інших одиниць. Але і це ще не все. Часто, використовуючи однакові по розміру одиниці і виконуючи ретельні вимірювання в різних місцях, неможливо досягти їх єдності. Необхідна ще єдина уніфікована методика вимірювань, яка встановлює єдиний метод, однакову кількість вимірювань, єдині вимоги до умов вимірювань, до кваліфікації оператора тощо.

З урахуванням вище сказаного можна дати наступне визначення поняття “єдність вимірювань”.

**Єдність вимірювань** – це характеристика якості вимірювань, яка полягає в тому, що результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, розміри яких у встановлених межах дорівнюють розмірам відтворюваних одиниць, а похибки результатів вимірювань відомі з заданою імовірністю і не виходять за встановлені межі.

З цього визначення випливає, що поняття “єдність вимірювань” є достатньо містким.

Відтворення, збереження та передача розмірів одиниць проводиться за допомогою еталонів та зразкових засобів вимірювань. Вищою ланкою у метрологічному забезпеченні передачі розмірів одиниць вимірювання фізичних величин є еталони.

Створення державних еталонів, які відтворюють одиниці з найвищою точністю, і розробка методів передачі розмірів одиниць з встановленою точністю є запорукою рівності розмірів одиниць при використанні робочих засобів вимірювань. Відповідність розмірів одиниць, відтворюваних державними еталонами, міжнародним еталонам – основа єдності вимірювань на міжнародному рівні.

Із міркувань єдності вимірювань розробляють загальні вимоги до засобів вимірювань (по точності, діапазону вимірювань). Таким чином, єдність вимірювань тісно пов'язана з потрібною точністю вимірювань.

**Забезпечення єдності вимірювань** – це діяльність метрологічних та інших служб, спрямована на досягнення єдності вимірювань при потрібній народному господарству точності.

Наприклад, з метою забезпечення єдності вимірювань в країні створено метрологічні служби, діяльність яких в цьому напрямку регламентується стандартами і іншими нормативно-технічними документами державної системи забезпечення єдності вимірювань.

**Метрологічне забезпечення** – діяльність метрологічних та інших служб, спрямована на створення в країні необхідних еталонів, зразкових і робочих засобів вимірювань, розробку і встановлення метрологічних правил і норм, виконання ряду інших метрологічних робіт, необхідних для забезпечення потрібної якості вимірювань на робочому місці, на підприємстві, в міністерстві, в народному господарстві.

## **5.2. Відтворення і зберігання інформації про розміри одиниць фізичних величин. Загальні поняття про еталони.**

Вирішення одного з основних завдань метрології - забезпечення єдності вимірів - досягається як за рахунок точного відтворення, зберігання й передачі розмірів встановлених одиниць фізичних величин, так і за рахунок застосовуваних засобів виміру. Одиниці фізичних величин відтворюють за допомогою спеціальних технічних засобів, що називаються еталонами.

**Еталони** – особливий клас засобів вимірювань вищої точності, за допомогою яких відтворюється і зберігається одиниця фізичної величини з метою передачі розміра одиниці зразковим, а через них робочим засобам вимірювань.

**Еталон одиниці величини** — це засіб вимірювання, призначений для відтворення, зберігання й передачі одиниці величини.

Більш точне визначення наступне:



**Еталон одиниці фізичної величини** – засіб вимірювальної техніки (комплекс засобів вимірювань), призначений для відтворення і зберігання одиниці фізичної величини з метою передачі розміру одиниці іншим засобам вимірювань, що стоять нижче за повірочною схемою, і офіційно затверджений в якості еталона у встановленому порядку.

Розміри одиниць відтворюються, зберігаються і передаються за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювань.

**Еталони** є вищою ланкою в метрологічному ланцюгу передачі розмірів одиниць вимірювань.

Технічні засоби, що використовуються для вимірювання, повинні бути проградуйовані в вибраних одиницях з достатньою точністю. Робиться це шляхом порівняння з більш точним засобом вимірювань, яким звичайно слугує **зразковий засіб вимірювань**, проградуйований в тих же одиницях. **Зразковий засіб вимірювання** порівнюється із **вторинним еталоном**, який, в свою чергу, порівнюється з **державним еталоном**, що відтворює дану одиницю.

Важливою метрологічною вимогою є періодичний контроль незмінності розміру одиниці, яка зберігається як робочим засобом вимірювання, так і державним еталоном.

**Робочий засіб вимірювання** в процесі експлуатації підлягає періодичній повірці, при цьому його покази або дійсні значення (якщо це міра) порівнюються з показами або дійсними значеннями зразкового засобу вимірювання.

В процесі повірки визначають похибки робочого засобу вимірювання, і по їх величині роблять висновок про його придатність до подальшого використання. Якщо похибка засобу вимірювання вийшла за встановлене значення, що свідчить про недопустиму зміну одиниці, його бракують, оскільки таким засобом вимірювання не можна отримати результат необхідної якості.

Всі основні одиниці фізичних величин відтворюються з найвищою точністю за допомогою міжнародних еталонів відповідних одиниць і зберігаються у Міжнародному бюро мір та ваги у спеціальних лабораторіях у м. Севр поблизу Парижа. Програмою діяльності Міжнародного бюро мір та ваги передбачені систематичні міжнародні зіставлення національних еталонів великих метрологічних лабораторій різних держав з міжнародними еталонами та між собою.

Еталони метра та кілограма звіряються раз на 25 років, електричні та світлові еталони (ампера, вольта, ома, кандели та інші) — раз на 3 роки. Проводяться також епізодичні міжнародні звіряння еталонів джерел іонізаційного випромінювання, платинових ламп та ін.

**Основне призначення еталонів** — бути матеріальною базою для відтворення та збереження одиниць фізичних величин.

### 5.3. Класифікація еталонів.

Еталони одиниць класифікують за рядом ознак (рис. 5.1):



Рис. 5.1. Класифікація еталонів

1. за точністю відтворення одиниць та призначенням (підпорядкованістю) розрізняють первинні, вторинні й спеціальні еталони.

2. за призначенням вторинні еталони розділяють на еталони-копії, еталони порівняння, еталони - свідки й робочі еталони.

3. відповідно до поділу фізичних величин міжнародної системи одиниць розрізняють еталони **одиниць основних та похідних величин** (наприклад, еталон одиниці тиску, еталон одиниці електричного опору та інші).

Еталони, що належать до певної групи країн, називаються **міжнародними**.

**Міжнародний** еталон приймається за міжнародною згодою як міжнародна основа для узгодження з ним розмірів одиниць, відтворених і збережених національними еталонами. Наприклад, міжнародний прототип кілограма.

**Первинним** називається еталон, що забезпечує відтворення одиниці фізичної величини з найвищою точністю відповідно у світі й державі. За точністю відтворення одиниці він є найточнішим. Первинні еталони одиниць основних фізичних величин відтворюють одиниці відповідно

до їхнього визначення, прийнятого Міжнародною конференцією з мір та ваги.

Прикладом первинного еталону є комплекс засобів вимірювань для відтворення метра в довжинах світлових хвиль випромінювання криптона – 86 (ізоотоп криптона).

**Спеціальний еталон** забезпечує відтворення одиниці величини в особливих умовах, коли пряму передачу розміру одиниці від первинного еталона з необхідною точністю технічно реалізувати неможливо (високий тиск, температура, частота тощо). Він заміняє при цих умовах первинний еталон.

Офіційно затверджені як вихідні для країни первинні або спеціальні еталони називаються **державними**.

**Державний еталон** одиниці вимірювання — засіб вимірювальної техніки або комплекс засобів вимірювальної техніки, затверджений у встановленому порядку, що забезпечує відтворення і (або) зберігання одиниці фізичної величини для передачі її розміру іншим засобам вимірювальної техніки, які стоять нижче за схемою перевірки, за офіційно затвердженим порядком.

На кожний державний еталон затверджується державний стандарт.

Для вимірювань електричних і магнітних величин дотепер створено багато державних еталонів. Основу їх складають еталони, які відтворюють одиниці найбільш точно й визначають розмір інших похідних одиниць. Такими еталонами на сьогодні є державні первинні еталони одиниць напруги (з похибкою відтворення  $5 \cdot 10^{-8}$ ), електричної ємності ( $2 \cdot 10^{-7}$ ), опору ( $1 \cdot 10^{-7}$ )

Державні еталони зберігаються у метрологічних інститутах або центрах держави, а для проведення робіт з ними призначаються відповідальні вчені – зберігачі еталонів.

Отже, державні еталони бувають двох видів:

1. первинні;
2. спеціальні.

Еталони бувають **первинними і вторинними**. Найбільш точними є первинні еталони, які є державними еталонами одиниць вимірювання.

**Вторинний еталон** - це еталон, що узгоджується із розміром одиниці величини безпосередньо від державного еталона даної одиниці величини.

Значення вторинних еталонів встановлюються за первинними. Вторинні еталони широко використовують в метрологічній практиці. **Вторинні еталони** є частиною сукупності підпорядкованих засобів зберігання одиниць і передачі їх розміра.

Прикладом вторинного еталону є еталон-копія одиниці маси - кілограма у вигляді платино-іридієвої гіри №26 і робочий еталон кілограма, виготовлений з нержавіючої сталі.

За своїм метрологічним призначенням **вторинні еталони** поділяються на:

1. еталони-копії;

2. еталони порівняння (передавання);
3. еталони-свідки;
4. робочі еталони.

**Еталон-копія** – вторинний еталон, призначений для зберігання і передачі розмірів одиниць робочим еталонам. Відзначимо, що еталон-копія не завжди є фізичною копією Державного еталона.

**Еталон-порівняння** – вторинний еталон, який використовується для порівняння еталонів, що за тими або іншими причинами не можуть бути безпосередньо порівняні один з одним (неможливість перевезення). Наприклад, для порівняння Державного еталона вольта з міжнародним еталоном вольта використовують «нормальний елемент».

**Еталон-свідок** – вторинний еталон, призначений для перевірки державного еталона і для заміни його у випадку пошкодження або втрати. Еталон-свідок має найвищу серед вторинних еталонів точність і використовується лише тоді, коли державний еталон не відтворюється.

**Робочий еталон** – вторинний еталон, призначений для зберігання одиниці фізичної величини і передачі її розміру зразковим засобам вимірювальної техніки, а в окремих випадках – робочим засобам вимірювальної техніки найвищої точності.

За результатами метрологічної атестації робочі еталони можуть поділятися на розряди: перший, другий, третій, четвертий.

**Державні еталони** завжди здійснюються у вигляді комплексу засобів вимірювань та допоміжних пристроїв, що забезпечують відтворення одиниці фізичної величини, її зберігання, а також передачу розміру одиниці вторинним еталонам.

**Вторинні еталони** можуть здійснюватись у вигляді:

1. комплексу засобів вимірювань;
2. поодиноких еталонів;
3. групових еталонів;
4. еталонних наборів.

**Поодинокий еталон** складається з одного вимірювального засобу (міри або одного вимірювального приладу, або однієї вимірювальної установки), який забезпечує відтворення та зберігання одиниці самостійно без участі інших засобів вимірювання того ж типу.

Приклади: вторинний еталон одиниці маси - кілограма у вигляді платино-іридієвої і сталевий гирі.

**Груповий еталон** складається із сукупності однотипних засобів вимірювань (мір, вимірювальних приладів або інших засобів вимірювань), які використовуються як одне ціле для підвищення надійності зберігання одиниці.

Приклад: еталон-копія вольта, що уявляє собою групу із 20 нормальних елементів.

Групові еталони бувають постійного і змінного складу. В групові еталони змінного складу входять міри і вимірювальні прилади, які періодично замінюються новими.

**Еталонний набір** уявляє собою еталон у вигляді набору мір або набору вимірювальних приладів, які дозволяють зберігати одиницю або вимірювати величину між певними межами, в яких окремі міри або вимірювальні прилади набору призначені для різних значень або різних областей значень вимірюваної величини.

Приклад: робочий еталон одиниці густини рідини, у вигляді набору денсиметрів, слугуючих для визначення густини рідини на різних ділянках діапазону.

Еталонні набори можуть бути постійного і змінного складу.

**Вторинні еталони** (робочі) використовуються у метрологічних інститутах, метрологічних територіальних органах Держстандарту України, а з дозволу Держстандарту України допускається їх зберігання та використання в органах відомчої метрологічної служби.

#### **5.4. Зразкові і робочі засоби вимірювань.**

Результати вимірювань мають виражатися в узаконених одиницях і з потрібною точністю. За рівних інших умов точність вимірювань визначається метрологічними характеристиками використовуваних ЗВ. Тому всі ЗВ підлягають обов'язковій повірці (верифікації, перевірці) або калібруванню. Повірка ЗВ полягає в офіційному ствердженні їх придатності для застосування за призначенням.

**Повірка** – операція порівняння показів, засобів вимірювань із зразковими, з метою визначення їх похибок або поправок до їхніх показів.

Висновок робиться на підставі результатів контролю характеристик ЗВ, в основному метрологічних, на відповідність вимогам нормативно-технічної документації (НТД)..

**За метрологічним призначенням** всі засоби вимірювальної техніки діляться на

- еталони,
- зразкові,
- робочі.

**Еталон** (еталон одиниці) – ЗВ (або комплекс ЗВ), що забезпечує відтворення і (або) зберігання одиниці з метою передачі її розміру тим ЗВ, що стоять нижче за схемою перевірки, і офіційно затверджений в установленому порядку як еталон (наприклад, комплекс ЗВ для відтворення метра через швидкість поширення світла у вакуумі, затверджений як державний еталон метра). Еталонами називаються міри і прилади, призначені для зберігання одиниць вимірювання і відтворення їх з найвищою точністю.

**Зразковий засіб вимірювань** — це засіб вимірювань (міри, вимірювальні прилади або ж вимірювальні перетворювачі), затверджений в установленому порядку як зразковий, який призначений для повірки та градування за ним інших засобів вимірювальної техніки як робочих, так і зразкових менш високої точності. Це задача чисто метрологічного характера.

На зразкові засоби вимірювань видаються свідоцтва з вказаними метрологічними характеристиками та розрядом за повірочною схемою.

Зразковими можуть бути тільки ті засоби вимірювальної техніки, які своєчасно пройшли метрологічну атестацію і визнані придатними для використання їх як зразкові.

До зразкових засобів вимірювальної техніки належать також зразкові речовини і стандартні зразки.

**Зразкова речовина** – міра у вигляді речовини з відомими властивостями, які відтворюються, якщо дотримано умови приготування, що вказані у затвердженій специфікації (наприклад, чиста вода, чисті метали, неметали, сплави).

**Стандартний зразок** – міра для відтворення одиниць величин, що характеризують властивості або склад речовин і матеріалів (наприклад, стандартний зразок феромагнітного матеріалу, легованої сталі з атестованим вмістом хімічних елементів тощо).

**Робочий засіб вимірювальної техніки** — засіб, який використовується для практичних вимірювань, але не служить для перевірки інших засобів вимірювань.

Передавання розмірів одиниць фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювань здійснюється за допомогою **зразкових засобів вимірювальної техніки**, точність яких значно вища, ніж робочих засобів.

За точністю зразкові засоби поділяються на чотири розряди, а засоби, які відповідають найвищому ступеню повірочної схеми, називаються **вихідними зразковими засобами вимірювань**. Прилади 1-го розряду перевіряються тільки за робочими еталонами, 2-го розряду - за приладами 1-го розряду і т.д. Таким способом здійснюється передавання розмірів одиниць фізичних величин від еталона до робочих ЗВ.

Процес передачі розміру одиниць від зразкового засобу вимірювань найвищої точності робочим і зразковим засобом вимірювань меншої точності уявляє собою **повірку засобів вимірювань**. Тому всі зразкові засоби вимірювань є засобами повірки.

Передача розміру одиниці фізичної величини від первинного еталона до робочих засобів вимірювальної техніки здійснюється за схемою, наведеною на рис.5.2.

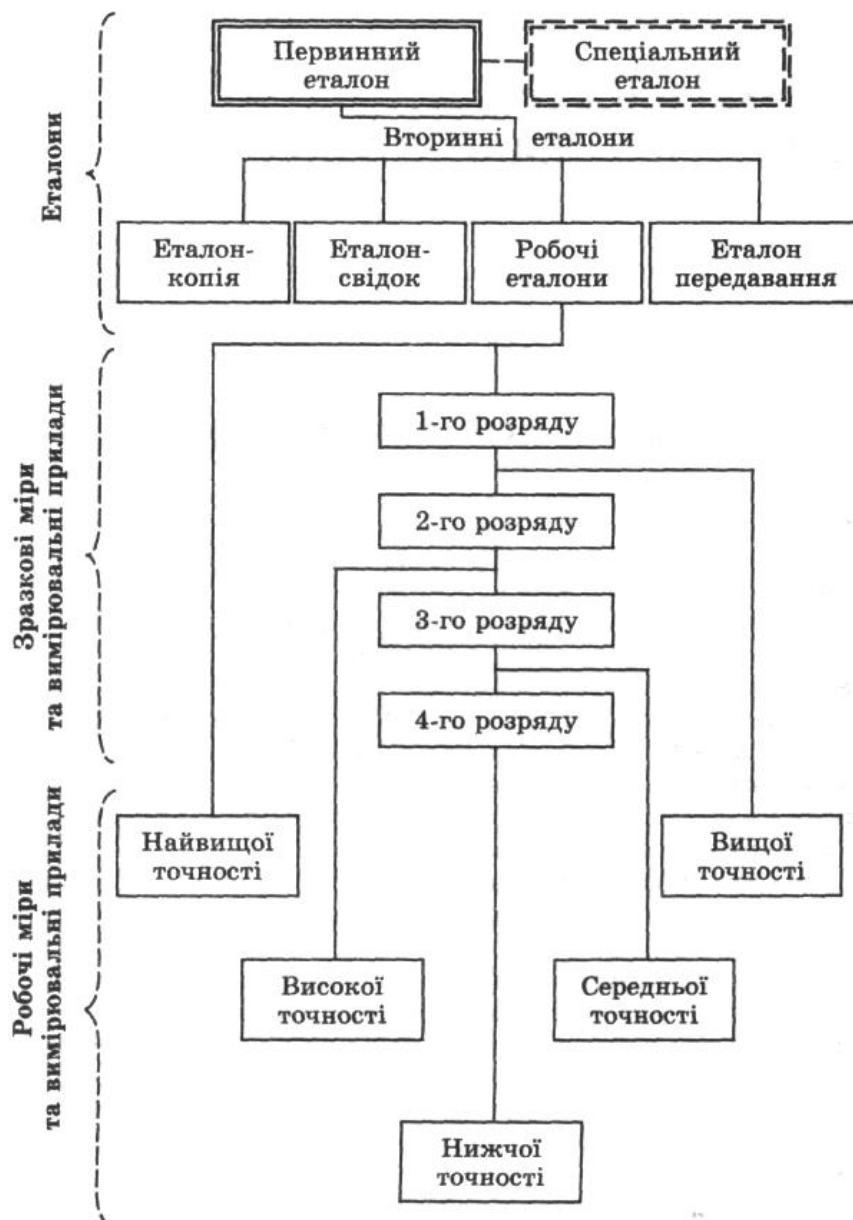


Рис. 5.2. Метрологічна послідовність передачі розмірів одиниць фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювальної техніки.

Передача розмірів одиниць фізичних величин відбувається в такій послідовності:

1. від первинних еталонів – робочим еталонам;
2. від робочих еталонів – розрядним зразковим засобам вимірювань;
3. від зразкових засобів вимірювань – робочим засобам вимірювань

Для забезпечення правильної передачі розміру одиниць фізичних величин в усіх ланках метрологічного ланцюга (від еталонів до зразкових засобів, а від них до робочих) повинні дотримуватися

певного порядку та послідовності. Цей порядок забезпечується за допомогою повірочних схем.

**Повірочна схема** — нормативний документ, який встановлює метрологічну підпорядкованість засобів вимірювальної техніки, та порядок передавання розміру одиниці фізичної величини від еталона до зразкових і робочих засобів вимірювань. Вихідні положення та основні відомості про повірочні схеми наведені у державному стандарті "Державна система забезпечення єдності вимірювань. Повірочні схеми (основні положення)".

**Робочі засоби вимірювань** застосовуються для вимірювань, які слугують конкретній меті в різноманітній діяльності людини.

Сутність поділу засобів вимірювань на зразкові і робочі полягає не в конструкції і не в точності, а в їх **призначенні**.

Робочі ЗВ не можна застосовувати для перевірки інших ЗВ, якщо вони навіть точніші за наявні робочі еталони, оскільки вони не затверджені офіційно. Разом з тим робочі еталони не дозволяється використовувати як робочі ЗВ для виконання практичних вимірювань.

Один і той же засіб вимірювань може бути призначений для практичних вимірювань як робочий засіб вимірювань, і як зразковий засіб вимірювань.

До зразкових засобів вимірювань ставляться більш високі вимоги у відношенні відтворюваності показів, ніж до аналогічних робочих засобів вимірювань.

Заборона використовувати зразкові засоби вимірювань для практичних вимірювань є одним з найважливіших правил метрології.

## **5.5. Метрологічне забезпечення та повірка засобів вимірювань**

**Метрологічне забезпечення вимірювань** - це встановлення і застосування метрологічних норм та правил, а також розроблення, виготовлення і застосування технічних засобів, необхідних для досягнення єдності та заданої точності вимірювань. Розрізняють наступні основи метрологічного забезпечення:

**1. Організаційні основи метрологічного забезпечення**, куди входять:

1. Метрологічні служби центральних органів виконавчої влади.
2. Метрологічні служби підприємств та організацій.

**2. Технічні основи метрологічного забезпечення**, куди входять:

1. Система державних одиниць ФВ.
2. Система - передачі розмірів цих одиниць від еталонів до всіх ЗВ.
3. Система стандартних довідкових даних про фізичні константи, зразки складу та властивостей речовин і матеріалів.



4. Система - розробки, постановки на виробництво та випуск в обіг робочих ЗВ необхідної точності для промисловості.

5. Система обов'язкових державних та відомчих повірок і метрологічної атестації ЗВ.

Результати вимірювань у більшості залежать від ЗВ (їхнього стану та класу точності), а також від кваліфікації обслуговуючого персоналу. Висока точність вимірювань може бути досягнута тільки в такому стані ЗВ, коли вони проградуєвані в прийнятих одиницях, а їхні метрологічні характеристики відповідають нормам. ЗВ повинні бути завчасно відремонтовані, повірені в метрологічних установах, ще й мати належне обслуговування.

Важливою формою державного нагляду за засобами вимірювальної техніки є державна та відомча **повірка**. Повірку засобів вимірювальної техніки здійснюють для визначення похибок цих засобів та встановлення їх придатності для застосування за призначенням.

**Повірка** – це технічна процедура, в результаті якої встановлюють придатність ЗВТ до застосування на підставі результатів контролю їхніх метрологічних характеристик.

Основними метрологічними характеристиками, які визначаються під час повірки ЗВТ є похибки цих ЗВТ. Фактично на основі порівняння отриманих експериментальних значень похибок і значень похибок нормованих в нормативно-технічній документації (НТД), що поширюються на ЗВТ, приймається рішення про придатність чи непридатність ЗВТ. Отже, мета повірки - встановлення або підтвердження придатності ЗВТ до застосування.

Основним документом, який встановлює організацію і порядок виконання повірки ЗВТ, що випускаються з виробництва або ремонту, імпортуються, знаходяться в експлуатації або продаються є ДСТУ 2708-99 «Метрологія. Повірка засобів вимірювальної техніки. Організація та порядок проведення». Стандарт поширюється на всі підприємства незалежно від виду діяльності і форми власності, а також на громадян-суб'єктів підприємницької діяльності, що отримують та користуються результатами вимірювань, на які поширюється ДМН. Тобто, практично, всі користувачі ЗВТ через певний період часу повинні перевіряти (повіряти) свою вимірювальну техніку щоб пересвідчитись в її точності. Винятком є лише ЗВТ, які використовують для власних потреб підприємства, організації або окремі громадяни і на які не поширюється Державний метрологічний нагляд, ЗВТ, що застосовуються для спостережень за зміною величин без оцінки їх значень в одиницях фізичних величин з нормованою точністю (іншими словами - які працюють як індикатори), а також ЗВТ, що використовуються як навчальні.

Повірку ЗВТ виконують територіальні органи Держспоживстандарту України, які є акредитованими на право її проведення, а також організації та відомства, яким це право надано в установленому порядку.

Засоби вимірювальної техніки, що випускаються з виробництва або вже знаходяться в експлуатації також можуть повірятися акредитованими метрологічними службами підприємств та організацій.

Результати повірки, виконаної в іншій країні, будуть визнаватися чинними тільки при наявності укладеного з цією країною договору або за рішенням Держспоживстандарту.

Повірку здійснюють відповідно до вимог нормативних документів щодо повірки (стандартів) та відповідних розділів технічної документації.

Якщо результати повірки ЗВТ підтверджують їх відповідність до метрологічних та технічних вимог, встановлених у НТД до даного типу ЗВТ, то ці засоби визнають придатними до застосування, але тільки протягом певного інтервалу часу, через який процедура повинна бути повторена. Такий інтервал між двома повірками називається **міжповірочним**.

У відповідності з держстандартом передбачено **первинну, періодичну, позачергову, інспекційну та експертну повірки засобів вимірювань**.

**Первинна** повірка засобів вимірювальної техніки проводиться при їх випуску із виробництва або після ремонту, а також при імпорті партіями.

**Періодичній** повірці підлягають засоби вимірювальної техніки, що знаходяться в експлуатації через відповідні проміжки часу – міжповірочні інтервали, – які встановлюються розрахунками забезпечення метрологічної відповідності засобів вимірювань на період між повірками.

**Позачергова** повірка проводиться при експлуатації або зберіганні ЗВ, пошкодженні клейма чи пломби, втрат документів про періодичну повірку, при введенні в експлуатацію засобів вимірювань, що імпортуються, а також в інших випадках, коли необхідно впевнитися у придатності до використання ЗВ.

**Інспекційна** повірка проводиться при метрологічній ревізії для виявлення придатності ЗВ до використання органами держнагляду або відомчого контролю, при виконанні ними своїх службових обов'язків по контролю за станом та використуванням ЗВ.

**Метрологічна ревізія** засобів вимірювань здійснюється на підприємствах, що їх виготовляють, ремонтують чи експлуатують, і в організаціях, що їх зберігають та продають.

**Мета ревізії** - удосконалення парку засобів вимірювань і підвищення ефективності метрологічного забезпечення виробництва. Під час ревізії контролюють наявність і правильність технічної документації на засоби вимірювань і на контрольні - вимірювальні операції, технічний рівень

і правильність експлуатації, якість засобів вимірювань тощо. На підставі результатів метрологічної ревізії органи метрологічної служби вживають заходів щодо усунення виявлених недоліків, вносять пропозиції удосконалення метрологічного забезпечення.

Метрологічна експертиза здійснюється при виникненні спірних питань щодо оцінки стану засобів вимірювань, методів і засобів повірки та правильності їх застосування.

**Експертна** повірка проводиться у випадку виникнення спірних питань стосовно метрологічних характеристик, придатності та правильності використання ЗВТ.

Вся повірочна діяльність підпадає під Державний метрологічний нагляд. Основні правила повірки засобів вимірювань наступні.

1. Всі засоби вимірювань підлягають обов'язковій державній чи відомчій перевірці. Винятком є індикатори, які призначені для спостережень за зміною фізичних величин без оцінки їх значень з нормованою точністю, а також навчальні засоби вимірювань.

2. Повірку виконують службові особи територіальних органів Держспоживстандарту України – державні повірники або повірники акредитованих метрологічних служб підприємств та організації, які мають відповідну кваліфікацію і пройшли обов'язкову атестацію. Повірку засобів вимірювань можуть проводити тільки органи метрологічної служби, що мають відповідний на це дозвіл. Такий дозвіл видається їм, якщо вони мають умови, необхідні для забезпечення належної якості повірки, - засоби, кадри, нормативні документи, приміщення. До виконання повірки засобів вимірювань допускаються особи, які пройшли спеціальне навчання і здали екзамен у навчальних закладах Держстандарту. Державну повірку можуть виконувати тільки особи, які мають кваліфікацію державного верифікатора.

3. Повірку здійснюють відповідно до вимог нормативних документів щодо повірки (стандартів) та відповідних розділів технічної документації. Основні операції повірки засобів вимірювальної техніки полягають у визначенні їх похибок та встановлення їх придатності до застосування. Перелік характеристик і вимог, які контролюються при перевірці, регламентується нормативно-технічними документами на засоби вимірювання, зокрема технічними умовами.

4. Результати повірки оформляють протоколом, в який вносять формальні дані (назва, тип, завод-виробник, рік випуску, номер) і номінальні характеристики засобу вимірювань, а також умови проведення повірки (температура, тиск, вологість), результати вимірювань при перевірці, висновки про придатність чи непридатність засобу вимірювань для застосування його за призначенням.

Позитивні результати повірки ЗВТ засвідчуються відбитком повірвального тавра і свідоцтвом про повірку. Відбиток тавра ставиться на ЗВТ переважно в місці, яке робить неможливим доступ до

вимірювального механізму (якщо доступ опломбовується, то відбиток ставиться на пломбу). Рисунок повірювального тавра та правила і порядок його застосування встановлює Держспоживстандарт. Свідоцтво про повірку і відбиток тавра мають вирішальне значення при застосуванні ЗВТ, оскільки у випадку їх знищення або пошкодження, ЗВТ вважається неповіремим і забороняється його експлуатація.

5. Засоби вимірювань, які не задовольняють вимоги технічних умов, хоча би за однією з ознак, що підлягають контролю, визнаються непридатними для застосування. Якщо в результаті повірки встановлюється, що ЗВТ непридатний для застосування, то орган метрологічної служби на вимогу заявника видає довідку про непридатність ЗВТ і гасить (знищує) відбиток проставленого раніше тавра.

Повірку ЗВТ виконують завжди згідно з методикою повірки, яка є або окремим документом або відповідним розділом експлуатаційної документації.

Всі витрати, пов'язані з повіркою (виклик державних повірників, транспортування зразкових засобів, огляд приладу, визначення його МХ і т.д.), оплачують замовники, тобто підприємства, організації та громадяни суб'єкти підприємницької діяльності згідно тарифів встановлених Держспоживстандартом за винятком інспекційної повірки, яка фінансується з державного бюджету.

ЗВТ, які знаходяться у власності громадян і не використовуються при здійсненні підприємницької діяльності, не підлягають під обов'язкову повірку однак можуть бути повірені за заявою власника.

Ще одною формою державного нагляду за ЗВ - є **держані випробовування**, що виконуються державною метрологічною службою для дослідження зразків або партій ЗВ, які призначені для серійного виробництва, на їхню відповідність вимогам НТД.

Головна мета держвипробовувань – забезпечення високого технічного рівня приладобудування, відповідність технічних та метрологічних характеристик ЗВ вимогам народного господарства та світовому ринку.

У відповідності із Законом «Про метрологію і метрологічну діяльність» держвипробовування ділять на **приймальні та контрольні**.

**Приймальні держвипробовування** мають на меті визначення, по метрологічним характеристикам ЗВ, доцільність їхнього виготовлення серійно або по поставок із-за кордону, з подальшим затвердженням їх типів.

**Державні контрольні випробовування** проводяться для серійно виготовлених ЗВ, з метою підтвердження їхньої відповідності встановленим вимогам та метрологічним нормам, доцільності подальшого виготовлення.

## **5.6. Державний метрологічний нагляд і контроль.**

**Державний метрологічний нагляд (ДМН)** - це діяльність спеціально уповноважених органів державної метрологічної служби з метою перевірки дотримання метрологічних норм та правил. Аналогічна діяльність на підприємствах (організаціях) здійснюється акредитованими метрологічними службами цих підприємств.

**Система метрологічного нагляду і контролю (МНК)** – це комплекс правил, положень і вимог технічного, економічного і правового характеру, що визначають організацію і порядок здійснення робіт з повірки, метрологічної ревізії та експертизи засобів вимірювальної техніки.

Основні положення метрологічного нагляду і контролю (МНК) за розробленням, виробництвом, станом, застосуванням і ремонтом ЗВТ встановлюють Закон та інші нормативно-правові акти і основоположні нормативні документи з метрології.

Метою МНК за ЗВТ є забезпечення єдності вимірювання, як однієї з необхідних умов науково-технічного та економічного розвитку, а також систематичне вдосконалення ЗВТ і підтримання їх в належному стані готовими до вимірювань. До експлуатації в Україні допускаються тільки ті ЗВТ, які визнані придатними за результатами МНК.

Слід виділити, з одного боку, державну сферу метрологічного нагляду і контролю, де органи державної влади беруть на себе відповідальність за наглядові та контрольні функції та, так звану, недержавну сферу відповідного нагляду і контролю, де відповідальність покладається на міністерства, підприємства та організації.

**Державний метрологічний нагляд (ДМН)** поширюється на вимірювання, результати яких використовуються:

- при виконанні заходів, пов'язаних з охороною і захистом життя та здоров'я громадян;
- при контролі якості і безпеки продуктів харчування;
- при контролі стану довкілля;
- при контролі безпеки умов праці;
- при виконанні геодезичних та гідрометеорологічних робіт;
- при торгівельно-комерційних операціях і розрахунках;
- при виконанні податкових, банківських та митних операцій;
- при обліку енергетичних та матеріальних ресурсів;
- при виконанні робіт за дорученням органів прокуратури та правосуддя;
- при виконанні робіт, пов'язаних з обов'язковою сертифікацією;
- при реєстрації національних і міжнародних спортивних рекордів.

Під торгівельно-комерційними операціями розуміють розрахунки між покупцями або споживачами і продавцями, постачальниками,

виробниками, у тому числі у сферах побутових та комунальних послуг, послуг електро- та поштового зв'язку.

Облік енергетичних та матеріальних ресурсів передбачає облік електричної та теплової енергії, газу, води, нафтопродуктів, тощо. Як виняток під державний метрологічний нагляд не підпадають ЗВТ внутрішнього обліку енергетичних та матеріальних ресурсів, який ведеться підприємствами, організаціями та громадянами – суб'єктами підприємницької діяльності.

Вимірювання, результати яких використовуються в усіх інших ситуаціях підлягають **метрологічному нагляду**.

Державний метрологічний контроль і нагляд (ДМКН) здійснюється Державною метрологічною службою, яку очолює Держспоживстандарт України, а метрологічний контроль і нагляд здійснюється метрологічними службами центральних органів виконавчої влади, та метрологічними службами підприємств і організацій.

Об'єктами ДМНК є засоби вимірювальної техніки, методики виконання вимірювань, а також кількість фасованого товару в упаковках.

Державний метрологічний контроль здійснюють у формі:

- державних випробувань ЗВТ і затвердження їх типів за ДСТУ 3400;
- державної метрологічної атестації ЗВТ за ДСТУ 3215;
- повірки у відповідності до ДСТУ 2708;
- акредитації на право проведення державних випробувань, повірки і калібрування ЗВТ, проведення вимірювань та атестації методик виконання вимірювань.

До державного метрологічного нагляду належать:

- ДМН за забезпеченням єдності вимірювань;
- ДМН за кількістю фасованого товару в упаковках.

Зокрема ДМН за забезпеченням єдності вимірювань відбувається у формі перевірки на підприємствах, в організаціях та у громадян - суб'єктів підприємницької діяльності:

- стану і застосування засобів вимірювальної техніки;
- застосування атестованих методик виконання вимірювань і правильності виконання вимірювань;
- додержання умов проведення державних випробувань, повірки, калібрування, ввезення, випуску з виробництва та ремонту і видачі напрокат ЗВТ, проведення вимірювань та атестації методик виконання вимірювань.

ДМНК за ЗВТ організовує і здійснює Держспоживстандарт разом з територіальними центрами стандартизації, метрології та сертифікації.

Метрологічний нагляд, що здійснюється метрологічними службами, теж має на меті забезпечення єдності вимірювань.

Під час метрологічного нагляду проводиться перевірка:

- стану і застосування засоби вимірювальної техніки;

- застосування методик виконання вимірювань;
- правильності виконання вимірювань;
- своєчасності надання засобів ЗВТ на повірку і калібрування;
- додержання умов і правил проведення повірки і калібрування ЗВТ та проведення вимірювань, що виконуються акредитованими повірювальними, калібрувальними та вимірювальними лабораторіями;
- додержання вимог нормативних документів із метрології.

До **метрологічного контролю** належать:

- метрологічна атестація та калібрування засобів вимірювальної техніки;
- акредитація калібрувальних і вимірювальних лабораторій;
- метрологічна експертиза документації та звітів про науково-дослідні роботи та атестація методик виконання вимірювань.

У випадку порушення державних метрологічних правил органи державного метрологічного нагляду застосовують певні правові заходи і санкції, а також дають розпорядження про ліквідацію порушень.

Негативні результати державних приймальних випробувань є підставою для відмови у наданні дозволу на виробництво і випуск в обіг ЗВТ.

Негативні результати державних контрольних випробувань є підставою для заборони випуску ЗВТ, а також підставою для економічних санкцій, ліквідації права виробника на серійне виробництво, анулювання реєстраційного посвідчення на виконання названих робіт.

Негативний результат при проведенні повірки є підставою для заборони застосування засобів; погашення відтисків повірювальних тавр; опечатування ЗВТ так, щоби зробити неможливим їх застосування; призначення загальної одночасної повірки всіх ЗВТ з підрозділу, скорочення міжповірочних інтервалів, анулювання свідоцтва про повірку.

При проведенні заходів ДМН за підприємствами, що акредитовані на право здійснювати випробувань, повірки чи калібрування ЗВТ, виявлення порушень є підставою для анулювання документів з акредитації і розпорядження про припинення діяльності або зупинку тих видів робіт, за якими виявлено порушення.

## РОЗДІЛ 6. ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН. СИСТЕМАТИЧНІ ПОХИБКИ.

### 6.1. Загальні поняття про похибки вимірювань.

На даний час вимірювання є неодмінною складовою частиною будь-якого процесу в діяльності людини від дуже складного до дуже простого.

Вимірювання самі по собі є процесом, завершальним етапом якого є “результат вимірювання”.

Поняття “результат вимірювання” не має однозначного визначення. Одні вважають, що “результат вимірювання” – це значення величини плюс оцінка похибки вимірювання, інші вважають, що результат вимірювання – це значення величини, знайдене шляхом її вимірювання. Останнє положення закріплено Державним стандартом.

Отже, **результат вимірювання фізичної величини** – це значення фізичної величини, отримане шляхом її вимірювання.

Наприклад, оператор зняв покази амперметра – 100 А, тобто виконав відлік. Цей відлік і є результатом вимірювання  $R$ , тобто  $R =$  відліку.

Наприклад, при вимірюванні довжини відрізка  $L$  за допомогою штрихового метра виконано два відліки, які відповідають кінцям відрізка:  $Q_1 = 11,1$  мм, і  $Q_2 = 85,6$  мм. Різниця відліків  $Q_2 - Q_1 = 74,5$  мм є результат вимірювання відрізка  $L$ , тобто  $R = Q_2 - Q_1$ .

**Результати вимірювання (РВ)** будь-якої фізичної величини за допомогою засобів вимірювання являють собою приблизну оцінку її значення, оскільки результат вимірювання у загальному залежить від використаного методу та засобу вимірювань, від самої фізичної величини та експериментатора.

Якість результату вимірювання та якість засобів вимірювання (ЗВ) прийнято характеризувати показом їхніх похибок. У загальному, **похибка вимірювань** – це **критерій якості проведених вимірювань**, і являє собою відхилення результату вимірювання фізичної величини від її істинного значення.

Поняття похибки використовується для оцінки характеристик як засобів вимірювань, так і результатів вимірювання.

Якість вимірювання вважається тим вищою, чим ближче результат вимірювання до істинного значення величини. Однак безпосередньо із результатів вимірювань точність визначити не можна.

**Похибка** – кількісна характеристика невизначеності, або неоднозначності, результату вимірювання. Її оцінюють, виходячи із всієї інформації, накопиченої при підготовці і виконанні вимірювань. Цю інформацію обробляють для спільного одночасного визначення остаточного результату вимірювання і його похибок. Остаточний



результат не можна розцінювати як “істинне значення” вимірюваної фізичної величини, тому що в цьому немає сенсу через наявність похибки.

З вищесказаного зрозуміло, що чим більшу кількість однакових вимірювань ми проводимо за одиницю часу, тим більше усереднюємо вплив зовнішніх факторів на вимірювальну величину, тим менше відхилення від середнього значення вимірювальної величини, тобто менше похибка вимірювання.

Основні причини виникнення похибок: недосконалість методів та засобів вимірювання, зміна умов проведення експерименту, яка може впливати як на саму фізичну величину так і, та засоби вимірювання і самого експериментатора. Кожна з наведених причин виникнення похибок зумовлена впливом багатьох чинників, які формують основні складові загальної похибки вимірювання.

Оскільки не існує абсолютно точних приладів і методів вимірювань, то результат вимірювання  $x_{\text{вим}}$  певною мірою відрізняється від істинного значення  $x_{\text{іст}}$ .

