

УДК:509.86:6.012.34

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ ВИТРАТ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

Зборовська О.М.

*У статті наведено економіко-математичну модель управління витратами з постійним попитом і з урахуванням вартості грошей у часі. Критерієм оптимізації витрат у даній моделі виступає максимізація чистого доходу при заданих обсягах річних поставок певного виду номенклатури виробничих ресурсів промислового підприємства. У роботі обґрунтовано алгоритм оптимізації стратегії управління логістичними витратами для розглянутої модифікації економіко-математичної моделі, з урахуванням специфіки практичного використання різних умов оплати продукції.*

**Ключові слова:** потокові процеси; логістичні витрати; оптимізація; промислове підприємство; економіко-математична модель.

### ВСТУП

Управління логістичними витратами як складовою частиною логістичної діяльності на сучасному промисловому підприємстві повинно мати комплексний характер, беручи до уваги таку особливість матеріального потоку як безперервність,

циклічність та динамічність, які визначають особливості фінансових потоків в виробничій сфері.

Відповідно планування витрат логістичної діяльності в загальному фінансовому логістичному потоці визначається як один з найважливіших напрямів удосконалення господарської діяльності, у зв'язку з чим виникає необхідність поглибленого дослідження можливостей їх оптимізації.

Значний внесок у розробку понять «оптимізація витрат», внесли І. Л. Бурич, Є. А. Голіков, В. М. Пурлик, Р.Каплан, Д. Нортон, І. А. Леншин, Ю. І. Смоляков, Б. К. Плоткин, Д.Шим, Д. Сигел та ін., які

---

Зборовська Ольга Михайлівна, кандидат економічних наук, доцент Дніпропетровського університету економіки та права ім. Альфреда Нобеля, 050-362-69-71, [novacia-consult@mail.ru](mailto:novacia-consult@mail.ru)

обґрунтовували точку зору про необхідність системного підходу до управління витратами і саме в процесі управління дані автори бачать сутність оптимізації. Проблеми оптимізації витрат виробництва промисловості також розглядали у своїх роботах Д. П. Михайлик, Г. А. Семенов, М. Г. Гиря, Т.В. Щолокова та ін., які пропонували різні методики розподілу витрат при комплексному виробництві на підприємствах. Особливу увагу в роботі вчених приділено питанню побудови системи управлінського обліку витрат на підприємстві.

Метою даної статті є розробка та обґрунтування економіко-математичної моделі управління витратами з постійним попитом і з урахуванням вартості грошей у часі.

### 1 МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ВИТРАТАМИ З УРАХУВАННЯМ ВАРТОСТІ ГРОШЕЙ У ЧАСІ

У першу чергу розглянемо основні її атрибути і їхні позначення, які будуть використовуватися далі.

$D$  – обсяг річного споживання відповідного ресурсу;

$C_0$  – накладні витрати на поставку однієї партії ресурсу;

$C_{II}$  – вартість одиниці ресурсу;

$P_{II}$  – прибуток від реалізації одиниці продукції

$C_{оп}$  – витрати доставки одиниці ресурсу, що не включають накладні витрати на поставку відповідної партії;

$C_h$  – річні витрати зберігання одиниці ресурсу;

$q$  – розмір партії замовлення (оптимізована величина у рамках розглянутої моделі);

$T$  – період поставки (рік), пов'язаний з показником  $q$  таким чином:  $T = q / D$  (також оптимізована величина);

$r$  – річна ставка нарощення, що діє на ринку.

