

УДК 004.932.72'1

**МЕТОД ИЕРАРХИЧЕСКОГО ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ КАДРА
АСТРОНОМИЧЕСКОГО ТЕЛЕСКОПА С ФОРМУЛЯРАМИ ЗВЕЗДНОГО
КАТАЛОГА****Н. Ю. ДИХТЯР, В. Е. САВАНЕВИЧ, Я. С. МОВСЕСЯН***

Кафедра электронных вычислительных машин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, УКРАИНА

*email: movsesian.iana@gmail.com

АННОТАЦИЯ У статті розробляється метод ієрархічного ототожнення вимірювань кадрів астрономічного телескопа з формулярами зіркового каталогу. Для отримання рішення про істинність однієї з великої кількості зазвичай рівноправних гіпотез, у статті використовується метод відсіюючого експерименту, який в свою чергу, зведений до задачі послідовного аналізу. Даний метод ієрархічного ототожнення вимірів кадрів з формулярами каталогу дозволяє вирішити завдання ототожнення з найменшими обчислювальними витратами і найменшим середнім ризиком.

Ключові слова: ієрархічне ототожнення, ВП, ПВ, ПВФ, середній ризик.

АННОТАЦИЯ В статье разрабатывается метод иерархического отождествления измерений кадра астрономического телескопа с формулярами звездного каталога. Для получения решения об истинности одной из большого числа обычно равноправных гипотез, в статье используется метод отсеивающего эксперимента, который в свою очередь, сведен к задаче последовательного анализа. Данный метод иерархического отождествления измерений кадра с формулярами каталога позволяет решить задачу отождествления с наименьшими вычислительными затратами и наименьшим средним риском.

Ключевые слова: иерархическое отождествление, РП, ПП, ПРФ, средний риск.

**METHOD OF HIERARCHICAL IDENTIFICATION THE MEASUREMENTS OF THE
FRAME OF ASTRONOMICAL TELESCOPE WITH THE FORMS OF STAR CATALOG****M. DIKHTYAR, V. SAVANEVYCH, Ia. MOVSESIAN**

Department of Electronic Computers, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, UKRAINE

ABSTRACT Developed method of hierarchical identifying the measurements of the frame astronomical telescope with the forms of the star catalog. In the article studies the task identification of measurements (the task of finding of pairwise the correspondence between the set formed measurements of the frame astronomical telescope and a set of objects star catalog, belonging to the same region of the sky that formed the frame). The space observation in the article is called the space measurements (SM), and includes, by definition, the set of all possible measurement parameters. To find the computer implementation of Bayesian splitting space of measurements with minimal cost. In the article used the method of sieving experiments. Developed method of hierarchical identification identifying measurements of frame astronomical telescope with the forms of the star catalog has minimal average risk (risk Bayesian) classification and minimal computational cost of its implementation of all possible Bayesian classifiers. The minimum computational costs provided using a simple set of hierarchically organized simple decision functions (SDF), which are used to splitting the area of space measurements nested in her non-overlapping area. This splitting using the simple set of hierarchically organized (SDF) defines indicators of quality classification. Using a set of hierarchically organized simple decision functions in solving the task of statistical hypothesis testing is reduced to the task of sequential analysis, which is called the task consistent multialternative hypotheses with their hierarchical pre-selection. Developed method of hierarchical identifying measurements of frame astronomical telescope with the forms of the star catalog solves the task of identifying with the lowest computational cost and the smallest average risk.

Keywords: hierarchical identifying, DR, SM, SDF, average risk

Введение

Не смотря на прогрессирующий рост производительности вычислительных средств, существует достаточно большое количество практически значимых задач, точное решение которых не может быть достигнуто за какое-либо допустимое время.

По мере накопления знаний и развития техники растет число различаемых объектов различной природы. При этом возрастает сложность процедур, систем классификации объектов по результатам проведенного эксперимента.

Значительная часть статистических классификационных задач может быть сведена к задаче проверки многоальтернативных гипотез в

соответствии с одним из критериев байесовской группы [1, 2]. В ряде случаев существенны вычислительные затраты на реализацию данных процедур. При этом существуют условия, при которых возможно сокращение указанных затрат на порядки без потерь в показателях качества классификации.

Цель работы

Целью статьи является разработка метода иерархического отождествления измерений кадров астрономического телескопа с формулярами звездного каталога, используя при этом минимальные вычислительные затраты.

Изложение основного материала

Постановка задачи. Синтез решающего правила процедур проверки многоальтернативных гипотез по критерию минимума среднего риска осуществляется при заданных функции правдоподобия, априорных вероятностях гипотез и матрице потерь. Выборка представляется в дискретной форме и содержит определенное количество параметров.

Так как в статье исследуется задача отождествления измерений (в смысле отнесения каждого измерения к одному из объектов используемого звездного каталога) то, пространство наблюдений в работе будет называться пространством измерений (ПИ) и будет включать в себя, по определению, совокупность всех возможных параметров измерений.