При лабораторних і точних промислових вимірюваннях враховуються по можливості всі виникаючі похибки. У цих випадках відлік показань приладу проводиться кілька разів підряд з метою визначення середнього значення вимірювальної величини, вірогідність якого зростає зі збільшенням числа відліку.

Різноманітним є також і характер прояву похибок. Похибки розподіляють на види і їх існує біля 30. Персонал, що пов'язаний із вимірюваннями, повинен чітко засвоїти їхню термінологію.

У першу чергу, потрібно відрізнити **похибку засобу вимірювання та похибку результату вимірювань**. Ці поняття неідентичні.

**Похибка результату вимірювань**  $\Delta_{\text{РВ}}$  - це число, яке показує можливі межі невизначеності значення вимірюваної фізичної величини (ФВ), тобто,  $\Delta_{\text{РВ}}$  оцінює відхилення результату  $x_{\text{вим}}$  вимірювання ФВ певним ЗВ від її істинного  $x_{\text{іст}}$  (чи дійсного  $x_{\text{дійсне}}$ ) значення в об'єкті.

**Похибка засобу вимірювання**  $\Delta_{\text{ЗВ}}$  - це властивість ЗВ, вимірювати ФВ з наперед заданою межею невизначеності, і для визначення цієї властивості у ЗВ необхідно попередньо провести його метрологічні дослідження, використовуючи відповідні правила метрологічної атестації або повірки.

Процедура вимірювання складається із таких головних етапів: прийняття моделі об'єкта вимірювання, вибору методики, вибору ЗВТ, проведення експерименту з метою отримання числового значення результату вимірювання.

Кожному етапові притаманні недоліки, які спричиняють відмінність результату від істинного значення вимірюваної величини (похибки). Залежно від причини виникнення розрізняють:

1. **Методичні (методологічні) похибки** – це похибки моделі і методики, тобто неточність співвідношень між вимірюваною величиною і вихідним сигналом (недосконалість вибраного методу, вплив вимірювальної апаратури на вимірювану фізичну величину).

2. **Інструментальні похибки** – це похибки, зумовлені недосконалістю засобів вимірювальної техніки.

3. **Похибки, зумовлені впливом неконтрольованих зовнішніх причин**, внаслідок чого прилад працює не в нормальному режимі або не за тих умов, за яких здійснювалось його калібрування. Наприклад, при зважуванні тіла на аналітичних вагах на точність показань можуть впливати потоки повітря, електричні поля, порошини, що осідають на зважуване тіло і гирі.

4. **Суб'єктивні похибки** – це похибки, спричинені недосконалістю органів почуттів оператора, недостатнім досвідом, неухважністю при знятті відліків тощо.

На практиці при постановці вимірювального завдання потрібно не просто визначити значення вимірюваної величини, але і визначити її з максимально допустимою похибкою. Максимально допустима похибка визначається технологією подальших практичних дій з матеріальним об'єктом. Таким чином, визначення похибки результату вимірювання є не самоціллю, а вимогою практики.

Основними характеристиками якості результату вимірювань є точність і вірогідність, або степінь довіри, на яку цей результат заслуговує.

## **6.2. Точність вимірювання.**

Говорячи про точність, ми завжди маємо на увазі неточності, які прийнято називати похибками. Намагаючись підвищити точність результату вимірювань, ми прагнемо зменшити неточності, похибки, та якомога ближче підійти до істинного значення вимірюваної величини. Ці похибки є наслідком багатьох причин. В числі цих причин можна назвати недосконалість засобу вимірювань, недосконалість методів вимірювань, недостатність старанність проведення і обробки результатів вимірювань операторами, вплив зовнішніх умов. Тому результат вимірювання  $x_{\text{вим}}$  певною мірою відрізняється від істинного значення  $x_{\text{іст}}$ . Для зменшення похибок необхідно усувати або зменшувати вплив кожної з причин їх появи.

Отже, **точність вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля похибки його результату (чим менша похибка вимірювання, тим більша точність результату вимірювання).

**Точність вимірювань** означає максимальну наближеність їх результатів до істинного значення вимірюваної величини. Чим ближче результат до істинного значення, тим точніше вимірювання. Спеціального кількісного визначення точність не має. Однак у деяких випадках точність визначається кількісно величиною, оберненою до модуля відносної похибки:

$$\gamma = \frac{1}{|\varepsilon|} \quad (6.1)$$

де  $\varepsilon$  - відносна похибка вимірювання.

З виразу (6.1) випливає: чим менша відносна похибка  $\varepsilon$ , тим вища точність вимірювань.

Рівень точності, до якої слід прагнути, визначається критерієм доцільності.

### **6.3. Вірогідність результату вимірювань.**

Як би старанно ми не виконували вимірювання, які б точні засоби вимірювань не застосовували, ми ніколи не можемо узнати істинне значення вимірюваної величини. На практиці ми завжди істинне значення вимірюваної величини замінюємо більш близьким до нього значенням, більш точним, ніж отримане при вимірюванні. Це значення, більш близьке до істинного, називається **дійсним значенням вимірюваної величини**.

**Дійсне значення вимірюваної величини** – це таке значення вимірюваної величини, яке завідомо точніше, ніж отримане при вимірюванні.

При виконанні повторних вимірювань ми кожен раз отримуємо декілька відмінні результати. Який же з них найбільш близький до істинного?

Кожен з результатів містить якусь похибку, яку можна виразити наступним рівнянням:

$$\Delta_i = \pm(x_i - x_{\text{іст}}) \quad (6.2)$$

де  $\Delta_i$  – похибка результату  $i$ -го вимірювання;

$i$  – умовне позначення номера вимірювання;

$x_i$  – результат  $i$ -го вимірювання;

$x_{\text{іст}}$  – істинне значення вимірюваної величини.

Оскільки істинне значення вимірюваної величини залишається невідомим, то і числове значення похибки залишається невідомим.

Теорія імовірностей дає метод оцінки степені наближення результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини. Однак оцінка ця дається не з безумовною, 100 % - ною вірогідністю, а з декілька меншою.

Вірогідність вимірювань характеризує степінь довіри до результатів вимірювань. Вірогідність визначають, використовуючи закони теорії імовірностей і прийоми математичної статистики.

#### **6.4. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика.**

**Похибка результату вимірювання  $\Delta x$**  - це відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини.

Оскільки на практиці користуються дійсним значенням величини, яке заміняє істинне значення, то похибка вимірювання  $\Delta x$  знаходиться за формулою:

$$\Delta x = x_{\text{вим}} - x_{\text{дійсне}} \quad (6.3),$$

де  $x_{\text{вим}}$  - значення величини, отримане на основі вимірювань;

$x_{\text{дійсне}}$  - значення величини, прийняте за дійсне

За дійсне значення при однократних вимірюваннях приймають значення, отримане за допомогою зразкового засобу вимірювань; при багатократних вимірюваннях - середнє арифметичне із значень окремих вимірювань, які входять в даний ряд.

Для оцінювання й визначення шляхів зменшення похибок необхідно знати причини їхнього походження й закономірності змін.

Похибка вимірювання (похибка результату вимірювання) може бути представлена як результат спільного впливу різного роду факторів об'єктивного й суб'єктивного характеру, що варто враховувати при проведенні класифікації похибок.

Похибки вимірювань класифікують за наступними ознаками:

1. за характером прояву – систематичні, випадкові, грубі похибки і промахи;

2. за способом виразу – абсолютні і відносні;

3. за умовами зміни вимірюваної величини – статичні і динамічні;

4. за джерелом виникнення – методичні, інструментальні, суб'єктивні;

5. за способом обробки результатів вимірювань - середні арифметичні і середні квадратичні;

6. за повнотою охоплення вимірювальної задачі – часткові і повні;

7. по відношенню до одиниці фізичної величини – похибки відтворення одиниці, зберігання одиниці і передачі розміру одиниці.

Залежно від закономірності прояву похибки класифікуються на систематичні, випадкові, грубі похибки і промахи.

**Систематична похибка вимірювань**  $\Delta_c$  – складова похибки результату вимірювання, яка залишається сталою або змінюється по певному закону (закономірно змінюється) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини в тих самих умовах.

Постійна систематична похибка — це похибка, яка тривалий час зберігає своє значення, наприклад, протягом часу виконання вимірювань. Похибки, що змінюються, можуть бути безперервно зростаючими, такими, що безупинно зменшуються, які змінюються періодично або за іншою, більш складною закономірністю.

До чинників першого виду (постійна систематична похибка), які обумовлюють появу систематичних похибок належить, наприклад, неправильне градування ЗВ. До чинників другого виду можна віднести зміщення нуля ЗВ (приладу). Коли налаштовують ЗВ, то кажуть, що його "налаштували на нуль". У процесі роботи ЗВ це налаштування поступово збивається, тобто, з'являється похибка, яка закономірно змінюється в часі і яку часто називають ще функціональною, так як її зміну в часі можна записати у вигляді математичної функції.

Систематичні похибки можуть бути настільки великими, що зовсім перевертають результати вимірювань. Тому облік і виключення систематичних похибок становлять важливу частину вимірювальної роботи. Здебільшого вплив систематичних похибок на результати вимірювань може бути врахований.

Прикладом систематичної похибки є похибка термоелектричного термометра, що закономірно змінюється внаслідок зміни температури вільних кінців термопари. Прикладом другого виду систематичних похибок – є більшість додаткових похибок, які є незмінними в часі функціями різних факторів (температури навколишнього середовища, напруги живлення, вологості і т. п.).

Знання характеру зміни систематичної похибки дає можливість вжити заходів щодо зниження впливу цієї похибки на результат вимірювання шляхом її часткового виключення або компенсації. Це може бути досягнуто за допомогою усунення джерел похибок, введенням виправлень, використанням поправочних формул або кривих, що показують залежність показів приладів від зовнішніх умов (наприклад, температури) і т. д.

Ту частину похибки, що залишається після вживання заходів щодо усунення, прийнято називати **невиключною систематичною похибкою** (невиключним залишком систематичної погрішності).

Значення систематичної погрішності звичайно пов'язується з поняттям правильності виміру. Чим менше систематична погрішність, тим правильніше проведено вимірювання, а якщо систематична похибка відсутня, то результат вимірювання називається **виправленим**.

Систематичні похибки спричинені впливом на вимірювання різних ефектів, дію яких не розпізнано і не враховано. Систематичні похибки можуть бути вивчені і результат вимірювання може бути уточнений або шляхом внесення поправок або, використовуючи такі способи вимірювання, які дають можливість виключити вплив систематичних похибок без їх визначення. Один зі способів переконатися у відсутності систематичних похибок - це повторити вимірювання іншим методом і в інших умовах. Збіг отриманих результатів служить деякою гарантією їх правильності.

Отже, систематичні похибки допускаються.

**Випадкова похибка вимірювань**  $\Delta_B$  – складова похибки результату вимірювання, яка змінюється випадковим чином (по знаку і значенню) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини при одних і тих же умовах.

Випадкові похибки неминучі і головною їх особливістю є їхня непередбачуваність від одного вимірювання до іншого. Тому не завжди можна встановити причину їх виникнення. При повторних вимірюваннях вони не залишаються постійними, тому що виникають в результаті спільного впливу на процес вимірювання багатьох причин, кожна з яких проявляє себе по-різному і незалежна одна від одної. Наприклад, це може бути: вплив зовнішніх електромагнітних полів, випадкові зміни самої вимірюваної величини, випадкові похибки використовуваних ЗВ, тертя і вібрація при зважуванні, флуктуації температури і густини повітря тощо.

Випадкові похибки проявляються як нерегулярні розходження результатів вимірювання в останніх двох-трьох значущих цифрах. Ці похибки виникають під дією багатьох незалежних чинників, кожний з яких здійснює незначний вплив на процес вимірювання. Чинники, які спричиняють випадкові похибки, з'являються нерегулярно і зникають несподівано, або проявляються з непередбачуваною інтенсивністю. Присутність випадкової похибки легко визначається при повторних вимірах незмінної ФВ і проявляється у вигляді деякого розкиду результатів вимірювань.

Незначну величину випадкових похибок засвідчує близькість результатів повторних вимірювань.

Оскільки випадкові похибки спричинені впливом на вимірювання чималої кількості другорядних чинників, то, на відміну від причин систематичних похибок, ці чинники практично неможливо розпізнати та врахувати. Тому випадкові похибки не можуть бути усунені з результатів вимірювань як систематичні похибки. Але випадкові похибки піддаються

строгому математичному опису, що дозволяє зробити висновки про якість вимірювань, у яких вони наявні. Для одного вимірювання випадкові похибки не піддаються обліку, однак для ряду повторних вимірювань однієї і тієї самої постійної величини, проведених з однаковою старанністю, їх вплив на отриманий результат після виключення систематичних і грубих похибок можна оцінити з певною імовірністю.

В основі процедури оцінювання випадкових похибок лежить теорія ймовірностей і математична статистика, де випадкова похибка  $\Delta_B$  розглядається як випадкова величина, що приймає різні значення.

Теорія випадкових похибок, заснована на методах теорії ймовірностей і математичної статистики, дозволяє при проведенні певної кількості повторних вимірювань уточнити кінцевий результат. Внаслідок цього теорія випадкових похибок широко використовується для оцінки точності вимірювань і надійності роботи вимірювальних приладів.

Теорія похибок ґрунтується на двох положеннях, які підтверджує практика:

1. при великій кількості вимірювань випадкові похибки однакового числового значення, але різні за знаком, зустрічаються однаково часто;
2. великі (по абсолютному значенню) похибки зустрічаються рідкіше, ніж малі.

Однією із різновидностей **випадкової похибки є груба похибка (промах) – надмірна випадкова похибка.**

**Грубими похибками і промахами** називаються похибки, які суттєво перевищують систематичні або випадкові похибки.

**Груба похибка** або **промах** – це похибка окремого результату вимірювань, яке входить в ряд вимірювань, що за даних умов різко відрізняється від інших результатів цього ряду.

Причинами грубих похибок можуть бути: несправність вимірювальної апаратури, різка зміна умов вимірювань (короткочасна дія магнітного поля, зміна напруги живлення приладу тощо) та інші випадкові впливи.

Грубі похибки за своєю природою є випадковими. Вони звичайно виявляються при обробці результатів повторних вимірювань і з подальшого розгляду виключаються.

При одноразових вимірюваннях визначити грубу похибку неможливо. Для зменшення її появи проводять 2 – 3 разові вимірювання, а за результат приймають середнє значення. При багаторазових вимірюваннях для визначення промахів використовуються статистичні критерії.

Грубі похибки, що з'являються внаслідок неправильних дій оператора, називають також **промахами**. Причинами промахів можуть бути, наприклад, помилки при неправильному записі результату

вимірювання, помилки внаслідок неправильного відліку за шкалою приладу тощо.

Грубі похибки і промахи не враховуються при обробці результатів вимірювань і, як правило, відкидаються.

### **Абсолютна і відносна похибки вимірювання.**

В залежності від форми представлення розрізняють абсолютну і відносну похибки вимірювання.

Похибка вимірювання може бути виражена у вигляді **абсолютної** або **відносної величини** і буває позитивною або негативною.

**Абсолютна похибка вимірювання**  $\Delta x$  — це відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини:

$$\pm \Delta x = x_{\text{ВИМ}} - x_{\text{ІСТ}}, \quad (6.4)$$

де  $x_{\text{ВИМ}}$  - результат вимірювання;

$x_{\text{ІСТ}}$  — істинне значення вимірюваної величини.

Оскільки істинне значення величини невідоме, то на практиці використовують поняття дійсного значення величини ( $x_{\text{Д}}$ ) (умовного істинного значення). Це значення величини, знайдене експериментальним шляхом, і настільки наближене до істинного значення, що для даної мети може бути використане замість нього.

З урахуванням зазначеної обставини:

$$\pm \Delta x = x_{\text{ВИМ}} - x_{\text{ДІЙСНЕ}}$$

Абсолютна похибка вимірювання  $\Delta x$  завжди виражається в одиницях вимірюваної величини.

Наприклад.,  $\Delta x = 0,4\text{В}$ ;  $\Delta x = 2,5 \text{ мкм}$ .

Типова форма подання результату вимірювання наступна:

$$x_{\text{ІСТ}} = x_{\text{ВИМ}} \pm \Delta x. \quad (6.5)$$

Це означає, що істинне значення з досить високою ймовірністю перебуває в інтервалі

$$x_{\text{ВИМ}} - \Delta x < x_{\text{ІСТ}} < x_{\text{ВИМ}} + \Delta x. \quad (6.6)$$

Інтервал (6.6) називається **інтервалом довіри** або **довірчим інтервалом**.

Іноді для одержання точного результату покази приладу множаться на поправочний множник  $k$ , тобто  $x = k \cdot x_{\text{ВИМ}}$ .



У загальному випадку абсолютна похибка  $\Delta x$  вимірювань – є випадковою функцією часу і не можна сказати, яке значення вона матиме в певний момент часу. Можна лише говорити про ймовірність появи її значення в тому чи іншому інтервалі.

Зазвичай для визначення дійсного значення до показання приладу вводиться поправка  $\nabla$ , що чисельно дорівнює абсолютній похибці, взятої з оберненим знаком. Значення  $\Delta x$ ,  $\nabla$  і  $k$  у більшості випадків отримують експериментальним шляхом. Для стаціонарних промислових вимірювань використовуються прилади, найбільші похибки яких перебувають у межах існуючих норм (стандартів), що задовольняють вимоги практики. Тому до показань цих приладів поправки не вводяться.

Абсолютна похибка не може в повній мірі використовуватись як показник точності проведених вимірювань, оскільки одне й теж її значення, наприклад,  $\Delta x = 0.05\text{мм}$  при  $x_{\text{дійсне}} = 100\text{мм}$  – відповідає відносно високій точності вимірювань, а в другому випадку при  $x_{\text{дійсне}} = 1\text{мм}$  – низькій. Тому, для більш наглядної оцінки точності проведених вимірювань, введено поняття відносної похибки.

**Відносна похибка вимірювання  $\varepsilon$**  — це відношення абсолютної похибки вимірювання до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\varepsilon = \frac{\pm (x_{\text{вим.}} - x_{\text{д}})}{x_{\text{д}}} = \frac{\pm \Delta x}{x_{\text{д}}} \quad (6.7)$$

або

$$\varepsilon = \frac{\pm (x_{\text{вим.}} - x_{\text{д}})}{x_{\text{д}}} \cdot 100 \% = \frac{\pm \Delta x}{x_{\text{д}}} \cdot 100 \% \quad (6.8)$$

де  $x_{\text{д}}$  - дійсне значення вимірюваної величини.

Відносна похибка вимірювання виражається в процентах або долях вимірюваної величини.

Якість вимірювань, їх точність зручно характеризувати саме відносною похибкою. Наприклад, швидкість світла  $c = 299792459 \text{ м/с}$  виміряна з абсолютною похибкою  $\Delta c = 1 \text{ м/с}$  або відносною похибкою  $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-9} (3 \cdot 10^{-7} \%)$ . Це дуже висока точність вимірювання. Якщо з такою ж абсолютною похибкою вимірюється мала швидкість, наприклад,  $v = 10 \pm 1 \text{ м/с}$ , то  $\varepsilon = 10\%$  - це досить посередня точність.

При використанні поняття відносної похибки для розглянутого вище випадку, високій точності вимірювань відповідає мале значення відносної похибки:  $\varepsilon = (0,05/100) \cdot 100\% = 0,05\%$ , а низькій – велике:  $\varepsilon = (0,05/1) \cdot 100\% = 5\%$ .

У процесі вимірювання значення фізичної величини, з урахуванням дії багатьох чинників проявляються одночасно обидві складові абсолютної

похибки  $\Delta$  вимірювання: як випадкова ( $\Delta_B$ ) так і систематична ( $\Delta_C$ ), тобто  $\Delta = \Delta_C + \Delta_B$ . Випадкова похибка характеризує відхилення окремого результату вимірювання від певного центра її групування, а систематична – характеризує зміщення цього центру відносно істинного значення вимірюваної величини.

#### **Статична і динамічна похибки вимірювання.**

В залежності від умов і режимів вимірювання розрізняють статичну і динамічну похибки. Вони зумовлені статичною і динамічною похибками використовуваних засобів вимірювань.

**Статичною** називається похибка, яка не залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі. Вона виникає при вимірюванні засобом вимірювання постійної величини. Якщо в паспорті на засіб вимірювання визначено граничні похибки вимірювань в статичних умовах, то вони не можуть характеризувати точність його роботи в динамічних умовах.

**Динамічною** називається похибка, яка залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі.

Виникнення динамічної похибки обумовлено інерційністю елементів вимірювального кола засобу вимірювань, тобто тим, що перетворення у вимірювальному колі відбуваються не миттєво, а потребують деякого часу.

За джерелом виникнення розрізняють методичні, інструментальні та суб'єктивні похибки.

**Методичні похибки** - складові похибки вимірювання, які виникають через недосконалість методу вимірювання та граничну точність значень використаних фізичних констант і припущень в розрахункових формулах.

Причини виникнення цієї похибки можуть бути різними: недостатність вивчення об'єкта вимірювань; неможливість точного обліку впливу зовнішніх факторів; недосконалість теорії фізичних явищ при дослідженні конкретної величини та ін. В результаті зазначених причин залежність між вимірюваною величиною й вихідним сигналом ЗВ відрізняється від реальної. Це й призводить до методичної похибки.

Методичні похибки не можна знайти шляхом аналізу характеристик використовуваного для вимірювань вимірювального приладу. Вони визначаються лише шляхом створення математичних або імітаційних моделей об'єкта вимірювання.

У загальному випадку завдання оцінки методичної похибки належить до розряду складних завдань. Однак у багатьох випадках методичні похибки можуть бути обчислені до проведення вимірювань і виключені з результатів вимірювань. Наприклад, методичну похибку, що виникає у випадку вимірювання амплітуди сигналу вольтметром, що має шкалу, проградуєвану в середньоквадратичних значеннях, можна

виключити шляхом перерахування результату вимірювання через коефіцієнт амплітуди досліджуваного сигналу.

**Інструментальні похибки** - це складові похибки вимірювання фізичної величини, які залежать від похибки використаних засобів вимірювання. Інакше кажучи, інструментальна похибка вимірювання проявляється як сукупність похибок, обумовлених недосконалістю властивостей використовуваних ЗВ.

Вони визначаються конструктивними, технологічними або схемними недоліками ЗВ. Інструментальні систематичні похибки виявляють шляхом повірки засобу вимірювання по зразковому ЗВ більш високої точності.

Розрізняють три складові інструментальної похибки: схемну, технологічну й експлуатаційну.

**Схемна похибка** (похибка схеми або конструкцій) — це інструментальна похибка, властива самій структурній або кінематичній схемі (конструкції) ЗВ. Ця похибка не пов'язана з недоліками виготовлення ЗВ.

**Технологічна похибка** — це інструментальна похибка, що виникає в результаті недосконалості технології виготовлення ЗВ. Наприклад, до технологічних відносять похибки неточного нанесення відміток шкали (похибки градування).

**Експлуатаційна похибка** — це інструментальна похибка, що виникає в процесі експлуатації ЗВ (зношування, старіння, несправності).

**Суб'єктивною** називається похибка вимірювання, що є наслідком індивідуальних властивостей людини, обумовлених фізіологічними особливостями їх організму, швидкістю реакції або укоріненими неправильними навичками.

До суб'єктивної похибки слід зарахувати насамперед похибку відліку, що виникає від недостатньо точного відліку показів ЗВ. Однією із складових похибок відліку є похибка інтерполяції, що виникає від недостатньо точного оцінювання на око частки розподілу шкали, що відповідає положенню покажчика. Іншою складовою похибки відліку є похибка паралакса, що відбувається внаслідок візування стрілки, розташованої на деякій відстані від поверхні шкали, у напрямку, не перпендикулярному поверхні шкали.

Відзначимо, що похибка відліку усувається при використуванні цифрових відлікових пристроїв, де похибка округляється і є інструментальною похибкою.

## **6.5. Принципи оцінювання похибок.**

Оцінювання похибок проводиться з метою отримання об'єктивних даних про точність результату вимірювання. Оцінюють похибку приблизно з точністю, яка відповідає меті вимірювання. Реальні значення

похибки РВ повинні бути і не завищені, і не занижені. Надмірна точність веде до недоцільної витрати коштів на точні ЗВ та часу на вимірювання, а недостатня – може привести до хибного рішення, наприклад, визнання придатним до використання практично не придатного для цього продукту, або виробу, або ЗВ.

Оцінювання похибки може бути **апріорне та апостеріорне**.

**Апріорна оцінка похибки** (до вимірювань) – це перевірка можливості забезпечення необхідної точності до проведення вимірювань, які будуть проводитись в певних умовах вибраним методом та за допомогою конкретного ЗВ. Вона проводиться у випадках:

- вибору ЗВ для вирішення конкретної вимірювальної задачі;
- при нормуванні метрологічних характеристик ЗВ;
- при виборі методик проведення вимірювань.

**Апостеріорна оцінка похибки** (після вимірювань) – проводиться у випадках:

- метрологічної атестації ЗВ або його повірці;
- коли апріорна оцінка незадовільна із-за неврахування індивідуальних властивостей використаного ЗВ.

Її необхідно розглядати як корекцію апріорної оцінки похибки.

Похибка вимірювань описується певною математичною моделлю. Вибір моделі опису ґрунтується на отриманих апріорних відомостях про джерела похибок, а також даних, що отримані при проведенні вимірювань.

У загальному випадку за багаторазових вимірювань математичну модель абсолютної похибки  $\Delta$  вимірювань надають у вигляді декількох складових, а в мінімумі як суму двох складових, які розрізняються за закономірностями прояву:

$$\Delta = \Delta_{\text{С}} + \Delta_{\text{В}}, \quad (6.9)$$

де  $\Delta_{\text{С}}$  та  $\Delta_{\text{В}}$  систематична та випадкова складові похибки.

Кожна із цих складових обумовлена дією різних чинників і може складатись у свою чергу ще з декількох складових. При такому додаванні ВСП повинна бути визначена як довірна межа інтервалу невизначеності і відповідати певній довірчій ймовірності.

## **6.6. Характеристики результатів вимірювань.**

Виходячи з приведених характеристик різних по природі похибок, введемо деякі терміни, які характеризують результати вимірювань в залежності від виду похибок.

**Невиправлений результат вимірювання** – значення фізичної величини, отримане за допомогою засобу вимірювань до введення поправок.

**Виправлений результат вимірювання** – значення фізичної величини, отримане за допомогою засобу вимірювань і уточнене шляхом введення в нього необхідних поправок.

**Збіжність (сходимість) результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, виконуваних повторно одними і тими ж засобами вимірювань, одним і тим же методом, в однакових умовах.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, отриманих в різних місцях, різними методами і засобами, різними операторами, в різний час, але приведених до одних і тих же умов (температура, тиск, вологість та інші).

**Правильність результату вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля систематичних похибок в їх результатах.

На практиці правильним вважається той результат вимірювань, похибка якого не перевищує встановленого значення.

### **6.7. Види систематичних похибок.**

Систематичні похибки при повторних вимірюваннях залишаються сталими або змінюються по певному закону. Вони не залежать від числа вимірювань.

Систематичні похибки можуть бути визначені експериментально. Іноді їх можна розрахувати на основі характеристик вимірювальних пристроїв, які використовуються для вимірювань. І в першому, і в другому випадках результат покращують шляхом введення поправок.

Поправку можна ввести шляхом віднімання із результату вимірювання систематичної похибки, множення на коефіцієнт поправки тощо. В цьому випадку значення вимірюваної величини, найбільш близьке до істинного, визначають в 3 етапи:

1. проводять вимірювання, результат якого завідомо містить систематичну похибку;
2. визначають систематичну похибку;
3. вносять в результат вимірювання поправку.

Систематичні похибки можна поділити на декілька груп.

1. Похибки, природа яких відома і які можуть бути досить точно визначені. У цьому випадку в результати вимірювань можна внести виправлення і тим самим виключити похибку або істотно її зменшити.

2. Похибки відомого походження, але невідомої величини.

3. Похибки, про існування яких ми не підозрюємо, хоча їх величина може бути значною. Такого типу похибки найбільш небезпечні, особливо при складних вимірюваннях і в маловивчених областях дослідження.

4. Похибки вимірювальних приладів значною мірою також є систематичними.

Систематичні похибки можуть бути настільки великими, що зовсім перевертають результати вимірювань. Тому облік і виключення систематичних похибок становлять важливу частину вимірювальної роботи. Необхідно дуже ретельно продумувати методику вимірювань і підбирати прилади, проводити контрольні вимірювання, оцінювати роль факторів, що заважають, і т.д. Один зі способів переконатися у відсутності систематичних похибок - це повторити вимірювання іншим методом і в інших умовах. Збіг отриманих результатів служить деякою гарантією їх правильності.

Разом з тим при обробці результатів вимірювань, необхідно виходити з того, що при будь-яких вимірюваннях повне виключення систематичної похибки неможливе, тобто завжди залишається частина невиключеної похибки, що і є систематичною складовою похибки вимірювання.

Розглянемо класифікацію систематичних похибок, які відрізняються причинами виникнення. В основному розрізняють наступні групи систематичних похибок, які поділяються за місцем виникнення похибки вимірювань:

1. інструментальні похибки;
2. похибки внаслідок неправильної установки вимірювального пристрою;
3. похибки, виникаючі внаслідок зовнішніх впливів;
4. похибки методу вимірювання(теоретичні похибки);
5. суб'єктивні похибки.

### **1. Інструментальні похибки.**

Інструментальні похибки вимірювання – це складові похибки вимірювання фізичної величини, які залежать від похибки використаних засобів вимірювання. Причини їх виникнення містяться у властивостях засобів вимірювань, що використовуються. Вони є наслідком ряду причин: зношування деталей приладу, зайве тертя в механізмі, неточне нанесення штрихів(поділок) на шкалу тощо. Вони визначаються конструктивними, технологічними або схемними недоліками ЗВ. Кожний, навіть новий, прилад має основну похибку, що із часом звичайно зростає за рахунок появи залишкових деформацій пружин, зношування тертьових частин та ін.

Інструментальні систематичні похибки виявляють шляхом повірки засобу вимірювання по зразковому ЗВ більш високої точності.

## **2. Похибки внаслідок неправильної установки засобів вимірювань.**

Правильність показів ряду засобів вимірювань визначається положенням їх рухомих частин відносно нерухомих. До них відносяться всі засоби вимірювань, принцип дії яких пов'язаний з механічною рівновагою. Відхилення такого засобу вимірювань від правильного положення може привести до прямого або непрямого викривлення його показів.

Шкідливий вплив нахилу має місце і для ряду інших засобів вимірювань, в конструкцію яких входить маятник.

## **3. Похибки, виникаючі внаслідок зовнішніх впливів.**

Ці похибки є наслідком неврахованих зовнішніх впливів. Ці впливи не враховуються по різним причинам: внаслідок недостатнього знання властивостей апаратури, внаслідок того, що джерело впливаючої величини невідомо оператору тощо.

Найбільшу небезпеку уявляють величини, які діють неперервно на протязі процесу вимірювання. Вони вносять систематичні похибки, які можуть лишатися непомітними внаслідок їх постійності.

До причин, які приводять до похибок цього виду відносять: вплив навколишньої температури, вплив магнітних і електричних полів, вплив атмосферного тиску і вологості повітря.

## **4. Похибки метода вимірювань або методичні (теоретичні) похибки.**

**Методичні похибки** – це складові похибки вимірювання, які виникають через недосконалість методу вимірювання та граничну точність значень використаних фізичних констант і припущень в розрахункових формулах.

Якщо підходити строго, то в багатьох методах вимірювань можна виявити теоретичні похибки, які є наслідком тих чи інших припущень і спрощень, застосування емпіричних формул і функціональних залежностей.

В деяких випадках таких припущень виявляється незначна кількість, набагато менша, ніж допустимі похибки вимірювань; в інших вона перевищує ці похибки.

Прикладом похибки цього виду є похибки метода вимірювань електричного опору за допомогою амперметра і вольтметра (рис.б.1).

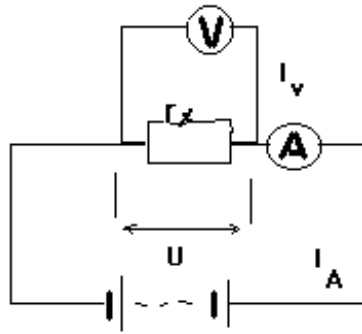


Рис. 6.1. Схема вимірювання опору за допомогою амперметра і вольтметра.

Якщо опір  $r_x$  визначають за формулою закону Ома

$$r_x = U / I_A,$$

де  $U$  – падіння напруги, виміряне вольтметром  $V$ ;

$I_A$  – сила струму, виміряна амперметром  $A$ ;

то буде допущено теоретичні похибки, оскільки сила струму  $I_A$  буде більша за силу струму в опорі  $r_x$  на значення сили струму  $I_V$  у вольтметрі, який включений паралельно опорі.

Опір  $r_x$ , визначений за допомогою приведеної формули, виявиться меншим за дійсний. Поправку легко обрахувати, якщо знати опір вольтметра і амперметра.

До похибок методу можна віднести також вимірювання об'єму тіл, форма яких приймається геометрично правильною.

### 5. Суб'єктивні систематичні похибки.

Ці похибки, як правило, є наслідком індивідуальних властивостей людини, обумовлених особливостями його організму або неправильними навичками.

В виникненні суб'єктивних систематичних похибок велику роль відіграє також швидкість реакції на отриманий сигнал. У різних осіб вона відмінна. Так, швидкість реакції людини на світловий сигнал коливається від 0,15 до 0,225 с, на звуковий сигнал - від 0,082, до 0,195 с.

Вплив на результати вимірювань систематичних похибок враховується введенням до показань приладів виправлень, обумовлених розрахунковим або експериментальним шляхом. Виключення становлять лише похибки, що виникають з вини спостерігача, які обліку не піддаються.



## 6.8. Характер прояву систематичних похибок.

За характером прояву систематичні похибки поділяються на **сталі і змінні**.

Змінні похибки, в свою чергу, поділяються на **прогресуючі (дрейфові), періодичні і ті, які змінюються по складному закону**.

**Сталі систематичні похибки** - похибки, які тривалий час зберігають своє значення і знак (наприклад на протязі серії вимірювань).

Цей вид похибки зустрічається найчастіше. До сталих похибок належать похибки більшості мір, наприклад, гирь, кінцевих мір довжини та інші, а також похибки градуїровки шкал вимірювальних приладів та ряд інших.

**Прогресуючі систематичні похибки** – це складові похибки, які повільно (поступово) змінюються в часі і спричиняються, як правило, старінням деталей ЗВ. Особливість їх в тому, що вони можуть бути скориговані введенням поправки, але тільки на деякий час, а потім вони знову монотонно зростають.

Однією з причин їх виникнення може бути поступове падіння напруги джерела струму, живлячого вимірювальний пристрій.

**Періодичні систематичні похибки** – похибки, які періодично змінюють значення і знак.

Як приклад можна привести засоби вимірювань з круговою шкалою, стрілка яких при вимірюванні здійснює декілька обертів (секундоміри, індикатори годинникового типу). Періодична похибка в показах таких пристроїв виникає в тих випадках, коли вісь обертання стрілки не співпадає з центром кола шкали.

**Похибки, які змінюються по складному закону** можуть бути представлені у вигляді кривої або у вигляді формули. Одним з прикладів є похибки електричних лічильників, залежність яких від нагрівки виражається кривою (рис.6.2).



Рис. 6.2. Залежність похибки електричних лічильників від зміни нагрівки.

## 6.9. Виявлення й усунення систематичних похибок

Систематичні похибки викривляють результат вимірювання найбільш суттєво. Тому виявлення і усунення їх джерел набуває важливого значення. Саме систематичні похибки неодноразово були причиною помилкових наукових висновків, встановлення помилкових фізичних законів.

Систематичні похибки залежно від джерела (причини) виникнення розподіляються, як ми вже відзначали, на методичні, інструментальні й суб'єктивні. Крім того, систематичні похибки можуть бути постійними або змінними, а також адитивними або мультиплікативними. Зазначені різновиди систематичних похибок необхідно враховувати при їхньому виявленні й усуненні

Виявлення й усунення систематичних похибок проводиться протягом усього процесу вимірювань: при підготовці до вимірювань (профілактика похибок); у процесі вимірювань (експериментальне виключення похибок); при обробці результатів вимірювань (оцінка меж систематичних похибок або внесення виправлень у результат вимірювань).

Виключення або зниження систематичних похибок є важливою задачею, тому що невиявлені систематичні похибки стійко спотворюють результат вимірювань й тому вважаються більш небезпечними в порівнянні з випадковими похибками, які визначають вірогідність результату вимірювань.

Якщо причини й джерела систематичних похибок виявлені, то можна вжити заходів до їхнього усунення або виключення. Усунення виявленої систематичної похибки з результату вимірювання проводять за допомогою введення виправлення або поправочного множника.

Виправленням називається значення величини, однойменної з вимірюваною, яке необхідно додати до отриманого при вимірюванні значення величини. Виправлення вноситься, коли похибка носить адитивний характер.

Поправочний множник являє собою число, на яке множать результат вимірювання (при мультиплікативній похибці).

Після внесення виправлення або поправочного множника результат вимірювання називається **виправленим**.

Способи виключення і врахування систематичних похибок можна поділити на 4 основні групи:

1. Усунення джерел похибок до початку вимірювань – профілактика похибок;
2. Виключення похибок в процесі вимірювання (експериментальне виключення похибок) способами заміщення, компенсації похибки за знаком, протиставлення, симетричних спостережень, рандомізації;

3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання (виключення похибок обрахуванням);

4. Оцінка границь систематичних похибок, якщо їх неможливо виключити.

### **6.9.1. Усунення джерел похибок до початку вимірювання.**

Усунення джерел систематичних похибок до початку вимірювань є найбільш раціональним, оскільки він повністю або частково звільняє від необхідності усувати похибки в процесі вимірювань. Тобто усунення джерел похибок суттєво спрощує і прискорює процес вимірювання. Під усуненням джерела похибок слід розуміти як безпосереднє його усунення (наприклад, усунення джерела тепла), так і захист вимірювальної апаратури і об'єкта вимірювань від впливу цих джерел.

Джерела інструментальних похибок можуть бути усунені до початку вимірювань шляхом регулювання або ремонту, необхідність в яких встановлюється при провірці. Таким чином, можна зробити висновок, що до початку вимірювань необхідно повірити засоби вимірювань.

При підготовці до вимірювань, виявлення й усунення можливих причин виникнення систематичних погрешностей багато в чому залежить від досвіду оператора, розуміння ним природи виникнення похибок, правильності вибору методу вимірювання й засобів вимірювання.

Розглянемо деякі причини виникнення систематичних похибок і методи їх усунення до початку вимірювань.

#### **Усунення впливу температури.**

Для усунення температурної похибки широко застосовують термостатування, тобто забезпечення певної температури навколишнього середовища із допустимими коливаннями. Термостатують великі приміщення (цехи, лабораторії), невеликі приміщення (кімнати, камери), засоби вимірювань в цілому або окремі їх частини.

В залежності від жорсткості вимог щодо температурного режиму, застосовують різні способи термостатування.

#### **Усунення впливу магнітних полів.**

Вплив магнітних полів не завжди легко виявити. Розрізняється також ступінь впливу полів на покази різних вимірювальних приладів.

Єдиним засобом захисту приладів від впливу магнітного поля Землі є обладнання замкнених і неперервних екранів з магнітно-м'яких матеріалів (з великою магнітною проникністю і малою коерцитивною силою).

Слід мати на увазі, що екранування не є повним і зовнішні магнітні поля, утворені постійними і змінними струмами, все одно впливають на екрановані вимірювальні пристрої.

Набагато легше здійснити екранування від електромагнітних полів високої частоти. В цьому випадку використовують матеріали з високою

електропровідністю. Ефект досягається за рахунок віхревих струмів і утворених ними зустрічних електромагнітних полей. До того ж такий екран краще захищає механізм від електричних полей.

### **Усунення шкідливих вібрацій і струсів.**

Ці впливи усувають шляхом амортизації засобу вимірювань і його деталей.

Для амортизації використовують різні поглиначі коливань в залежності від частоти цих коливань і чутливості засобу вимірювань до них.

Наприклад, губчатую гуму в поєднанні з різного роду еластичними підвісами (струни, пружини) та інші.

Вплив таких факторів як зміна атмосферного тиску простими засобами не можна усунути. Застосовують барокамери з регульованим тиском.

Разом з тим відомі загальні правила (рекомендації), якими варто керуватися для виявлення й усунення розглянутих похибок.

Розглянемо деякі правила.

1. Використання для вимірювань тільки повірених засобів вимірювань. Застосування на практиці цієї вимоги є найбільш простим і разом з тим ефективним засобом виявлення й усунення постійної систематичної похибки. У процесі перевірки покази вимірювального приладу  $x_{\text{пов}}$  порівнюють із показами робочого еталона  $x_{\text{ет}}$  і визначають похибку:

$$\Delta = x_{\text{пов}} - x_{\text{ет}}$$

Поправка  $\nabla$  у цьому випадку буде дорівнювати виявленій похибці, взятій із протилежним знаком, тобто

$$\nabla = - \Delta$$

Зазначимо, що навіть після внесення виправлення в результат вимірювання, отриманого за допомогою повіреного ЗВ, невиключений залишок систематичної похибки залишається. Його можна вважати рівним похибці робочого еталона.