Вимога максимізації інтенсивності сумарного потоку доходів стосовно даного виду ресурсу в рамках розглянутої модифікації моделі системи управління витратами з урахуванням вартості грошей у часі і запропонованих умов знижки на партію замовлення призводить до завдання максимізації наступної цільової функції (позначимо її через  $F$ ):

$$F \gg \max,$$

$$\text{де функція: } F=1/T \times [q \times (C_{II}(q) + P_{II}(q)) - (1+r \times T/2) \times (C_0 + C_{оп}(q) \times q + C_{II}(q) \times q) + C_h \times q \times T/2] \quad (1)$$

визначена у сфері  $T > 0$  і  $q > 0$ , причому  $q$  і  $T$  пов'язані рівністю:

$$T=q/D \quad (2)$$

Зазначимо, що в цьому випадку, відповідно до принципів фінансового аналізу і фінансової математики, відповідні платежі вже наведені до загального моменту часу. Нагадаємо, що згідно із прийнятими вище позначеннями параметр  $T$  вимірюється в роках, тому відповідну розмірність має і представлений тут показник інтенсивності потоку доходів ( $F$ ).

Його легко приводити до будь-якої іншої одиниці виміру часу завдяки прийнятій у рамках аналізованої моделі схеми нарахування простих відсотків (для урахування вартості грошей у часі) і обраному способу подання еквівалентного результуючого грошового потоку (співвіднесення його з моментами, що відповідають серединам інтервалів часу між загальними поставками).

Позбувшись від змінної  $T$  у вираженні для  $F$  (з урахуванням рівності  $T = q/D$ ), цільова функція  $F = F(q)$  як функція змінної  $q$  приводиться до вигляду:

$$F(q) = D \times (P_{II}(q) - 3_{оп}(q)) - 3_0 \times \left( \frac{D}{q} + \frac{r}{2} \right) - C_h \times \frac{q}{2} - \frac{r}{2} \times q \times (C_{оп}(q) + \frac{C_h \times q}{2D}) \quad (3)$$

Далі, опускаючи доданок, що не залежить від  $q$ , міняючи знак цільової функції на протилежний і додатково множачи при цьому на 2 (для зручності запису), перепишемо завдання оптимізації у вигляді:

$$f(q) = [2C_0 \times D/q + q \times C_h] + q^2 \times \frac{r}{2} \times C_h/D + q \times r \times (C_{оп}(q) + C_{II}(q)) + 2D \times (C_{оп}(q) - P_{II}(q)) \quad (4)$$

у сфері  $q > 0$  з урахуванням відзначених вище значень для функцій  $C_{II}(q)$ ,  $C_{оп}(q)$  і  $P_{II}(q)$ .

При цьому  $f(q)$  уже характеризує відповідні втрати в інтенсивності потоку доходів при конкретному виборі обсягу  $q$  партії замовлення (через зазначений вище «перехід» до протилежного знаку цільової функції). Виділимо фрагмент цільової функції  $f(q)$ , що не залежить від впливу запропонованих умов знижки. А саме, визначимо для цього функцію  $\varphi(q)$  рівністю:

$$\varphi(q) = [2C_0 \times D/q + q \times C_h] + q^2 \times \frac{r}{2} \times C_h/D \quad (5)$$

$$f(q) > \min,$$

де функція  $f(q)$  визначається рівністю:

Тоді цільова функція може бути задана рівностями:

$$f(q) = \varphi_0(q) \text{ якщо } 0 < q < q_1; \text{ причому}$$

$$f(q) = \varphi_1(q), \text{ якщо } q \geq q_1,$$

$$\varphi_0(q) = \varphi(q) + q \times r \times (C_{оп0} + C_{II0}) + D \times (C_{оп0} - P_{II0}) \quad (6)$$

$$\varphi_1(q) = \varphi(q) + q \times r \times (C_{оп1} + C_{II1}) + D \times (C_{оп1} - P_{II1}) \quad (7)$$

Нагадаємо, що відповідно до умов знижки справедливі нерівності  $C_{II0} > C_{II1}$ ;

$C_{оп0} > C_{оп1}$  і  $P_{II} > P_{II0}$ . Отже, для будь-якої точки  $q$  (у сфері  $q > 0$ ) справедлива нерівність  $\varphi_0(q) > \varphi_1(q)$ .