Предполагается, что каким - либо образом можно упорядочить гипотезы о принадлежности измерений кадра формулярам звездного каталога, а так же то, что в одну и ту же точку пространства измерений могут попасть выборки, соответствующие только совокупности соседних гипотез.

При классификации измерения (оценки параметров положения и блеска) небесных объектов, содержащиеся в формуляре используемого звездного каталога, прогнозируются на время измерения (формирования ССD-кадра [3, 4]). Поэтому и формуляры каталога и измерения имеют одинаковую размерность и используемые параметры. Следовательно, имеет место формальная возможность отображения формуляра каталогов в точку пространства измерений.

Необходимо найти способ вычислительной реализации байесовского разбиения пространства измерений с минимальными вычислительными затратами.

Анализ литературы

Методика синтеза оптимальных процедур проверки многоальтернативных гипотез (ПМАГ) известна [5, 6]. В ее рамках находится наилучшее

разбиение пространства измерений, а также указывается способ определения области пространства измерений, которой принадлежит рассматриваемая выборка. Таким способом является, например, вычисление всех (по количеству гипотез $H_{infrjnc}$ о получении измерения от объекта с оценками его параметров в каталоге $\hat{\theta}_{catjnc}$) вероятностей формирования рассматриваемой выборки при условии, что она соответствует конкретной гипотезе с последующим выбором гипотезы с максимальной условной вероятностью, минимальным апостериорным риском и т.д. При этом для принятия решения необходимо формирование совокупности статистик из Q_c или $Q_c - 1$ элементов.

Разбиение ПИ определяет показатели качества классификации измерений. Наилучшему разбиению ПИ соответствует наименьший средний риск, называемый байесовским риском [7]. Это безусловный факт. Однако нет никаких доводов в пользу того, что указанный способ реализации процедур классификации является наилучшим. Вычислительные затраты на классификацию измерений определяются способом разбиения ПИ на области.

К сожалению, задача одновременного синтеза оптимальных алгоритмов статистических решений и стабилизации их затрат крайне редко находит свое решение [8]. Часто до синтеза алгоритмов не известны даже операции, которые следует выполнить над выборкой.

Затраты при решении подобных задач сводятся к вычислительным затратам.

Интуитивно понятно, что сложность, затраты решающих алгоритмов определяются характеристиками пространства измерений (ПИ). В связи с этим задача стабилизация затрат алгоритмов статистических выводов может быть решена ограничением ПИ, т.е. входных воздействий данных алгоритмов [9, 10]. При этом необходимо найти способ вычислительной реализации байесовского разбиения ПИ с минимальными затратами можно используя метод отсеивающего эксперимента [11].

Метод отсеивающего эксперимента. Теория отсеивающего эксперимента имеет достаточно большой набор постановок задач. Одна из них такова [11]. Имеется функция отклика, которая может зависеть, от большого количества факторов Q_{max} . Предполагается, что в исследуемом случае функция отклика зависит от Q_c значимых факторов ($Q_c < Q_{max}$). С помощью как можно меньшего количества N вычислений функции отклика нужно найти номера значимых факторов. Целью отсеивающего эксперимента является получение решения об истинности одной из большого количества обычно равноправных гипотез о номерах значимых факторов. Практический пример использования метода отсеивающего эксперимента

следующий. Вместо индивидуального обследования крови большой группы доноров для выявления редкого заболевания исследуются небольшие группы. Проверка позволяет обнаружить группы с больными. Полному обследованию далее подвергается только кровь доноров из этих групп [11].

Может показаться, что в отсеивающем эксперименте одна и та же выборка (одно и то же измерение) многократно поступает на обработку. Это не может улучшить показатели качества принимаемых решений в общем случае и отождествления измерений кадра и объектов каталога в исследуемой задаче. Однако это не так. В отсеивающем эксперименте на каждом этапе используются отдельные признаки выборки (измерения). Причем на каждом используются очередные, не использованные ранее, признаки.

Метод поблочной (побитной) обработки. Часто результат эксперимента считается неделимым «квантом» данных. Однако существует возможность рассмотрения результата эксперимента как набора признаков, обоснованная хотя бы дискретной формой его представления. Каждый бит кода результата эксперимента можно считать бинарным признаком. При этом биты данных могут поступать на процедуру обработки по одному, а очередность и окончание их поступления может определяться некоторым правилом. Тогда формирование выборки, используемой в процедуре обработки, осуществляется пошагово путем выбора определенного бита вплоть до останова этого процесса. В ряде случаев отдельные биты входных данных не хранятся отдельно, а объединяются в блоки. Такую процедуру обработки можно назвать методом поблочной или, в частном случае, побитной обработки (ПБО) [12].