2. Калібрування засобів вимірювань за допомогою зовнішнього або внутрішнього джерела каліброваного сигналу з параметрами, заданими з високою точністю. Для деяких ЗВ, наприклад осцилографа, ця операція проводиться після кожного перемикання меж вимірювань, тим самим усувається мультиплікативна складова систематичної похибки. Адитивна складова похибки усувається перед початком вимірювань, наприклад, шляхом встановлення нульових показань.

3. Усунення факторів, що визначають виникнення похибок. Найпоширенішими заходами, спрямованими на усунення (зменшення)

факторів, що впливають на виникнення похибок, є термостатування, екранування, стабілізація джерел живлення ЗВ, амортизація ЗВ, віддалення засобу й об'єктів вимірів від джерел впливів і т.ін.

### **6.9.2. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання.**

Виключення систематичних похибок в процесі вимірювань є ефективним шляхом усунення ряду шкідливих факторів. При цьому немає потреби застосовувати будь-які спеціальні установки і приладдя.

Виключенню таким способом піддаються, в основному, інструментальні похибки, похибки від установки і похибки від зовнішніх впливів. Характерним для цього способу є необхідність виконання повторних вимірювань.

Виділяють чотири способи виключення систематичних похибок в процесі вимірювань: метод заміщення, метод компенсації похибки за знаком, метод протиставлення, метод симетричних спостережень.

#### **1. Спосіб заміщення.**

Спосіб заміщення є одним з найбільш поширених способів виключення похибок. Він полягає в тому, що вимірюваний об'єкт заміняють відомою мірою, яка знаходиться в тих же умовах, в яких знаходився сам об'єкт.

При використанні методу заміщення вимірюють невідому величину  $x$ , а потім однойменну відому величину, відтворену регульованою мірою  $x_M$ . Регулюючи величину міри, досягають однакових показань вимірювального приладу, тоді  $x = x_M$ , тобто за остаточний результат виміру приймають значення міри  $x_M$ . Похибка вимірювань при використанні цього методу визначається похибкою міри й похибкою, що виникає при відліку. Оскільки точність мір звичайно вища точності використовуваних вимірювальних приладів, даний метод у багатьох випадках дозволяє істотно підвищити точність.

Наприклад, точне зважування по методу Борда полягає у наступному. На одну чашу ваги кладуть зважувану масу. Вагу приводять в рівновагу, кладучи на другу чашку ваги будь-який вантаж, який в процесі вимірювань не змінюється, наприклад, дробинки. Коли рівновагу досягнуто зважувану масу знімають і на її місце ставлять гирі до досягнення рівноваги. Сумарне значення гирь, потрібних для відновлення рівноваги, відповідає значенню зважуваної маси. Таким чином виключається похибка, пов'язана з нерівністю плечей ваги.

Цей спосіб вдосконалив Д.І.Менделєєв. На чашку ваги, призначену для зважуваної маси, встановлюють повний комплект гирь і зрівноважують вагу довільним вантажем. Потім на чашку з гирями кладуть зважувану масу і знімають частину гирь для відновлення рівноваги. Сумарне значення маси знятих гирь відповідає значенню зважуваної маси.

Такий варіант способу заміщення дозволяє не тільки виключити похибку від нерівності плечей ваги, але і зберігти незмінною чутливість ваги, оскільки постійна чутливість ричажної ваги може бути забезпечена при одній нарузці.

Широко застосовують спосіб заміщення при вимірюваннях електричних параметрів – опору, ємності, індуктивності. Порядок виконання вимірювань в принципі той же. В більшості випадків при цьому користуються нульовими методами (мостові, компенсаційні та інші).

Усунення систематичних похибок методом заміщення широко використовують у сучасних цифрових приладах. Наприклад, у цифрових вольтметрах постійного струму підстроювання робочого струму приладу здійснюється з використанням нормального елемента.

## 2. Спосіб компенсації похибки за знаком.

Метод компенсації похибки за знаком застосовується при спрямованій дії величини, що викликає систематичну похибку, тобто коли похибки в залежності від умов вимірювань можуть входити в результат вимірювання із протилежними знаками. Суть методу полягає в проведенні двох вимірювань однієї й тієї ж величини  $x$  таким чином, щоб систематична похибка (відома за природою, але невідома за розміром) входила в результати з протилежними знаками.

Тоді похибка виключається при обрахуванні середнього значення.

Наприклад, нехай  $x_1$  і  $x_2$  – результати двох вимірювань  $\Delta$  – систематична похибка, природа якої відома, але невідомо її значення;  $x_d$  – значення вимірюваної величини, вільне від даної похибки.

Тоді

$$x_1 = x_d + \Delta; \quad x_2 = x_d - \Delta. \quad (6.10)$$

Середнє значення дорівнює:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(x_d + \Delta) + (x_d - \Delta)}{2} = x_d \quad (6.11)$$

Другий приклад: для виключення впливу зовнішнього постійного електричного або магнітного поля знак похибки змінюють поворотом вимірювального приладу на  $180^\circ$ .

Для виключення систематичної похибки даним методом необхідно обов'язково виконати парне число вимірювань, щоб всі похибки, додатні за знаком зрівноважились рівним числом від'ємних похибок.

Цей спосіб використовується обмежено.

### 3. Спосіб протиставлення.

Цей спосіб має велику схожість із способом компенсації похибки по знаку. Він полягає в тому, що вимірювання виконують 2 рази, причому так, щоб причина, яка зумовлює похибку при першому вимірюванні, учинила протилежну дію на результат другого.

Як приклад можна привести зважування на рівноплечій вазі, запропоноване Гаусом для виключення похибки внаслідок залишкової нерівності плечей.

При першому зважуванні масу  $x$ , покладену на одну чашку ваги зрівноважують гирями загальною масою  $m_1$ , покладеними на другу чашку. Тоді

$$x = \frac{l_2}{l_1} m_1 \quad (6.12),$$

де  $\frac{l_2}{l_1}$  – дійсне відношення плечей.

Потім зважувану масу перекладають на ту чашку, де знаходились гирі, а гирі – на ту, де знаходилась маса. Оскільки відношення  $\frac{l_2}{l_1}$  не точно дорівнює 1, рівновага порушується, і для зрівноваження маси  $x$  треба використати гирі з загальною масою  $m_2$ :

$$m_2 = \frac{l_2}{l_1} x \quad (6.13).$$

Розділивши (6.7) на (6.8) отримуємо

$$x = \sqrt{m_1 \cdot m_2} \quad (6.14)$$

або, якщо  $m_1$  і  $m_2$  незначно відрізняються один від одного

$$x = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (6.15)$$

Основна область застосування способу протиставлення – виключення похибки при порівнянні вимірюваної величини з мірою майже рівного значення.

#### 4. Спосіб симетричних спостережень.

Цей спосіб використовується для виключення прогресивної похибки, яка є лінійною функцією часу (або другої величини).

Така функція може бути зображена у вигляді графіка (рис.6.3). По вісі абсцис відкладений час, по вісі ординат – прогресивна похибка.

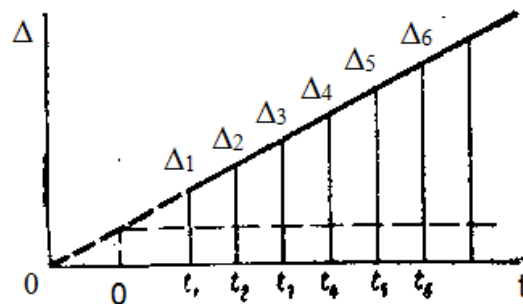


Рис. 6.3. Графік прогресивної похибки.

Спосіб симетричних спостережень полягає в тому, що вимірювання виконують послідовно через однакові проміжки часу. При обробці використовують властивість результатів будь-яких двох вимірювань, симетричних відносно середньої точки інтервалу спостережень. Ця властивість полягає в тому, що похибки результатів будь-якої пари симетричних спостережень дорівнюють похибці середньої точки інтервалу.

Наприклад, було виконано 5 вимірювань. Їх було почато в момент  $t_1$  (рис.6.3), коли похибка мала значення  $\tau_1$ .

Можна показати, що

$$\frac{\tau_1 + \tau_5}{2} = \frac{\tau_2 + \tau_4}{2} = \tau_3 \quad (6.16)$$

Число вимірювань може бути і парним.

Тоді



$$\frac{\tau_1 + \tau_6}{2} = \frac{\tau_2 + \tau_5}{2} = \frac{\tau_3 + \tau_4}{2} \quad (6.17)$$

Спосіб симетричних спостережень рекомендують використовувати і тоді, коли можливість існування прогресивної похибки не очевидна. Ряд вимірювань, виконаних у вказаному порядку, в поєднанні з будь-яким способом виключення постійної похибки дозволить виявити і виключити прогресивну похибку, якщо вона є.

## 5. Рандомізація

Ефективним методом виключення систематичної інструментальної похибки вважається її рандомізація (переведення у випадкові). Рандомізація звичайно здійснюється шляхом багаторазового вимірювання однієї й тієї ж величини декількома однотипними приладами. При цьому, якщо для одного приладу похибка систематична, то для кожного з інших вимірювальних приладів вона змінюється випадково. При усередненні результату вимірювань систематичні похибки, властиві кожному приладу, значною мірою компенсуються.

### 6.9.3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання.

Результат вимірювання виправляють шляхом обрахування. Найбільш поширеним випадком внесення поправок є алгебраїчне додавання результату вимірювання і поправки. Поправка по числовому значенню дорівнює систематичній похибці і протилежна їй по знаку.

В інших випадках похибку виключають шляхом добутку результату вимірювання на поправочний множник, який може бути більше або менше 1. Розраховувати на високу точність виправленого результату можна тільки при умові, що поправка мала в порівнянні з вимірним значенням, або поправочний множник близький до 1. Поправочний множник 1,1 відповідає похибці 10%. Така похибка зустрічається рідко. Частіше поправочний множник буде рівний 1,01; 1,02; і т.д.

Наприклад, показ засобу вимірювань дорівнює 85, поправочний множник 1,02. Поправка дорівнює  $85 \cdot 0,02 = 1,70$ . Отже, результат вимірювання з урахуванням поправки буде  $85 + 1,7 = 86,7$ . Можна відразу знайти виправлений результат:  $85 \cdot 1,02 = 86,7$ .

Щоб внести поправки в результат вимірювань, треба передусім визначити ці поправки, для чого засоби вимірювань повіряють.

Як правило, похибки засобів вимірювань, а також інші дані і залежності, необхідні для визначення і внесення поправок виявляють до виконання вимірювань. Однак їх можна визначити і після вимірювань, що не вважається неправильним.

#### **6.9.4. Оцінка границь систематичних похибок.**

В ряді випадків виключення систематичних похибок є практично неможливим. Це відноситься до методів вимірювань, систематичні похибки яких недостатньо вивчені.

Наприклад, кутова швидкість диску лічильника електричної енергії в кожний даний момент часу пропорційна споживаній потужності. Однак, в дійсності, вона не строго пропорційна потужності, внаслідок чого виникають систематичні похибки, які є різними при різному навантаженні, тобто при різній потужності.

Якщо не можна виключити систематичні похибки, обмежуються оцінкою границь можливих систематичних похибок. Іноді вважають, що похибки лічильника випадкові, оскільки невідомі причини їх появи, але це невірно, оскільки кожному значенню споживаної потужності відповідає певна похибка. Споживана потужність також не є випадковою величиною, а залежить від режиму роботи електричних пристроїв, які споживають енергію. При зміні навантаження може змінитися навіть знак похибки, що в результаті приведе до її часткової компенсації.

Таким чином, немає можливості визначити результуючу похибку, а отже і необхідну поправку. Можна тільки відзначити: якщо систематичні похибки лічильника не виходять за межі  $\pm 2\%$ , то похибки обліку енергії складають лише  $2\%$ .

## РОЗДІЛ 7. ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ.

### 7.1. Основні поняття теорії випадкових похибок.

При виконанні з однаковою старанністю і в однакових умовах повторних вимірювань однієї і тієї ж сталої величини ми отримуємо результати спостережень. Деякі з них відрізняється один від одного, а деякі співпадають.

Такі розходження в результатах вимірювань свідчать про наявність в них випадкових похибок.

Кожна випадкова похибка виникає при одночасній дії багатьох джерел. В кожний даний момент часу ці джерела виявляють себе по-різному, без закономірного зв'язку між собою, незалежно один від одного.

Такий характер впливу кожного із численних джерел веде до того, що і сумарна їх дія, тобто помітні розходження в результатах окремих спостережень, проявляється без закономірного зв'язку з попередніми і понаступними вимірюваннями. Це і дає підстави говорити про випадкові похибки.

Після усунення систематичних похибок та промахів результат вимірювання міститиме тільки випадкові похибки, які дослідним шляхом усунути неможливо. Вплив випадкових похибок розраховують на підставі математичної обробки результатів багатьох вимірювань.

При розгляді впливу випадкових похибок на результат вимірювань основна задача полягає в вивченні властивостей сукупності результатів окремих спостережень. Ці властивості не залежать від індивідуальних особливостей окремо кожного із джерел похибок.

Для характеристики випадкової величини необхідно знати сукупність можливих значень цієї величини та ймовірність, з якою ці значення виникають.

Із теорії ймовірностей відомо:

1. За значної кількості вимірювань похибки, рівні за величиною, однак протилежні за знаком, трапляються однаково часто.
2. Малі похибки трапляються частіше, ніж великі. Дуже великі похибки не трапляються.
3. Випадкові похибки мають певний, найчастіше - нормальний закон розподілу.

Якщо внаслідок багаторазових вимірювань деякої величини отримали  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  результатів, то кожному з них відповідає ймовірність виникнення  $p_1$ . Співвідношення, яке встановлює зв'язок між можливими значеннями результату та ймовірностями їх появи називається **законом розподілу** випадкової величини.

Теорія імовірностей дає математичні методи вивчення властивостей випадкових подій в великих сукупностях. Теорія похибок використовує математичний апарат теорії імовірностей і математичної статистики, і базується на розгляді появи випадкових похибок при багаторазових спостереженнях як випадкових подій.

**Випадковою** називається подія, яка при здійсненні певного комплексу умов може або відбутися або не відбутися.

В нашому випадку можна сказати, що при виконанні повторних спостережень (вимірювань) в однакових умовах кожна з численних можливих причин випадкових змін результатів може або з'явитися або не з'явитися. В результаті випадкові зміни при кожному вимірюванні можуть бути будь-якими як по величині, так і по знаку.

Якщо позначити істинне значення вимірюваної величини через  $x_{\text{іст}}$ , то можна записати

$$\Delta x_i = x_i - x_{\text{іст}} \quad (7.1)$$

де  $x_i$  - результат і-го спостереження;

$\Delta x_i$  – випадкова похибка і-го вимірювання.

Введемо поняття ймовірності.

Ймовірність події є кількісною оцінкою (характеристикою) об'єктивної можливості її появи. Ймовірність достовірної події дорівнює 1, а ймовірність неможливої події – 0. Ці події є **невипадковими**.

Події, ймовірності появи яких більше нуля і менше одиниці, є подіями **випадковими**.

Події називаються **рівноімовірними**, якщо ймовірність їх настання однакова.

Події називаються **незалежними**, якщо ймовірність настання однієї з них не залежить від того здійснилась чи ні інша подія.

Події називаються **взаємно виключаючими**, якщо настання однієї події робить неможливим здійснення другої.

Існує два методи визначення ймовірності: метод безпосереднього розрахунку і статистичний метод

### **Метод безпосереднього розрахунку**

В деяких випадках можливо виконати розрахунок ймовірності появи тієї чи іншої події.

Розрахунок імовірностей розглянемо на прикладі кидання кубика, на кожній з шести граней якого нанесені точки від 1 до 6.

Поява при киданні кубика числа очок, рівного 1,2,3,4,5 або 6 є достовірною. Поява семи очок неможлива. Поява одного очка – подія

можлива, але випадкова. Ймовірність появи одного очка (або іншої кількості очок в межах 6) можна розрахувати.

Загальна кількість можливих подій дорівнює 6 і оскільки вони рівноімовірні, ймовірність кожної з них складає 1/6. В символах теорії ймовірностей цей результат можна записати у вигляді:

$$P(N) = 1/6. \quad (7.2)$$

Це означає, що ймовірність  $P$  появи заданого числа очок  $N$  дорівнює 1/6. В загальному вигляді

$$P(A) = p, \quad (7.3)$$

тобто ймовірність події  $A$  дорівнює  $p$ .

Отже, для будь-якого досліду, в якому можливі результати відомі і рівноімовірні, можна подібно до розглянутого прикладу безпосередньо розрахувати ймовірність появи того чи іншого результату. Якщо відомо, що із загальної кількості подій  $n$  поява бажаного результату  $A$  можлива  $m$  разів, то

$$P(A) = m/n \quad (7.4)$$

Наприклад, якщо в прикладі з кубиком необхідно визначити ймовірність випадання парного числа (тобто 2,4,6), то оскільки  $n = 6$  і  $m = 3$

$$P(A_{\text{парне}}) = \frac{3}{6} = 0,5 \quad (7.5)$$

Якщо є дві незалежні події  $A$  і  $B$ , ймовірності появи яких  $P(A)$  і  $P(B)$  відповідно, то ймовірність того, що відбудеться або подія  $A$  або подія  $B$ , визначається за формулою

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \quad (7.6)$$

де

$$P(AB) = N_{AB} / N = P(A) \cdot P(B) \quad (7.7)$$

ймовірність здійснення одночасно двох подій  $A$  і  $B$  ( $N_{AB}$  – кількість одночасно здійснених подій  $A$  і  $B$ ).

Для взаємно виключаючих подій

$$P(AB) = 0. \quad (7.8)$$

Формула (7.6) визначає теорему додавання імовірностей.

Вираз (7.7) називається множенням імовірностей. Він визначає ймовірність того, що відбудеться і подія А і подія В.

Якщо відомі ймовірності  $P_i$  всіх  $m$  можливих взаємно виключаючих подій в даній системі, то

$$\sum_{i=1}^m P_i = 1. \quad (7.9)$$

Формула (7.9) називається **умовою нормування імовірностей**.

### **Статистичний метод визначення ймовірності.**

Визначити ймовірності розрахунком можливо лише в небагатьох випадках. Частіше застосовують статистичний метод визначення ймовірності події.

Сутність методу полягає в наступному: в результаті тривалих спостережень явищ масового характеру було встановлено, що та чи інша подія зберігає стійку частоту появи по відношенню до загальної кількості всіх розглядуваних явищ.

Стійкість частоти появи тієї чи іншої випадкової події перевірялася багатьма експериментаторами на подіях, ймовірність яких можна було розрахувати теоретично.

Наприклад, при киданні монети теоретична ймовірність випадання герба дорівнює 0,5.

Було проведено 3 експерименти. В одному кількість кидань була 4040, кількість випадань герба 2048, частота випадань герба – 0,5080.

В другому 12000 - 6019 – 0,5016

В третьому 24000 - 12012 – 0,5005.

Як бачимо частота випадань герба близька до теоретичної ймовірності і тим ближче до неї, чим більша кількість кидань.

Однак не можна категорично стверджувати, що при великій кількості дослідів частота подій не буде значно відхилятися від ймовірності. Можна тільки говорити, що ймовірність такого відхилення мала і тим менша, чим більша кількість дослідів.

Таким чином, ми логічно переходимо до розгляду законів розподілу випадкових величин.

## 7.2. Дискретні та неперервні випадкові величини.

Всі випадкові величини поділяються на дві великі групи – дискретні та неперервні.

**Дискретною випадковою величиною** називається така величина, можливі значення якої уявляють собою **скінчену або нескінченну послідовність чисел**.

Наприклад, можливе число очок при киданні кубика, тобто 1,2,3,4,5,6; можливе число попадань в ціль при ста пострілах: 0,1,2,...99,100. і т.д.

Проміжки між значеннями дискретних величин **не заповнені**, тобто при киданні кубика не може випасти 2,5 або 3,25 і т.д.

**Неперервною випадковою величиною** називається величина, можливі значення якої утворюють **неперервний ряд чисел**.

Можливі значення неперервних величин заповнюють будь-який проміжок без розривів і скачків.

Наприклад, неперервними величинами є довжина відрізка лінії, проміжок часу, інтервал температури і т.д.

Більшість вимірюваних величин ми вважаємо неперервними. В ряді випадків це пов'язано з недостатньою чутливістю засобів вимірювань, які не дають можливості виконувати вимірювання шляхом підрахунку окремих частинок.

З іншого боку, неперервні величини іноді уявляють штучно як дискретні.

## 7.3. Розподіл дискретних величин.

Для повної характеристики дискретної випадкової величини необхідно і достатньо знати можливі її значення і ймовірність появи кожного з цих значень.

Математичний вираз, який дає зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними імовірностями їх появи, називається **законом розподілу випадкових величин**.

Якщо випадкова величина  $x$  приймає ряд дискретних значень  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , то найбільш проста форма такого закону розподілу – це задання можливих значень величин імовірностей для кожного дискретного значення випадкової величини:  $p(x = x_1)$ ,  $p(x = x_2)$ ,  $p(x = x_3)$ , ...,  $p(x = x_n)$ . При цьому в загальному випадку  $x_i$  можуть набувати будь-яких значень, а на величину  $p(x = x_i)$  накладаються два обмеження:

$$1). 0 \leq p(x = x_i) \leq 1 \quad (7.10)$$

$$2). p(x = x_1) + p(x = x_2) + p(x = x_3) + \dots + p(x = x_n) = 1$$

або

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \text{ де } p_i = p(x = x_i) \quad (7.11)$$

В загальному випадку, позначив значення дискретної випадкової величини в порядку їх зростання через  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , а відповідні їм ймовірності через  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ , одержимо таблицю 7.1.

Таблиця 7.1. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\dots$	$x_n$
$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$\dots$	$p_n$

Така таблиця, якщо вона охоплює всі можливі значення дискретної випадкової величини, дає закон розподілу дискретної випадкової величини. Таблиця 7.1 називається **рядом розподілу**, який можна представити у вигляді графіка.

Припустимо, що інтервали між сусідніми значеннями  $x_i$  рівні між собою, тобто  $x_1 - x_2 = x_2 - x_3 = \dots = x_{n-1} - x_n$ . Тоді графік виглядатиме так, як показано на рисунку 7.1.

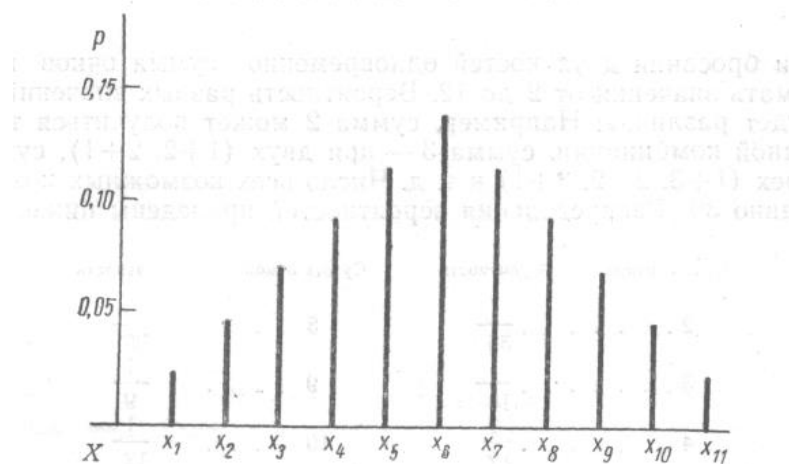


Рис. 7.1. Графік розподілу дискретної випадкової величини.



Сума всіх ординат дорівнює 1. Ми можемо взяти будь-який інтервал (наприклад,  $x_1 - x_4$ ) і визначити ймовірність того, що значення  $x$  лежить в його межах, просумувавши ординати графіка в межах заданого інтервалу, тобто

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \sum_{i=1}^4 p_i \quad (7.12)$$

В ряді випадків розподіл дискретних випадкових величин може виражатися математично. До них належать біномінальний розподіл, розподіл Пуасона та інші.

#### 7.4. Розподіл неперервних випадкових величин.

Неперервні величини характеризуються нескінченною множиною можливих значень. Скласти таблицю всіх можливих значень та імовірностей їх появи не можна, оскільки кількість їх в будь-якому інтервалі безмежна.

Однак і в даному випадку існує закон розподілу випадкових величин, але форма його відрізняється від закону розподілу дискретних випадкових величин. Найбільш універсальним способом опису неперервних випадкових величин є знаходження їх **інтегральних** або **диференціальних функцій розподілу**.

##### 7.4.1. Інтегральний закон розподілу

Коли ми маємо справу з неперервними випадковими величинами, часто нас цікавить не ймовірність  $p(x_i)$  появи певного конкретного значення  $x_i$ , а ймовірність події  $p(x_i \leq x)$ , що вимірювана величина прийматиме значення  $x_i$ , менші за  $x$ . Ця ймовірність є деякою функцією  $x$

$$p(x_i \leq x) = F(x), \quad (7.13)$$

де  $x_i$  – довільне наперед задане значення величини  $x$ .

Функція  $F(x)$  називається функцією розподілу ймовірності неперервної випадкової величини, або **інтегральною функцією розподілу** неперервної випадкової величини.

Отже, **під інтегральною функцією розподілу результатів вимірювань** слід розуміти залежність ймовірності того, що результат вимірювання  $x_i$  в  $i$ -вому досліді буде меншим деякого значення  $x$ , **від самої величини  $x$** :

$$F(x) = p(x_1 \leq x) = p(-\infty < x_1 \leq x) \quad (7.14)$$

Ця функція розподілу  $F(x)$  існує для всіх випадкових величин (випадкових похибок), як дискретних так і неперервних і є універсальною характеристикою випадкових величин (випадкових похибок).

Графік функції розподілу  $F(x)$  у загальному випадку є графіком неспадаючої функції і має наступний вигляд (рис.7.2).

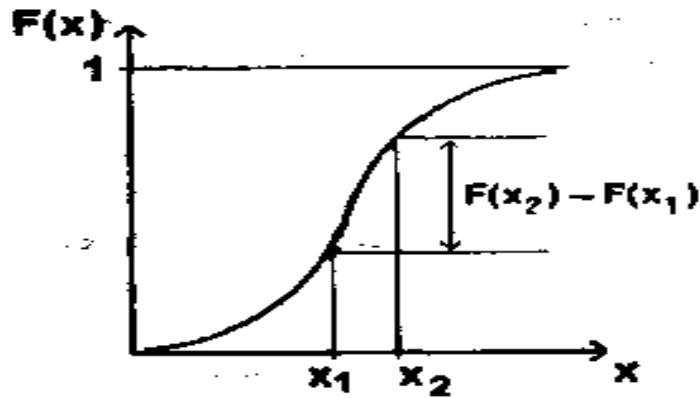


Рис.7.2. Графік інтегральної функції розподілу

### Основні властивості функції $F(x)$ наступні:

1.  $F(x) \geq 0$ , тобто  $F(x)$  не може приймати від'ємні значення (як і будь-яка ймовірність).
2. Якщо  $x_2 > x_1$ , то  $F(x_2) > F(x_1)$ , тобто  $F(x)$  неспадна функція свого аргументу.
3.  $F(-\infty) = 0$ , тобто  $p(x < -\infty) = 0$ .
4.  $F(+\infty) = 1$ .

Практично функція  $F(x)$  використовується для розрахунку ймовірності того, що випадкова величина (випадкова похибка)  $x$  прийме значення, яке розташоване в деяких межах від  $x_1$  до  $x_2$  і дорівнює:

$$p(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1). \quad (7.15)$$

Дійсно, виходячи із властивостей функції  $F(x)$ , знайдемо ймовірність того, що вимірювана величина прийме значення в інтервалі від  $x_1$  до  $x_2$  ( $x_2 > x_1$ ). Із теореми про додавання ймовірностей незалежних подій випливає, що

$$p(x \leq x_2) = p(x \leq x_1) + p(x_1 < x < x_2). \quad (7.16)$$

Із врахуванням (7.14) одержуємо

$$p(x_1 < x < x_2) = p(x \leq x_2) - p(x \leq x_1) = F(x_2) - F(x_1). \quad (7.17)$$

Отже

$$p(x_1 < x < x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$

Така ймовірність розташування випадкової величини на заданій ділянці дорівнює приросту функції розподілу  $F(x)$  на цій ділянці.

Далі, знайдемо ймовірність того, що вимірювана величина прийме конкретне значення, наприклад,  $x_1$ , тобто визначимо  $p(x = x_1)$ . Для цього знайдемо граничне значення (7.17)

$$\lim_{x \rightarrow x_1} p(x_1 < x < x_2) = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} [F(x_2) - F(x_1)] = p(x = x_1). \quad (7.18)$$

Якщо  $F(x)$  в точці  $x = x_1$  не терпить скачка і є неперервною диференційованою функцією, що є характерним для функції розподілу неперервних випадкових величин, то із (7.18) випливає

$$p(x = x_1) = 0 \quad (7.19)$$

Отже, **ймовірність появи при вимірюванні будь-якого конкретного значення неперервної випадкової величини дорівнює нулю.** У цьому випадку має зміст говорити про ймовірність попадання конкретного значення вимірюваної величини лише в певний інтервал значень  $x$ , наприклад, від  $x_1$  до  $x_2$ , але  $x_1 \neq x_2$ .

Вивчення закономірностей, яким підпорядковуються випадкові величини, можна зробити наочними, якщо побудувати діаграму, що показує, як часто отримуються ті або інші результати вимірювання.

Щоб виявити розподіл імовірностей неперервної випадкової величини, розглядають ряд інтервалів значень величини і підраховують частоти (ймовірності) попадання значень величини на кожний інтервал.

Нехай  $I_i$  – ряд інтервалів значень величини  $x$ ;

$p_i$  - частота попадання значень величини  $x$  в  $i$ -тий інтервал.

Можна побудувати таблицю, в якій приведено інтервали в порядку їх розташування вздовж вісі абсцис і відповідні частоти попадання значень величини в дані інтервали (таблиця 7.2). Така таблиця називається **статистичним рядом.**

Таблиця 7.2. Статистичний ряд неперервної випадкової величини.

$I_i$	$x_1; x_2$	$x_2; x_3$	$x_3; x_4$	$\dots$	$x_{n-1}; x_n$
$P_i$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\dots$	$P_{n-1}$

Статистичний ряд графічно представляється в вигляді сходинок кривої – гістограми (рис.7.3). Така діаграма називається **гістограмою розподілу результатів вимірювання**.

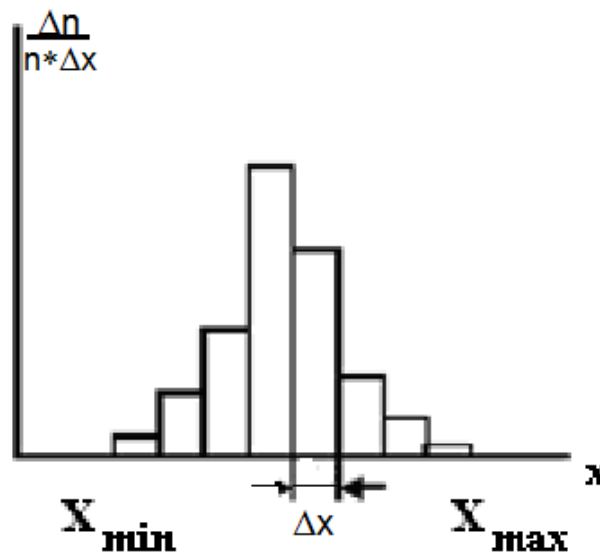


Рис. 7.3. Гістограма.

**Гістограма** – сходиноква діаграма, що показує, як часто при вимірюваннях виникають результати, що потрапили у той або інший інтервал  $\Delta x$  між найменшим  $x_{\min}$  і найбільшим  $x_{\max}$  з виміряних значень величини  $x$ . Гістограму будують у таких координатах: по осі абсцис відкладають інтервали, в які попадає вимірювана величина  $x$ , по осі ординат –  $\frac{\Delta n}{n \Delta x}$  (рис.7.3). Тут  $n$  – повна кількість проведених вимірювань,  $\Delta n$  – кількість результатів, що потрапили в інтервал  $[x, x + \Delta x]$ .

Відношення  $\frac{\Delta n}{n}$  є часткою результатів, що попали в зазначений інтервал. Воно має відповідати імовірності потрапляння результату окремого вимірювання в даний інтервал. Вираз  $\frac{\Delta n}{n \cdot \Delta x}$ , одержуваний після поділу  $\frac{\Delta n}{n}$  на ширину інтервалу  $\Delta x$ , набуває сенсу густини ймовірності.

По вісі абсцис відкладаються інтервали, які є основою прямокутників. Площі прямокутників дорівнюють частотам відповідних інтервалів, тобто імовірностям попадання величини  $x$  в даний інтервал.

Таким чином, висота кожного прямокутника дорівнює частоті, поділеній на довжину інтервалу; лише при рівних інтервалах висоти пропорційні відповідним частотам, тобто імовірностям. Зі способу побудови гістограми випливає, що повна площа її дорівнює 1.

#### 7.4.2. Диференціальний закон розподілу

Для більш наочного опису результатів вимірювання та випадкових похибок для неперервних випадкових величин використовують похідну від функції інтегрального розподілу  $F(x)$ .

Якщо  $x$  – неперервна випадкова величина із функцією розподілу  $F(x)$ , то можна обчислити ймовірність  $p$  попадання цієї випадкової величини  $x$  на відрізку від  $x_1$  до  $x_1 + \Delta x$ :

$$p(x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta x) = F(x_1 + \Delta x) - F(x_1),$$

тобто, імовірність дорівнює приросту функції розподілу  $F(x)$  на цьому відрізку.

При дуже великій кількості вимірювань ( $n \rightarrow \infty$ ) весь діапазон зміни величини  $x$  можна розбити на нескінченно малі інтервали  $\Delta x$ , як це робиться в математиці, і знайти кількість результатів  $\Delta n$  у кожному з них.

Якщо взяти дуже малі інтервали (від  $x_i$  до  $x_i + \Delta x$ ), то при зменшенні  $\Delta x$  крива втратить сходинковий характер і гістограма перейде у плавну криву, яка описується функцією

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[ \frac{p(x_i \leq x \leq x_i + \Delta x)}{\Delta x} \right] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x_i + \Delta x) - F(x_i)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx} \quad (7.20)$$

Функція  $f(x)$  називається **густиною розподілу** або **густиною ймовірності неперервної випадкової величини** або **диференціальною функцією розподілу ймовірностей (диференціальним законом розподілу)**, іноді просто розподілом величини  $x$ . Диференціальна функція розподілу є похідною від інтегральної за своїм аргументом.

Крива  $f(x)$  називається кривою розподілу густини ймовірності для даної неперервної випадкової величини, а рівняння, яке її описує – законом розподілу випадкової величини. Закон розподілу можна задати у вигляді аналітичного виразу, графіка, таблиці або іншим способом. При будь-якому варіанті задання встановлюється зв'язок між імовірністю того, що

результат однократного вимірювання випадкової величини потрапить у заданий інтервал можливих значень і шириною цього інтервалу.

Графік, який відтворює густину розподілу  $f(x)$  випадкової величини, називається **кривою розподілу**, яка може бути як для результатів вимірювання, так і для випадкової складової похибки.

Графік диференціальної функції розподілу має дзвіноподібну форму з максимумом при  $x = x_{\text{істинне}}$  (рис.7.4).

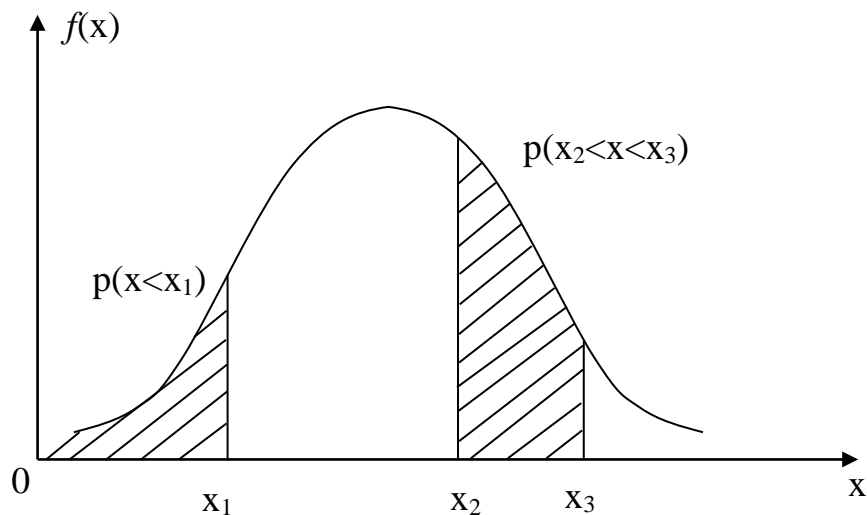


Рис. 7.4. Графік функції розподілу густини ймовірності випадкової неперервної величини

Значення функції  $f(x)$  в будь-якій точці називається густиною ймовірності в даній точці. Оскільки інтегральна функція  $F(+\infty) = 1$ , то площа, обмежена кривою диференціальної функції розподілу і віссю абсцис дорівнює 1, тобто ймовірність появи будь-якого з можливих значень  $x_i$  дорівнює одиниці. Це означає, що функція  $f(x)$  нормована на одиницю, тобто

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1. \quad (7.21)$$

Якщо розглянути неперервну випадкову величину  $x$  із густиною розподілу  $f(x)$  та елементарний відрізок  $dx$ , який прилягає до точки  $x$ , то ймовірність попадання випадкової величини  $x$  на цю елементарну ділянку, з точністю до безмежних малих вищого порядку, дорівнює  $f(x)dx$ . Вираз  $f(x)dx$  називається **елементом ймовірності**. Він дорівнює ймовірності того, що випадкова величина  $x$  може прийняти деяке значення в інтервалі  $dx$ . Геометрично - це площа елементарного прямокутника, який

опирається на відрізок  $dx$  (рис. 7.4). Тому за формою кривої розподілу можна зробити висновок про те, які інтервали значень випадкової величини більш чи менш імовірні. Для кривої розподілу випадкових величин на рис. 7.4 більш імовірні значення, які лежать навколо  $x_1$  істинне.

Можна виразити ймовірність попадання випадкової величини  $x$  на відрізок від  $x_2$  до  $x_3$  через густину розподілу. Очевидно, що вона буде дорівнювати сумі елементів імовірності на всьому відрізку, тобто, інтегралу:

$$p(x_2 \leq x \leq x_3) = \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx . \quad (7.22)$$

Геометрична ймовірність попадання величини  $x$  дорівнює площині кривої розподілу, яка опирається на цей відрізок (рис.7.4).

Можна вирішити й обернену задачу - виразити функцію розподілу  $F(x)$  через густину розподілу  $f(x)$ . Оскільки за визначенням  $F(x) = p(x_1 < x) = p(-\infty < x_1 < x)$ , то використовуючи інтегральну формулу визначення густини розподілу, отримуємо:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx .$$

Геометрично ймовірність  $F(x)$  є, не що інше, як площа під кривою розподілу  $f(x)$ , яка лежить лівіше точки  $x$ .

Розмірності основних характеристик випадкової величини:

1. Функція інтегрального розподілу  $F(x)$ , як будь-яка ймовірність є величиною без розмірною.

2. Розмірність густини розподілу  $f(x)$  - є оберненою розмірності випадкової величини.

Із виразу (7.20) впливають наступні рівності:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (7.23)$$

$$p(x \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx \quad (7.24)$$

$$p(x_2 \leq x \leq x_3) = \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx \quad (7.25)$$

Крім умов (7.21) - (7.25) функція  $f(x)$  повинна задовольняти також наступним умовам:

1.  $f(x) \geq 0$ ;
2.  $f(-\infty) = 0$ ;
3.  $f(\infty) = 0$ .

Щоб визначити, яка ймовірність того, що значення  $x$  буде знаходитися в межах  $x_2 - x_3$ , визначають площу між вертикалями з точок  $x_2$  і  $x_3$  (заштрихована площа на рис.7.4). Ця площа пропорційна ймовірності для інтервалу  $x_2 - x_3$

Результати спостережень при багаторазових вимірюваннях можна розглядати як результати спостережень над деякою випадковою величиною.

Маючи ряд результатів можна побудувати гістограму, яка дає уявлення про характер розподілу випадкової величини.

Наприклад, на рис.7.5 наведені гістограми, побудовані для різної кількості  $n$  вимірювань. На гістограмі (рис.7.5 а) для  $n = 5$  тільки визначається картина розкиду результатів; на гістограмі (рис.7.5 б) для  $n = 50$  уже проявляється певна закономірність, що стає ще більш виразною на рис.7.5 в для  $n = 300$ .