Крім того, функція  $\varphi(q)$  є опуклою вниз (у зазначеній сфері виконується  $\varphi > 0$ ) і має єдину точку мінімуму, яка буде перебувати лівіше точки  $q_0 = \sqrt{2C_0 D / C_h}$ , що дає рішення (за відомою формулою Уілсона) стосовно до класичної моделі управління витратами, яка не враховує особливості розглянутої тут модифікації (вартість грошей у часі і пропоновану знижку). Зазначені особливості (опуклість униз і існування єдиної точки мінімуму, розташованої лівіше  $q_0$ ) належать також і до обох функцій  $\varphi_0(q)$  і  $\varphi_1(q)$ .

Для обґрунтування цього можна пропонувати підхід, який використовується при аналізі моделі з урахуванням вартості грошей у часі, але без пропозиції знижки. Нехай  $q_0$  позначає точку мінімуму функції  $\varphi_0(q)$ , тобто є оптимальним розміром партії замовлення з урахуванням вартості грошей у часі, але стосовно до ситуації, коли знижка не пропонується (у цьому випадку  $C_{п}(q) = C_{п0}$ ;  $C_{оп}(q) = C_{оп0}$  і  $P_{п}(q) = P_{п0}$ ).

Алгоритм знаходження  $q_0$  пропонується наступний: нехай  $q_1$  позначає точку мінімуму функції  $\varphi_1(q)$ , тобто являє собою оптимальний розмір партії замовлення з урахуванням тимчасової вартості

грошей, але вже стосовно до ситуації, коли пропонується знижка на ресурси ( $C_{п}(q) = C_{п1}$ ;  $C_{оп}(q) = C_{оп1}$  і  $P_{п}(q) = P_{п1}$ ). Таким чином, алгоритм знаходження  $q_1$  ідентичний алгоритму знаходження  $q_0$  з урахуванням лише відповідних тарифів.

На рис.1 і рис. 2 показані графік функції  $f(q)$  (виділений жирною лінією), що має єдиний розрив (1-го роду) у крапці  $q = q_p$  і графіки функцій  $\varphi_0(q)$  (верхня лінія) і  $\varphi_1(q)$  (нижня лінія). Грунтуючись на аналізі структури функції  $f(q)$  і її зв'язку з функціями  $\varphi_0(q)$  і  $\varphi_1(q)$  стосовно до розглянутої модифікації моделі управління логістичними витратами з урахуванням вартості грошей у часі і пропонованої знижки для оптимального розміру партії замовлення (далі  $q^*$ ), можна зробити наступний висновок, що для оптимального значення  $q^*$  у рамках такої моделі прийнятні тільки три варіанти:

1)  $q^* = q_0^*$ , якщо граничне значення розміру партії замовлення ( $q_1$ ) буде досить великим для одержання знижки у умови знижки будуть неприйнятними (див. рис. 1).