Указанный метод достаточно удобен при формализации и оптимизации иерархических процедур обработки данных [13]. Ее использование позволяет разрешить противоречие между иерархической структурой множества состояний и неиерархической структурой существующих оптимальных алгоритмов обработки данных [8].

Необходимым условием использования последовательного анализа является наличие статистического описания каждого блока (бита).

Способы разбиения пространства измерений. Исходя из выше сказанного, можно разделить способы разбиения ПИ на одношаговые и многошаговые или иерархические. При одношаговом способе разбиения принадлежность измерения одной из непересекающихся областей определяется за один шаг [14, 15]. При этом зачастую вычислительная схема данного шага является громоздкой. Если каждый раз проверять все имеющиеся гипотезы $H_{i \text{ infmc}}$ о получении измерения от объекта с оценками его параметров в каталоге $\hat{\theta}_{\text{catjnc}}$, то отождествление с использованием РП требует Q_c операций расчета вероятностей формирования измерения при условии,

что оно принадлежит каждому из небесных объектов.

При использовании многошагового (иерархического) способа классификации ПИ разбивается иерархически [16]. На первом шаге ПИ разбивается на непересекающиеся области, на втором шаге эти области разбиваются на подобласти и т.д.

Для определенности процедуры разбиения области ПИ на вложенные в нее непересекающиеся подобласти в работе названы простыми решающими функциями (ПРФ, SDF – Simple decision functions). При этом иерархическая классификация измерений представляет собой применение совокупности иерархически организованных ПРФ.

Множество допустимых ПРФ. В методе иерархической классификации ПРФ используются для разбиения области ПИ на вложенные в нее непересекающиеся области. [17]. Для построения иерархической классификации должно быть задано множество допустимых к использованию ПРФ. Например, путём перечисления их свойств. В работе предлагается использовать стробовые, байесовские, однокоординатные ПРФ.

ПРФ стробового вида определяют факт попадания измерения в строб (область кадра) того или иного объекта. ПРФ байесовского вида реализует одношаговую байесовскую классификацию измерения над заданной подобластью ПИ.

Однокоординатные ПРФ разбивают область ПИ на две и более по одной из координат.

Двух и многокоординатные линейные и нелинейные ПРФ исключены из рассмотрения, исходя из соображений вычислительной/технической реализуемости, принимая во внимание вычислительную сложность представления границ соответствующих областей ПИ. При использовании однокоординатных ПРФ границы областей вырождаются в граничные значения параметров классификации, являющиеся их параметрами.

Для построения иерархической классификации используется два типа однокоординатных ПРФ. ПРФ, делящие ПИ на две части, можно назвать бинарными. ПРФ, делящие ПИ на k_{hist} равных частей, можно назвать гистограммными.

Разбиение области ПИ ПРФ бинарного типа эквивалентно разбиению интервала значений одного из параметров классификации в данной области на два интервала. Последние могут иметь разную или одинаковую длину.

ПРФ гистограммного типа делят аналогичный интервал на k_{hist} одинаковых интервалов. Количество интервалов k_{hist} принимает одно из наперед заданных значений $k_{\text{hist}} = \overline{1, K_{\text{max}}}$, где K_{max} – максимально возможное количество интервалов.

Для задания параметров ПРФ бинарного типа по каждому параметру формируются последовательности номеров формуляров небесных объектов в каталоге. Номера формуляров в последовательности отсортированы в порядке

возрастания значений оценок параметров небесных объектов. Количество последовательностей равно количеству параметров классификации. Параметрами ПРФ бинарного типа являются номер параметра классификации и граничное значение параметра классификации. Граничное значение ПРФ бинарного типа по каждому параметру определяются из соответствующей последовательности. ПРФ бинарного типа можно записать в виде:

$$\varphi(\delta_{\mu\psi}, y_{i\mu}) = \begin{cases} 0, & y_{i\mu} < \delta_{\mu\psi}; \\ 1, & y_{i\mu} \geq \delta_{\mu\psi}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mu = \overline{1, M_{mea}}$ – номер параметра измерения (формуляра каталога), используемого при отождествлении; $\delta_{\mu\psi}$ – граничное значение го параметра классификации, константа ПРФ бинарного типа (при чем, ψ_{μ} – номер варианта бинарного ПРФ, равный порядковому номеру объекта в последовательности упорядоченных формуляров по μ -му параметру); $y_{i\mu}$ – оценка μ -го параметра классификации небесных объектов в i -м измерении.

Характеристиками ПРФ гистограммного типа являются: номер параметра классификации, шаг разбиения интервала значений параметра классификации или количество соответствующих интервалов k . Определение размера интервала осуществляется по формуле:

$$\Delta_{\mu\psi} = \theta_{\mu \max n} - \theta_{\mu \min n} / k, \quad (2)$$

где $\theta_{\mu \max n}$ и $\theta_{\mu \min n}$ – максимальное и минимальное значения μ -го параметра классификации в n -м подкаталоге.

