

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ, НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНИЙ ЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«Ужгородський національний університет»

**А.А. Горват, В.М. Жихарев**

# **МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА**

**Лабораторний практикум**

*Навчальний посібник*

**Ужгород  
Видавництво УжНУ «Говерла» 2011**

ББК 22.3 Я73  
Г–67  
УДК 53 (075.8)

**Горват А.А., Жихарев В.М.**

Г – 67 Молекулярна фізика і термодинаміка. Лабораторний практикум .– Ужгород: Вид-во УжНУ «Говерла», 2011 – 224 с.

У посібнику наведені описи 18 лабораторних робіт загального фізичного практикуму, які містять короткі теоретичні відомості, методику проведення експерименту, опис приладів та завдання і порядок їх виконання з курсу “Молекулярна фізика і термодинаміка” дисципліни “Загальна фізика” для фізичних факультетів університетів.

Посібник призначений для використання при підготовці до лабораторних занять та для самостійної роботи студентів, які навчаються за напрямками підготовки фахівців “Фізика”, “Прикладна фізика” та деякими інженерними спеціальностями.

#### **Рецензенти:**

Шпеник О.Б., академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук,  
професор, Інститут електронної фізики НАН України;

Опачко І.І., зав. кафедрою електронних систем,  
доктор фіз.-мат. наук, професор,  
Ужгородський національний університет;

Небола І.І., доктор фіз.-мат. наук, професор,  
Ужгородський національний університет.

Рекомендовано Вченою радою фізичного факультету  
(протокол № 7 від “23” березня 2011 року)  
та редакційно-видавничою радою  
Ужгородського національного університету

©2011. Горват А.А., Жихарев В.М.

## З М І С Т

ПЕРЕДМОВА .....	5
Лабораторна робота № 1. ВИВЧЕННЯ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ТА ГРАДУЮВАННЯ ТЕРМОМЕТРІВ .....	7
Лабораторна робота № 2. ВИВЧЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ НА ДОШЦІ ГАЛЬТОНА .....	22
Лабораторна робота № 3. ВИЗНАЧЕННЯ СТАЛОЇ БОЛЬЦМАНА .....	39
Лабораторна робота № 4. МОДЕЛЮВАННЯ БРУНІВСЬКОГО РУХУ .....	48
Лабораторна робота № 5. ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТУ ГАЗУ ЗА ДОПОМОГОЮ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА .....	59
Лабораторна робота № 6. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВОЛОГОГО ПОВІТРЯ .....	67
Лабораторна робота № 7. ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ ПОВІТРЯ, ОБЧИСЛЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ ДОВЖИНИ ВІЛЬНОГО ПРОБІГУ ТА ЕФЕКТИВНОГО ДІАМЕТРУ МОЛЕКУЛ .....	83
Лабораторна робота № 8. ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ПОВІТРЯ МЕТОДОМ НАГРІТОЇ НИТКИ .....	94
Лабораторна робота № 9. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ ТЕПЛОЄМНОСТЕЙ ПОВІТРЯ МЕТОДОМ АДІАБАТИЧНОГО РОЗШИРЕННЯ (МЕТОД КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА) .....	103
Лабораторна робота № 10. ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ $C_p/C_v$ АКУСТИЧНИМ МЕТОДОМ .....	119

Лабораторна робота № 11. ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИН .....	126
Лабораторна робота № 12. ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ В'ЯЗКОСТІ РІДИН .....	137
Лабораторна робота № 13. ВИВЧЕННЯ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕПЛОЄМНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ .....	148
Лабораторна робота № 14. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОЄМНОСТІ МЕТАЛІВ .....	155
Лабораторна робота № 15. ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТУ ЛІНІЙНОГО РОЗШИРЕННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ .....	164
Лабораторна робота № 16. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ .....	176
Лабораторна робота № 17. ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ТЕПЛОТИ ПАРООУТВАРЕННЯ РІДКОГО АЗОТУ .....	188
Лабораторна робота № 18. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ КРИСТАЛІЗАЦІЇ І ПЛАВЛЕННЯ ТА РОЗРАХУНОК ЗМІНИ ЕНТРОПІЇ ПРИ ФАЗОВОМУ ПЕРЕХОДІ .....	201
ДОДАТКИ .....	214
ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА .....	219
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЗЧИК .....	220
..	

## ПЕРЕДМОВА

Лабораторна робота – це початкове, невелике за об’ємом та змістом, наукове дослідження студента. Мета лабораторного практикуму полягає у тому, щоб навчити студентів самостійно користуватися основними вимірювальними приладами і познайомити з методами вимірювань різних фізичних величин, які використовуються в певному розділі фізики. У процесі виконання лабораторної роботи студент набуває навичок застосування теоретичних знань на практиці, вчиться обробляти та аналізувати результати експерименту. При виконанні лабораторних робіт студенти повинні вивчити суть фізичних явищ, освоїти техніку та методику проведення фізичного експерименту. В ширшому світоглядному плані лабораторний практикум покликаний формувати у студентів розуміння співвідношення теоретичних моделей і законів з експериментальними даними, їх взаємовпливу і взаємозв’язку, тенденцій сучасного розвитку такої природничонаукової дисципліни, як фізика, і формування інженерного мислення майбутніх фахівців, що є важливим для випускників-фізиків університету.

В навчальному посібнику описані лабораторні роботи розділу “Молекулярна фізика і термодинаміка” курсу загальної фізики, який викладається студентам фізичного факультету Ужгородського національного університету. Опис робіт починається з теоретичних відомостей. Вони складені так, щоб і студенти, які уже прослухали матеріал на лекціях, і ті, котрі тільки починають вивчення цього розділу фізики мали чітке уявлення про сутність фізичних явищ, що вивчаються, та про методи вимірювань, які застосовується в лабораторній роботі для визначення тих чи інших фізичних величин. Після теоретичних відомостей приведена методика експерименту з виведенням основних робочих формул та опис вимірювальної апаратури. В подальшому наводяться завдання, у яких вказано процедуру вимірювань та обробки результатів при виконання роботи. В кінці кожного опису містяться контрольні питання, які акцентують увагу студентів на найбільш важливих теоретичних, практичних та методичних проблемах лабораторної роботи.

Особливість даного практикуму полягає в тому, що об’єктом дослідження в ньому є як газоподібні, так і конденсовані (рідкі і тверді) речовини з дуже широким спектром фізичних властивостей, охопити які повною мірою достатньо важко.

Розпочинається практикум виконанням фронтальної лабораторної роботи з вивчення методів вимірювання температури, оскільки цей параметр контролюється практично у кожному завданні практикуму. Дві лабораторні роботи присвячені моделюванню фізичних явищ як за допомогою механічних моделей (дошка Гальтона), так із використанням сучасних комп'ютерів (брунівський рух). У наступних роботах визначаються стала Больцмана, термічний коефіцієнт тиску газу, показник адіабати (коефіцієнт Пуассона) та параметри волого повітря, вивчаються такі властивості газів, як їх теплопровідність, в'язкість, оцінюється довжина вільного пробігу та діаметр молекул.

Досліджуються і багато властивостей рідин. Зокрема, такі, як коефіцієнт поверхневого натягу різними методами, вимірюється коефіцієнт в'язкості технічного гліцерину та вивчається його температурна залежність, визначається теплота випаровування рідкого азоту, оцінюється енергія активації молекулярного руху.

У твердих тілах експериментально вимірюються такі їх характеристики, як термічний коефіцієнт лінійного розширення, коефіцієнт теплопровідності металів, теплоємність і теплота плавлення. Дослідження теплоємності твердих тіл та їх температурної залежності для алюмінію, заліза і латуні (міді) дозволяє порівняти результати, одержані різними методами, а також експериментально перевірити класичний закон Дюлонга-Пті, що описує теплоємність твердих тіл при високих температурах. Вивчаються також особливості фазових переходів з твердого стану в рідкий для індію і стеарину, з рідкого у газоподібний для азоту, при цьому експериментально визначається температура фазового перетворення і розраховується зміна ентропії в цих процесах.

Слід відзначити цілий ряд завдань, пов'язаних з калориметричними вимірюваннями, вивченням термодинамічних процесів та циклів. При виконанні лабораторних робіт з молекулярної фізики і термодинаміки та обробці одержаних результатів досить широко і з різною метою застосовуються персональні комп'ютери.

Посібник призначений для використання при підготовці до лабораторних занять та для самостійної роботи студентів, які навчаються за напрямками підготовки фахівців "Фізика", "Прикладна фізика" та деякими інженерними спеціальностями.

## Лабораторна робота № 1

# ВИВЧЕННЯ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ТА ГРАДУЮВАННЯ ТЕРМОМЕТРІВ

Мета роботи: ознайомлення з принципом роботи терморпарі і її градування за допомогою реперних точок, перевірка градування рідинного термометра, оцінка сталої часу термометра.

Прилади та матеріали: мідь-константанова терморпара, тиглі, набір чистих металів з відомою температурою плавлення, посудина Дюара з льодом, штатив із затискачами, електроплитка, еталонний та досліджуваний термометри, барометр, калориметр, дистильована вода, потенціометр.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Вимірювання і контроль температури – одна з найбільш поширених в науці і техніці вимірювальних операцій, а поняття температури є одним із важливіших в молекулярній фізиці. Під *температурою* зазвичай розуміють *ступінь або міру нагрятості* тіла. Для виявлення поняття “ступінь нагрятості” необхідно розглянути дослідні факти, серед яких ключовим є теплообмін між двома тілами. Якщо привести в дотик два нагрітих тіла (дві рівноважні системи) з різними ступенями нагрятості, то незалежно від того, однакові чи різні у них об’єми (зовнішні параметри), більш нагріте тіло буде охолоджуватися, менш нагріте – нагріватися. З плином часу ця нова система прийде в стан теплової рівноваги, при якому теплообмін між тілами припиниться. Самовільно стан рівноваги не порушується. Якщо два тіла знаходяться в тепловій рівновазі з третім тілом, то вони знаходяться в тепловій рівновазі і між собою.

Температура виражає стан внутрішнього руху молекулярної системи і має одне значення для всіх частин складної рівноважної системи незалежно від кількості частинок у них. Тому температура є інтенсивним параметром. Екстенсивні термодинамічні параметри – це параметри, які пропорційні масі або числу частинок даної термодинамічної системи. Їхнє значення дорівнює сумі значень таких самих параметрів окремих частин системи. До таких параметрів належать маса, об’єм, енергія та ін.

У молекулярно-кінетичній теорії показано, що найбільш об'єктивною характеристикою ступеня нагрятості, тобто температури тіла, є середня кінетична енергія руху його молекул. Однак історично склалося так, що ступінь нагрятості тіл оцінювався за різноманітними емпіричними температурними шкалами значно раніше, ніж була встановлена відповідність між температурою тіла і кінетичною енергією його молекул. У додаток вимірювання кінетичної енергії молекул є складною і часто неможливою експериментальною задачею.

Щоб визначити температуру як фізичну величину, необхідно вказати спосіб її вимірювання. Для вимірювання температури користуються тим фактором, що при її зміні змінюються і певні властивості тіла. Вимірюються, відповідно, величини, які характеризують ці властивості. Тому для створення приладу, що вимірює температуру, тобто термометра, вибирають деяку речовину або тіло (*термометричне тіло*) і визначають величину, які характеризує властивість речовини або тіла (*термометрична властивість*). Вибір одного і другого повністю довільний. В побутових термометрах, наприклад, термометричним тілом є краплина ртуті, а термометричною величиною – її об'єм. Термометричною величиною можуть також бути електричний опір провідників, термоелектрорушійні сили, інтенсивність випромінювання, тощо. Температурний параметр термометричного тіла повинен змінюватися з температурою неперервно і монотонно (не повинен мати однакові значення при різних температурах, а для точних інтерполяції та екстраполяції температурної шкали бажано мати лінійну залежність між значенням вимірюваного параметра і температурою). З достатньою для практичних цілей точністю ці вимоги задовольняють тиск і об'єм газів, об'єм рідини, електричний опір провідників, термоелектрорушійна сила деяких пар провідників. Для побудови температурної шкали необхідно вибрати два добре відтворювані ступеня нагрятості (*реперні точки*) і присвоїти їм певні значення температури. Такими реперними точками зазвичай є температури фазових переходів чистих речовин. Діапазон зміни термометричної величини між реперними точками ділять на визначену за домовленістю кількість однакових ділянок, кожна із яких відповідає одиниці зміни температури відповідної шкали температури.



Одиницею вимірювання температури у системі СІ є Кельвін. Однак у побуті і багатьох технічних пристроях одиницею вимірювання температури є градус. Розмір градуса, як видно із вище приведеного, вибирається довільно (як і термометрична величина та вигляд функції, що пов'язує термометричну величину з температурою). Тому існує досить багато різноманітних температурних шкал. Як приклад, для найбільш звичної для нас шкали температур Цельсія, реперними точками вибираються температура замерзання і кипіння чистої води за нормального атмосферного тиску, яким за домовленістю присвоюються відповідно значення 0 і 100 градусів Цельсія ( $^{\circ}\text{C}$ ). Діапазон зміни термометричної величини, наприклад об'єму ртуті і лінійно зв'язаною з нею довжиною стовпчика капіляру, заповненого ртуттю у рідинному термометрі, ділять відповідно на 100 однакових ділянок, кожна з яких відповідає зміні температури на  $1^{\circ}\text{C}$ . Тим самим визначається значення будь-якої проміжної температури. Побудована так шкала термометра називається емпіричною шкалою, а виміряна по ній температура називається емпіричною температурою. Вона – міра відхилення термодинамічного стану тіла від теплової рівноваги з льодом, що плавиться при нормальному атмосферному тиску.

Таким чином, емпірична температура виражається числом, що визначає ступінь нагрятості тіла за визначеною шкалою. Воно залежить перш за все від довільно вибраних значень температур реперних точок шкали, термометричного тіла та його термометричної величини. Тому існують міжнародні домовленості про присвоєння числових значень температур реперним точкам. Найбільш вживані реперні точки і присвоєні їм значення температур у К та  $^{\circ}\text{C}$  наведені у таблиці 1, а шкали температур, побудована на основі цих точок називаються відповідно Міжнародною практичною шкалою температурю (МПШТ) та шкалою Цельсія.

Взаємозв'язок між температурами, вираженими в одиницях цих шкал описується рівнянням (1)

$$T_K = (273,15 + T^{\circ}\text{C}) \quad (1)$$

У США часто використовують термодинамічну шкалу Ренкіна, температура у якій зв'язана з температурою у Кельвінах співвідношенням

$$T_K = \frac{5}{9} T^{\circ}\text{Re}. \quad (2)$$

В англomовних країнах застосовують шкали температур Фаренгейта ( $^{\circ}F$ ) і Реомюра ( $^{\circ}R$ ). Співвідношення для перерахунку температури із однієї шкали в іншу виражаються формулою

$$T \text{ } ^{\circ}C = 1,25 \cdot T \text{ } ^{\circ}R = \frac{5}{9}(T \text{ } ^{\circ}F - 32). \quad (3)$$

Таблиця 1. Реперні точки МПШТ

№ з.п.	Реперні точки	Температура		Тиск $p$ , Па
		$T$ , $^{\circ}C$	$T$ , К	
1.	Потрійна точка водню	-259,34	13,81	–
2.	Точка кипіння водню	-256,108	17,042	33330
3.	Точка кипіння водню	-252,87	20,28	101325
4.	Точка кипіння неону	-246,048	27,102	101325
5.	Точка кипіння кисню	-182,962	90,188	101325
6.	Потрійна точка води	0,01	273,16	–
7.	Точка кипіння води	100	373,15	101325
8.	Точка тверднення цинку	419,58	692,73	101325
9.	Точка кипіння сірки	444,6	717,75	
10.	Точка тверднення срібла	961,93	1235,08	101325
11.	Точка тверднення золота	1064,43	1337,58	101325

Співвідношення між одиницями вимірювання температури у різних емпіричних шкалах приведено на рис. 1.

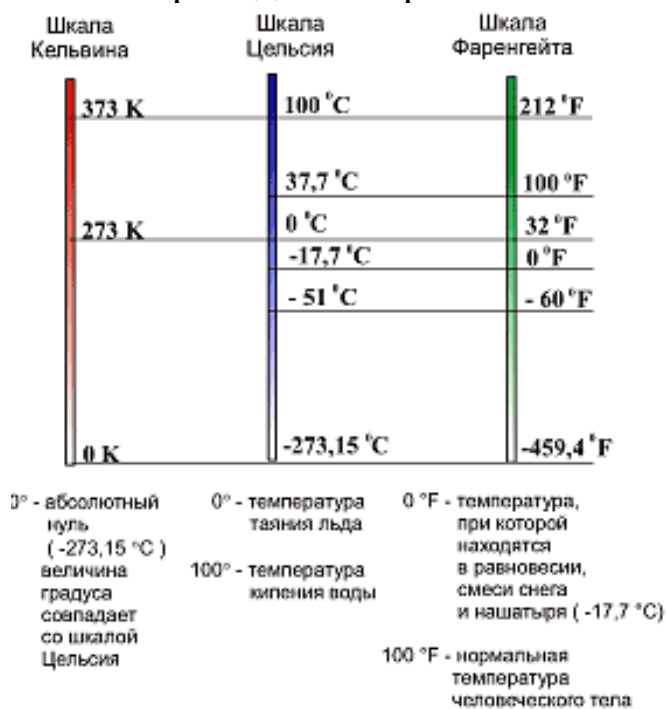


Рис. 1. Співвідношення між значеннями температури у різних емпіричних шкалах.

Зупинимося коротко на двох типах термометрів, які використовуються в даній лабораторній роботі.

Рідинні термометри. В такого роду термометрах термометричною речовиною є рідина, а термометричним параметром – її об'єм. Конструкція його загальновідома: рідина заповнює скляний резервуар і частину висоти скляної або кварцової капілярної трубки. Область їх застосування від  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В таких термометрах частіше за все використовується пентан (від  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ); етиловий спирт (від  $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), толуол (від  $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) і ртуть (від  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Підбір речовин пов'язаний з областю їх існування в рідкому стані. Так, ртуть твердне при  $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$  при нормальному атмосферному тиску, а кипить при  $557\text{ }^{\circ}\text{C}$  (для вимірювання більш високих температур ртутним термометром над ртуттю повинен знаходитись інертний газ за тиску до 70 атмосфер). Рідинні термометри, розраховані на вимірювання високих температур, мають товстостінні резервуар і капіляр (при високих температурах виникають високі тиски парів рідини). Недоліком таких термометрів є нерівномірність їх шкал. Це пов'язано з особливостями теплового розширення як рідин, так і матеріалів резервуарів і капілярів, в яких вони знаходяться. Для підвищення точності вимірювання температури використовують так звані вкорочені рідинні термометри, в яких шкала розрахована на невелике число градусів. Ціна найменшої поділки шкали таких термометрів може становити соту долю градуса. *Термометри характеризуються чутливістю, ціною поділки і точністю.*

Перевірка градування термометра за шкалою Цельсія може бути здійснена таким чином. Спочатку перевіряють нуль за шкалою Цельсія. Для цього користуються приладом для визначення точки плавлення льоду (рис. 2), який представляє собою скляну або металічну посудину конічної форми 5, що закріплена на штативі 1 за допомогою затискача 2. На нижній кінець посудини натягнута гумова трубка 6, яка має механічний затискач для випускання води. В посудину насипають подрібнені шматочки льоду, які змочуються дистильованою водою. Досліджуваний термометр 4 закріплюють в затискачі 3, який може вільно підніматися і опускатися.

Схема приладу для перевірки проміжних точок і точки кипіння води показана на рис. 3. В калориметр з дистильованою водою 4 опускають еталонний 2 і досліджуваний 3 термометри. Обидва термометри закріплюються з допомогою штатива 1. Електроплитка 5

дає можливість змінювати температуру дистильованої води в калориметрі.

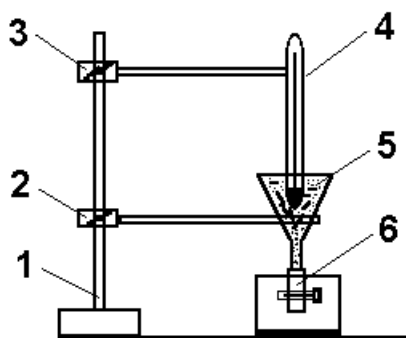


Рис. 2. Прилад для відтворення точки плавлення льоду.

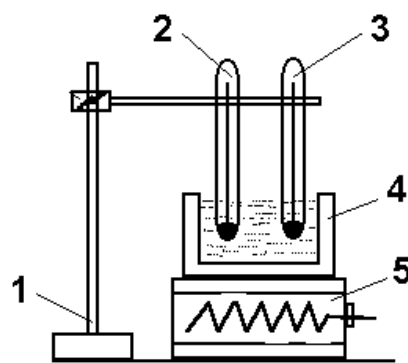


Рис. 3. Прилад для перевірки проміжних точок і точки кипіння води.

*Чутливість термометра* показує, на скільки мм змінюється положення стовпчика ртуті при нагріванні на 1 К (1 °С). Вона визначається діаметром капіляра (для термометрів високої чутливості виготовляють капіляри діаметром в кілька сотих міліметра) і об'ємом посудини з ртуттю, що не перевищує 1 см<sup>3</sup> через можливі завищення інерційності та нерівномірності температури по об'єму.

*Точність термометра* залежить від ціни його поділки. Ціна поділки еталонних термометрів вибирається не меншою як 0,01 °С.

Ртутні термометри, як і інші, відзначаються інерційністю, вони не відразу реєструють температуру середовища  $T_C$  (якщо  $T_C = const$ , вся ртуть у резервуарі термометра лише через деякий час матиме температуру  $T_C$ ; якщо ж ця температура змінюється, то покази термометра  $\Theta$  запізнюються: при підвищенні температури вони менші, а при зниженні – більші за дійсне значення температури).

Нехай у початковий момент часу середовище має меншу температуру ніж термометр, тобто  $\Theta_0 > T_C$ . У першому наближенні можна допустити, що швидкість зміни показів термометра  $\frac{d\Theta}{dt}$  пропорційна різниці температур середовища і термометра  $\Theta - T_C$ , тобто

$$-\frac{d\Theta}{dt} = B(\Theta - T_C), \quad (4)$$

де  $B$  – константа охолодження термометра, яка характеризує його теплову інерційність;  $t$  – час). Знак “–” у лівій частині цього рівняння

означає зменшення значення  $\Theta$ . Розв'язок рівняння (4) за умови незмінності температури середовища  $T_C$  приводить до виразу

$$\Theta = \Delta T \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (5)$$

де  $\Delta T = \Theta_0 - T_C$  початкова різниця температур середовища і термометра,  $\tau = 1/B$  – стала часу термометра. Очевидно, що значення  $B$ , а отже і  $\tau$ , буде визначатись теплоємністю термометра і коефіцієнтом теплопередачі між термометром і середовищем, який у свою чергу залежить від багатьох факторів, зокрема площі термометра, наявності конвективних потоків у середовищі і т.п.

Для визначення  $B$  або  $\tau$  термометр нагрівають на  $10 - 15$  °C вище від температури термостата, куди цей термометр занурюють. Через однакові проміжки часу  $\Delta t$ , які фіксуються секундоміром, реєструють покази термометра  $\Theta$ . Далі у напівлогарифмічному масштабі будують графік, відкладаючи вздовж осі ординат  $\ln(\Theta - T_C)$ , а вздовж осі абсцис час  $t$  у секундах. Графік повинен мати вигляд прямої, як показано на рис. 4, тобто повинен починатися з деякого значення  $\ln(\Theta_0 - T_C)$  при  $t = 0$ . Значення  $B$  і  $\tau$  визначають за тангенсом кута нахилу прямої до осі  $t$ . Значення  $\tau$  показує час, за який різниця температур термометра і середовища зменшується у  $e = 2,7$  раз.

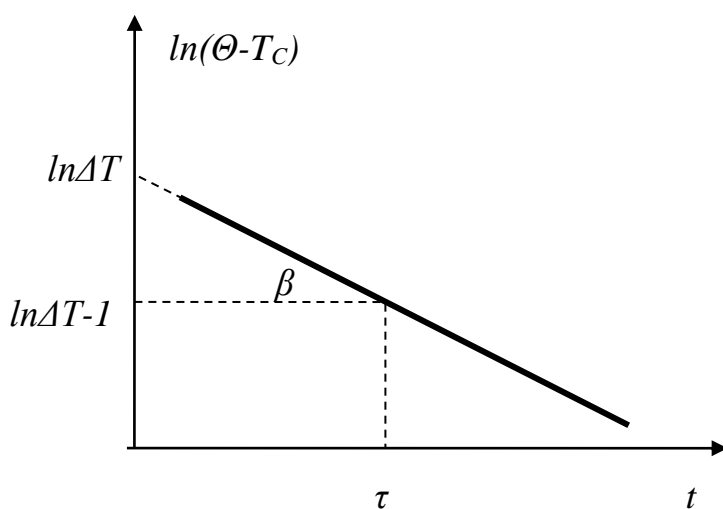


Рис. 4. До визначення сталої часу термометра.

При вимірюванні температури середовища не завжди вдається розмістити в ньому весь термометр (здебільшого розміщується тільки кулька з ртуттю та деяка частина стовпчика ртуті в капілярі; виступаючий стовпчик має іншу температуру). Це може призвести до помилок у вимірюванні.

При точних вимірюваннях температури слід вносити також поправки на калібр (врахування різниці у перетинах капіляра на окремих ділянках), на зовнішній гідростатичний тиск та внутрішній тиск парів ртуті при вимірюванні високих температур. До значних похибок може призвести так званий “мертвий хід”

термометра. У вузьких капілярах проявляється вплив тертя ртуті об стінки капіляра (термометр дає занижені покази, коли ртуть рухається вгору (і навпаки). Щоб уникнути цього, рекомендується перед зніманням показів злегка струшувати термометр.

Точне вимірювання температури потребує не тільки додержання ряду правил і врахування багатьох похибок, а й систематичної перевірки приладу. Це реалізується за методом реперних точок, якими є температура рівноваги між водою в рідкому стані і її паром (точка кипіння води 100 °С), потрійна точка води (+ 0,01 °С) та інші.

Термоелектричні термометри (термопари). Термоелектричний термометр, як показано на рис. 5, складається з термоелектричного перетворювача (термопари) та вимірювального обладнання (мілівольтметра, потенціометра). Термопарою називається просте термоелектричне коло, що складається з двох різнорідних металевих дротів, спаяних між собою в двох точках і електрично ізольованих один від одного на всьому іншому проміжку.

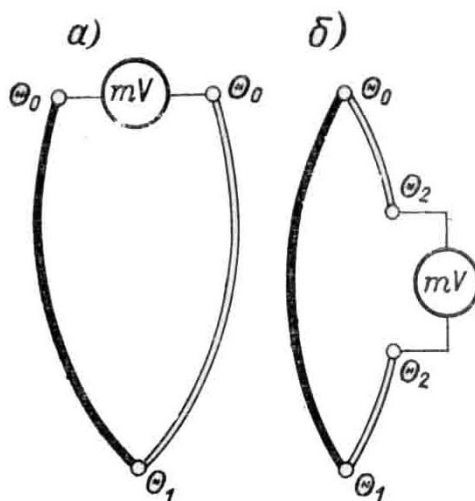


Рис. 5. Проста (а) і диференціальна (б) термопара.

В 1823 році Т. Зеебек встановив, що у колі, яке складається з двох різнорідних провідників, виникає електрорушійна сила  $E$ , якщо контакти цих провідників підтримувати при різних температурах  $\Theta_1$  і  $\Theta_0$ . Ця е.р.с. називається термоелектрорушійною силою (термо-е.р.с.). Як показує дослід, у відносно вузькому інтервалі температур вона пропорційна різниці температур контактів:

$$E = \alpha(\Theta_1 - \Theta_0), \quad \text{де} \quad \alpha = \frac{dE}{d\Theta}. \quad (6)$$

Коефіцієнт  $\alpha$  називають диференціальною або питомою термо-е.р.с. Він залежить від природи провідників і температури.

Розглянемо фізичні процеси, які відбуваються при зближенні двох різнорідних металів.

Нехай є два різні метали 1 і 2 (рис. 6 а). В ізольованому стані концентрація електронного газу в цих металах характеризується значеннями  $n_1$  і  $n_2$ , причому  $n_1 < n_2$ . Зблизимо метали до такої віддалі  $d$ , при якій можливий ефективний обмін електронами шляхом термоелектронної емісії або безпосереднього переходу з одного металу в інший. У початковий момент після встановлення контакту електронний газ другого металу не буде знаходитися в рівновазі з електронним газом першого металу. Наявність градієнту концентрації приводить до виникнення переважаючого переходу електронів із другого металу в перший за рахунок їх дифузії. При цьому перший метал буде мати від'ємний заряд, а другий – додатний. Поява цих зарядів викликає появу різниці потенціалів між металами. У свою чергу різниця потенціалів викличе появу струму, тобто впорядкованого дрейфового руху електронів із першого у другий метал. В умовах рівноваги дифузійний і дрейфовий потоки електронів зрівноважують один одного.

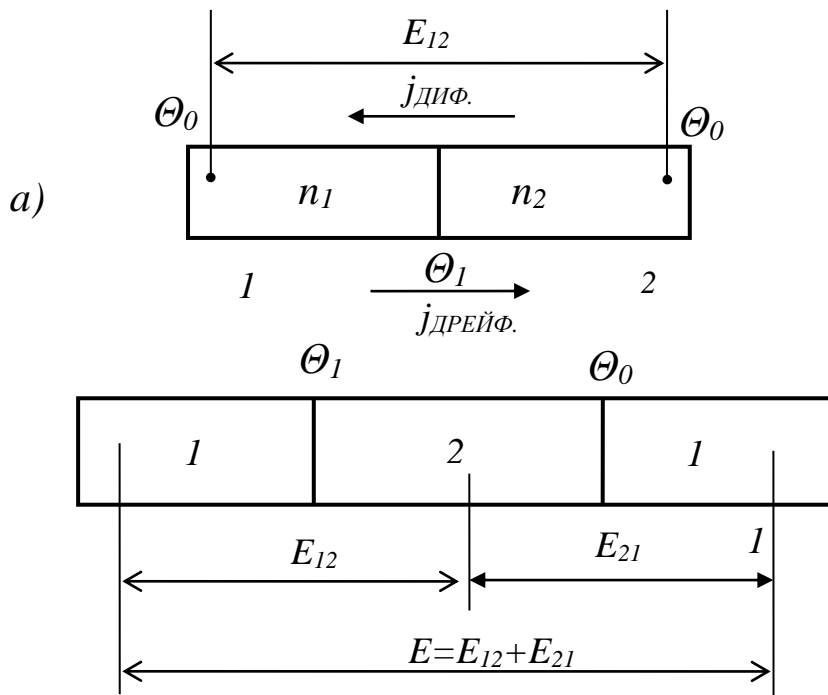


Рис. 6. До пояснення виникнення термо е.р.с.

На основі приведених міркувань та класичної електронної теорії провідності металів показано, що

$$E_{12} = \frac{k\Theta_1}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} \quad (7)$$

Якщо спаї диференціальної термопари мають температури (рис. 5 б, рис. 6 б)  $\Theta_0$  та  $\Theta_1$ , то загальна різниця потенціалів

$$E = E_{12} + E_{21} = \frac{k\Theta_1}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} + \frac{k\Theta_0}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} = (\Theta_1 - \Theta_0) \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} \quad (8)$$

Порівнюючи вираз (6) і (8) одержимо

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} \quad (9)$$

Одержані вирази справедливі за умови незалежності концентрації електронів від температури, що дійсно має місце для металів.

У більшості пар чистих металів  $\alpha_{AB}$  має порядок  $10^{-5}$ – $10^{-6}$  В/К; для сплавів металів ця величина може досягти порядку  $10^{-4}$  В/К. В окремих випадках питома термо-е.р.с. слабо залежить від температури. Але, як правило, із збільшенням різниці температур спаїв  $E$  змінюється не за лінійним законом, а досить складним чином, і навіть так, що може міняти знак (напрямок). Так, наприклад, якщо один спай пари залізо-мідь підтримувати при  $0^\circ\text{C}$ , то при температурі другого спаю, яка приблизно дорівнює  $540^\circ\text{C}$ , коефіцієнт термо-е.р.с. зменшується до нуля, а при ще більших температурах починає зростати, змінивши знак.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Схема під'єднання диференціальної термопари до вимірювального приладу представлена на рис. 7. Два провідника  $AKKB$  і  $AMCDMB$  із різних матеріалів мають спільні точки  $A$  і  $B$ , де вони зварені один з одним. До точок  $C$  і  $D$  підключається мілівольтметр. Букви  $K$  і  $M$  означають, що матеріал провідників відповідно константан та мідь. В сучасній практиці при виготовленні термопар в якості “від’ємних” провідників найбільш застосовними є такі метали, як платина, вісмут, вольфрам, сплави алюмель, константан, копель та інші, в якості ”додатних” – залізо, мідь, срібло, сурма, сплави золото-паладій, платинородій, хромель, ніхром та ін.



Найбільш поширеними термопарами є: мідь-константанова і хромель-алюмелева.

Мідь-константанова термопара відноситься до числа високочутливих термопар. Використовується вона в основному для вимірювання температур від  $-200^{\circ}\text{C}$  до  $350^{\circ}\text{C}$ . Застосовувати термопару при температурах вище  $350^{\circ}\text{C}$  в атмосфері повітря не рекомендується через швидке окислення міді.

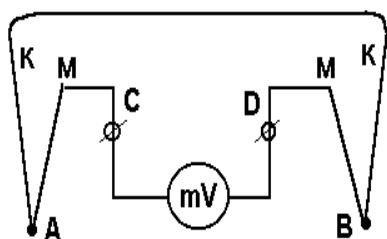


Рис. 7. Схема з'єднання диференціальної термопари.

Хромель-алюмелева термопара відноситься до числа найбільш застосованих термопар. В порівнянні з іншими термопарами із неблагородних металів вона має велику стійкість до окислення і придатна для вимірювання температур від  $-200^{\circ}\text{C}$  до  $1100^{\circ}\text{C}$ . Чутливість термопари складає  $40\text{ мкВ/К}$ . Зміна термо-е.р.с. з температурою проходить лінійно.

Дроти, з яких готуються термопари, можуть бути різного діаметру. Найбільше поширення отримали термопари з діаметром дротин  $0,5\div 1\text{ мм}$ . Обумовлено це тим, що із збільшенням маси матеріалу збільшується теплова інерція термопар, а також теплообмін по дротинах і відповідно збільшується похибка вимірювань.

Для вимірювання температури за допомогою термопари її приєднують до вимірного пристрою (мілівольтметра або потенціометру). Один спай термопари занурюється у посудину Дюара з льодом, що плавиться ( $0^{\circ}\text{C}$ ), а другий в середовище, температуру якого потрібно визначити. Якщо в якості вимірювального пристрою вибрали мілівольтметр, знімають його покази ( $U$ ), а термо-е.р.с. визначається за формулою:

$$E = U \frac{r_V + r_T + r_{II}}{r_V}, \quad (10)$$

де  $r_T$  – опір термопари;  $r_{II}$  – опір з'єднувальних проводів;  $r_V$  – опір мілівольтметра. Щоб за відомою термо-е.р.с. визначити температуру треба спочатку термопару проградувати, тобто поставити у відповідність величину термо-е.р.с. із значеннями різниці температур холодного і гарячого спаїв.

Градування термопари може бути зроблено двома способами в залежності від методу визначення температури робочого спаю

термопар: градування шляхом порівняння з еталонними приладами (термометр опору, високоточний термометр розширення та ін.), або градування за реперними точками чистих речовин. Серед цих речовин є агресивні, тобто такі, які вступають у взаємодію з матеріалом термопар, і які хімічно не діють на матеріал термопар. В останньому випадку робочий спай термопар може бути занурений безпосередньо у речовину, внаслідок чого забезпечується хороший тепловий контакт між термопарою і досліджуваною речовиною, що обумовлює високу швидкість сприйняття температури термопарою.

