

Національна академія наук України  
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова

ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ

Сергієнко І.В., Задірака В.К., Байич М.Д. Українські наукові математичні форуми  
в оптимізації обчислень

Задірака В.К. Елементи теорії обчислень

*Присвячується 85-річчю  
від дня народження  
академіка В.С. Михалевича*

Відомо, що обчислення функцій, які залежать від великої кількості змінних, є однією з основних проблем в обчислювальній математиці. Ця проблема виникає в багатьох областях науки та техніки, зокрема в економіці, фізиці, інженерії тощо. У даній статті розглядаються деякі аспекти теорії обчислень, зокрема методи оптимізації обчислень. Також розглядаються деякі питання, пов'язані з обчисленнями в багатовимірних просторах.

Відомо, що обчислення функцій, які залежать від великої кількості змінних, є однією з основних проблем в обчислювальній математиці. Ця проблема виникає в багатьох областях науки та техніки, зокрема в економіці, фізиці, інженерії тощо. У даній статті розглядаються деякі аспекти теорії обчислень, зокрема методи оптимізації обчислень. Також розглядаються деякі питання, пов'язані з обчисленнями в багатовимірних просторах.

ПРАЦІ МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ ШКОЛИ-СЕМІНАРУ

**ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ  
(ПОО-ХІІ)**

Аларіна А.С. А.С. Алгоритми обчислення функцій, які залежать від великої кількості змінних

Накал Л.П. Апроксимації функцій з використанням методів інтегрування

Верзанин А.Ф., Кастьян Л.Н., Федорчук В.А., Федорчук Ю.О. Способи регуляризації  
задачі численного дифференцірування

Максименко-Шейко У.А., Шейко Т.В. Математичка оптимізація з обмеженнями

Україна, Закарпатська область  
Мукачівський район, смт. Чинадієво  
21– 25 вересня 2015 року

Мельничук Б.Р. Програмні засоби обчислення функцій, які залежать від великої кількості змінних

Мечулаєв О.П. Математичка оптимізація з використанням методів інтегрування

Паршань Ю.І. Вплив структури матриці на швидкість методу найменших квадратів

Савчук М.Ю. Умова оптимальності параметрів лінійної регресії з використанням методу найменших квадратів

Сергієнко І.В., Липинська С.М., Липинський О.О. Співвідношення між методами оптимізації обчислень

© Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України 2015

Київ – 2015

УДК 517:518:519:533:534

Праці міжнародної наукової школи-семінару „Питання оптимізації обчислень (ПОО-ХЛІІ)”, присвяченої 85-річчю від дня народження академіка В.С. Михалевича. – Київ: Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2015. – 194 с.

Розглядаються питання побудови оптимальних за складністю (та близьких до них) алгоритмів розв'язання наступних класів задач обчислювальної та прикладної математики: цифрова обробка сигналів, відновлення функцій і функціоналів, розв'язування різних класів рівнянь, системний аналіз і математичне програмування, методи захисту інформації.

Відмінною рисою праць школи-семінару є їх спрямованість на побудову ефективних за різними критеріями алгоритмів, оцінок їх характеристик, порівняльний аналіз за цими характеристиками та розв'язання широкого спектра прикладних задач. Певна увага приділена комп'ютерній технології розв'язання задач прикладної та обчислювальної математики із заданими значеннями характеристик якості.

Збірник праць розрахований на спеціалістів у галузі обчислювальної та прикладної математики.

Редакційна колегія:

академік НАН України І.В. Сергієнко (відповідальний редактор), академік НАН України Ю.Г. Кривонос, академік НАН України В.К. Задірака (заст. відповідального редактора), доктор фізико-математичних наук М.Д. Бабич (відповідальний секретар).

Рецензент: член-кореспондент НАН України А.О. Чикрій

ISBN 978-966-02-7661-1

© Інститут кібернетики  
імені В.М. Глушкова НАН України, 2015

#### СЕКЦІЯ 4

### РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ

<b>Апарцин А.С.</b> К теорії неклассических уравнений Вольтерры I рода .....	63
<b>Баранов А.Ю.</b> Гібридний алгоритм розв'язання СЛАР зі стрічковими симетричними матрицями .....	65
<b>Вещунова Н.А.</b> Чисельне розв'язання задачі дифузії речовини в нанопористому середовищі .....	66
<b>Гладкий А.В., Гладка Ю.А.</b> Про стійкість одного класу двокрокових різницевих схем з явною організацією обчислень .....	67
<b>Маринець В.В.</b> Крайові задачі для рівнянь гіперболічного типу .....	68
<b>Милейко Г.Л., Солодкий С.Г.</b> Оцінки складності жорстко некоректних задач .....	69
<b>Москальков М.Н., Утебаев Д., Утебаев Б.Д.</b> Метод конечных разностей высокого порядка точности для решения уравнений с сильной дисперсией .....	71
<b>Морозов В.А., Назимов А.Б.</b> Метод регуляризации сдвигом решения сингулярного интегрального уравнения Гильберта нейтрального типа .....	72
<b>Недашковський М.О.</b> Дослідження збіжності періодичних матричних ланцюгових дробів .....	74
<b>Ronto M.J., Varha Y.V.</b> Constructive existence analysis of two solutions of some non-linear integral BVPS .....	76
<b>Сидорук В.А.</b> Гібридний алгоритм факторизації блочних симетричних матриць з обрамленням .....	77
<b>Старков В.Н.</b> Некорректная задача математической интерпретации лазерного эксперимента .....	78
<b>Хімич О.М., Ніколаєвська О.А., Чистякова Т.В.</b> Про достовірність комп'ютерних розв'язків погано обумовлених лінійних систем .....	80
<b>Хімич О.М., Чистяков О.В.</b> Гібридні двокрокові ітераційні алгоритми для часткової проблеми власних значень .....	82