ПРФ гистограммного типа можно записать в виде:

$$(\Delta_{\mu\psi}, y_{i\mu}) = [y_{i\mu} / \Delta_{\mu\psi}]$$

где квадратные скобки означают, что функция принимает только целочисленные значения путем замены результата деления на наибольшее из ближайших к нему целых чисел.

Представление измерения при побитной (поблочной) обработке. При использовании простой функции потерь и равных априорных вероятностях формирования (на основе заданных кадров) измерения различных объектов каталога имеет вид:

$$\hat{j} = \arg \max_j P_{Y_{infr}/\theta_{jnc}}(Y_{infr} / \theta_{jnc}), \quad (4)$$

где $P_{Y_{infr}/jnc}(Y_{infr} / \theta_{jnc})$ – вероятность получения измерения с параметрами Y_{infr} при его формировании на основе изображения от j -го объекта (на основе

j -й гипотезы) с параметрами θ_{jnc} .

При использовании других функций потерь и априорных вероятностей гипотез о формировании измерений изображениями объектов вид РП (4) более громоздкий, однако его суть и структура не меняются.

Пусть область определения каждого из M_{mea} параметров измерения разделена на $M_{mea\mu}$ ($\mu = \overline{1, M_{mea}}$) интервалов с границами β_{jk} и α_{jk+1} ($k = \overline{0, M_{mea\mu} - 1}$).

Результат каждой ПРФ можно считать признаком измерения. Совокупность значений всех ПРФ полностью характеризует дискретное измерение Y_{infr} :

$$P_{Y_{infr}/\theta_{jnc}}(Y_{infr} / \theta_{jnc}) = \prod_{k=1}^{N_{SDF}} P_{SDF}(\varphi_k = u_k / \theta_{jn}); \quad (5)$$

где

$$Y_{infr} = \{\varphi_1, \dots, \varphi_n, \dots, \varphi_k\}; \quad (6)$$

N_{SDF} , k_{hist} – количество и номер ПРФ.

Описание (6) для решения задач проверки многоальтернативных гипотез часто является избыточным. С целью ликвидации избыточности предлагается следующее. Один из признаков с номером $\tau_1 = \overline{1, N_{SDF}}$ выбирается в качестве первого используемого. Для каждого из возможных его значений выбирается второй признак $\tau_2(\tau_1)$ и т.д. При этом описание измерения (6) можно заменить описанием, построенным указанным выше способом:

$$H(Y_{infr}) = \{h_1, \dots, h_{k_{Y_{infr}}}\}, \quad (7)$$

где $h_1 = \tau_1$; $h_2 = f(\varphi_{\tau_1}) = \begin{cases} \varphi_{\tau_{21}} \text{ при } \varphi_{\tau_1} = 0, \\ \varphi_{\tau_{22}} \text{ при } \varphi_{\tau_1} = 1, \end{cases}$ и т.д.

На основе описания (4) синтезируется байесовское РП:

$$\hat{j} = \arg \max_j P_{SDF}(H(Y_{infr}) / \theta_{jnc}) \quad (8)$$

как последовательное РП проверки многоальтернативных гипотез по дискретным измерениям.

Введение понятия класса объектов и его кортежа. С учетом положительной определенности вероятности, максимум выражения (8) будет больше нуля. Определенным образом в выбранном описании измерения (7) для большей части гипотез о принадлежности измерений объектам вероятность $P_{SDF}(h_1 = u_1 / \theta_{jnc})$ примет свои граничные значения 0 или 1. Если $P_{SDF}(h_1 = u_1 / \theta_{jnc}) = 0$ то функция правдоподобия $P_{SDF}(H(Y_{infr}) / \theta_{jnc})$ при $h_1 = u_1$ тождественна нулю. Тем самым отпадает необходимость определения значений еще не использованных признаков (8).