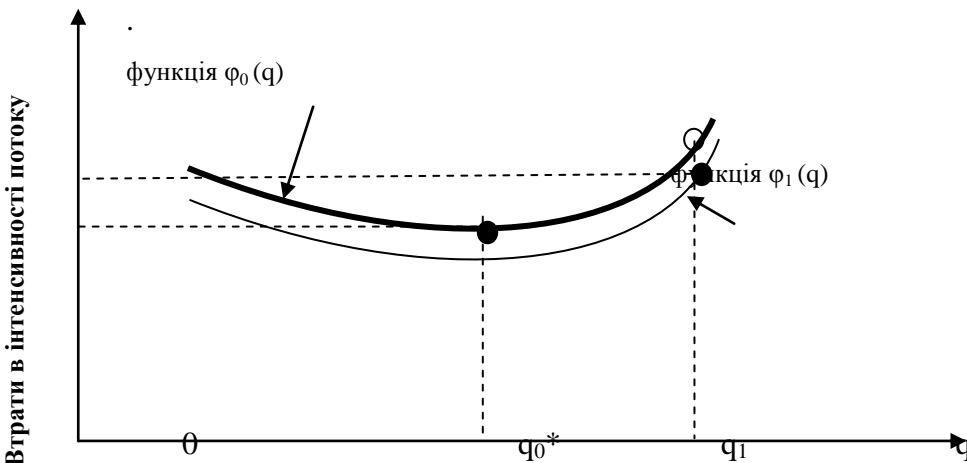
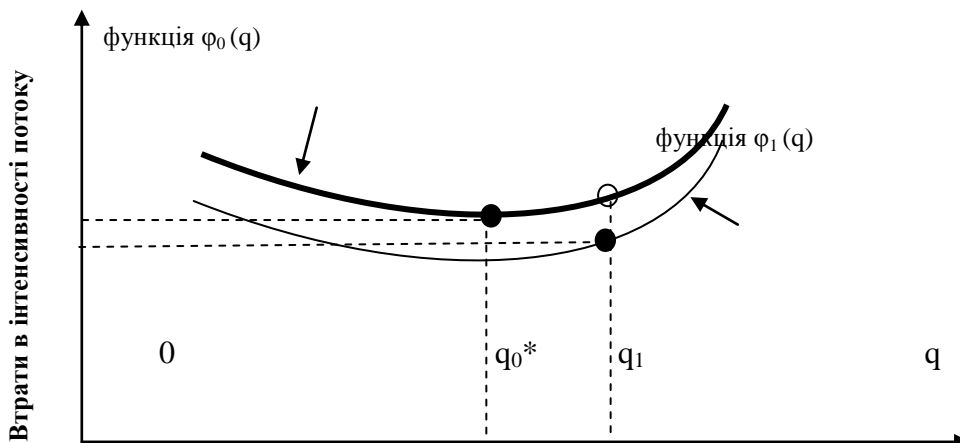


Рис. 1 Залежність витрат в інтенсивності потоку доходів від розміру партії замовлення (умови знижки неприйнятні) (складено автором)

2)  $q^* = q_1$  якщо граничне значення розміру партії замовлення ( $q_1$ ) для одержання знижки буде досить близьким до  $q_0^*$ , але більшим чим  $q_1^*$  і,

відповідно, умови знижки будуть прийнятними (див. рис. 2).



**Рис. 2 Залежність втрат в інтенсивності потоку доходів від розміру партії замовлення (умови знижки прийнятні) (складено автором)**

3)  $q^* = q_1^*$ , якщо граничне значення розміру партії замовлення ( $q_1$ ) для одержання знижки буде досить близьким до  $q_0^*$ , але меншим чим  $q_1^*$  і, відповідно, умови знижки також будуть прийнятними (див. рис. 2).

**2 ОПТИМІЗАЦІЯ СТРАТЕГІЇ УПРАВЛІННЯ ЛОГІСТИЧНИМИ ВИТРАТАМИ**

Зазначені особливості дозволяють представити простий алгоритм оптимізації стратегії управління логістичними витратами для розглянутої модифікації моделі. Для цього, як бачимо з наведеного графіка, необхідно використати згадану вище методику визначення оптимальних розмірів партій замовлень ( $q_0^*$  і  $q_1^*$ ) для модифікованої моделі управління запасами з урахуванням вартості витрат / доходів у

часі стосовно до тарифів як без знижки на вартість замовлення (для  $q_0^*$ ), так і з знижкою (для  $q_1^*$ ).

Інакше кажучи, розглядаючи інтенсивність потоку доходів  $F = F(q)$  як функцію змінної  $q$ , можна визначити точку максимуму з урахуванням наявного розриву (1-го роду) даної функції. Для цього, як відомо, досить порівняти два значення функції в точках:

- $q = q_0^*$  (з ціною відповідної партії ресурсу без знижки);
- $q = q_1$  (з ціною відповідної партії ресурсу з урахуванням знижки);
- $q = q^*$  (з ціною відповідної партії ресурсу також з урахуванням знижки).