Гістограми, побудовані за великої кількості вимірювань, дозволяють вивчити закономірності, властиві випадковим похибкам. Гістограма на рис.7.5 в практично симетрична, має вигляд дзвону, положення її максимуму близьке до  $x_{\text{іст}}$ . Це означає, що випадкові похибки приблизно з однаковою частотою набувають як позитивних, так і негативних значень; більші похибки трапляються рідше, ніж менші.



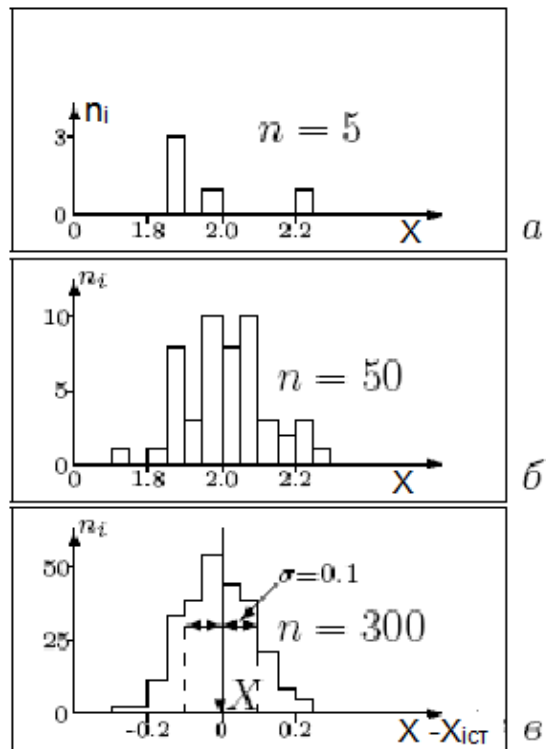


Рис. 7.5. Гістограми результатів проведених вимірювань

Ширина гістограми практично не залежить від кількості вимірювань і характеризує зону розсіювання результатів вимірювань, тобто випадкові похибки окремих (одиничних) вимірювань. Вона залежить від приладів, методів і умов вимірювань. Це видно з порівняння з гістограмою на рис.7.6, отриманої при тих самих вимірюваннях іншим, більш удосконаленим методом. Гістограма (рис.7.6) також має вигляд дзвону але ширина її в 5 разів менша, ніж на рис.7.5 в.

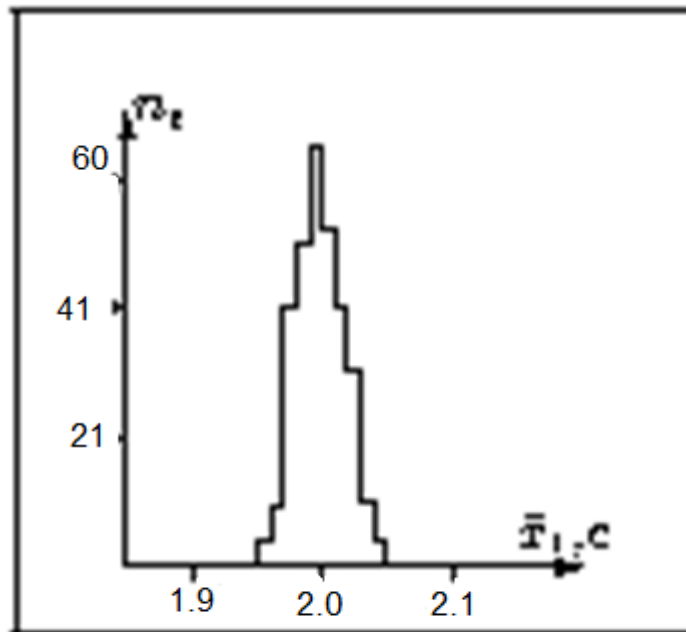


Рис. 7.6. Гістограма результатів проведених вимірювань удосконаленим методом

Необхідно відзначити таку важливу обставину. Гістограми розподілу результатів вимірювання, отримані при вимірюваннях фізичних величин, виконаних за допомогою різноманітних приладів і методів, здебільшого дуже схожі за формою (рис.7.5 в і рис.7.6). Вони різняться тільки шириною гістограми і положенням максимуму, тобто значенням  $x_{\text{іст}}$ . При такому розподілі говорять, що вони підпорядковуються закону Гауса (розподіл Гауса, або нормальний розподіл).

Зазначимо, що при збільшенні числа вимірювань і зменшенні інтервалів гістограма наближається до плавної кривої, яка, характеризує один з теоретичних розподілів неперервних випадкових величин.

Розподіл містить найбільш повну інформацію про випадкову величину, однак користуватися ним не завжди зручно. Оперуючи результатами проведеного експерименту, замість функції розподілу краще мати звичні числові величини, якими є **середнє значення і дисперсія**.

### 7.5. Закон нормального розподілу випадкових величин.

Якщо на основі теоретичних міркувань і досліду можна передбачити **якісну форму** закону розподілу тієї чи іншої випадкової величини, то

буває достатньо виконати невелику кількість вимірювань, щоб повністю визначити його **кількісно**.

Теоретично було знайдено закони розподілу, які можна очікувати для різних типів випадкових величин. Але для великої кількості випадкових величин, що зустрічаються на практиці, слід очікувати розподілу по так званому **закону нормального розподілу (закону Гаусса)**.

До числа випадкових величин, розподіл яких підлягає цьому закону (або, як іноді кажуть, розподілених нормально), належить більша частина випадкових похибок вимірювання.

Закон нормального розподілу для будь-якої випадкової величини описується рівнянням:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x - M(x)]^2}{2\sigma^2}} \quad (7.26)$$

де  $f(x)$  – густина ймовірності (функція  $x$ );  
 $x$  – значення випадкової величини, для якої визначається  $f$ ;  
 $M(x)$  - математичне сподівання (очікування) результатів вимірювань;  
 $\sigma$  - середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань;  
 $\sigma^2$  - дисперсія результатів вимірювань.

Графік нормального розподілу має вигляд (рис.7.7):

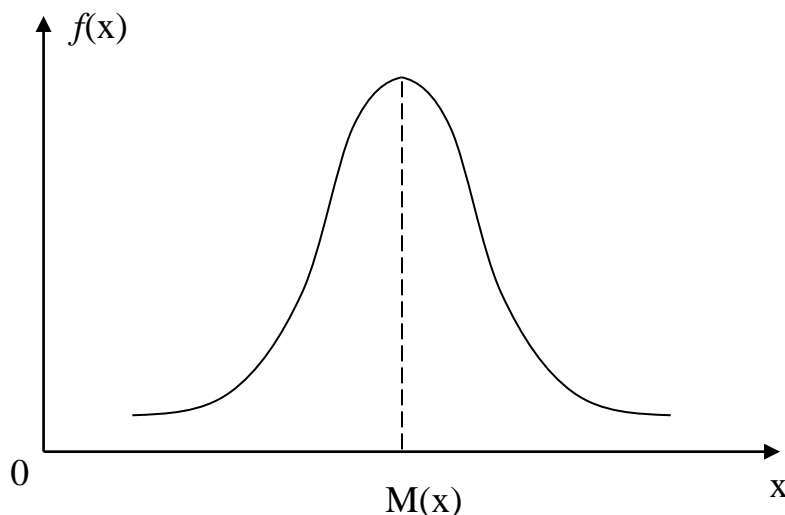


Рис. 7.7. Крива нормального розподілу випадкових величин.

По вісі абсцис відкладено результати спостережень над деякою величиною, яка містить випадкові похибки а по вісі ординат – густина ймовірності їх появи (результатів вимірювань).

При розгляді диференціальної функції розподілу було відзначено, що результати спостережень сконцентровані навколо істинного значення вимірюваної величини, і в міру наближення до нього елементи ймовірності їх виникнення зростають. Це дає право прийняти за оцінку істинного значення вимірюваної величини координату центру тяжіння фігури, утвореної кривою розподілу і віссю абсцис. Ця точка називається **математичним сподіванням (очікуванням) результатів спостережень**.

Теорія дає наступний висновок: якщо систематичні похибки повністю виключені, то істинне значення вимірюваної величини дорівнює математичному очікуванню результатів спостережень.

Абсциса, яка відповідає математичному очікуванню, називається центром розподілу.

Перенесемо початок координат в центр розподілу, тобто по вісі абсцис будемо відкладати різницю  $\Delta = x - x_{\text{іст}}$ , де  $x_{\text{іст}}$  – істинне значення вимірюваної величини. В результаті отримаємо криву, зображену на рис.7.8.

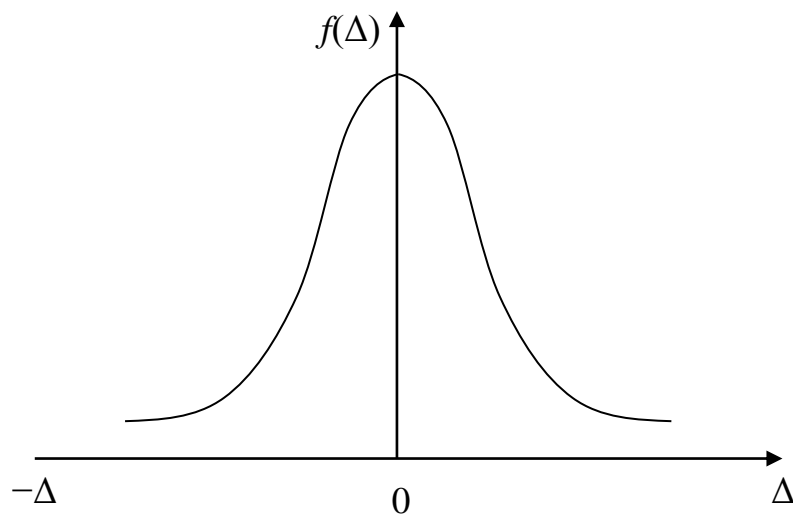


Рис. 7.8. Крива нормального розподілу випадкових похибок.

Криву  $f(\Delta)$  (рис.7.8) можна розглядати як **криву розподілу випадкових похибок**. Її аналітичний вираз має вигляд

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (7.27)$$

де  $f(\Delta)$  - густина ймовірності для визначеного значення випадкової похибки;

$$\sigma - \text{середнє квадратичне ряду вимірювань: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M[x])^2}{n}};$$

$n$  – число вимірювань ( $n > 20$ ).

Крива розподілу має дзвоноподібну форму і симетрична відносно осі ординат. Максимальна величина ймовірності дорівнює  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  і досягається у точці 0. Це означає, що найбільш ймовірні малі випадкові похибки. По мірі віддалення від точки 0 (вліво чи вправо) ймовірність  $f(\Delta)$  зменшується і асимптотично наближається до нуля, тобто ймовірність виникнення великих випадкових похибок зменшується.

Використання елементів ймовірності  $f(\Delta)d\Delta$  дає можливість сказати про те, які інтервали значень випадкових похибок більш чи менш імовірні. Наприклад, при дзвоноподібній кривій розподілу  $f(x)$  для випадкових похибок  $\Delta_B$  більш ймовірні малі значення похибок, які лежать навколо випадкової похибки із значенням  $\Delta_B = 0$ .

## **7.6. Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.**

При розгляді властивостей і характеристик розподілу випадкових похибок обмежимося тільки нормальним розподілом, оскільки випадкові похибки вимірювань частіше всього розподіляються нормально.

Будемо розглядати властивості і характеристики нормального розподілу, користуючись його графічним зображенням і рівнянням (7.27).

### **7.6.1. Властивості нормального розподілу.**

1. Найбільша густина ймовірності відповідає похибці  $\Delta = 0$ . При зростанні похибки як в сторону додатніх, так і в сторону від'ємних значень ордината кривої зменшується. Це означає: чим більше похибка  $\Delta$ , тим менша густина ймовірності її появи, тобто тим рідкіше можна очікувати її появи. При великих  $\Delta$  крива асимптотично наближається до вісі абсцис. Це означає, що густина ймовірності появи дуже великих похибок дуже мала.

2. Крива нормального розподілу симетрична відносно вісі ординат, тобто відносно вертикалі, що проходить через точку  $\Delta = 0$ . Це означає, що похибки однакові по модулю, але з різними знаками мають однакову густину ймовірності, тобто зустрічаються однаково часто, або, як кажуть, вони рівноімовірні.

## 7.6.2. Характеристики нормального розподілу

Основними характеристиками нормального розподілу є математичне сподівання, дисперсія та середньоквадратичне відхилення.

### А) Математичне сподівання та його суть

Математичне сподівання (його ще називають середнім значенням випадкової похибки) є основною числовою характеристикою, яка дає координату положення випадкової величини (похибки) на осі чисел, біля якої групуються всі можливі значення випадкової величини (випадкової похибки).

Отже, математичне сподівання (очікування) випадкової величини – це таке її значення, навколо якого групуються результати окремих спостережень.

**Математичне сподівання дискретної випадкової величини  $M[x]$**  визначається, як сума добутків всіх можливих значень випадкової величини на ймовірність появи цих значень:

$$M[x] = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i. \quad (7.28)$$

При великій кількості  $n$  вимірювань математичне сподівання дорівнює середньому арифметичному значенню  $\bar{x}$  :

$$M[x] = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (7.29)$$

**Для неперервних випадкових величин** математичне сподівання визначається як

$$M[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx. \quad (7.30)$$

Вираз (7.30) означає що математичне сподівання неперервної випадкової величини дорівнює сумі нескінченно великої кількості добутків всіх можливих значень випадкової величини  $x$  на нескінченно малі площі  $f(x)dx$ , де  $f(x)$  – ордината для кожного значення  $x$ , а  $dx$  – відрізки вісі абсцис.

Таким чином, можна записати, що при  $n \rightarrow \infty$  :

$$M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \approx \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.31)$$

Ця формула дає зв'язок між математичним сподіванням  $M[x]$  випадкової величини та середнім арифметичним  $\bar{x}$  при великій кількості проведених вимірювань (дослідів) і стверджує: при великій кількості вимірювань, середнє арифметичне цих вимірювань випадкової величини наближається до її математичного сподівання. Тому при практичних вимірюваннях математичне сподівання  $M[x]$  і замінюють на середнє арифметичне  $\bar{x}$ .

У механічній інтерпретації математичне сподівання  $M[x]$  є не що інше, як **абсциса центру ваги** даної системи матеріальних точок, відносно якої, повертаючий момент дорівнює нулю. Цю абсцису, як синонім, ще називають **центром розподілу** або **координатою центру розподілу**.

Суть математичного сподівання  $M[x]$ , тобто суть пошуку середнього значення багаторазових вимірювань, полягає у тому, що визначена середня оцінка координати їх центра розподілу має найменшу випадкову похибку, ніж окремі результати вимірювань, по яким вона визначається.

$M[x]$  - це **основна числова характеристика**, яка використовується при статистичному опрацюванні результатів вимірювань.

**По-перше**, при метрологічній атестації засобів вимірювання **математичне сподівання** вказує на наявність чи відсутність систематичної складової похибки  $\Delta_C$  та дає **можливість** зробити більш чітко визначення систематичної  $\Delta_C$  та випадкової  $\Delta_B$  складових похибки, а саме:

**Систематична похибка**  $\Delta_C$  – це різниця між математичним сподіванням та істинним значенням вимірюваної величини  $x_{\text{іст}}$ :

$$\Delta_C = M[x] - x_{\text{іст}} \quad (7.32)$$

**Випадкова похибка**  $\Delta_B$  – це різниця між результатом одиночного вимірювання і математичним сподіванням результатів спостережень:

$$\Delta_B = x_i - M[x] \quad (7.33)$$

**По-друге**, у теорії опрацювання результатів прямих вимірювань, коли необхідно отримати достовірну інформацію про значення вимірюваного параметру за допомогою певного засобу вимірювань, за найбільш ймовірне значення вимірюваної величини  $x_i$  необхідно прийняти математичне сподівання  $M[x]$  із ряду вимірювань, при якому сума квадратів абсолютних похибок найменша (мінімальна).

Якщо спостерігається нормальний розподіл **випадкових похибок**, то враховуючи вираз (7.30) і однакову ймовірність виникнення випадкових похибок протилежних знаків і, отже рівність нулю їх математичного

сподівання  $M[\Delta_B] = 0$  (рис.7.8)., отримуємо для похибки  $\Delta$  математичне сподівання у вигляді:

$$M[\Delta] = M[\Delta_C + \Delta_B] = M[\Delta_C] \quad (7.34)$$

Отже, математичне сподівання похибки вимірювання дорівнює систематичній похибці.

Якщо ж розглядати нормальний розподіл результатів вимірювань (рис.7.7), то математичне сподівання буде відповідати істинному значенню вимірюваної величини, яке ми позначаємо через  $x_{\text{іст}}$ .

Похибка вимірювання  $\Delta = x_i - x_{\text{іст}}$ , і в загальному випадку може містити дві складові – випадкову і систематичну:  $\Delta = \Delta_B + \Delta_C$ . Характер залежності функції густини ймовірності від значення фізичної величини  $x$  і від значення її похибки  $\Delta$  один і той же (лише максимум розподілу  $f(\Delta)$  зміщений вліво по вісі абсцис на величину  $x_{\text{іст}}$ ).

При дискретних відліках і при достатньо великому числі  $n$  вимірювань, середнє арифметичне  $\bar{x}_{n \rightarrow \infty}$  наближається до дійсного (істинного) значення вимірюваної величини. Виходячи з цього можна зробити висновок: при відсутності в засобі вимірювань систематичної складової похибки (або при нехтуванні нею, або при її врахуванні відповідною поправкою):

$$\bar{x}_{n \rightarrow \infty} = M[x] \approx x_{\text{дійсне}} = x_{\text{іст}}$$

З іншого боку, при кінцевому значенні числа  $n$  вимірювань і нескоригованій систематичній похибці:

$$x_{\text{дійсне}} = M[x] \pm \Delta_C \pm \Delta_B \quad (7.35)$$

### Б) Дисперсія

Розглянемо криві 1 і 2 нормального розподілу випадкових похибок, побудованих за формулою (7.27), для двох значень середнього квадратичного відхилення  $\sigma$ , причому в кривій 1 це відхилення у два рази менше, ніж у кривій 2, тобто  $\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$  (рис.7.9). Як було зазначено вище, вся площа під кривою розподілу для будь-якої кривої дорівнює 1. Це пов'язано з тим, що крива охоплює всі значення випадкової величини, тобто всі результати спостережень, а сума імовірностей будь-якого із всіх можливих результатів дорівнює 1.



Криві розподілу симетричні щодо осі ординат, тобто поява рівних за величиною, але протилежних за знаком випадкових похибок має однакову ймовірність, у середній частині криві утворюють опуклість, по обидва боки від якої перебувають точки перегину  $a$  і  $b$ , нижче яких криві стають угнутими, асимптотично наближаючись до осі абсцис. Найбільша ймовірність для обох кривих відповідає випадковій похибці  $\Delta = 0$ . При зростанні похибки з будь-яким знаком імовірність її появи зменшується.

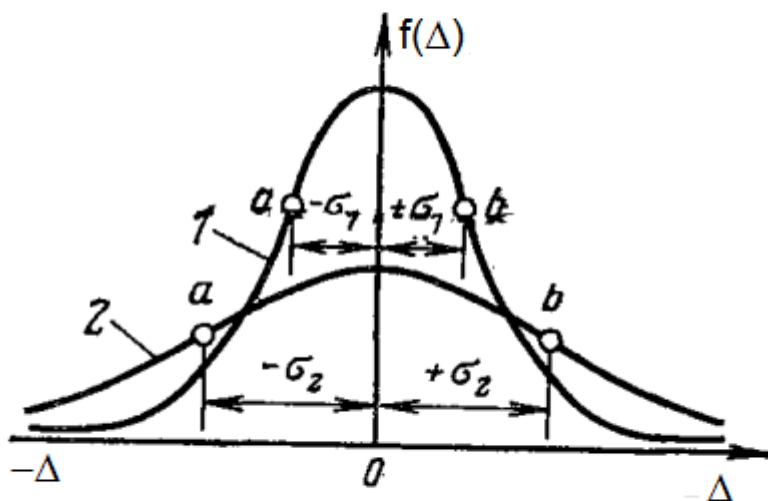


Рис. 7.9. Криві нормального розподілу випадкових похибок:  
1 – при  $\sigma_1$ ; 2 – при  $\sigma_2 = 2\sigma_1$

Як бачимо з рис.7.9, криві розподілу 1 і 2 мають різні відстані між точками  $a$  і  $b$  перегину кривих, тобто різний ступінь розсіювання похибок або результатів вимірювань. Проміжки між цими точками і віссю ординат дорівнюють середньому квадратичному відхиленню  $\pm\sigma$  результату вимірювання, що характеризує ступінь розсіювання (розкиду) значень випадкових похибок. Чим менше значення  $\sigma$ , тим менше розсіювання похибок, тому що при цьому майже вся площа під кривою розподілу розміщується поблизу осі ординат, що збільшує ймовірність появи менших і зменшує появу більших похибок.

Отже, при зменшенні середнього квадратичного відхилення  $\sigma$  вершина дзвону кривої розподілу піднімається вгору. Це означає, що ймовірність виникнення малих похибок збільшується, а великих —

зменшується, тобто зменшується діапазон розсіювання результатів вимірювання відносно дійсної величини і зростає точність вимірювання.

Постає питання: як можна характеризувати криві нормального розподілу, рівні по площі, яку вони обмежують, і різні по вигляду?

Порівнюючи між собою криві на рис.7.9 бачимо, що для кривої 1 майже вся площа зосереджена біля ординати, яка відповідає  $\Delta = 0$ . Це значить, що більшість результатів мало відрізняються від математичного сподівання, тобто більшість похибок мало відрізняються від 0. В цьому випадку розсіювання (або розкиданість) результатів спостережень мале, і існує велика ймовірність появи значень, близьких до математичного сподівання.

Розподіл 2 характеризується більшим розсіюванням. Тут ймовірність появи великих похибок зросла, але і відповідно зменшилась ймовірність появи похибок, близьких до 0.

Для характеристики таких кривих розподілу (рис. 7.9) вводиться параметр – міра розсіювання. Мірою розсіювання значень випадкової величини є **дисперсія**  $D[x] = \sigma^2$ .

**Дисперсія розподілу випадкових похибок** дорівнює дисперсії розподілу результатів вимірювань і характеризує їх розсіювання відносно математичного сподівання.

**Для дискретних величин дисперсія** відхилень від математичного сподівання визначається виразом:

$$D[x] = [x_1 - x_{\text{іст}}]^2 p_1 + [x_2 - x_{\text{іст}}]^2 p_2 + \dots + [x_n - x_{\text{іст}}]^2 p_n = \\ = \sum_{i=1}^n [x_i - x_{\text{іст}}]^2 p_i = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 p_i = \sigma^2 \quad (7.36)$$

**Для неперервних випадкових величин:**

$$D[x] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - x_{\text{іст}}]^2 f(x) dx = \sigma^2 \quad (7.37)$$

**В) Середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань.**

Дисперсія розподілу має розмірність квадрата вимірюваної величини, тому вона незручна для користування. Значно частіше в розрахунках використовується додатне значення квадратного корня з дисперсії, яке називається середнім квадратичним відхиленням результатів вимірювань:

$$\sigma = \sqrt{D[x]} \quad (7.38)$$

Середнє квадратичне відхилення від істинного значення (або математичного сподівання) зручніше дисперсії, оскільки воно має ту ж саму розмірність, що сама випадкова величина, а в нашому випадку ту ж саму розмірність, що і випадкові похибки. Тому середнє квадратичне відхилення часто називають середньоквадратичною похибкою (або стандартною похибкою, стандартним відхиленням).

Середнє квадратичне відхилення відповідає характерній точці кривої нормального розподілу. Абсцисам  $+\sigma$ ,  $-\sigma$  відповідають точки перегину кривої розподілу (рис.7.10). Ймовірність того, що випадкові похибки вимірювання не вийдуть за межі  $\pm\sigma$  складає  $0,6826 \approx \frac{2}{3}$ . На рис. 7.10 це відповідає попаданню в заштриховану площу, яка приблизно в 2 рази більша за незаштриховану.

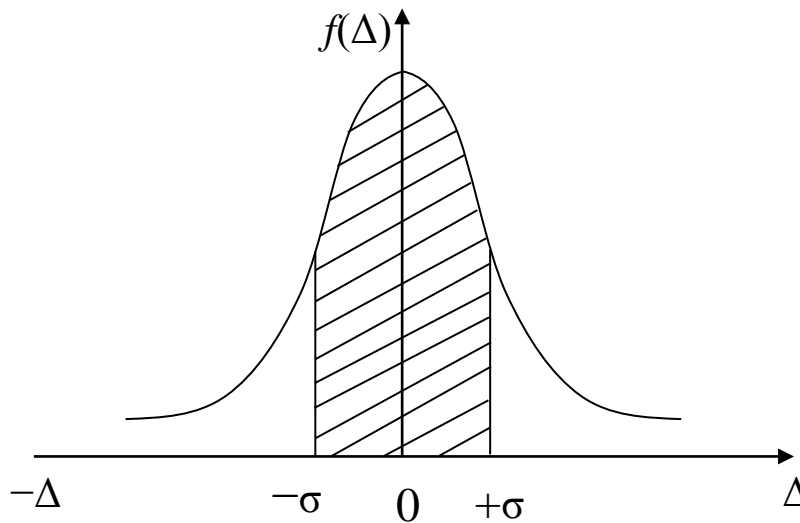


Рис.7.10. Крива нормального розподілу випадкових похибок і середня квадратична похибка  $\pm\sigma$ .

На рис.7.9 кривій 1 відповідає  $\sigma_1 = 1x_{\text{іст}}$ ; кривій 2 –  $\sigma_2 = 2\sigma_1 = 2x_{\text{іст}}$ . Як бачимо, чим менша  $\sigma$ , тим більше ймовірність появи малих похибок і менша ймовірність появи великих похибок. Іншими словами, тим більша (або краща) **сходимість результатів**.

**Сходимість результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, виконуваних повторно одними і тими ж засобами вимірювань, одним і тим же методом, в однакових умовах.

В вираз (7.24) входять дві величини, значення яких повністю визначають закон розподілу для кожного конкретного випадку, а саме:  $x_{\text{іст}} = M[x]$  і  $\sigma$ .

Для характеристики розсіювання результатів вимірювань найчастіше використовується математичне сподівання та дисперсія, оскільки вони визначають найважливіші ознаки розподілу: положення центру розподілу і ступінь розсіювання результатів вимірювань відносно істинного значення вимірюваної величини.

Розглянутий нормальний розподіл випадкових величин, у тому числі і випадкових похибок, є теоретичним, тому його слід розглядати як “ідеальний”, тобто як теоретичну основу для вивчення випадкових похибок та їх впливу на результат вимірювань.

### 7.7. Центральна гранична теорема

У практиці вимірювань застосовуються різні закони розподілу випадкових похибок: трикутний, трапецієподібний, прямокутний, симетричний, нормальний. Проте найбільше значення має нормальний закон розподілу (закон Гауса), оскільки він є **граничним** законом, до якого наближаються інші закони розподілу при типових для вимірювання умовах і при їхній кількості, яка наближається до безмежності  $n \rightarrow \infty$ .

Теорією ймовірностей доводиться, що густина ймовірностей суми незалежних малих складових при необмеженому збільшенні їх числа наближається до нормального закону розподілу незалежно від того, які закони розподілу мали ці складові. Якщо врахувати, що випадкова похибка є результатом дії великої кількості випадкових чинників, роль кожного з яких при точних вимірюваннях невелика, то стає зрозумілим значення нормального закону в теорії вимірювань.

Значне поширення нормального розподілу похибок у практиці вимірювань пояснюється центральною граничною теоремою теорії ймовірностей, яка є однією з визначних математичних теорем, розроблених видатними математиками: А. де Муавром, П. де Лапласом, К.Ф. Гауссом, П.Л. Чебишевим, А.М. Ляпуновим та ін.

**Центральна гранична теорема** стверджує, що розподіл випадкових похибок буде близьким до нормального закону кожного разу, коли результати спостережень формуються під впливом великої кількості незалежних чинників, кожен з яких справляє лише незначний вплив порівняно із сумарним впливом інших. Закон розподілу для середнього арифметичного  $\bar{x}$  при числі  $n \geq 30$  наближається до нормального при любому розподілі вихідних даних.

Крива розподілу результатів спостережень при нормальному законі має дзвоноподібну симетричну форму і забезпечує добре унаочнення розсіювання результатів вимірювань та випадкових похибок.

Часто для попередньої оцінки закону розподілу параметра використовують в якості критерію відносну величину СКВ – коефіцієнт варіації  $v_x = \frac{\sigma_x}{M[x]}$  або  $v_x = \left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right) \cdot 100\%$ . Якщо коефіцієнт варіації має значення  $v_x \leq 0,33 \dots 0,35$ , то можна вважати, що розподіл випадкової похибки підпорядкований нормальному закону.

Для повного уявлення про точність вимірювань та надійність оцінки випадкових відхилень результатів вимірювань, особливо при обмеженій кількості значень вимірюваної величини, необхідно задатися довірчими межами, довірчим інтервалом та довірчою ймовірністю.

### **7.8. Довірчі границі випадкових похибок.**

Випадкова похибка, що має нормальний розподіл, може набувати довільних, в тому числі теоретично як завгодно великих значень (густина розподілу простягається від  $-\infty$  до  $+\infty$ ). Подібне характерно також і для інших розподів випадкових похибок. Оскільки густина розподілу при великих за модулем значеннях похибки зменшується, то ймовірність появи таких похибок також зменшується. Основна частина значень похибок групується у порівняно невеликих границях. При експериментальних дослідженнях важливо мати впевненість, що випадкова похибка не виходить певні границі, або що поява похибок, більших за допустимі значення, у цьому експерименті є мало ймовірною. Ця проблема вирішується застосуванням такої інтервальної характеристики випадкової похибки, як її **довірчі границі**.

**Довірчі границі випадкової похибки** – це верхня та нижня границі інтервалу, в який похибки потрапляють із заданою ймовірністю. Сам інтервал називається **довірчим інтервалом**, а ймовірність, яка його характеризує – **довірчою ймовірністю**  $P_{\text{ДОВ}}$ . Іноді її ще називають **вірогідністю**.

Раніше ми говорили, що ймовірність появи похибки  $\Delta$ , яка не виходить за межі  $\pm\sigma$ , дорівнює 0,6826 ( $\sim 2/3$ ). В цьому випадку  $+\sigma$  і  $-\sigma$  розглядаються як границі інтервалу, в межах якого з імовірністю 0,6826 знаходяться значення випадкових похибок  $\Delta$ . Отже, довірна ймовірність для інтервалу від  $+\sigma$  до  $-\sigma$  дорівнює 0,6826. Сам довірчий інтервал має вигляд  $(\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma)$ , де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне значення результатів вимірювань.

Залежно від мети та точності вимірювань задаватися можуть будь-які границі довірчого інтервалу  $+\varepsilon$  і  $-\varepsilon$  (скорочено  $\pm\varepsilon$ ).

На рис. 7.11 наведені основні характеристики кривої нормального розподілу випадкових похибок. Імовірність того, що випадкові похибки не вийдуть за межі (границі) будь-якого інтервалу  $\pm\varepsilon$ , визначається за площею, обмеженою кривою розподілу і цим інтервалом, відкладеним по осі абсцис. Такий інтервал  $\pm\varepsilon$  називається **довірчим інтервалом**, а відповідна йому ймовірність появи випадкової похибки (заштрихована площа)  $\Phi(t)$  — **довірчою ймовірністю**.

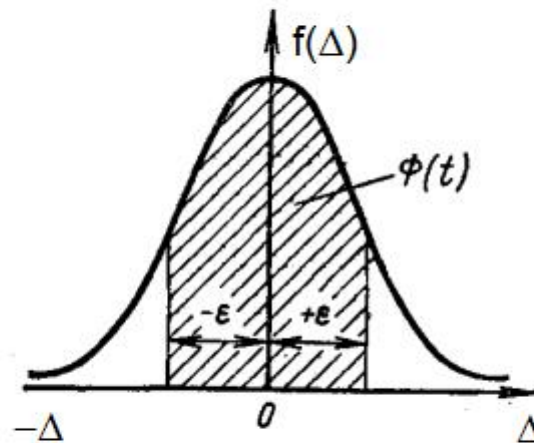


Рис. 7.11. Основні характеристики кривої нормального розподілу випадкових похибок

Для визначення довірчих границь похибок необхідно знати густину розподілу похибок та ймовірність попадання похибок у довірчі границі.

Довірчий інтервал дає змогу судити про **відтворюваність результатів вимірювань**.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, отриманих в різних місцях, різними методами і засобами, різними операторами, в різний час, але приведених до одних і тих же умов (температура, вологість, тиск та інші).

Довірчий інтервал, що характеризує ступінь відтворюваності результатів вимірювання, може мати різні значення, причому при

великому довірчому інтервалі виходить і більша довірна ймовірність. При вимірюванні може задаватися:

1. або довірчий інтервал і за ним визначатися довірна ймовірність,
2. або, навпаки, за довірчою ймовірністю розраховуватися довірчий інтервал.

Таким чином, для характеристики значення випадкової похибки необхідно мати дві величини - довірчий інтервал і довірна ймовірність.

Функція  $f(x)$ , що називається густиною розподілу результатів вимірювання, має такий сенс:

$f(x)dx$  – це ймовірність того, що окреме випадково обране значення багаторазово вимірюваної величини виявиться в інтервалі від  $x$  до  $x+dx$ .

З рис. 7.9 видно, що при зменшенні  $\sigma$  крива нормального розподілу стискується уздовж осі  $Ox$  і витягується уздовж осі  $f(x)$ . Результати вимірювання групуються навколо істинного значення  $x_{\text{іст}}$  і тим тісніше, чим менше  $\sigma$ . Ймовірність того, що результат вимірювання потрапить у довірчий інтервал  $(x_{\text{іст}} - \Delta x, x_{\text{іст}} + \Delta x)$ :

$$P = \int_{x_{\text{іст}} - \Delta x}^{x_{\text{іст}} + \Delta x} f(x)dx .$$

Для повноти опису випадкової похибки необхідно вміти зазначати ймовірність  $P$  потрапляння результату вимірювання  $x_1$  в інтервал будь-якої заданої напівширини  $\Delta x$ , тобто в довірчий інтервал  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = \pm \Delta x$ ):

$$x_{\text{іст}} - \varepsilon \leq x_1 \leq x_{\text{іст}} + \varepsilon, \quad (7.39)$$

де  $\varepsilon$  зручно виражати через  $\sigma$  і певний множник  $t$ :

$$\varepsilon = t \cdot \sigma. \quad (7.40)$$

Ймовірність попадання випадкової похибки  $\Delta$  в симетричний інтервал  $\pm\varepsilon$  при нормальному розподілі виражається формулою:

$$P [-\varepsilon \leq \Delta \leq \varepsilon] = P [\Delta \leq |\varepsilon|] = \Phi (t),$$

де

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\Delta^2}{2}} d\Delta \quad (\text{при } t > 0) \quad (7.41)$$

Причому

$$\Phi(-t) = -\Phi(t);$$

Значення  $t$  визначається з виразу (7.40):

$$t = \frac{\varepsilon}{\sigma}, \quad (7.42)$$

де  $\varepsilon$  - границя довірчого інтервалу.

Функція  $\Phi(t)$  називається **інтегралом імовірностей** (інтегралом Лапласа). Ця функція табульована, її значення наведені в довідниках (додаток 4). Користуючись таблицями, за заданою  $\Phi(t)$  знаходять  $t$ , а потім розраховують  $\varepsilon = t \cdot \sigma$ . Можлива і обернена задача, коли при заданому довірчому інтервалі, використовуючи (7.41), можна знайти довірчу ймовірність  $\Phi(t)$ .

Ймовірність того, що випадкова похибка виявиться за межами інтервалу  $\pm\varepsilon$ , дорівнює:

$$P[-\varepsilon > \Delta > \varepsilon] = P[\Delta > |\varepsilon|] = 1 - \Phi(t), \quad (7.43)$$

а число спостережень  $n$ , при яких в середньому одне вимірювання буде мати похибку, що виходить за межі  $\pm\varepsilon$  буде дорівнювати  $\frac{1}{1 - \Phi(t)}$ .

Значення довірчого інтервалу, заданого в одиницях  $\sigma$ , довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  й числа вимірів  $n$ , при яких у середньому один вимір має похибку, що виходить за межі довірчого інтервалу, наведені в таблиці 7.3.

Таблиця 7.3. Приклади співвідношення між довірчим інтервалом, довірчою ймовірністю і числом змін

$\pm\varepsilon$	$-2\sigma/3 \dots +2\sigma/3$	$-\sigma \dots +\sigma$	$-2\sigma \dots +2\sigma$	$-3\sigma \dots +3\sigma$
$P_{\text{дов}}$	0,5	0,683	0,955	0,997
$n$	2	3	22	370

З таблиці видно, що поява похибки, більшої або меншої  $\pm 2\sigma/3$ , рівноймовірнісна ( $P_{\text{дов}} = 1/2$ ), тобто на кожні два виміри ( $n = 2$ ) один вимір у середньому виходить за межі довірчого інтервалу. Така похибка одержала назву серединної або рівноймовірнісної.

Для інтервалу  $\varepsilon = \pm 3\sigma$  можна стверджувати, що в 369 з 370 спостережень із ймовірністю 0,997 похибка міститься в інтервалі  $\varepsilon = \pm 3\sigma$  і лише в одному вимірюванні може вийти за його межі:

$$P_{\text{дов}}(|\varepsilon| < 3\sigma) = 0,997.$$



Цю похибку називають **граничною** (максимально можливою).

Таким чином, можна стверджувати, що всі можливі випадкові похибки вимірювання, розподілені за нормальним законом, практично не перевищують за абсолютним значенням  $3\sigma$ . Похибки, що виходять за ці межі, вважають грубими.

Величина  $\Phi(t) = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$ , що відповідає даному довірчому інтервалу  $\pm\varepsilon$ , називається **довірчою ймовірністю**, а значення  $1 - \Phi(t)$  – **рівнем значимості**.

В таблиці 7.4 наведені значення інтеграла ймовірностей для різних значень  $\varepsilon = t \cdot \sigma$ , а також визначені теоретично значення  $P_{\text{дов}}(t)$ . Ймовірність  $P_{\text{дов}}(t)$  змінюється від 0 до 1 при зміні  $t$  від 0 до  $\infty$ . Однак вже при  $t = 2$  ймовірність  $P_{\text{дов}}(2) = 0,95$ , а при  $t = 3$  маємо  $P_{\text{дов}}(3) = 0,997$ . Ймовірність 0,997 означає, що з 1000 вимірювань у середньому 997 потраплять в інтервал від  $x_{\text{іст}} - 3\sigma$  до  $x_{\text{іст}} + 3\sigma$  і тільки три вимірювання будуть мати відхилення більше  $3\sigma$ . Тому з деякою часткою умовності величину  $\Delta x = 3\sigma$  називають **граничною похибкою вимірювання**.

Таблиця 7.4. Значення величини довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}(t)$

$t = \frac{\varepsilon}{\sigma}$	Довірча ймовірність $P_{\text{дов}}(t)$
1	0,68
2	0,95
2,6	0,99
3	0,997

Нерівність (7.39) можна записати в іншому вигляді:

$$x_i - \varepsilon < x_{\text{іст}} < x_i + \varepsilon, \quad (7.44)$$

або

$$x_{\text{іст}} = x_i \pm \varepsilon. \quad (7.45)$$

Цей запис має наступну важливу інтерпретацію. Зробивши одне вимірювання певної величини і одержавши її значення  $x_i$ , можна стверджувати, що істинне значення величини  $x_{\text{іст}}$  перебуває в інтервалі від  $x_i - \varepsilon$  до  $x_i + \varepsilon$  з ймовірністю  $P_{\text{дов}}(t)$ . Інтервал, в якому із заданою ймовірністю  $P_{\text{дов}}(t)$  перебуває істинне значення вимірювальної величини,

називається **довірчим інтервалом**. Відповідна ймовірність  $P_{\text{дов}}(t)$  — **довірча ймовірність** цього інтервалу. Напівширина довірчого інтервалу є оцінкою похибки результату вимірювання.

Ймовірність  $P_{\text{дов}}(t)$  іноді називають **надійністю**.

Якщо в завданні вимірювання задана максимально допустима похибка вимірювання, то зменшити похибку до заданої величини можна, або збільшуючи кількість  $n$  вимірювань при незмінній довірчій ймовірності, або зменшуючи довірчу ймовірність при тій самій кількості  $n$  вимірювань, або збільшуючи  $n$  і зменшуючи  $P_{\text{дов}}$  одночасно.

На практиці прийнято обирати  $P_{\text{дов}}$  такою, що дорівнює 0,7 для всіх видів вимірювань. Клас точності засобу вимірювання визначають на заводі-виробнику за умови, що  $P_{\text{дов}} = 0,7$ .

Довірчі ймовірності і довірчі інтервали визначаються за допомогою таблиць значень інтеграла ймовірностей  $\Phi(t)$  і  $\Phi(-t) = -\Phi(t)$ .

Змінна  $t$  має також назву **квантиль розподілу  $\Phi(t)$** . Її значення при відомій довірчій ймовірності  $\Phi(t)$  також знаходять із таблиці.