Термопар, що застосовуються при вивченні металів і їх сплавів, а також речовин, що діють агресивно на матеріал термопар, занурюються в захисні ковпачки із кварцу, кераміки і речовин хімічно інертних до досліджуваного об'єкту. Застосування захисних пристосувань особливо необхідне при градуванні за температурами тверднення металів для захисту термопар від взаємодії з розплавленими металами.

Перед тим, як приступити до градування термопар, необхідно з'ясувати, в яких температурних інтервалах вона буде використовуватися. Далі вибрати реперні точки (речовини) і приступити до градування.

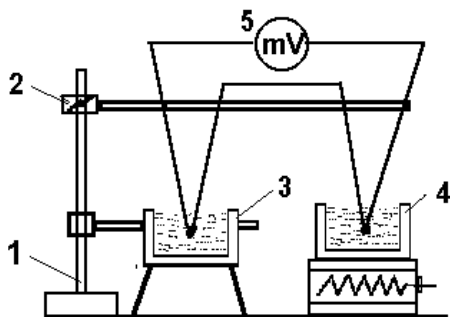


Рис. 8. Схема установки для градування термопар

Схему робочої установки наведено на рис. 8. На штативі 1 в зажимі 2, який може пересуватися вгору і вниз, закріплюють термопару, один спай якої занурюють в посудину Дюара з льодом, що плавиться, а другий опускають в кварцовий або графітовий тигель 4, встановлений на електроплитку (якщо потрібні високі температури,  $t > 300^{\circ}\text{C}$ , то – в електропіч). В тигель кладуть

реперні матеріали по чергові і доводять їх до розплавленого стану, потім плитку вимикають. В момент затвердіння розплавленого металу записують покази мілівольтметра. Треба пам'ятати, що при твердненні металу його температура деякий час залишається постійною, отже незмінними будуть і покази мілівольтметра. За значеннями напруги з використанням формули (10) визначають величину термо-е.р.с/ та за відповідними їм відомими температурами плавлення реперних речовин будують графік градування термопар.

Якщо потрібно проградувати термопару за температур нижче  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , в якості реперних речовин вибирають рідини. Ці рідини наливають в пробірки, занурюють у них термопари і потім опускають в рідкий азот. Після затвердіння рідин, пробірку з термопарою і твердою речовиною виймають з рідкого азоту. При плавленні температура речовини певний час не змінюється, що і фіксують за постійним значенням термо-е.р.с.

### **3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

#### Завдання 1. Градування термопари і вимірювання температури плавлення металів і сплавів.

1. Помістити один кінець (спай) термопари в суміш льоду і води, температура якої  $0^{\circ}\text{C}$ , а інший – в тигель з 40 – 50 грамами чистого індію. За допомогою електроплитки розплавити його, потім відключити електроплитку від джерела і зафіксувати показання мілівольтметра при кристалізації індію.
2. Замість індію в тигель покласти олово, а потім вісмут і на кінець цинк. Зафіксувати показання мілівольтметра при кристалізації цих речовин.
3. За відомими напругою, опором термопари і внутрішнім опором мілівольтметра та за формулою (10) визначити значення термо-е.р.с.
4. Знаючи температури плавлення реперних речовин і відповідні їм значення термо-е.р.с., побудувати графік, відкладаючи на осях значення термо-е.р.с. і температури.
5. Покласти в тигель по чергово метали або сплави, температура плавлення яких невідома. Використовуючи отримані показання мілівольтметра і графік градування термопари, визначити їх температури плавлення.

#### Завдання 2. Перевірка градування рідинного термометра.

1. Помістити досліджуваний термометр у посудину з сумішшю води і льоду так, щоб стовпчик ртуті термометра був повністю занурений у в суміш.
2. Через 3 – 5 хвилин відрахувати покази термометра з точністю до  $0,1^{\circ}\text{C}$ . Це і буде значення “нульової” точки термометра.

3. Для визначення проміжних точок між  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  і точкою кипіння води, в калориметр з дистильованою водою помістити еталонний і досліджуваний термометри.
4. Включити електроплитку. Коли температура дистильованої води в калориметрі почне збільшуватись, перемішуючи воду записувати одночасно покази еталонного і досліджуваного термометрів через кожні  $5\text{-}10\text{ }^{\circ}\text{C}$  (до температури кипіння води). При цьому обидва термометри потрібно поступово опускати так, щоб їх ртутні стовпчики майже повністю були занурені у воду.
5. За допомогою барометра визначити величину атмосферного тиску і за формулою залежності температури кипіння води від значення атмосферного тиску

$$t = 100^{\circ} + 0,0375 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{мм рт.ст.}} (H - 760),$$

обчислити температуру кипіння води (значення  $H$  беруться у мм ртутного стовпчика).

6. Визначити поправку до показів досліджуваного термометра при різних температурах (по відношенню до еталонного).
7. Побудувати графік залежності показів досліджуваного термометра від значення температури (за еталонним термометром) і графік поправок показів термометра від величини вимірюваної температури.

### Завдання 3. Визначення сталої часу термометра.

1. Для визначення константи охолодження  $B$  та сталої часу  $\tau$  досліджуваного термометра (динамічну сталу встановлення показів) нагріти воду на  $15 - 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  вище кімнатної, занурити в неї термометр і витримати певний час ( $3 - 5$  хв.) для встановлення показів.
2. Перенести термометр у калориметр із водою кімнатної температури  $T_C$  і фіксувати зміну його показів  $\Theta$  з часом.
3. За одержаними даними побудувати графік залежності  $\ln(\Theta - T_C)$  від часу, аналогічний рис.4. Визначити значення  $\tau$  та  $B$ , оцінити похибку.
4. Повторити подібний до п. 1 – 3 дослід у випадку перенесення термометра з холодної у гарячу воду. Результати порівняти, зробити висновки.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке температура?
2. Від чого залежить вибір термометричної речовини при конструюванні термометра?
3. Які термометричні величини найчастіше використовують при виготовленні термометрів?
4. Яким чином встановлюють емпіричну температурну шкалу?
5. Які існують методи вимірювання температур?
6. Вкажіть переваги шкали побудованої на основі газового термометра у порівнянні з іншими емпіричними шкалами.
7. Що таке термопара?
8. Яке фізичне явище покладено в основу роботи термопари?
9. Як за допомогою термопари визначають температуру?
10. Які переваги і недоліки термопари в порівнянні з рідинними термометрами?
11. Для чого проводять градуювання термопари? Які методи градуювання термопар ви знаєте?
12. Назвіть джерела похибок при вимірюванні температури рідинним термометром, термопарою?
13. Розв'яжіть рівняння (4), отримайте вираз (5). Від чого залежить стала часу  $\tau$ , який його фізичний зміст?

## Лабораторна робота № 2

# ВИВЧЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ НА ДОЩЦІ ГАЛЬТОНА

Мета роботи: Отримання експериментальної кривої розподілу випадкової величини, порівняння її з теоретичною кривою нормального розподілу. Розрахунок значень числових параметрів розподілу випадкової величини.

Прилади і матеріали: дошка Гальтона, калькулятор або IBM PC комп'ютер.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1. Випадкові процеси і величини. Ймовірність

Більшість розділів фізики оперують досить великою кількістю об'єктів і зв'язків між ними. Зокрема, при описі процесів, що відбуваються в макроскопічних тілах, ми вимушені розглядати величезну кількість об'єктів – молекул. Наприклад, в 12 грамах ізотопу вуглецю  $^{12}\text{C}$  міститься  $N = 6,02 \cdot 10^{23}$  молекул. Ця величина дістала назву числа Авогадро і відповідає одному молю кількості речовини. З погляду звичайної механіки, для опису такої системи треба було б розв'язати рівняння руху для кожної молекули:

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F}_i, \quad \text{де } i = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (1)$$

Для розв'язку системи із  $N$  векторних рівнянь необхідно записати ці рівняння в проекціях сил на 3 осі координат (разом для  $N$  молекул  $3N$  рівнянь) та врахувати початкові умови для координат та швидкостей ( $6N$  чисел). Розв'язати таку систему рівнянь неможливо навіть із застосуванням надсучасної обчислювальної техніки. Час розв'язку подібної системи рівнянь у багато разів перевищує час, за який дана система молекул змінить свій стан, а одержаний розв'язок залежав би від  $6N+1$  параметрів. Більше того, необхідно врахувати, що молекули є мікроскопічними частинками, для яких справедливі закономірності не класичної, а квантової механіки. Однією і таких закономірностей є принцип невизначеності Гейзенберга, згідно якого неможливо одночасно точно визначити координату та імпульс

(швидкість) частинки ( $\Delta x \cdot \Delta p > h$ , де  $\Delta x$  та  $\Delta p$  – невизначеність (похибка) відповідно координати та імпульсу частинки,  $h$  – стала Планка), що накладає принципове обмеження на динамічний опис молекулярної системи на основі рівнянь (1). Звідси випливає висновок, що для опису систем із великим числом частинок неможливо користуватися динамічним методом. Для опису таких систем вдаються до статистичного (імовірнісного) і термодинамічного методів.

Основною особливістю статистичних методів є опис систем із урахуванням того, що процеси, які відбуваються в них, мають випадковий характер. Прикладом такого процесу може бути, наприклад, зіткнення молекул. У результаті таких багаторазових зіткнень змінюються координати і компоненти швидкості молекул. Результат таких зіткнень (кінцеві координати і швидкість окремої молекули) не можна наперед передбачити, тобто розглядуваний процес для окремої молекули є випадковим. Однак система, що складається із великої кількості молекул підкоряється певним статистичним закономірностям – при незмінних умовах залишається сталою середня швидкість усіх молекул газу, не змінюється відносна доля молекул у певній частині об'єму, або у певному інтервалі швидкостей.

У зв'язку із вище наведеним, у статистичних системах, тобто у системах із великою кількістю частинок, питання динамічного підходу: яка, наприклад, буде швидкість (координата) частинки у певний момент часу, змінюється на питання: яка буде ймовірність того, що швидкість (координата) частинки лежатиме у певному інтервалі швидкостей (координат).

Нагадаємо, що під ймовірністю події розуміють границю відношення числа сприятливих подій  $N_X$  (здійснення події) до загального числа дослідів  $N$  (подій, спостережень) при умові, що останні прямують до нескінченності:

$$P(X) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_X}{N}. \quad (2)$$

## 1.2. Функції розподілу і густина ймовірності

Функціональна залежність між значенням фізичної величини (координатою, швидкістю, енергією частинки) та ймовірністю її появи називається функцією розподілу ймовірностей.

Для кількісної характеристики розподілу ймовірностей зручніше користуватися не ймовірністю тієї події, що випадкова величина  $X$  прийме значення  $x$ , тобто  $P(X=x)$ , а ймовірність події  $P(X < x)$ , тобто того, що випадкова величина  $X$  прийме значення, менше деякої змінної  $x$ . Ймовірність цієї події залежить від значення  $x$ , тобто є функцією від  $x$ . Ця функція називається інтегральною функцією розподілу випадкової величини  $X$  і позначається  $F(x)$ :

$$F(x) = P(X < x). \quad (3)$$

Інтегральна функція розподілу випадкової величини – найбільш універсальна характеристика випадкової величини, вона існує як для дискретних випадкових величин, так і для неперервних. Вона повністю характеризує випадкову величину з імовірнісної точки зору, тобто є однією з форм закону розподілу. Ця функція розподілу володіє деякими загальними властивостями:

1. Інтегральна функція розподілу  $F(x)$  є неспадною функцією свого аргументу, тобто при  $x_2 > x_1$  виконується умова  $F(x_2) \geq F(x_1)$ .
2. При  $x = -\infty$  (мінус нескінченність) функція розподілу дорівнює нулю:  $F(-\infty) = 0$ .
3. При  $x = +\infty$  (плюс нескінченність) функція розподілу дорівнює одиниці:  $F(+\infty) = 1$ .

Графік функції розподілу в загальному випадку може бути представлений як графік неспадної функції (рис.1), значення якої розпочинаються від 0 і доходять до 1, причому в окремих точках функція може мати скачки (розриви).

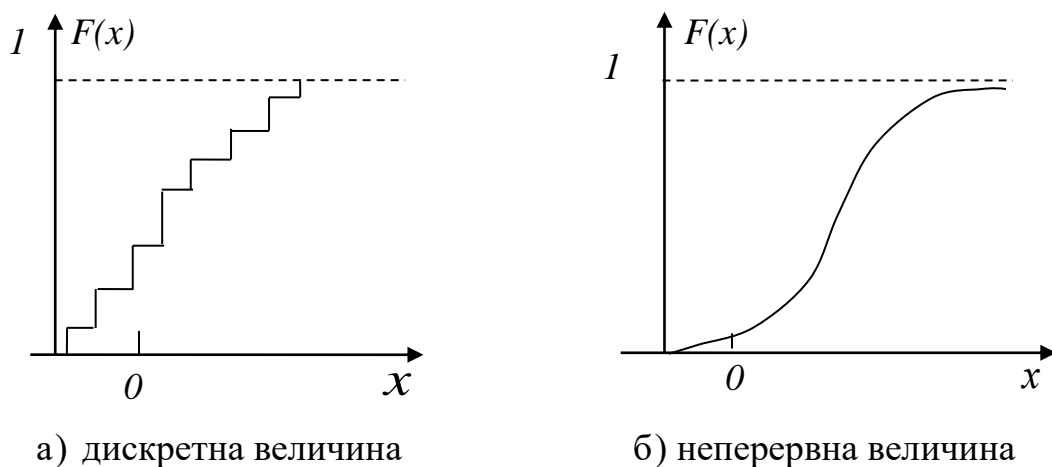


Рис. 1. Вид функції розподілу випадкової величини.



Нехай випадкова величина  $X$  має функцію розподілу, яка є неперервною і такою, що диференціюється. Для неперервної випадкової величини ймовірність прийняття випадковою величиною будь-якого окремого значення дорівнює нулю. Тому для її характеристики користуються ймовірністю попадання цієї випадкової величини у проміжок значень від  $x$  до  $x + \Delta x$

$$P(x < X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x). \quad (4)$$

Ймовірність попадання у вказаний інтервал розраховується як приріст функції розподілу на цій ділянці. Розглянемо відношення цієї ймовірності до величини інтервалу, тобто середню ймовірність, що припадає на одиницю довжини цього проміжку, і наближатимемо  $\Delta x$  до нуля. У границі отримаємо похідну від функції розподілу:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (5)$$

Запровадимо позначення для похідної від інтегральної функції розподілу

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (6)$$

Диференціальна функція  $f(x)$  характеризує густину ймовірності, з якою розподіляється значення випадкової величини в даній точці (а насправді, відображає швидкість зростання інтегральної функції розподілу). Диференціальна функція  $f(x)$  називається розподілом густини ймовірності (або густиною ймовірності) неперервної випадкової величини  $X$ . На відміну від інтегральної функції розподілу, густина ймовірності не є універсальною – вона існує тільки для неперервних величин. Крива, що зображає густину розподілу випадкової величини, називається кривою розподілу густини ймовірності (рис.2).

Геометрично ймовірність попадання величини  $X$  в інтервал  $b-c$  дорівнює площі під кривою розподілу густини ймовірності, що спирається на цю ділянку. Значення ж функції розподілу  $F(x)$  є не що інше, як площа під кривою густини ймовірності, яка лежить лівіше точки  $x$ .

Розподіл густини ймовірності має такі властивості:

1. Це є додатна функція:  $f(x) \geq 0$ . Ця властивість впливає безпосередньо з того, що  $F(x)$  є функція неспадна.

2. Інтеграл в нескінченних межах від густини ймовірності дорівнює одиниці:  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$  (умова нормування). Ця умова говорить про те, що ймовірність знаходження якого-небудь значення випадкової величини дорівнює одиниці.

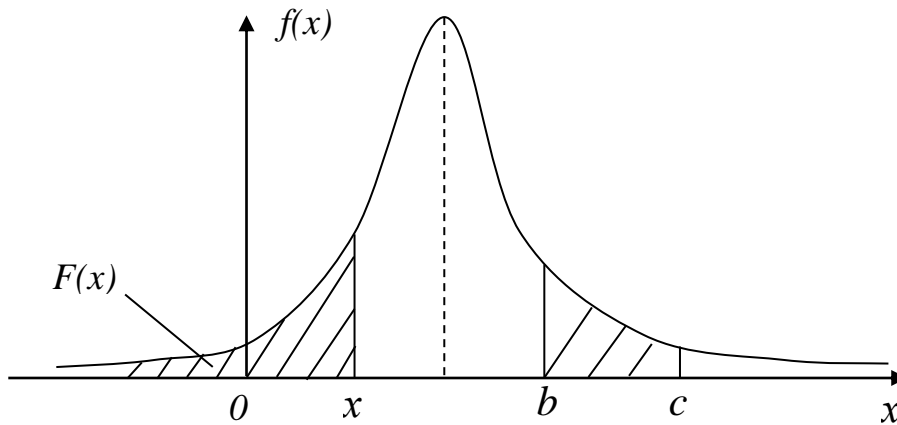


Рис. 2. Графік функції розподілу густини ймовірності

Для дискретних величин аналогом графіка розподілу густини ймовірності може служити гістограма, що відображає величину приросту функції розподілу (рис.3).



Рис. 3. Вид гістограми.

Кожен закон розподілу є деякою функцією, аналітичний вид цієї функції повністю описує випадкову величину з імовірнісної точки зору. Проте на практиці часто немає необхідності характеризувати випадкову величину повністю, досить вказати окремі числові параметри, що до деякої міри характеризують істотні риси розподілу випадкової величини, наприклад, деяке середнє значення

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i P_i, \quad \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx, \quad (7)$$

а також число  $\sigma$ , що характеризує ступінь (міру) розкиданості значень випадкової величини відносно (навколо) середнього

$$\sigma = \sqrt{D_X} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 P_i}, \quad \sigma = \sqrt{D_X} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx}, \quad (8)$$

яке носить має назву середньоквадратичного відхилення. У виразах (7) та (8) перші формули відповідають дискретній величині ( $k$  – число можливих дискретних значень випадкової величини), а другі – неперервній.

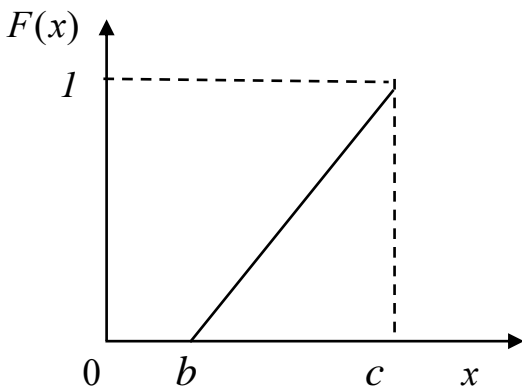
### 1.3. Приклади законів розподілу

#### Рівномірний розподіл

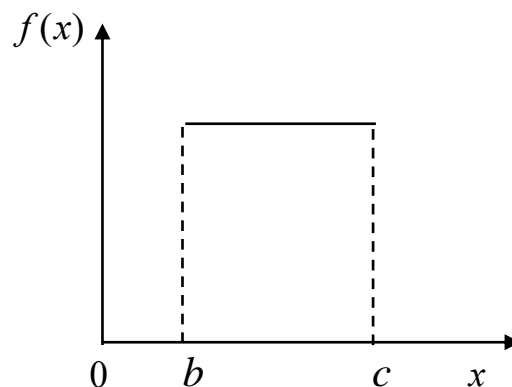
Найпростішим законом розподілу є закон рівномірного розподілу густини ймовірності, при якому всі можливі значення випадкової величини рівноймовірні. Графік інтегральної функції розподілу при рівномірному розподілі є прямою наростаючою лінією (рис. 4а), а густина розподілу є постійною величиною в інтервалі можливих значень фізичної величини (рис. 4б).

Основні характеристики рівномірного розподілу:

$$\bar{x} = \frac{b+c}{2}; \quad \sigma = \sqrt{D_X} = \frac{c-b}{2\sqrt{3}} .$$



а) Інтегральна функція розподілу.



б) Диференціальна функція розподілу (розподіл густини ймовірності).

Рис. 4. Рівномірний розподіл.

## Нормальний розподіл (розподіл Гауса)

Закон розподілу випадкової величини, який найбільш часто зустрічається на практиці, – це нормальний закон розподілу, який ще називають законом розподілу Гауса. Головна особливість нормального закону, яка відрізняє його від інших законів розподілу, полягає в тому, що він є граничним законом, до якого наближаються інші закони розподілу при типових умовах.

Диференціальна функція нормального закону розподілу густини ймовірності має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (9)$$

Основною особливістю графіка густини ймовірності за нормальним законом є те, що крива розподілу має симетричний горбоподібний вигляд (рис.5).

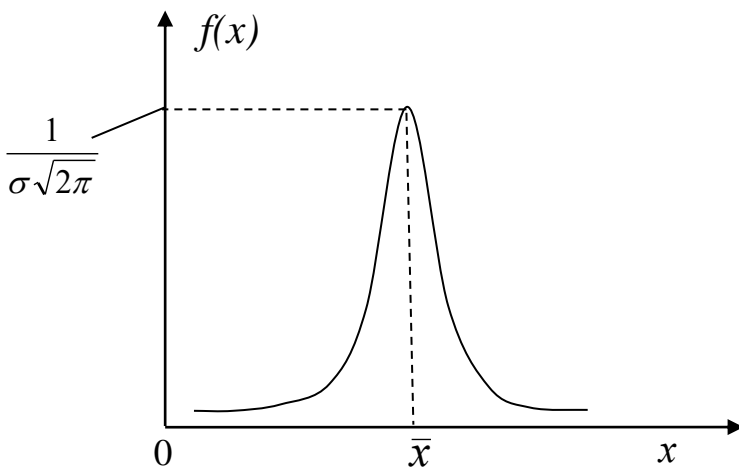


Рис.5. Нормальний закон розподілу густини ймовірності.

Максимуму функції, що дорівнює значенню  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ , відповідає точка  $x = \bar{x}$ ; у міру віддалення від точки  $\bar{x}$  густина розподілу падає, і при  $x \rightarrow \pm\infty$  крива поступово (асимптотично) наближається до осі абсцис.

Параметрами розподілу, від яких залежить положення і вид функції є, відповідно, середнє значення  $\bar{x}$  і середнє

квадратичне відхилення  $\sigma$ . Безпосередньо з формули (9) видно, що  $\bar{x}$  є центром симетрії розподілу.

## Розподіл Максвелла

Розподіл Максвелла посідає особливе місце серед інших законів розподілу густини ймовірності. Цей закон описує швидкості руху молекул газу, який перебуває у термодинамічній рівновазі і є наслідком нормального закону розподілу. Розподіл  $\varphi(v_x)$  молекул за

однією із складових швидкості  $v_x$  описується нормальним законом розподілу:

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)}, \quad (10)$$

де  $m$  – маса молекули газу,  $T$  – абсолютна температура,  $k$  – стала Больцмана.

Оскільки функція  $\varphi(v_x)$  є експоненціальною залежністю від квадрата проекції швидкості, то вона симетрична відносно нульового значення  $v_x$  і її графік збігається з кривою розподілу Гауса (рис. 6). Ймовірність того, що проекція швидкості  $v_x$  лежить в інтервалі  $(v_x, v_x + \Delta v_x)$  дорівнює площі заштрихованої смужки на рис.6. Функція  $\varphi(v_x)$  нормована на одиницю, тобто площа під кривою  $\varphi(v_x)$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1. \quad (11)$$

Інтегрування в нескінченних межах не означає, що в газі є молекули з такими швидкостями (максимальна швидкість обмежена швидкістю світла). Молекул із великими швидкостями дуже мало і вони не роблять відчутний внесок у нормування інтегралу (11). Це і дозволяє задавати такі межі інтегрування.

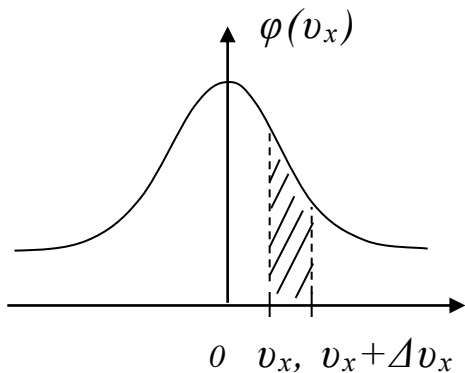


Рис. 6. Вид функції  $\varphi(v_x)$ .

Аналогічний вигляд мають вирази для функцій густини розподілу ймовірності швидкостей  $\varphi(v_y)$ ,  $\varphi(v_z)$  за осями  $v_y$ ,  $v_z$ .

Оскільки осі координат є рівноправними, як і рівноправні проекції швидкостей, то розподіл за вектором швидкості (з компонентами  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ ) може бути знайдений як:

$$f(\vec{v}) = \varphi(v_x) \cdot \varphi(v_y) \cdot \varphi(v_z).$$

Оскільки  $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = |\vec{v}|^2 = v^2$ , то для загальної функції розподілу за всіма трьома компонентами швидкості одержуємо:

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)}. \quad (12)$$

Розподіл густини ймовірності  $f(\vec{v})$  дозволяє знайти ймовірність попадання модуля швидкості молекул в певний інтервал.

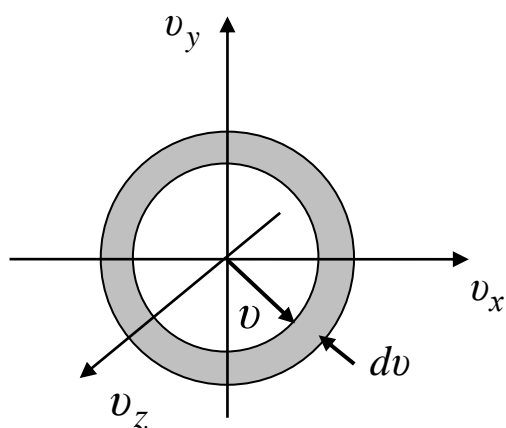


Рис. 7. Простір швидкостей.

Знайдемо ймовірність або відносне число молекул, *модуль швидкості* яких знаходиться в інтервалі  $(v, v + dv)$ . Таким молекулам відповідають точки у просторі швидкостей, що попадають в сферичний шар із радіусами  $v$  і  $v + dv$  (рис.7). Об'єм цього шару дорівнює добутку поверхні шару і його товщини, отже, ймовірність попадання в цей шар:

$$dP = f(v) \cdot 4\pi v^2 dv. \quad (13)$$

Тоді, шукана залежність густини ймовірності від модуля швидкості молекули:

$$f(v) = \frac{dP}{dv} = 4\pi v^2 f(\vec{v}). \quad (14)$$

Враховуючи вираз для густини ймовірності (12) і те, що швидкість руху молекул залежить від температури середовища, запишемо закон розподілу Максвелла за модулем швидкості:

$$f(v, T) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{\left( -\frac{mv^2}{2kT} \right)}. \quad (15)$$

Ця функція також нормована на одиницю:

$$\int_0^{+\infty} f(v, T) dv = 1. \quad (16)$$

Слід звернути увагу на те, що в показнику експоненти стоїть узятє із знаком мінус відношення кінетичної енергії молекули до величини, що характеризує середню енергію молекул газу. Функція  $f(v, T)$  залежить також і від температури газу, що і відбито в позначенні функції.

Одержані Максвелом розподіли за швидкостями не залежать ні від структури молекул, ні від виду їх взаємодії одна з одною. Тому вони

застосовні не тільки до газів, але і до інших агрегатних станів речовини. Схематичний вид функції  $f(v, T)$  та її складових приведений на рис. 8.

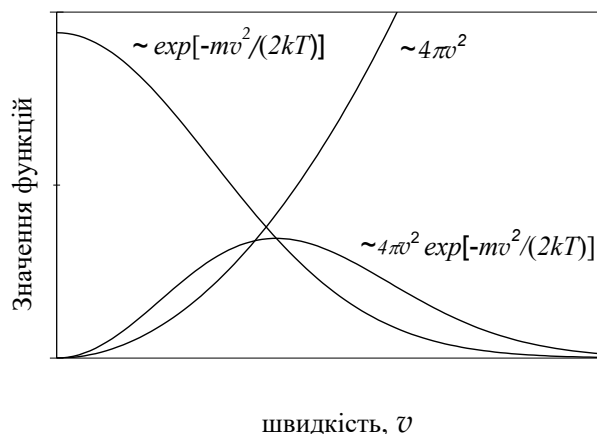


Рис. 8. Розподіл Максвелла для модуля швидкостей.

### Характерні швидкості розподілу Максвелла

Одержані вирази для розподілу за модулем швидкостей дозволяють встановити деякі характеристики цього розподілу. Це характерні швидкості руху молекул газу: найбільш ймовірна  $v_{\text{йм}}$ , середня  $\bar{v}$  і середньоквадратична  $v_{\text{кв}}$ .

Найбільш ймовірній швидкості  $v_{\text{йм}}$  відповідає максимум функції розподілу, який знаходиться з умови рівності нулю першої похідної від  $f(v)$  по  $v$ :

$$\frac{df(v, T)}{dv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left( 2 - \frac{mv^2}{kT} \right) v \exp\left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) = 0, \quad (17)$$

або, опускаючи постійні множники,

$$\left( 2 - \frac{mv^2}{kT} \right) v \exp\left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) = 0. \quad (18)$$

Дане рівняння задовольняють три значення швидкості:  $v = 0$ ,  $v = \infty$  та

$$v_{\text{йм}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (19)$$

Це значення, перетворює вираз (18) в нуль, і дає нам шукану найбільш ймовірну швидкість (тут  $M$  – молярна маса газу,  $R$  – універсальна газова стала).

Середня швидкість  $\bar{v}$  (мається на увазі середня арифметична швидкість) за визначенням

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v, T) \cdot dv = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{RT}{M}}. \quad (20)$$

Середньоквадратична швидкість  $v_{кв}$  знаходиться за таким

виразом

$$v_{кв}^2 = \int_0^{\infty} v^2 f(v, T) dv = 3 \frac{kT}{m}. \quad (21)$$

Звідки

$$v_{кв} = \sqrt{3 \frac{kT}{m}} = \sqrt{3 \frac{RT}{M}}. \quad (22)$$

Оскільки функція розподілу Максвела несиметрична щодо найбільш ймовірного значення, то і для трьох характерних швидкостей значення різні. Разом з тим спостерігається постійне співвідношення між характерними швидкостями:

$$v_{йм} : \bar{v} : v_{кв} = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} = 1 : 1,13 : 1,22. \quad (23)$$

### Залежність розподілу Максвела від температури

Підставивши вираз (18) для найбільш ймовірної швидкості  $v_{йм}$  у вираз (15) для функції розподілу, знайдемо максимальне значення  $f(v, T)$ :

$$f(v_{йм}, T) = \frac{4}{e} \sqrt{\frac{1}{2\pi k} \cdot \frac{m}{T}} \sim \sqrt{\frac{m}{T}}. \quad (24)$$

З формул (19) та (24) видно, що при збільшенні температури максимум функції  $f(v, T)$  зміщується у бік більших швидкостей, а величина максимуму зменшується. При цьому площа під кривою залишається такою, що дорівнює одиниці. Наочно трансформація розподілу Максвела представлена кривими на рис. 9, які можна розглядати як криві функції  $f(v, T)$  для постійної маси при  $T_1 < T_2 < T_3$  або для постійної температури при  $m_1 > m_2 > m_3$ .



## Формула Максвела у приведеному вигляді

Для вирішення ряду завдань набагато зручніше виразити швидкості  $v$  молекул у приведених одиницях найбільш ймовірної швидкості  $v_{ім}$ .

За одиницю береться відносна швидкість молекули:

$$u = \frac{v}{v_{ім}}. \quad (25)$$

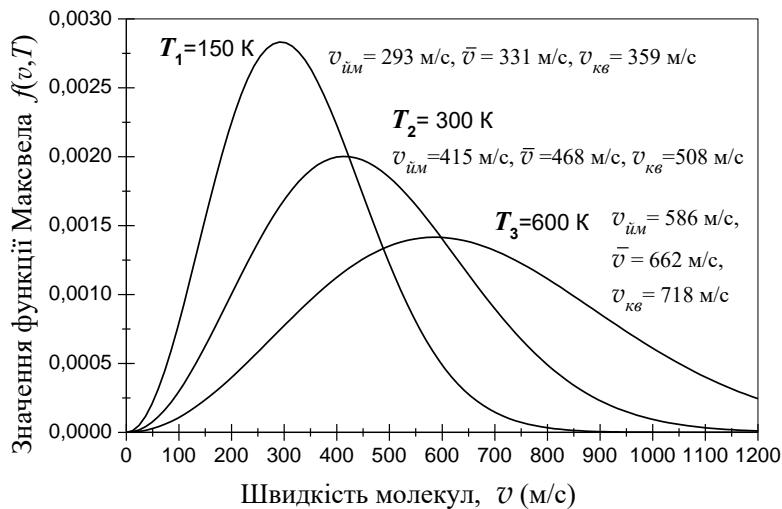


Рис. 9. Теоретичні криві розподілу Максвела для молекул повітря при трьох різних температурах (вказані характерні швидкості розподілу).

При переході до нової змінної, одержимо:

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \quad (26)$$

У такому вигляді розподіл Максвела є універсальним – він не залежить ні від температури, ні від роду газу.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Ця лабораторна робота присвячена визначенню невідомих параметрів функції розподілу ймовірностей випадкової величини за обмеженою кількістю дослідів. Треба відзначити, що будь-яке значення шуканого параметра, обчислене на підставі обмеженого числа дослідів, завжди міститиме елемент випадковості. Таке

наближене, випадкове значення називається оцінкою параметра. Наприклад, оцінкою для *істинного значення* може служити середнє арифметичне спостережуваних значень випадкової величини в  $n$  незалежних дослідах. При дуже великому числі дослідів середнє арифметичне буде з великою ймовірністю дуже близьким до істинного значення. Якщо ж кількість дослідів  $n$  невелика, то заміна істинного значення середнім значенням приведе до деякої похибки. Позначимо спостережувані значення випадкової величини:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n. \quad (27)$$

Позначимо як  $\tilde{a}$  оцінку для параметра  $a$ . Будь-яка оцінка повинна бути функцією величин  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ :

$$\tilde{a} = \tilde{a}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (28)$$

Ясно, що  $\tilde{a}$  сама є випадковою величиною. При цьому оцінка  $\tilde{a}$  повинна задовольняти ряд вимог. Перша вимога: оцінка  $\tilde{a}$  при збільшенні кількості дослідів повинна наближатися до істинного значення параметра  $a$ . Оцінка, що володіє такою властивістю, називається *спроможною*. Друга вимога: при використанні величини  $\tilde{a}$  замість  $a$ , ми не повинні робити *систематичну помилку* у бік завищення або заниження. Оцінка, що задовольняє такій умові, називається *незміщеною*. Як оцінка для істинного значення, що задовольняє вищенаведеним вимогам, можна узяти середнє арифметичне спостережуваних значень  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (29)$$

Для оцінки дисперсії можна узяти величину, яка визначається згідно виразу

:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}. \quad (30)$$

Тут в знаменнику стоїть  $n(n-1)$ , а не  $n^2$ , оскільки у цьому випадку, як показує теорія, оцінка дисперсії виходить зміщеною. Тоді середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (31)$$

У цій лабораторній роботі досліджується і оцінюються параметри нормального розподілу випадкової величини (розподіл Гауса) з використанням так званої дошки Гальтона, яка зображена на рис. 10. Вона складається з вертикальної дошки 1, на якій закріплені в шаховому порядку стрижні 2, які служать для розсіювання кульок, що поступають із бункера 3, розташованого вверху дошки.