З огляду на рівняння (\*), можна помітити, що формули розрахунку указаних значень інтенсивностей потоків доходів, які необхідно порівняти між собою, наступні:

а) при  $q = q_0^*$  маємо:

$$F(q_0^*) = D \times (P_{\text{ПО}} - Z_{\text{ОПО}}) - Z_0 \times \left( \frac{D}{q_0^*} + \frac{r}{2} \right) - C_h \times \frac{q_0^*}{2} - \frac{r}{2} \times q_0^* \times (C_{\text{ОПО}} + C_{\text{ПО}} + \frac{C_h \times q_0^*}{2D}) \quad (8)$$

б) при  $q = q_1$  маємо:

$$F(q_1) = D \times (P_{\text{ПІ}} - Z_{\text{ОПІ}}) - Z_0 \times \left( \frac{D}{q_1^*} + \frac{r}{2} \right) - C_h \times \frac{q_1^*}{2} - \frac{r}{2} \times q_1^* \times (C_{\text{ОПІ}} + C_{\text{ПІ}} + \frac{C_h \times q_1^*}{2D}) \quad (9)$$

в) при  $q = q_1^*$  маємо:

$$F(q_1^*) = D \times (P_{\text{ПІ}} - Z_{\text{ОПІ}}) - Z_0 \times \left( \frac{D}{q_0^*} + \frac{r}{2} \right) - C_h \times \frac{q_1^*}{2} - \frac{r}{2} \times q_1^* \times (C_{\text{ОПІ}} + C_{\text{ПІ}} + \frac{C_h \times q_1^*}{2D}) \quad (10)$$

Крім того, як ми вже зазначали вище, значення  $q_0^*$  визначається як для моделі виплат витрат пренумерандо і тоді одержуємо:

$$q_0^* = q_0 / Z_0 \quad (11)$$

$$q_1^* = q_0 / Z_1 \quad (12)$$

де  $q_0$  — рекомендоване формулою Уілсона і, як ми вже розуміємо, завищене (якщо враховувати вартість грошей у часі) значення економічного розміру замовлення, а величини  $1/Z_0$  і  $1/Z_1$  — множники, що дозволяють урахувати необхідне «виправлення» через вплив тимчасової структури процентних ставок для грошових потоків.

При цьому для  $Z_0$  у цьому випадку справедлива рівність:

$$Z_0 = 2 \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{r}{3} \times \frac{C_{\text{ОПО}} + C_{\text{ОП}}}{C_h}} \times \cos\left(\frac{a}{3}\right) \quad (13)$$

Для визначення  $Z_1$  справедливі аналогічні рівності з заміною показника  $C_{\text{ОПО}}$  на  $C_{\text{ОПІ}}$  і показника  $C_{\text{ПО}}$  на  $C_{\text{ПІ}}$ .

Зазначимо, що якщо граничне значення  $q_1$  буде більше значення  $q_0$  (економічний розмір замовлення за формулою Уілсона), то останній варіант (с) у рамках необхідного порівняння інтенсивностей потоків доходів можна автоматично не розглядати, не знадобиться також і розрахунок показника  $q_1^*$ .

У розглянутій модифікації моделі системи управління витратами з урахуванням вартості грошей у часі і пропонованої знижки на ціну партії

замовлення, передбачалося, що виплати логістичних витрат здійснюються за схемою пренумерандо, тобто моменти виплати співвідносяться з початком періоду поставки. Залежно від контрактних умов схема виплат таких витрат може припускати також реалізацію відповідних платежів і наприкінці періоду поставки, тобто при надходженні чергової партії замовлення.

У даній роботі ми загалом розглянемо також особливості аналізованої стратегії для випадку, коли контрактні умови припускають можливість урахування витрат зберігання постнумерандо.

Величини грошових потоків у рамках такої модифікації моделі визначаються таким чином:

- для величини платежів, що виходять у певний період поставки, які співвідносимо з початком (ПВ(П)) кожного такого періоду, одержуємо  $\text{ПВ(П)} = c_0 + c_0 \Pi(q) \times q + C_{\text{П}}(q) \times q$ ;

- для величини платежів, що виходять у певний період поставки, які співвідносимо з кінцем (ПВ(К)) кожного такого періоду (витрати зберігання), одержуємо:

$$\text{ПВ(К)} = C_h \times q \times T/2 \quad (14)$$

При цьому платежі, що надходять, залишаються такими ж, як і у розглянутій вище модифікації моделі. Завдання максимізації інтенсивності потоку грошових доходів для модифікації (позначимо зазначену інтенсивність через  $F_{\text{пост}}$ ) з виплатою витрат зберігання постнумерандо