В довідковій літературі та посібниках по метрології наведено таблицю значень  $\Phi(t)$  при різних  $t$  (додаток 4) та таблицю значень  $t$  при заданих значеннях  $\Phi(t)$  (додаток 5).

Так, при нормальному розподілі похибок з ймовірністю 0,68, випадкові похибки  $\Delta$  знаходяться у довірчих межах  $\pm 1\sigma$ ; з ймовірністю 0,95 — у межах подвійної середньої квадратичної похибки  $\pm 2\sigma$ ; з ймовірністю 0,997 — у межах  $\pm 3\sigma$  (табл.7.3).

Для звичайних технічних вимірювань, коли не вимагається високий ступінь надійності та точності, довірча ймовірність береться у межах 0,9—0,95.

На практиці довірчу ймовірність вибирають в залежності від конкретних умов. Наприклад, при виготовленні будь-якої деталі можна вважати цілком задовільним значення 0,995 для ймовірності того, що відхилення розміру не вийде за межі заданого інтервалу. В технічній практиці ймовірність часто виражають в %, тобто для даного випадку її приймають рівною 99,5%. Рівень значимості або ймовірності того, що розміри деталі не будуть задовільняти необхідним вимогам, буде складати 0,5%. Це значить, що в середньому бракуватися буде 1 деталь зі 200. Така ймовірність відповідає довірчому інтервалу від  $+2,81\sigma$  до  $-2,81\sigma$  (з таблиці знаходимо значення  $t$  яке відповідає значенню  $1-\Phi(t) = 0,005$ . Воно дорівнює  $t = 2,807$ . Звідси  $\pm \varepsilon = t \cdot \sigma = 2,81\sigma$ ).

Виходячи з нормального закону розподілу, можна розраховувати ймовірність виникнення випадкових похибок з різними значеннями.

Припустимо, що  $\Delta = 3\sigma$ , і визначимо ймовірність  $P$  появи таких похибок. За даними таблиці додатку 4, загальна сума результатів

вимірювань з випадковими похибками до  $\Delta \leq |3\sigma|$  дорівнює 99,73 %. Звідси виникає **правило 3 $\sigma$** , за яким при нормальному розподілі результати вимірювань, випадкові похибки  $\Delta$  яких більші або рівні  $\pm 3\sigma$  ( $\Delta \geq |3\sigma|$ ), можна виключити з ряду результатів, оскільки ймовірність їх появи дуже мала. Якщо при виготовленні деталі прийняти допустиме відхилення від номінального її розміру до  $\pm 3\sigma$ , то в середньому одна бракована деталь буде приходиться на 370 виготовлених.

Оскільки така мала ймовірність браку економічно припустима в більшості випадків, то на практиці часто користуються довірчим інтервалом з границями  $\pm 3\sigma$ .

Якщо підвищити вимоги до точності виготовлення деталі, тобто звужити границі довірчого інтервалу до  $\pm 2\sigma$ , то довірна ймовірність зменшиться до 0,9544 (95,44%). В цьому випадку одна бракована деталь буде приходиться на 22 виготовлені.

### 7.9. Квантильна оцінка випадкової похибки

Площа, яка розміщена, під кривою густини розподілу випадкової величини (або похибки)  $P(x)$ , дорівнює 1, тобто, відтворює ймовірність усіх можливих подій. Цю площу розбивають на окремі частини за допомогою вертикальних ліній. Абсциси таких ліній називають **квантилі**. Так, наприклад, на рис.7.12 можна виділити 2,5%-ну квантиль. Це квантиль, для якої площа під кривою  $P(x)$  зліва від  $x_2$  складає 2,5% всієї площі, а справа – залишок, який дорівнює 97,5%.

По аналогії  $x_6$ , це 97,5% - на квантиль. Між  $x_2$  і  $x_6$ , тобто, між 2,5% - ною та 97,5% - ною квантилями зосереджено 95% всіх можливих значень похибки, а залишки (5%) – лежать поза її межами. Наприклад, абсциса  $x_4$  - це 50% - на квантиль, оскільки ділить площу під  $P(x)$  навпіл.

Абсциса  $x = x_1$  є 1.5% - на квантиль, оскільки площа під кривою зліва складає 1.5% всієї площі. Відповідно квантилі прийнято позначати: як  $x_{0,01}$  - однопроцентна;  $x_{0,025}$  - 2,5%;  $x_{0,05}$  - 5%;  $x_{0,95}$  - 95%;  $x_{0,975}$  - 97,5%.

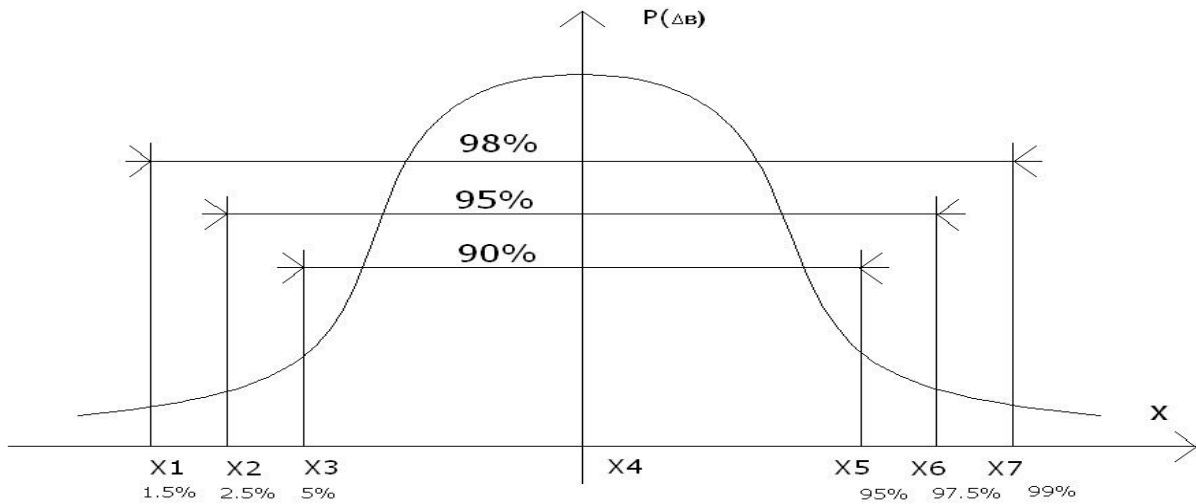


Рис. 7.12. Поняття квантильної оцінки похибки.

Інтервал значень  $x$  між  $x_3 = x_{0,05}$  і  $x_5 = x_{0,95}$  охоплює 90% всіх можливих значень похибок і називається **інтерквантильним проміжком**  $d_p$  з 90%-ною ймовірністю  $P_{\text{дов}} = 0,9$ , де  $d_p = d_{0,9} = x_{0,95} - x_{0,05}$  - це його протяжність. Відповідно інтерквантильний проміжок:

$$d_p = d_{0,95} = x_{0,975} - x_{0,025}$$

охоплює в собі 95% всіх можливих значень похибок (тобто, з ймовірністю  $P_{\text{дов}} = 0,95$ ).

У даному випадку  $x$  це або випадкова похибка при атестації ЗВ або відхилення вимірюваної величини, від математичного сподівання при її вимірюванні певним ЗВ, тобто випадкова похибка результатів вимірювання.

На основі такого підходу вводиться поняття квантильних оцінок похибки.

**Квантильна оцінка похибки** – це значення похибки  $\Delta_p$  як довірчої межі інтервалу невизначеності з заданою довірчою ймовірністю  $P_{\text{дов}}$ .

**Довірча межа** – це верхня та нижня межі інтервалу, у який похибки попадають із заданою ймовірністю. Довірче значення  $\pm \Delta_p$  випадкової похибки, або її квантильне значення, – це її максимальне значення з вказаною довірчою ймовірністю  $P_{\text{дов}}$ . Воно дорівнює половині

інтерквантильного проміжку  $d_p$ , тобто  $\pm \Delta_p = \frac{d_p}{2}$ .

У той же час, це є і повідомлення про те, що частина реалізацій похибки з ймовірністю  $(1 - P_{\text{дов}})$  може бути і більшою за вказане значення похибки. Для позначення встановленого довірчого значення похибки, використовують при позначенні похибки  $\Delta_{0,95}$  індекс (внизу), який чисельно дорівнює прийнятій довірчій ймовірності. Тобто, замість  $\Delta_p$  (для загального випадку), необхідно писати, наприклад,  $\Delta_{0,95}$  (це похибка при довірчій ймовірності  $P_{\text{дов}} = 0,95$ ).

Якщо  $P_{\text{дов}} = \alpha$  є ймовірність  $\alpha$ , яку вибирають в межах  $\alpha = 0,8 \dots 0,997$ , того, що середнє арифметичне відхилення  $\bar{x}$  (математичне очікування  $M(x)$ ) результатів вимірювання відхиляється від істинного значення на величину не більше, ніж випадкова похибка  $\Delta_B$ , яка дорівнює  $\Delta_p$  або  $P_{\text{дов}} = \alpha \left[ \bar{x} - \Delta_p \leq x_{\text{іст}} \leq \bar{x} + \Delta_p \right]$ , то в цьому випадку  $P_{\text{дов}}$  називається довірчою ймовірністю, а інтервал від  $(\bar{x} - \Delta_p)$  до  $(\bar{x} + \Delta_p)$  називається довірчим інтервалом.

Оскільки квантилі, які обмежують довірчий інтервал похибки, можуть бути вибрані різними, то при повідомленні довірчої границі оцінки похибки повинно одночасно обов'язково вказуватися значення прийнятої довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$ . Тобто, для характеристики випадкової складової похибки необхідно задавати два числа :

1. величину самої похибки або довірчого інтервалу
2. довірчу ймовірність  $P_{\text{дов}}$ .

Для переходу при нормальному законі розподілу до квантильної довірчої оцінки похибки  $\Delta_p$  із заданою довірчою ймовірністю, використовують визначене значення дослідного СКВ  $\sigma_{\bar{x}}$  та формулу:

$$\Delta_p = t_H \cdot \sigma_{\bar{x}} = t_H \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (7.46)$$

де  $t_H$  - нормована квантиль (коефіцієнт) для заданої ймовірності  $P_{\text{дов}}$ .

Значення квантильного коефіцієнту для нормального закону розподілу наступні:

$P_{\text{дов}}$	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,995	0,998
$t_H$	1,28	1,64	1,96	2,83	2,58	2,81	3,09

Приведені значення  $P_{\text{ДОВ}}$  і відповідні їм значення  $t_H$  нормованої квантілі коректні тільки при нормальному законі розподілу та великій кількості вимірювань  $n$ .

Між значенням вибраної  $P_{\text{ДОВ}}$  (довірчої ймовірності) і необхідною для цього кількістю дослідів (вимірювань)  $n$  є залежність:

$P_{\text{ДОВ}}$	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,995	0,997
$n$	20	40	80	200	400	800	1333

Як бачимо за дослідними даними легко визначити значення  $\Delta_p$  тільки з довірчою ймовірністю  $P_{\text{ДОВ}} = 0,95$  (до  $n \approx 80$  вимірювань), а  $\Delta_{0,99}$  та  $\Delta_{0,997}$  практично не можуть бути реалізовані ( $n > 400 \div 1333$ ).

## РОЗДІЛ 8. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ, ВІЛЬНИХ ВІД СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК.

### 8.1. Загальні зауваження.

Процес вимірювання прийнято розподіляти на три етапи:

1. підготовка до вимірювань;
2. проведення вимірювань;
3. обробка результатів вимірювань.

**На першому етапі** при підготовці до вимірювань треба уважно поставитися до вибору засобу вимірювання (ЗВ), що забезпечує задану точність вимірювань. При цьому, як правило, виникає потреба вирішувати суперечливе завдання вибору компромісу між точністю результату вимірювань й економічними витратами. Необгрунтовано високі вимоги за точністю можуть зробити вимірювальне завдання невиправдано складним й дорогим.

**На другому етапі** процесу вимірювань особливу увагу треба приділити усуненню відомих систематичних погрешностей. Розгляду цього питання присвячений шостий розділ.

**На третьому етапі** після проведених вимірювальних експериментів здійснюють опрацювання результатів первинних вимірювань (спостережень) для знаходження остаточного результату вимірювання - основної мети вимірювання. Основна мета обробки експериментальних даних – одержання результату вимірювання і оцінка його похибки.

Під час опрацювання результатів розв'язують дві задачі:

1. знаходять значення вимірюваної величини;
2. оцінюють характеристики точності результату вимірювання.

Опрацювання результатів вимірювань включає в себе сукупність обчислювальних процедур для одержання результату вимірювань й інтервалу, в якому з певною ймовірністю перебуває дійсне значення вимірюваної фізичної величини. Результат вимірювання є повноцінним за умови, що він супроводжується оцінкою його точності.

Опрацювання результатів вимірювань може проводитися різними методами. Вибір методу залежить від багатьох причин, основними з яких є наступні: число проведених відліків у процесі вимірювань (багатократні, однократні вимірювання) та їх статистичний розподіл; вид вимірювань (прямі, непрямі тощо); умови вимірювань; вимоги щодо точності вимірювань; властивості використовуваних ЗВ; наявна інформація про систематичні та випадкові похибки вимірювання; попередня інформація про джерело й характер похибок; вид розподілу похибок вимірювань тощо. Наявність цих даних забезпечує можливість порівняння результатів вимірювань, виконаних за однаковими чи різними методиками, різними засобами, в різних установах.

Методи обробки експериментальних даних суттєво залежать від виду вимірювань – прямі, непрямі, сукупні, сумісні. Лише при прямих разових вимірюваннях отриманий результат спостереження може бути результатом вимірювання (за умови, що систематичні похибки вимірювання не коригують). В інших вимірюваннях обробка може здійснюватись за стандартизованими методиками (наприклад, статистичними методами), або вимагати створення спеціальних алгоритмів. У сукупних і сумісних вимірюваннях обов'язковим є розв'язування систем рівнянь найчастіше методом найменших квадратів.

У загальному випадку обробка результатів вимірювань передбачає такі етапи:

1. попередній аналіз результатів спостережень (первинних вимірювань), їх систематизація, відкидання явно недостовірних результатів;
2. усунення (корекція) впливу систематичних похибок (вивчення умов вимірювань, розрахунок і внесення поправок);
3. аналіз впливу випадкових похибок, перевірка гіпотез про їх розподіл, вибір найкращих оцінок шуканих величин;
4. оцінка характеристик точності числового алгоритму, його стійкості;
5. виконання розрахунків згідно з вибраним алгоритмом;
6. аналіз отриманих результатів;
7. подання результатів вимірювань та характеристик їх точності за відповідною формою.

При виборі методу обробки експериментальних даних важливого значення набувають швидкість одержання результату вимірювання та працездатність методу.

## **8.2. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань.**

Методика виконання прямих одноразових вимірювань і вимоги щодо обробки їх результатів визначені Державним стандартом ДСТУ.1.0-93 «Державна система Стандартизації України. Основні положення».

З погляду обробки результатів спостережень, пряме вимірювання - це вимірювання однієї величини, в якому її значення отримують безпосередньо за показом відповідного приладу без необхідних для знаходження значення вимірюваної величини додаткових обчислень. Приклади прямих вимірювань: вимірювання сили струму - амперметром, довжини - лінійкою, інтервалу часу - годинником, температури - термометром тощо.

Значення вимірюваної величини вважається знайденим прямо, коли шкала вимірювального засобу проградуєвана прямо у відповідних значеннях вимірюваної величини або безпосередньо через таблицю чи графік. Вимірювання є прямим навіть, якщо необхідно виконати додаткові вимірювання впливних величин, наприклад, щоб зробити корекцію систематичних похибок.



Разові вимірювання виконують за умови невеликих випадкових похибок, коли переважаючими є систематичні похибки. При цьому зазвичай виконують декілька вимірювань (3-4), щоб переконатись у стабільності результатів. Як результат вибирають один з них, не виконуючи якогось опрацювання. Основне рівняння такого вимірювання (залежність результату вимірювання у від результату спостереження х )

$$y = c \cdot x, \quad (8.1)$$

де  $c$  - відомий коефіцієнт, наприклад, масштабний.

Опрацювання результатів одноразових вимірювань проводиться на основі попередньо отриманої інформації про складові похибки та їхні закони розподілу. Вважається, що закон розподілу випадкових складових має нормальний характер, а невиключені систематичні похибки розподіляються за рівномірним законом. Довірча ймовірність приймається, як правило, рівною 0,95.

Результат вимірювання має цінність тільки тоді, коли можна оцінити його інтервал невизначеності та степінь довіри до нього. У відповідності з ГОСТ будь-який результат вимірювання обов'язково повинен приводитися з показом його похибок. Для оцінки похибки прямого одноразового вимірювання необхідно по можливості встановити всі складові похибки, оцінити характеристики кожної і, використовуючи їх, знайти характеристики сумарної похибки.

Модель похибки вимірювання  $\Delta x$  містить складові інструментальної, методичної і особистої (суб'єктивної) похибок експериментатора:

$$\Delta x = \Delta_1 + \Delta_M + \Delta_C, \quad (8.2)$$

де  $\Delta_1$  — інструментальна похибка (похибка засобу вимірювань);

$\Delta_M$  — методична похибка;

$\Delta_C$  — суб'єктивна (особиста) похибка, яка зумовлена зчитуванням показу зі шкали аналогового приладу (під час вимірювання цифровими приладами ця складова похибки відсутня).

Похибка результату прямого одноразового вимірювання залежить від багатьох факторів, але в першу чергу вона визначається похибкою ЗВ, який використаний для вимірювання (інструментальна похибка). Тому в першому наближенні похибку результатів вимірювання можна прийняти рівною похибці, якою в даній точці діапазону вимірювання характеризується використаний ЗВ.

Інструментальна похибка, яку іноді називають **похибкою приладу**, обумовлена багатьма причинами, пов'язаними з конструкцією приладу,

якістю його виготовлення і застосовуваних матеріалів, старанністю регулювання, умовами застосування і т.д.

Інструментальна похибка має як систематичну, так і випадкову складову. Співвідношення між ними може бути неоднаковим для різних приладів (зазначається в паспорті приладу), однак частіше переважає систематична похибка. Інструментальну похибку можна встановити при порівнянні показань даного приладу з показаннями більш точного. У цьому випадку можна одержати таблицю або графік виправлень, використання яких підвищує точність приладу.

Для багатьох засобів вимірювання широкого застосування виробники зазначають, що інструментальна похибка із досить великою ймовірністю ( $P \geq 0,95$ ) не перевищує певного значення  $\Delta_1$ , що називається межею похибки, яка допускається. Наприклад, вимірювальна лінійка довжиною 1000 мм має  $\Delta_1 = \pm 0,20$  мм, тобто виробник не гарантує, що штрихи нанесені з більшою точністю.

Зв'язок між ціною поділки шкали і  $\Delta_1$  строго не встановлюється, тому судити про точність приладу на підставі ціни поділки шкали можна тільки дуже орієнтовно.

Оскільки похибка ЗВ може змінюватись по діапазону, то повинна розраховуватися як абсолютна похибка, яка необхідна для округлення результату та його правильного запису, так і відносна похибка, яка необхідна для однозначної порівняльної характеристики точності результату вимірювань.

Розглянемо окремі випадки.

1. Клас приладу показаний у вигляді одного числа в колі  $\gamma$ . Тоді відносна похибка результату вимірювання в %:  $\varepsilon = \gamma$  постійна в усьому діапазоні приладу і дорівнює числу, показаному в колі, а абсолютна дорівнює:

$$\Delta x = \frac{\gamma \cdot x}{100\%} \quad (8.3)$$

2. Клас приладу показаний у вигляді одного числа  $\gamma_0$  без кола. Тоді абсолютна похибка результату вимірювання:

$$\Delta x = \frac{\gamma_0 \cdot x_K}{100\%}, \quad (8.4)$$

де  $x_K$  – верхня границя діапазону вимірювання.

Відносна похибка вимірювань  $\varepsilon$  (%) знаходиться за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = \gamma_0 \frac{x_K}{x} \cdot 100\%, \quad (8.5)$$

де  $x$  – результат вимірювання.

Тобто, в цьому випадку, крім відліку вимірюваної величини  $x$ , обов'язково повинен бути зафіксованим і діапазон вимірювання (граничне значення діапазону  $x_K$ ). В іншому випадку буде неможливим визначення похибки результату вимірювання.

3. Клас приладу показаний двома числами  $c/d$ . У цьому випадку обчислюють відносну похибку результату вимірювання за формулою:

$$\varepsilon = c + d \left( \frac{x_K}{x} - 1 \right) \quad (3.13) \quad (8.6)$$

Далі обчислюють абсолютну похибку як:  $\Delta x = \varepsilon \cdot \frac{x}{100}$ .

При використанні цих формул треба пам'ятати, що в формули для визначення  $\varepsilon$  значення  $\gamma, \gamma_0, c, d$  підставляють у %, тому і відносну похибку одержують у %. При обчисленні абсолютної похибки  $\Delta x$  в одиницях значення вимірюваної величини  $x$  значення  $\varepsilon$  (%) відносної похибки потрібно не забувати розділити на 100 %.

У вимірювальній практиці зустрічаються наступні випадки оцінювання похибок прямих одноразових вимірювань.

**Випадок 1.** Є  $m$  невиключених систематичних похибок, і кожна із них задана своїми межами  $\Delta_{ci}$ .

У цьому випадку довірча границя сумарної невиключеної систематичної похибки результату вимірювання  $\Delta_c(P)$  оцінюється за формулою:

$$\Delta_c(P) = K \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_{ci}^2} \quad (8.7)$$

де  $K$  - поправочний коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності  $P$ , числа  $m$  складових  $\Delta_{ci}$ .

При довірчій ймовірності  $P = 0,9$  коефіцієнт  $K = 0,95$ ; при  $P = 0,95$  –  $K = 1,1$ . При  $P = 0,99$  поправочний коефіцієнт  $K$  приймається рівним 1,45, якщо число сумованих складових  $m > 4$ . Якщо  $m = 4$ , то  $K = 1,4$ ; при  $m = 3$ ,  $K \approx 1,4$ . Більш точні значення  $K$  при  $P = 0,99$  можна знайти з графіків

$K = \varphi(m, l)$ , де  $l = \frac{\Delta_{c1}}{\Delta_{c2}}$   $\Delta_{c1}$  - максимальна границя;  $\Delta_{c2}$  - границя, найближча до  $\Delta_{c1}$ .

**Випадок 2.** Є  $m$  невиключених систематичних похибок. Кожна з відомих похибок задана довірчими межами з різними довірчими ймовірностями (у тому числі й розрахованими за формулою (8.7). У цьому випадку:

$$\Delta_c(P) = K \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\Delta_{ci}^2(P_i)}{K_i^2}} \quad (8.8)$$

де  $\Delta_{ci}(P_i)$  - довірча межа  $i$ -тої невиключеної систематичної похибки, що відповідає довірчій імовірності  $P_i$ ;

$K$  і  $K_i$  - коефіцієнти, що відповідають довірчим імовірностям  $P$  і  $P_i$  відповідно.

Значення коефіцієнтів  $K$  і  $K_i$  визначаються за тими ж правилами, що і у формулі (8.7).

**Випадок 3.** Є тільки випадкові складові похибок, задані середніми квадратичними відхиленнями (СКВ), взятими, наприклад, з технічної документації ЗВ.

У цьому випадку СКВ результату одноразового вимірювання  $\sigma$  оцінюють за наступною формулою:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (8.9)$$

де  $\sigma_i$  - СКВ випадкових складових похибок вимірювання;

$m$  - число випадкових складових похибок вимірювання.

Довірчі межі випадкової похибки результату вимірювання знаходять за формулою:

$$\Delta(P) = t(P) \cdot \sigma = t(P) \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (8.10)$$

де  $t(P)$  - аргумент функції Лапласа для відповідної довірчої ймовірності

**Випадок 4.** Є тільки випадкові складові, що задаються СКВ, отриманими експериментально при числі вимірювань  $n < 30$ . Для цього випадку

$$\Delta(P) = t(P, n) \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (8.11)$$

де  $t(P, n)$  - коефіцієнт Стьюдента, обумовлений заданим  $P$  і числом  $n$ .

**Випадок 5.** Є тільки випадкові складові похибки, які задаються довірчими межами  $\Delta_i(P)$ , що відповідають однакої довірчій ймовірності. Значення довірчих меж результату вимірювання розраховується за формулою:

$$\Delta(P) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2(P)} \quad (8.12)$$

**Випадок 6.** Є тільки випадкові складові похибки, які задаються довірчими межами  $\Delta_i(P)$  із різними довірчими ймовірностями. Для цього випадку

$$\Delta(P) = t(P) \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\Delta_i^2(P_i)}{t^2(P_i)}} = t(P) \cdot \sigma \quad (8.13)$$

де  $t(P)$ ,  $t(P_i)$  - аргументи функції Лапласа.

**Випадок 7.** Є систематичні  $\Delta_C$  й випадкові  $\Delta_B$  складові похибки. У цьому випадку порядок визначення похибки результату вимірювання залежить від співвідношення  $\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma}$ .

Якщо  $\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma} < 0,8$ , то як похибка результату вимірювання приймаються довірчі межі випадкових похибок.

Якщо  $\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma} > 8$ , то як похибка результату вимірювання приймаються межі невиключних систематичних погрешностей.

Якщо  $\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma} \leq 8$ , то довірчу межу похибки результату вимірювання обчислюють за формулою:

$$\Delta(P) = K_1 |\Delta_C(P) + \Delta_B(P)| = K_1 |\Delta_C(P) + t(P) \cdot \sigma| \quad (8.14)$$

Значення  $K_1$  для довірчих імовірностей 0,95 і 0,99 представлені в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1. Вибір коефіцієнта  $K_1$  для різних значень  $\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma}$  та довірчих ймовірностей 0,95 і 0,99.

$\frac{\Delta_C(P_i)}{\sigma}$	0,8	1	2	3	4	5	6	7	8
$K(0,95)$	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
$K(0,99)$	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

У всіх розглянутих випадках форма подання результатів одноразових вимірювань повинна відповідати стандарту. При симетричній довірчій погрішності результат одноразового виміру подається формулою:

$$A_1; \pm\Delta; P \text{ або } A_1 \pm\Delta; P,$$

де  $A_1$  - результат одноразового вимірювання.

**Приклад 1.** Вимірювання напруги  $U_x$  проводилося на резисторі  $R=10$  Ом при температурі повітря в приміщенні  $30^\circ\text{C}$  вольтметром, що має рівномірну шкалу від 0 до 15 В і вхідний опір 2000 Ом. Похибка приладу визначається за формулою:

$$\pm(0,2 + \frac{0,8}{U_x}) \%$$

Стрілка приладу зупинилася на оцінці 2В. Визначити результат вимірювання.

**Розв'язання.**

Основна відносна похибка

$$\varepsilon = \pm(0,2 + \frac{0,8}{2}) = \pm 0,6\%$$

що в абсолютній формі складає  $\pm 0,072$  В.

Додаткова температурна похибка, визначена за паспортним даними приладу складає  $\varepsilon_T = \pm 0,1\%$

При довірчій імовірності  $P=0,95$  і  $m=2$ ,  $K=1,1$ . Отже, інструментальна похибка:

$$\Delta_i = 1,1\sqrt{0,6^2 + 0,1} = \pm 0,67\%$$

що в абсолютній формі складає  $\pm 0,013$  В.

Методична похибка визначається співвідношенням опору ділянка ланцюга ( $R=10$  Ом) і вхідного опору вольтметра ( $R_V=2000$  Ом)

$$\Delta_M = - \frac{RU_x}{R + R_V} = - \frac{10 \cdot 2}{10 + 2000} = - 0,01\text{В}$$

З урахуванням методичної похибки у вигляді поправки ( $\nabla = 0,01\text{В}$ ) отримуємо  $U_x = 2,01\text{В}$ . Результат вимірювань

$$U_x = (2,01 \pm 0,01)\text{В}, \quad P=0,95.$$

**Приклад 2.** У мілівольметра з рівномірною шкалою й верхньою межею вимірювання 50 мВ при вимірюванні напруги стрілка зупинилася на оцінці 20 мВ. Вимірювання проводилося при температурі  $22^\circ\text{C}$  і напруженості магнітного поля 380 А/м. Середнє квадратичне відхилення складає одну третину основної похибки. Основна похибка (приведена)

дорівнює 1% верхньої межі вимірювального приладу. Методична похибка відсутня. Визначити результат вимірювання.

#### **Розв'язання**

Основна абсолютна інструментальна похибка:

$$\Delta_{oi} = \frac{\gamma^x_N}{100} = \frac{1\% \cdot 50}{100\%} = \pm 0,5 \text{ мВ}$$

Основна відносна інструментальна похибка:

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta}{x} \cdot 100\% = \frac{0,5}{20} \cdot 100\% = \pm 2,5\%$$

Додаткова похибка внаслідок впливу зовнішнього магнітного поля визначена за паспортним даними приладу й складає  $\varepsilon_M = \pm 0,5\%$ . Сумарна відносна невиключена інструментальна систематична похибка при довірчій імовірності  $P = 0,9$ :

$$\varepsilon_0(P) = 0,95 \sqrt{\varepsilon_0^2 + \varepsilon_M^2} = 0,95 \sqrt{2,5^2 + 0,5^2} = \pm 2,42\%$$

В абсолютній формі  $\Delta_c(P) = \pm 0,48 \text{ В}$ .

Довірчі границі випадкової складової похибки для довірчої ймовірності  $P = 0,9$ :

$$\Delta_B(P) = \pm t(P) \cdot \sigma = \pm 1,65 \cdot 0,17 = \pm 0,28 \text{ мВ}$$

Розраховуємо відношення:

$$\frac{\Delta_c(P)}{\sigma} = \frac{0,48}{0,17} = 2,82$$

Похибка результату вимірювання:

$$\Delta(P) = K_1 |\Delta_c(P) + \Delta_B(P)| = \pm 0,95(0,48 + 0,28) = \pm 0,72 \text{ мВ}$$

Результат вимірювання:

$$U_x = (20 \pm 0,72) \text{ мВ}; \quad P=0,9.$$

### **8.3. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань.**

Методика виконання прямих багаторазових вимірювань і основні положення щодо обробки результатів багатократних спостережень встановлені Державним стандартом ДСТУ.1.0-93 «Державна система Стандартизації України. Основні положення».

#### **А. Зменшення впливу випадкових похибок.**

Виконавши декілька вимірювань, ми отримаємо ряд числових значень вимірюваної величини. Ці значення відрізняються одне від одного,

але всі вони заслуговують однакової довіри, оскільки отримані в однакових умовах і з однаковою ретельністю.

Практично число спостережень (вимірювань) завжди обмежене, а це означає, що одержаний набір значень випадкової величини невеликий:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ; в більшості експериментів  $n < 100$ . Сукупність обмеженої кількості значень випадкової величини називається **вибіркою із генеральної сукупності**, а кожне конкретне значення  $x_1$ , що належить до вибірки – **елементом вибірки**.

**Генеральна сукупність** – це повний набір всіх значень, які може в принципі приймати випадкова величина.

Основним методом зменшення впливу випадкових похибок є проведення вимірювань з **багаторазовими спостереженнями** і подальше статистичне опрацювання отриманих результатів. Методика статистичного опрацювання залежить від статистичних властивостей випадкових похибок, зокрема, їх розподілу, корельованості тощо. В переважній більшості на практиці приймають **модель нормального розподілу** випадкових похибок, що дає можливість застосовувати для обробки результатів добре теоретично обгрунтовані статистичні методи.

Найбільш ефективним методом зменшення впливу на результат вимірювання нормально розподілених випадкових похибок є **усереднення результатів**.

Пристаюючи до довірчої оцінки випадкових похибок, відзначимо, що довірчий інтервал, у якому випадкова похибка вимірювання перебуває із заданою ймовірністю, є показником точності виміру. Для його знаходження насамперед проводиться перевірка гіпотези про відповідність експериментальних даних нормальному закону розподілу.

Якщо в будь-якому конкретному вимірюванні заздалегідь невідомий розподіл випадкових похибок, то необхідно провести детальні дослідження на предмет встановлення форми розподілу. При цьому застосовують відповідні статистичні критерії і для досягнення заданого рівня впевненості про вид розподілу необхідно виконати великий обсяг вимірювальних експериментів, навіть кілька сотень і більше. Найчастіше на основі експериментальних даних спочатку будують гістограму і за її формою роблять попередній висновок про вид розподілу. Далі на основі певних критеріїв (критерій  $\chi^2$  Пірсона, критерій  $\omega^2$  Мізеса-Смірнова, критерій Колмогорова тощо) перевіряють гіпотезу на приналежність даного розподілу до вибраного модельного.

Слід зауважити, що ніякий критерій не дає гарантії про підпорядкованість сукупності експериментальних даних тому чи іншому розподілу, лише отримується відповідь, що з певною ймовірністю такий розподіл не суперечить експериментальним результатам.



## Б. Обробка результатів при нормально розподілених випадкових похибках.

Найбільш поширеною як в теоретичних дослідженнях, так і при практичному опрацюванні результатів вимірювань є модель нормального розподілу випадкових похибок.

Прийнято вважати, що кількість спостережень при багаторазових вимірюваннях не менша за 4 - 5 ( $n \geq 4-5$ ) В результаті почергових вимірювань даної величини отримують набір результатів  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , де  $n$  – кількість вимірювань.

Для зменшення впливу нормально розподілених випадкових похибок застосовується усереднення результатів вимірювань, тобто за результат вимірювання приймається їх середнє арифметичне значення.

Нехай величина  $x$  виміряна  $n$  разів. Тоді відповідно до теорії ймовірності найбільш імовірне значення вимірюваної величини дорівнює її середньому арифметичному значенню при нескінченно великому  $n$ , тобто

$$\bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (8.15)$$

де  $x_i$  – результат  $i$ -го вимірювання ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

Умова, при якій  $\bar{x} \rightarrow x_{\text{іст}}$  при  $n \rightarrow \infty$ , правильна тільки в тому ідеальному випадку, коли систематичні похибки повністю виключені. Якщо кількість  $n$  вимірювань обмежена, то найбільш близьким до цього значення є **середнє арифметичне значення**:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (8.16)$$

де  $\bar{x}$  - середнє арифметичне значення;  
 $x_i$  – результат  $i$  - тового вимірювання;  
 $n$  – кількість вимірювань.

При цьому припускається, що результати вимірювань вільні від систематичних похибок.

Середнє значення  $\bar{x}$  вимірюваної величини  $x$  показує центр розподілу, біля якого групуються результати окремих вимірювань.

Розглянемо детальніше зміст середнього арифметичного значення. При вимірюванні сталого істинного значення  $x_{\text{іст}}$  деякої величини  $A$  вплив випадкових похибок  $\Delta_i$  проявляється у хаотичній нерегулярній

зміні окремих послідовних в часі результатів  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), де  $n$  – кількість вимірювань.

Ряд результатів вимірювань можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_{\text{іст}} + \Delta_1 \\
 x_2 &= x_{\text{іст}} + \Delta_2 \\
 x_3 &= x_{\text{іст}} + \Delta_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_n &= x_{\text{іст}} + \Delta_n \\
 \hline
 \sum_{i=1}^n x_i &= nx_{\text{іст}} + \sum_{i=1}^n \Delta_i
 \end{aligned}
 \tag{8.17}$$

де  $\Delta_i$  - похибка  $i$ -го вимірювання.

Теорія імовірностей показує, що алгебраїчна сума всіх випадкових похибок прямує до 0.

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i \approx 0
 \tag{8.18}$$

Чим більша кількість виконаних вимірювань  $n$ , тим вірніша рівність (8.18).

Якщо (8.18) підставити у (8.17), то отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n x_i \approx nx_{\text{іст}}$$

звідки

$$x_{\text{іст}} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}
 \tag{8.19}$$

тобто середнє значення є наближеним до істинного.

Введемо поняття розмаху результатів вимірювання:

**Розмах результатів вимірювань** – алгебраїчна різниця найбільшого і найменшого результатів окремих вимірювань з ряду  $n$  вимірювань:

$$R_n = x_{\text{max}} - x_{\text{min}}
 \tag{8.20}$$

де  $R_n$  – розмах результатів вимірювань;

$x_{\max}$  і  $x_{\min}$  – найбільше і найменше значення величини в даному ряді вимірювань.

Наприклад, із п'яти вимірювань діаметра  $d$  отвору значення  $d_5 = 25,56$  і  $d_1 = 25,51$  мм виявилися максимальним і мінімальним його значеннями. В цьому випадку  $R_n = d_5 - d_1 = 0,05$  мм. Це означає, що інші похибки даного ряду менші, ніж 0,05 мм.

### **В. Середня арифметична похибка окремого вимірювання .**

Абсолютна похибка  $i$ -го вимірювання

$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|. \quad (8.21)$$

Іноді вираз (8.21) називають відхиленням  $i$ -го результату вимірювання від середнього арифметичного.

Вираз

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (8.22)$$

називається **середньою арифметичною похибкою окремого вимірювання.**

Відзначимо дві властивості, характерні для відхилення від середнього арифметичного:

1. Алгебраїчна сума всіх відхилень від середнього арифметичного дорівнює 0:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0 \quad (8.23)$$

2. Сума квадратів відхилень від середнього має мінімальне значення:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 = \min \quad (8.24).$$

Перевага середньої арифметичної похибки окремого вимірювання – простота її обчислення. Але частіше визначають **середню квадратичну похибку.**

### Г. Середнє квадратичне відхилення (СКВ).

Основною характеристикою випадкової похибки є **середня квадратична похибка (або середнє квадратичне відхилення)**.

Зазначимо, що при наближених обчисленнях коли замість істинного значення  $x_{\text{іст}}$  вводиться  $\bar{x}$ , середнє квадратичне відхилення позначають  $S$  замість  $\sigma$ .

Необхідно чітко розрізняти середню квадратичну похибку  $\sigma$  для одиничного (окремого) вимірювання і середню квадратичну похибку  $\sigma_{\bar{x}}$  для середнього значення  $\bar{x}$ .

При кількості вимірювань  $n$  **дисперсію** вводять як середній квадрат відхилення окремих результатів від середнього значення випадкової величини:

$$D = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}. \quad (8.25)$$

**Середня квадратична похибка** одиничного вимірювання обчислюється за результатами  $n$  вимірювань  $x_1, x_2, \dots, x_n$  як квадратний корінь із дисперсії:

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (8.26)$$

Зі способу обчислення випливає, що ця величина характеризує розкид результатів окремих вимірювань навколо середнього значення, одержуваного після обробки всіх даних багаторазового вимірювання. Значення  $\sigma$  є основною характеристикою для визначення точності даного способу вимірювань. Хоча величина  $\sigma$  характеризує випадкову похибку результату одиничного вимірювання, виконаного даним методом, сама вона може бути визначена тільки з результатів досить великої кількості вимірювань і тим точніше, чим більше  $n$  (на практиці можна обмежитися значенням  $n = 10-50$ ). При кінцевих  $n$  правильніше використати термін **експериментальна оцінка**, що так само відносять і до середнього значення, і до дисперсії.

Зі збільшенням кількості  $n$  вимірювань середньоквадратична похибка зменшується.

Через обмеження кількості  $n$  вимірювань  $\sigma$  збігається з випадковою похибкою тільки з певною ймовірністю, так званою довірчою ймовірністю  $P$ , тому результат вимірювань величини  $x$  подають у вигляді

$$x = \bar{x} \pm t(n, P) \cdot \sigma, \quad (8.27)$$

де  $t(n,P)$  - коефіцієнт Стьюдента, який залежить як від кількості  $n$  вимірювань, так і від заданої оператором довірчої ймовірності  $P$ .

Для попередньої оцінки ступеня вірогідності окремого ряду вимірювань, крім середнього квадратичного відхилення, застосовується також **імовірна похибка**  $\Delta_{1M}$  :

$$\Delta_{1M} = 0,675 \cdot \sigma.$$

#### **8.4. Похибки середнього арифметичного. Основний закон теорії похибок.**

Середнє значення  $\bar{x}$  результатів нескінченно великої кількості вимірювань ( $n \rightarrow \infty$ ) прямує до істинного значення вимірюваної величини  $x_{\text{ІСТ}}$ . Практично ж ми обчислюємо середнє значення на основі скінченної кількості результатів. Воно, як вже вказувалося, відрізняється від істинного значення на величину  $\Delta\bar{x}$ , яка є випадковою похибкою середнього значення. При збільшенні кількості вимірювань  $n$  значення  $\Delta\bar{x}$  прямує до 0.

В одній серії з  $n$  вимірювань  $\bar{x}$  є лінійною функцією результатів окремих вимірювань  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Якщо провести нову серію із  $n$  вимірювань, то внаслідок впливу випадкових похибок значення  $x_1$  будуть відрізнятися від отриманих в першій серії, тобто, нове значення  $\bar{x}$  буде іншим.

Таким чином, число  $\bar{x}$ , отримане в одній із серій вимірювань, є випадковим наближенням до істинного значення  $x_{\text{ІСТ}}$ , і виникає необхідність визначити середнє квадратичне відхилення вже для  $\bar{x}$ .