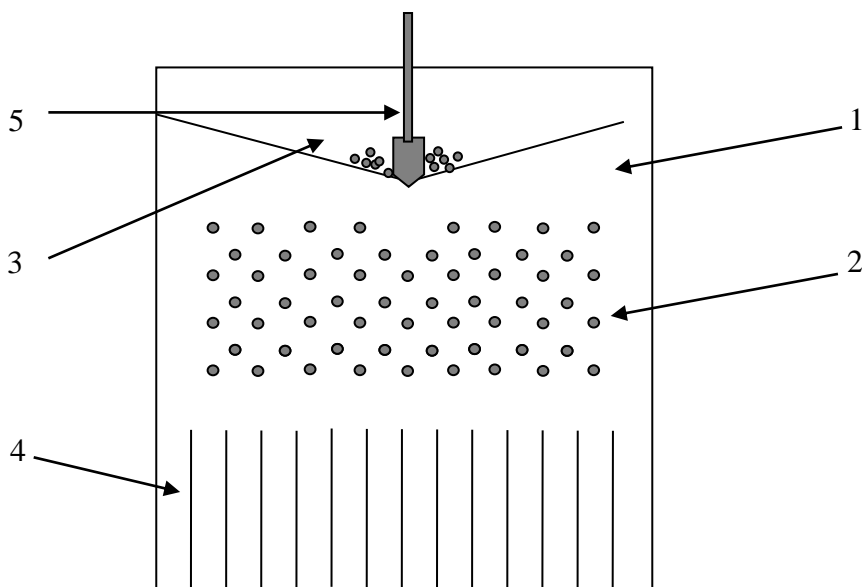


Рис. 11. Дошка Гальтона.

Під стрижнями розташовані  $k_{\text{МАКС}} = 25$  однакових комірок, які розділені перегородками 4 однакової висоти. У верхній частині дошки розташований бункер з маленьким кульками. Кульки утримуються в бункері стрижнем 5, що закриває отвір, через який вони можуть висипатися з бункера. Лицьова частина дошки закрита оргсклом. Випускний отвір бункера для кульок розміщений над 13-ю коміркою.

Якби не було стрижнів, то кульки, випущені з бункера, потрапили б в 13-у комірку. У нашому ж досліді кулька, ударяючись у стрижні, може потрапити практично в будь-яку комірку. Інакше кажучи, попадання кульки в ту або іншу комірку носить випадковий характер. Якщо випустити велике число кульок, то вони

розташуються у комірках дошки Гальтона так, як показано на рис. 11. Якщо дослід проведено акуратно, то одержана крива повинна бути схожа на теоретичну криву розподілу Гауса для випадкової величини.

Підрахуємо, скільки кульок знаходиться в кожній комірці. Тоді статистична ймовірність попадання кульки в будь-яку комірку дорівнює відношенню кількості кульок, що потрапили в цю комірку до суми кульок у всіх комірках. Для визначення ймовірності попадання кульок в ту або іншу комірку незручно рахувати кількість кульок в комірках. Тому поступають таким чином: вимірюють висоту стовпчика кульок в кожній комірці, а потім підсумовують висоти по всіх 25 комірках, тоді ймовірність  $P_i$  попадання кульки в  $i$ -у комірку:

$$P_i = \frac{h_i}{\sum_{i=1}^{25} h_i} . \quad (32)$$

Отже, ми одержуємо експериментальну криву ймовірності  $P_i$  залежно від номера комірки  $x_i$ .

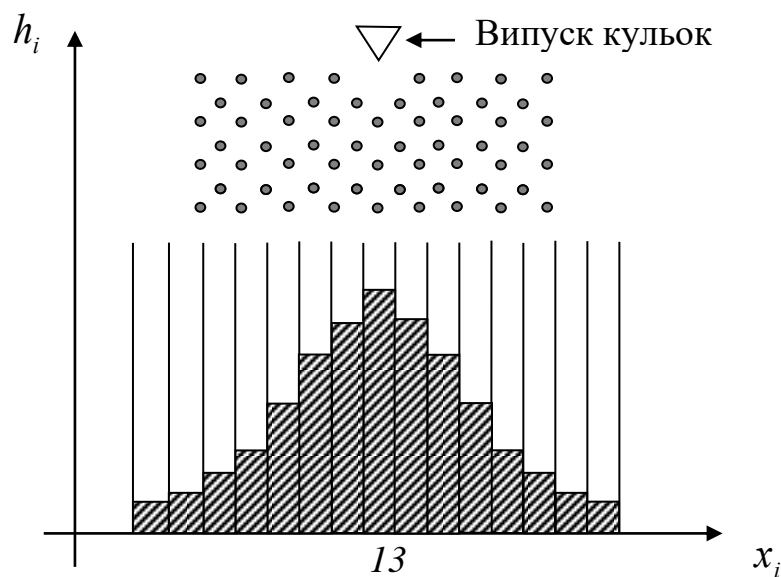


Рис. 11. Гістограма розподілу Гауса.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Перед початком роботи необхідно переконатися, що в комірках немає кульок.

1. Поступово випустити бункера всі кульки.

2. За допомогою лінійки виміряти висоти стовпчиків кульок у кожній комірці –  $h_i$  і занести результати в таблицю 1, округляючи їх до 0,5 см.

Таблиця 1

№ комірки $x_i$	$h_i$ , см	$P_i$	$x_i P_i$	$\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 P_i$	$\sigma_{\bar{x}}$	$f(x_i)$
1								
2								
3								
25								

3. Перевернувши дошку Гальтона, пересипати всі кульки у бункер, розташований у верхній частині дошки.

### Обробка результатів вимірювань

1. Підрахувати суму висот  $h_i$  у всіх комірках  $\sum_{i=1}^{25} h_i$ .
2. За формулою (32) визначити експериментальне значення ймовірності попадання кульки в кожен комірку  $P_i = P(h_i)$ . Результати занести в таблицю.
3. Обчислити добуток  $x_i P_i$  і теж занести у відповідний стовпчик таблиці 1. Підрахувати середнє значення, яке визначається координатою випускного отвору за формулою (7), узявши  $P_i$ , отримане в пункті 2.
4. Обчислити величину  $(x_i - \bar{x})^2$  і занести в таблицю 1.
5. Обчислити і занести в таблицю значення  $(x_i - \bar{x})^2 P_i$ .
6. За формулою (8) визначити середнє квадратичне відхилення  $\sigma_{\bar{x}}$ .
7. Із використанням одержаних значень  $\bar{x}$  та  $\sigma_{\bar{x}}$  обчислити за формулою (9) значення функції розподілу густини ймовірності  $f(x_i)$ .
8. У одних і тих же осях координат побудувати гістограму  $P_i = P(x_i)$  та графік функції густини ймовірності  $f(x)$  залежно від координати  $x_i$ . Порівняти одержані результати.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке випадкова величина? Який процес називається випадковим?
2. Як обчислити середнє значення дискретної, та неперервно змінної випадкової величини?
3. Що називається інтегральним законом розподілу випадкової величини?
4. Що таке функція розподілу густини ймовірності випадкової величини?
5. Запишіть основні властивості густини розподілу.
6. Вкажіть основні параметри, що характеризують закон розподілу густини ймовірності випадкової величини і поясніть їх зміст.
7. Який зв'язок між інтегральною функцією розподілу ймовірності і густиною розподілу? Запишіть основні властивості інтегральної функції розподілу випадкової величини.
8. Дайте визначення дисперсії.
9. Що називається середнім квадратичним відхиленням?
10. Запишіть вираз для функції розподілу густини ймовірності неперервної випадкової величини в загальному випадку; запишіть і поясніть розподіл Гауса.
11. Яка ймовірність одержання випадковою величиною конкретного значення при дискретному розподілі? При неперервному розподілі?
12. Як впливає дисперсія випадкової величини на форму кривої розподілу?
13. У класичній фізиці має місце розподіл Максвела. Що це за розподіл і чим він відрізняється від нормального розподілу?
14. Як по гістограмі одержати характеристики розподілу випадкової величини?

## Лабораторна робота № 3

# ВИЗНАЧЕННЯ СТАЛОЇ БОЛЬЦМАНА

Мета роботи: експериментальне визначення сталої Больцмана, порівняння одержаного значення із табличними даними.

Прилади і матеріали: велика скляна посудина, водяний манометр, універсальний медичний шприц для ін'єкцій, етиловий ефір, термометр.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Найбільш простими об'єктами у молекулярній фізиці є ідеальні гази, які:

- складаються із молекул, розмірами яких можна знехтувати у порівнянні із відстанню між ними, між молекулами немає притягання і відштовхування;
- у довільному досить малому об'ємі газу міститься дуже велика кількість молекул, у таких системах виникають нові статистичні, імовірнісні закономірності, суть яких зводиться до існування певних найбільш імовірних розподілів молекул за енергіями, координатами, імпульсами та ін.;
- зіткнення молекул між собою та стінками посудини відбуваються за законами пружних ударів, інтервал часу між зіткненнями значно більший, ніж час самих зіткнень. Зважаючи на це, у проміжках між зіткненнями молекули рухаються прямолінійно і рівномірно;
- за відсутності зовнішніх сил молекули розподілені рівномірно у всьому об'ємі, напрямки швидкостей молекул газу у рівноважному стані розподілені хаотично, тобто рух молекул носить хаотичний, невпорядкований характер. Хаотичність слід розуміти у тому сенсі, що система не зберігає ніякої інформації про своє минуле.

Отже, тепловий рух, по-перше, являє собою рух великого колективу частинок, по-друге, він хаотичний. Ці дві його ознаки – масовість об'єктів і хаотичність їхнього руху – якісно відрізняють тепловий рух від механічної форми руху.

До найбільш важливих характеристик ідеального газу входять тиск  $p$ , температура  $T$  та об'єм  $V$ . Зауважимо, температура

характеризує ступінь нагрітості тіла, зокрема ідеального газу, тиск – середнє значення сили, що діє на одиничну поверхню посудини, в якій знаходиться газ. Обидві ці величини, згідно молекулярно-кінетичної теорії, визначаються середньою кінетичною енергією молекул газу і мають статистичне тлумачення. Зокрема, тиск газу  $p$ , згідно основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії,

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_K \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}, \quad (1)$$

де  $n$  – концентрація, а  $\langle E_K \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$  – середня кінетична енергія молекул газу. Зважаючи на це, немає ніякого сенсу говорити про тиск однієї або декількох (мале число) молекул. Поняття тиску має статистичний характер.

Для ідеального газу зручно прийняти, що температура  $\Theta$  дорівнює двом третинам середньої кінетичної енергії молекул:

$$\Theta = \frac{2}{3} \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (2)$$

Це спростить вигляд основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії (1). Якщо позначити в такий спосіб означену температуру, то

$$p = n\Theta. \quad (3)$$

Для вимірювання температури можна використати довільні одиниці енергії. Проте історично склалося так, що для вимірювання температури було запропоновано спеціальні одиниці – градуси, або у системі СІ – Кельвін (К). Причина цього в тому, що вимірювати температуру навчилися раніше, ніж було з'ясовано фізичний зміст температури. Крім того, використання одиниць енергії у термометрії становить значні метрологічні труднощі.

Якщо вимірювати температуру  $T$  в Кельвінах (К), то потрібно ввести відповідний коефіцієнт, який переводить одиниці енергії в Кельвіни, Цей коефіцієнт позначають буквою  $k$ . Отже, дістанемо

$$\Theta = kT. \quad (4)$$

Множник  $k$ , який виражає співвідношення між одиницями енергії і термодинамічної температури  $T$ , називають *сталюю Больцмана*. Числове значення сталої Больцмана визначається дослідним шляхом, у системі СІ  $k = 1,380622 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.



Приведені вище міркування дозволяють записати основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії у вигляді

$$p = nkT, \quad (5)$$

яке дістало назву рівняння Больцмана. Враховуючи, що  $n = \frac{N}{V}$ ,

$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A$ , де  $N$  – загальна кількість молекул газу в об'ємі  $V$ ,  $\nu$  – кількість молів,  $m$  – маса газу,  $M$  – його молярна маса,  $N_A$  – число Авогадро (число молекул в одному молі газу), яке дорівнює  $6,02 \cdot 10^{23}$  ч/моль, одержуємо рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (6)$$

де  $R = kN_A$  – універсальна газова стала, яка дорівнює  $8,31$  Дж/(К·моль).

Якщо в посудині об'ємом  $V$  знаходиться суміш газів, які хімічно не реагують між собою, рівняння (4) і (5) набувають вигляду:

$$pV = (N_1 + N_2 + \dots)kT,$$

де  $N_1, N_2, \dots$  – числа молекул відповідних компонентів суміші.

Інакше це рівняння можна представити таким чином:

$$p = \left( \frac{N_1}{V} + \frac{N_2}{V} + \dots \right) kT = (n_1 + n_2 + \dots)kT = n_1kT + n_2kT + \dots \quad (7)$$

Звідси видно, що кожна група молекул чинить тиск, не залежний від того, який тиск чинять інші групи молекул. Пояснюється це тим, що в ідеальному газі між молекулами немає взаємодії. Вирази вигляду  $p_1 = \frac{N_1}{V} kT$ ,  $p_2 = \frac{N_2}{V} kT$  ... і т.д. є тиском кожної з компонент суміші, що займає об'єм  $V$ , тобто  $p_1, p_2$  і ін. є *парціальними тисками*. Таким чином, *парціальний тиск* якої-небудь компоненти – це такий тиск, який чинив би даний газ, якби він один займав весь об'єм, наданий суміші. Тиск суміші ідеальних газів, що хімічно не взаємодіють між собою, дорівнює сумі парціальних тисків її компонент:

$$p = p_1 + p_2 + \dots \quad (8)$$

Останній вираз є математичним формулюванням закону Дальтона, який використовується в роботі для визначення на досліді сталої Больцмана.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Схема установки, що застосовується для експериментального визначення сталої Больцмана  $k$ , приведена на рис. 1. На початку досліду велика посудина 3 відомого об'єму  $V$  за допомогою крана 1 з'єднується з атмосферою. Далі герметично закрита посудина через кран і гумові трубки сполучається до манометра 4, що має вигляд U-подібної скляної трубки з водою. Оскільки посудина заповнена повітрям при атмосферному тиску, рівні водяного стовпчика в обох колінах манометра, сполученого з посудиною, однакові.

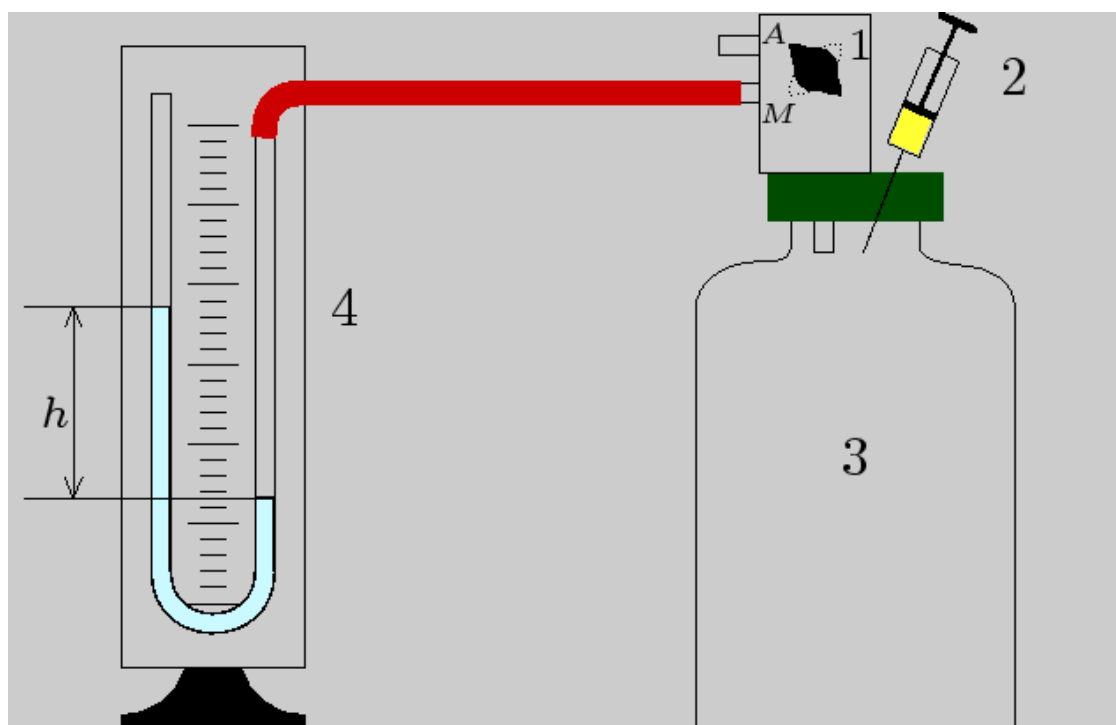


Рис. 1. Схематичне зображення установки для визначення сталої Больцмана:  
1 – кран, 2 – медичний шприц, 3 – скляна колба, 4 – водяний манометр.

У медичний шприц 2 набирають рідкий етиловий ефір і вводять його всередину посудини. Етиловий ефір (діетиловий ефір, сірчаний ефір, хімічна формула  $(C_2H_5)_2O$ ) – прозора легко летуча рідина із характерним запахом, має температуру замерзання мінус  $118,2^{\circ}C$ , температуру кипіння плюс  $34,6^{\circ}C$  та молярну масу  $74,12$  г/моль. За кімнатної температури густина ефіру  $0,713$  г/см<sup>3</sup>, тиск насичених парів  $\approx 520$  кПа. Ефір швидко випаровується і рівномірно розподіляється у всьому об'єму посудини. Хоч повітря є сумішшю газів (азоту, кисню, вуглекислого газу, парів води і т.п.), будемо вважати його однією компонентою з парціальним тиском  $p_{п}$ .

Загальний тиск, що встановиться в посудині, згідно закону Дальтона, буде дорівнювати сумі парціальних тисків повітря і парів ефіру  $p = p_{\text{П}} + p_E$ . Тому на воду в правому коліні манометра, що з'єднане з посудиною, буде діяти тиск  $p = p_{\text{П}} + p_E$ , а на відкритий кінець лівого коліна – лише тиск  $p_{\text{П}}$ . Унаслідок цього рівень води у колінах манометра змінюватиметься поки різниця гідростатичних тисків не стане дорівнювати  $\Delta p = p_{\text{П}} + p_E - p_{\text{П}} = p_E$ . Отже, парціальний тиск парів ефіру  $p_E$  врівноважується тиском різниці рівнів водяного стовпчика в колінах манометра і дорівнює гідростатичному тиску  $p_B$

$$p_E = \Delta p = \rho_B g h, \quad (9)$$

де  $\rho_B$  – густина води,  $h$  – різниця висот водяного стовпчика,  $g$  – прискорення сили земного тяжіння. Тиск відраховують після того, як рівень водяного стовпчика у колінах перестане збільшуватись. Температура парів ефіру при цьому дорівнює кімнатній.

Згідно рівняння Больцмана (4) парціальний тиск парів ефіру

$$p_E = n_E k T. \quad (10)$$

Концентрацію  $n_E$  молекул ефіру з відомою молярною масою  $M_E$  легко підрахувати, якщо відома маса ефіру  $m_E$ , що займає відповідний об'єм  $V$ . Розділивши масу газу  $m_E$  на молярну масу  $M_E$ , отримаємо число молів газу  $\nu_E = m_E / M_E$  в посудині, об'ємом  $V$ . Кожен моль газу містить число молекул, яке дорівнює числу Авогадро  $N_A$ . Відповідно, в даному об'ємі  $V$  міститься  $\nu N_A$  молекул. В одиниці об'єму їх міститься

$$n_E = \frac{m_E N_A}{M_E \cdot V}. \quad (11)$$

З урахуванням цього рівняння (10), набуває вигляду:

$$k = \frac{p_E \cdot M_E \cdot V}{m_E \cdot N_A \cdot T}. \quad (12)$$

Масу парів ефіру можна визначити, знаючи об'єм введеного у посудину рідкого ефіру  $V_E$  і його густину  $\rho_E$

$$m_E = \rho_E V_E. \quad (13)$$

Підставивши формули (9) і (13) у формулу (12), дістанемо кінцеву робочу формулу для обчислення сталої Больцмана

$$k = \frac{\rho_B g h \cdot M_E V}{\rho_E V_E N_A T}. \quad (14)$$

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Вирівняти тиск у посудині з атмосферним; для цього відкрити кран 1 на 1 – 2 хвилини, а потім перевести його у положення, при якому посудина від'єднана від атмосфери і сполучена із правим коліном водяного манометра.
2. Виміряти кімнатну температуру. Виразити її в Кельвінах.
3. Набрати у медичний шприц (1 – 2,5) см<sup>3</sup> етилового ефіру і обережно ввести його в середину скляної посудини.
4. Спостерігати за показами манометра: після досягнення максимальної різниці висот  $h$  води в колінах манометра, записати це значення.
5. Якщо тиск ефіру в колбі з часом зменшується (що видно по зміні різниці висот  $h$ ), то необхідно перевірити і усунути можливі шляхи витоку ефіру з колби. При неможливості повністю усунути витік ефіру (конструктивні недосконалості установки), необхідно знайти і врахувати поправку на негерметичність.
6. Для цього після виконання п.1 – 2:
  - а) набрати в шприц таку ж кількість ефіру, як в попередньому досліді;
  - б) ввести ефір в колбу, одночасно увімкнувши секундомір; почати записувати значення висоти  $h$  і часу  $t$  через певні проміжки часу (які залежать від швидкості зменшення висоти  $h$ );
  - в) побудувати графік залежності  $h$  від  $t$ . При наявності маленького отвору в посудині з газом, тиск  $p$  якого більший за тиск  $p_{\Pi}$  ззовні посудини, тиск в ній зменшується за законом (див. Додаток):

$$p - p_{\Pi} = (p_M - p_{\Pi}) \exp(-t/\tau), \quad (15)$$

де  $\tau$  – час релаксації,  $p_M$  – максимальне (початкове) значення тиску. Тут враховано, що у нашому досліді тиск парів ефіру ззовні колби можна вважати таким, що дорівнює нулеві. Врахуємо, що  $p - p_{\Pi} = \Delta p = \rho g h$  і прологарифмуємо рівняння (15). Тоді, одержимо:

$$\ln h = \ln h_M - \frac{t}{\tau}; \quad (16)$$

г) побудувати графік  $h(t)$  в напівлогарифмічному масштабі: по горизонтальній осі відкласти значення часу, по вертикальній –

- відповідні значення  $\ln h$ . Як видно з рівняння (16), це буде пряма лінія з тангенсом кута нахилу  $-1/\tau$ ;
- д) екстраполяцією прямої до значення  $t = 0$ , визначити початкове значення  $h_M$ , а по тангенсу кута нахилу – час релаксації  $\tau$  (час, протягом якого тиск ефіру в колбі зменшиться в  $e \approx 2,7$  рази).
7. Враховуючи вимірний раніше і вказаний на лабораторному макеті об'єм посудини  $V$  та молярну масу етилового ефіру  $M_E=0,074\text{кг/моль}$ , підставити знайдені значення всіх величин у формулу (14) і визначити сталу Больцмана. Всі результати занести у відповідну таблицю.
8. Зробити оцінку похибок вимірювань окремих величин, зокрема об'єму ефіру  $V_E$  та кінцевого результату; зробити висновки до роботи.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що називається сталою Больцмана:
  - а) множник  $k$ , що виражає співвідношення між одиницею енергії і одиницею температури – Кельвіном;
  - б) постійна, що дорівнює  $1,38066 \cdot 10^{-23} \text{Дж/К}$ ;
  - в) це відношення роботи розширення при постійному тиску одного моля газу в результаті нагрівання його на один градус до числа молекул в молі речовини?
2. Вкажіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів:
  - а)  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ; б)  $p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{2}{3} nE$ ; в)  $pV = Rt$ ; г)  $pV^\gamma = const$ .
3. Яке із визначень найбільш повно розкриває фізичний зміст універсальної газової сталої:
  - а) робота розширення газу при нагріванні;
  - б) робота ізобаричного розширення одного моля газу при нагріванні його на один Кельвін;
  - в) постійна, що дорівнює  $8,31 \times 10^3 \text{Дж/(кмоль} \cdot \text{К)}$ ?
4. Вкажіть, у якому випадку речовину можна назвати ідеальним газом:
  - а) якщо речовина знаходиться в стані, що утворений її насиченими парами;
  - б) якщо можна знехтувати силами взаємодії молекул і їх

розмірами;

в) якщо газ знаходиться при високому тиску.

5. Чому дорівнює кінетична енергія поступального руху всіх молекул одного моля газу:

а)  $\frac{3}{2}RT$ ;      б)  $3RT \frac{m}{M}$ ;      в)  $\frac{3}{2}kT$ ;      г)  $\frac{5}{2}kT$  ?

6. Чому дорівнює середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули газу:

а)  $\frac{3}{2}RT$ ;      б)  $3kT$ ;      в)  $\frac{3}{2}kT$ ;      г)  $\frac{5}{2}kT$  ?

7. Вкажіть формулу, що дозволяє обчислити середню квадратичну швидкість газових молекул:

а)  $\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ ;      б)  $\sqrt{\frac{2RT}{M}}$ ;      в)  $\frac{\sum v_i}{N}$ ;      г)  $\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ ,

тут  $v_i$  - швидкість однієї молекули,  $N$  - число молекул.

8. Чому в даній роботі в якості робочої речовини вибрали етиловий ефір?

9. Чи покращиться точність визначення сталої Больцмана, якщо в якості манометричної рідини замість води використати ртуть?

10. Чим обмежується максимальна кількість ефіру, яка може бути введена у

11. Який фізичний зміст часу релаксації?

## ДОДАТОК

### Вивід формули (15).

Нехай у стінці посудини з газом (повітрям та ефіром), тиск  $p$  якого у довільний початковий момент часу більший за атмосферний  $p_{II}$ , є невеликий отвір. Тоді, за час  $dt$  певна кількість молекул повітря будуть виходити з посудини. Допустимо, що отвір має циліндричну форму радіусом  $R$  та довжиною  $l$ . Маса газу  $dm$ , яка витекла з посудини за час  $dt$ , може бути обчислена із використанням формули Пуазейля, згідно якої

$$dm = \frac{\rho_{II} \pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{p - p_{II}}{l} dt, \quad (16)$$

де  $\rho_{\Gamma}$  – густина газу,  $\eta$  – його в'язкість,  $p - p_{\Pi}$  – різниця тисків на кінцях отвору. Припущення про те, що отвір має циліндричну форму не є принциповим, тобто формулу (16) можна переписати у вигляді

$$dm = B(p - p_{\Pi})dt ,$$

де  $B$  – деякий коефіцієнт, який враховує геометричні параметри отвору і фізичні властивості газу, які є незмінними при проведенні досліду.

На таку ж величину  $dm$  зменшиться маса газу у посудині з сумішшю повітря і ефіру. Використовуючи рівняння Клапейрона-

Менделєєва  $pV = \frac{m}{M}RT$ , одержимо

$$-dm = \frac{VM}{RT} dp = Cdp , \quad (17)$$

де  $C = \frac{VM}{RT}$  – деяка нова константа нашого досліду. Знак “–” (означає) зменшення маси газу у посудині. Порівнюючи формули (16) та (17), одержимо

$$Cdp = -B(p - p_{\Pi})dt, \quad \text{або} \quad \frac{dp}{p - p_{\Pi}} = -\frac{B}{C}dt = -Adt . \quad (18)$$

Інтегруючи останнє рівняння (враховуючи, що  $p_{\Pi} = const$ ), одержимо:

$$\int_{p_M}^p \frac{dp}{p - p_{\Pi}} = -A \int_0^t dt , \quad \text{або} \quad \ln(p - p_{\Pi}) \Big|_{p_M}^p = -At .$$

Звідки

$$\frac{p - p_{\Pi}}{p_M - p_{\Pi}} = e^{-At} , \quad \text{або} \quad (p - p_{\Pi}) = (p_M - p_{\Pi}) e^{-\frac{t}{\tau}} ,$$

що співпадає з формулою (15). Величина  $\tau = \frac{1}{A}$  – має зміст часу релаксації, тобто часу, протягом якого різниця тисків в посудині і ззовні в наслідок витоку газу зменшиться в  $e$  раз.

## Лабораторна робота № 4

### МОДЕЛЮВАННЯ БРОУНІВСЬКОГО РУХУ

Мета роботи: вивчення можливостей комп'ютерного моделювання фізичних явищ, зокрема броунівського руху, одержання навиків обробки результатів статистичних спостережень, розрахунок сталої Больцмана.

Прилади і матеріали: комп'ютер IBM PC, програми моделювання молекулярних явищ.

#### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Одним із прямих підтверджень існування теплового хаотичного руху молекул речовини є броунівський рух. Він був відкритий в 1827 році англійським ботаніком Робертом Броуном при спостереженні за допомогою мікроскопа завислих у воді частинок квіткового пилку. Броунівський рух – це безладний рух завислих у рідині або газі макроскопічних частинок під дією хаотичних ударів молекул, які зумовлені їх тепловим рухом.

Експериментально було встановлено, що інтенсивність броунівського руху зростає з підвищенням температури  $T$ , із зменшенням розміру частинки  $r$  та в'язкості середовища  $\eta$  і не залежить від матеріалу частинки. При цьому середнє значення квадрату зміщення броунівської частинки  $\langle R^2 \rangle$  пропорціональне часу

$$\langle R^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta r} t, \quad \text{звідки} \quad k = \frac{\pi\eta \cdot r}{T} \cdot \frac{\langle R^2 \rangle}{t}. \quad (1)$$

На рис.1 показано траєкторії руху броунівських частинок (пунктирна лінія), їх переміщення за однакові проміжки часу  $\Delta t$  (ламана лінія) та зміщення  $\vec{R}_{ij}$  від початкового моменту часу. Цей рисунок дає дуже наближене уявлення про рух частинок, тому що в дійсності величина і напрямок швидкості змінюється при кожному зіткненні з молекулою середовища.

Послідовне пояснення броунівського руху дали Альберт Ейнштейн (1879-1955) і Маріан Смолуховський (1872-1917) на основі молекулярно-кінетичної теорії. За цією теорією молекули газу або



рідини знаходяться в постійному хаотичному (тепловому) русі, причому швидкості окремих молекул відрізняються як за величиною, так і за напрямом. Броунівський рух зумовлений поштовхами при зіткненні молекул рідини з завислою частинкою. Напрямок і величина рівнодійної сили ударів молекул змінюється з великою частотою, внаслідок чого відбувається зміна напрямку руху броунівської частинки. Відносно великі частинки під дією поштовхів набувають невеликих прискорень, тому їх швидкість практично не змінюється, і частинка лишається майже нерухомою. Внаслідок цього вдається спостерігати броунівський рух лише досить дрібних частинок.

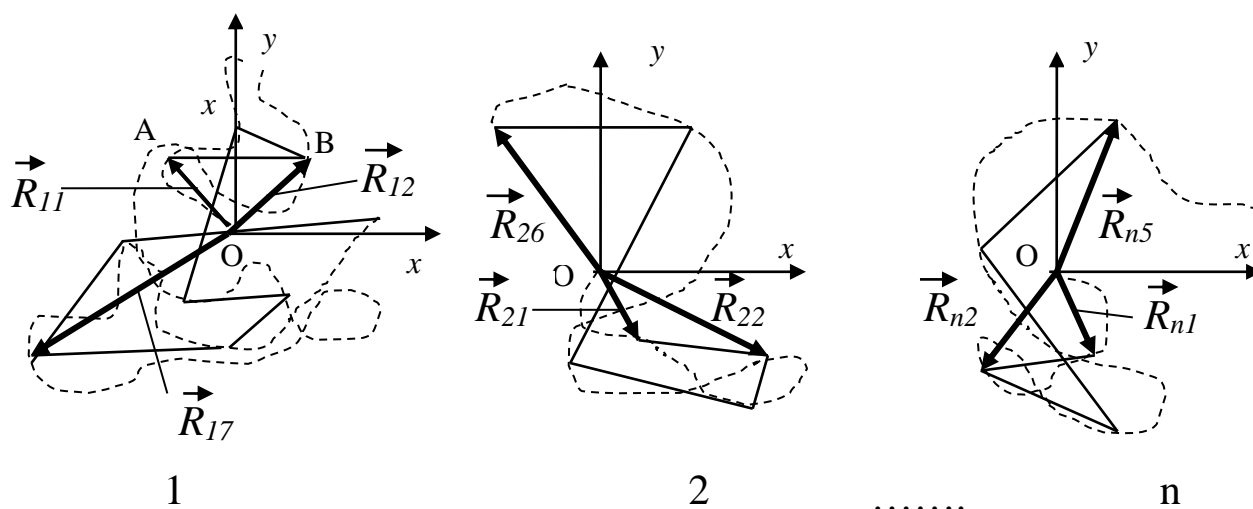


Рис. 1. Траєкторії, переміщення та зміщення броунівських частинок.

Незважаючи на випадковий характер величини і напрямку сили, що діє на броунівську частинку, хаотичний броунівський рух підлягає певній закономірності, що виражається законом Ейнштейна: середнє значення квадрату зміщення броунівської частинки пропорційне часові, за який відбувається це зміщення. Одержимо цю залежність. Розглянемо проекцію зміщення частинки на довільний напрямок  $x$ . Рівняння руху частинки за напрямком  $x$  має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_1 + F_2, \quad (2)$$

де  $m$  – маса частинки,  $F_1$  – проекція на вісь  $x$  випадкової сумарної сили ударів молекул, що перебувають в тепловому русі,  $F_2$  – проекція на цей же напрямок сили опору середовища, зумовленої в'язкістю

рідини. За законом Стокса ця сила пропорціональна швидкості руху частинки і дорівнює:

$$F_2 = -6\pi\eta r \frac{dx}{dt},$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості рідини,  $r$  – радіус частинки. Знак “–” означає, що сила  $F_2$  спрямована проти напрямку руху частинки. Потрібно зауважити, що сила  $F_2$ , як і сила  $F_1$ , обумовлена ударами молекул. Однак, виникнення сили  $F_2$ , зумовлене ударами, зв'язаними з направленим рухом частинки відносно молекул, а сили  $F_1$  – з хаотичними ударами молекул.

Введемо позначення  $b=6\pi\eta r$  і підставимо значення  $F_2$  в (2):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_1 - b \frac{dx}{dt}. \quad (3)$$

Помножимо вираз (3) на  $x$ :

$$mx \frac{d^2 x}{dt^2} = xF_1 - bx \frac{dx}{dt}. \quad (4)$$

Враховуючи тотожності:

$$x \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} (x^2) - \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \quad \text{та} \quad x \cdot \frac{d x}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (x^2). \quad (5)$$

З урахуванням (5) наведемо (4) у вигляді:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} (x^2) - m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = xF_1 - b \frac{d}{dt} (x^2). \quad (6)$$

Сила  $F_1$  змінюється хаотично як за величиною, так і за напрямком, тому запишемо рівняння руху частинки через середні характеристики цього руху:  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\left\langle \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right\rangle$ ,  $\langle F_1 x \rangle$ .

Відповідні середні значення, які характеризують рух даної частинки, можна знайти, якщо  $n$  разів ( $n$  – велике число) виміряти відповідні величини однієї і тієї ж частинки через однакові інтервали часу  $\Delta t$ .

При усередненні (6) врахуємо, що  $\langle F_1 \rangle = 0$ ,  $\langle x \rangle = 0$ , тому що знаки проекції сили і зміщення в довільний момент часу рівноймовірні. Враховуючи також, що  $F_1$  та  $x$  – незалежні величини, одержимо:  $\langle F_1 x \rangle = 0$ . Із виразів  $\langle F_1 \rangle = 0$  і  $\langle x \rangle = 0$  ще не випливає, що  $\langle F_1 x \rangle = 0$ , однак, якщо при цьому  $F_1$  і  $x$  – незалежні випадкові величини, то  $\langle F_1 x \rangle = 0$ .

У результаті розглянутого усереднення вираз (6) матиме такий вигляд:

$$\frac{m}{2} \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle \right) - m \left\langle \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right\rangle = -\frac{b}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle. \quad (7)$$

Другий доданок рівняння (7) дорівнює подвоєному значенню середньої кінетичної енергії, що припадає на один ступінь вільності броунівської частинки, тобто

$$\frac{1}{2} m \left\langle \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{2} kT, \quad (8)$$

де  $T$  – абсолютна температура середовища,  $k$  – стала Больцмана.