(причому з урахуванням вартості грошей у часі і пропонуваної знижки) приймають вигляд:

$$\text{де } F_{\text{пост}} = T \times [q \times (C_{\text{п}}(q) + P_{\text{п}}(q)) - (1 + r \times T/2) \times (C_0 + C_{\text{оп}}(q) \times q + C_{\text{п}}(q) \times q) + C_h \times q \times T \times (1 - \frac{r}{1+r} \times \frac{T}{2})] \quad (15)$$

визначена у сфері  $T > 0$  і  $q > 0$ , а змінні  $q$  і  $T$  пов'язані рівністю:  $T = q / D$ .

Звертає на себе увагу те, що в цьому випадку, відповідно до принципів і правил фінансового аналізу і фінансової математики, виплати витрат зберігання ( $C_h \times q \times T/2$ ), що належать до кінця періоду поставки, уже продисконтовані в рамках схеми простих

$$F_{\text{пост}} \rightarrow \max,$$

відсотків до загального моменту часу здійснення всіх платежів.

Вони наведені до середини інтервалу часу між поставками, тобто до моменту  $T/2$  з урахуванням відповідного значення дисконту  $d = r/(1+r)$ .

Після перетворень цільова функція  $F_{\text{пост}} = F_{\text{пост}}(q)$ , як функція змінної  $q$ , легко приводиться до виду:

$$F_{\text{пост}}(q) = D \times (P_{\text{п}}(q) - 3_{\text{оп}}(q)) - 3_0 \times (\frac{D}{q} + \frac{r}{2}) - C_h \times \frac{q}{2} - \frac{r}{2} \times q \times (3_{\text{оп}}(q) + C_{\text{п}}(q) + q^2) \times \frac{r}{(1+r)} \times \frac{C_h}{4D} \quad (16)$$

Це практично повністю відповідає цільовій функції  $F$  стосовно завдання оптимізації стратегії управління логістичними витратами для розглянутої раніше модифікації моделі з виплатами витрат зберігання пренумерандо.

Дійсно, особливість розглянутого нами випадку (виплати витрат зберігання постнумерандо) порівняно з вивченим раніше відображається аналітично тільки

нааявністю додаткового множника  $(1/(1+r))$  в доданку, утримуючому  $q^2$ .

Відповідне завдання мінімізації витрат в інтенсивності потоку доходів з метою максимізації чистого наведеного доходу в рамках аналізованих логістичних процесів можуть бути представлені у вигляді:

$$f_{\text{пост}}(q) \rightarrow \min,$$

де функція  $f_{\text{пост}}(q)$  визначається рівністю:

$$f_{\text{пост}}(q) = [2C_0 \times D/q + q \times C_h] + q \times r \times (C_{\text{оп}}(q) - C_{\text{п}}(q) - q^2) \times \frac{r}{2} \times C_h/D + 2D \times (C_{\text{оп}}(q) - P_{\text{п}}(q)) \quad (17)$$

у сфері  $q > 0$  з урахуванням відзначених вище подань для функцій  $C_{\text{п}}(q)$ ,  $C_{\text{оп}}(q)$  і  $P_{\text{п}}(q)$ .

При цьому частина вираження, укладена у квадратні дужки, для  $f_{\text{пост}}(q)$  є аналогом цільової функції стосовно до завдання мінімізації витрат для класичного варіанта моделі без урахування тимчасової структури процентних ставок і без пропонуваної знижки (стосовно якого справедлива формула Уілсона для розміру партії замовлення і який, нагадаємо, позначається через  $q_0$ ).

Перш ніж представити алгоритм знаходження оптимального розміру ресурсу, що входить у логістичний потік для розглянутої тут моделі (позначимо його через  $q_{\text{пост}}^*$ ) підкреслимо наступне.