#### СЕКЦІЯ 5

### СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ, ОПТИМІЗАЦІЯ, МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

<b>Атоєв К.Л., Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Кнопов П.С.</b> Перспективні питання системного аналізу .....	84
--	----

## КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯНЬ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ

Нехай задана область

$$D = \bigcup_s D_s \subset R^2, \quad s = 1, 2, 3,$$

де

$$D_1 = \{(x, y) \mid x \in (x_0, x_1], y \in (y_0, y_1]\}, \quad D_2 = \{(x, y) \mid x \in [x_0, x_1], y \in (y_1, g_1(x))\},$$

$$D_3 = \{(x, y) \mid x \in (x_1, x_2], y \in (g_2(x), y_1)\}, \quad x_0 < x_1 < x_2, \quad y_0 < y_1 < y_2,$$

$$y = g_r(x) \quad (x = k_r(y)), \quad x \in [x_{r-1}, x_r],$$

 $r = 1, 2$  – “вільні” криві, причому $g_1(x_{r-1}) = y_r, g_2(x_r) = y_{r-1}, g'_r(x) > 0$ . Досліджується [1] задача: у просторі функцій $C^*(\bar{D}) := C^{(1,1)}(D) \cap C(\bar{D})$  знайти розв'язок системи диференціальних рівнянь

$$L_2 U(x, y) = f(x, y, U(x, y)) := f[U(x, y)], \quad (1)$$

який задовольняє умови:

$$U(x_0, y) = \Psi(y), \quad U(x, y_0) = \Phi(x), \quad (x, y) \in \bar{D}_1, \quad \Psi(y) \in C^1[y_0, y_1], \quad \Phi(x) \in C^1[x_0, x_1], \quad (2)$$

$$\Psi(x_0) = \Phi(x_0), \quad U(x, g_r(x)) = \Omega_r(x), \quad x \in [x_{r-1}, x_r], \quad \Omega_r(x) \in C^1[x_{r-1}, x_r], \quad r = 1, 2, \quad (3)$$

$$\Omega_1(x_0) = \Psi(y_1), \quad \Omega_2(x_1) = \Phi(x_1),$$

де

$$L_2[U(x, y)] := U_{xy}(x, y) + A_1(x, y)U_x(x, y) + A_2(x, y)U_y(x, y), \quad U(x, y) := (u_i(x, y)),$$

$$f[U(x, y)] := (f_i[U(x, y)]), \quad i = \overline{1, n}, \quad \Omega_r(x) := (\omega_{i,r}(x)), \quad \Psi(y) := (\psi_i(y)), \quad \Phi(x) := (\varphi_i(x)) -$$

задані вектор-функції  $A_r(x, y) := (\delta_{i,j} a_{i,j}^{(r)}(x, y))$ ,  $r = 1, 2, j = \overline{1, n}$  – задані матриці,  $\delta_{i,j}$  – символ Кронекера. Очевидно розв'язок крайової задачі (1) – (2)  $U(x, y) = U_s(x, y)$ ,  $(x, y) \in \bar{D}_s$ ,  $s = 1, 2, 3$ , де  $U_1(x, y)$  – розв'язок задачі Гурса (1), (2), а  $U_s(x, y)$ ,  $(x, y) \in \bar{D}_s$ ,  $s = 2, 3$ , – розв'язки задач Дарбу (1), (3) і, відповідно,  $U_2(x, y_1) = U_1(x, y_1)$ ,  $U_3(x, y_1) = U_1(x, y)$ ,  $U_s(x, y) := (u_{s,i}(x, y))$ .

Припускаючи, що

$$A_1(x, y) \in C(D) \cap C^{(1,0)}(D_1 \cup D_3), \quad A_2(x, y) \in C(D) \cap C^{(0,1)}(D_1 \cup D_2),$$

$$f[U(x, y)] \in C_1(\bar{B}) \quad [2], \quad f: \bar{B} \rightarrow R^n, \quad \bar{B} \in R^{n+2},$$

будується конструктивна модифікація альтернуючого двостороннього методу наближеного розв'язання крайової задачі (1) – (3), встановлюються достатні умови існування, єдності та знакосталості регулярного або іррегулярного її розв'язку, дається практичний метод побудови функцій нульового наближення.

1. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. – М.: Мир, 1969. – 448 с.
2. Marynets V.V. and Marynets K.V. On Goursat-Darboux boundary-value problem for systems of non-linear differential equations of hyperbolic type//Miskolc Mathematical Notes. – 2013. – Vol.14, N 3. – P. 1009–1020.