Підставляючи (8) в (7), отримаємо:

$$\frac{m}{2} \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle \right) - kT = -\frac{b}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle, \quad (9)$$

або

$$\frac{d \left( \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle \right)}{1 - \frac{2kT}{b}} = -\frac{b}{m} dt. \quad (10)$$

Інтегруючи рівняння (10), одержимо:

$$\frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle - \frac{2kT}{b} = C \exp \left( -\frac{b}{m} t \right), \quad (11)$$

де  $C$  – стала інтегрування.

Для досить великого інтервалу часу ( $t \gg \frac{b}{m}$ ) права частина виразу (11) прямує до нуля, тому:

$$\frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{b}, \quad (12)$$

Останнє рівняння при інтегруванні (за умови, що при  $t=0$   $\langle x \rangle = 0$ ), дає вираз для середнього значення квадрата зміщення броунівської частинки за напрямком осі  $x$  (тут також враховано, що

$$\langle x^2 \rangle = 0 \text{ при } t=0) \quad \langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{b} \cdot t = \frac{kT}{3\pi\eta r} \cdot t, \quad (13)$$

Очевидно, що приведені вище викладки справедливі і для  $\langle y^2 \rangle$  та  $\langle z^2 \rangle$ . Враховуючи, що  $\langle R^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle = 3\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta r} \cdot t$ ,

отримаємо

$$k = \frac{\langle R^2 \rangle}{t} \cdot \frac{\pi\eta \cdot r}{T},$$

що співпадає з формулою (1).

Таким чином, знаючи радіус броунівської частинки  $r$ , а також середнє значення квадрата зміщення за відповідний інтервал часу  $t$ , за формулою (1) можна обчислити сталу Больцмана.

## **2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРОГРАМ**

В цій лабораторній роботі проводиться комп'ютерне моделювання руху броунівських частинок.

### **2.1. Програма A/Gassim/Brownian**

Комп'ютерне моделювання броунівського руху проводиться на двохмірній моделі ідеального газу. В прийнятій моделі броунівська частинка („частинка голубого кольору”) має масу в 100 раз більшу ніж маса молекул („чорні частинки”). На дисплеї відображається рух броунівської частинки під впливом ударів окремих молекул в режимі реального часу з показом або без показу її траєкторії. В діалоговому вікні приводиться часова залежність середньої кінетичної енергії однієї молекули (чорна лінія) та кінетична енергія броунівської частинки (червона лінія). Як видно, середня енергія броунівської частинки (усереднення за великий проміжок часу) така сама як і окремої молекули, тобто середня енергія теплового руху не залежить від маси (розміру) частинки.

### **2.2. Програма A/ MFTI/Brownian**

У програмі також використовується двохмірна модель ідеального газу. В якості броунівської частинки вибирається диск суттєво більших розмірів і маси ніж молекула. Комп'ютер розраховує зіткнення молекул з броунівською частинкою за законами механіки (пружний удар) і будує траєкторію руху броунівської частинки, а також графік залежності квадрату зміщення від часу для кожної частинки. Для більшої наочності рух частинки можна спостерігати одночасно у двох вікнах із різними масштабами.

### **2.3. Моделювання досліду Перена (Програма A/ Qbasic/Brownnew)**

У цій програмі на дисплеї відображається положення кількох броунівських частинок (від 1 до 8) через однакові проміжки часу  $\Delta t$ . Ці положення з'єднуються прямими лініями, тобто зображаються зміщення частинки за час  $\Delta t$ . Такі ламані лінії приводяться для кожної

частинки іншим кольором. Далі на дисплей виводиться таблиця, в якій приведені координати частинок у фіксовані моменти часу  $0, \Delta t, 2\Delta t \dots n\Delta t$ .

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Одержану таблицю необхідно перенести у протокол лабораторної роботи, доповнивши її стовпчиками  $R_1^2, R_2^2 \dots R_n^2, \langle R^2 \rangle$ . Тут  $R_{ij}^2 = (x_{ij} - x_{i0})^2 + (y_{ij} - y_{i0})^2$ , де  $i$  – номер броунівської частинки,  $x_{i0}, y_{i0}$  – початкові координати  $i$ -тої частинки,  $j = 0, 1, 2 \dots n$ .

Таблиця 1. Залежність координат та квадратів зміщень броунівських частинок від часу

№ з.П	$x_1,$ МКМ	$y_1,$ МКМ	.....	$x_n,$ МКМ	$y_n,$ МКМ	$t,$ с	$R_1^2,$ МКМ <sup>2</sup>	.....	$R_n^2,$ МКМ <sup>2</sup>	$\langle R^2 \rangle,$ МКМ <sup>2</sup>
0.										
1.										
...										
n.										

Для знаходження сталої Больцмана побудувати графік  $\langle R^2 \rangle = f(t)$  (рис. 2). Методика побудови графіку приведена у Додатку. З кутового коефіцієнту  $a$  нахилу прямої

$$\langle R^2 \rangle = at \quad (14)$$

( $a = \frac{\Delta \langle R^2 \rangle}{\Delta t}$ ) легко знайти сталу  $k$ . З урахуванням двовірності моделей, які розглядались вище, у формулі (1) для  $\langle R^2 \rangle$  треба використати множник  $2/3$ , тому

$$k = \frac{\Delta \langle R^2 \rangle}{\Delta t} \cdot \frac{3\pi\eta \cdot r}{2T} = a \cdot \frac{3\pi\eta \cdot r}{2T}. \quad (15)$$

Інші параметри є такими:  $\eta=1.1$  мПа·с,  $r=2,7$  мкм,  $T=293$  К,  $\Delta t=100$ с,  $n=15$ .

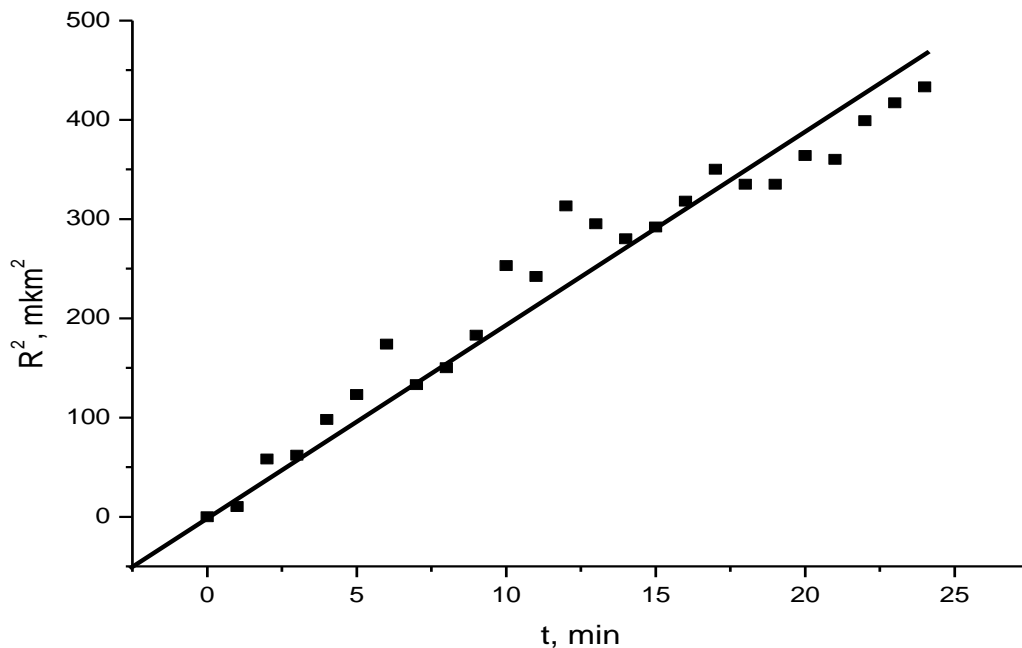


Рис. 2. Графік залежності середнього значення квадрату зміщення броунівської частинки від часу.

### Обробка та аналіз одержаних результатів та похибок

Для подальшого аналізу одержаних результатів необхідно визначити коефіцієнт  $a$  та за формулою (15) обчислити сталу Больцмана.

Оцінка похибки у визначенні сталої Больцмана проводиться наступним чином. Оскільки в'язкість середовища  $\eta$ , радіус броунівської частинки  $r$  та температура  $T$  в даній лабораторній роботі є заданими величинами, будемо вважати, що основним джерелом похибки у визначенні сталої  $k$  є похибка у визначенні параметру  $a$  – кутового коефіцієнту нахилу залежності  $\langle R^2 \rangle = at$ . Приведемо правило для визначення похибки, яку варто приписувати графічно знайденому параметру прямої лінії, що проходить через початок координат. Для знаходження стандартної похибки при визначенні параметру  $a$  розіб'ємо весь діапазон по осі  $t$  на три однакові частини. Саму ліву, найближчу до початку координат, не будемо приймати до уваги. Далі необхідно провести через початок координат дві прямі так, щоб вище однієї з них лежало  $2/3$ , а вище другої  $1/3$  експериментальних (одержаних при моделюванні) точок. Різниця в  $a$ , що відповідає цим прямим, визначає  $\Delta a_n = a_2 - a_1$ . Стандартна випадкова похибка  $a$  знаходиться за формулою  $S_n(\langle a \rangle) = \frac{\Delta a}{\sqrt{n}}$ , де  $n$  – повне число точок на графіку.

Систематичну частину ( $\Delta a_c$ ) похибки  $a$  оцінимо з точності визначення координат броунівської частинки яка, як видно з таблиці 1, становить  $\Delta x = \Delta y = \pm 1$  мкм, а також точності відліку ( $\Delta a_e$ ) на міліметровому папері (із значення  $R^2$ , що відповідає половині поділки – 0,5 мм). Будемо вважати, що вся похибка зосереджена на ділянці поблизу максимального часу спостереження  $t_{max}$ , тоді

$$\Delta a_c = \frac{\Delta(R^2)_c}{t_{max}} \approx \frac{4\sqrt{R^2} \Delta x}{t_{max}}, \quad \Delta a_e = \frac{\Delta(R^2)_e}{t_{max}}.$$

Загальна похибка у визначенні параметра  $a$  становитиме

$$\Delta a = \sqrt{[S_n(\langle a \rangle)]^2 + [\Delta a_c]^2 + [\Delta a_e]^2},$$

а відповідна похибка у визначенні сталої Больцмана

$$\Delta k = \Delta a \cdot \frac{3\pi\eta \cdot r}{2T}.$$

Для більш глибокого аналізу спробуйте оцінити похибку у випадку задання параметрів  $\eta$ ,  $r$ ,  $T$  та  $\Delta t$  такими значеннями:  $\eta = (1,10 \pm 0,05)$  мПа·с,  $r = (1 \pm 0,1)$  мкм,  $T = (293 \pm 1)$  К,  $\Delta t = (100 \pm 1)$  с.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що називається броунівським рухом?
2. Які основні закономірності броунівського руху?
3. Що ви розумієте під інтенсивністю броунівського руху?
4. Як за результатами спостереження броунівського руху можна визначити сталу Больцмана?
5. Якими способами визначається середнє значення квадрату зміщення броунівської частинки?
6. Як пов'язані між собою броунівський рух і дифузія?
7. Виведіть формулу Ейнштейна для броунівського руху.
8. Чим відрізняється двохмірне моделювання броунівського руху від реального трьохмірного?
9. Поясніть суть дослідів Перена.
10. Поясніть суть дослідів Капера для спостереження обертального броунівського руху.

## ДОДАТОК

### Побудова графічних залежностей та визначення їх параметрів

Для правильної побудови лінії  $\langle R^2 \rangle = f(t)$  використовують методи: вибраних точок; середніх значень; найменших квадратів; ортогональних багаточленів Чебишева.

#### 1. Метод вибраних точок.

На основі експериментальних точок  $x_i, y_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) будуються на міліметровій координатній сітці відповідні точки і проводиться плавна лінія, яка найбільш близько проходить біля експериментальних точок. Вибирається функція  $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_l)$  ( $l < n$ ), де  $a_1, a_2, \dots, a_l$  параметри вибраної функції. На лінії вибирається така кількість точок, яка дорівнює кількості невідомих параметрів  $l$ . При цьому вибрані точки не обов'язково повинні збігатися з експериментальними точками, але бажано, щоб вони були по можливості рівномірно розподілені на лінії. Далі знаходять координати вибраних точок  $x_j, y_j$  ( $j = 0, 1, 2, 3, \dots, l$ ). Розв'язуючи систему з  $l + 1$  рівнянь  $y_j = f(x_j, a_1, a_2, \dots, a_l)$ , знаходять потрібні параметри вибраної функції.

У нашому випадку  $\langle R^2 \rangle = f(t) = at$ , тобто є лінійною функцією, яка проходить через початок координат. Отже невідомим є тільки один параметр  $a$  вибраної функції, тому достатньо вибрати одну довільну точку на прямій і визначити  $a$  як

$$a = \langle R_j^2 \rangle / t_j.$$

#### 2. Метод середніх значень.

Метод вибраних точок включає в себе геометричні побудови з певною довільністю. Тому цей спосіб відшукування параметрів функції досить неточний і його застосовують тільки для попередніх оцінок результатів досліджень.

Ідея методу середніх значень полягає в наступному. Знайдемо для всіх експериментальних точок відхилення

$$f(x_j, a_1, a_2, \dots, a_l) - y_j = \Delta y_j.$$

Відхилення  $\Delta y_j$  являють собою відстані по вертикалі між експериментальними точками і графіком вибраної функції. При цьому величини  $\Delta y_j$  будуть як із знаком (+), так із знаком (-).



Відповідно до методу середніх значень найкращим буде розміщення лінії вибраної функції при тій умові, коли алгебраїчна сума всіх відхилень  $\Delta y_i$  дорівнює нулю, тобто

$$\sum_i \Delta y_i = 0.$$

Для нашого випадку

$$\begin{aligned} at_1 - \langle R_1^2 \rangle &= \Delta \langle R_1^2 \rangle, \\ at_2 - \langle R_2^2 \rangle &= \Delta \langle R_2^2 \rangle, \\ + & \dots\dots\dots \\ at_n - \langle R_n^2 \rangle &= \Delta \langle R_n^2 \rangle, \end{aligned}$$

---


$$a(t_1 + t_2 + \dots + t_n) - \langle R_1^2 \rangle - \langle R_2^2 \rangle - \dots - \langle R_n^2 \rangle = 0,$$

звідки

$$a = \frac{\langle R_1^2 \rangle + \langle R_2^2 \rangle + \dots + \langle R_n^2 \rangle}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

### 3. Метод найменших квадратів.

Метод найменших квадратів ґрунтується на тому, що значення параметрів  $a_1, a_2, \dots, a_l$  функції  $f(x_j, a_1, a_2, \dots, a_l)$  будуть найбільш ймовірними тоді, коли сума квадратів відхилень  $\Delta y_j$  буде мінімальною. При цьому значення відхилень повинні підлягати закону нормального розподілу.

Мірою відхилень є дисперсія  $\sigma^2$  або її наближений вираз – середній квадрат відхилень

$$\Delta S_n^2 = \frac{1}{n} \sum [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_l)]^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2.$$

У цьому виразі параметри  $a_1, a_2, \dots, a_l$  вважаємо незалежними змінними. Умовою мінімуму функції багатьох змінних буде рівність нулю частинних похідних першого порядку. З умови мінімуму дістанемо систему  $l$  рівнянь з такою ж самою кількістю невідомих

$$-2 \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_l)] \frac{\partial f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_l)}{\partial a_j} = 0.$$

Розв'язавши цю систему знаходять параметри  $a_1, a_2, \dots, a_l$  вибраної функції  $f(x, a_1, a_2, \dots, a_l)$ .

Для нашого випадку (вибраної нами функції  $\langle R_1^2 \rangle = at$ ) матимемо

$$\begin{aligned}
 (\langle R_1^2 \rangle - at_1)^2 &= \Delta \langle R_1^2 \rangle, \\
 (\langle R_2^2 \rangle - at_2)^2 &= \Delta \langle R_2^2 \rangle, \\
 + &\dots\dots\dots \\
 (\langle R_n^2 \rangle - at_n)^2 &= \Delta \langle R_n^2 \rangle,
 \end{aligned}$$

---


$$\begin{aligned}
 &(\langle R_1^2 \rangle - at_1)^2 + (\langle R_2^2 \rangle - at_2)^2 + \dots + (\langle R_n^2 \rangle - at_n)^2 - \\
 &(\Delta \langle R_1^2 \rangle + \Delta \langle R_2^2 \rangle + \dots + \Delta \langle R_n^2 \rangle) = \min.
 \end{aligned}$$

Диференціюючи цей вираз по  $a$  одержимо

$$-2(\langle R_1^2 \rangle - at_1)t_1 - (\langle R_2^2 \rangle - at_2)t_2 - \dots - 2(\langle R_n^2 \rangle - at_n)t_n = 0.$$

Звідки

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \langle R_i^2 \rangle t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}.$$

Для оцінки якості апроксимацій залежності середнього значення квадрату зміщення броунівської частинки  $\langle R^2 \rangle$  від часу  $t$  методами вибраних точок, середніх значень та методу найменших квадратів заповнити наступну таблицю.

Таблиця 2. Оцінка якості апроксимації залежності  $\overline{R^2}(t)$

№ з.п	t, с	$\langle R^2 \rangle$ , мкм <sup>2</sup>	метод вибраних точок $(\Delta \langle R^2 \rangle)^2$ , мкм <sup>4</sup>	метод середніх значень $(\Delta \langle R^2 \rangle)^2$ , мкм <sup>4</sup>	метод найменших квадратів $(\Delta \langle R^2 \rangle)^2$ , мкм <sup>4</sup>
0.					
1.					
...					
n.					
$S_n^2$	xxx	xxx			

Тут  $(\Delta \langle R_i^2 \rangle)^2 = (at_i - \langle R_i^2 \rangle)^2$ ,  $\Delta S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta \langle R_i^2 \rangle)^2$

Найкращою буде апроксимація з мінімальним значенням середньоквадратичного відхилення  $\Delta S_n^2$ .

## Лабораторна робота № 5

# ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА ТИСКУ ГАЗУ ЗА ДОПОМОГОЮ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Мета роботи: вивчення роботи газового термометра і визначення за його допомогою термічного коефіцієнта тиску повітря.

Прилади і матеріали: газовий термометр, барометр, U-подібний манометр, високоточний ртутний (рідинний) термометр, металічна посудина з вмонтованим в неї нагрівником (термостат).

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Ідеальний газ – це модель газу, молекули якого представляють собою маленькі кульки, відстань між якими набагато більша їхнього діаметру, а взаємодія зводиться до абсолютно пружних зіткнень.

Стан ідеального газу довільної маси описується рівнянням Клапейрона-Менделєєва

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

у якому  $M$  – молярна маса газу;  $R$  – універсальна газова стала;  $p$ ,  $V$ ,  $T$  – відповідно тиск, об'єм та температура газу.

Для 1 моля рівняння стану ідеального газу має такий вигляд:

$$pV_M = RT, \quad (2)$$

де  $V_M$  – об'єм 1 моля газу.

Перша похідна від рівняння (2), якщо вважати  $p = const$ , дає рівняння:

$$pdV_M = RdT,$$

у якому  $pdV_M = dA$  – є робота газу при збільшенні об'єму на  $dV_M$ .

Якщо прийняти  $\Delta T = 1$  К, при  $p = const$ , то

$$p \Delta V_M = R \Delta T = \Delta A = R$$

Універсальна газова стала  $R$  чисельно дорівнює роботі, яка виконується при ізобаричному розширенні 1 моля газу внаслідок його нагрівання на 1 К. В одиницях СІ  $R = 8,31$  Дж/моль·К.

Для ідеальних газів справедливі такі закони:

**Закон Бойля-Маріотта:** при  $T = const$  та  $m = const$  добуток числових значень тиску та об'єму газу є сталою величиною:

$$pV = \text{const.}$$

*Закон Гей-Люсака:* при  $p = \text{const}$  об'єм даної маси газу прямо пропорційний його абсолютній температурі:

$$V = V_0 T/T_0, \quad \text{або} \quad V = V_0(1 + \alpha \Delta T),$$

де  $V_0$  – об'єм газу при температурі  $T_0 = 273,15$  К;  $\Delta T = T - T_0$ ,  $\alpha = 1/273,15$  К<sup>-1</sup> – термічний коефіцієнт об'ємного розширення, який вважається однаковим для всіх ідеальних газів.

*Закон Шарля:* при  $V = \text{const}$  тиск даної маси газу прямо пропорційний абсолютній температурі:

$$p = p_0 T/T_0, \quad \text{або} \quad p = p_0(1 + \beta \Delta T),$$

де  $p_0$  – тиск газу при температурі  $T_0 = 273,15$  К;  $\beta = 1/273,15$  К<sup>-1</sup> – термічний коефіцієнт тиску.

*Закон Авогадро:* при однакових тисках та температурах в однакових об'ємах довільного газу міститься однакова кількість молекул.

*Закон Дальтона:* тиск суміші хімічно невзаємодіючих газів дорівнює сумі парціальних тисків кожного газу:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_J.$$

Під парціальними тисками  $p_1, p_2, \dots, p_J$  розуміють тиски, які створюють окремі компоненти газу в посудині такого ж об'єму.

Закони ідеального газу, застосовується для опису станів реальних газів тільки в області малих тисків і не дуже низьких температур. Однак ряд реальних газів, зокрема таких як водень та гелій, дуже близькі до ідеальних газів, а, отже, їх термічні коефіцієнти за однакових умов співпадають між собою у широкому температурному інтервалі і не залежать від природи (хімічного складу) газу. З іншого боку відомо, що при створенні емпіричних температурних шкал одним із джерел похибок є вибір термометричного тіла із добре відтворюваною у різних лабораторіях фізичною властивістю, яка вибрана як термометрична величина. Отже, незалежність термічного коефіцієнту тиску від його природи для ідеального газу дозволяє створювати добре відтворювані температурні шкали на основі газових термометрів. У таких термо-метрах використовується лінійна залежність тиску від температури (закон Шарля).

Температурний (термічний) коефіцієнт тиску (пружності) газу показує на скільки по відношенню до початкового збільшується тиск

газу (тобто, відносну зміну тиску), якщо його нагріти на 1 К при постійному об'ємі, і визначається за формулою:

$$\beta = \left( \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{1}{p} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta T} \right) \approx \frac{p - p_0}{p_0 t}, \quad (3)$$

де  $p_0$  – тиск газу при  $0^\circ\text{C}$ ,  $p$  – тиск газу при температурі  $t$  у  $^\circ\text{C}$ .

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва (1), за формулою (3) знайдемо значення  $\beta$  для ідеального газу:

$$\beta = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = \frac{1}{p} \cdot \frac{d}{dT} \left( \frac{1}{V} \frac{m}{M} RT \right) = \frac{1}{pV} \frac{m}{M} R = \frac{1}{T}, \quad (4)$$

звідки для  $0^\circ\text{C}$  ( $T=273\text{ K}$ ) отримуємо значення  $\beta = 1/273\text{ K}^{-1}$ .

Рівняння Клапейрона-Менделєєва описує поведінку ідеального газу, як сукупності точкових кульок, що практично не займають об'єм (маючи реальну масу  $m$ ). Це вірно в області не дуже високих тисків. Так, навіть для атмосферного тиску повітря, середній діаметр молекул якого  $d \approx 3 \cdot 10^{-10}\text{ м}$ , а кількість в  $1\text{ м}^3$  дорівнює  $n_L \approx 2,7 \cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$

(так зване *число Лошмідта*), сумарний їх об'єм становить  $\frac{\pi d^3}{6} \cdot n_L \approx 4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3$ . Це значно менше вільного об'єму, у якому можуть рухатися ці молекули ( $1\text{ м}^3$ ). Але якщо тиск підняти до 2000 атмосфер, власний об'єм молекул становитиме  $\approx 0,8\text{ м}^3$  і для їх вільного руху вже практично місця немає. Тому, у формулі Клапейрона-Менделєєва від об'єму посудини  $V$ , у якій знаходиться газ, необхідно відняти їх власний об'єм.

Крім того, на відстанях, більших за радіуси реальних молекул, між ними діють сили притягання. Це спричинює те, що тиск в реальному газі є більшим, ніж на стінки посудини та на відповідні датчики чи сенсори тиску.

Отже, щоб описати поведінку реального газу, необхідно враховувати, по-перше, лише той об'єм, де можуть рухатися молекули, по-друге, наявність додаткового тиску, обумовленого силами притягання між молекулами, які зменшують імпульс сили при їх зіткненні з реальною чи уявною стінкою. Відомо декілька таких поправок до об'єму і тиску, які модифікували рівняння Клапейрона-Менделєєва, але найбільше застосування одержали поправки Ван-дер-Ваальса і, відповідно, його рівняння:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT, \quad (5)$$

де  $v = \frac{m}{M}$  – кількість молів;  $a$  та  $b$  – поправки Ван-дер-Ваальса віднесені до одного моля конкретного реального газу (для 1 моля азоту  $a = 0,133 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ ,  $b = 4,0\cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ ).

Рівняння Ван-дер-Ваальса – це кубічне рівняння відносно об'єму, в якому параметром є температура  $T$ , і для 1 моля має вигляд

$$pV^3 - (pb + RT)V^2 + aV = ab. \quad (6)$$

Теоретичні графіки залежностей  $p(V)$  (ізотерми Ван-дер-Ваальса) для повітря за різних температур наведені на рис. 1а.

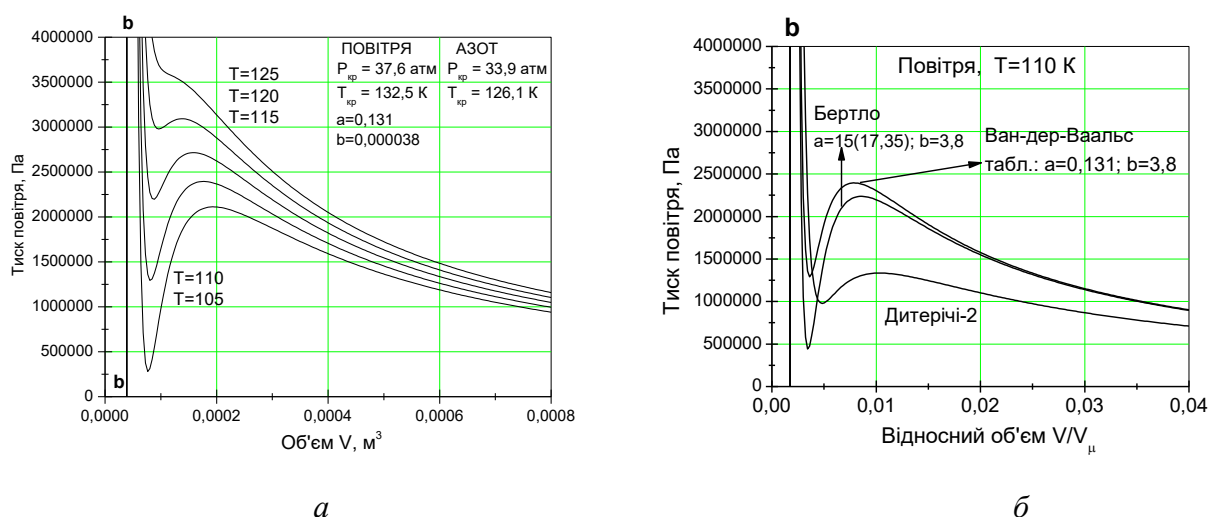


Рис. 1. Ізотерми реальних газів.

Для опису поведінки 1 моля реальних газів використовують також:

$$\text{рівняння Бертло} - \left(p + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = RT;$$

$$\text{рівняння Клаузіуса} - \left(p + \frac{a}{T(V + C)^2}\right)(V - b) = RT;$$

$$\text{рівняння Дитерічі} - \left(p + \frac{a}{V^{5/3}}\right)(V - b) = RT.$$

На рис. 1б приведені порівняльні графіки цих рівнянь для повітря.

Звісно, що при зменшенні об'єму тиск газу не може спадати, тому відповідна спадна ділянка на теоретичних кривих  $p(V)$  на практиці не

реалізується. На *експериментальних ізотермах* у більшості випадків цих ділянок немає, їх замінює пряма лінія постійного тиску, що відображає наявність *двофазного стану* “рідина-пара”. Різке, майже вертикальне, зростання тиску при дуже незначному зменшенні об’єму речовини відповідає вже стану рідини.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

У даній лабораторній роботі потрібно визначити термічний коефіцієнт тиску повітря. З цією метою знайдемо за законом Шарля для двох значень температур тиски повітря масою  $m$  і об’ємом  $V$ , які не змінюються при нагріванні від  $t_1$  до  $t_2$  (°C):

$$p_1 = p_0(1 + \beta t_1) \quad p_2 = p_0(1 + \beta t_2).$$

Поділивши  $p_1$  на  $p_2$  та розв’язавши одержаний вираз відносно  $\beta$  одержимо:

$$\beta = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1}. \quad (7)$$

Отже, за відомими тиском і температурою двох станів *одної і тої ж маси* газу (при незмінному об’ємі), можна визначити термічний коефіцієнт тиску. Використовуючи рівняння стану ідеального газу Клапейрона-Менделєєва, можна показати, що таким же буде і термічний коефіцієнт об’ємного розширення.

Одним з найбільш точних методів визначення термічного коефіцієнта тиску газу є метод газового термометра конструкції В.В. Лермантова. Такий термометр складається (див. рис. 2) із скляної колби 1, з’єднаної скляною трубкою 2 з лівим коліном 7 відкритого водяного манометра. Колба розташована в термостаті 9 з нагрівником і термометром 10. Трубка 2 має кран 3, який служить для наповнення колби 1 сухим досліджуваним газом (повітрям, азотом, воднем). Ліве коліно манометра 7 з’єднане з правим 5 гумовою трубкою 6, що

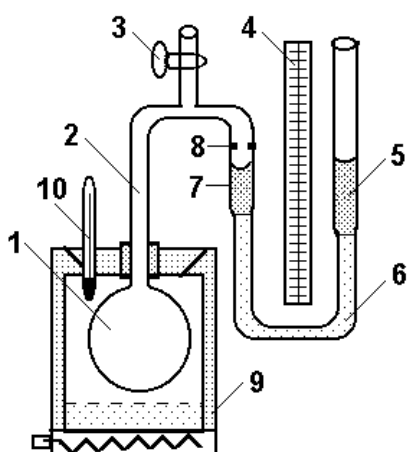


Рис. 2. Загальний вид газового термометра

Ліве коліно манометра 7 з’єднане з правим 5 гумовою трубкою 6, що

дозволяє рухати праве коліно вздовж вертикальної шкали 4, поділеної на міліметри. При визначенні термічного коефіцієнта тиску газу його об'єм має залишатись сталим. З цією метою на трубці 7 нанесена спеціальна мітка 8, до якої підводять рівень рідини у лівому коліні манометра при кожному вимірюваннях тиску, рухаючи вертикально праве коліно. У цій роботі використовується лабораторний термостат для стабілізації заданої температури води в термостаті, а отже, і газу в балоні газового термометра, зануреного в цю воду. Змінюючи температуру води в термостаті, змінюють температуру повітря в балоні. Після досягнення заданої температури води, її стабілізації і встановлення теплової рівноваги з повітрям в колбі газового термометра, проводять вимірювання.

У формулі (7) не враховано розширення стінок балона при нагріванні, отже, і збільшення ємності балона, в якому міститься досліджуваній газ. Урахування зміни об'єму балона при нагріванні дає більш точну формулу:

$$\beta = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1} + 3\gamma \frac{p_2 t_2 - p_1 t_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1},$$

де  $3\gamma$  – коефіцієнт об'ємного розширення скла, який дорівнює  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  ( $\gamma$  – коефіцієнт лінійного термічного розширення скла).

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Відкрити кран 3 і заповнити газовий термометр повітрям при кімнатній температурі, при цьому тиск у колбі 1 стає таким, як атмосферний  $p_A$ .
2. Налити в термостат воду (до мітки).
3. Опустити колбу в термостат так, щоб вона повністю занурилася у воду.
4. Визначити початкову температуру  $t$  води в термостаті; якщо вона дорівнює температурі навколишнього середовища, то різниця висот стовпчиків води в лівому і правому колінах водяного манометра  $h_1 = 0$ . Тоді початковий тиск  $p_1$  досліджуваного газу (повітря) в колбі дорівнює атмосферному  $p_A$  ( $p_1 = p_A$ ).
5. Ввімкнути електронагрівник термостата. Із збільшенням температури повітря в колбі, рівень води в лівому коліні манометра понизиться, а в правому – підвищиться. Після збільшення температури на  $2 - 4 \text{ }^\circ\text{C}$ , її стабілізації і встановлення



теплової рівноваги з повітрям колби виміряти різницю висот  $h_2$  в колінах манометра при температурі  $t_2$ . В цьому випадку тиск повітря  $p_2$  в колбі 1 дорівнює:  $p_2 = p_A + \rho g h_2$ , де  $\rho$  – густина рідини (води) в манометрі.

6. Підставити у формулу (7) значення  $p_1$  і  $p_2$ , тоді термічний коефіцієнт тиску повітря:

$$\beta = \frac{\rho g h_2}{p_A \cdot t_2 - (p_A + \rho g h_2) \cdot t_1}. \quad (8)$$

7. Знову нагріти повітря в колбі 1 ще на  $2 - 3$  °С та застabilізувати температуру  $t_3$ . Різниця рівнів  $h_3$  води в лівому та правому колінах дозволяє визначити тиск повітря  $p_3$ , що встановиться в колбі 1 при температурі  $t_3$ :  $p_3 = p_A + \rho g h_3$ .

8. Підставити в формулу (7) значення  $p_2$  при температурі  $t_2$  і одержане значення  $p_3$  та знову визначити термічний коефіцієнт тиску повітря  $\beta$ :

$$\beta = \frac{p_3 - p_2}{p_2 t_3 - p_3 t_2} = \frac{h_3 - h_2}{\frac{p_A}{\rho g} (t_3 - t_2) - (h_2 t_3 - h_3 t_2)}. \quad (9)$$

9. При великій різниці рівнів рідини в колінах манометра, тобто значному тиску газу (повітря) в колбі, можливий витік його через негерметичні з'єднання трубок манометра. Тому вимірювання необхідно проводити при невеликій різниці висот  $h$  і періодично зменшувати тиск повітря в балоні до атмосферного, відкривши кран 3, або охолоджуючи його.

10. Повторити вимірювання декілька разів, обчислити середнє значення  $\beta$ , абсолютну та відносну похибки. Вказати систематичну похибку, обумовлену конструкцією газового термометра.

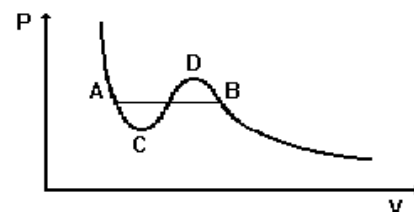
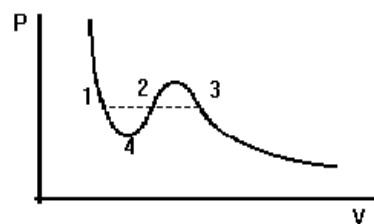
11. Порівняти отримане значення  $\beta$  з теоретичним для ідеального газу, відмітити можливі причини, що можуть привести до розбіжності цих значень.

12. Зробити аналіз результатів і висновки.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Яка розмірність і фізичний зміст коефіцієнта  $\beta$ ?
2. Чи дотримані методичні умови проведення даного експерименту?
3. Який процес називають ізобаричним; ізотермічним; ізохоричним?