Якщо у вираженні для  $f_{\text{пост}}(q)$  формально замінити  $C_{\text{п}}(q)$ ,  $C_{\text{оп}}(q)$  і  $P_{\text{п}}(q)$  відповідно на  $C_{\text{п}0}$ ,  $C_{\text{оп}0}$  і  $P_{\text{п}0}$ , то одержимо функцію, яку за аналогією з розглянутою вище модифікацією моделі позначимо через  $\varphi_{\text{пост}0}(q)$ . Ця функція має єдину точку мінімуму  $q_{\text{пост}0}^*$ , причому виконується нерівність  $q_{\text{пост}0}^* < q_0$ .

У рамках такого варіанта моделі при урахуванні вартості грошей у часі класичні рекомендації, як можна помітити, знов завищують розмір партії замовлення.

Якщо у вираженні для  $f_{\text{пост}}(q)$  формально замінити  $C_{\text{п}}(q)$ ,  $C_{\text{оп}}(q)$  і  $P_{\text{п}}(q)$  відповідно на  $C_{\text{п}1}$ ,  $C_{\text{оп}1}$  і  $P_{\text{п}1}$ , то одержимо функцію, яку за аналогією з розглянутою вище модифікацією моделі позначимо через  $\varphi_{\text{пост}1}(q)$ .

Ця функція також має єдину точку мінімуму  $q_{\text{пост}1}^*$  і виконується нерівність  $q_{\text{пост}1}^* < q_0$ . У цьому випадку класичні рекомендації також завищують розмір партії замовлення.

Крім того, з огляду на те, що відповідно умов знижки  $C_{\text{п}0} > C_{\text{п}1}$ ,  $C_{\text{оп}0} > C_{\text{оп}1}$  і  $P_{\text{п}0} > P_{\text{п}1}$ , зазначені функції в будь-якій точці  $q$  ( $q > 0$ ) пов'язані нерівністю  $\varphi_{\text{пост}0}(q) > \varphi_{\text{пост}1}(q)$  (можна зрівняти з функціями  $\varphi_0(q) > \varphi_1(q)$  представленими на рис. 1 і 2 стосовно моделі обліку витрат зберігання пренумерандо).

Таким чином, для моделі виплат витрат зберігання постнумерандо структура функції  $f_{\text{пост}}(q)$  при визначенні оптимального розміру партії ресурсу  $q_{\text{пост}}^*$  виявляється такою ж, як і структура розглянутої раніше функції  $f(q)$  для моделі виплат логістичних витрат пренумерандо (див. рис. 1 і рис. 2).

Отже, для вибору оптимального розміру партії замовлення  $q_{\text{пост}}^*$  необхідно порівнювати інтенсивності потоків доходів  $F_{\text{пост}}(q)$  для розглянутої модифікації моделі при  $q = q_{\text{пост}0}^*$ ,  $q = q_1$  і  $q = q_{\text{пост}1}^*$ , вибравши той варіант організації поставок, де така інтенсивність буде більше. Для розрахунку зазначених значень інтенсивностей потоків доходів відповідно до формули (\*\*\*) одержуємо наступні формули:

$$\text{а) при } q = q_{\text{пост}0}^*:$$

$$F_{\text{пост}}(q_{\text{пост}0}^*) = D \times (P_{\text{п}0} - 3_{\text{оп}0}) - 3_0 \times (\frac{D}{q_0} + \frac{r}{2}) - C_h \times \frac{q_0}{2} - \frac{r}{2} \times q_{\text{пост}0}^* \times (C_{\text{оп}0} + C_{\text{п}0}) + q_{\text{пост}0}^{*2} \times \frac{r}{1+r} \times \frac{C_h}{4D} \quad (18)$$

$$\text{б) при } q = q_1$$

$$F_{\text{пост}}(q_1) = D \times (P_{\text{п}} - Z_{0\text{п}}) - Z_0 \times \left( \frac{D}{q_1} + \frac{r}{2} \right) - C_h \times \frac{q_1}{2} - \frac{r}{2} \times q_1 \times (C_{0\text{п}} + C_{\text{п}}) + q_1^2 \times \frac{r}{1+r} \times \frac{C_h}{4D} \quad (19)$$

с) при  $q = q_1^*$  формула для визначення  $F_{\text{пост}}(q_1^*)$  аналогічна попередній з урахуванням відповідної заміни  $q_1$  на  $q_1^*$ .