Для оцінки можливих відхилень величини  $\bar{x}$  від істинного значення, визначають **середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного**  $\sigma_{\bar{x}}$ .

Отже, випадкову похибку можна зменшити, якщо провести не одне, а кілька вимірювань і як похибку результату вимірювання взяти середнє значення  $\Delta\bar{x}$ . Вивчаючи випадкові похибки одиничних вимірювань, розглядалася велика сукупність однорідних вимірювань. Аналогічно, можна одержати з досліду велику кількість різних середніх значень однієї тієї самої вимірюваної величини і значень похибок  $\Delta\bar{x}$ . Нехай, наприклад, виконано чотири вимірювання і знайдено їхнє середнє значення  $\Delta\bar{x}_1$ . Виконавши ще чотири вимірювання, одержимо трохи інше  $\Delta\bar{x}_2$ . Зробивши таку операцію досить велику кількість раз, можна побудувати гістограму розподілу середніх значень  $\Delta\bar{x}_1$ .

Якщо випадкові похибки результатів окремих вимірювань підлягають нормальному розподілу, то і похибки середніх значень їх повторних рядів підлягають тому ж закону, але з іншою дисперсією (розсіюванням). Розсіювання середніх значень менше, ніж розсіювання результатів окремих вимірювань.

Теорія дає такий зв'язок між середньою квадратичною похибкою середнього значення  $\sigma_{\bar{x}}$ , середньою квадратичною похибкою одиничного вимірювання  $\sigma$  і кількістю вимірювань  $n$ , використаних для обчислення середнього  $\bar{x}$ :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8.28)$$

Співвідношення (8.28) має велике значення для теорії похибок.

По-перше, з нього проглядається значна роль  $\sigma$ , від якої залежать похибки не тільки одиничного вимірювання, але й усередненого результату.

По-друге, вираз (8.28) являє собою закон зменшення випадкової похибки при зростанні кількості вимірювань. Він визначає **основний закон теорії похибок**, суть якого полягає в наступному: якщо потрібно підвищити точність результату вимірювання (при скоригованій систематичній складовій похибки) в  $n$  раз, то число вимірювань необхідно збільшити в  $n^2$  разів. Наприклад, бажаючи зменшити похибку в 2 рази, ми повинні зробити замість одного чотири вимірювання; щоб зменшити похибку в 3 рази - 9 вимірювань, а 100 вимірювань зменшують похибку результату в 10 разів. Цей шлях зменшення випадкової похибки часто використовують на практиці. При цьому не слід забувати, що формула (8.28) справедлива тільки для випадкової складової похибки вимірювань. Систематична похибка, а також значною мірою інструментальна похибка не зменшуються при зростанні кількості вимірювань.

Таким чином, все сказане про зв'язок між довірчою ймовірністю  $P$  і похибкою  $\Delta x = t\sigma$  одиничного вимірювання справедливо і для похибки  $\Delta \bar{x}$  середнього арифметичного. При цьому потрібно тільки замінити  $\sigma$  на  $\sigma_{\bar{x}}$ .

Якщо за результат вимірювання береться середнє  $\bar{x}$  з  $n$  вимірювань, то

$$x_{\text{іст}} = \bar{x} \pm \Delta x \quad (8.29)$$

Причому напівширину довірчого інтервалу  $\Delta x$  (похибка середнього) для заданої довірчої ймовірності  $P$  можна визначити в такий спосіб.

1. Припустимо, що з великої серії певних вимірювань значення  $\sigma_{\bar{x}}$  відомо; воно характеризує похибку даного методу вимірювань. Тоді для нової серії подібних вимірювань похибка середнього значення

$$\Delta x = t \cdot \sigma_{\bar{x}} = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \quad (8.30)$$

де  $n$  — кількість проведених вимірювань досліджуваної величини.

2. Якщо значення  $\sigma_{\bar{x}}$  невідомо, але оброблювана серія вимірювань  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  досить велика ( $n > 10 - 20$ ), то  $\sigma$  і  $\sigma_{\bar{x}}$ , знаходять із цієї серії. Тоді

$$\Delta x = t \cdot \sigma_{\bar{x}} = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = t \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}. \quad (8.31)$$

У такий спосіб для характеристики випадкової похибки необхідно зазначити два числа — саму похибку, тобто напівширину довірчого інтервалу  $\Delta x$ , і пов'язану з нею довірчу ймовірність  $P$ . У фізичній науковій літературі звичайно беруть  $P = 0,68$ , тобто зазначають середню квадратичну похибку ( $t = 1$ ). Тоді ймовірність того, що похибка середнього арифметичного значення не перевищує значення  $\pm \sigma_{\bar{x}}$  складає 0,68, так само, як і для  $\sigma$ . Але границі довірчого інтервалу звужуються тобто результат вимірювань виявляється точніше. Оскільки  $\pm \sigma_{\bar{x}}$  в  $\sqrt{n}$  разів менше  $\sigma$ , то можна зробити висновок, що виконавши в 100 разів більше вимірювань ми отримаємо з тією ж імовірністю результат на один десятичний знак більш точний. Однак при цьому слід пам'ятати про одну важливу умову — забезпечення незмінності умов вимірювань. Чим більша кількість вимірювань, тим важче виконувати цю умову.

100-кратне збільшення кількості вимірювань не виправдовується, але збільшення в 2, 4 рази безумовно підвищує точність і надійність результату вимірювань. Наприклад, при збільшенні кількості вимірювань в 4 рази випадкова похибка результату зменшиться в  $\sim 2$  рази при тій же довірчій ймовірності.

## 8.5. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань.

**Рівноточними** називаються почергові вимірювання незмінними засобами, в незмінних умовах, одним оператором. Формальною ознакою рівноточності може бути рівність середньоквадратичних похибок  $\sigma$  всіх серій вимірювань.

Результати обробляються по-різному, залежно від того, мало ( $n < 30$ ) чи багато ( $n \geq 30$ ) проведено спостережень. Якщо дисперсія (чи стандартне відхилення) випадкових похибок заздалегідь невідомі, то загальна процедура обробки прямих багаторазових рівноточних вимірювань включає наступні етапи:

1. Вихідними даними для розрахунку є серія із  $n$  результатів рівноточних спостережень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а також довірна ймовірність  $P_{\text{дов}}$ .

2. Оцінка наявності  $i$ , при необхідності, виключення відомої систематичної погрішності з результатів спостереження. Вона ґрунтується на знанні властивостей використовуваного ЗВ, методу вимірювань й умов вимірювань.

3. Визначається оцінка істинного значення вимірюваної величини — середнє арифметичне значення результатів спостережень:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8.32)$$

4. При нормальній функції розподілу середнє арифметичне є найбільше наближене до істинного (дійсного) значенню вимірюваної величини. Отже похибка кожного  $i$ -того спостереження буде визначатися формулою:

$$\Delta_i = x_i - \bar{x} \quad (8.33)$$

5. П'ятий крок передбачає обчислення оцінки СКВ результату окремого вимірювання  $\sigma$ . З урахуванням (8.33) значення середньоквадратичної похибки даного ряду вимірювань знаходимо за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8.34)$$

6. Перевіряється нормальність розподілу результатів спостережень.

7. Визначається наявність грубих похибок, які відповідають відношенню  $\Delta \geq 3\sigma$ . Результати з грубими помилками відкидають і проводять обчислення для меншого числа спостережень з попередньою послідовністю.

8. При скінченному числі спостережень середнє арифметичне, знайдене за формулою (8.32), відрізняється від істинного середнього арифметичного, тобто  $\bar{x}$  також є випадковою величиною. Тому існує середньоквадратичне



відхилення середнього арифметичного значення. На цьому етапі здійснюється оцінка СКВ середнього значення результатів виміру  $\sigma_{\bar{x}}$ , що характеризує ступінь розкиду  $\bar{x}$ :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8.35)$$

Значення  $\sigma_{\bar{x}}$  характеризує ступінь розкиду  $\bar{x}$ . Оскільки  $\bar{x}$  виступає оцінкою істинного значення вимірюваної величини  $x_{\text{ІСТ}}$  тобто є кінцевим результатом виконуваних вимірювань, то  $\sigma_{\bar{x}}$  називають також середньою квадратичною похибкою результату вимірювань.

На практиці значенням  $\sigma$  користуються в тих випадках, коли потрібно дати оцінку точності застосовуваного методу виміру. Дійсно, якщо метод точний, то розкид результатів окремих вимірювань малий, тобто мале значення  $\sigma$ .

Значення  $\sigma_{\bar{x}}$  використовується для характеристики точності результату вимірювань деякої величини, тобто результату, отриманого за допомогою математичної обробки підсумків цілого ряду окремих прямих вимірювань. Таким чином, як видно із (8.35), при збільшенні числа спостережень (при незалежних результатах) точність збільшується пропорційно  $\sqrt{n}$ . У загальному випадку число спостережень необхідно збільшувати доти, поки  $\sigma_{\bar{x}}$  не стане меншим від систематичної похибки приладу.

9. Приступаючи до довірчої оцінки випадкових похибок, відзначимо, що довірчий інтервал, у якому випадкова похибка вимірювання перебуває із заданою ймовірністю, є показником точності виміру. Для його знаходження насамперед проводиться перевірка гіпотези про відповідність експериментальних даних нормальному закону розподілу ймовірності результату вимірювання. При підтвердженні гіпотези про нормальність закону розподілу обчислюють межі довірчого інтервалу випадкової складової похибки, виходячи з вибраної довірчої ймовірності  $P_{\text{ДОВ}}$ .

Прийнято вважати, що якщо число спостережень  $n > 30$ , то значення інтеграла необхідно обчислювати через функцію Лапласа. Для заданих значень  $P_{\text{ДОВ}}$  за табульованими значеннями функції Лапласа  $\Phi(t) = P_{\text{ДОВ}}$

(додаток 5) знаходять значення  $t(P_{\text{ДОВ}})$ , а враховуючи, що  $t(P_{\text{ДОВ}}) = \frac{\Delta}{\sigma_{\bar{x}}}$

верхня  $x_{\text{В}}$  і нижня  $x_{\text{Н}}$  межі довірчого інтервалу визначають за формулами:

$$\begin{aligned}
 x_B &= \bar{x} + t(P_{\text{ДОВ}}) \cdot \sigma_{\bar{x}} = \bar{x} + \varepsilon \\
 x_H &= \bar{x} - t(P_{\text{ДОВ}}) \cdot \sigma_{\bar{x}} = \bar{x} - \varepsilon
 \end{aligned}
 \tag{8.36}$$

Тобто істинне значення вимірюваної величини з імовірністю  $P_{\text{ДОВ}}$  знаходиться в межах:

$$\bar{x} - t\sigma_{\bar{x}} \leq x_{\text{ІСТ}} \leq \bar{x} + t\sigma_{\bar{x}}
 \tag{8.37}$$

Якщо кількість результатів (число відліків)  $n \leq 30$ , але судження про нормальність розподілу залишається справедливим, то використовують розподіл Стюдента. Для заданих значень  $P_{\text{ДОВ}}$  і  $n$  за таблицями розподілу Стюдента (додаток 6) знаходять коефіцієнт  $t(n, P_{\text{ДОВ}})$ , а потім обчислюють верхню й нижню межі довірчого інтервалу:

$$\begin{aligned}
 x_B &= \bar{x} + t(n, P_{\text{ДОВ}}) \cdot \sigma_{\bar{x}} \\
 x_H &= \bar{x} - t(n, P_{\text{ДОВ}}) \cdot \sigma_{\bar{x}}
 \end{aligned}
 \tag{8.38}$$

При особливо точних і відповідальних вимірюваннях, якщо гіпотеза про нормальність закону розподілу не підтверджується, може бути поставлене завдання про визначення закону розподілу ймовірності результату вимірювання, що здійснюється на основі методики вимірювання. Однак варто пам'ятати, що це складна й трудомістка процедура.

10. Порядок визначення границь невиключених складових систематичної похибки залежить насамперед від умов експерименту. Якщо є кілька невиключених складових систематичної похибки й відомі їхні границі  $\Delta_{ci}$ , то розподіл цих складових в області границь прийнято вважати рівномірним, а сумарна довірна межа визначається за формулою (8.7).

11. Результуючі довірчі границі похибки результату вимірювання визначають за формулою (8.14):

$$\Delta(P) = K_1 |\Delta_c(P) + \Delta_B(P)| = K_1 |\Delta_c(P) + t(P) \cdot \sigma|$$

12. Інтервал, в якому похибка вимірювання знаходиться із заданою ймовірністю  $P_{\text{ДОВ}}$ , є показником точності вимірювання і виражається у формі:

$$A; \Delta_H; \Delta_B; P_{\text{ДОВ}}
 \tag{8.39}$$

де  $A$  - результат вимірювання в одиницях вимірюваної величини;

$\Delta_H, \Delta_B$  - відповідно похибка вимірювання з нижньою й верхньою її межами в тих же одиницях вимірювання;

$P_{\text{ДОВ}}$  - довірча ймовірність.

**Приклад.** У процесі вимірювання отримано 10 відліків вимірюваної величини (рівень сигналу в дБ):

$$x_1 = 72,36; x_2 = 72,35; x_3 = 72,35; x_4 = 72,35; x_5 = 72,33;$$

$$x_6 = 72,37; x_7 = 72,36; x_8 = 72,35; x_9 = 72,35; x_{10} = 72,36.$$

Треба визначити результат вимірювання, якщо  $P_{\text{ДОВ}} = 0,95$  Систематичною похибкою знехтувати. Розподіл результатів відліків вважати нормальним.

**Розв'язання:**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 72,352$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,011$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,003$$

Результат:  $\bar{x} = 72,35$  дБ,  $\sigma_{\bar{x}} = 0,003$  дБ

За таблицею додатка б знаходимо  $t(n, P_{\text{ДОВ}}) = t(10; 0,95) = 2,26$

Межі довірчого інтервалу:  $x_H = 72,35 - 2,26 \cdot 0,003 = 72,34$ ;  
 $x_B = 72,35 + 2,26 \cdot 0,003 = 72,36$ .

Результат:  $A = 72,35$  дБ;  $\Delta_H = -0,01$  дБ;  $\Delta_B = +0,01$  дБ; дБ ;  
 $P_{\text{ДОВ}} = 0,95$ .

### 8.6. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії. Розподіл Стьюдента.

На практиці часто зустрічається випадок, коли проводиться невелика кількість вимірювань ( $n < 30$ ). Для них обчислюється середнє і на підставі тільки цих вимірювань оцінюється похибка середнього  $\Delta x$ . У цьому випадку похибки вимірювань заздалегідь не вивчалися і значення  $\sigma$  невідомо. В цьому випадку використання формули

$$\Delta x = t \cdot \sigma_{\bar{x}} = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = t \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (8.40)$$

для малої кількості вимірювань є некоректним і дає погані результати. Похибка  $\Delta x$ , обчислена за цією формулою для малої кількості вимірювань, має інше значення довірчої ймовірності. Це пов'язане з тим, що формально знайдена для цих випадків оцінка  $\sigma$  буде мати дуже великий розкид, а знайдена **квантільна оцінка** розкиду середнього може мати велику похибку.

В 1908р. англієць Госсет вивів, і опублікував під псевдонімом „Студент”, залежність коефіцієнта  $t(n, P)$  (коефіцієнта Стьюдента) від кількості вимірювань  $n$  та заданої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  для цих випадків. Математичний вираз розподілу Ст'юдента через його складність приводити не будемо.

У випадку малого  $n$  правильна оцінка похибки заснована на використанні так званого розподілу Стьюдента ( $t$  - розподілу).

За результатами  $n$  вимірювань ( $n \geq 2$ ) обчислюємо середнє значення похибки  $\Delta x$  і напівширину довірчого інтервалу за формулою:

$$\Delta x = t(n, P) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}. \quad (8.41)$$

Цей вираз відрізняється від (8.40) множником перед радикалом. Замість множника  $t$  (функції довірчої ймовірності  $P$ ) використовується множник  $t(n, P)$ , що є функцією не тільки  $P$ , але й кількості вимірювань  $n$ . Інколи замість кількості вимірювань  $n$  використовують параметр  $f$ , який називається числом ступенів свободи. При цьому  $f = n - 1$ , де  $n$  — кількість вимірювань. Значення  $t(n, P)$ , розраховані за теорією ймовірностей, наведені в додатку 6.

Даний метод оцінки похибки середнього значення придатний для будь-якої кількості вимірювань — як для малої, так і великої. При великих  $n$  він переходить у більш простий метод (8.40). Дійсно, з таблиці додатку 6 видно, що при зростанні  $n$  значення  $t(n, P)$  прагне до відповідного значення  $t$ ; наприклад,  $t(n, P) \rightarrow 1,96 \approx 2$  при  $P = 0,95$ . Відношення  $\frac{t(n, P)}{t} > 1$  і зростає зі зменшенням  $n$  і збільшенням  $P$ . Розбіжність у значеннях  $\Delta x$ , обчислених за (8.41) і наближеною формулою (8.40) тим більше, чим менше  $n$ .

Послідовність обробки результатів при малій кількості вимірювань співпадає з наведеною вище. Але в цьому випадку довірчі границі випадкової похибки визначаються виразом:

$$\varepsilon = \pm t_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm t_c \sigma_{\bar{x}}, \quad (8.42)$$

де  $t_c = t(n, P)$  - коефіцієнт Ст'юдента, який залежить від кількості вимірювань  $n$  і значення довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$ .

Для практичного використання цього розподілу користуються таблицями, в яких дано значення коефіцієнта Ст'юдента  $t_c$  для різних довірчих ймовірностей  $P_{\text{дов}}$  і різного числа вимірювань  $n$ , і навпаки – значення  $P_{\text{дов}}$  для різних довірчих інтервалів  $t_c$  і різного  $n$  (додатки 6 та 7).

Результат істинного значення при заданій довірчій ймовірності записується у вигляді:

$$x_{\text{іст}} = \bar{x} \pm t_c \sigma_{\bar{x}}; \quad x = \bar{x} \pm t_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ при } P_{\text{дов}} = 0,9 - 0,9973$$

або (8.43)

$$\bar{x} - t_c \sigma_{\bar{x}} \leq x_{\text{іст}} \leq \bar{x} + t_c \sigma_{\bar{x}}; \quad \bar{x} - t_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < x_{\text{істинне}} < \bar{x} + t_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Границі, визначені виразом (8.43), утворюють довірчий інтервал, величина якого зі збільшенням числа вимірювань  $n$  зменшується за тієї ж самої довірчої ймовірності.

При  $n \rightarrow \infty$  розподіл Ст'юдента приводиться до нормального.

В таблицях, які приводяться в підручниках по теорії ймовірностей, частіше вказується не кількість вимірювань  $n$ , а кількість ступенів вільності  $f = n - 1$ .

Замість довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  в деяких джерелах вказується рівень значимості, рівний  $1 - P_{\text{дов}}$ .

Знаючи кількість вимірювань  $n$  і задавши довірчою ймовірністю  $P_{\text{дов}}$ , по таблицям можна знайти значення  $t_c$ . Помноживши його на  $\sigma_{\bar{x}}$ , можна визначити границі довірчого інтервалу.

## 8.7. Оцінка результатів непрямих вимірювань.

У більшості експериментів використовують непрямі вимірювання. Нагадаємо, що **непрямі вимірювання** - це вимірювання, при яких значення вимірюваної величини  $Y$  визначають за результатами прямих

вимірювань інших фізичних величин, наприклад,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , з якими вона пов'язана відомою функціональною залежністю:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8.44)$$

Прикладом опосередкованого вимірювання є визначення опору  $R$  за результатами прямих вимірювань напруги  $U$  вольтметром, та струму  $I$  амперметром за законом Ома

$$R = \frac{U}{I}.$$

Для непрямих вимірювань вихідними даними є формула зв'язку та результати прямих вимірювань величин – аргументів. Цей зв'язок повинен бути відомим експериментаторові. Крім даних прямих вимірювань, параметрами (8.44) можуть виявитися інші величини, точно задані або отримані в інших вимірюваннях, – вони становлять набір вихідних даних.

Вираз (8.44), записаний у явному вигляді, називають **робочою формулою** і використовують як для оцінювання результату непрямого вимірювання  $Y$ , так і для оцінювання похибки вимірювання  $\Delta Y$ .

Для запису результату вимірювання необхідно оцінити похибку його визначення.

**Похибка непрямого вимірювання** визначається похибками результатів вимірювання кожного виконаного прямого вимірювання. Це положення дійсне як для випадкових, так і для систематичних похибок.

Для оцінки результатів непрямих вимірювань величини  $Y$  будемо вважати, що систематичні похибки вимірювань величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  виключені, а випадкові похибки вимірювання цих величин не залежать одна від одної.

Якщо величини  $x_1, x_2, \dots, x_n$  виміряні з абсолютними похибками  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ , то результат непрямого вимірювання величини  $Y_{\text{іст}}$  також буде містити похибку  $\Delta Y$ , тобто матиме вигляд:

$$Y_{\text{іст}} = \bar{Y} \pm \Delta Y = f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, \dots, x_n \pm \Delta x_n) \quad (8.45)$$

де  $\bar{Y}$  - результат непрямого вимірювання (середнє значення вимірюваної величини  $Y$ );

$x_1, x_2, \dots, x_n$  - результати вимірювання аргументів;

$\Delta x_i$  - абсолютні похибки вимірювань цих аргументів.

При багаторазових прямих вимірюваннях за найбільш ймовірне (істинне, дійсне) значення вимірюваної фізичної величини необхідно приймати середнє арифметичне результатів ряду вимірювань.

Відповідно при багаторазових непрямих (опосередкованих) вимірюваннях, найбільш достовірний результат можна отримати, якщо у формулу зв'язку, будуть підставлені середні арифметичні значення цих аргументів. Тобто за істинне значення вимірюваної величини  $Y$  приймається її середнє значення:

$$\bar{Y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (8.46)$$

де  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, \dots$  – середні арифметичні (дійсні) значення величин – аргументів, що вимірюються прямо.

Розглянемо випадок, коли похибки вимірювання величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  мають тільки випадковий характер і відповідають нормальному закону розподілу. Крім цього, похибка кожного окремо взятого прямого вимірювання незалежна, тобто не піддається впливу випадкових факторів, що викликають похибки інших прямих вимірювань, виконаних в експерименті. Такі вимірювання і самі вимірювані величини називаються **статистично незалежними**, або просто незалежними. При виконанні зазначених умов середнє значення величини  $\bar{Y}$  визначають на основі рівняння  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , виходячи із середніх значень величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

$$\bar{Y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

З виразу (8.45) випливає, що абсолютна похибка  $\Delta Y$  непрямого вимірювання дорівнює різниці:

$$\Delta Y = Y_{\text{іст}} - \bar{Y} = f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, \dots, x_n \pm \Delta x_n) - f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

Але така формула непридатна для практичного використання.

Враховуючи те, що значення похибок прямих вимірювань аргументів  $x_1, x_2, \dots, x_n$  завжди суттєво менші самої вимірюваної величини, тобто  $\Delta x_1 \ll \bar{x}_1, \Delta x_2 \ll \bar{x}_2, \dots, \Delta x_n \ll \bar{x}_n$ , похибки результатів прямих вимірювань переносяться на результат непрямого вимірювання як незалежні нормальні розподіли  $Y$  навколо  $\bar{Y}$  за кожним з аргументів. Спільний розподіл навколо  $Y$ , що враховує окремі розподіли кожного з аргументів, повинна визначати похибка непрямого вимірювання  $\Delta Y$ . Ці розподіли нормальні і незалежні, тому дисперсія їх спільного розподілу дорівнює сумі їх дисперсій, що строго доведено в математичній статистиці. Тоді середнє квадратичне відхилення спільного розподілу, що обчислюється як корінь із дисперсії, знаходиться з виразу:

$$\Delta Y = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2} . \quad (8.47)$$

де  $\Delta x_i$  - відхилення результату вимірювання  $i$ -того аргументу від середнього його значення  $\bar{x}_i$ , яке приймається за дійсне (істинне).

Цей вираз має загальний характер і його можна використати для оцінювання похибки непрямого вимірювання, виконаного при будь-якому вигляді функції  $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Однак варто твердо пам'ятати, що при безпосередніх розрахунках у (8.47) необхідно підставляти похибки  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ , знайдені для того самого значення довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$ . Похибка непрямого вимірювання  $\bar{Y}$  також буде відповідати цьому значенню довірчої ймовірності. Рекомендується використовувати значення ймовірності  $P_{\text{дов}} = 0,68$ .

Виходячи з умови  $\Delta x_i \ll \bar{x}_i, \Delta x_2 \ll \bar{x}_2, \dots, \Delta x_n \ll \bar{x}_n$  функція  $f$  може бути із високою точністю задана, в межах точки із координатами істинних значень аргументів, розкладом у ряд Тейлора, в якому враховані тільки складові першої степені. Тоді істинний результат вимірювання дорівнює:

$$Y_{\text{іст}} = \bar{Y} \pm \Delta Y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (8.48)$$

де  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, \dots$  – середні арифметичні (дійсні) значення величин – аргументів, що вимірюються прямо;

$\Delta x_i$  - відхилення результату вимірювання  $i$ -того аргументу від середнього його значення  $\bar{x}_i$ , яке приймається за дійсне (істинне) тобто, абсолютна похибка вимірювання  $i$ -того аргументу.;

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \cong \Delta Y \quad - \quad \text{абсолютна похибка загального результату}$$

вимірювання;

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad - \quad \text{часткова похідна від функції } f \text{ по } x_i \text{-тому аргументу;}$$

В реальних умовах ця формула (8.48) дає дещо завищене значення похибки  $\Delta Y$ , оскільки при додаванні складових похибок можлива їхня часткова взаємна компенсація. Кращі результати дає середньоквадратичне підсумовування похибок:

$$\Delta Y \cong \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad (8.49)$$



де  $\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$  - часткова похибка результату непрямого вимірювання.

Відносна похибка опосередкованого вимірювання як впливає з (8.48) дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)}{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)} \quad (8.50)$$

Якщо формула зв'язку є функцією одної змінної  $Y = f(x)$ , то абсолютна похибка  $\Delta Y = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x$  Приклади таких функцій:

1. Якщо формула зв'язку має вигляд:  $Y = x^A$ , то  $\Delta Y = A \cdot x^{A-1} \cdot \Delta x$ , а відносна похибка  $\varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{A \cdot x^{A-1}}{x^A} \Delta x = A \cdot \frac{\Delta x}{x}$

2. Якщо формула зв'язку має вигляд:  $Y = \sqrt[B]{x} = x^{\frac{1}{B}}$ , то  $\Delta Y = \frac{1}{B} x^{\frac{1}{B}-1} \Delta x$ , а відносна похибка  $\varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\frac{1}{B} x^{\frac{1}{B}-1} \Delta x}{x^{\frac{1}{B}}} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta x}{x}$ .

3. Якщо формула зв'язку є функцією алгебраїчної суми двох змінних  $x_1$  та  $x_2$  з коефіцієнтами  $a$  та  $b$ :  $Y = ax_1 + bx_2$ , то абсолютна похибка через середньоквадратичні підсумовування дорівнює:

$$\Delta Y = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)^2} = \sqrt{(a \Delta x_1)^2 + (b \Delta x_2)^2}.$$

$$\text{Відносна похибка: } \varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\sqrt{(a \Delta x_1)^2 + (b \Delta x_2)^2}}{ax_1 + bx_2}$$

4. Якщо формула зв'язку є функцією добутку змінних  $x_1$  та  $x_2$  з коефіцієнтом  $k$  та показниками степені  $a$  та  $b$  (будь-які цілі або дробові, додатні або від'ємні числа):  $Y = kx_1^a x_2^b$ , то абсолютна похибка:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \sqrt{(kax_1^{a-1}x_2^b \Delta x_1)^2 + (kbx_2^{b-1}x_1^a \Delta x_2)^2} = \sqrt{\left( \frac{ka}{x_1} x_1^a x_2^b \right)^2 + \left( \frac{kb}{x_2} x_2^b x_1^a \right)^2} = \\ &= \sqrt{(kx_1^a x_2^b)^2 \left( a \frac{\Delta x_1}{x_1} + b \frac{\Delta x_2}{x_2} \right)^2} = \sqrt{Y^2 \left( a \frac{\Delta x_1}{x_1} + b \frac{\Delta x_2}{x_2} \right)^2} = Y \sqrt{\left( a \frac{\Delta x_1}{x_1} + b \frac{\Delta x_2}{x_2} \right)^2} \end{aligned}$$

а відносна похибка:

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(a \frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(b \frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$$

Якщо в результатах прямих вимірювань аргументів були використані довірчі (надійні) межі загальних похибок, то похибки непрямих вимірювань також відображають довірчі межі загальних похибок цих результатів.

Отримання робочої формули для похибки непрямих вимірювань іноді пов'язане з громіздкими перетвореннями, які можна суттєво спростити в тих випадках, коли функцію зв'язку можна прологарифмувати.

Наприклад, достовірно визначити кількість тепла  $Q$ , що виділяється на опорі  $R$  при протіканні крізь нього струму  $I$  за час  $t$ . Із фізики знаємо формулу зв'язку:

$$Q = I^2 R t.$$

Логарифмуємо ліву та праву частини формули:

$$\ln Q = 2 \ln I + \ln R + \ln t.$$

Далі обчислюємо першу похідну і підставляємо у формулу замість диференціалів відповідні кінцеві значення приростів  $\Delta Q$ ,  $\Delta I$ ,  $\Delta R$ ,  $\Delta t$  та отримуємо абсолютну похибку:

$$\Delta Q = 2 \Delta I + \Delta R + \Delta t.$$

Відносна похибка: 
$$\varepsilon = \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{2 \Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta t}{t}.$$

Якщо функцію зв'язку неможливо прологарифмувати безпосередньо, то її необхідно або перетворити до виду, необхідного для логарифмування, або вивести формулу похибки диференціюванням.

В таблиці 8.2 наведено вирази, які дають зв'язок між похибками прямих вимірювань аргументів та похибкою непрямого вимірювання для різних видів функціонального зв'язку.

Таблиця 8.2. Зв'язок похибок прямих і непрямих вимірювань

Робоча формула	Формула похибки
$Y = Ax_1 \pm Bx_2 \pm Cx_3$	$\Delta Y = \sqrt{(A\Delta x_1)^2 + (B\Delta x_2)^2 + (C\Delta x_3)^2}$
$Y = Ax_1^{\pm\alpha} \cdot x_2^{\pm\beta} \cdot x_3^{\pm\gamma}$	$\Delta Y = \sqrt{(\alpha\epsilon x_1)^2 + (\beta\epsilon x_2)^2 + (\gamma\epsilon x_3)^2}$
$Y = \ln x$	$\Delta Y = \frac{\Delta x}{x}$
$Y = e^x$	$\epsilon Y = \Delta x$
$Y = A \cdot \sin x$	$\Delta Y = A \cdot \cos x \cdot \Delta x$

У таблиці використані такі позначення:  $\Delta$  – для абсолютної похибки;  $\epsilon$  – для відносної похибки;  $A, B, C, \alpha, \beta, \gamma$  – постійні;  $x, x_1, x_2, x_3$  – результати прямих вимірювань;  $Y$  – результат непрямого вимірювання.

Довірчий інтервал непрямо вимірюваної величини, як і за умови прямих вимірювань, визначають із виразу:

$$\bar{Y} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq Y_{\text{іст}} \leq \bar{Y} + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Розглянемо деякі випадки застосування рівняння (8.49), коли функціональна залежність між величиною, що визначається непрямим вимірюванням, і безпосередньо вимірюваними величинами виражається формулою:

$$Q = ka^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma},$$

де  $k$  – числовий безрозмірний коефіцієнт.

В цьому випадку формула (8.49) матиме вигляд:

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\alpha^2 \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2},$$

Якщо  $\alpha = \beta = \gamma = 1$  і  $Q = kabc$ , то формула середньоквадратичної похибки спрощується

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2}.$$

### 8.8. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань.

Вище було розглянуто ряд рівноточних вимірювань, в якому ми однаково довіряли результату будь-якого одиничного вимірювання.

**Нерівноточними** називаються ряд вимірювань будь-якої величини, виконаних різними по точності засобами вимірювань, різними методами, різними операторами і (або) в різних умовах.

Групи вимірювань називаються нерівноточними, якщо характеристики похибок цих груп різні ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \dots \neq \sigma_n$ ).

На практиці не завжди можна забезпечити повну відтворюваність умов повторних вимірювань. Буває так, що при виконанні декількох серій вимірювань, деякі з них виявляються менш надійними.

В усякому разі при розгляді результатів однієї серії вимірювань і співставленні їх з результатами другої серії виявляється, що результати останньої в більшій степені відрізняються один від одного (тобто мають більший розкид). Результати цих вимірювань при обробці не слід відкидати. Їх можна врахувати, зменшивши їх роль, їх “вагу” в сукупності результатів всіх вимірювань.

Кожну групу результатів вимірювань, що належать однаковим умовам (даний прилад, даний експериментатор), необхідно оцінити з точки зору ступеня довіри, тобто визначити їх „вагу” в загальній сукупності всіх результатів, які підлягають обробці. Це необхідно для одержання значення вимірюваної величини, найбільш близького до істинного. При спільній обробці результатів вимірювань декількох нерівноточних груп необхідно знайти відповідну для кожної групи статистичну вагу.

Таким чином поняття “вага” визначає ступінь довіри до результату вимірювання. Чим більша ступінь довіри до результату, тим більша його вага, тим більше число, що виражає цю вагу.

**Вага результату вимірювання ( $p^*$ )** (вага вимірювання або просто вага) – додатне число, яке виражає оцінку довіри до того чи іншого окремого результату вимірювання, що входить в ряд (сукупність) нерівноточних вимірювань.

В цьому випадку значення вимірюваної величини, найбільш близьке до її істинного значення, визначається за формулою:

$$\bar{x}_{зв} = \frac{\bar{x}_1 p_1^* + \bar{x}_2 p_2^* + \dots + \bar{x}_m p_m^*}{p_1^* + p_2^* + \dots + p_m^*} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i p_i^*}{\sum_{i=1}^m p_i^*} \quad (8.51)$$

де  $m$  - кількість груп вимірювань;

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  - середні значення для окремих груп вимірювань, отримані тим чи іншим способом;

$p_1^*, p_2^*, \dots, p_m^*$  - їх вага.

**Значення  $\bar{x}_{зв}$** , визначене за виразом (8.27) називається **середнім зваженим**.

**Середнє зважене значення** - середнє значення величини, одержане на основі ряду нерівноточних вимірювань із врахуванням ваги окремих результатів, прийнятих до обробки.

Позначення ваги тим же символом, що і ймовірність ( $p$ ) не випадково. Найбільш правильним значенням ваги для даного результату є його ймовірність. Якщо немає можливості визначити ймовірність, то числові значення ваги встановлюють, виходячи з умов вимірювань

Розглянемо деякі з методів визначення ваги результату вимірювань (вагу на відміну від ймовірності позначимо через  $p^*$ ).

## 8.9. Визначення ваги результату вимірювання.

Існують два методи визначення ваги результату вимірювання.

### Перший метод.

В тих випадках, коли відомі середньоквадратичні відхилення  $\sigma_{\bar{x}_1}, \sigma_{\bar{x}_2}, \dots, \sigma_{\bar{x}_m}$  кожної групи результатів вимірювань, вага відповідної

групи вимірювань вважається обернено пропорційною  $\sigma_{\bar{x}_i}^2$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ),

тобто  $p_i^* = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_i}^2}$ . Звідси випливає наступна тотожність:

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* : \dots : p_m^* = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_1}^2} : \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_2}^2} : \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_3}^2} : \dots : \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_m}^2} \quad (8.52)$$

**Приклад.** Було проведено три групи вимірювань трьома операторами. Після обробки кожного ряду вимірювань було одержано наступні результати:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 20000,45; & \sigma_{\bar{x}_1} &= \pm 0.05 \\ \bar{x}_2 &= 20000,15; & \sigma_{\bar{x}_2} &= \pm 0.20 \\ \bar{x}_3 &= 20000,60; & \sigma_{\bar{x}_3} &= \pm 0.10\end{aligned}$$

Визначаємо співвідношення ваг

$$\begin{aligned}p_1^* : p_2^* : p_3^* &= \frac{1}{(0.05)^2} : \frac{1}{(0.20)^2} : \frac{1}{(0.10)^2} = \frac{1}{0.0025} : \frac{1}{0.04} : \frac{1}{0.01} = \\ &= 400 : 25 : 100 = 16 : 1 : 4\end{aligned}$$

У відповідності з цією пропорцією приймаємо  $p_1^* = 16$ ,  $p_2^* = 1$ ,  $p_3^* = 4$ .  
Середнє зважене згідно формули (8.51) дорівнює: 20000,46

### Другий метод.

У випадках, коли значення  $\sigma_{\bar{x}_i}$  невідомо, а відоме число вимірювань  $n$  у кожній групі, критерієм для визначення ваги результату вимірювань є кількість вимірювань  $n$  в кожній групі. При цьому виконується умова:

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* : \dots : p_m^* = n_1 : n_2 : n_3 : \dots : n_m \quad (8.53)$$

Підставляючи ці значення у формулу (8.51) отримуємо, що в даному випадку середнє зважене значення  $\bar{x}_{зв}$  розраховується за формулою:

$$\bar{x}_{зв} = \frac{\bar{x}_1 p_1^* + \bar{x}_2 p_2^* + \dots + \bar{x}_m p_m^*}{p_1^* + p_2^* + \dots + p_m^*} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \dots + \bar{x}_m n_m}{n_1 + n_2 + \dots + n_m} \quad (8.54),$$

і дорівнює середньому зі всіх вимірювань, які розглядаються як один ряд.

Дійсно,  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m = n$ , де  $n$  – загальна кількість вимірювань в усіх групах. Тоді

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 \cdot n_1 &= \sum_{i=1}^{n_1} x_i, \\ \bar{x}_2 \cdot n_2 &= \sum_{i=1}^{n_2} x_i \\ &\dots \\ \bar{x}_m \cdot n_m &= \sum_{i=1}^{n_m} x_i.\end{aligned}$$

Звідси

$$\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \bar{x}_3 n_3 + \dots + \bar{x}_m n_m = \sum_{i=1}^{i=n_1+n_2+\dots+n_m} x_i = \sum_{i=1}^n x_i.$$

Отже

$$\bar{x}_{ЗВ} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$$

**Приклад.** Було проведено три групи вимірювань з різною кількістю вимірювань в кожній групі. Відомі середні арифметичні значення, отримані в результаті вимірювань в кожній групі, і кількість виконаних вимірювань:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 999,9425; & n_1 &= 36 \\ \bar{x}_2 &= 999,9420; & n_2 &= 24 \\ \bar{x}_3 &= 999,9419; & n_3 &= 60 \end{aligned}$$

На основі пропорції:

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* = 36:24:60,$$

отримуємо наступні значення для ваги результатів

$$p_1^* = 3; p_2^* = 2; p_3^* = 5$$

При обчисленні середнього зваженого відокремлюємо незмінну частину значення вимірюваної величини і обчислення виконуємо тільки з тими її частинами, які змінюються. Таким чином

$$\bar{x}_{ЗВ} = 999,94 + \frac{0,0025 \times 3 + 0,0020 \times 2 + 0,0015 \times 5}{2 + 3 + 5} = 999,94 + 0,0021 = 999,9421$$

### 8.10. Оцінка похибки середнього зваженого.

Для визначення середньої квадратичної похибки середнього зваженого користуються формулою:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m p_i^* u_i^2}{m(m-1) \sum_{i=1}^m p_i^*}} \quad (8.55)$$

де  $p_i^*$  - вага кожного результату  $\bar{x}_i$ ;

$$u_i = \bar{x}_i - \bar{x}_{зв} \quad (\bar{x}_{зв} - \text{середнє зважене});$$

$m$  – кількість груп вимірювань (результатів вимірювань);

$\sum_i^* p_i$  - сума ваг всіх результатів.

### 8.11. Промахи і грубі похибки. Усунення грубих похибок.

Нагадаємо, грубою називається похибка вимірювання, що істотно перевищує очікувану за даних умов. При прийнятті рішення про наявність грубих похибок (промахів) потрібно уважно аналізувати умови, при яких отриманий результат, що відрізняється від очікуваного. Якщо при одноразових вимірюваннях є підозри на промахи, то їх можна усунути шляхом проведення декількох повторних вимірювань. При багаторазових вимірюваннях питання щодо наявності грубих похибок вирішується методами перевірки статистичних гіпотез. Гіпотеза, що перевіряється, полягає в ствердженні того, що результат спостереження  $x_i$  є одним із значень вимірюваної величини, тобто не є грубою похибкою. На підставі статистичних критеріїв проводиться спростування висунутої гіпотези. Якщо гіпотеза спростовується, то результат спостережень містить грубу похибку. Відомо кілька таких критеріїв: Романовського, Райта, Шовене, Шарльє, Граббса та ін.

Джерелами промахів є похибки операторів за час вимірювань.

Найбільш характерними є наступні промахи:

1. Невірний відлік по шкалі вимірювального приладу, який відбувається внаслідок невірного врахування ціни поділки шкали.