С использованием признака h_1 множество гипотез о принадлежности измерений объектам Ω_h будет разбито на нулевой Ω_{h_0} и первый Ω_{h_1} классы с $P_{SDF}(h_1=0)=1$ и $P_{SDF}(h_1=1)=1$ соответственно. Совокупность гипотез о принадлежности измерения объектам, для которых $P_{SDF}(h_1=0) \in]0,1[$ разбивается следующим образом. Если истинное значение признака соответствует $h_1=0$, то гипотеза о принадлежности измерения объектам относится, во-первых, к нулевому классу $\Omega_{h_{10}}$, а во вторых к кортежу первого класса $\Omega_{h_{11cor}}$. В противном случае гипотезу относят к первому классу $\Omega_{h_{11}}$ и кортежу нулевого класса $\Omega_{h_{10cor}}$. Каждая гипотеза о принадлежности измерения объектам и каждый ей соответствующий объект на k -ом уровне иерархии является элементом только одного класса и может принадлежать кортежам нескольких классов. Совокупность гипотез о принадлежности измерения объектам заданного класса и его кортежа можно назвать подмножеством гипотез $(\Omega_{h_{11\Sigma}}, \Omega_{h_{10\Sigma}})$. Использование последующих признаков измерения осуществляется аналогичным образом. При этом на каждом уровне иерархии гипотезы (объекты) только одного подмножества будут иметь отличную от нуля апостериорную вероятность принадлежности им измерения. В связи с этим введенные подмножества можно назвать подмножествами ранее не отвергнутых гипотез (объектов) $\Omega_{hk} (\Omega_{h_{10}} \cap \Omega_{h_{11}} = \emptyset)$; $\Omega_{h_{11\Sigma}} = \Omega_{h_{11}} \cup \Omega_{h_{10cor}}$; $\Omega_{h_{10\Sigma}} = \Omega_{h_{10}} \cup \Omega_{h_{11cor}}$; $\Omega_{h_{10cor}} = \Omega_{h_{10\Sigma}} \cap \Omega_{h_{11}}$ [128].

Структура байесовского РП проверки многоальтернативных гипотез с их предварительной иерархической селекцией. Вводимое РП является иерархическим по методу представления данных и последовательным по методу их обработки. В связи с этим его удобно представить в виде дерева (рис 1, 2) [18]. Висячие вершины графа (рис 1) раскрашены номерами принимаемых гипотез о принадлежности измерения объектам, а внутренние вершины – номерами используемых в них ПРФ. Дополнительно

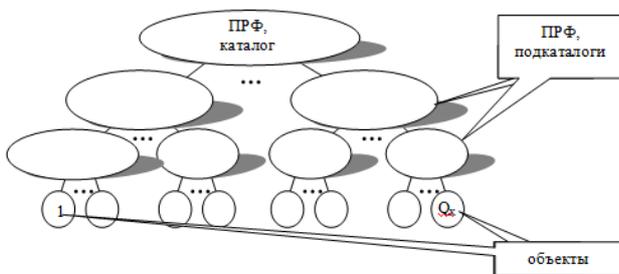


Рис. 1 – Графическое представление метода иерархической классификации в виде графа

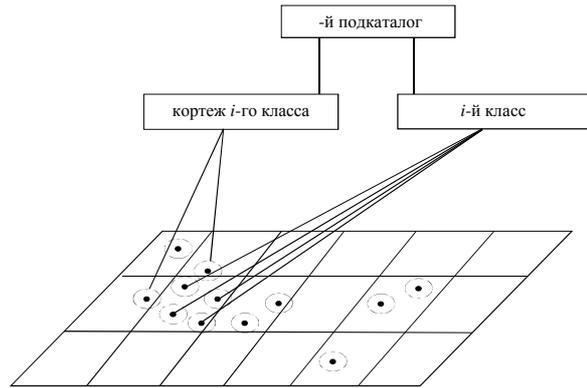


Рис. 2 – Привязка класса и кортежа к определенной области ПИ.

каждой внутренней вершине графа ставится в соответствие подмножество ранее не отвергнутых гипотез о принадлежности измерения объектам в соответствии с РП вида:

$$\Omega_{hk} = \begin{cases} \Omega_{hk0\Sigma} & \text{при } h_k = 0; \\ \Omega_{hk1\Sigma} & \text{при } h_k = 1. \end{cases} \quad (9)$$

При этом во внутренних вершинах, предшествующих висячим, всегда используются ПРФ байесовского типа (8), синтезированными на основе подмножеств ранее не отвергнутых гипотез соответствующих вершин графа.

Согласно введенному правилу в каждой внутренней вершине, начиная с корня, производится проверка признаков измерения соответствующей ПРФ. По ее результатам измерение направляется в один из потомков внутренней вершины. После серии таких проверок измерение попадает в одну из внутренних вершин с ПРФ байесовского типа, а затем – в висячую вершину, соответствующую принятому объекту (принятой гипотезе о принадлежности измерения объекту).

Совокупность всех небесных объектов, которые отображаются в одной области ПИ, можно назвать классом небесных объектов этой области. Совокупность небесных объектов, оценки параметров которых не попадают в эту область, но измерения, от которых могут попасть в нее с ненулевой вероятностью, можно назвать кортежем указанного класса небесных объектов. Безусловно, объекты, принадлежащие кортежу одного класса, одновременно являются объектами другого. На каждом уровне иерархии каждый небесный объект является объектом только одного класса, но может входить в кортежи нескольких других классов (рис. 2).

Класс и кортеж, соответствующие одной области ПИ, можно назвать подкаталогом данной области ПИ. Тогда иерархической классификации измерения соответствует каталог с многоуровневой структурой подкаталогов, содержащих формуляры

объектов используемого каталога.