При цьому з огляду на значення  $q_0^*$  для моделі виплат витрат зберігання постнумерандо одержуємо:

$$q_0^*_{\text{пост}} = q_0 / Z_{0\text{пост}} \quad (20)$$

$$q_1^*_{\text{пост}} = q_0 / Z_{1\text{пост}} \quad (21)$$

де  $q_0$  – рекомендоване в класичній теорії формулою Уілсона значення економічного розміру партії замовлення (відповідна формула вже була наведена вище, причому, як ми тепер розуміємо, вона і у цьому випадку дає завищене значення), а величини  $1/Z_{0\text{пост}}$  і  $1/Z_{1\text{пост}}$  – множники, що враховують необхідність «виправлення» через вплив відповідної тимчасової структури процентних ставок для грошових потоків. При цьому для  $1/Z_{0\text{пост}}$  у зазначеному випадку справедлива рівність:

$$Z_0 = 2 \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{r}{3} \times \frac{C_{0\text{по}} + C_{0\text{п}}}{C_h}} \times \cos\left(\frac{a}{3}\right) \quad (22)$$

при чому

$$\cos a = Cr \times \sqrt{\frac{3C_0 \times C_h^2}{2D \times (C_h + r \times (C_{0\text{по}} + C_{\text{по}}))}} \quad (23)$$

Значення  $Z_{1\text{пост}}$  можна визначати за допомогою аналогічних рівностей із заміною відповідно показника  $C_{0\text{по}}$  на  $C_{0\text{п}}$  і показника  $C_{\text{по}}$  на  $C_{\text{п}}$ .

Зазначимо, що стосовно до розглянутої в даній роботі модифікації моделі з виплатою витрат зберігання постнумерандо також залишається справедливим позначене вище зауваження (для моделі з виплатою витрат зберігання пренумерандо) щодо можливості виключення з розрахунків останнього випадку (с), якщо  $q_1 > q_0$ .

## ВИСНОВКИ

Безумовно, модифікація відповідних моделей управління логістичними витратами в потокових процесах промислових підприємств із урахуванням діючих на ринку процентних ставок і їх оптимізація на основі максимізації або рентабельності системи, або показника чистого наведеного доходу можуть викликати появу інших, відмінних від пропонованих класичною теорією параметрів оптимальних стратегій. При цьому менеджерам, персоналу логістичних підрозділів промислових підприємств, що реалізують сьогодні на практиці конкретні стратегії управління логістичними витратами, необхідно знати, наскільки істотними будуть відповідні відхилення у рекомендаціях для основних параметрів стратегій управління і наскільки перспективними будуть можливості підвищення ефективності роботи таких систем при урахуванні вартості грошей у часі у критеріальних функціях.

## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Лопатников Л.И. Популярный экономико-математический словарь. 3-е изд. - М.: Знание, 1990. - 256 с.
2. Промыслов Б. Д., Жученко И. А. Логистические основы управления материальными и денежными потоками. (Проблемы, поиски, решения). - М.: Нефть и газ, 2004. - 245с.
3. Терехов Л.Л. Математика для экономистов. - М.: Финансы и статистика, 1983. - 347с.
4. Хорнген Ч.Т., Фостер Дж. Бухгалтерский учет: управленческий аспект. - М.: Финансы и статистика, 1995. - 416 с.
5. Шеннон Р. Ю. Имитационное моделирование систем - наука и искусство / Пер с англ. Под. ред. Е. К. Масловского. - М.: Мир, 1978.
6. Шим Д., Сигел Д. Методы управления стоимостью и анализа затрат: Пер. с англ. М.: Информ изд. дом «Филинь», 2002. - 44 с.