4. Назвіть газові закони для ідеального газу.
5. Яка відмінність між ідеальним і реальним газами ?
6. В якому випадку реальні гази можна розглядати як ідеальні ?
  - а) коли відстань між молекулами реального газу порівняна з розмірами самих молекул;
  - б) реальні гази можна розглядати як ідеальні тільки при таких розрідженнях, коли середня віддаль між молекулами стає набагато більша розмірів молекул і властивості газів визначаються концентрацією молекул, а не їх взаємодією;
  - в) при високих тисках і низьких температурах.
7. Що ми розуміємо під термометричною речовиною і термометричним параметром в газовому термометрі ?
8. Які з приведених виразів відповідають рівнянню Ван-дер-Ваальса:
  - а)  $pV=RT$ ; б)  $p(V+b)=RT$ ; в)  $(p+a/V^2)(V+b)=RT$ ;
  - г)  $(p+a/V^2)(V-b)=RT$ .
9. Що враховує поправка "а" в рівнянні Ван-дер-Ваальса ?
  - а) зіткнення молекул;
  - б) сили взаємодії між молекулами;
  - в) розмір молекул.
10. Яка із точок, вказаних на рисунку, відповідає появі рідини при зменшенні об'єму газу ?
  - а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.
11. Вкажіть ділянку теоретичної кривої Ван-дер-Ваальса, яка не може бути ні при яких умовах здійснена на практиці:
  - а) DB; б) AC; в) CD; г) AB.
12. Чому відповідає ділянка АВ експериментальної ізотерми реального газу?
13. Чим відрізняється конструкція лабораторного устаткування від приведенного в описі?



## Лабораторна робота № 6

# ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВОЛОГОГО ПОВІТРЯ

Мета роботи: вивчення методики та визначення параметрів вологого повітря і отримання навиків в роботі з вимірювальними приладами.

Прилади і матеріали: аспіраційний психрометр Ассмана, дистильована вода, гігрометр Ламбрехта, ртутний термометр, посудина Дюара з льодом, мідний диск з стержнем, диференціальна термопара, мікровольтметр, етиловий ефір, гумова груша і піпетка.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Атмосферне повітря – це суміш газів, яка містить 75,55% азоту, 23,1% кисню, 0,3–0,4% вуглекислого газу, *водяну пару* та незначну кількість інертних та інших газів. Повітря, що не містить водяної пари, називається *сухим повітрям*. Хоч сухе повітря – це, у свою чергу, суміш газів, ми будемо розглядати його як єдине ціле, так як його склад у процесах, які ми розглядатимемо, змінюватись не буде. У природі сухе повітря не зустрічається, оскільки атмосферне повітря знаходиться у безпосередньому контакті з водою (льодом) океанів, морів, озер, річок і завжди містить деяку кількість водяної пари.

Суміш сухого повітря з водяною парою називається *вологим повітрям*. Для практики представляє інтерес повітря в основному при атмосферному тиску в інтервалі температур  $-50 - +100^{\circ}\text{C}$ . У цих умовах сухе повітря, або перший компонент, може знаходитись тільки в газоподібному стані і підкоряється законам ідеальних газів. Другий компонент може знаходитись як в газоподібному, так і в рідкому або твердому стані (пар – вода – лід). Вологе повітря широко використовується в сушильних і вентиляційних установках, пристроях кондиціонування повітря і т.д.

Характерна особливість процесів, що протікають у вологому повітрі, полягає в тому, що кількість водяної пари, яка міститься в повітрі, змінюється. При зниженні температури  $T$  або при ізотермічному стисненні пара може частково конденсуватись і навпаки, при підвищенні  $T$  або ізотермічному розширенні вода випаровується в повітря.

Суміш, що складається з сухого повітря і перегрітої водяної пари, називається *ненасиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск  $p_{п}$ , якій іноді називають пружністю водяної пари, в суміші менший тиску насичення  $p_H$ , тобто максимально можливого тиску водяної пари при даній температурі ( $p_{п} < p_H$ ). Температура пари при цьому вища за температуру її насичення при даному парціальному тиску.

У таблиці 1 приведені тиски насичення  $p_H$  та відповідна густина  $\rho_{пmax}$  водяної пари при температурах 0 – 100 °С. Аналітично тиск насиченої пари описується рівнянням фазової рівноваги Клапейрона-Клаузіуса

$$\frac{dp_H}{dT} = \frac{\lambda_M}{T(V_{MH} - V_{MB})},$$

яке має наближений розв'язок у вигляді

$$p_H = p_{H0} e^{\frac{\lambda_M}{RT}}$$

де  $\lambda_M$  – молярна теплота випаровування,  $V_{MH}$  та  $V_{MB}$  – відповідно молярні об'єми пари та рідини ( $V_{MH} > V_{MB}$ ).

Таблиця 1. Температурна залежність тиску і густини насиченої пари.

T, °C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$p_H$ , кПа	0,61	1,25	2,34	4,35	7,4	12,5	20,2	32,2	48,5	71,4	101,3
$\rho_H$ , г/м <sup>3</sup>	4,84	9,4	17,3	30,3	51,2	83,0	130	198	293	424	596

Суміш, що складається з сухого повітря і сухої насиченої водяної пари, називається *насиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск водяної пари в такій суміші дорівнює тиску насичення  $p_H$  для відповідної температури вологого повітря. Температура пари дорівнює температурі конденсації при даному парціальному тиску пари.

Суміш, що складається з сухого повітря і вологої насиченої водяної пари (тобто в повітрі є частинки сконденсованої пари (води), що знаходяться в завислому стані і випадають у вигляді роси), називається *перенасиченим* вологим повітрям. Парціальний тиск водяної пари при цьому дорівнює тиску насичення  $p_H$ . У цьому випадку температура вологого повітря називається температурою точки роси  $t_p$ . Якщо парціальний тиск водяної пари опиниться з яких-

небудь причин більшим  $p_H$ , то частина пари сконденсується у вигляді роси.

Основними показниками, що характеризують стан вологого повітря, є абсолютна та відносна вологість, густина, вміст вологи, ступінь насичення, теплоємність, ентальпія.

### 1.1. Абсолютна і відносна вологість повітря

Розрахунок параметрів вологого повітря проводиться з використанням рівняння Клапейрона-Менделєєва для ідеального газу

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

якому з достатнім наближенням підкоряється вологе повітря навіть близьке до насичення. Тут  $M$  – молярна маса повітря. Будемо розглядати вологе повітря як газову суміш, що складається з сухого повітря і водяної пари.

Згідно закону Дальтона, тиск  $p$  вологого повітря дорівнює:

$$p = p_0 + p_{II}, \quad (2)$$

де  $p_0$  – парціальний тиск сухого повітря,  $p_{II}$  – парціальний тиск водяної пари.

Запишемо рівняння Клапейрона – Менделєєва окремо для сухого повітря і водяної пари. Розв’язуючи одержані рівняння відносно маси сухого повітря  $m_0$  і маси водяної пари  $m_{II}$ , одержуємо:

$$m_0 = \frac{p_0 \cdot V}{R_0 \cdot T}, \quad \text{оскільки} \quad \frac{m_0}{V} = \rho_0, \quad \text{то} \quad \rho_0 = \frac{p_0}{R_0 \cdot T}, \quad (3)$$

$$m_{II} = \frac{p_{II} \cdot V}{R_{II} \cdot T}, \quad \text{оскільки} \quad \frac{m_{II}}{V} = \rho_{II}, \quad \text{то} \quad \rho_{II} = \frac{p_{II}}{R_{II} \cdot T}, \quad (4)$$

де  $V$  – об’єм газової суміші,  $\rho_0$  і  $\rho_{II}$  – густини сухого повітря і водяної пари,  $R_0 = R/M_0 = 287$  Дж/(кг·К),  $R_{II} = R/M_{II} = 461$  Дж/(кг·К); – газові постійні повітря і водяної пари,  $T$  – температура вологого повітря,  $R = 8,314$  Дж/(моль·К) – універсальна газова стала,  $M_0 = 0,029$  кг/моль,  $M_{II} = 0,018$  кг/моль – молярні маси повітря та водяної пари.

Маса водяної пари, що міститься в  $1 \text{ м}^3$  вологого повітря, називається *абсолютною вологістю*. Вона чисельно дорівнює густині водяної пари  $\rho_{II}$ .

*Відносною вологістю* називається відношення густини  $\rho_{II}$  пари (тобто абсолютної вологості) до максимально можливої абсолютної вологості (густиною  $\rho_{II\max}$ ) при даній температурі:

$$\varphi = \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_{\Pi \max}}. \quad (5)$$

Оскільки  $\rho_{\Pi}$  і  $\rho_{\Pi \max}$  визначаються при одній і тій же температурі вологого повітря, то з використанням формули (4) одержимо:

$$\varphi = \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_{\Pi \max}} = \frac{p_{\Pi}}{p_{\Pi \max}} = \frac{p_{\Pi}}{p_H}. \quad (6)$$

З (6) випливає, що відносна вологість  $\varphi$  визначає відношення парціального тиску водяної пари, яка знаходиться у вологому повітрі, до її парціального тиску насичення при даній температурі. Значення  $\varphi$  можна виражати у долях одиниці або у процентах. Так як  $p_{\Pi} < p_H$ , то відносна вологість може змінюватись від 0 до 1 або від 0% до 100%. Значення  $\varphi = 0$  відповідає сухому повітрю, а при  $\varphi = 1$  повітря повністю насичене водяною парою.

Густина вологого повітря дорівнює сумі густини сухого повітря  $\rho_0$  і густини водяної пари  $\rho_{\Pi}$ , які визначаються їх парціальним тиском і температурою вологого повітря. З використанням формул (3) і (4) та враховуючи, що  $p_0 = p - p_{\Pi}$  (див. формулу (2)), матимемо:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho_{\Pi} \\ &= \frac{1}{T} \left( \frac{p_0}{R_0} + \frac{p_{\Pi}}{R_{\Pi}} \right) = \frac{1}{TR} (p_0 M_0 + p_{\Pi} M_{\Pi}) = \frac{1}{TR} (p M_0 - p_{\Pi} (M_0 - M_{\Pi})) \end{aligned} \quad (8)$$

Підставляючи числові значення  $R$ ,  $M_0$  та  $M_{\Pi}$ , а також врахувавши, що  $p_{\Pi} = \varphi p_H$ , одержимо:

$$\rho = 0,00348 \frac{p}{T} - 0,00132 \frac{\varphi p_H}{T}. \quad (9)$$

У цій формулі всі одиниці виражені у системі СІ. Із формули (9) видно, що при заданих температурі і тиску густина вологого повітря зменшується із підвищенням його вологості.

## 1.2. Вміст води і ступінь насичення вологою повітря

Кількість водяної пари (у кг або г) у суміші, що приходить на 1 кг сухого повітря, називається вологомісткістю повітря  $d$ , кг/кг (або г/кг):

$$d = \frac{m_{\Pi}}{m_0}, \quad (10)$$

де  $m_{\Pi}$  – маса водяної пари у вологому повітрі, кг;  $m_0$  – маса сухого повітря, кг. Величину  $d$  правильніше було б називати вмістом водяної

пари, адже вона не враховує наявність у повітрі мікрокрапельок води і льоду (туману), однак у техніці вона дістала назву вологомісткості.

Враховуючи, що  $p_0 = p - p_{\Pi}$ , і підставляючи (3) і (4) в (9), остаточно одержуємо:

$$d = 0,622 \cdot \left( \frac{p_{\Pi}}{p - p_{\Pi}} \right) = 0,622 \left( \frac{\varphi p_H}{p - \varphi p_H} \right). \quad (11)$$

Максимальну вологомісткість  $d_H$  при заданій температурі вологого повітря одержимо, якщо у формулу (11) замість  $p_{\Pi}$  підставити  $p_H$

$$d_H = 0,622 \cdot \left( \frac{p_H}{p - p_H} \right). \quad (12)$$

З виразу (12) слідує: коли тиск насиченої пари стане дорівнювати тиску  $p$ , що досягається при температурі кипіння, то  $d = \infty$ .

Ступінь насичення вологого повітря визначається співвідношенням

$$\psi = \frac{d}{d_H} = \frac{p_{\Pi}}{p_H} \cdot \frac{p - p_H}{p - p_{\Pi}} = \varphi \cdot \frac{p - p_H}{p - \varphi p_H}. \quad (13)$$

Ступінь насичення  $\psi$  змінюється у межах від 0 до 1 (або від 0 до 100%). Для процесів, які протікають в атмосфері за звичайних умов, значення  $p_H$  і  $p_{\Pi}$  малі у порівнянні з  $p$ , а поблизу насичення  $p_H$  та  $p_{\Pi}$  мало відрізняються один від одного, тому можна вважати, що  $\psi \approx \varphi$ .

Масова концентрація  $q$  вологи у повітрі дорівнює

$$q = \frac{m_{\Pi}}{m} = \frac{m_{\Pi}}{m_0 + m_{\Pi}} = \frac{d}{1 + d} = \frac{0,622 \varphi p_H}{p - 0,378 \varphi p_H}. \quad (14)$$

Очевидно, що при відносній вологості  $\varphi = 0$  масова концентрація водяної пари у повітрі  $q = 0$ , а при кипінні ( $p_H = p$ ) і  $\varphi = 1$  величина  $q = 1$ .

Газова постійна вологого повітря знаходиться за формулою:

$$R_M = \frac{R}{M}, \quad (14)$$

де  $M$  – молярна маса газової суміші, яка розраховується за виразом:

$$M = M_0 \cdot c_0 + M_{\Pi} \cdot c_{\Pi}, \quad (15)$$

де  $M_0$  і  $M_{\Pi}$  – молярна маса сухого повітря і водяної пари, відповідно;  $c_0$  і  $c_{\Pi}$  – об'ємна частка сухого повітря і водяної пари:

$$c_0 = \frac{p_0}{p} = \frac{p - p_{\Pi}}{p} = \frac{p - \varphi p_H}{p}; \quad c_{\Pi} = \frac{p_{\Pi}}{p} = \frac{\varphi p_H}{p}. \quad (16)$$

З урахуванням приведених вище виразів та числових значень  $M_0$ ,  $M_{II}$  та  $R$  рівняння стану для маси  $m$  вологого повітря матиме вигляд

$$pV = \frac{8,31mT}{0,029 - 0,011 \frac{\varphi p_H}{p}}. \quad (17)$$

### 1.3. Теплоємність та ентальпія вологого повітря

У технічних розрахунках часто користуються величинами, віднесеними до 1 кг сухого повітря. Тому величина теплоємності  $C = C_0 + d C_{II}$ , де  $C_0$  та  $C_{II}$  – ізобарні питомі теплоємності відповідно сухого повітря та водяної пари, називається теплоємністю вологого повітря. Враховуючи, що у розглядуваному інтервалі температур  $C_0$  та  $C_{II}$  постійні і дорівнюють відповідно  $C_0 = 1,0$  кДж/(кг·К) та  $C_{II} = 1,89$  кДж/(кг·К),

$$C = 1,0 + 1,89d = 1 + \frac{1,18\varphi p_H}{p - \varphi p_H}. \quad (18)$$

Звернемо увагу ще раз на те, що формула (18) задає теплоємність віднесена до 1 кг сухого повітря, або до  $(1 + d)$  кг вологого повітря.

На основі властивості адитивності ентальпія  $I = U + pV$ , (де  $U$  – внутрішня енергія) вологого повітря віднесена до 1 кг сухого або  $(1 + d)$  кг вологого повітря є сумою ентальпій 1 кг сухого повітря і  $d$  кг водяної пари:

$$I = I_0 + d \cdot I_{II}. \quad (19)$$

При визначенні ентальпії суміші зазвичай вибирають спільний початок відліку ентальпій для кожного компоненту. За початок відліку ентальпії сухого повітря і ентальпії парів води зручно прийняти стан при  $t=0$  °С. Для ідеального газу, до якого можна віднести сухе повітря у розглядуваних нами умовах, ентальпія залежить тільки від температури. Отже ентальпія сухого повітря при довільному тиску і температурі  $I_0 = C_0 \cdot t$ . При  $t=0$  °С тиск насиченої пари  $p_{H0} = 610$  Па (див. табл.1). Оскільки за загальним означенням  $I = U + pV$ , ентальпія водяної пари при тиску  $p_{H0} = 610$  Па і довільній температурі  $I_{II} = r + C_{II}t$ , де  $r = 2500$  кДж/кг – питома теплота плавлення при 0°С. Таким чином, з урахуванням формул (11) та (19)

$$I = C_0 \cdot t + (r + C_{II}t)d = t + (2,5 \cdot 10^6 + 1,89 \cdot t)d =$$

$$t + (2,5 \cdot 10^6 + 1,89 \cdot t) \frac{0,622\varphi p_H}{p - \varphi p_H} \quad (\text{Дж/кг}). \quad (20)$$



## 1.4. *I-d* діаграма вологого повітря

Щоб уникнути обчислень для знаходження тих або інших параметрів повітря, їх визначають за спеціальною діаграмою, яка носить назву *I-d* діаграми. Вона дозволяє швидко визначити всі параметри повітря за двома відомими. Використання діаграми дозволяє уникнути обчислень за формулами і наочно відобразити процеси у вологому повітрі. Аналогом *I-d* діаграми у англomовній літературі є діаграма Мольє або психрометрична діаграма, а в російськомовній – діаграми Разіна. Оформлення діаграми може бути дещо різним. Типова загальна схема *I-d* діаграми показана на рис. 1.

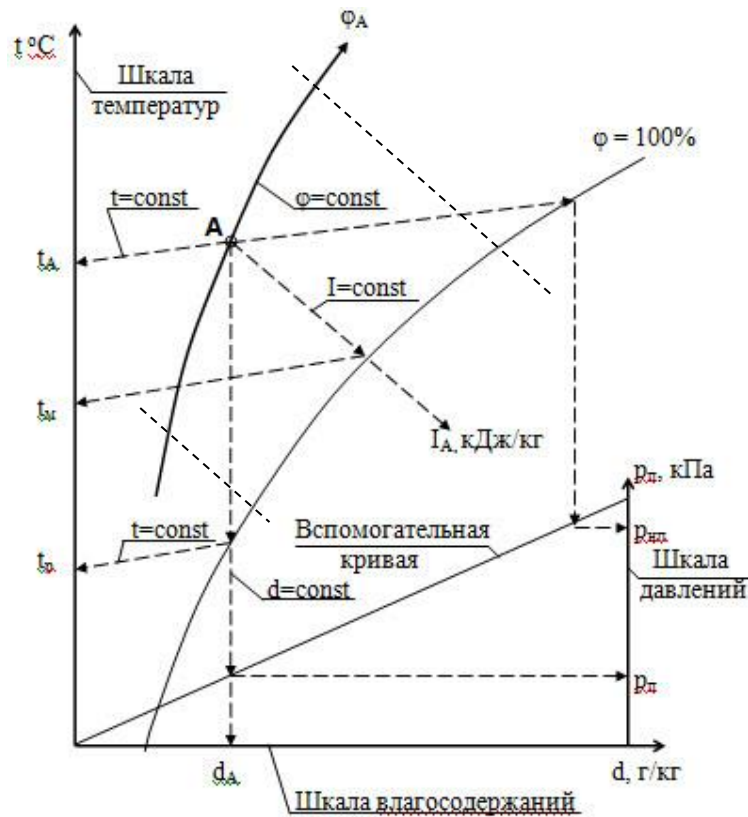


Рис. 1. Схема визначення параметрів вологого повітря на *I-d* діаграмі.

Діаграма представляє собою робоче поле в косокутній системі координат *I-d*, на якому нанесено декілька координатних сіток, а по периметру – допоміжні шкали. Шкала вологомості звичайно розташовується горизонтально на нижній кромці діаграми, при цьому лінії постійних вологомостей є вертикальні прямі. Лінії постійних ентальпій представляють собою паралельні прямі, що звичайно йдуть під кутом  $135^\circ$  до вертикальних ліній вологомостей (у принципі,

кут між лініями ентальпії і вологомiсткостi може бути i iншим). Косокутна система координат вибрана для того, щоб збiльшити робоче поле діаграми. У такiй системi координат лiнii постійних температур представляють собою прямi лiнii, що йдуть пiд невеликим нахилом до горизонталi i злегка розходяться вiялом.

Робоче поле діаграми обмежене кривими лiнiями однакових вiдносних вологостей 0% i 100%, мiж якими нанесенi лiнii iнших значень однакових вiдносних вологостей з кроком 10%.

Шкала температур звичайно розташовується по лiвiй кромцi робочого поля діаграми. Значення ентальпiй повітря нанесенi, як правило, пiд кривою  $\varphi = 100\%$ . Значення парцiального тиску iнодi наносять по верхнiй кромцi робочого поля, iнодi по нижнiй кромцi пiд шкалою вологомiсткостей, частiше – по правiй кромцi. В останньому випадку на діаграмi додатково будують допомiжну криву парцiального тиску.

Точка на діаграмi вiдображає деякий стан повітря, а лiнiя – процес змiни стану. Визначення параметрiв повітря, що має деякий стан, який вiдображається, наприклад, точкою  $A$ , показано на рис.1. Вона задає температуру вологого повітря  $t_A$ , його вiдносну вологiсть  $\varphi_A$ , вологомiсткiсть  $d_A$ , ентальпiю  $I_A$ , точку роси  $t_{pA}$ , тиск парiв води  $p_A$

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДIВ

1. Метод точки роси. Цей метод ґрунтується на тому фактi, що охолодження повітря з деяким рiвнем вологостi призводить до насичення водяної пари при певнiй температурi  $t_p$ , пiсля чого вона починає конденсуватися, тобто появляється роса. Це значить, що у повітрi за початкових умов мiстилось стiльки водяної пари, яка за температури  $t_p$  стає насиченою.

Вологiсть повітря методом точки роси визначають гiгрометром Ламбрехта. Вiн складається з тонкого металевого полiрованого диска  $K$  (рис. 2 *a*), на зворотному боцi якого є резервуар  $A$ . У резервуар наливають ефiр i вставляють термометр. Через отвiр за допомогою гумової трубки з грушею  $\Gamma$  продувають повітря. Ефiр швидко випаровується i диск при цьому охолоджується. Одночасно охолоджується i повітря, що прилягає до диска, а на поверхнi диска виступає роса внаслiдок конденсацiї водяної пари з повітря (поверхня диска стає нiби матовою, що добре помiтно, коли порiвнювати її з блискучою поверхнею кiльця.

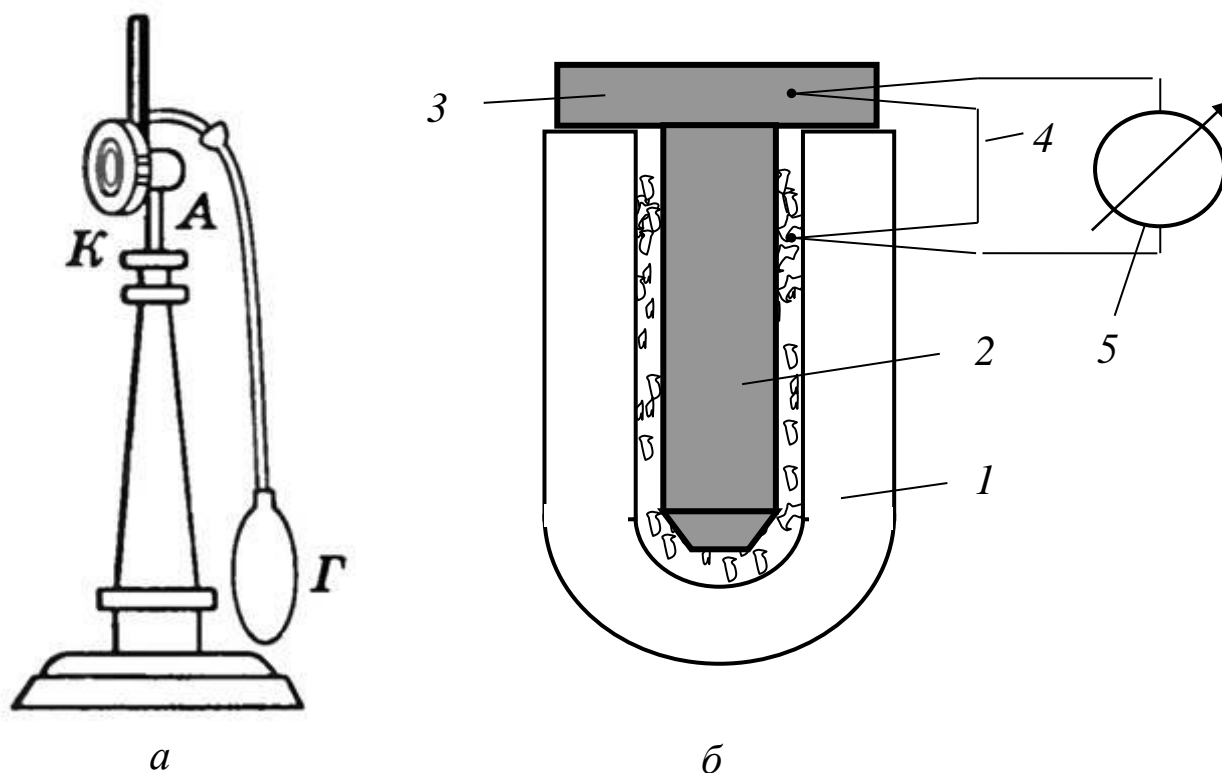


Рис 2. Вимірювання вологості повітря методом роси.

Визначення вологості повітря можна здійснити за методом точки роси без застосування ефіру, якщо скористатися конденсаційним гігрометром (рис. 2 б) Основною частиною його є виготовлений з червоної міді диск 3 з стержнем 2, верхня плоска поверхня диска покрита нікелем і відшліфована до блиску. Стержень 2 поміщають у посудину Дюара 1 з льодом. Температуру точки роси вимірюють за допомогою диференціальної термопари 4 та мікровольтметра 5. Тут також фіксують температуру в момент виникнення та зникнення роси і знаходять середнє значення  $t_p$ .

2. Метод психрометра. Якщо взяти два однакових нормальних термометри, кулька одного з яких неперервно змочується водою через батист, занурений у склянку з водою, то покази обох термометрів («сухого» і «мокрого») відрізнятимуться. Внаслідок випаровування води з батисту мокрий термометр показуватиме нижчу температуру, ніж сухий. Чим менша вологість навколишнього повітря, тим інтенсивніше випаровування і тим менші покази мокрого термометра. Значення показів сухого  $t_c$  і мокрого  $t_m$  термометрів дають можливість визначити вологість повітря. Покази мокрого

термометра в психрометрі дещо відрізняються (в бік завищення) від справжньої температури мокрого термометра. Пояснюється це тим, що кульці мокрого термометра передається певна кількість теплоти через випромінювання навколишніх тіл і деяка кількість її надходить через виступаючий стовпчик ртуті термометра, що має температуру навколишнього повітря. Щоб зменшити цей вплив, треба захистити кульку екранами, обгорнути батистом виступаючий стовпчик ртуті, підвищити швидкість руху повітря і цим збільшити швидкість випаровування.

Як показують спеціальні дослідження, при швидкості повітря 1,5 – 2 м/с і температурі мокрого термометра  $t_M > 20$  °С помилка становить приблизно 1 % психрометричної різниці, і нею можна знехтувати.

Психрометричну формулу можна вивести з рівняння теплового балансу для кульки мокрого термометра. Кількість теплоти  $Q_1 = \alpha(t_C - t_M)S$ , передана від повітря в стаціонарному стані (температура  $t_M$  мокрого термометра вже встановилась) і при відсутності тепловитрат, дорівнює кількості теплоти  $Q_2 = g\lambda S$ , потрібної для випаровування води з поверхні  $S$  батисту, тобто

$$\alpha(t_C - t_M)S = g\lambda S, \quad (21)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну;  $\lambda$  – питома теплота випаровування,  $g$  – швидкість випаровування  $dm/dt$  з одиниці поверхні. Рівняння (21) віднесено до одиниці часу. З (21) матимемо

$$t_M = t_C - \frac{g\lambda}{\alpha}.$$

За законом Дальтона для випаровування швидкість випаровування води з вільної поверхні

$$g = \beta \Delta p \frac{760}{h},$$

де  $\beta$  – коефіцієнт випаровування;  $\frac{760}{h}$  – відносний барометричний тиск ( $h$  – атмосферний тиск у мм ртутного стовпчика);  $\Delta p$  – різниця парціальних тисків водяної пари біля поверхні води і в навколишньому повітрі. Для даного випадку  $\Delta p = p_H - p_P$ , де  $p_H$  – тиск насиченої пари,  $p_P$  – тиск пари в навколишньому повітрі за температури  $t_M$ .

Із приведених виразів легко одержати, що

$$p_{\Pi} = p_H - \frac{\alpha h}{\beta \lambda \cdot 760} (t_C - t_M) = p_H - Ah(t_C - t_M), \quad (23)$$

де  $A = \frac{\alpha}{\beta \lambda \cdot 760}$  – психрометричний коефіцієнт.

Психрометричний коефіцієнт в основному залежить від швидкості руху повітря, яка визначає коефіцієнти теплообміну та випаровування. Експериментальними дослідженнями встановлено таку формулу для коефіцієнта  $A$ :

$$A \cdot 10^6 = 593,1 + \frac{135,1}{\sqrt{v}} + \frac{48}{v},$$

де  $v$  – швидкість руху повітря біля психрометра, м/с. Як видно із цієї формули, при збільшенні швидкості потоку повітря значення  $A$  зменшується, прямуючи до величини 0,000593. За стандартної швидкості потоку повітря у психрометрах  $v = 2,5$  м/с значення  $A = 0,000662$ , тому

$$p_{\Pi} = p_H - 0,000662 \cdot h(t_C - t_M).$$

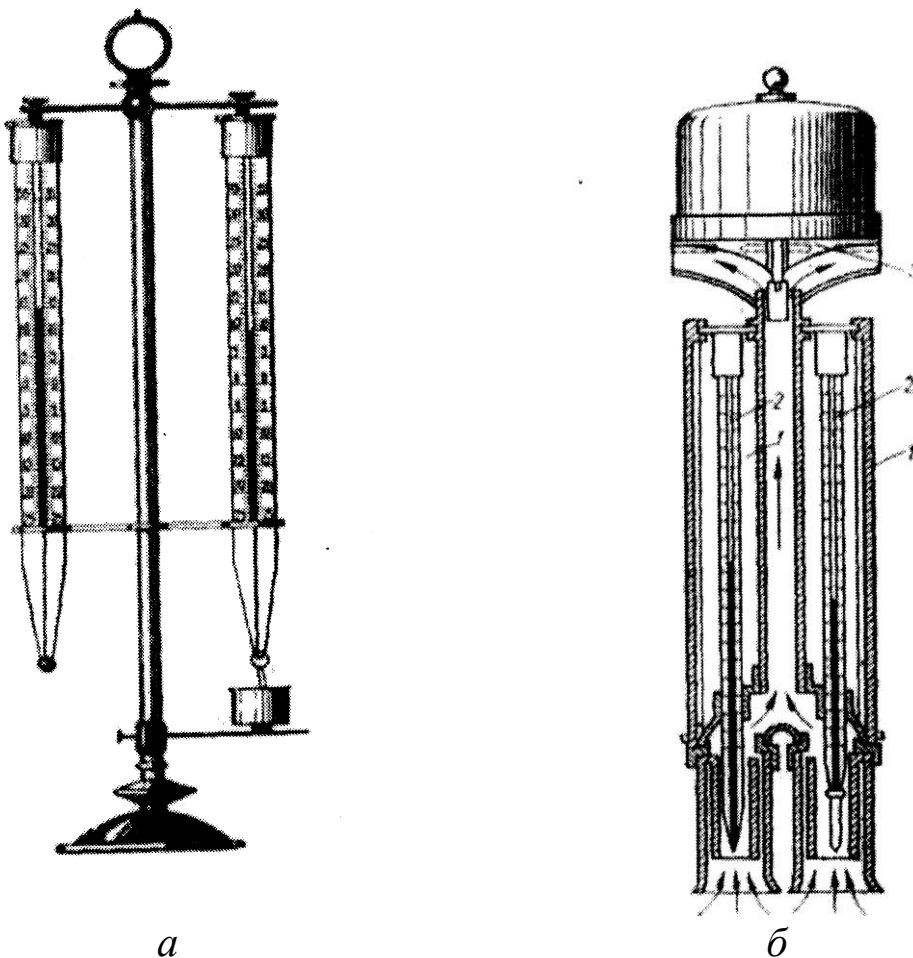


Рис. 3. Психрометри Августа (а) та Ассмана (б).

Найпростіший тип психрометра – психрометр Августа – показано на рис. 3 а. Психрометричний коефіцієнт  $A$  залежить від швидкості руху повітря в області малих значень швидкості, а при великих швидкостях змінюється мало. Тому запропоновано конструкцію психрометра з примусовим рухом повітря (рис. 3 б). Це так званий аспіраційний психрометр Ассмана. У ньому кулька правого термометра обгорнута батистом. Лівий термометр сухий. По двох трубках 1, в які вміщено термометри 2, вентилятором 3 продувається повітря з швидкістю 3 – 5 м/с. Батист змочують дистильованою водою за допомогою груші і піпетки.

За показами термометрів визначають температури  $t_C$  і  $t_M$ , коли вони встановляться при роботі вентилятора на повну потужність. Знаючи  $t_C$  і  $t_M$  та користуючись таблицями, визначають  $\varphi$  і  $\rho_P$ .

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Визначити точку роси  $t_P$  гігрометром. Для цього фіксують температуру  $t_{P1}$ , що відповідає моменту появи роси на поверхні диска гігрометра Ламбрехта. Припинивши продування повітря, визначають температуру  $t_{P2}$  зникнення роси. Для обчислення вологості повітря беруть за точку роси  $t_P$  середнє арифметичне величин  $t_{P1}$  і  $t_{P2}$ . При проведенні досліджень слід запобігти впливу дихання експериментатора на вологість навколо приладу.
2. Знаючи температуру роси  $t_P$  та кімнатну температуру  $t_K$ , за таблицею 1. визначити  $\rho_n$  та  $\rho_n$ , а потім відносну вологість  $\varphi$ . Для проміжних температур використати лінійну апроксимацію (для простоти розрахунків).
3. Змочити батист мокрого термометра аспіраційного психрометра, звернувши при цьому увагу на те, щоб вода не потрапила в сухий термометр і на внутрішню поверхню трубки. Ключем завести вентилятор (5 – 6 поворотів ключа) або включити електричний вентилятор і стежити за показами термометрів. Коли покази встановляться (через 4 – 5 хв.), записати значення  $t_C$  і  $t_M$ , потім за психрометричною таблицею (див. Додаток 1) визначити відносну вологість. Знаючи густину насиченої пари  $\rho_H$  за кімнатної температури та відносну вологість, визначити абсолютну вологість повітря  $\rho_P$ .
4. У кожному випадку дослід повторити не менше 5 разів і порівняти результати.

5. За визначеними значеннями кімнатної температури та відносної вологості визначити з використанням  $I-d$  діаграми вологомісткість, ентальпію та інші параметри вологого повітря.

### Обробка результатів вимірювань

Знаючи величини значення атмосферного тиску  $p$ , кімнатної температури  $t_K = t_C$ , відносної  $\varphi$  та абсолютної  $\rho_{II}$  вологості, тиску  $p_H$  і густини  $\rho_H$  насиченої пари знайти:

- парціальний тиск водяної пари  $p_{II}$  (формула (6)),
- парціальний тиск сухого повітря  $p_0$  (формула (2)),
- густину вологого повітря  $\rho$  (формула (9)),
- вологомісткість  $d$  (формула (11)),
- ступінь насичення вологою повітря  $\psi$  (формула (13)),
- масову концентрацію води у повітрі  $q$  (формула (14)),
- теплоємність вологого повітря  $C$ , віднесена до 1 кг сухого повітря (формула (18)),
- ентальпію вологого повітря, віднесена до 1 кг сухого повітря (формула (20)),
- масу води  $y$  у повітрі лабораторії.

Результати розрахунків і показань приладів занести в протокол у формі таблиці 2.