Разбиение каталога на подкаталоги производится иерархически, как и разбиение ПИ на области (рис. 1). На нулевом уровне все объекты принадлежат каталогу. На первом уровне, в соответствии с ПРФ, ПИ разбивается на подобласти, а каталог – на подкаталоги. Каждой области ПИ первого уровня иерархии соответствует ПРФ второго уровня иерархии. ПРФ разных областей одного уровня иерархии могут быть как одинаковыми, так и различными. С использованием заданных ПРФ на втором уровне иерархии области ПИ первого уровня иерархии опять разбиваются на подобласти. При этом соответствующие подкаталоги делятся на вложенные в них подкаталоги.

Чем больше уровней в данной структуре, тем меньше объектов будет содержаться в подкаталогах нижних уровней. Увеличение количества уровней и, соответственно, подкаталогов в данной структуре может продолжаться до тех пор, пока не будут получены подкаталоги, содержащие минимально возможное количество формуляров объектов используемого каталога. При этом значение данного минимально возможного количества формуляров объектов определяется условиями, в которых измерения классифицируются. Прежде всего, параметрами, характеризующими условия классификации, являются плотность объектов и степень и частота взаимного пересечения изображений соседних объектов.

Внутренние вершины графа иерархической классификации (рис. 1) представляют собой составной объект. С одной стороны, внутренним вершинам графа соответствуют области ПИ и ПРФ, используемые над этими областями. С другой стороны, внутренние вершины графа содержат соответствующие подкаталоги небесных объектов.

Дуги показывают возможные переходы от одного подкаталога к другому при классификации измерений. У каждой вершины может быть одна заходящая и несколько исходящих дуг. Вершина, не имеющая заходящей дуги, называется корневой и представляет собой каталог формуляров небесных объектов.

Вершины, не имеющие исходящих дуг, называются висячими и представляют собой подкаталоги, содержащие наименьшее количество формуляров небесных объектов из всех подкаталогов, представленных вершинами графа, находящимися на пути от корневой до висячей вершины. Если все висячие вершины представляют собой подкаталоги, содержащие формуляр одного объекта, то иерархическая классификация осуществляет полное отождествление и может быть названа полной. Если хотя бы одна висячая вершина представляет собой подкаталог, содержащий формуляры нескольких объектов, то иерархическая классификация осуществляет неполное отождествление и может быть названа неполной.

Пример разбиения одномерного ПИ при наличии пяти возможных состояний, для случая, когда используется один параметр классификации, показан на рис.3.

Данное разбиение определяет показатели качества классификации. В свою очередь вычислительные затраты на метод иерархической классификации определяются способом разбиения ПИ на области.

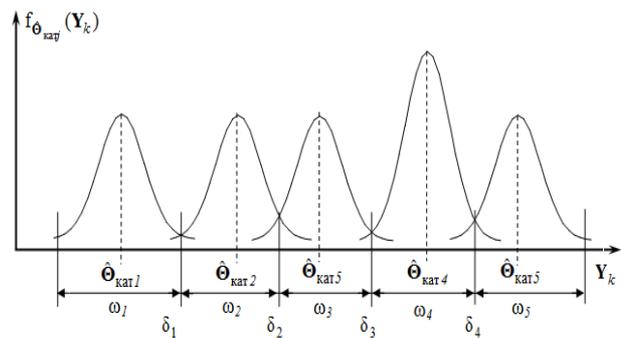


Рис. 3 – Пример разбиения ПИ при наличии пяти возможных состояний при измерении одного параметра

Вычислительные затраты на иерархическую классификацию измерений

Классификация измерений связана с вычислительными затратами на использование совокупности иерархически организованных ПРФ. При классификации измерение проходит путь от корня к соответствующей висячей вершине (рис. 1). Оценить вычислительные затраты на классификацию измерений, с помощью процедуры классификации, можно вычислив средние вычислительные затраты:

$$\bar{C}_{ident} = \sum_{j=1}^{Q_c} C(\hat{\theta}_{catjnc}) P(\hat{\theta}_{catjnc}), \quad (17)$$

$C(\hat{\theta}_{catjnc})$ – вычислительные затраты на классификацию измерения от j -го объекта с оценками параметров $\hat{\theta}_{catjnc}$, которые содержатся в j -м формуляре n_c -го каталога; Q_c – количество объектов исследуемой части небесной сферы.

Вычислительные затраты на классификацию измерения от объекта с оценками параметров $\hat{\theta}_{catjnc}$ зависят от структуры классификации и заранее не известны. Поэтому, для расчёта средней вычислительных затрат классификации измерений в работе используется другая формула [41]:

$$\bar{C}_{ident} = \sum_{\varphi=1}^{N_{SPF}} c_{\varphi} p_{\varphi}, \quad (18)$$

где N_{SDF} – количество ПРФ в иерархической процедуре классификации; c_φ – вычислительные затраты классификации измерений φ -й ПРФ иерархической процедуры классификации измерений; p_φ – вероятность использования φ -й ПРФ при проведении классификации очередного измерения.