В деяких випадках невірно відраховують кількість поділок, або відлік роблять не в тому напрямку, в якому проградуїровано шкалу. Останнє часто відбувається тоді, коли нуль шкали розташований з правої сторони шкали.

2. Невірний запис результату вимірювань (описка), невірний запис значень окремих мір використаного набору.

Наприклад, значення маси гир, покладених на чашку ваги.

Описки частіше відбуваються тоді, коли один з учасників досліду диктує другому відлік показань приладу.

3. Похибки при маніпуляціях з приладами або частинами вимірювальної установки. Якщо вони повторюються при вимірюваннях, то весь ряд результатів є невірним. В такому випадку правильніше говорити не про промах, а про недостатню компетенцію або кваліфікацію оператора.

Перераховані промахи особливо небезпечні при однократних вимірюваннях. Чим більший ряд повторних вимірювань, тим легше виявити промах.



Причинами великих, грубих похибок можуть бути раптові і короточасні зміни умов вимірювань або несправності в апаратурі.

Теоретична крива розподілу випадкових похибок по мірі збільшення значення  $\Delta$  тільки асимптотично наближається до вісі абсцисс, тобто до нуля. Незважаючи на те, що поява дуже великих випадкових похибок теоретично мало ймовірна, наприклад, 4 на  $10^6$  вимірювань, вони все ж можливі.

На практиці дуже великі похибки виключаються із ряду результатів як нехарактерні. Врахування їх при обмеженій кількості вимірювань викривить результат в значно більшій степені, ніж це відповідає дійсності.

## 8.12. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки.

Промахи виключаються експериментатором.

Що стосується грубих похибок, то наявність в ряду вимірювань декількох результатів з грубими відхиленнями повинно занепокоїти оператора і потребує аналізу причин їх виникнення. При цьому під сумнів може бути поставлений увесь ряд вимірювань.

Між результатами, що містять грубі відхилення, і результатами, які заслуговують довіри, буває важко провести границю.

Запропоновано ряд прийомів і формул для визначення результатів, які підлягають відкиданню.

Найбільш простим прийомом є відкидання результатів, які містять похибки більші, ніж  $3\sigma$ ;  $3,5\sigma$ ;  $4\sigma$ . Похибку, що відповідає довірчому інтервалу  $\pm 3\sigma$  ( $\Delta x_i \geq \pm 3\sigma$ ) називають **граничною** і використовують при визначенні промахів та грубих похибок в результатах вимірювань. У відповідності із правилом  $3\sigma$  (або критерія Райта) похибки більші або рівні  $3\sigma$ , можна виключати із ряду спостережень і вважати промахами, тобто сумнівний результат вимірювань  $x_i$  відкидається, якщо  $|x_i - \bar{x}| \geq 3\sigma$ . Величини  $\bar{x}$  і  $\sigma$  розраховуються без урахування  $x_i$ , що під сумнівом.

Щоб визначити, які результати підлягають відкиданню, необхідно попередньо опрацювати ряд вимірювань, включаючи всі результати, тобто обчислити середнє квадратичне відхилення  $\sigma$  даного ряду.

Якщо середнє квадратичне відхилення для даного методу вимірювання було визначено раніше на основі вивчення великого ряду вимірювань, то з ним порівнюють середнє квадратичне відхилення  $\sigma$  нового ряду. Потім визначають результати, які підлягають відкиданню на основі вибраного критерія, використовуючи вже відоме для нього СКВ. Якщо ж цього відхилення немає, то використовують СКВ даного ряду. Потім обчислення проводять знову вже з очищеним рядом. Якщо СКВ методу відомо, то з ним порівнюють нове значення СКВ ряду.

Викладений метод можна застосовувати тоді, коли відоме  $\sigma$  або коли  $\sigma$  визначається на основі достатньо великої кількості вимірювань.

Цей критерій надійний при числі вимірювань  $n \geq 20 \div 50$ . Якщо  $n < 20$ , доцільно використовувати критерій Романовського, який базується на розподілі Стюдента і при малій кількості вимірювань дає більш точні результати..

### 8.13. Критерій Романовського визначення грубих похибок.

Сутність методу Романовського полягає у наступному.

Нехай виконано  $n + 1$  вимірювань. При цьому  $n$  результатів не викликають сумніву у відношенні відповідності їх закономірному ряду, а один результат здається таким, що порушує цей ряд. Цей результат ми позначимо через  $x_{n+1}$ .

Послідовність обробки результатів вимірювання в цьому випадку наступна:

1. Знаходять середнє арифметичне значення для результатів від  $x_1$  до  $x_n$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

2. Знаходять середнє квадратичне відхилення (СКВ) окремого вимірювання:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

3. Виходячи зі ступеня вірогідності, який повинен бути забезпечений, задаються рівнем значимості (ймовірністю)  $q = 1 - P$  того, що значення  $(x_{n+1} - \bar{x})$  не перевищує деякого значення  $\varepsilon^*$ , яке потрібно визначити, тобто  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq \varepsilon^*$ .

4. Знаходять допустиме значення інтервалу  $\varepsilon^*$  (довірчий інтервал) з виразу:

$$\varepsilon^* = t' \cdot \sigma$$

Для цього користуються таблицею, в якій приведено значення  $t'$  для різних  $q$  і  $n$  (таблиця 8.3).

Таблиця 8.3. Значення коефіцієнта  $t'$  для різних значень ймовірності  $q$  та кількості вимірювань  $n$ .

n	$t'$ при $q$ , рівному			
	0.05	0.02	0.01	0.005
2	15.56	38.97	77.96	779.7
3	4.97	8.04	11.46	36.5
4	3.56	5.08	6.53	14.46
5	3.04	4.10	5.04	9.43
6	2.78	3.64	4.36	7.41
7	2.62	3.36	3.96	6.37
8	2.51	3.18	3.71	5.73
9	2.43	3.05	3.54	5.31
10	2.37	2.96	3.41	5.01
11	2.33	2.89	3.31	4.79
12	2.29	2.83	3.23	4.62
13	2.26	2.78	3.17	4.48
14	2.24	2.74	3.12	4.37
15	2.22	2.71	3.08	4.28
16	2.20	2.68	3.04	4.20
17	2.18	2.66	3.01	4.13
18	2.17	2.64	3.00	4.07
19	2.16	2.62	2.95	4.02
20	2.145	2.60	2.93	3.98
$\infty$	1.96	2.33	2.58	3.29

5. Якщо  $|x_{n+1} - \bar{x}| > \varepsilon^*$ , то результат  $x_{n+1}$  підлягає виключенню з ряду результатів вимірювань.

**Приклад.** В додаток до 15-ти вимірювань, результати яких наведено, було виконане 16-те вимірювання, результат якого 772, а відхилення від середнього  $v_{16} = -27$ .

$x_1$ : 789; 791; 792; 794; 795; 796; 797; 798; 800; 801; 803; 804; 806; 807; 809

$$\bar{x} = 798.8$$

СКВ результатів 15 вимірювань

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} \Delta x_i^2}{15 - 1}} = 6.13$$

Задамося імовірністю  $q = 0.005$  і знаходимо по таблиці 8.3 для  $n = 15$ ,  $t' = 4.28$ . Звідси

$$\varepsilon^* = 4.28 \cdot 6.13 \approx 26.24.$$

Отже, результат 16-го вимірювання, для якого  $v_{16} = -27$  підлягає виключенню із ряду, оскільки  $27 > 26.24$ .

### 8.14. Статистичний критерій визначення грубих похибок

Ще одним методом виключення грубих похибок є застосування так званого статистичного критерію.

Для того, щоб визначити містить чи ні дане експериментальне значення  $x_i$  грубу похибку, поступають наступним чином:

1. Обчислюють відношення статистичний параметр

$$\beta = \frac{|x_i - \bar{x}|_{\max}}{\sigma} \quad (8.56)$$

де:  $|x_i - \bar{x}|_{\max}$  - максимально можливе відхилення від середнього;

$\sigma$  - середнє квадратичне значення ряду спостережень.

$\bar{x}$  - середнє арифметичне значення даних.

Значення  $\beta$  розраховують при різному числі спостережень  $n$  і різних рівнях значимості  $q = 1 - P_{\text{дов}}$ , де  $P_{\text{дов}}$  - довірча ймовірність (додаток 4).

2 Порівнюють обчислене значення  $\beta$  з теоретичним значенням  $\beta_T$ , визначеним за таблицею 8.4 (повна таблиця наведена в додатку 8) при даному числі спостережень  $n$  і вибраному рівні значимості  $q = 1 - P_{\text{дов}}$ , де  $P_{\text{дов}}$  - довірча ймовірність (додаток 8). Звичайно вибирають  $P = 0,01 \dots 0,05$  і, якщо  $\beta \geq \beta_T$ , то результат  $x_i$  відкидають, оскільки воно містить грубу похибку. Якщо після виключення одного значення сумнів викликає будь-яке інше, то процедуру слід повторити, але не враховуючи вже відкинутого значення  $x$ .

Таблиця 8.4. Значення параметра  $\beta_T$  при різних рівнях значимості  $P = 1 - P_d$  і кількості вимірювань  $n$ .

$P = 1 - P_d$	$n = 4$	$n = 6$	$n = 8$	$n = 10$	$n = 12$	$n = 15$	$n = 20$
0,01	1,73	2,16	2,43	2,62	2,75	2,90	3,08
0,02	1,72	2,13	2,37	2,54	2,66	2,80	2,96
0,03	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78
0,04	1,69	2,00	2,17	2,29	2,39	2,42	2,62

Послідовність оцінки за даним методом наступна:

1. упорядковують результати спостережень, тобто записують у вигляді:  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ ;

2. обчислюють середнє значення  $\bar{x}$  і середнє квадратичне відхилення  $\sigma$ ;

3. знаходять відхилення:

$$Z_n = \frac{|x_n - \bar{x}|}{\sigma}, \quad Z_1 = \frac{|x_1 - \bar{x}|}{\sigma} \quad (8.57)$$

4. результати порівнюють із граничним відхиленням  $\beta_T$ , для даного розподілу випадкової величини, яке береться з довідкових даних для конкретного числа спостережень  $n$  і прийнятого рівня значимості  $q$ .

При  $Z_n \geq \beta_T$  ( $Z_1 \geq \beta_T$ ) результат вважають грубою похибкою і виключають.

**Приклад.** Проведено 10 відліків рівня сигналу: 72,36; 72,35; 72,35; 72,34; 72,33; 72,37; 72,36; 72,35; 72,35; 72,36 (дБ). Перевірити, чи містить результат вимірювання грубу похибку, якщо довірча ймовірність  $P_{\text{дов}} = 0,9$ .

Результати вимірювань запишемо у вигляді зростаючого ряду: 72,33; 72,34; 72,35; 72,35; 72,35; 72,35; 72,36; 72,36; 72,36; 72,37.

Знайдемо середнє значення  $\bar{x}$  і середньоквадратичне відхилення  $\sigma$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 72,352; \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,011$$

Визначимо відхилення:

$$Z_1 = \frac{|x_1 - \bar{x}|}{\sigma} = 2,0$$

$$Z_{10} = \frac{|x_{10} - \bar{x}|}{\sigma} = 1,63$$

Значення  $Z_{10}$  і  $Z_1$  порівнюємо із граничним відхиленням  $\beta_T$ , взятим з довідкових даних (додаток 8).

При  $q = 1 - P_{\text{дов}} = 0,1$ ,  $n = 10$  знаходимо  $Z_T = 2,29$

Висновок:  $Z_{10} < 2,29$  і  $Z_1 < 2,29$ , отже грубих похибок немає.

### **8.15. Наближені обчислення при опрацюванні результатів вимірювань: правила заокруглення результатів та похибок вимірювання, похибки заокруглення.**

Завершенням обробки даних багаторазових вимірювань при заданій довірчій імовірності є два числа: середнє значення вимірюваної величини і його похибка (напівширина довірчого інтервалу). Ці числа є остаточним результатом багаторазового вимірювання і повинні бути спільно записані в стандартній формі, що містить тільки достовірні, тобто надійно виміряні цифри цих чисел:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x. \quad (8.57)$$

Помилкою було б вважати, що висока точність обчислень при обробці даних може сприяти одержанню більш точного результату вимірювання. Адже обробка даних, якою б складною і трудомісткою вона не була, є вторинною стосовно природи досліджуваного об'єкта і процесу вимірювання. В остаточних числових значеннях це варто враховувати, що і роблять шляхом їхнього округлення.

Необхідність округлення є простим наслідком невизначеності при оцінюванні остаточних результатів, що знаходять за даними експерименту. Обмежена кількість вимірювань вносить невизначеність як у середнє значення, так і в похибку. У математичній статистиці показано, що відносна неточність оцінювання величини  $\varepsilon(\bar{x})$  становить приблизно  $\frac{1}{\sqrt{n-1}}$ , де  $n$  – кількість використовуваних окремих вимірювань. При  $n \sim 10$  відносна похибка оцінювання  $\varepsilon(\bar{x})$  може досягати 30%. Зрозуміло, що тоді немає сенсу приводити в похибці зайві цифри, які виявляться свідомо ненадійними. Правда, при виконанні проміжних розрахунків корисно мати одну або дві додаткові цифри, які знадобляться в процесі округлення.

Таким чином, результат точного вимірювання визначають двома числами. Наприклад,  $R = (40,780 \pm 0,015)$  Ом. Похибку зазвичай подають однією-двома значущими цифрами, крім особливо відповідальних вимірювань. Заокруглюють результат так, щоб він закінчувався десятковим знаком того ж розряду, що і похибка. Зайві значущі цифри у цілих числах

замінюють нулями, у десяткових дробах відкидають. Отже, результати вимірювань та їх похибок в записі кінцевого результату необхідно представляти наближеним числом з певною кількістю значущих цифр.

Розглянемо поняття значущих і вірних(правильних) цифр числа.

**Значущими цифрами** довільного числа  $x$  називаються всі цифри в його записі, починаючи з першої ненульової зліва. Тобто це цифри 1,2,3,...,9, що входять в число, а також 0, якщо він стоїть **всередині** або **справа**.

Наприклад:

1.  $x = 3,401$  – значущі цифри — 3,4,0,1;

2.  $x = 0,25$  – значущі цифри — 2,5;

3.  $x = 0,03030$  – значущі цифри — 3,0,3,0.

Відзначимо, що не слід при записі наближених чисел відкидати останні значущі нулі.

**К**-та цифра наближеного числа називається **правильною** (вірною, істинною), якщо абсолютна похибка цього числа не перевищує половини одиниці  $k$ -го розряду (якщо це розряд одиниць, то при  $\Delta \leq 0,5$ ; якщо це розряд десяткових, то при  $\Delta \leq 0,05$  і т.д.). В протилежному випадку цифра  $k$ -го порядку називається **сумнівною** (якщо  $\Delta \geq 0,5 \cdot 10^k$ ,  $k = 1, -1, -2, -3, \dots$ ). Інакше кажучи, кількість істинних знаків наближеного числа відраховується від першої значущої цифри числа до першої значущої цифри його абсолютної похибки. Кількість істинних значущих цифр числа тісно пов'язана з величиною його відносної похибки.

Стверджується, що якщо наближене число  $x$  має  $N$  істинних значущих цифр, то гранична відносна похибка цього числа може бути прийнята рівною дробу, чисельник якого одиниця, а знаменник є ціле число, написане за допомогою всіх істинних значущих цифр даного числа. При використанні цього правила рекомендується в знаменнику залишати тільки першу значущу цифру.

**Приклад:**  $x = 2,62$ ;  $\varepsilon(x) = \frac{1}{262} 100\%$  або  $\varepsilon(x) = \frac{1}{200} 100\% = 0,5\%$

Оскільки точність результату вимірювання, як видно з (8.57), визначається значенням похибки  $\Delta x$ , то виникає питання вибору кількості значущих цифр при запису похибки  $\Delta x$ , тобто питання заокруглення певного числа.

Операція округлення числа в загальному випадку зводиться до відкидання частини цифр деякого числа й заміні їх, якщо це потрібно для скорочення розрядності, нулями. Таким чином, округлити число означає замінити його числом із меншою кількістю значущих цифр.

Виникаюча при такому округленні похибка називається **похибкою заокруглення**.

Використовують **2 правила округлення** розрахованого значення похибки

### 1. Число вимірювань $3 < n \leq 10$ :

при запису значення похибки  $\Delta x$  необхідно зберегти дві значущі цифри, якщо перша 1 або 2, і достатньо записати одну значущу цифру, якщо перша  $\geq 3$  (в цьому випадку похибка заокруглення і відкидання другої значущої цифри буде менша, ніж похибка обчислення середньої квадратичної похибки).

У відповідності з цим правилом встановлені і нормовані значення похибок  $3\sigma$ : у числах 1,5% або 2,5% показуються два знаки, але в числах 0,5%; 4%; 6%; показується тільки один знак.

### 2. Число вимірювань $n > 10$ :

при запису значення похибки  $\Delta x$  необхідно залишити дві значущі цифри, якщо перша з них  $\leq 3$  і достатньо зберегти одну (першу) значущу цифру, якщо вона  $\geq 4$ .

При роботі з наближеними числами виникає необхідність за відомими похибками чисел оцінювати похибку результату дій над цими числами. Для рішення цієї (або зворотної) задачі необхідно, по-перше, правильно записувати й округлювати наближені числа і, по-друге, уміти правильно проводити математичні дії над цими числами, тобто проводити наближені обчислення.

Похибки вимірювань показують також, які цифри в одержаному результаті вимірювання є сумнівними, тому немає сенсу в запису похибки з великим числом знаків. Звичайно обмежуються одною значущою цифрою і тільки при особливо точних вимірюваннях похибка записується двома або трьома цифрами.

При округленні отриманого результату вимірювання й розрахованого значення похибки прийнято керуватися наступними правилами:

1. результат вимірювання округлюється до того ж десяткового розряду, яким закінчується округлення значення абсолютної похибки.

Наприклад:

$$x_1 = 1001,77 \pm 0,033 \Rightarrow 1001,77 \pm 0,03$$

$$x_2 = 237,465 \pm 0,127 \Rightarrow 237,46 \pm 0,13$$

$$x_3 = 123357 \pm 678 \Rightarrow 123400 \pm 700.$$

2. зайві цифри у цілих числах замінюють нулями, а у дробових десяткових відкидають: наприклад,  $732 \approx 700$ ,  $2,213 \approx 2,2$ .

3. якщо перша із цифр, що відкидається або замінюється нулями,  $< 5$ , то цифри, які залишились не змінюються; якщо ж вона  $> 5$ , то остання із цифр, що залишається, збільшується на 1;

4. якщо цифра, що відкидається,  $= 5$  з наступними цифрами, відмінними від нуля, то цифра, що залишається, збільшується на 1



5. якщо цифра, що відкидається, = 5 з наступними нулями, то заокруглення проводиться до найближчого парного числа, тобто цифра, що залишається, збільшується на 1, якщо вона непарна, і залишається без змін, якщо вона парна.

6. Якщо з наближеними числами ще будуть проводитись обчислення, то в проміжних розрахунках необхідно зберігати не більше двох сумнівних цифр. Округлення виконується лише при остаточній відповіді.

Абсолютну похибку числа прийнято вважати рівною п'ятій одиниці розряду, наступного справа за останньою цифрою.

Приклади:

1.  $x = 0,03401$ ,  $\Delta x = 0,000005$ ;

2.  $x = 35,8100$ ,  $\Delta x = 0,00005$ .

Порядок округлення **результатів вимірювання** проводиться за таким принципом:

1. Виконати попередній запис остаточного результату вимірювання у вигляді  $x = \bar{x} + \Delta x$  і винести за загальну дужку однакові порядки середнього арифметичного і похибки, тобто множник вигляду  $10^k$ , де  $k$  – ціле число. Числа в дужках переписати в десятковому вигляді з використанням коми, забравши тим самим порядкові множники, що залишилися.

2. Округлити в дужках число, що відповідає похибці  $\Delta x$  згідно наведених вище правил.

3. Округлити в дужках число, що відповідає середньому арифметичному значенню  $\bar{x}$ : останніми праворуч залишають цифри тих розрядів, які збереглися в похибці після її округлення.

4. Остаточо записати  $x = \bar{x} + \Delta x$  з урахуванням виконаних округлень. Загальний порядок і одиниці вимірювання величини приводять за дужками.

В таблиці 8.5 наведено приклади запису остаточних результатів вимірювання.

Таблиця 8.5. Запис остаточного результату вимірювання

Попередній запис	Стандартна форма запису
$U = (528,112 \pm 152,4) \cdot 10^1 \text{ мВ}$	$U = (5,3 \pm 1,5) \cdot 10^3 \text{ мВ}$
$I = (0,418 \pm 0,042) \text{ А}$	$I = (0,42 \pm 0,04) \text{ А}$
$R = (0,03643 \pm 0,00021) \text{ Ом}$	$R = (36,43 \pm 0,21) \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$
$f = (125,3 \pm 41) \text{ Гц}$	$f = (0,13 \pm 0,04) \cdot 10^3 \text{ Гц}$
$t = (8,72 \cdot 10^2 \pm 30) \cdot 10^{-1} \text{ мс}$	$t = (87 \pm 3) \text{ мс}$

Не слід вважати, що питання заокруглення вирішується приведеними правилами. Наприклад, якщо встановлено, що зазор між деталями не має перевищувати 4 мм, а вимірювання показали, що він дорівнює 4,4 мм, то заокруглювати до 4 мм неприпустимо. В даному випадку зазор не задовільняє встановленій вимозі, а зазор 3,6 мм цій вимозі задовільняє.

Обмеження може мати місце, якщо вимога формулюється словами „повинно бути не менше”. Наприклад, товщина ізолюючого шару повинна бути не менше 4 мм. В цьому випадку товщина ізоляції 3,6 мм неприпустима, і заокруглювати це число до 4 мм було б невірною.

Взагалі кажучи, у всіх випадках при заокругленні слід вказувати допустиму похибку вимірювання. Ця похибка і є критерієм можливості заокруглення, якщо воно необхідно.

До або в процесі обрахування рекомендується аналізувати заокруглені числа, оскільки необережно виконані заокруглення можуть викривити результат. Так, якщо перед множенням число 645,49 заокруглити до 645 і помножити на 9, то отримаємо 5805. При множенні без заокруглення отримаємо 5809,41, що після заокруглення дає 5809.

Важливість належного заокруглювання прикінцевих оцінок похибок і результатів вимірювань полягає в тому, що при надлишкових розрядах похибки і результату (особливо це стосується результатів, отриманих при розрахунках на калькуляторі чи за допомогою програми комп'ютера) може створитися хибна думка про вищу, ніж справжня, точність вимірювання. Результат вимірювання заокруглюють так, щоб його молодший розряд відповідав молодшому розряду заокругленої абсолютної похибки.

Найчастішою похибкою є продовження ділення числа до великої кількості цифр після коми. Наприклад, при вимірюванні довжини кола циліндра отримано значення 798 см; треба визначити діаметр циліндра. Поділивши отримане число на  $\pi$  (3,14) отримуємо 254,14 см. Ділення можна продовжувати далі, але в дійсності треба було зупинитися раніше на 254, оскільки вимірявши довжину кола в см і взявши заокруглене до трьох цифр значення  $\pi$ , ми не можемо розраховувати, що діаметр можна визначити до мм і тим більше до долей мм.

## 8.16. Математичні дії з наближеними числами

Виконуючи математичні операції з наближеними числами, необхідно дотримуватися **правила**: після виконання математичних операцій в кінцевому результаті необхідно залишити стільки значущих цифр після коми, скільки їх було в числі з найменшою кількістю таких значущих цифр.

**Приклад:**  $3,5481 + 28,340 + 326,5 + 65,804 \approx 424,2$ .

1. Абсолютна похибка алгебраїчної суми  $\Delta(a + b)$  не перевищує суму абсолютних похибок доданків. Для алгебраїчної суми двох доданків:

$$\Delta(a + b) \leq \Delta(a) + \Delta(b) \quad (8.58)$$

Виходячи з нерівності (8.58), можна записати:

$$\Delta(a \pm b) \approx \Delta(a) + \Delta(b) \quad (8.59)$$

Якщо всі  $n$  доданків мають ту саму похибку  $\Delta'$ , то абсолютна похибка їхньої суми оцінюється за формулою:

$$\Delta = n \cdot \Delta'$$

При великому числі складових це дає завищену оцінку, тому в такому випадку рекомендується користуватися формулою:

$$\Delta = \sqrt{3n \cdot \Delta'}$$

Якщо складаються числа, що мають різні абсолютні похибки, ці числа рекомендується попередньо відповідним чином округлити.

**Приклад.** Знайти суму  $a + b + c$ , якщо  $a = 31,42$ ;  $\Delta(a) = 0,005$ ;  $b = 512,4578$ ;  $\Delta(b) = 0,00005$ ;  $c = 7,51844$ ;  $\Delta c = 0,000005$ .

**Розв'язання.** Спочатку округлимо  $b$  і  $c$ , залишивши три десяткових знаки після коми (один запасний):  $b = 512,458$ ;  $c = 7,518$ . Тоді

$$a + b + c = 31,42 + 512,458 + 7,518 \approx 551,40; \quad \Delta = \Delta(a) = 0,005.$$

При оцінці відносної похибки суми й різниці можна користуватися наступними формулами:

$$\varepsilon(a + b) = \varepsilon_{\max} \quad (8.60)$$

$$\varepsilon(a - b) = \lambda \varepsilon_{\min} \quad (8.61)$$

де  $\varepsilon_{\max} = \max[\varepsilon(a), \varepsilon(b)]$ ,  $\lambda = \frac{|a + b|}{|a - b|}$

2. При множенні й діленні наближених чисел у результаті залишається стільки значущих цифр, скільки їх має наближене вихідне число з найменшою кількістю значущих цифр. Відносна похибка результату визначається як сума відносних похибок вихідних чисел.

**Приклад.** Знайти  $\varepsilon(ab)$ , якщо  $a = 7,23$ ,  $b = 123,6$

**Розв'язання:**

$$\begin{aligned}\varepsilon(a) &= \frac{1}{723} < \frac{1}{700} < 0.0015; \\ \varepsilon(b) &= \frac{1}{1236} < \frac{1}{1000} < 0.001; \\ \varepsilon(ab) &= \varepsilon(a) + \varepsilon(b) = 0.0025; \\ \Delta(ab) &= ab \cdot \varepsilon(ab) = 894 \cdot 0,0025 \approx 2,3; \\ ab &= 894 \pm 2,3.\end{aligned}$$

3. При піднесенні в степінь із натуральним показником треба зберегти стільки значущих цифр, скільки їх має піднесене в степінь наближене число.

При добуванні кореня  $n$ -го степеня в результаті варто зберегти стільки значущих цифр, скільки їх має підкореневе число.

При обробці результатів вимірювань у ряді випадків виникає необхідність визначати значення й похибку функції  $Y$  при відомих значеннях і похибках аргументів  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

У математиці доводиться, якщо функція одного аргументу  $Y = f(x)$  диференціюється, то граничну абсолютну похибку функції можна визначити за формулою:

$$\Delta Y = \left| \frac{df}{dx} \right| \Delta x$$

а відносна похибка функції дорівнює абсолютній похибці її натурального логарифма.

**Приклад.** Знайти відносну похибку функції  $Y = x^m$ , де  $m$  – дійсне число.

**Розв'язання:**

$$\begin{aligned}\ln Y &= m \cdot \ln x \\ \varepsilon(Y) &= \Delta(\ln Y) = \Delta(m \cdot \ln x) = |m| \frac{d(\ln x)}{dx} \Delta x = |m| \frac{\Delta x}{x} = |m| \cdot \varepsilon(x).\end{aligned}$$

Таким чином  $\varepsilon(Y) = |m| \cdot \varepsilon(x)$

**Приклад.**  $Y = a^x$ ,  $\varepsilon(Y) = \Delta x$

$$\ln Y = x \cdot \ln a; \quad \varepsilon(Y) = \Delta(\ln Y) = \Delta x \cdot |\ln a|$$

$$\text{Тобто } \varepsilon(Y) = |\ln a| \cdot \Delta x.$$

Для певного випадку, коли  $Y = e^x$ ,  $\varepsilon(Y) = \Delta x$ .

Для функцій багатьох змінних  $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ :

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{df}{dx_i} \right| \Delta(x_i);$$

$$\varepsilon(Y) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{df}{dx_i} \ln Y \right| \Delta(x_i)$$

**Приклад.** Обчисліть значення функції  $z = \frac{1}{3}x^2y^3$ , якщо  $x = 3,6 \pm 0,05$ ,  $y = 3,15 \pm 0,0005$ .

**Розв'язання:**

$$\Delta(z) = \left| \frac{dz}{dx} \right| \Delta(x) + \left| \frac{dz}{dy} \right| \Delta(y);$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{2}{3}xy^3 = \frac{2}{3}3,6 \cdot (3,15)^3 = 75,00;$$

$$\frac{dz}{dy} = x^2y^2 = 128,6;$$

$$\Delta(z) = 75,0 \cdot 0,05 + 128,6 \cdot 0,0005 = 3,75 + 0,0643 \approx 3,81;$$

$$z = \frac{1}{3}x^2y^3 = 135 \pm 3,81$$

## 8. 17. Вибір кількості вимірювань.

Обсяг роботи при виконанні вимірювань в значній мірі залежить від кількості вимірювань. Кількість вимірювань визначається головним чином вимогами до точності вимірювань. Шляхом збільшення кількості вимірювань можна зменшити випадкову похибку вимірювань. Однак в похибці результату вимірювань окрім випадкової складової міститься і систематична. Звичайно дію систематичної похибки зводять до мінімуму шляхом введення поправок. Похибки поправок і систематичні похибки, які не піддаються виключенню, складають **невиключені систематичні похибки**. Тому, випадкову похибку має зміст зменшувати тільки до розумних значень, залежних від границь невиключених систематичних похибок.

Розглянемо задачу раціонального вибору кількості вимірювань в залежності від співвідношення невиключених систематичних і випадкових похибок.

При однократному вимірюванні сумарну середню квадратичну похибку результату, обумовлену спільною дією систематичної і випадкової похибок, обчислюють за формулою:

$$\sigma_{\text{сум}} = K \sqrt{\sigma^2 + \frac{1}{3}\theta^2} . \quad (8.62)$$

де  $K$  – поправочний коефіцієнт, який залежить від довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  і виду розподілу сумарної похибки;

$\sigma$  – СКВ випадкової складової похибки результату;

$\theta$  – границя невиключеної систематичної складової похибки вимірювань.

Якщо вимірювання виконані кілька разів і як результат взято середнє значення, то в (8.33) замість  $\sigma$  треба поставити  $\sigma_{\bar{x}}$ . У випадках, коли одна із цих складових переважає над іншою, можна знехтувати малою похибкою.

Випадкова похибка вважається нехтовно малою, якщо  $\theta > 8\sigma$  ( $\theta > 8\sigma_{\bar{x}}$ ).

Інструментальна похибка вважається нехтовно малою, якщо  $\theta < 8\sigma$  ( $\theta < 8\sigma_{\bar{x}}$ ).

Кінцевий результат багаторазового вимірювання містить у собі як випадкову, так і систематичну похибку. Випадкова похибка зменшується зі збільшенням кількості окремих вимірювань, а систематична похибка не змінюється, залишаючись у межах  $\pm\theta$ .

Припустимо, що випадкова похибка (середнє квадратичне відхилення  $\sigma$ ) значна в порівнянні з невиключеною систематичною похибкою  $\theta$ . В такому випадку з метою підвищення точності вимірювань доцільно виконати багатократні вимірювання з тим, щоб зменшити випадкову складову, а отже, і сумарну похибку результату вимірювання.

При виконанні багаторазового вимірювання бажано одержати стільки окремих вимірювань, скільки необхідно для виконання співвідношення  $\Delta_B \ll \theta$ .

У такому випадку похибка остаточного результату буде цілком визначена лише систематичною похибкою. Однак частіше трапляється ситуація, коли випадкова і систематична похибки близькі за значенням, а тому обидві впливають на остаточний результат. Тоді їх необхідно враховувати спільно і за сумарну похибку беруть

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta_B)^2 + (\theta)^2}. \quad (8.63)$$

Оскільки випадкову похибку звичайно оцінюють із довірчою ймовірністю 0,68 (~0,7), а  $\theta$  - оцінка максимальної похибки приладу, то можна вважати, що вираз (3.27) задає довірчий інтервал також з ймовірністю не менше 0,68. При виконанні однократного вимірювання оцінкою похибки результату служить  $\Delta x = \frac{\theta}{3}$ , що враховує тільки гранично допустиму систематичну (приладову) похибку.

Іноді трапляються ситуації, коли випадкову і систематичну(приладову) похибки вдається зрівняти без обчислень  $\Delta_B$ . Це можливо, якщо результати окремих вимірювань не виходять за межі допустимої приладової похибки, тобто

$$(x_{\max} - x_{\min}) \leq 2 \theta ,$$

де  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  - найбільше і найменше значення вимірюваної величини. Підвищення точності багаторазового вимірювання в такому випадку неможливе, а похибкою остаточного результату буде  $\Delta x = \frac{\theta}{3}$ .

Сумарну похибку результату багатократних вимірювань визначають за формулою:

$$\Delta' = K' \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\theta^2}{3}} \quad (8.64)$$

де  $n$  – кількість вимірювань;

Співставляючи формули (8.33) і (8.34), можна оцінити, як змінюється сумарна похибка багатократних вимірювань в порівнянні з похибкою однократного вимірювання. Відносна зміна похибки знаходиться за формулою:

$$\gamma(n) = \frac{K'}{K} \cdot \sqrt{\frac{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\theta^2}{3}}{\sigma^2 + \frac{\theta^2}{3}}} \quad (8.65)$$

Коефіцієнти  $K$  і  $K'$  трохи відрізняються один від одного, але ця різниця не впливає суттєво на результат дослідження. Якщо припустити, що  $K = K'$ , то

$$\gamma(n) = \sqrt{\frac{\frac{1}{3}(\frac{\theta}{\sigma})^2 + \frac{1}{n}}{\frac{1}{3}(\frac{\theta}{\sigma})^2 + 1}} \quad (8.66)$$

Криві  $\gamma(n)$  для різних  $\frac{\theta}{\sigma}$  мають вид, представлений на рис.8.1. Із рисунку видно, що похибка результату вимірювань при збільшенні кількості вимірювань різко зменшується, і при деякому значенні  $n$  стабілізується.

Якщо подивитися на криву, що відповідає  $\frac{\theta}{\sigma}=8$ , то вона практично не залежить від  $n$ . Отже при співвідношенні невиключених систематичних і випадкових похибок, яке дорівнює 8 і більше, немає сенсу виконувати багатократні вимірювання.

При  $\frac{\theta}{\sigma}=1,5$  похибка результату при збільшенні кількості вимірювань до 5 різко зменшується. Це свідчить про те, що в похибку результату суттєвий вклад вносять випадкові похибки. В даному випадку доцільно виконувати багатократні вимірювання.

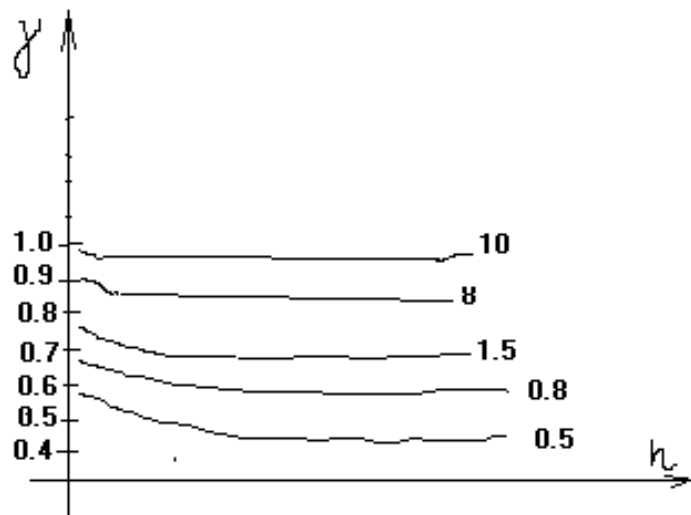


Рис. 8.1. Зміна похибки результату вимірювань при збільшенні числа вимірювань для різних співвідношень невиключених систематичних і випадкових похибок.