Максимальна можлива відносна помилка ( $y$  %), дійсного парціального тиску водяної пари і сухого повітря визначається за формулами:

$$\varepsilon_{p_{II}} (\%) = \varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_{p_H} = \left( \varepsilon_{\varphi} + \frac{1}{p_H} \cdot \frac{dp_H}{dT} \cdot \Delta T \right) \cdot 100\%, \quad (24)$$

де  $\varepsilon_{\varphi} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi}$ ,  $\Delta\varphi$  та  $\Delta T$  – абсолютні помилки вимірювання величин.

Межа абсолютної похибки гігрометра при швидкості аспірації до  $v=1$  м/с складає 6%, а при  $v>2,5$  м/с зменшується до 1%. Абсолютна похибка термометрів психрометра складає 0,2 °С. У лабораторії встановлений барометр з класом точності 1,0.

Розрахувати за формулою (24) максимально можливі похибки вимірювання величин.

Сформулювати висновки відносно методики і результатів вимірювання параметрів вологого повітря.

Таблиця 2. Параметри вологого повітря

№	Найменування характеристики вологого повітря	Позначення	Розмірність	Чисельна величина
1.	Тиск вологого повітря	$p$	Па	
2.	Температура сухого термометра	$t_c=t_k$	°С	
3.	Температура мокрого термометра	$t_m$	°С	
4.	Температура роси	$t_p$	°С	
5.	Відносна вологість повітря	$\varphi$	%	
6.	Абсолютна вологість	$\rho_{п}$	кг/м <sup>3</sup>	
7.	Густина насиченої пари	$\rho_{п}$	кг/м <sup>3</sup>	
8.	Парціальний тиск водяної пари	$p_{п}$	Па	
9.	Парціальний тиск сухого повітря	$p_0$	Па	
10.	Густина вологого повітря	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	
11.	Вологомісткість	$d$	кг/кг	
12.	Ступінь насичення	$\psi$	%	
13.	Масова концентрація вологи	$q$	%	
14.	Теплоємність вологого повітря	$C$	Дж/кгК	
15.	Ентальпія вологого повітря	$I$	кДж/кг	
16.	Маса вологи у повітрі лабораторії	$m$	кг	

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що називається вологим повітрям?
2. Що називається ненасиченим, насиченим і пересиченим вологим повітрям?
3. Що називається температурою точки роси?
4. Що називається абсолютною і відносною вологістю?
5. Що називається вологомісткістю повітря, у яких межах вона може змінюватися?
6. Яке практичне значення має вимірювання вологості повітря?
7. За нормальних тиску і температури взяли однакові за об'ємом проби сухого й вологого повітря. Чи однакові їх маси?
8. Розрахувати з експериментальних даних, яка маса води має випаруватися, щоб водяна пара в приміщенні лабораторії стала насиченою.
9. Якою є відносна вологість, якщо обидва термометри психрометра показують однакову температуру?

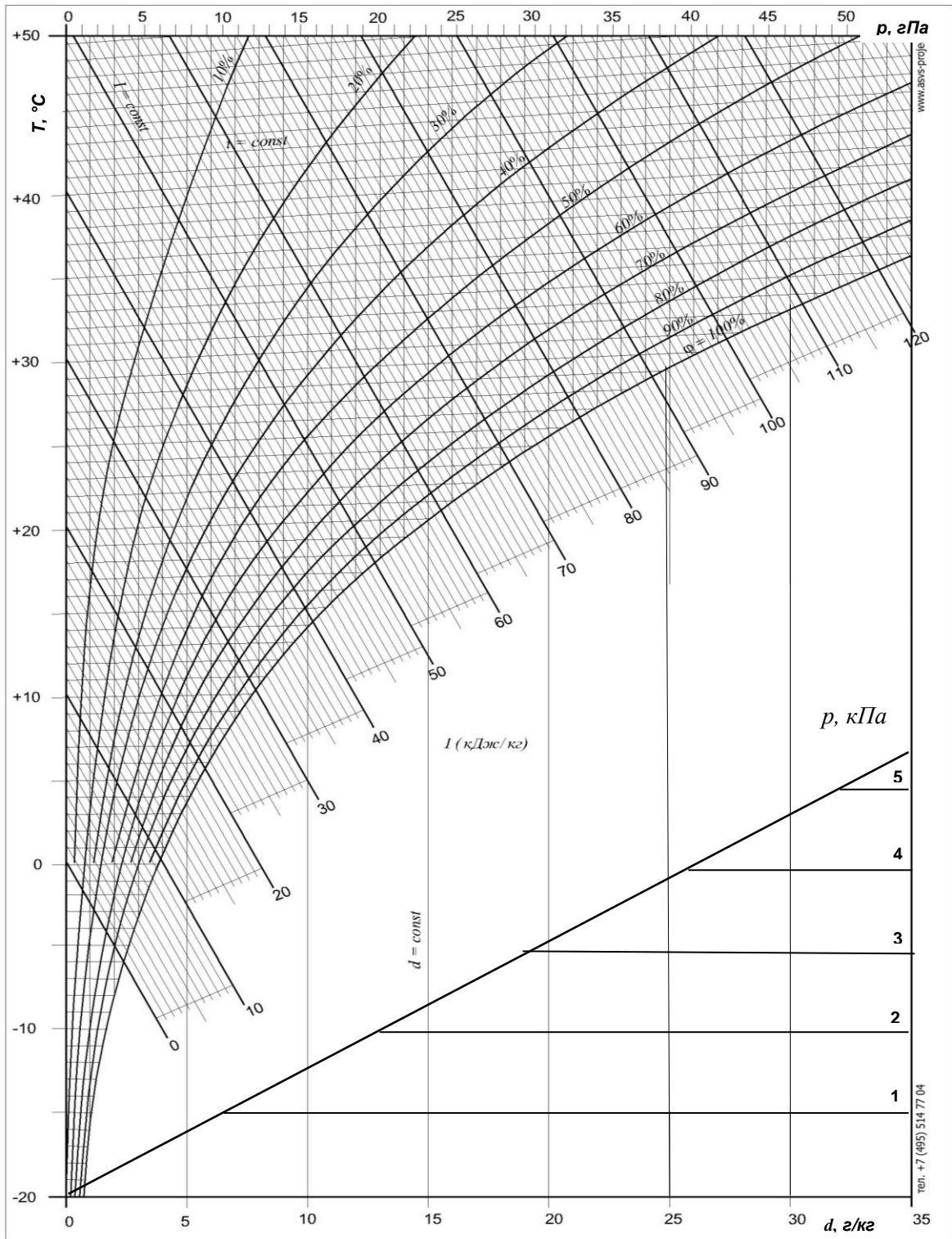


## ДОДАТКИ

### Додаток 1. Психрометрична таблиця

Показання «сухого» термо- метра, °C	Різниця показань «сухого» і «мокрого» термометрів, °C											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Відносна вологість, %											
0	100	81	63	45	28	11	-	-	-	-	-	-
1	100	83	65	48	32	16	-	-	-	-	-	-
2	100	84	68	51	35	20	-	-	-	-	-	-
3	100	84	69	54	39	24	10	-	-	-	-	-
4	100	85	70	56	42	28	14	-	-	-	-	-
5	100	86	72	58	45	32	19	6	-	-	-	-
6	100	86	73	60	47	35	23	10	-	-	-	-
7	100	87	74	61	49	37	26	14	-	-	-	-
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	-	-	-
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	-	-	-
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5	-	-
11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8	-	-
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	-	-
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	-
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	-
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

## Додаток 2. *I-d* діаграма вологого повітря



## Лабораторна робота № 7

# ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ ПОВІТРЯ, ОБЧИСЛЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ ДОВЖИНИ ВІЛЬНОГО ПРОБІГУ ТА ЕФЕКТИВНОГО ДІАМЕТРУ МОЛЕКУЛ

Мета роботи: експериментально визначити коефіцієнт внутрішнього тертя (в'язкості) повітря методом Пуазейля та оцінити середню довжину вільного пробігу молекул і їх ефективний діаметр.

Прилади і матеріали: спеціальна установка для визначення коефіцієнта в'язкості повітря, аналітичні терези, секундомір, барометр, склянка.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1. Кінематичні характеристики молекулярного руху

Молекули газу, перебуваючи у тепловому русі, постійно зазнають зіткнень між собою. Середню віддаль, на яку зближуються центри мас молекул при їх парних зіткненнях, називають *ефективним діаметром* молекули  $d_{ef}$ . Приставка “ефективний” відображає той факт, що діаметр не є цілком визначеною величиною для даної молекули, а залежить від швидкості молекул, отже від температури газу, адже при більшій швидкості молекули зближуються на меншу відстань. В момент зіткнення напрям швидкості молекул змінюється, після чого вона знову рухається прямолінійно. Траєкторія молекули в газі, таким чином, це ламана лінія, що складається з прямолінійних відрізків – *довжин вільного пробігу*. Середня довжина вільного пробігу молекул  $\bar{\lambda}$  – це усереднений шлях між двома їх послідовними зіткненнями.

Число зіткнень  $\nu$ , що зазнає молекула за одну секунду також різне в різні моменти часу  $i$ , отже, ми можемо говорити тільки про середнє значення  $\bar{\nu}$  цієї величини. Ці дві зв'язані між собою величини – середня довжина вільного пробігу  $\bar{\lambda}$  та середнє число зіткнень за одиницю часу  $\bar{\nu}$  – є головними характеристиками процесу зіткнень газових молекул. Їх зв'язок визначається формулою:

$\bar{v} = \frac{\bar{v}_B}{\lambda}$ , де  $\bar{v}_B$  – середня відносна швидкість теплового руху молекул газу.

Значення  $\bar{\lambda}$  та  $\bar{v}$  визначається, в основному, ефективним діаметром  $d_{ef}$  або ефективним газокінетичним перерізом  $\sigma_{ef}$  та концентрацією  $n$  молекул.

Для ідеального газу обчислення перерізу взаємодії  $\sigma_{ef}$  спрощується, оскільки вони взаємодіють тільки в результаті безпосереднього зіткнення, а самі молекули вважаються пружними кульками з сталим діаметром  $d$ . Тому розрахунки  $\sigma$  можна робити в “моделі жорстких сфер”: одна частинка обов’язково зіткнеться з іншою, якщо їх центри пролітатимуть на відстані  $d$  один від одного ( $d = d_{ef} = r_1 + r_2$ ), тобто попадатимуть у сферичний простір, діаметром  $d$  і поперечного перерізу  $\sigma = \pi d^2$ .

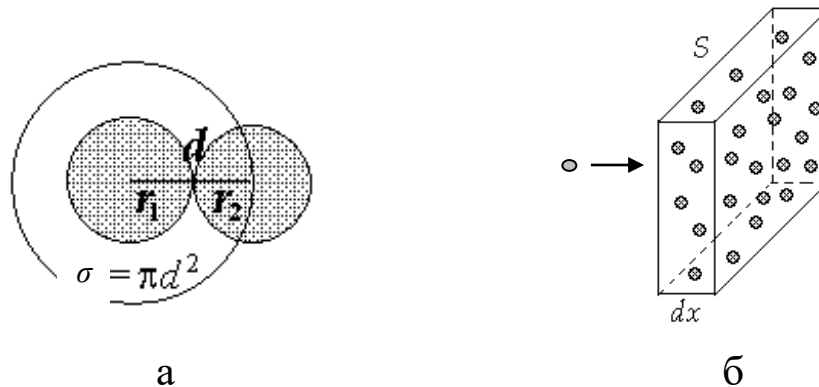


Рис.1. Газокінетичний переріз (а) молекули та його фізичний зміст (б).

Розглянемо газ із концентрацією частинок-мішеней  $n$ . Падаюча частинка попадає на площу  $S$  і проникає на товщину  $dx$  (рис. 1. б). В об’ємі  $V = Sdx$  знаходиться  $dN = nSdx$  частинок, площа поперечного перерізу кожної з яких вважається такою, що дорівнює  $\sigma$ . Тоді сумарна площа всіх частинок-мішеней на цій товщині  $ds = \sigma n S dx$ . Звідси легко знайти ймовірність зіткнення  $dP$  в шарі товщиною  $dx$ :

$$dP = \frac{ds}{S} = \sigma n dx, \quad \text{звідки} \quad \sigma = \frac{dP}{n dx}. \quad (1)$$

Отже, поперечний переріз  $\sigma$  чисельно дорівнює ймовірності розсіювання рухомої молекули в мішені товщиною 1 м при концентрації молекул в ній  $n = 1 \text{ м}^{-3}$ . Імовірність того, що молекула зазнає зіткнення, пройшовши шлях  $x$ , визначається формулою  $P = \sigma n x$  (див. формулу 1). Оскільки  $\bar{\lambda}$  це середній шлях між двома

послідовними зіткненнями, то очевидно, що в середньому на такому шляху ймовірність розсіювання молекули  $P=1$ :

$$\sigma n \bar{\lambda} = 1, \quad \text{звідки} \quad \bar{\lambda} = \frac{1}{\sigma n}. \quad (2)$$

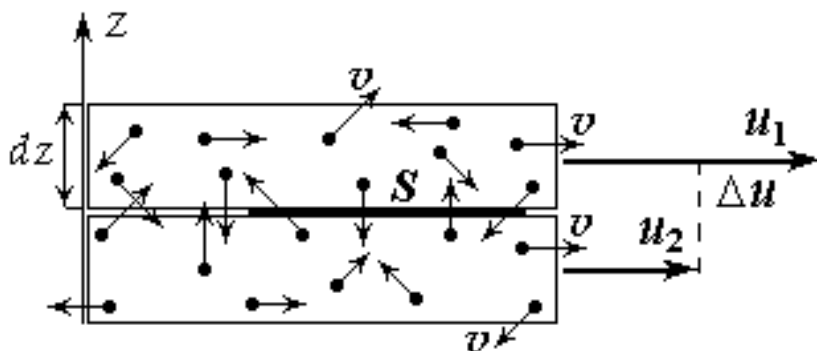
У реальних газах, на відміну від ідеальних, поперечний переріз зіткнень  $\sigma$  та середня довжина вільного пробігу  $\bar{\lambda}$  залежать від температури і описуються формулою Сезерленда:

$$\sigma = \sigma_{\infty} \left( \frac{T+C}{T} \right) \quad \text{і} \quad \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{\infty} \frac{T}{T+C} = \frac{\bar{\lambda}_{\infty}}{1 + \frac{C}{T}}, \quad (3)$$

де  $C$  – стала Сезерленда,  $\sigma_{\infty}$  та  $\bar{\lambda}_{\infty}$  – значення перерізу та середньої довжини вільного пробігу при  $T \rightarrow \infty$ , які для конкретних газів визначаються експериментально.

## 1.2. В'язкість газу

В ідеальному або реальному газі відбувається неупорядкований рух молекул, швидкість яких розподілена згідно формули Максвела, середнє значення цих швидкостей дорівнює  $\bar{v}$ . Цю швидкість називають *тепловою швидкістю молекул*, оскільки вона визначається (за основним рівнянням МКТ) температурою. Виділимо в об'ємі газу два суміжні шари товщиною  $dz$  кожний. Звісно що молекули, маючи в результаті зіткнень довільний напрям швидкостей, переходять із одного шару і інший, переносячи імпульс  $m_0 \bar{v}$ , де  $m_0$  – маса молекули. Оскільки газ перебуває в стані рівноваги, кількість молекул, що перетинають межу шарів в обох напрямках, однакова, то і середній імпульс, що переноситься за деякий час  $dt$  із шару в шар буде однаковий.



Нехай  
виділені

Рис. 2. До пояснення внутрішнього тертя в газах.

нами шари газу рухаються з деякими постійними напрямленими швидкостями  $u_1$  і  $u_2$  в одному напрямку (рис. 2). Тепер молекули в цих шарах мають не тільки теплову швидкість  $\bar{v}$ , але й швидкість напрямленого руху всього шару  $u_1$  або  $u_2$ . Тому всі молекули в шарі мають ще й додатковий імпульс відповідно  $m_0 u_1$  і  $m_0 u_2$ . Перетинаючи межу шарів, молекули обмінюються через зіткнення саме додатковим імпульсом, оскільки середній імпульс теплового руху ( $m_0 \bar{v}$ ) у них у всіх однаковий (температура в усіх шарах газу однакова). Через це імпульс молекул у шарі змінюється, отже шар з більшою швидкістю буде гальмуватись, а з меншою – прискорюватись. Виникнення сил гальмування (тертя), або в'язкості між шарами газу або рідини називається *внутрішнім тертям* і є результатом переносу імпульсу впорядкованого руху молекул. Сили, які виникають при внутрішньому терті, прискорюють швидкість руху відносно повільного шару повітря і сповільнюють рух того шару повітря, який рухається з відносно більшою швидкістю, вирівнюючи таким чином їх швидкості.

Дослід показує, що сила внутрішнього тертя  $F$  пропорційна величині площі дотику рухомих шарів  $S$  і градієнту швидкості напрямленого руху шарів (який чисельно дорівнює відношенню зміни швидкості  $\Delta u$  до товщині шару  $\Delta z$  у напрямку, перпендикулярному швидкості) (рис. 3):

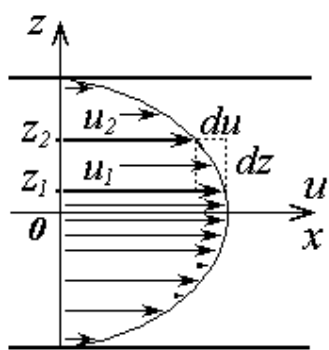


Рис. 3.

$$F = -\eta \frac{du}{dz} S, \quad (4)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості. Цей вираз має назву рівняння Ньютона, а знак “–” показує, що сила тертя сповільнює шари із більшою швидкістю руху. Із формули (4) випливає фізичний зміст коефіцієнта в'язкості

$$|\eta| = \left| \frac{F}{S \frac{du}{dz}} \right|. \quad (5)$$

*Коефіцієнт в'язкості* є фізична величина, що чисельно дорівнює силі (внутрішнього тертя), яка виникає при русі шару одиничної площі ( $1 \text{ м}^2$ ) поверхні і діє вздовж поверхні зсуву шарів при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці ( $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{м} = 1 \text{ с}^{-1}$ ). В

системі СІ в'язкість вимірюється в паскаль-секундах (Па·с). Паскаль-секунда – це *динамічна в'язкість* середовища, при ламінарній течії якого в шарах, розташованих на віддалі 1 м в напрямку перпендикулярному до напрямку течії, під дією напруження зсуву в 1 Па виникає різниця швидкостей течії 1 м/с. У гідро- та аеродинаміці використовується також поняття *кінематичної в'язкості*:  $\eta_k = \eta/\rho$  ( $\rho$  – густина газу або рідини).

Із теоретичного розгляду процесу перенесення імпульсу між шарами повітря за наявності градієнту швидкості впливає така формула для коефіцієнту в'язкості

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (6)$$

Дослідимо залежність в'язкості від температури газу та маси молекули  $m_0$ . Врахуємо залежність середньої швидкості від температури  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$ , середньої довжина вільного пробігу від

концентрації  $n$  і газокінетичного перерізу  $\sigma$  або діаметру молекули  $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sigma n}$ :

$$\eta = \frac{1}{3} n m_0 \cdot \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \cdot \frac{1}{n} \sim \frac{\sqrt{m_0}}{\sigma} \sqrt{T}. \quad (7)$$

Аналізуючи одержаний вираз (7), можна зробити такі висновки:

1) В'язкість газів не залежить від кількості молекул в одиниці об'єму, отже, і від тиску ( $p=nkT$ ). Цей, на перший погляд, дивний результат має наступне пояснення. З пониженням тиску зменшується кількість молекул, які беруть участь в перенесенні імпульсу, але одночасно збільшується  $\bar{\lambda}$ , а отже, і різниця в імпульсах, що переносяться молекулами в протилежних напрямках, оскільки при цьому зростає  $\Delta u = u_2 - u_1$ . В підсумку виходить, що сумарний імпульс (в'язкість) не залежить від тиску. Але це справедливо лише до тих пір, поки  $\bar{\lambda}$  залишається малим порівняно з розмірами потоку газу, який досліджується (наприклад, з діаметром трубки, в якій тече газ).

2) Згідно (7) в'язкість повинна зростати пропорційно  $\sqrt{T}$  і пропорційно  $\sqrt{m_0}$ . У

Таблиця 1.

$T$ , К	$\eta$ , мкПа·с	$\frac{\eta}{\sqrt{T}}$
273	17,1	1,04
313	19,0	1,07
573	29,5	1,23
673	32,8	1,26
773	35,8	1,29

таблиці 1 приведені експериментальні значення в'язкості повітря, отримані при різних температурах. Як бачимо, відношення  $\eta / \sqrt{T}$  є майже сталою величиною, але все-таки дещо збільшується із зростанням  $T$ . Причиною цього є відмічена залежність  $\sigma$  (або  $\bar{\lambda}$ ) від температури (формула Сезерленда). Залежність від маси молекул також підтверджується експериментально, наприклад, для газів водню і дейтерію, які мають практично однакові розміри і міжмолекулярні кулонівські взаємодії, оскільки саме вони визначають величину  $\sigma$ , але вдвічі різні маси, що дає теоретичне відношення коефіцієнтів в'язкості  $\sqrt{2} : 1$ , а експериментальне – 1,39.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

В цій роботі для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя  $\eta$  використовується метод протікання газу через вузький капіляр (метод Пуазейля). Об'єм газу, що протікає за час  $t$  через капіляр залежить від радіуса капіляра та його довжини і визначається формулою Пуазейля, виведення якої приведено у Додатку до лабораторної роботи:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p t}{8 \eta L}, \quad \text{звідси} \quad \eta = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 L V} t, \quad (8)$$

де  $r$  – радіус капіляра,  $L$  – довжина капіляра,  $V$  – об'єм газу, що протікає через капіляр за час  $t$ ,  $\Delta p$  – різниця тисків на кінцях капіляра, яка необхідна для течії газу через трубу (капіляр). Формула (8) є робочою формулою для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя (коефіцієнта в'язкості).

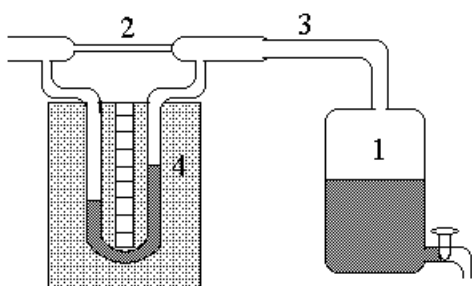


Рис. 4. Схема установки для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя повітря

Лабораторна установка для визначення  $\eta$ , схема якої наведена на рис. 4, складається з аспіратора 1 (всмоктувача повітря – колби з водою, в якій є краник для витікання води), з'єднаного через герметичний патрубок 3 з капіляром 2 і манометром 4. Коли з колби витікає вода, тиск повітря в ній знижується і через капіляр 2 починає засмоктуватися повітря з кімнати.

Унаслідок внутрішнього тертя тиск на кінцях капіляра неоднаковий. Різниця цих тисків  $\Delta p$  вимірюється манометром 4 (U-



подібна скляна трубка), в якому в якості манометричної рідини використовується вода, густина якої відома. Різниця тисків розраховується за формулою:

$$\Delta p = \rho_B g h, \quad (9)$$

де  $\rho_B$  – густина води,  $h$  – різниця висот рідини в колінах манометра,  $g$  – прискорення вільного падіння. Довжина та радіус капіляра відомі (вказані на установці). Об'єм повітря, що пройшло через капіляр, може бути визначений за об'ємом рідини, що витекла з аспіратора.

Використовуючи зв'язок  $\eta$  з  $\bar{\lambda}$ , згідно формули (6), знаходимо середню довжину вільного пробігу молекул:

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\rho \bar{v}}. \quad (10)$$

Густина газу і середня швидкість обчислюються відповідно за формулами:

$$\rho = \frac{pM}{RT}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi VM}}, \quad (11)$$

де  $p$  – атмосферний тиск,  $M$  – молрна маса газу,  $R$  – універсальна газова стала. Отже, отримуємо *робочу формулу* для обчислення  $\bar{\lambda}$ :

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{2p} \sqrt{\frac{\pi RT}{2M}}. \quad (12)$$

Знаючи значення  $\bar{\lambda}$ , за формулою (2), отримуємо *робочу формулу* для оцінки ефективного діаметру молекул:

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\pi \lambda p}}. \quad (13)$$

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Наповнити аспіратор водою.
2. Відкрити кран аспіратора і після того, як вода почала витікати з постійною швидкістю, про що свідчить сталість показів різниці тисків на кінцях капіляра, підставити під нього зважений на аналітичних терезах хімічний стакан, або мензурку. Одночасно включити секундомір і записати покази манометра. Коли в стакан натече 50-70 см<sup>3</sup> води, записати знову покази манометра 4, закрити кран і зупинити секундомір. Покази манометра усереднити.

3. Зважити стакан разом з водою, визначити масу води та за відомою густиною води визначити об'єм повітря  $V$ , що пройшло через капіляр.
4. За допомогою барометра виміряти зовнішній (атмосферний) тиск  $p$ , а термометром – температуру  $T$ .
5. За формулами (8), (12) і (13) визначити  $\eta$  та обчислити  $\bar{\lambda}$  і  $d$ . Оцінити абсолютну та відносну похибки.
6. Вказати причини можливих похибок і шляхи їх усунення. За одержаними результатами зробити висновки.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Яка розмірність і фізичний зміст коефіцієнта внутрішнього тертя ?
2. Дайте визначення довжини вільного пробігу молекули та ефективного діаметру. Чому молекула (атом) характеризується “ефективним діаметром”, а не просто “діаметром” молекули ?
3. Запишіть формулу для  $\bar{\lambda}$ ; який зв'язок  $\bar{\lambda}$  з частотою зіткнень, тиском і температурою?
4. Які процеси перенесення ви знаєте ? Яка фізична величина переноситься в явищі внутрішнього тертя ?
5. Як молекулярна фізика пояснює виникнення внутрішнього тертя в газах ?
6. Чи існує в'язкість в ідеальному газі ?
7. Яким рівнянням описується сила внутрішнього тертя?
8. Через які фізичні величини визначається коефіцієнт внутрішнього тертя згідно молекулярно-кінетичних уявлень ? Запишіть формулу.
9. Як залежить в'язкість від параметрів газу (тиску, температури, густини)? Якісно пояснити фізичні причини такої залежності.
10. Як в роботі вимірюється об'єм газу, що пройшов через капіляр ?
11. Поясніть дію аспіратора.
12. Чому на кінцях капіляра виникає різниця тисків?
13. Коли потрібно знімати покази манометра ?
14. Чому при малому рівні води в аспіраторі вона починає витікати краплями, або зовсім припинитися ?

## ДОДАТОК

### Виведення рівняння Пуазейля.

Розглянемо стаціонарну течію газу або в'язкої рідини у прямолінійній горизонтальній трубі постійного радіуса  $R$  (рис. 5). Тиск в кожній точці даного поперечного перетину  $S$  є однаковим. Якби це було не так, то лінії течії вигиналися б і виникали би потоки поперек труби. Отже, течія ламінарна. Всі частинки, які знаходяться біля стінки круглої труби, прилипли до неї і мають швидкість, яка дорівнює нулю, а кільцевий шар інших частинок, що до них прилягає, із умови симетрії, повинен мати по всьому колу однакову швидкість.

Якщо уявити газ поділений на достатньо тонкі концентричні циліндричні шари, то швидкість у кожному такому шарі однакова; тому значення швидкості  $u$  течії можна вважати тільки функцією відстані від осі труби. Нехай рідина або газ рухається в сторону додатного напрямку осі  $x$ .

Знайдемо закон зміни швидкості  $u$  із зміною відстані  $r$  від осі труби. Виділимо із об'єму газу або рідини циліндр радіусом  $r$ , довжиною  $l$  (рис.5) і напишемо умови руху циліндра.

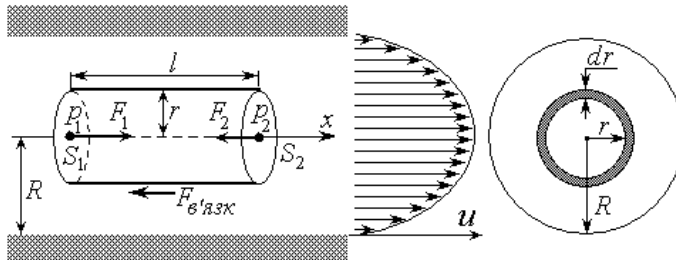


Рис. 5. До виведення формули Пуазейля.

Рідина або газ рухається рівномірно, отже, векторна сума всіх сил, прикладених до цього циліндра, дорівнює нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}'_{язк} = 0,$$

де  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_2$  – сили статичного тиску ( $F = pS_0$ ) на основи виділеного циліндричного об'єму ( $S_0 = \pi r^2$ ), а  $\vec{F}'_{язк}$  – сила тертя шару рідини або газу об бічну поверхню цього циліндра (сила в'язкості). Для проєкцій цих сил на вісь  $x$

$$F_1 - F_2 - F'_{язк} = 0.$$

З урахуванням знаку у формулі (4), ми отримаємо рівняння

$$p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 + \eta \frac{du}{dr} S_B = p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 + \eta \frac{du}{dr} 2\pi r l = 0$$

$$\text{або } (p_1 - p_2) r + 2\eta l \frac{du}{dr} = 0. \quad (14)$$

де  $S_B = 2\pi r l$  (площа бічної поверхні виділеного циліндра). Розділивши змінні, отримаємо диференціальне рівняння 1-го порядку:

$$du = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr.$$

Інтегруючи ліву і праву частини цього рівняння та враховуючи, що біля стінки труби  $u(R) = 0$ , отримаємо залежність швидкості течії від радіуса  $r$ , тобто відстані від осі (центра) труби:

$$\int_u^0 du = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \int_r^R r dr \quad \rightarrow \quad \boxed{u = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2)}. \quad (16)$$

Тиск рівномірно спадає в напрямку швидкості, отже зміна тиску на одиниці довжини (градієнт тиску  $\Delta p/l$ ) є величина постійна і додатна. Тому у формулі (16) різницю тисків  $(p_1 - p_2)$  можна брати на кінцях всієї труби довжиною  $l$ .

У центрі (вздовж осі труби,  $r = 0$ ) швидкість течії буде дорівнювати  $u_0 = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2$  (або  $u_0 = \frac{R^2}{4\eta} \cdot \frac{\Delta p}{l}$ ), (17)

тому залежність  $u(r)$  можна представити ще й так:

$$u = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \Rightarrow u = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (18)$$

тобто  $u$  змінюється за параболічним (квадратичним) законом і в центрі труби швидкість течії є максимальною (див. годограф швидкості на рис. 5).

Визначимо об'єм газу або рідини, що протікає через поперечний переріз труби за час  $t$ . Оскільки швидкість течії залежить від відстані до центру труби (біля стінок  $u \approx 0$ ), то виділимо в рідині або газі кільце радіусом  $r$  і такою малою товщиною  $dr$ , щоб швидкість в кожній точці цієї кільцевої площадки можна було вважати однаковою (див.

рис. 5). Тоді через таке кільце площею  $dS=2\pi r dr$  за час  $t$  протече об'єм рідини (газу)  $dV=utdS$  (за час  $t$  вся рідина або газ, що знаходиться на відстані  $l=u \cdot t$  від кільця пройде через площу  $dS$ ). Підставимо сюди замість  $u$  вираз (16) і проінтегруємо:

$$dV = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) \cdot t \cdot 2\pi r dr =$$

$$\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \pi t \left( \int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \pi t \left( \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right) = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \pi R^4 t.$$

Отже, щосекунди через поперечний переріз труби протікає об'єм (або витрата  $Q=V/t$ ), що визначається за формулою

$$\boxed{Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l}} \quad (19)$$

яка називається формулою Пуазейля. Формули (16–19) справедливі для ламінарних течій. При великих швидкостях ( $u \gg u_{кр}$ ) течії стають турбулентними, розподіл швидкостей в яких носить хаотичний характер. Врахувавши (17), вираз (19) можна записати так:

$Q = \frac{1}{2} \pi R^2 u_0 = \frac{1}{2} S u_0$ . Якщо ввести середню швидкість потоку  $\bar{u}$ , то витрата рідини або газу представляється формулою  $Q = \pi R^2 \bar{u} = S \bar{u}$ . Порівнюючи її з (19), бачимо:  $\bar{u} = 0,5 u_0$ , а  $u_0 = 2 \bar{u}$ .

## Лабораторна робота № 8

# ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ПОВІТРЯ МЕТОДОМ НАГРІТОЇ НИТКИ

Мета роботи: визначити середнє значення коефіцієнту теплопровідності повітря та оцінити ефективний діаметр молекул.

Прилади та матеріали: циліндрична трубка із закріпленою вздовж осі ніхромовою дротиною, джерело живлення, амперметр, вольтметр, диференціальна термопара, цифровий мілівольтметр.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розрізняють три типи теплопередачі: конвекційний теплообмін, теплове випромінювання та теплопровідність.

*Конвекційний теплообмін* – передача енергії потоком рідини чи газу внаслідок їх руху у полі сил тяжіння із-за різних густин шарів. Передача теплоти при цьому здійснюється за рахунок переміщення та змішування гарячих і холодних шарів рідини або газу. Тепловіддача конвекцією – дуже складний процес, який залежить від багатьох факторів: природи виникнення і режиму руху, швидкості руху, фізичних і хімічних властивостей середовища – густини, в'язкості, теплоємності, форми поверхні, її геометричних розмірів і т.п. Інтенсивність конвекційного теплообміну в основному залежить від товщини пограничного шару біля стінки і від температурного градієнта в ньому. Визначити взаємозв'язок між цими параметрами дуже важко. Тому в основу практичних розрахунків тепловіддачі покладено формулу Ньютона-Ріхмана:

$$Q = \alpha S (T_C - T_P) \Delta t,$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт конвекційної тепловіддачі (він показує потужність теплового потоку, який проходить крізь 1 м<sup>2</sup> поверхні при різниці температур між стінкою та рідиною (газом) 1К) – його розмірність Вт/(м<sup>2</sup>·К),  $\Delta t$  – проміжок часу,  $T_C$  – температура “ гарячої ” стінки,  $T_P$  – температура рідини або газу,  $Q$  – кількість переданої теплоти.

Вивчення процесу теплопередачі при конвекції зводиться до визначення коефіцієнта теплообміну  $\alpha$ , що досить ускладнено, оскільки він залежить від багатьох параметрів. Ця залежність встановлюється експериментально або при моделюванні теплових процесів.

*Теплове випромінювання* - це процес поширення теплової енергії за допомогою електромагнітних хвиль. Цей процес описується законами Кірхгофа, Стефана-Больцмана, Ламберта, Планка.

*Теплопровідність* – це процес передачі теплоти від більш нагрітого шару газу до менш нагрітого за рахунок хаотичного теплового руху молекул. При теплопровідності здійснюється безпосередня передача енергії від молекул з більшою енергією до молекул з меншою енергією. Для стаціонарного процесу, при якому різниця температур в шарі газу не змінюється з часом, кількість теплоти  $dQ$ , яка переноситься внаслідок теплопровідності за час  $dt$  через поверхню площею  $S$ , перпендикулярну до напрямку  $x$  перенесення енергії, визначається за законом Фур'є:

$$dQ = -\kappa \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot dt, \quad (1)$$

де  $\kappa$  – коефіцієнт теплопровідності, який залежить від властивостей речовини. Знак “ – ” у рівнянні (1) означає, що перенесення тепла відбувається у напрямку зменшення температури. Величина  $\frac{dT}{dx}$  носить назву градієнту температури. Існування градієнта температури є необхідною умовою для виникнення теплопровідності.

Інтенсивність процесу теплопровідності характеризується тепловим потоком  $J$  – кількістю теплоти, що проходить в одиницю часу (за 1 с) через деяку поверхню:

$$J = \frac{\delta Q}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dx} S. \quad (2)$$

Як видно з цієї формули, коефіцієнт  $\kappa$  чисельно дорівнює потоку енергії, що проходить через одиницю площі при одиничному градієнті температури. Одиницею  $J$  в СІ служить Дж/с, тобто Вт, отже,  $\kappa$  вимірюється у Вт/(м·К).