Вероятность использования φ -ой ПРФ равна безусловной вероятности попадания измерения в области ПИ, в которых эта ПРФ используется.

Оптимизация параметров иерархической классификации измерений

Результатом классификации одного измерения является оценка внутреннего номера небесного объекта в звездном каталоге, которому соответствует исследуемое измерение.

Средние вычислительные затраты одношагового или многошагового решающего правила (РП) классификации и, соответственно, одношаговой или иерархической (многошаговой) процедуры классификации определяются используемым ПИ:

$$\bar{C}_{ident} = \sum_{k=1}^{K_{area}} C(\omega_k) P(\omega_k), \quad (19)$$

где $P(\omega_k)$ – безусловная вероятность попадания измерения в область ПИ ω_k ; K_{area} – количество областей ПИ на всех уровнях иерархии, соответствующее используемой процедуре иерархической классификации; $C(\omega_k)$ – вычислительные затраты на принятие решения о принадлежности измерения области ПИ ω_k .

Количество областей ПИ K_{area} и количество ПРФ N в иерархической процедуре классификации могут не совпадать. Так, при возможности представления данной процедуры полным деревом с внутренними бинарными вершинами $N = Q_c - 1$, а $K_{area} = 2Q_c - 1$.

Для одношаговой процедуры классификации, количество областей ПИ обычно равно количеству объектов в каталоге небесных объектов $K_{area} = Q_c$.

При заданных: статистическом описании формуляров звездного каталога и измерений небесных объектов; априорных вероятностях $P(\hat{\Theta}_{cat})$, получения измерения от небесных объектов; матрице потерь; множестве допустимых к использованию ПРФ с соответствующими им вычислительными затратами, находятся параметры иерархической классификации с минимальными средними вычислительными затратами при среднем риске не выше заданного *

$$\bar{C}_{ident} \rightarrow \min; \bar{R}_{ident} \leq R^*. \quad (20)$$

Иными словами, строится иерархическая классификация с таким разделением ПИ на области, которому соответствуют минимальные средние вычислительные затраты и средний риск не выше заданного *

Выводы

В статье разработан метод иерархического отождествления измерений кадра с формулярами звездного каталога и указан способ оптимизации его параметров. Метод обладает минимальным средним риском (байесовским риском) классификации и минимальными вычислительными затратами на свою реализацию из всех возможных байесовских классификаторов. Последнее обеспечивается применением совокупности иерархически организованных ПРФ, которые используются для разбиения области пространства измерений на вложенные в нее непересекающиеся области. Использование совокупности иерархически организованных ПРФ при решении задачи статистической проверки гипотез сведено к задаче последовательного анализа, которая названа задачей последовательной проверки многоальтернативных гипотез с их предварительной иерархической селекцией.

Дальнейшие исследования целесообразно сконцентрировать на методах построения иерархических классификаторов, позволяющих минимизировать совместные средние затраты на проектирование и использование указанных классификаторов.

Список литературы

1. **Закс, Ш.** Теория статистических выводов / **Ш. Закс** // пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 776 с.
2. **Леман, Э.** Проверка статистических гипотез / **Э. Леман** // пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 408 с.
3. **George, E. Smith** The invention and early history of the CCD / **E. Smith George** // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. – V. 3, № 82. – P. 2307-2312. D. (ПЗС-изображение)
4. **Janesick, J. R.** Scientific Charge-Coupled Devices (SPIE Press Monograph Vol. PM83) // *SPIE Publications* – 2001. – 920 p.
5. **Pao, C. P.** Линейные статистические методы и их применения / **С. Р. Пао** // М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1968. – 548 с.
6. **Левин, Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники / **Б. Р. Левин** // М.: Радио и связь. – 1989. – 656 с.
7. **Berger, J.** The Case for Objective Bayesian Analysis / **J. Berger** // *Bayesian Analysis* 1. – 2006. – Number 3, – P. 385-402
8. **Кузьмин, С. З.** Цифровая радиолокация. Введение в теорию / **С. З. Кузьмин** // К.: Издательство КвіЦ. – 2000. – 428 с.