## ДОДАТКИ

### Додаток 1.

#### Міжнародна система одиниць (СІ)

Величина		Одиниця		
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			Українське	Міжнародне
1	2	3	4	5
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	T
Маса	M	кілограм	кг	Kg
Час	T	секунда	с	S
Сила електричного струму	I	ампер	А	A
Термодинамічна температура	T	кельвін	К	K
Сила світла	J	кандела	кд	Cd
Кількість речовини	N	моль	моль	Mol
Додаткові одиниці				
Плоский кут	A	радіан	рад	rad
Тілесний кут	W	стерадіан	ср	Sr

Похідні одиниці простору і часу				
1	2	3	4	5
Площа	$L^2$	квадратний метр	$m^2$	$M^2$
Об'єм, місткість	$L^3$	кубічний метр	$m^3$	$M^3$
Швидкість	$LT^{-1}$	метр за секунду	м/с	m/s
Прискорення	$LT^{-2}$	метр за секунду в квадраті	$m/c^2$	$m/s^2$
Кутова швидкість	$T^{-1}$	радіан за секунду	рад/с	Rad/s
Кутове прискорення	$T^{-2}$	радіан за секунду в квадраті	рад/с <sup>2</sup>	Rad/s <sup>2</sup>
Період	T	секунда	С	S
Частота періодичного Процесу	$T^{-1}$	герц	Гц	Hz
Частота обертання	$T^{-1}$	секунда у мінус першому степені	$c^{-1}$	$s^{-1}$

Коефіцієнт затухання	$T^{-1}$	секунда у мінус першому степені	$s^{-1}$	$s^{-1}$
Коефіцієнт послаблення	$L^{-1}$	метр у мінус першому степені	$m^{-1}$	$m^{-1}$
Похідні одиниці механічних величин				
Густина	$ML^{-3}$	кілограм на кубічний метр	$кг/м^3$	$kg/m^3$
Питомий об'єм	$L^3M^{-1}$	кубічний метр на кілограм	$м^3/кг$	$m^3/kg$
Момент інерції (динамічний)	$ML^2$	кілограм-метр у квадраті	$кг \cdot м^2$	$kg \cdot m^2$
Момент кількості руху	$ML^2T^{-1}$	кілограм-метр у квадраті за секунду	$кг \cdot м^2/с$	$kg \cdot m^2/s$
Кількість руху	$MLT^{-1}$	кілограм-метр за секунду	$кг \cdot м/с$	$kg \cdot m/s$
Момент інерції площі, площинної фігури, полярний, центробіжний	$L^4$	метр у четвертому степені	$м^4$	$m^4$
Сила	$MLT^{-2}$	ньютон	Н	N
Сила тяжіння (вага)	$MLT^{-2}$	ньютон	Н	N
Імпульс сили	$MLT^{-1}$	ньютон-секунда	Н·с	N·s
Момент сили, момент пари сил	$ML^2T^{-2}$	ньютон-метр	Н·м	N·m
Тиск	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Нормальна напруга	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Дотична напруга	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль поздовжньої пружності	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль зсуву	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль об'ємного стиснення	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Робота	$ML^2T^{-2}$	джоуль	Дж	J
Енергія	$ML^2T^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потужність	$ML^2T^{-3}$	ват	Вт	W
Витрата масова	$MT^{-1}$	кілограм за секунду	$кг/с$	$kg/s$
Витрата об'ємна	$M^3T^{-1}$	метр кубічний за секунду	$м^3/с$	$m^3/s$
Динамічна в'язкість	$ML^{-1}T^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s
Кінематична в'язкість	$L^2T^{-1}$	квадратний метр на секунду	$м^2/с$	$m^2/s$

Похідні одиниці теплових величин				
1	2	3	4	5
Різниця температур	T	Кельвін	K	K
Кількість теплоти	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	Джоуль	Дж	J
Питома кількість теплоти	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	джоуль на кілограм	Дж/кг	J
Теплоємність	ML <sup>2</sup> T <sup>2</sup>	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Ентропія	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Питома ентропія	L <sup>2</sup> T <sup>2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Питома теплоємність	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Питома газова постійна	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Тепловий потік	L <sup>2</sup> MT <sup>3</sup>	ват	Вт	W
Теплопровідність	MLT <sup>3</sup> Θ <sup>-1</sup>	ват на метр-кельвін	Вт/м·К	W/m·K
Температуропровідність	L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup>	квадратний метр на секунду	м <sup>2</sup> /с	м <sup>2</sup> /s
Температурний градієнт	L <sup>-1</sup> Θ	кельвін на метр	К/м	K/m
Температурний коефіцієнт	Θ <sup>-1</sup>	кельвін у мінус першому степені	К <sup>-1</sup>	K <sup>-1</sup>
Коефіцієнт теплопередачі	MT <sup>3</sup> Θ <sup>-1</sup>	ват на квадратний метр-кельвін	Вт/м <sup>2</sup> ·К	W/m <sup>2</sup> ·K
Похідні одиниці електричних і магнітних величин				
Електричний потенціал	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	Вольт	В	V
Електрорушійна сила	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	вольт	В	V
Різниця електричних потенціалів	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	вольт	В	V
Електричний опір	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-2</sup>	ом	Ом	Ω

## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Питомий електричний опір	$ML^3T^3I^2$	ом · метр	Ом·м	$\Omega \cdot m$
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	Фарада	Ф	F
Електрична провідність	$L^2M^{-1}T^3I^2$	Сіменс	См	S
Питома електрична провідність	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$	сіменс на метр	См/м	S/m
Магнітний потік	$L^2MT^{-2}I^1$	вебер	Вб	Wb
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^1$	тесла	Тл	T
Магніторушійна сила	I	Ампер	A	A
Напруженість магнітного поля	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Густина електричного струму	$L^{-2}I$	ампер на квадратний метр	A/m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
Лінійна густина електричного струму	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Кількість електрики (електричний заряд)	TI	кулон	Кл	C
Поверхнева густина електричного заряду	$L^{-2}TI$	кулон на квадратний метр	Кл/м <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
Просторова густина електричного заряду	$L^{-3}TI$	кулон на кубічний метр	Кл/м <sup>3</sup>	C/m <sup>3</sup>
Електричний момент диполя	LTi	кулон · метр	Кл·м	C·m
Індуктивність (взаємна індуктивність)	$L^2MN^{-2}I^{-2}$	генрі	Гн	H
Намагніченість	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Магнітний опір	$L^2M^{-1}T^2I^2$	генрі у мінус першому степені	Гн <sup>-1</sup>	H <sup>-1</sup>
Електрична енергія	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Активна потужність	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Реактивна потужність	$L^2MT^{-3}$	вар	вар	var
Повна потужність	$L^2MT^{-3}$	вольт-ампер	В·А	V·A
Похідні одиниці світлових одиниць				
Світловий потік	J	Люмен	лм	Lm
Світлова енергія	TJ	люмен-секунда	лм·с	Lm·s

## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Похідні одиниці світлових одиниць				
Яскравість	$L^{-2}J$	Кандела на квадратний метр	кд/м <sup>2</sup>	cd/m <sup>2</sup>
Освітленість	$L^{-2}J$	Люкс	лк	Lx
Світність	$L^{-1}J$	люмен на квадратний метр	Лм/м <sup>2</sup>	lm/m <sup>2</sup>
Світлова експозиція	$L^{-2}TJ$	люкс-секунда	Лк·с	lx·s
Енергія випромінювання	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Енергетична експозиція	$MT^{-2}$	джоуль на квадратний метр	Дж/м <sup>2</sup>	J/m <sup>2</sup>
Потік випромінювання (потужність)	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Поверхнева густина випромінювання	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Похідні одиниці акустичних величин				
Звуковий тиск	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Звукова енергія	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потік звукової енергії (потужність)	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Густина звукової енергії	$L^{-1}MT^{-2}$	джоуль на кубічний метр	Дж/м <sup>3</sup>	J/m <sup>3</sup>
Довжина хвилі	L	метр	м	m
Частота звукових коливань	T <sup>-1</sup>	герц	Гц	Hz
Період звукових коливань	T	секунда	с	s
Швидкість коливання час- тинки	LT <sup>-1</sup>	метр на секунду	м/с	m/s
Швидкість звуку	LT <sup>-1</sup>	метр на секунду	м/с	m/s
Інтенсивність звуку	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Акустичний опір	$L^{-4}MT^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s

1	2	3	4	5
Енергія іонізуючого Випромінювання	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потік енергії іонізуючого Випромінювання	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Доза випромінювання	$L^2T^{-2}$	грей	Гр	Gy
Еквівалентна доза Випромінювання	$L^2T^{-2}$	зіверт	Зв	Sv
Потужність доз випромінювання	$L^2T^{-3}$	грей в секунду	Гр/с	Gy/s
Експозиційна доза рентгенівського і гама випромінювання	$M^{-1}TI$	кулон на кілограм	Кл/кг	C/kg
Інтенсивність випромінювання	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Потужність експозиційної дози рентгенівського і гама-випромінювання	$M^{-1}I$	ампер на кілограм	А/кг	A/kg
Активність радіонукліду	$T^{-1}$	бекерель	Бк	Bq

Додаток 2

Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями системи СІ

Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Співвідношення з одиницями СІ
		Українське	Міжнародне	
1	2	3	4	5
Час	хвилина година доба	хв. год. д	min h d	$1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$ $1 \text{ год} = 3600 \text{ с}$ $1 \text{ д} = 24 \text{ год}$
Маса	тонна центнер уніфікована атомна одиниця маси	т ц а.о.м.	t z u	$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ $1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$ $1 \text{ а.о.м.} = 1,66054 \cdot 10^{-27}$
Об'єм, місткість	літр	л	l	$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$
Енергія	електрон-вольт	еВ	eV	$1 \text{ еВ} = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Плоский кут	градус хвилина секунда	... <sup>0</sup> ...' ..."	... <sup>0</sup> ...' ..."	$1^\circ = (\pi/180) \text{ рад}$ $1' = (1/60^\circ) = (\pi/10800) \text{ рад}$ $1'' = (1/60') = (\pi/648000) \text{ рад}$
Тиск	бар	Бар	bar	$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$
Маса дорогоцінних каменів	карат	Кар	Kt	$1 \text{ кар} = 0,2 \text{ г}$

## Найважливіші фізичні константи

Назва	Позначення	Значення констант в одиницях СІ
Абсолютний нуль температури	К	$K = -273,16^{\circ}\text{C}$
Потрійна точка води	$T_{\text{ф}}$	$(273,160 \pm 0,0001)\text{K} =$ $(0,0100 \pm 0,0001)^{\circ}\text{C}$
Прискорення вільного падіння	G	$9,80665 \text{ м/с}^2$
Стала Больцмана	К	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Заряд електрона	Е	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,854188 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0$	$1,256637 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,99792510 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Планка	Н	$(6,62618 \pm 0,00023) \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Універсальна газова стала	R	$8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$



$$\text{Значення інтегралу ймовірностей } \Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\Delta^2}{2}} d\Delta$$

при заданому значенні  $t$ .

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,95	0,6579	1,85	0,9357	2,75	0,9940
0,05	0,0399	1,00	0,6827	1,90	0,9426	2,80	0,9949
0,10	0,0797	1,05	0,7063	1,95	0,9488	2,85	0,9956
0,15	0,1192	1,10	0,7287	2,00	0,9545	2,90	0,9963
0,20	0,1585	1,15	0,7499	2,05	0,9596	2,95	0,9968
0,25	0,1974	1,20	0,7699	2,10	0,9643	3,0	0,99730
0,30	0,2358	1,25	0,7887	2,15	0,9684	3,1	0,99806
0,35	0,2737	1,30	0,8064	2,20	0,9722	3,2	0,99862
0,40	0,3108	1,35	0,8230	2,25	0,9756	3,3	0,99904
0,45	0,3473	1,40	0,8385	2,30	0,9786	3,4	0,99932
0,50	0,3829	1,45	0,8529	2,35	0,9812	3,5	0,99954
0,55	0,4177	1,50	0,8664	2,40	0,9836	3,6	0,99968
0,60	0,4515	1,55	0,8789	2,45	0,9857	3,7	0,99978
0,65	0,4843	1,60	0,8904	2,50	0,9876	3,8	Ю, 99986
0,70	0,5161	1,65	0,9011	2,55	0,9892	3,9	0,99990
0,75	0,5467	1,70	0,9109	2,60	0,9907	4,0	0,999936
0,80	0,5763	1,75	0,9199	2,65	0,9920	4,5	0,999994
0,85	0,6047	1,80	0,9281	2,70	0,9931	5,0	0,9999994
0,90	0,6319						

Значення  $t$  при заданих значеннях інтегралу ймовірностей  $\Phi(t)$

$\Phi(t)$	$1 - \Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$	$1 - \Phi(t)$	$t$
0,50	0,50	0,675	0,992	0,008	2,652
0,60	0,40	0,842	0,993	0,007	2,697
0,70	0,30	1,036	0,994	0,006	2,748
0,75	0,25	1,150	0,995	0,005	2,807
0,80	0,20	1,282	0,996	0,004	2,878
0,85	0,15	1,440	0,997	0,003	2,968
0,90	0,10	1,645	0,998	0,002	3,090
0,95	0,05	1,960	0,999	0,001	3,291
0,96	0,04	2,054	0,9995	$5 \cdot 10^{-4}$	3,481
0,97	0,03	2,170	0,9999	$1 \cdot 10^{-4}$	3,891
0,98	0,02	2,326	0,99999	$1 \cdot 10^{-5}$	4,417
0,99	0,01	2,576	0,999999	$1 \cdot 10^{-6}$	4,892
0,991	0,009	2,612	0,999999	$1 \cdot 10^{-7}$	5,327

Значення  $t_c$  для різних значень довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  та кількості вимірювань  $n$  (розподіл Ст'юдента)

$n \backslash P_{\text{дов}}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,000	1,376	1,963	3,08	6,31	12,71	31,8	63,7	
3	0,816	1,061	1,336	1,886	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	0,765	0,978	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	0,741	0,941	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60	8,61
6	0,727	0,920	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03	6,86
7	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	4,71	5,96
8	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40
9	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04
10	0,703	0,883	1,110	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78
11	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17	4,59
12	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,20	2,72	3,11	4,49
13	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,18	2,68	3,06	4,32
14	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,16	2,65	3,01	4,22
15	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14
16	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95	4,07
17	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,58	2,92	4,02
18	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,11	2,57	2,90	3,96
19	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,10	2,55	2,88	3,92
20	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88
$\infty$	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

Значення довірчої ймовірності  $P_{\text{ДОВ}}$  для різних значень коефіцієнта  
Стюдента  $t_c$  та кількості вимірювань  $n$ .

$n \backslash t_c$	2	2,5	3	3,5
2	0,705	0,758	0,795	0,823
3	0,816	0,870	0,905	0,928
4	0,861	0,912	0,942	0,961
5	0,884	0,933	0,960	0,975
6	0,898	0,946	0,970	0,983
7	0,908	0,953	0,976	0,987
8	0,914	0,959	0,980	0,990
9	0,919	0,963	0,983	0,992
10	0,923	0,966	0,985	0,993
11	0,927	0,969	0,987	0,994
12	0,929	0,970	0,988	0,995
13	0,931	0,972	0,989	0,996
14	0,933	0,974	0,990	0,996
15	0,935	0,974	0,990	0,996
16	0,936	0,975	0,991	0,997
17	0,937	0,976	0,992	0,997
18	0,938	0,977	0,992	0,997
19	0,939	0,978	0,992	0,997
20	0,940	0,978	0,993	0,997
$\infty$	0,955	0,988	0,997	0,9995

Найбільші абсолютні значення нормованих відхилень  $Z_T$ .

Рівень значимості $q, \%$	Число результатів вимірювань $n$						
	4	6	8	10	12	15	18
1	1.73	2.16	2.43	2.62	2.75	2.90	3.00
2	1.72	2.13	2.37	2.54	2.66	2.80	2.90
5	1.71	2.10	2.27	2.41	2.52	2.64	2.72
10	1.69	2.00	2.17	2.29	2.39	2.49	2.58
Рівень значимості $q, \%$	Число результатів вимірювань $n$						
	20	25	30	35	40	45	50
1	3.08	3.20	3.29	3.36	3.42	3.47	3.52
2	2.96	3.07	3.16	3.22	3.28	3.33	3.37
5	2.78	2.88	2.96	3.02	3.08	3.12	3.16
10	2.62	2.72	2.79	2.85	2.90	2.95	2.99

## СЛОВНИК ТЕРМІНІВ

### А

**Абсолютні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані в абсолютних одиницях фізичних величин.

**Абсолютна похибка вимірювання**  $\Delta x$  - різниця між результатом вимірювання та істинним значенням вимірюваної величини. **Аналогове кодування** – відображення інформації фізичним аналогом.

**Аналоговий вимірювальний прилад** - вимірювальний прилад, у якому візуальний сигнал вимірювальної інформації представляється за допомогою шкали й показчика

**Аналого-цифровий перетворювач (кодовий засіб вимірювання)** – засіб вимірювання, у якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації.

### Б

**Багатократне вимірювання** - вимірювання однієї і тієї ж фізичної величини, результат якого отримують з декількох наступних один за другим вимірювань, тобто це вимірювання, яке складається з ряду однократних вимірювань.

### В

**Вага результату вимірювання** (вага вимірювання або просто вага) – додатне число, яке виражає оцінку довіри до того чи іншого окремого результату вимірювання, що входить в ряд (сукупність) нерівноточних вимірювань.

**Варіація показів** – найбільша різниця показів приладу при одному і тому ж значенні вимірюваної величини і незмінних зовнішніх умовах.

**Верхня межа вимірювання приладу** – це відмітка, яка відповідає найбільшому значенню вимірюваної величини.

**Взаємно виключаючі події** – події, настання однієї з яких робить неможливим здійснення другої.

**Відмова** – це порушення працездатності ЗВТ.

**Відносні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані як відношення вимірюваної величини до одноіменної величини, умовно прийнятої за одиницю, або у відсотках.

**Відносна похибка вимірювання**  $\varepsilon$  — це відношення абсолютної похибки вимірювання до дійсного значення вимірюваної величини

**Відтворення фізичної величини** - вимірювальна операція, що полягає у створенні та (чи) зберіганні фізичної величини заданого значення.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів

вимірювань однієї і тієї ж величини, отриманих в різних місцях, різними методами і засобами, різними операторами, в різний час, але приведених до одних і тих же умов (температура, тиск, вологість тощо).

**Вибірка із генеральної сукупності** – сукупність обмеженої кількості значень випадкової величини, що входить до генеральної сукупності.

**Визначальні або дефінітивні рівняння** - математичні співвідношення, які дають змогу встановлювати похідні одиниці, використовуючи зв'язки і залежності між фізичними величинами.

**Вимірювання** – процес експериментального знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

**Вимірювальна інформація** - інформація про значення вимірюваних фізичних величин.

**Вимірювання фізичної величини** - сукупність операцій по застосуванню технічного засобу, що зберігає одиницю фізичної величини, які полягають в порівнянні розміру вимірюваної величини з її одиницею з метою отримання значення фізичної величини в формі, найбільш зручній для використання.

**Вимірювальний сигнал** - енергетичний носій вимірювальної інформації.

**Вимірювальна техніка** – всі технічні засоби, за допомогою яких виконують вимірювання, а також техніка виконання вимірювань.

**Вимірювана фізична величина** - фізична величина, яка підлягає вимірюванню у відповідності з основною метою вимірювальної задачі.

**Вимірювальний прилад** - це засіб вимірювання, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем завдяки наявності відлікового пристрою (шкала з вказівником, цифрове табло),

**Вимірювальний канал** – сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів зв'язку та інших технічних засобів, призначена для створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину.

**Вимірювальна установка (ВУ)** - сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки та допоміжних технічних засобів (стабілізуючих, перемикаючих, регулюючих), розміщених в одному місці і призначених для вимірювань однієї або декількох фізичних величин та для формування сигналів вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприймання спостерігачем.

**Вимірювальна система (ВС)** – це сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, розміщених в різних точках досліджуваного простору (середовища, об'єкта тощо) з метою вимірювання однієї або

декількох фізичних величин, властивих цьому простору, та формування (створення) сигналів вимірювальної інформації про вимірювані фізичні величини у формі, доступній для автоматичного опрацювання, зберігання, передачі й використання в автоматичних системах управління.

**Вимірювальний пристрій** – це засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань (вимірювальна операція).

**Вимірювальне перетворення** фізичної величини – вимірювальна операція, при якій вхідна фізична величина перетворюється у вихідну, що функціонально з нею пов'язана.

**Вимірювальні перетворювачі** – пристрої, що реалізують вимірювальні перетворення.

**Вимірювальний перетворювач** – засіб вимірювання, який має нормовані метрологічні характеристики та призначений для перетворення вимірюваної величини в іншу величину або сигнал вимірювальної інформації, зручний для обробки, зберігання, подальших перетворень та передачі на відстань, але не для безпосереднього спостереження за вимірюваною величиною.

**Випадкова фізична величина** - це така фізична величина, яка пов'язана з випадковими процесами.

**Випадкова похибка вимірювань**  $\Delta_B$  – складова похибки результату вимірювання, яка змінюється випадковим чином (по знаку і значенню) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини при одних і тих же умовах.

**Випадкова подія** – це подія, яка при здійсненні певного комплексу умов може або відбутися або не відбутися. Ймовірність настання випадкової події більша за нуль, але менша за одиницю. **Впливова фізична величина** - фізична величина, яка не вимірюється даним засобом вимірювання, але яка впливає на нього і об'єкт вимірювань таким чином, що це призводить до викривлення результату вимірювань.

**Виправлений результат вимірювання** – значення фізичної величини, отримане за допомогою засобу вимірювань і уточнене шляхом введення в нього необхідних поправок.

**Вторинний вимірювальний перетворювач** – вимірювальний перетворювач, що перетворює інформацію, що отримана первинним перетворювачем (сенсором) відповідно до вибраного алгоритму вимірювання.

**Вторинний еталон** - це еталон, що узгоджується із розміром одиниці величини безпосередньо від державного еталона даної одиниці величини.

## Г

**Генеральна сукупність** – це повний набір всіх значень, які може в принципі приймати випадкова величина.



**Генераторний перетворювач** – перетворювач, вихідні сигнали якого мають енергетичні властивості (напруга, струм, електрорушійна сила тощо). **Гістограма** – сходиноква діаграма, що показує, як часто при вимірюваннях виникають результати, що потрапили у той або інший інтервал  $\Delta x$  між найменшим  $x_{\min}$  і найбільшим  $x_{\max}$  з виміряних значень величини  $x$ .

**Градування** – операція за допомогою якої поділкам шкали надають значення у встановлених одиницях вимірювання **Графічні вимірювання** – вимірювання, в яких вихідний сигнал відображається у вигляді графіка

**Груба похибка** – це похибка окремого результату вимірювань, яке входить в ряд вимірювань, що за даних умов різко відрізняється від інших результатів цього ряду.

**Грубі похибки** – похибки, які суттєво перевищують систематичні або випадкові похибки.

## Д

**Державна система приладів та засобів експлуатації (ДСП)** – це експлуатаційно, інформаційно, енергетично, метрологічно та конструктивно організована сукупність ЗВ, засобів автоматизації та засобів керуючої техніки для побудови різноманітних автоматичних систем управління технологічними процесами (АСУТП)

**Державний метрологічний нагляд (ДМН)** - це діяльність спеціально уповноважених органів державної метрологічної служби з метою перевірки дотримання метрологічних норм та правил.

**Діапазон вимірювань** - це частина діапазону показів засобу вимірювань, для якої прономовані границі допустимих похибок.

**Дійсне значення фізичної величини** - це числове значення фізичної величини, яке отримується в результаті вимірювання і настільки наближене до істинного значення, що його можна використати замість істинного для даної мети.

**Динамічні вимірювання** - це вимірювання фізичної величини, розмір якої змінюється з часом.

**Динамічна похибка вимірювання** – похибка, яка залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі. **Довговічність** – властивість ЗВ зберігати працездатність і задану ефективність в часі.

**Дискретна випадкова величина** – це величина, можливі значення якої утворюють скінчену або нескінченну послідовність чисел.

**Додаткова одиниця системи одиниць** – одиниця, що не належать ні до основних, ні до похідних одиниць даної системи.

**Дольна (часткова) одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини у ціле число разів менша системної або позасистемної одиниці.

**Допоміжні засоби вимірювання** (вимірювальне приладдя) – це засоби (пристрої) для забезпечення необхідних зовнішніх умов при виконанні вимірювань.

**Достовірна подія** – подія, ймовірність настання якої дорівнює одиниці.

## Е

**Експлуатаційна похибка** — це інструментальна похибка, що виникає в процесі експлуатації ЗВ (зношування, старіння, несправності).

**Екстенсивна фізична величина** – це величина, які при поділі об'єкта на частини змінює свої розміри і є аддитивною величиною, тобто її можна додавати або віднімати.

**Елемент вибірки** – конкретне значення  $x_i$ , що належить до вибірки.

**Еталони** – особливий клас засобів вимірювань вищої точності, за допомогою яких відтворюється і зберігається одиниця фізичної величини з метою передачі розміра одиниці зразковим, а через них робочим засобам вимірювань.

**Еталон одиниці фізичної величини** – засіб вимірювальної техніки (комплекс засобів вимірювань), призначений для відтворення і зберігання одиниці фізичної величини з метою передачі розміру одиниці іншим засобам вимірювань, що стоять нижче за повірочною схемою, і офіційно затверджений в якості еталона у встановленому порядку.

## Є

**Єдність вимірювань** – це характеристика якості вимірювань, яка полягає в тому, що результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, розміри яких у встановлених межах дорівнюють розмірам відтворюваних одиниць, а похибки результатів вимірювань відомі з заданою ймовірністю і не виходять за встановлені межі.

## З

**Забезпечення єдності вимірювань** – це діяльність метрологічних та інших служб, спрямована на досягнення єдності вимірювань при потрібній народному господарству точності.

**Закон розподілу випадкових величин** – це математичний вираз, який дає зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними ймовірностями їх появи.

**Законодавча метрологія** - це частина метрології, що містить законодавчі акти, правила, вимоги та норми, які регламентуються та контролюються державою для забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань.

**Збіжність (сходимість) результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, виконуваних повторно одними і тими ж засобами вимірювань, одним і тим же методом, в однакових умовах.

**Збіжність засобу вимірювань** - це близькість результатів вимірювання однієї і тієї ж величини засобом вимірювання в однакових умовах.

**Змінна величина** - фізична величина, яка змінюється по розміру в процесі вимірювання.

**Значення фізичної величини** - це відображення фізичної величини у вигляді числового значення величини із позначенням її одиниці.

**Значущі цифри довільного числа** – всі цифри в його записі, починаючи з першої ненульової зліва.

**Засіб вимірювальної техніки (ЗВТ)** – це технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

**Засіб вимірювань** — засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань.

**Зразковий засіб вимірювань** — це засіб вимірювань (міри, вимірювальні прилади або ж вимірювальні перетворювачі), затверджений в установленому порядку як зразковий, який призначений для повірки та градування за ним інших засобів вимірювальної техніки як робочих, так і зразкових менш високої точності.

**Засоби метрології** - сукупність засобів вимірювальної техніки та засобів контролю, які вдосконалюються і розвиваються на основі об'єктивних законів.

## I

**Інструментальна похибка вимірювання** - це складова похибки вимірювання фізичної величини, яка залежить від похибки використаних засобів вимірювання, тобто це сукупність похибок, обумовлених недосконалістю властивостей використовуваних ЗВ.

**Інтегральна функція розподілу результатів вимірювань** – залежність ймовірності того, що результат вимірювання  $x_i$  в  $i$ -вому досліді буде меншим деякого значення  $x$ , від самої величини  $x$ .

**Інтенсивна величина** - це величина, яка характеризує стан фізичного об'єкту і яка при поділі об'єкта на частини зберігає свій розмір. Інтенсивна фізична величина не є адитивною.

**Істинне значення фізичної величини** - це числове значення, яке виражає істинний розмір величини в даних одиницях вимірювання.

## К

**Калібр** - міра фізичної величини, що відтворює з заданою точністю деякий геометричний параметр та призначена для перевірки розмірів та форми виробів або взаємного розташування їх частин.

**Клас точності засобу вимірювальної техніки** – це узагальнена характеристика засобу вимірювальної техніки, що визначається границями його допустимих основної і додаткової похибок, а також іншими характеристиками, що впливають на його точність.

**Когерентна одиниця фізичної величини** - похідна одиниця фізичної величини, пов'язана з іншими одиницями системи рівнянням, в якому числовий коефіцієнт прийнятий рівним 1.

**Кодування** - відображення різноманітності однієї множини різноманітністю іншої.

**Компаратор** – вимірювальний пристрій, що реалізує порівняння однорідних фізичних величин.

**Контрольно-повірочні вимірювання** – це вимірювання, похибки яких не перевищують деяких наперед заданих значень.

**Контроль** – це процедура встановлення відповідності між станом об'єкта та його нормою.

**Кратна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини в ціле число разів більша за системну або позасистемну одиницю.

## М

**Масштабне перетворення** – лінійне вимірювальне перетворення вхідної величини без зміни її роду.

**Масштабний перетворювач** - вимірювальний перетворювач, який реалізує масштабне вимірювальне перетворення.

**Математичне сподівання (очікування)** випадкової величини – це таке її значення, навколо якого групуються результати окремих спостережень.

**Метрологія** - це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності.

**Методи метрології** - сукупність фізичних та математичних методів, що використовуються для одержання вимірювальної інформації із заданими точністю та достовірністю (методів вимірювальних перетворень, методів вимірювань та опрацювання результатів спостережень, планування вимірювального експерименту).

**Метрологічні вимірювання або вимірювання з максимально можливою точністю** - це вимірювання за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювання з метою відтворення встановлених одиниць фізичних величин або передачі їх розміра робочим засобам вимірювань.

**Метод вимірювання** — сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципів вимірювань для створення вимірювальної інформації.

**Методика вимірювань** — це поєднання методу та алгоритму вимірювань.

**Методична похибка вимірювання** — складова похибки вимірювання, яка виникає через недосконалість методу вимірювання та граничну точність значень використаних фізичних констант і припущень в розрахункових формулах.

**Метрологічні характеристики ЗВТ** — це характеристики засобів вимірювань, від яких залежить точність результатів, одержаних за їх допомогою.

**Метрологічні характеристики ЗВТ** — це технічні характеристики, які впливають на результати і точність вимірювань.

**Метрологічна служба** - мережа організацій, окрема організація або окремий підрозділ, на які покладена відповідальність за забезпечення єдності вимірювань у закріпленій за ними сфері діяльності.

**Метрологічне забезпечення** - встановлення й застосування метрологічних норм і правил, а також розроблення, виготовлення та застосування технічних засобів, необхідних для забезпечення єдності й потрібної точності вимірювань.

**Міра** — це засіб відтворення фізичної величини

**Міра фізичної величини** (або міра) — вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) зберігання фізичної величини заданого значення.

## **Н**

**Надійність ЗВТ** — здатність зберігати свої характеристики в заданих межах за певних умов експлуатації протягом заданого часу.

**Надлишкові вимірювання** — це вимірювання які перевищують необхідну кількість, але не приводять до покращення точності результату.

**Невипадкові події** — це події, ймовірність настання яких дорівнює 0 або 1.

**Незалежні події** — події, ймовірність настання однієї з яких не залежить від того здійснилась чи ні інша подія.

**Неметрологічні характеристики ЗВТ** — це характеристики, які не впливають на результат і точність вимірювань, але визначають технічні та експлуатаційні параметри засобів вимірювальної техніки. Вони, як правило, не нормуються.

**Неможлива подія** — подія, ймовірність настання якої дорівнює нулю.

**Необхідні вимірювання** – це вимірювання, які містять мінімальну кількість вимірювань, достатню для отримання результату потрібної точності.

**Неперервна випадкова величина** – це величина, можливі значення якої утворюють неперервний ряд чисел.

**Непрямі (опосередковані) вимірювання** – це вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначають на основі результатів прямих вимірювань інших фізичних величин, функціонально пов'язаних з вимірюваною.

**Нерівноточні вимірювання** - ряд вимірювань будь-якої величини, виконаних різними по точності засобами вимірювань і (або) в різних умовах.

**Нестабільна величина** – це така величина, яка у відсутності будь-яких статистичних закономірностей змінюється із часом.

**Нестабільність засобу вимірювань** – зміна однієї або декількох метрологічних характеристик засобу вимірювань на протязі встановленого проміжку часу.

**Нижня межа вимірювання приладу** – це відмітка, яка відповідає найменшому значенню вимірюваної величини по даній шкалі.

**Нормування метрологічних характеристик** – це процес законодавчого регламентування складу метрологічних характеристик та їх нормативних значень.

**Нормуючі перетворювачі** – перетворювачі, призначені для здійснення всіх необхідних перетворень сигналу: підсилення, лінеаризації, формування уніфікованого вихідного сигналу, тобто перетворення вихідних сигналів ПВП в уніфікований сигнал.

**Нормування метрологічних характеристик ЗВТ** - процес раціонального вибору та законодавчого затвердження номенклатури (переліку) метрологічних характеристик, встановленні номінальних значень та допустимих відхилень реальних метрологічних характеристик ЗВТ від їх номінальних значень.

**Нормування метрологічних характеристик** – це встановлення номінальних значень і границь допустимих відхилень реальних метрологічних характеристик ЗВТ від їхніх номінальних значень.

**Нуль шкали** – це відмітка, яка відповідає нульовому значенню вимірюваної величини.

## О

**Одиниця фізичної величини** - фізична величина, якій за визначенням надано значення, що дорівнює одиниці.

**Однократне вимірювання** - вимірювання, виконане один раз.

**Основна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, що входить до системи фізичних величин, і вибрана довільно при побудові системи одиниць.

## П

**Параметричний перетворювач** – перетворювач, який змінює параметри вхідного сигналу (опору, ємності, індуктивності тощо).

**Первинний еталон** - еталон, що забезпечує відтворення й зберігання одиниці фізичної величини з найвищою в країні (у порівнянні з іншими еталонами) точністю.

**Первинний вимірювальний перетворювач (сенсор)** – вимірювальний перетворювач, що першим взаємодіє з об'єктом вимірювання.

**Передавальні вимірювальні перетворювачі** – це комплекс технічних засобів, які зв'язані між собою лінією зв'язку і які забезпечують передачу вимірювальної інформації від місця її отримання до вторинного вимірювального засобу, що встановлений на деякій відстані.

**Періодичні систематичні похибки** – похибки, які періодично змінюють значення і знак.

**Повірка** – операція порівняння показів засобів вимірювань із зразковими з метою визначення їх похибок або поправок до їхніх показів.

**Повірка засобів вимірювальної техніки** - визначення похибок засобів вимірювальної техніки та встановлення придатності їх до застосування.

**Повірка засобів вимірювальної техніки** – це технічна процедура, в результаті якої встановлюють придатність ЗВТ до застосування на підставі результатів контролю їхніх метрологічних характеристик.

**Повірочна схема** — нормативний документ, який встановлює метрологічну підпорядкованість засобів вимірювальної техніки, та порядок передавання розміру одиниці фізичної величини від еталона до зразкових і робочих засобів вимірювань.

**Поділка шкали** — частина шкали між двома сусідніми позначками.

**Позасистемна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини, яка не входить ні в одну з прийнятих систем одиниць

**Поріг чутливості** – це найменша зміна вхідного сигналу, що викликає помітну зміну вихідного сигналу.

**Постійна величина** - це фізичні постійні, наприклад, швидкість світла у вакуумі, заряд електрона, постійна Больцмана тощо.

**Похідна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, утворена у відповідності з рівнянням, яке пов'язує її з основними одиницями або з основними, похідними і додатковими одиницями.

**Похибка результату вимірювання  $\Delta x$**  - це відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини.

**Правильність засобу вимірювань** - характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість до нуля систематичної похибки засобу вимірювань.

**Правильність результату вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля систематичних похибок в їх результатах.

**Правильна цифра наближеного числа** – k-та цифра наближеного числа, якщо абсолютна похибка цього числа не перевищує половини одиниці k-го розряду.

**Працездатність ЗВТ** – це такий стан ЗВТ, за якого він здатний виконувати свої функції згідно з вимогами нормативно-технічних документів.

**Прикладна метрологія** – це частина метрології, предметом дослідження якої є практичне застосування положень теоретичної та законодавчої метрології.

**Принцип вимірювання** — фізичне явище або сукупність фізичних явищ, які покладені в основу вимірювання певної величини.

**Прогресуючі систематичні похибки** – це складові похибки, які повільно (поступово) змінюються в часі і спричиняються, як правило, старінням деталей ЗВ.

**Промак** – груба похибка, причиною появи якої є неправильні дії оператора.

**Процедура вимірювань (алгоритм вимірювання)** – це послідовність вимірювальних операцій (операцій вимірювання), що забезпечує вимірювання згідно з обраним методом.

**Прямі вимірювання** – це вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначається безпосередньо за експериментальними даними.

## **Р**

**Результат вимірювання фізичної величини** – це значення фізичної величини, отримане шляхом її вимірювання.

**Реєструючий прилад** - засіб вимірювань, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації

**Реєструючий засіб вимірювання** – засіб вимірювання для вимірювання й автоматичного запису значень вимірюваних величин, які можуть змінюватись у часі .

**Рівноімовірні події** – події, ймовірність настання яких однакова.

**Рід фізичної величини** - якісна визначеність фізичної величини.

**Робочий еталон** – вторинний еталон, призначений для зберігання одиниці фізичної величини і передачі її розміру зразковим засобам



вимірювальної техніки, а в окремих випадках – робочим засобом вимірювальної техніки найвищої точності.

**Робочий засіб вимірювальної техніки** — засіб, який використовується для практичних вимірювань, але не служить для перевірки інших засобів вимірювань.**Розмір фізичної величини** - кількісний вміст фізичної величини в даному об'єкті.

**Роздільна здатність** – це мінімальна зміна вимірюваної величини, яка може бути зафіксована приладом і спостерігачем.

**Розмірність фізичної величини** – якісна відмінність однієї фізичної величини від інших.

**Розмірність фізичної величини** - вираз, що відображає її зв'язок із основними величинами системи.

## С

**Середнє зважене значення** – середнє значення величини, одержане на основі ряду нерівноточних вимірювань із врахуванням ваги окремих результатів, прийнятих до обробки.

**Сигнал** – це фізичний процес, властивості якого визначаються взаємодією між матеріальним об'єктом та засобами вимірювальної та обчислювальної техніки.

**Система фізичних величин** - сукупність взаємопов'язаних фізичних величин, в якій декілька величин приймають за незалежні, а інші визначають як залежні від них;

**Система одиниць фізичних величин** – сукупність основних і похідних одиниць певної системи фізичних величин.

**Системна одиниця фізичної величини** (системна одиниця) - одиниця фізичної величини, яка входить в прийняту систему одиниць.

**Система метрологічного нагляду і контролю (МНК)** – це комплекс правил, положень і вимог технічного, економічного і правового характеру, що визначають організацію і порядок здійснення робіт з повірки, метрологічної ревізії та експертизи засобів вимірювальної техніки.

**Систематична похибка вимірювань  $\Delta_c$**  – складова похибки результату вимірювання, яка залишається сталою або змінюється по певному закону (закономірно змінюється) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини в тих самих умовах.**Стала величина** - фізична величина, розмір якої можна вважати незмінним в процесі вимірювання.

**Спеціальний еталон** – еталон, що забезпечує відтворення одиниці фізичної величини в особливих умовах, коли пряму передачу розміру одиниці від первинного еталона з необхідною точністю технічно реалізувати неможливо.

**Стабільність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка відбиває незмінність у часі його метрологічних властивостей.

**Сталі систематичні похибки** - похибки, які тривалий час зберігають своє значення і знак (наприклад на протязі серії вимірювань).

**Статичні вимірювання** – це вимірювання, при яких протягом певного проміжку часу вимірювана величина не змінюється.

**Статична похибка вимірювання** – похибка, яка не залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі.

**Суб'єктивна похибка** – це похибка вимірювання, що є наслідком індивідуальних властивостей людини, обумовлених фізіологічними особливостями їх організму.

**Сукупні вимірювання** - непрямі вимірювання, за яких значення декількох одночасно вимірюваних **однорідних** величин отримують шляхом розв'язання системи рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, значення яких, в свою чергу, отримуються прямими або непрямыми вимірюваннями.

**Сумісні вимірювання** - непрямі вимірювання, за яких значення декількох одночасно вимірюваних **різномірних** величин отримують розв'язанням системи рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано.

**Сумнівна цифра наближеного числа** – k-та цифра наближеного числа, якщо абсолютна похибка цього числа перевищує половину одиниці k-го розряду.

**Схемна похибка** (похибка схеми або конструкцій) — це інструментальна похибка, властива саме структурній або кінематичній схемі (конструкції) ЗВ.

## **Т**

**Термін служби засобу вимірювальної техніки** – це календарна тривалість експлуатації ЗВТ.

**Технічні вимірювання** — вимірювання, які проводяться у промисловості і визначаються невисоким класом точності засобів вимірювання.

**Технологічна похибка** — це інструментальна похибка, що виникає в результаті недосконалості технології виготовлення ЗВ (наприклад, похибки градування).

**Точність вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля похибки його результату (чим менша похибка вимірювання, тим більша точність результату вимірювання).

**Точність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість його похибки до нуля.

## Ф

**Фізична величина** - властивість, спільна в якісному відношенні для багатьох матеріальних об'єктів, але індивідуальна в кількісному відношенні для кожного з них;

**Фізичний параметр** - фізична величина, яка характеризує приватну особливість вимірюваної фізичної величини.

## Ц

**Цифровий вимірювальний прилад** – вимірювальний прилад, у якому візуальний сигнал вимірювальної інформації представляється у вигляді цифр або символів на пристрої, що показує результати.

**Цифрове кодування** – відображення інформації умовними знаками (символами), зокрема цифровими.

## Ч

**Час встановлення показів (швидкодія)** – проміжок часу від моменту стрибкоподібної зміни вхідного сигналу до моменту встановлення показу відлікового пристрою із заданою точністю.

**Час вимірювання** – час від початку зміни вимірюваної величини до встановлення показу на відліковому табло з нормованою точністю. Вказується для цифрових приладів

**Частотний діапазон ЗВТ** – це діапазон частот вхідного сигналу, за якого характеристики точності ЗВТ знаходяться в допустимих межах.

**Числове значення фізичної величини** - число, що дорівнює відношенню розміру фізичної величини, що вимірюється, до розміру одиниці цієї фізичної величини.

**Числове вимірювальне перетворення (ЧВП)** - операція обчислення проміжних результатів вимірювань з метою отримання остаточного результату.

**Числовий вимірювальний перетворювач** - вимірювальний пристрій, який є сукупністю засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення і виконує обчислювальні операції під час вимірювань.

**Чутливість ЗВТ** – це відношення зміни вихідного сигналу  $\Delta Y$  до зміни вхідного сигналу  $\Delta X$ , що викликала цю зміну вихідного сигналу.

## Ш

**Шкала засобу вимірювання** – частина показового пристрою у вигляді упорядкованої сукупності позначок (відміток) разом із пов'язаною з нею певною послідовністю чисел або інших символів, що відповідають ряду послідовних значень величини, в одиницях якої отримують покази.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Тюрин Н.И. Введение в метрологию - М.: Изд-во стандартов, 1985.- 304 с.
2. Маликов С.Ф., Тюрин Н.И. Введение в метрологию. - М.: Изд-во стандартов, 1966.- 248с.
3. Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф. Качество измерений: Метрологическая справочная книга.- Л.: Лениздат, 1987.- 295с.
4. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб.- М.: Изд-во стандартов, 1986.- Книга 1, 352с.
5. Бирдун Г.Д., Марков Б.М. Основы метрологии.- М.: Изд-во стандартов, 1975.- 336с.
6. Селиванов М.Н., Фридман А.Э. Законодательная метрология. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 72 с.
7. Вайсбанд М.Д., Проненко В.И. Техника выполнения метрологических работ. – К.: Техника, 1986. – 168 с.
8. Шаблин С.А. Прикладная метрология в вопросах и ответах. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 189 с.
9. Поліщук Є.С., Дорожовець М.М., Яцук В.О., та ін. Метрологія та вимірювальна техніка: Підручник / Є.С.Поліщук, М.М.Дорожовець, В.О.Яцук, В.М.Ванько, Т.Г.Бойко; За ред. проф. Є. С. Поліщука. – Львів.: Видавництво «Бескід Біт», 2003. – 544 с.
10. Токар Ю.С., Караван Ю.В. Основы стандартизації, метрології та сертифікації: Посібник. – Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 2002. – 247 с.
11. Цюцюра В.Д., Цюцюра С.В. Метрологія та основи вимірювань: Навч. посіб. – К.: Знання-Прес, 2003. – 180 с.
12. Сергеев А.Г. Метрология: Учебник. – М.: Логос, 2005. – 272 с..
13. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. - 248 с.
14. Головки Д.Б., Рего К.Г., Скрипник Ю.О. Основы метрології та вимірювань. - Київ.: Либідь, 2001. - 408 с.
15. Пронкин Н.С. Основы метрологи. Практикум по метрологии и измерениям. - М.: Логос, 2007 – 392 с.
16. Кузнецов В.А., Ялунина Г.В. Основы метрологии. Учебное пособие. – М.: Изд-во стандартов, 1995. – 280 с.
17. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення.
18. Душин Е.М. и др. Основы метрологии и электрические измерения. — Л.: Энергоатомиздат, 1987. — 480 с.
19. Кравцов А.В. Метрология и электрические измерения. —М.: Колос, 1999. — 216 с.
20. Кузнецов В.А., Ялунина Г.В. Общая метрология. — М.: Изд-во стандартов, 2001. — 272 с.
21. Сергеев А.Г Крохин В.В. Метрология.— М.: Логос, 2000. — 408 с.