Виходячи з положень молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів можна показати, що коефіцієнт теплопровідності залежить від густини газу  $\rho$ , його питомої теплоємності при постійному об'ємі  $C_V$ , середньої довжини вільного пробігу молекул  $\langle \lambda \rangle$ , середньої швидкості теплового руху молекул  $\langle v \rangle$ , і розраховується за формулою:

$$\kappa = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho C_V. \quad (3)$$

Кожний з множників виразу (3) виражається через параметри стану

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad \langle \lambda \rangle = \frac{l}{\sqrt{2\pi d^2 n}} = \frac{kT}{\sqrt{2\pi d^2 p}}; \quad \rho = \frac{pM}{RT}; \quad C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M},$$

тут  $R$  – універсальна газова постійна;  $T$  – термодинамічна температура повітря;  $M$  – молярна маса повітря;  $k$  – постійна Больцмана;  $d$  – ефективний діаметр молекул;  $p$  – тиск;  $i$  – число ступенів вільності,  $n$  – концентрація молекул.

У цій лабораторній роботі розглядається процес розповсюдження тепла у повітрі між ниткою (тоненькою трубкою), що нагрівається електричним струмом, і зовнішньою стінкою, яка має кімнатну температуру. Температура повітря змінюється в залежності від відстані до нитки (якщо відстань між стінкою і ниткою набагато більша середньої довжини вільного пробігу).

Можна вважати, що тиск  $p$  в усіх точках однаковий і дорівнює атмосферному (відкрита судина). Повітря є сумішшю різних газів, однак в основному складається з азоту  $N_2$  (~70%) і кисню  $O_2$  (~25%), молярні маси яких мають близькі значення (28 г/моль та 32 г/моль), тому вважатимемо, що молярна маса повітря  $M = 29$  г/моль постійна у всьому об'ємі. Підставивши у формулу (3) записані вище вирази, одержимо залежність коефіцієнта теплопровідності від температури:

$$\kappa(T) = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi M}} = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT_0}{\pi M}} \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \kappa_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}, \quad (4)$$

де  $\kappa_0 = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT_0}{\pi M}}$  – коефіцієнт теплопровідності при температурі

$T_0 = 273$  К, і тиску  $1,013 \cdot 10^5$  Па, а  $\sqrt{T/T_0}$  – безрозмірна функція температури.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Розглянемо досліджуваний газ, що знаходиться у металевому циліндрі радіусом  $R$  і висотою  $l$  ( $l \gg R$ ), уздовж осі якого натягнутий ніхромовий дріт  $AB$  (рис. 1).

Якщо дрітину  $AB$  нагрівати струмом, то у напрямі радіусу трубки виникає певний градієнт температури і в цьому ж напрямі спостерігається перенесення теплової енергії. При цьому кількість



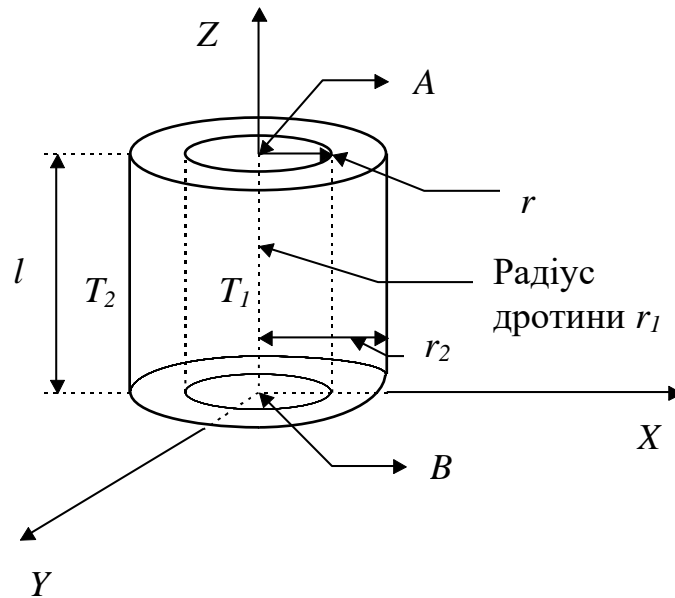


Рис. 1. До виведення робочої формули.

тепла, яка переноситься через бічну поверхню коаксіального циліндра радіусу  $r$  можна визначити за формулою

$$dQ = -\kappa \left( \frac{dT}{dr} \right) 2\pi r l dt . \quad (5)$$

При *стаціонарному процесі теплопровідності* кількість теплоти, яка переноситься через дану і будь-яку коаксіальну циліндричну поверхню в одиницю часу буде величиною постійною. Таким чином

$$\frac{dQ}{dt} = J = const .$$

Отже, співвідношення (5) матиме такий вигляд:

$$J = -\chi \left( \frac{dT}{dr} \right) 2\pi r l . \quad (6)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння (6) методом розділення змінних. Для цього співвідношення (6) перепишемо в такому вигляді:

$$J \frac{dr}{r} = -\kappa 2\pi l dT .$$

Беручи інтеграл з останнього рівняння

$$\int_{r_1}^{r_2} J \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} 2\pi l dT ,$$

одержимо:

$$J \ln \frac{r_2}{r_1} = 2\pi l (T_1 - T_2). \quad (7)$$

З рівняння (7) можна визначити коефіцієнт теплопровідності  $\kappa$  досліджуваного газу:

$$\kappa = \frac{J \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l (T_1 - T_2)}, \quad (8)$$

де:  $r_2$  – радіус циліндра,  $r_1$  – радіус дротини,  $l$  – довжина циліндра (дротини),  $T_1$  – температура дротини,  $T_2$  – температура циліндра.

Таким чином, для визначення коефіцієнта теплопровідності досліджуваного газу необхідно знайти кількість теплової енергії, яка передається від дротини до стінки циліндра за 1 сек шляхом теплопровідності.

Цю кількість теплоти можна визначити за законом Джоуля-Ленца, визначивши потужність струму, яким нагрівається дротина

$$P = J = IU, \quad (9)$$

де  $I$  – струм, що протікає по дротині;  $U$  – падіння напруги на дротині.

Слід проте враховувати, що розраховане при цьому значення теплопровідності матиме дещо завищене значення, оскільки крім теплопровідності передача тепла може здійснюватися випромінюванням та за рахунок конвекції, а також у результаті передачі тепла від дротини через електричні контакти, які підводять струм.

При виконанні роботи і при відповідних розрахунках коефіцієнта теплопровідності процесами конвекції і теплопровідності через контакти, що підводять струм, ми нехтуватимемо. Що стосується теплового випромінювання, то в даній лабораторній роботі кількість тепла, що передається розігрітою дротиною можна оцінити з використанням закону Стефана-Больцмана. Відповідно до цього закону енергетична світимість абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертій степені абсолютної температури:

$$R_E^0 = \sigma T^4,$$

де  $T$  – температура абсолютно чорного тіла;  $\sigma$  – постійна Стефана-Больцмана,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Дж/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>с).

У цій роботі дротина не є абсолютно чорним тілом, тому закон Стефана - Больцмана матиме наступний вигляд:

$$R_E^0 = A\sigma T^4,$$

де  $A$  – поглинальна здатність тіла (дротини). Для ніхромової дротини, яка використовується в роботі  $A = 0,4$ .

Якщо  $S_D$  – площа нагрітої дротини,  $T_1$  – її температура,  $S_{Ц}$  – площа бічної поверхні циліндра,  $T_2$  – температура стінки циліндра, то теплова енергія  $P_E$ , яка передається від дротини до циліндра через випромінювання за одиницю часу, дорівнює:

$$P_E = AS_D\sigma T_1^4 - AS_{Ц}\sigma T_2^4. \tag{10}$$

Розрахунки за формулою (10) показують, що кількість теплоти  $P_E$ , яка передається дротиною через випромінювання в одиницю часу при температурах, які близькі до кімнатної, не перевищує декількох відсотків від потужності  $P$ , що виділяється струмом у ніхромовій дротині згідно співвідношенню (9), і в даній роботі не враховується.

Підставляючи співвідношення (9) в рівняння (8), одержимо *робочу формулу* для визначення коефіцієнта теплопровідності повітря:

$$\kappa = \frac{IU \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l(T_1 - T_2)}. \tag{11}$$

Схема експериментальної установки для визначення коефіцієнта теплопровідності повітря зображена на рис. 2.

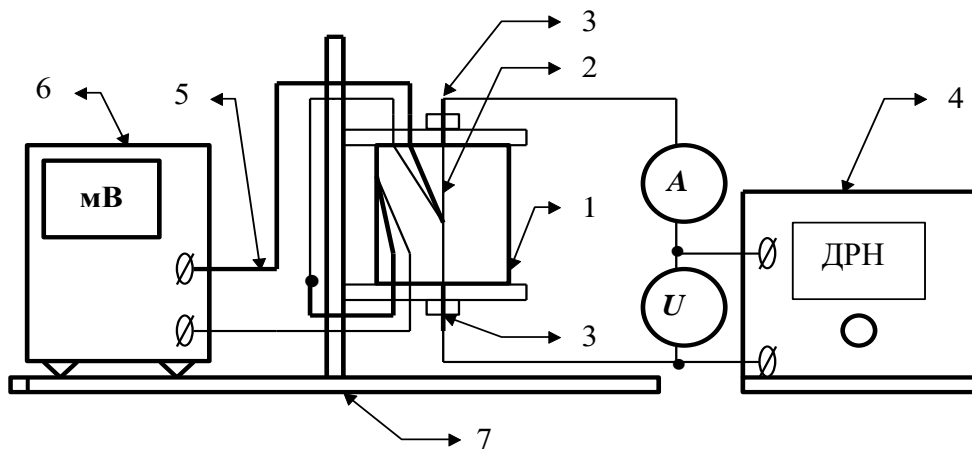


Рис.2. Установа для дослідження теплопровідності повітря.

Установка складається з мідного циліндра 1 діаметром 16 мм, вздовж осі якого укріплена ніхромова дротина 2. До дротини 2 через контакти 3, що підводять струм, підключається джерело регульованої напруги 4. Послідовно до дротини з'єднується амперметр, паралельно – вольтметр.

Для вимірювання різниці температур між дротиною і циліндром застосовується диференціальна термопара 5, яка з'єднується з мілівольтметром 6.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Підключити джерело регульованої напруги (ДРН) до мережі змінного струму 220 В. Встановити на виході джерела напругу 12 В.
2. Через 15 хвилин зняти показання амперметра і для вимірювання різниці температур між ніхромовою дротиною і мідним циліндром визначити е.р.с.  $E$  диференціальної термопари. Результати вимірювань записати в таблицю 1.

Таблиця 1. Таблиця реєстрації результатів експерименту

№ з.п.	$U$ , В	$\Delta U$ , В	$I$ , А	$\Delta I$ , А	$E$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\kappa$ , Вт/(мК)	$\Delta \kappa$ , Вт/(мК)	Примітка
Деякі постійні експериментальної установки.									
Радіус дроту, $r_1$ , м					$r_1 =$			$\Delta r_1 =$	
Довжина дроту, $l$ , м					$l =$			$\Delta l =$	
Радіус циліндра, $r_2$ , м					$r_2 =$			$\Delta r_2 =$	

3. Визначити за графіком градування термопари різницю температур між дротиною, яка розігріта струмом, і внутрішньою поверхнею мідного циліндра.
4. Розрахувати за формулою (11) коефіцієнт теплопровідності повітря. Результати розрахунку записати в таблицю 1.
5. Пункти 2 – 4 виконати для різних значень вихідної напруги джерела живлення (різних струмів через ніхромову дротину). Оцінити методом середніх значень абсолютну і відносну похибки коефіцієнта теплопровідності. Зробити короткі висновки.

6. Використовуючи одержані значення коефіцієнту теплопровідності  $\kappa(T)$  та рівняння (4), оцінити ефективний діаметр молекул повітря.

### Обробка результатів вимірювань

Похибка у вимірюванні коефіцієнту теплопровідності буде мати випадкову і систематичну складові. Випадкова похибка оцінюється за звичайною схемою. Для оцінки систематичної складової похибки прологарифмуємо вираз (11):

$$\ln \kappa = \ln I + \ln U + \ln \left( \ln \frac{r_2}{r_1} \right) - \ln 2 - \ln \pi - \ln l - \ln(T_1 - T_2). \quad (12)$$

Візьмемо повний диференціал від співвідношення (12):

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa}{\kappa} &= \frac{dI}{I} + \frac{dU}{U} + \frac{d \left( \ln \frac{r_2}{r_1} \right)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{dl}{l} - \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \\ &= \frac{dI}{I} + \frac{dU}{U} + \frac{1}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \left( \frac{dr_2}{r_2} - \frac{dr_1}{r_1} \right) - \frac{dl}{l} - \frac{d\Delta T}{\Delta T} \end{aligned} \quad (13)$$

У рівнянні (13) знаки повного диференціала  $d$  замінимо на знак кінцевого приросту  $\Delta$ , а знак “-” (мінус) перед приростами  $\Delta$  замінимо на знак + (плюс). Тоді одержимо:

$$\frac{\Delta \kappa}{\kappa} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{1}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \left( \frac{\Delta r_2}{r_2} + \frac{\Delta r_1}{r_1} \right) + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T}. \quad (14)$$

Рівняння (14) може бути використано для оцінки величини систематичної похибки коефіцієнта теплопровідності.

Відмітимо, що величина абсолютної похибки струму і напруги розраховуються за класами точності використовуваних у роботі амперметра і вольтметра. Абсолютна похибка при вимірюванні температур дротини і циліндра у даній роботі становить  $\pm 1\text{К}$ , або розраховується за класом точності і показами мілівольметра.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Поясніть природу теплопровідності в газах.
2. Яка розмірність коефіцієнта теплопровідності?
3. За яких умов буде спостерігатись явище теплопровідності?
4. Що ви розумієте під поняттям “градієнт температури”? Поясніть на прикладі.
5. Поясніть температурну залежність коефіцієнта тепло-провідності для газів.
6. Виведіть робочу формулу для розрахунку коефіцієнта теплопровідності для газів.
7. За яких умов виведена робоча формула?
8. Який взаємозв’язок між коефіцієнтами явищ перенесення у газах?
9. За яких умов можна знехтувати потоками тепла через основи циліндра, який використовується у лабораторній установці?
10. Оцініть, яку долю теплопереносу буде складати радіаційне випромінювання в одному конкретному із проведених вами дослідів.
11. Що вносить найбільшу похибку у результати визначення коефіцієнту теплопровідності у цій лабораторній роботі?
12. Чому покази приладів необхідно знімати не раніше як через 15 хвилин після встановлення певного значення струму через дротину?

## Лабораторна робота № 9

# ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ ТЕПЛОЄМНОСТЕЙ ПОВІТРЯ МЕТОДОМ АДІАБАТИЧНОГО РОЗШИРЕННЯ (МЕТОД КЛЕМАНА – ДЕЗОРМА)

Мета роботи: вивчення термодинамічних процесів з ідеальними газами, експериментальне визначення відношення теплоємностей  $C_p/C_v$  для повітря і порівняння отриманих результатів з висновками молекулярно-кінетичної теорії газів.

Прилади і матеріали: скляна посудина (балон) з краном, ручний насос, U-подібний водяний манометр.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1. Ізопроцеси в ідеальних газах

Згідно з I-им законом (принципом) термодинаміки кількість теплоти  $dQ$ , яку одержує термічно ізольована система, витрачається на збільшення її внутрішньої енергії  $dU$  та на роботу  $dA$ , що виконується системою проти зовнішніх сил :

$$dQ = dU + dA. \quad (1)$$

Перший принцип термодинаміки виражає закон збереження енергії стосовно механічної і теплової енергії. Елементарна робота  $dA = pdV$ , тому для ідеальних газів

$$dQ = dU + pdV = C_v dT + pdV, \quad (2)$$

де  $C_v$  – теплоємність газу при постійному об'ємі.

Застосуємо I-ий закон термодинаміки до різних процесів, що відбуваються в ідеальних газах, коли один із параметрів системи підтримується незмінним (так звані ізопроцеси).

*Ізохоричний процес:*  $V = const, dV = 0$ , отже,  $dA = pdV = 0$ ,  
 $dQ = dU$ ,

тобто, при ізохоричному процесі вся теплота, яку одержує газ зовні, витрачається на збільшення його внутрішньої енергії.

*Ізобаричний процес:*  $p = const$   
 $dQ = dU + dA$ .

Теплота, яку одержує газ при ізобаричному процесі, витрачається на збільшення його внутрішньої енергії та на роботу проти зовнішніх сил.

*Ізотермічний процес:*  $T = \text{const}$ ,  $dT = 0$ , отже,

$$dU = 0, \quad \text{а} \quad dQ = dA = pdV,$$

тобто внутрішня енергія газу не змінюється ( $U = \text{const}$ ), а вся теплота, яку одержує газ, витрачається на роботу проти зовнішніх сил.

*Адіабатичний процес* ( $dQ = 0$ ), тобто система не обмінюється теплом із навколишніми тілами, при цьому ентропія  $S = \text{const}$

$$dU + dA = 0, \quad dU = -dA.$$

При адіабатичному процесі газ виконує зовнішню роботу, витрачаючи частину своєї внутрішньої енергії.

## 1.2. Теплоємність ідеальних газів.

В ідеальних газах взаємодія між молекулами на відстані відсутня, тому потенціальна енергія взаємодії дорівнює нулю, а отже вся внутрішня енергія газу складається виключно із кінетичної енергії руху молекул, яка визначається температурою. Кількість теплоти, необхідної для нагрівання газу, залежить від роду газу, його маси та від того, на скільки треба змінити температуру. Тому для характеристики теплових властивостей газу, як і всякого іншого тіла, використовують скалярну фізичну величину – теплоємність.

Теплоємність  $C$  – це кількість теплоти, яку необхідно надати тілу, щоб підвищити його температуру на один Кельвін, і вимірюється в Дж/К.

Теплоємність, віднесена до одиниці маси речовини, називається питомою теплоємністю  $C_p$ . Вона характеризує не тіло, а речовину, з якої складається тіло, і вимірюється в Дж/(кг·К) (СІ). Теплоємність, віднесена до 1 молю речовини  $C_M$  називається молярною теплоємністю і вимірюється в Дж/(моль·К).

Між питомою теплоємністю  $C_p$  і молярною теплоємністю  $C_M$  справедливе співвідношення

$$C_M = MC_p,$$

де  $M$  – молярна маса речовини.

Нехай нагрівання газу відбувається за умов  $V = \text{const}$ . Тоді відповідна теплоємність (теплоємність при постійному об'ємі) визначається таким чином:



$$C_V = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_V = \frac{d}{dT} (dU + pdV)_V = \frac{dU}{dT}. \quad (3)$$

Якщо при нагріванні  $p = const$ , то теплоємність при постійному тиску:

$$C_p = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p = \frac{d}{dT} (dU + pdV)_p = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT}. \quad (4)$$

З рівняння стану ідеального газу  $pV = \nu RT$ , де  $\nu = m/M$  – кількість молів газу, після диференціювання одержимо:

$$Vdp + pdV = \nu RdT, \quad (5)$$

де  $p$  – тиск газу;  $V$  – об'єм газу;  $R$  – універсальна газова стала.

При  $p = const$ ,  $dp = 0$ , отже  $pdV = \nu RdT$ . Підставляючи цей вираз у рівняння (4), одержуємо:

$$C_p = \frac{dU}{dT} + \nu \frac{RdT}{dT} = C_V + \nu R. \quad (6)$$

Для одного молю газу  $C_{pM} = C_{VM} + R$ . Цей вираз дістав назву рівняння Майєра.

Для процесу, що протікає без теплообміну з навколишнім середовищем (адіабатичний процес, тобто  $dQ = 0$ ,  $S = const$ ), перший закон термодинаміки має вигляд:  $dU + dA = 0$  або  $-dU = dA$ .

Оскільки  $dA = pdV$  та  $dU = C_V dT$ , то

$$pdV = -C_V dT. \quad (7)$$

Враховуючи (6), та поділивши рівняння (5) на (7), одержимо :

$$\frac{Vdp}{pdV} + 1 = -\frac{C_p}{C_V} + 1, \quad (8)$$

або 
$$\frac{dp}{p} = -\left( \frac{C_p}{C_V} \right) \frac{dV}{V} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad \text{де } \gamma = \frac{C_p}{C_V}. \quad (9)$$

Інтегруючи (9) і потенціуючи результат, одержимо рівняння Пуассона, яке є рівнянням стану газу при адіабатичному процесі:

$$pV^\gamma = const. \quad (10)$$

Величина  $\gamma$  для газів відіграє важливу роль при адіабатичних та близьких до них процесах.

### Внутрішня енергія ідеального газу

З основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії відомо, що середня енергія молекули ідеального газу, якщо його частинки вважати кульками, визначається виразом

$$\frac{m_0 \langle v_0^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT ,$$

де  $k$  – постійна Больцмана,  $m_0$  – маса молекули,  $\langle v_0^2 \rangle$  – її середньоквадратична швидкість.

Такий вираз справедливий, якщо молекули газу вважати матеріальними точками, здатними здійснювати лише поступальний рух. Таке уявлення про газ прийнятне для одноатомних газів. Проте, якщо молекула складається з декількох атомів, то її рух значно складніший: молекула може здійснювати також інші види руху – обертальний і коливальний, з якими також зв'язані витрати енергії.

Положення молекули-точки в просторі однозначно визначається координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , тобто для одноатомної молекули число незалежних координат дорівнює трьом. Для жорсткої двоатомної молекули крім положення центру мас, необхідно вказати орієнтацію осі молекули у просторі двома кутами відносно осей, тому для опису положення такої молекули необхідно п'ять чисел.

Число незалежних координат, що визначають положення тіла в просторі, називається числом ступенів вільності (позначається  $i$ ). Тобто для одноатомної молекули  $i = 3$ .

Основним уявленням класичної молекулярно-кінетичної теорії, сформульованим Больцманом, є уявлення про енергетичну рівноправність всіх ступенів вільності молекул, тобто на кожний ступінь вільності молекули, яка рухається, припадає в середньому одна і та ж величина енергії  $E_0$ .

Якщо молекула має  $i$  ступенів вільності, то повне значення її середньої кінетичної енергії  $E_{\text{пов. кін}}$

$$E_{\text{пов. кін.}} = iE_0$$

Знайдемо  $E_0$ , тобто енергію, що припадає на один ступінь вільності. Кінетична енергія поступального руху одноатомної молекули дорівнює  $3/2 kT$ , а поступальному рухові відповідають три ступеня вільності. Отже, на один ступінь вільності поступального руху припадає енергія

$$\bar{E}_0 = \frac{E_{\text{пов. кін.}}}{3} = \frac{\frac{3}{2} kT}{3} = \frac{1}{2} kT .$$

Така сама енергія припадає також на обертальні ступені вільності. Інша ситуація при виникненні внутрімолекулярних коливань. Оскільки при коливаннях атоми молекули мають як

кінетичну, так і потенціальну енергію, середні значення яких однакові, то у молекулі на кожний коливний ступінь вільності має припадати середня енергія  $\left(\frac{1}{2}kT\right)_{\text{КІН.}} + \left(\frac{1}{2}kT\right)_{\text{ПОТ}} = kT$

Якщо молекула має  $i$  поступальних і обертальних ступенів вільності та  $s$  коливних, то повне середнє значення енергії молекули

$$E_{\text{ПОВН.}} = \frac{i}{2}kT + skT .$$

Для двохатомного газу  $i = 5$ ,  $s = 1$ , однак при кімнатній температурі коливні ступені вільності не збуджені (заморожені), тому середня енергія молекули  $\bar{E} = \frac{5}{2}kT$ .

У випадку ідеального газу сума середніх кінетичних енергій молекул є його внутрішньою енергією  $U$ . Знайдемо внутрішню енергію одного моля ідеального газу. Оскільки в одному молі міститься  $N_A$  молекул газу ( $N_A$  – число Авогадро), то

$$U_M = N_A \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}RT , \quad (11)$$

оскільки  $N_A k = R$  – універсальна газова стала.

З рівнянь (3) та (6) виходить, що

$$C_{VM} = \frac{i}{2}R \quad \text{та} \quad C_{PM} = \frac{i+2}{2}R . \quad (12)$$

Отже, для двохатомного газу у звичайних умовах

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4 . \quad (13)$$

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Одним з найпростіших методів визначення  $\gamma$  для газів є метод адіабатичного розширення (метод Клемана-Дезорма). Метод полягає в наступному. В деяку герметично закрити посудину, сполучену з манометром, за допомогою резинової груші накачують небагато повітря (рис.1). Через деякий час температура повітря в посудині зрівняється з кімнатною  $T_0$  (процеси  $a-b-c$ ) і тиск  $p_1$  буде дещо вищий атмосферного (перший стан газу, який позначений на рис.1 точкою  $c$ ). Якщо відкрити кран, то відбудеться адіабатичне розширення газу, при цьому його температура зменшиться до  $T_2$ , а тиск стане

дорівнювати атмосферному  $p_2 = p_{ATM}$  (процес  $c-d$ ). Назвемо цей стан газу другим (точка  $d$  на рис.1). Робота розширення газу  $A_{12}$  здійснюється за рахунок зменшення внутрішньої енергії

$$A_{12} = \Delta U_{12} = \frac{m}{M} C_V (T_0 - T_2) = \frac{m}{M} \left( \frac{i}{2} R \right) (T_0 - T_2).$$

У момент досягнення стану  $d$ , тобто в той момент, коли тиск у посудині зрівняється з атмосферним  $p_2 = p_{ATM}$ , необхідно закрити кран, причому зробити це треба достатньо швидко, щоб теплообміном, який відбувається за цей час через стінки посудини, можна було знехтувати.

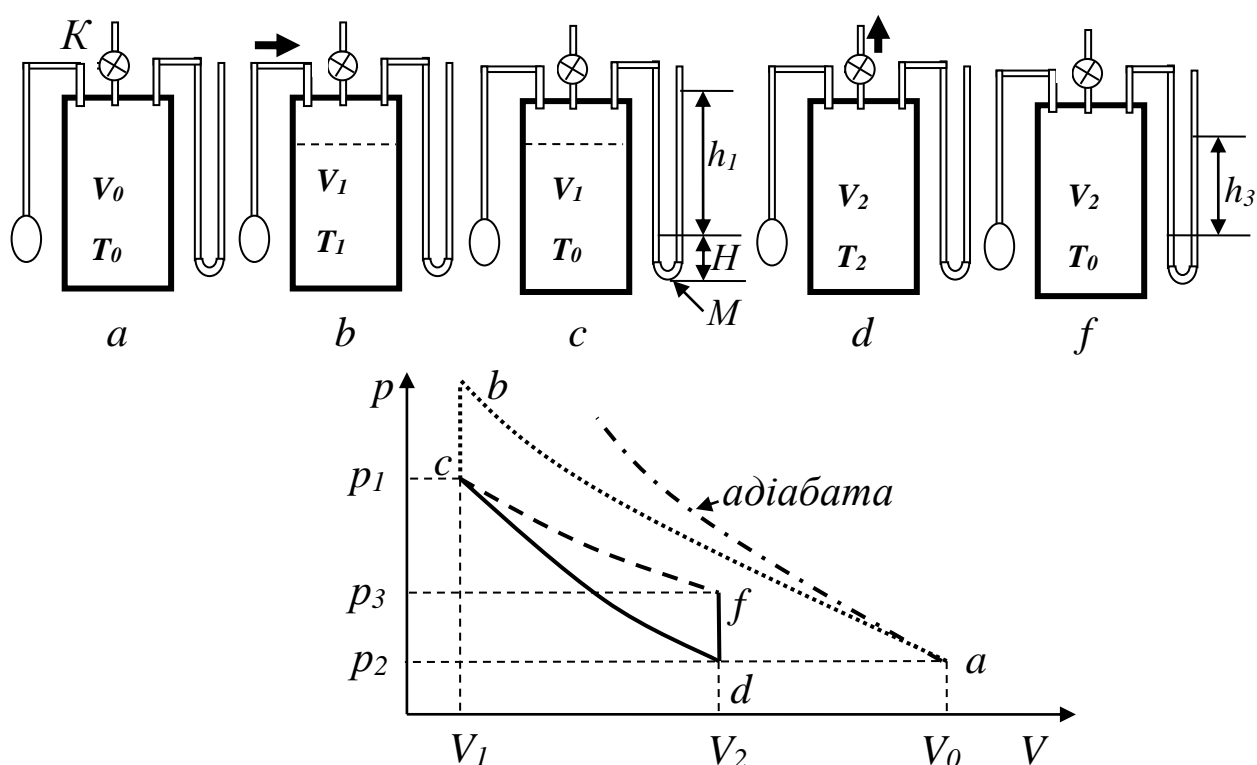


Рис. 1. Термодинамічні процеси, які відбуваються з газом при визначенні відношення  $C_p/C_V$  методом Клемана-Дезорма.

З часом температура повітря в посудині підвищуватиметься і досягне кімнатної  $T_0$ , тиск підвищиться до значення  $p_3$ , а об'єм залишиться незмінним (процес  $d-f$  і відповідно третій стан газу). Робота в цьому процесі не виконується, внутрішня енергія газу збільшується за рахунок надання йому теплоти  $Q_{23}$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{m}{M} C_V (T_0 - T_2) = \frac{m}{M} \left( \frac{i}{2} R \right) (T_0 - T_2).$$

Цю кількість тепла газ відбирає від оточуючого середовища (навколишнього повітря або якогось іншого тіла, яке охолоджується).

Перехід газу з першого стану в другий відбувається досить швидко, тобто за час, який недостатній для обміну теплом з навколишнім середовищем (адіабатичний процес) і, отже, підкоряється рівнянню Пуассона, яке в цьому випадку зручно записати у вигляді

$$\frac{p_1^{\gamma-1}}{T_0^\gamma} = \frac{p_2^{\gamma-1}}{T_2^\gamma}. \quad (14)$$

Подальший перехід з другого стану в третій, оскільки посудина закрита і її об'єм сталий  $V = const$ , може бути описаний рівнянням Шарля (ізохоричний процес)

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_0}. \quad (15)$$

Виключаючи з рівнянь (14) і (15) температуру, знайдемо:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^\gamma. \quad (16)$$

Нагадаємо, як вимірюється тиск за допомогою манометра і як його слід записувати в даній лабораторній роботі. Зазвичай за допомогою U-подібного манометра визначають різницю між атмосферним тиском і тиском газу в деякій посудині. В цьому випадку одна з трубок з'єднується з атмосферою, а інша – з посудиною. Якщо тиск газу в посудині дорівнює атмосферному, то рівні рідини в трубках манометра однакові (за законом сполучених посудин).

Нехай у посудині тиск зросте до значення  $p'$ . Тоді рідина почне витіснятися з лівої трубки в праву. При цьому висота стовпа рідини в правій трубці буде більша, ніж висота стовпа рідини в лівій трубці. Тому із-за нерівності стовпів рідини в трубках манометра виникає різниця гідростатичного тиску в них. У міру зростання стовпа рідини в правій трубці в порівнянні з лівою, зростає різниця гідростатичного тиску. Цей процес триває до тих пір, поки різниця гідростатичного тиску не компенсує різницю між тиском газу в посудині і атмосферним тиском.

Розглянемо сказане докладніше. Тиск у нижній точці манометра (в точці  $M$  на рис.1) справа складається з атмосферного тиску і гідростатичного тиску стовпа рідини висотою  $H+h_1$  в правій трубці:

$$p_{\Pi} = p_{ATM} + \rho g(H + h_1)$$

де  $\rho$  – густина рідини в манометрі,  $g$  – прискорення сили земного тяжіння. В цій же точці  $M$  тиск зліва складається з тиску в посудині і гідростатичного тиску стовпа рідини в лівій трубці манометра:

$$p_{\text{Л}} = p + \rho gH.$$

У стані рівноваги тиски у точці  $M$  справа і зліва співпадають, тобто:

$$p_{\Pi} = p_{\text{Л}}, \quad \text{або} \quad p_{ATM} + \rho g(H + h_1) = p + \rho gH. \quad (17)$$

Звідки  $p - p_{ATM} = \rho gh_1$ , де  $h_1$  різниця між рівнями рідини в трубках манометра. Таким чином, при відомій густині рідини і прискоренні вільного падіння  $g$  різниця тиску визначається різницею рівнів рідини в трубках манометра.

Підставляючи в рівність (16) значення тиску  $p_1$  і  $p_2$ , виражені через атмосферний тиск  $p_0 = p_{ATM} = p_2$  і надлишковий тиск, який визначається різницею рівнів рідини у U-подібному манометрі, під'єднаному до посудини:

$$p_1 = p_{ATM} + \rho gh_1, \quad p_3 = p_{ATM} + \rho gh_3$$

одержимо:

$$\left(1 + \frac{\rho gh_1}{p_{ATM}}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{\rho gh_3}{p_{ATM}}\right)^{\gamma},$$

де  $h_1$  та  $h_3$  – різниці рівнів рідини в U-подібному манометрі відповідно в станах 1 і 3.

В умовах досліду  $\frac{\rho gh_1}{p_{ATM}}$  і  $\frac{\rho gh_3}{p_{ATM}}$  значно менші одиниці, тому з достатньою точністю можна обмежитися лише двома першими членами біномів, що дає:

$$1 + \frac{\rho gh_1}{p_{ATM}}(\gamma - 1) \approx 1 + \frac{\rho gh_3}{p_{ATM}}\gamma.$$

Звідси неважко одержати *розрахункову (робочу) формулу* для  $\gamma$ :

$$\gamma \approx \frac{h_1}{h_1 - h_3}. \quad (18)$$

Таку ж формулу можна одержати, аналізуючи графік на рис. 1. Дійсно, в станах 1 і 3 температури однакові і становлять  $T_0$ , тобто ці

стани належать до ізотерми  $c-f$ . Із рівняння ізотерми  $pV = \text{const}$ , при якій  $T_0 = \text{const}$ , та рівняння адіабати  $pV^\gamma = \text{const}$ , при якій ентродія  $S$  є сталою, слідує, що

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_T = -\frac{p}{V}, \quad \left(\frac{dp}{dV}\right)_S = -\gamma\frac{p}{V}.$$

Отже

$$\gamma = \frac{\left(\frac{dp}{dV}\right)_S}{\left(\frac{dp}{dV}\right)_T}. \quad (19)$$

Вирази  $\left(\frac{dp}{dV}\right)_S$  та  $\left(\frac{dp}{dV}\right)_T$  представляють собою кутові коефіцієнти нахилу адіабати та ізотерми в  $p$ - $V$  координатах. Рівняння (19) виконується для  $dp/dV$  при будь-якому значенні  $V$ . У цій лабораторній роботі діапазони зміни тиску і об'єму малі, тому криві ізопроцесів без великої похибки можна замінити прямими. Це означає, що на інтервалі  $\Delta V = V_2 - V_1$  (рис. 1)

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta V}\right)_S = \frac{p_1 - p_2}{\Delta V} = \frac{\rho g h_1}{\Delta V},$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta V}\right)_T = \frac{p_3 - p_2}{\Delta V} = \frac{\rho g h_3}{\Delta V}.$$

Підстановка цих виразів у формулу (9) приводить до результату, аналогічного формулі (18).

Схема установки для визначення коефіцієнту Пуасона  $\gamma$  наведена на рис. 1. Вона складається з скляного балона (експериментальний об'єм), який за допомогою розподільного крана  $K$  може бути перекритий та сполучений або з атмосферою, або з насосом. Водяний  $U$ -подібний манометр вимірює різницю між тиском в балоні і атмосферним тиском в мм водяного стовпчика, тобто надлишковий тиск у балоні.