9. **Саваневич, В. Е.** Информационный подход к синтезу статистических алгоритмов с минимальной сложностью / **В. Е. Саваневич** // *Системы обработки информации. Сборник научных работ*. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – С. 123 - 128.
10. **Саваневич, В. Е.** Постановка задачи синтеза алгоритмов минимальной сложности / **В. Е. Саваневич** // *Системы обработки информации. Сборник научных работ*. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 4(20). – С. 67- 69.
11. **Ермаков, С. М.** Математическая теория оптимального эксперимента / **С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский** // – М.: Наука. – 1987. – 320 с.
12. **Саваневич, В. Е.** Байесовская проверка многоальтернативных гипотез с их предварительной иерархической селекцией / **В. Е. Саваневич** // *Системы обработки информации: Зб. наук. пр.* – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2004. – Вып. 8 (36). – С. 165 - 169.
13. **Knuth, D. E.** The Art of Computer Programming / **D. E. Knuth** // *Sorting and Searching*. 1998, Volume 3 (2nd Edition) – Hardcover.
14. **Айвазян, С. А.** Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / **С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин** // М.: Финансы и статистика. – 1989. – 607 с.
15. **Трифонов, А. П.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / **А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков** // М.: Радио и связь. 1986. – 264 с.
16. **Burnham, K. P.** Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-Theoretic Approach / **K. P. Burnham, D. R. Anderson** // Springer New York. – 2010 – 488 p.
17. **Саваневич, В. Е.** Иерархический классификатор однокоординатных наблюдений с простыми ошибками / **В. Е. Саваневич, Е. В. Ветлугин** // *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. – Харьков: НАКУ «ХАИ». – 2003. – Вып. 20. – С. 148 - 159.
18. **Diestel, R.** Graph Theory / **R. Diestel** // Springer-Verlag, Heidelberg – 2010. – 451 p.
4. **Janesick, J. R.** Scientific Charge-Coupled Devices (SPIE Press Monograph Vol. PM83). *SPIE Publications*, 2001, 920 p.
5. **Rao, S. R.** Lineynye statisticheskie metody i ikh primeneniya. Moscow: Nauka, 1968, 548 p.
6. **Levin, B. R.** Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki. Moscow: Radio i svyaz', 1989, 656 p.
7. **Berger, J.** The Case for Objective Bayesian Analysis. *Bayesian Analysis 1*, 2006, **3**, 385-402.
8. **Kuz'min, S. Z.** Tsifrovaya radiolokatsiya. Vvedenie v teoriyu. Kyiv: Izdatel'stvo KviTs, 2000, 428 p.
9. **Savanevich, V. E.** Informatsionnyy podkhod k sintezu statisticheskikh algoritmov s minimal'noy slozhnost'yu. *Sistemi obrobki informatsii. Zbirnik naukovikh prats'*. Kharkiv: NANU, PANM, KhVU, 2000, 123 - 128.
10. **Savanevich, V. E.** Postanovka zadachi sinteza algoritmov minimal'noy slozhnosti. *Sistemi obrobki informatsii. Zbirnik naukovikh prats'*. Kharkiv: NANU, PANM, KhVU, 2002, **4(20)**, 67- 69.
11. **Ermakov, S. M., Zhiglyavskiy, A. A.** Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta. Moscow: Nauka, 1987, 320 p.
12. **Savanevich, V. E.** Bayesovskaya proverka mnogoal'ternativnykh gipotez s ikh predvaritel'noy ierarkhicheskoy selektsiyey. *Sistemi obrobki informatsii: Zb. nauk. pr.* – Kharkiv: NANU, PANM, KhVU, 2004, **8(36)**, 165 - 169.
13. **Knuth, D. E.** The Art of Computer Programming. *Sorting and Searching (2nd Edition)*. Hardcover, 1998, Volume 3.
14. **Ayvazyan, S. A., Bukhshtaber, V. M., Enyukov, I. S., Meshalkin, L. D.** Prikladnaya statistika: Klassifikatsiya i snizhenie razmernosti. Moscow, Finansy i statistika, 1989, 607 p.
15. **Trifonov, A. P., Shinakov, Yu. S.** Sovmestnoe razlichenie signalov i otsenka ikh parametrov na fone pomekh. Moscow. Radio i svyaz', 1986, 264 p.
16. **Burnham, K. P., Anderson, D. R.** Model Selection and Multimodel Inference. A Practical Information-Theoretic Approach. Springer New York, 2010, 488 p.
17. **Savanevich, V. E., Vetlugin, E. V.** Ierarkhicheskyy klassifikator odnokoordinatnykh nablyudeniy s prostymi oshibkami. *Otkrytye informatsionnye i komp'yuternye integrirovannyye tekhnologii*. Khar'kov: NAKU «KhAI», 2003, **20**, 148 - 159.
18. **Diestel R.** Graph Theory. *Springer-Verlag, Heidelberg*, 2010, 451 p.

Bibliography (transliterated)

1. **Zaks, Sh.** Teoriya statisticheskikh vyvodov. per. s angl., Moscow: Mir, 1975, 776 p.
2. **Leman, E.** Proverka statisticheskikh gipotez. per. s angl., Moscow: Nauka, 1979, 408 p.
3. **George, E. Smith** The invention and early history of the CCD. *Rev. Mod. Phys*, 2010, **3(82)**, 2307-2312.

Надійшла (received) 22.08.2015