Для визначення відношення теплоємностей  $\gamma = C_p/C_v$  для газу (повітря), що знаходиться в балоні, з ним проводять послідовність термодинамічних процесів, представлених на  $p$ - $V$  діаграмі рис. 1. Спочатку в балон накачується повітря за допомогою насоса. При цьому газ в балоні стискується і нагрівається. Після ізохорного охолодження до початкової кімнатної температури газ має деякий тиск  $p_1$  і температуру  $T_0$  (точка  $c$ ). Потім краном сполучають балон з

атмосферою, і газ адіабатично розширюється (процес  $c-d$ ). Газ при цьому охолоджується і його тиск падає до величини  $p_2 = p_{\text{АТМ}}$ , а температура – до величини  $T_2 < T_0$ . У момент досягнення тиску  $p_{\text{АТМ}}$  кран К перекидається (точка  $d$ ), і далі газ ізохорично нагрівається до кімнатної температури (процес  $d-f$ ). У кінцевому стані тиск газу  $p_3 > p_0$ , а температура дорівнює  $T_0$  (точка  $f$ ). Очевидно, що протягом всіх розглянутих термодинамічних процесів маса газу в балоні більше або дорівнює  $m^* = Mp_3V_2/RT_0$ , де  $M$  – молярна маса газу. Назвемо масу  $m^*$  робочою масою газу, ця маса залишається весь час в балоні. Газ, що накачується і випускається з балона, служить лише для стиснення і розширення робочої маси газу.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Визначення відношення $C_p/C_v$

1. Закривши кран, від'єднати балон від атмосфери. Накачати насосом повітря в балон так, щоб величина різниці тисків, яку показує U-подібний манометр, становила 0,9 граничного значення за шкалою манометра (не менше 20—25 см вод. ст.)
2. Почекати не менше двох хвилин, коли температура повітря в балоні та в навколишньому середовищі стануть однаковими. При досягненні такого стану різниця рівнів води  $h_1$  у колінах манометра буде незмінною. Виміряти стале значення величини  $h_1$ .
3. Повернувши кран, з'єднати балон з атмосферою (процес  $c-d$ ) і після вирівнювання рівнів води у трубках манометра знову закрити кран балона. Через певний час (не менше 2 хвилин), необхідний для вирівнювання температури (процес  $d-f$ ), знову записати покази манометра  $h_3$ .
4. За формулою (18) обчислити значення  $\gamma$ . Пункти 1–3 цього завдання виконати не менше 10 разів. Знайти середнє значення  $\langle \gamma \rangle$  та похибку  $\Delta\gamma$  з довірчою ймовірністю 0,95. Невиключену систематичну похибку прийняти такою, що дорівнює  $\gamma^2 \Delta h/h_1$ , де  $\Delta h$  – ціна поділки манометра.

#### Завдання 2. Побудова графіків термодинамічних процесів

1. Виміряти температуру навколишнього середовища  $T_0$  та записати об'єм балона, який зазначений на лабораторній установці.
2. Використовуючи числові значення  $p_{\text{АТМ}} + \rho gh_3$ ,  $V_2$ ,  $T_0$  (параметри стану 3), за рівнянням Клапейрона-Менделєєва обчислити кількість молей повітря  $\nu^*$ , що здійснює досліджуваний цикл.



3. Обчислити значення тиску, об'єму та температури ( $p$ ,  $V$ ,  $T$ ) за даними одного із спостережень для кожного із станів 1 і 2.
4. Побудувати за даними п. 1 та п.2 графіки лінеаризованого циклу в координатах ( $p$ ,  $V$ ) і ( $S$ ,  $T$ ). (Градування осей повинне починатися з числових значень, близьких до значень  $p_2$ ,  $V_2$ , і  $T_2$ ). На тих же графіках зобразити діаграму циклу Карно, що містить гілки  $c-d$  і  $c-f$  дослідженого циклу.
5. Користуючись побудованими графіками, визначити роботу ізотермічного стиснення  $A_{31}$  і адіабатичного розширення  $A_{12}$ , к.к.д. циклу, зворотного дослідженому. Знайти відношення к.к.д. досліджуваного і к.к.д. циклу Карно.

### **Вдосконалений метод Клемана-Дезорма**

Основним недоліком приведеної вище методики визначення  $\gamma$  є практична невизначеність моменту попадання системи в другий стан, тобто в точку  $d$ . Передчасне перекидання крана  $K$  приведе до переривання адіабатичного процесу  $c-d$ , а затримка з перекиданням крана – до того, що услід за адіабатичним процесом  $c-d$  відбудеться процес ізобаричного нагрівання газу в балоні (процес  $d-d_1-\dots-d_i$  на рис.2 замість процесу  $d-f$  на рис. 1). Щоб уникнути вказаного недоліку слід вимірювати параметри системи при різній тривалості згаданого ізобаричного нагрівання, екстраполювавши результати до нульової тривалості цього процесу.

Розглянемо описаний процес ізобаричного нагрівання газу детальніше. Протягом цього процесу тиск газу в балоні залишається постійним і таким, що дорівнює атмосферному тиску  $p_2$ , оскільки кран  $K$  відкритий і балон сполучається з атмосферою. Оскільки після здійснення адіабатичного процесу  $c-d$  температура газу в балоні знизилася до  $T_2$ , яка менша температури  $T_0$  навколишнього середовища, то, в результаті теплообміну через стінку балона, відбуватиметься підвищення температури газу в ньому. Підвищення температури при постійному тиску приведе до збільшення об'єму, що і показано лінією  $d-d_1-\dots-d_i$  на рис. 2.

Через деякий час  $t$  закриємо кран  $K$ , чим зафіксуємо об'єм  $V_3$  (або  $V_i$  у залежності від тривалості ізобаричного розширення) системи. Подальший теплообмін з навколишнім середовищем приведе до ізохоричного процесу  $d_1-f_1$  ( $d_i-f_i$ ), у результаті якого система досягає температури навколишнього середовища  $T_0$  при тиску, наприклад  $p_i$ . Здійснюючи вказану послідовність процесів при

різній тривалості процесу  $d \dots d_i$  і екстраполюючи результати до  $t=0$ , одержують шукану величину  $p_3$ .

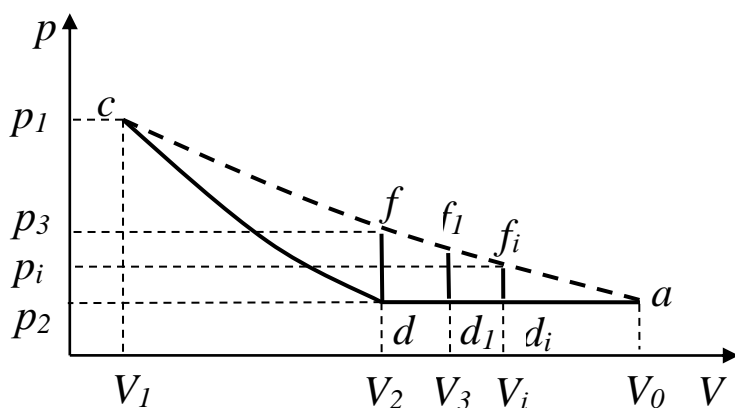


Рис. 2. Вдосконалений метод Клемана-Дезорма.

Розглянемо докладніше процеси, що відбуваються з газом у балоні, починаючи із другого стану (точка  $d$ ). При цьому врахуємо, що теплота поглинається всім газом, що є у балоні. Тому тепер зручніше, як досліджувану систему, розглядати не робочу масу  $m^*$  газу, як це було вище, а газ, що знаходиться в балоні. Тоді об'єм газу в балоні весь час буде постійним і дорівнюватиме  $V_2$ . Змінюватися ж можуть температура  $T(t)$ , кількість газу  $\nu(t)$  і тиск в балоні. Отже, у стані  $d$  (рис. 2) газ займає об'єм  $V_2$ , має тиск  $p_2$  і температуру  $T_2$ , а кількість газу в балоні дорівнює

$$\nu^* = \nu_d = \frac{p_2 V_2}{RT_2}. \quad (20)$$

Здійснимо ізобаричний процес при відкритому крані  $K$ . У довільний момент часу кількість газу у балоні

$$\nu(T) = \frac{p_2 V_2}{RT} = \nu^* \frac{T_2}{T(t)}. \quad (21)$$

Теплообмін цього газу з навколишнім середовищем описується законом (рівнянням) Ньютона-Ріхмана:

$$\delta Q = -\alpha(T - T_0)dt,$$

де  $\delta Q$  – теплота, одержана газом в балоні за час  $dt$ ,  $T$  – температура газу в балоні в даний момент часу,  $\alpha$  – коефіцієнт, що визначається площею, товщиною та теплопровідністю стінок балона. Виражаючи  $\delta Q$  через молярну теплоємність при постійному тиску (оскільки даний процес ізобаричний), одержимо:

$$v(t)C_p dT = -\alpha(T - T_0)dt, \quad (22)$$

або, враховуючи вираз (21),

$$\frac{dT}{T(T - T_0)} = \frac{\alpha}{v^* C_p T_2} dt. \quad (23)$$

Інтегруючи (23) в лівій частині від  $T_2$  до  $T_i$ , а в правій частині у межах часу від 0 до  $t$ , тобто протягом процесу  $d \dots d_i$ , одержимо:

$$\frac{1}{T_0} \ln \frac{T_2(T_i - T_0)}{T_i(T_2 - T_0)} = -\frac{\alpha}{v^* C_p T_2} t. \quad (24)$$

Після потенціювання виразу (24) одержимо:

$$1 - \frac{T_0}{T_i} = \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \exp\left(-\frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2} t\right). \quad (25)$$

Перетворимо вираз (25) так, щоб у ньому замість відношення температур фігурувало відношення тисків, що пов'язано з експериментальною простотою відповідних вимірювань. Для цього спочатку звернемося до процесу  $d_i-f_i$ . За ізохоричності процесу параметри станів  $d_i$  і  $f_i$  зв'язані відношенням:

$$\frac{T_0}{T_i} = \frac{p_i}{p_2}. \quad (26)$$

Тепер розглянемо адіабатичний процесу  $c-d$ . Температури і тиски в цьому процесі зв'язані співвідношенням:

$$\frac{T_0}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (27)$$

Підставляючи формули (26) та (27) у вираз (25), одержимо:

$$1 - \frac{p_i}{p_2} = \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{\alpha T_0}{v_d C_p T_2} t\right). \quad (28)$$

Перетворимо коефіцієнт при експоненті таким чином:

$$\begin{aligned} \left( 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right) &= 1 - \left( 1 + \frac{p_2 - p_1}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \approx \\ &\approx 1 - \left( 1 + \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \frac{p_2 - p_1}{p_1} \right) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{p_2 - p_1}{p_1}. \end{aligned}$$

Відмітимо що дріб в дужках малий в порівнянні з одиницею, що дозволило у розкладі в ряд Тейлора обмежитися першими двома членами). Тоді (28) можна представити у вигляді:

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{p_2 - p_i}{p_2 - p_1} = \exp\left(-\frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2} t\right).$$

Після логарифмування маємо:

$$\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \ln \frac{p_1}{p_2} + \ln \frac{p_2 - p_i}{p_2 - p_1} = -\frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2} t$$

Оцінюючи внесок кожного члена в суму лівої частини даного виразу, неважко дійти висновку щодо малості другого доданку в порівнянні з іншими, що дозволяє ним нехтувати. Отже, маємо:

$$\ln \frac{p_1 - p_2}{p_i - p_2} = \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2} t. \quad (29)$$

Цей вираз представляє собою лінійну залежність  $\ln \frac{p_1 - p_2}{p_i - p_2}$  від

тривалості ізохоричного процесу  $t$ . Знаходження цієї залежності дає можливість визначити постійні  $\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1}$  та  $\frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2}$ , що в свою чергу,

дозволяє зробити подальші розрахунки, зокрема визначити показник адіабати (коефіцієнт Пуассона) і роботу газу при адіабатичному розширенні.

Враховуючи, що  $p_1 = p_2 + \rho g h_1$  і  $p_i = p_2 + \rho g h_3$ , перепишемо формулу (29) таким чином

$$\ln \frac{h_1}{h_3} = \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\alpha T_0}{v^* C_p T_2} t. \quad (30)$$

Тут  $h_1, h_3$  – різниці висот стовпів рідини в трубках манометра коли газ у балоні перебуває в станах  $s, f_i$  відповідно. Видно, що при проведенні дослідів досить визначити відношення  $h_1/h_3$ . При цьому неважливо, в яких одиницях будуть виражені різниці висот. Тому

найзручніше вимірювати  $h$  в тих одиницях, в яких проградуйована шкала манометра – в міліметрах водяного стовпа (мм.вод.ст.).

Завдання 3. Визначення відношення  $C_p/C_v$  вдосконаленим методом.

1. Відкрити кран  $K$ . Переконатися, що **тиск** газу в балоні дорівнює атмосферному, при цьому різниця рівнів води у колінах манометра повинна дорівнювати нулю. Закрити кран  $K$ . Температура повітря усередині балона співпадає з кімнатною.
2. За допомогою гумової груші накачати повітря в балон так, щоб різниця рівнів рідини в манометрі досягла максимально можливого значення (не менше 200 – 300 мм.вод.ст.) Повітря при цьому дещо нагрівається.
3. Через 1 – 2 хвилини, які необхідні для охолодження газу до кімнатної температури (при цьому різниця рівнів води у колінах дещо зменшуватиметься), записати початкову різницю рівнів у манометрі  $h_1$ .
4. Відкривши кран  $K$ , з'єднати балон з атмосферою і одночасно включити секундомір. У першому з'єднанні балона з атмосферою рекомендується узяти проміжок часу приблизно 5 секунд (вимірювати час і записувати його у таблицю слід з точністю до десятих долей секунди, наприклад, 4,9 або 5,3). При цьому повітря в балоні дещо нагрівається. Закрити кран  $K$ .
5. Через 2 – 3 хвилини, які необхідні для ізохоричного нагрівання газу до кімнатної температури (процес  $d_i-f_i$ ), записати показання (різницю рівнів води) манометра  $h_i$ .

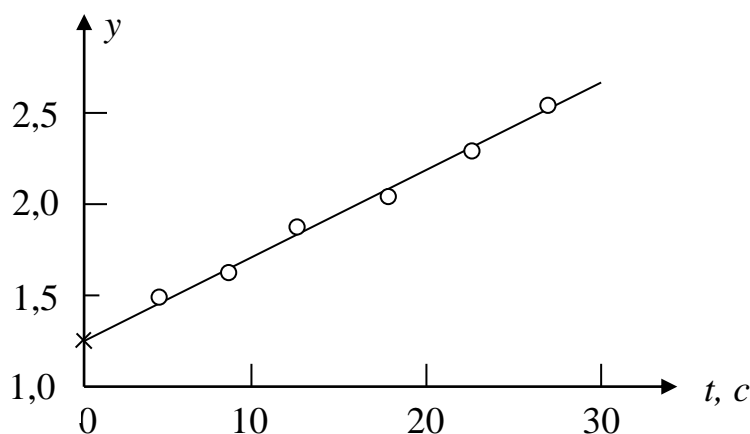


Рис. 3. Графічне представлення результатів вимірювань.

6. Повторити дії, описані в пунктах (1–5), кожного разу змінюючи тільки час з'єднання балона з атмосферою. Рекомендується час

5, 9, 13, 17, 21, 25 с (або інші значення на розсуду викладача чи студента). Одержані дані записати в таблицю.

$t, c$	$h_1, cm$	$h_3, cm$	$h_1/h_3$	$\gamma = \ln(h_1/h_3)$
--------	-----------	-----------	-----------	-------------------------

7. Побудувати графік  $y=f(t)$ , використовуючи дані таблиці. Пряму лінію провести, використовуючи метод найменших квадратів. Типовий вид графіка показаний на рис.3.
8. Екстраполюючи (продовжуючи) графік до значення аргументу  $t=0$ , оцінити графічно значення  $y(0) = \ln(h_1/h_3) = \gamma/(\gamma-1)$  (на рис. 3. відповідна точка відмічена  $\otimes$  хрестиком).
9. Визначити значення постійної адіабати (коефіцієнта Пуассона)  $\gamma$ .
10. Розрахувати похибку вимірювання  $\gamma$ :

$$\Delta\gamma = \gamma(\gamma - 1)\Delta(y(0))$$

11. Зробити висновки на підставі результатів роботи. У висновках порівняти отриманий результат із очікуваним. Зробити припущення щодо причин відхилень отриманого результату від прогнозів теорії. Вказати основне джерело похибок вимірювань.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке теплоємність газу? Яка розмірність цієї величини?
2. Який зв'язок між  $C_p$  і  $C_v$  і числом ступенів вільності молекул газу?
3. Скільки ступенів вільності у молекул газів He, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>? Які це степені вільності?
4. Намалювати якісну залежність теплоємності двохатомного газу, наприклад N<sub>2</sub>, від температури.
5. У якому газі  $\gamma$  має найбільше значення N<sub>2</sub>, He, CH<sub>4</sub>?
6. Чому в даному експерименті доцільно використовувати балон можливо більшого об'єму?
7. Чи є обмеження, що накладаються на величину початкового тиску в балоні?
8. Які явища порушують адіабатичність розширення газу?
9. Чи можна провести дослід, використовуючи в даній експериментальній установці, як початковий, стан розрідження газу?
10. Як впливає на хід експерименту наявність пари води в повітрі?
11. Який процес називається адіабатичним?
12. Зобразіть у координатах  $p$ - $V$  досліджуваний цикл та цикл Карно. Як визначити роботу в кожному із ізо процесів, за весь цикл?

## Лабораторна робота № 10

### ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ $C_p/C_v$ АКУСТИЧНИМ МЕТОДОМ

Мета роботи: визначити коефіцієнта Пуассона для повітря за швидкістю поширення звуку в газі.

Прилади і матеріали: звуковий генератор ГЗ-36, електронний осцилограф СІ-73, частотомір ЧЗ-32, мікрофон, телефон, телескопічна (розсувна) трубка.

#### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Молярною теплоємністю  $C_M$  якої-небудь речовини називають фізичну величину, чисельно рівну кількості теплоти, яку потрібно надати одному молю речовини, щоб підвищити її температуру на один Кельвін:

$$C_M = \frac{\Delta Q}{\nu \Delta T}, \quad (1)$$

де  $\nu$  – число молей даної речовини.

Для газів теплоємність істотно залежить від того, за яких умов надають системі теплоту. Так, у випадку нагрівання газу при постійному об'ємі надана йому теплота йде на зміну внутрішньої енергії газу і молярна теплоємність  $C_{MV}$  при постійному об'ємі визначається співвідношенням

$$C_{MV} = \frac{\Delta U}{\nu \Delta T}. \quad (2)$$

Якщо ж газ нагрівати при постійному тиску, то при цьому змінюється не тільки внутрішня енергія, але й виконується робота при розширенні газу, і молярна теплоємність  $C_{Mp}$  при постійному тиску може бути визначена із співвідношення

$$C_{Mp} = \frac{\Delta U + p \Delta V}{\nu \Delta T}. \quad (3)$$

Тому для газу, що підкоряється рівнянню Менделєєва–Клапейрона, для молярних теплоємностей одержуємо:

$$C_{Mp} = C_{MV} + R, \quad (4)$$

де  $R$  універсальна газова постійна. Вираз (4) має назву рівняння Майєра.

Для ідеального газу теплоємності  $C_{Mp}$  і  $C_{MV}$  можна розрахувати, виходячи з представлень класичної молекулярно-кінетичної теорії. Враховуючи, що на кожен ступінь поступальної і обертальної вільності приходить однаковий “запас” енергії рівний  $\frac{1}{2}kT$ , можна записати, що внутрішня енергія одного моля газу буде рівна:

$$U = \frac{i}{2}RT, \quad (5)$$

де  $i$  – число поступальних і обертальних ступенів вільності атома або молекули. Тоді

$$C_{MV} = \frac{i}{2}R, \quad C_{Mp} = \frac{i+2}{2}R. \quad (6)$$

Величина відношення теплоємності при постійному тиску і до теплоємності при постійному об'ємі

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_{Mp}}{C_{MV}} = \frac{i+2}{i} \quad (7)$$

грає в термодинаміці важливу роль. Зокрема, ця величина входить в рівняння Пуассона для адіабатичного процесу

$$pV^\gamma = const \quad (8)$$

і має назву коефіцієнту Пуассона, або коефіцієнту адіабати.

При розповсюдженні пружних хвиль в газовому середовищі, внаслідок стиснень і розріджень, відбувається зміна температури різних ділянок. Для хвиль високої частоти температура окремих ділянок не встигає вирівнюватися за час одного коливання, тобто теплообмін між областями стиснення і розширення практично відсутній і процес розповсюдження звукових хвиль можна вважати адіабатичним. Тому величина швидкості звуку виявляється залежною від відношення теплоємностей  $\gamma$ , а вимірювання швидкості звуку є одним з найбільш точних способів визначення величини  $\gamma$ .

Фазова швидкість поздовжньої плоскої синусоїдальної хвилі в однорідному газовому середовищі визначається за формулою

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (9)$$

де  $\rho$  – густина середовища;  $K = V \frac{dp}{dV}$  – модуль об'ємної пружності середовища, який залежить від виду термодинамічного процесу, його об'ємної деформації (стиснення – розширення):



- для ізотермічного процесу  $pV = const$ , або  $\ln p + \ln V = \ln C$ . Звідки після диференціювання одержимо:

$$|K_{ИЗОТЕРМ}| = p; \quad (10)$$

- для адіабатичного процесу  $pV^\gamma = const$ , або  $\ln p + \gamma \ln V = \ln C$ . Звідки після диференціювання одержимо:

$$|K_{АДИАБ}| = \gamma p. \quad (11)$$

Відповідно швидкість пружних хвиль в ідеальному газі залежить від їх частоти. При дуже малій частоті процес деформації близький до ізотермічного і швидкість хвиль дорівнює

$$v_T = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad (12)$$

при великій частоті процес близький до адіабатичного і швидкість хвилі може бути представлена у вигляді

$$v_S = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}. \quad (13)$$

Звідси 
$$\gamma = \frac{v_S^2 M}{RT}. \quad (14)$$

Таким чином, визначення  $\gamma$  для повітря зводиться до вимірювання адіабатичної швидкості звуку і абсолютної температури повітря.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

У даній роботі швидкість звуку  $v = v_S$  визначається методом стоячих хвиль. Стояча хвиля утворюється у результаті накладення двох синусоїдальних хвиль, які розповсюджуються назустріч одна одній і мають однакові частоти і амплітуди. Схема установки для вимірювання швидкості звукових хвиль наведена на рис. 1. Звукові коливання в трубі збуджуються мембраною телефону Т. Мембрана телефону приводиться у рух змінним струмом звукової частоти. Як джерело змінної напруги використовується звуковий генератор ГЗ-36, а його частота визначається за допомогою частотоміра ЧЗ-32. Сигнал, що виникає в мікрофоні, спостерігається на осцилографі СІ-73. Довжина труби може змінюватися в результаті телескопічного з'єднання двох трубок.

Збуджена мембраною телефону Т звукова хвиля, відбивається від мікрофону М і інтерферує з “прямою” хвилею, що йде від телефону. Інтенсивність сумарної звукової хвилі залежить від відстані  $L$  між мікрофоном М і телефоном Т, а також від частоти  $f$  звукових коливань і, взагалі кажучи, є складною функцією вказаних параметрів. Картина значно спрощується, якщо довжина труби стає рівною цілому числу півхвиль, тобто тоді, коли виконується умова

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (15)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі звуку в трубі,  $n$  – кількість половин хвиль, що вкладаються в довжину труби  $L$ . При цій умові в трубі встановлюється стояча хвиля – настає звуковий резонанс. Характерною властивістю таких хвиль є те, що у трубі виникає постійний просторовий розподіл амплітуди коливань частинок (молекул) середовища, які передаються мембрані мікрофона в залежності від місця його розташування.

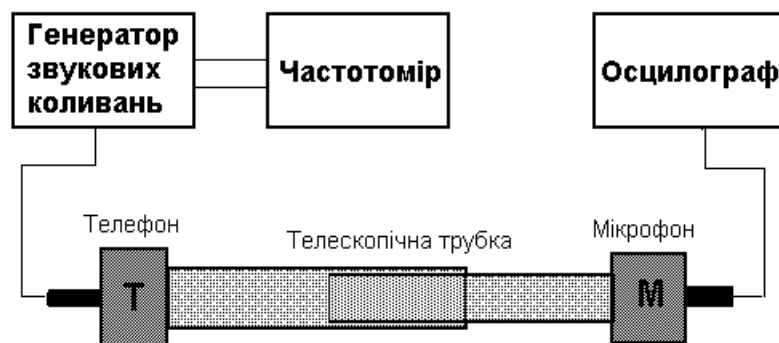


Рис. 1. Схема установки для вимірювання швидкості звуку в повітрі методом стоячих хвиль.

Спостерігаючи виникнення резонансу, можна визначити швидкість звуку. Змінюючи відстань  $L$ , знаходять таке положення мікрофону М, при якому на екрані осцилографа відбувається різке збільшення амплітуди коливань (звуковий резонанс), фіксують положення  $L_n$  мікрофону за шкалою, нанесеною на поверхні труби. Переміщаючи мікрофон М ближче до торця труби, тобто телефону (або, навпаки, далі), знаходять низку послідовних резонансів, кожного разу фіксуючи положення мікрофону.

Швидкість звуку  $v$  зв'язана з його частотою  $f$  і довжиною хвилі  $\lambda$  виразом

$$v = f \cdot \lambda. \quad (16)$$

Підбір умов, при яких виникає резонанс, можна проводити двома шляхами.

1. При незмінній частоті звукового генератора (отже і довжини звукової хвилі) можна змінювати довжину труби  $L$ . Для цього у роботі застосовується телескопічна (розсувна) труба. Довжина її поступово збільшується (труба повільно розсувається) і фіксується ряд послідовних резонансів. Виникнення резонансу легко спостерігати на осцилографі за різким збільшенням амплітуди коливань електричного сигналу, що йде від мікрофону. Для послідовних резонансів маємо:

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots \quad L_{n+k} = (n+k) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots \quad ;$$

звідки 
$$L_{n+k} - L_n = (n+k) \frac{\lambda}{2} - n \frac{\lambda}{2} = k \frac{\lambda}{2}; \quad (17)$$

де  $k$  – номер по порядку спостережуваного резонансу. Із (17) для швидкості звуку одержуємо вираз:

$$v = f\lambda = 2f \frac{\lambda}{2} = 2f \frac{L_{n+1} - L_n}{1} = 2f \frac{L_{n+2} - L_n}{2} = \dots = 2f \frac{L_{n+k} - L_n}{k}. \quad (18)$$

Отже, зробивши вимірювання довжини труби  $L_i$ , при яких спостерігається резонанс, можна визначити швидкість звуку.

2. З формул (15) і (16) випливає, що умова резонансу буде періодично наставати, якщо плавно змінювати не довжину труби  $L$ , а довжину звукової хвилі  $\lambda$ . Тоді при сталій довжині труби необхідно вимірювати частоту звукових коливань, при якій настає резонанс. Для послідовних резонансів матимемо:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{або} \quad \frac{v}{f_n} = \frac{2L}{n}, \quad \text{звідки} \quad f_n = \frac{n}{2L}v;$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{2L}{n+1} \quad \text{або} \quad \frac{v}{f_{n+1}} = \frac{2L}{n+1}, \quad \text{звідки} \quad f_{n+1} = \frac{n+1}{2L}v.$$

Узагальнюючи одержимо:

$$f_{n+k} = \frac{n+k}{2L}v, \quad \text{звідки} \quad f_{n+k} - f_n = \frac{k}{2L}v. \quad (19)$$

Із формул (19) отримуємо:

$$v = 2L \frac{f_{n+1} - f_n}{1} = 2L \frac{f_{n+2} - f_n}{2} = \dots = 2L \frac{f_{n+k} - f_n}{k}. \quad (20)$$

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з приладами, що використовуються при вимірюваннях, і електричною схемою їх підключення. Вивчити функціональне призначення перемикачів і засобів керування приладами на їх панелях.
2. Увімкнути в мережу осцилограф СІ-73, звуковий генератор ГЗ-36 і частотомір, дати їм прогрітися на протязі 4–5 хвилин. Після цього увімкнути тумблер “Промінь” на панелі осцилографа і повернути тумблер “яскравість”. На екрані осцилографа має бути видно світну лінію, накреслену електронним променем.
3. Ручкою “регулювання вихідної напруги” на звуковому генераторі підібрати напругу на його виході так, щоб на осцилографі спостерігати коливання достатньої амплітуди. Зупинити біжучу картину на екрані осцилографа, змінюючи частоту розгортки. Необхідно переконатися в тому, що коливання мають неспотворену синусоїдальну форму. Якщо форма коливань спотворена, то зменшити амплітуду сигналу, який поступає з генератора.
4. Виходячи з приблизного значення швидкості звуку 330 м/с, розрахувати, в якому діапазоні частот слід вести виміри, щоб при видовженні труби можна було спостерігати 2 – 3 резонанси.
5. Визначити швидкість звуку в трубі при сталій частоті. Для цього плавно змінюючи довжину труби, послідовно пройти через усі доступні для спостережень точки резонансу. Повторити виміри при інших частотах (для 3 – 5 значень частоти). Для кожного резонансу виміряти відповідне видовження труби. Провести виміри спочатку збільшуючи довжину трубки, а потім зменшуючи її. Отримані значення підставити у формулу (18) і визначити швидкість звуку.
6. Визначити температуру повітря  $T$ . Підставити значення швидкості звуку, визначене у п. 5, у формулу (14) і визначити коефіцієнт Пуассона  $\gamma$ .
7. Визначити швидкість звуку в трубі незмінної довжини. Для цього плавно збільшуючи частоту генератора, отримати ряд послідовних резонансних значень частоти, відмічаючи момент резонансу по збільшенню амплітуди коливань на екрані осцилографа. Відповідне резонансу значення частоти визначити за допомогою

частотоміра. Переконатися у повторюваності результатів, провівши вимірювання при зменшенні частоти.

8. Отримані результати підставити у формулу (20) і обчислити значення швидкості звуку. Обчислити значення  $\gamma$  для повітря за формулою (14), використовуючи значення швидкості звуку і температури повітря.
9. Визначити абсолютну і відносну похибки експерименту, використовуючи результати прямих і непрямих вимірювань. Зробити короткі висновки, що впливають з отриманих результатів. Порівняти результати з табличними даними, пояснити можливі причини розходження. Дати пропозиції по можливому вдосконаленню установки та проведенню експерименту.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що називається теплоємністю тіла, питомою теплоємністю, молярною теплоємністю ?
2. Чому  $C_p$  більша за  $C_v$  ?
3. Який фізичний зміст має універсальна газова стала  $R$  ?
4. Вкажіть формулу для теплоємності одного молю ідеального газу при сталому тиску:  
а)  $(i/2)R$ ; б)  $(i+2) \cdot R/(2M)$ ; в)  $(i+2) \cdot R/2$ ; г)  $i \cdot R/(2M)$ .
5. Вкажіть, яке із приведених рівнянь відповідає рівнянню Пуассона:  
а)  $pV = RT$ ; б)  $pT^{-1} = const$ ; в)  $pV^\gamma = const$ ; г)  $(pV)^\gamma = const$ .
6. Що таке ступінь вільності молекули? Скількома ступенями вільності володіють молекули одноатомних, двоатомних і багатоатомних газів?
7. Як залежать  $C_p$  і  $C_v$  від кількості ступенів вільності молекул ?
8. Чи змінюється коефіцієнт Пуассона повітря при зміні його відносної вологості ?
8. Які недоліки має класична теорія теплоємності? Як вони усуваються у квантовій теорії ?
10. Чому дорівнює коефіцієнт Пуассона для ідеального одноатомного газу?
11. Намалюйте схематично температурну залежність теплоємності триатомного газу в широкому температурному інтервалі (від 0 К до дуже високих температур).
12. Як зв'язана швидкість поширення коливань з пружністю середовища  $K$ ?  
а)  $v \sim K$ ; б)  $v \sim K^2$ ; в)  $v \sim K^{1/2}$ ; г)  $v \sim 1/K$ .

## Лабораторна робота № 11

# ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини різними методами та їх порівняння.

Прилади і матеріали: прилади для визначення коефіцієнту поверхневого натягу, вимірювальний мікроскоп, важки з вказаними номіналами, вимірна лінійка, набір досліджуваних рідин.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Рідкий стан виникає тоді, коли потенціальна енергія притягання молекул переважає за абсолютним значенням їх кінетичну енергію. У рідинах середня відстань між молекулами менша, ніж в газах, тому сили притягання між ними значно більші. Молекула  $C$ , яка знаходиться в середині рідини, взаємодіє з навколишніми молекулами (див. рис.1) і рівнодійна сил, які діють на цю молекулу, в середньому дорівнює нулю. На молекулу  $B$ , що знаходяться на поверхні рідини, діють більші сили з боку молекул рідини, ніж з боку пари та газу, що знаходяться над поверхнею рідини. Отже, в поверхневому шарі рідини виникає надлишковий молекулярний тиск  $p'$ , спрямований всередину рідини.

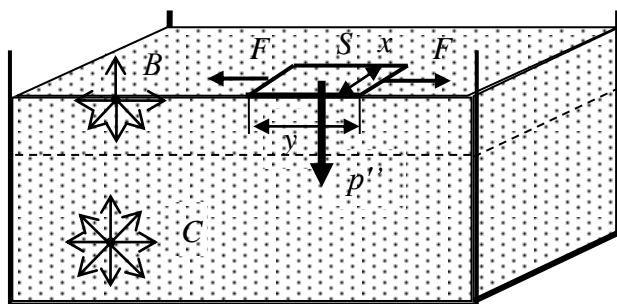


Рис. 1. Сили, що діють на молекули у рідині

Перехід молекул з глибини рідини у її поверхневий шар потребує виконання роботи  $A$  проти сил притягання. Робота, яка витрачається на утворення поверхні рідини, призводить до збільшення потенціальної енергії молекул поверхневого шару. Тому поверхневий шар рідини має надлишкову вільну енергію.

Стойкий стан – це є стан з мінімальним рівнем вільної енергії. Тому поверхня рідини прагне зменшитись. Наприклад, при

відсутності зовнішніх сил рідина приймає форму кулі, тобто форму тіла, яке при даному об'ємі має мінімальну поверхню.

Для утворення одиниці площі поверхні рідини необхідно виконати певну роботу. Ця робота є мірою вільної енергії і визначає питому поверхневу енергію або коефіцієнт поверхневого натягу  $\alpha$ .

*Коефіцієнт поверхневого натягу* є величиною, яка дорівнює відношенню роботи ізотермічного утворення поверхні рідини до площі означеної поверхні, тобто

$$\alpha = \frac{A}{S} \quad (1)$$

і вимірюється в Дж/м<sup>2</sup> = Н/м (в СІ).

Отже, у поверхневому шарі рідини виникають сили притягання між молекулами, що діють вздовж поверхні (сили поверхневого натягу). Сила поверхневого натягу  $F$  спрямована по нормалі до будь-якого елемента лінії  $x$  поверхні рідини пропорційна її довжині.

Тоді  $F = \alpha x$ , отже  $\alpha = \frac{F}{x}$ . (2)

Таким чином *коефіцієнт поверхневого натягу* чисельно дорівнює силі, яка діє на ланцюжок молекул, що розташовані на довжині 1 м границі розділу рідини з паром (газом).

Формули (1) і (2) є рівнозначними, оскільки  $S=x \cdot y$  та  $A=F \cdot y$ . Коефіцієнт поверхневого натягу  $\alpha$  залежить від природи рідини і температури.

По відношенню до твердих тіл рідини поділяються на змочуючі та не змочуючі. Наприклад, у відношенні до скла вода є змочуючою рідиною, проте у відношенні до парафіну – не змочуючою. Ртуть у відношенні до скла – є рідиною не змочуючою, а у відношенні до платини – змочуючою.

Форма поверхні рідини у посудині називається меніском. На рис.2 приведена форма поверхні рідини при дотику до твердого тіла у випадку змочування (а) та незмочування (б).

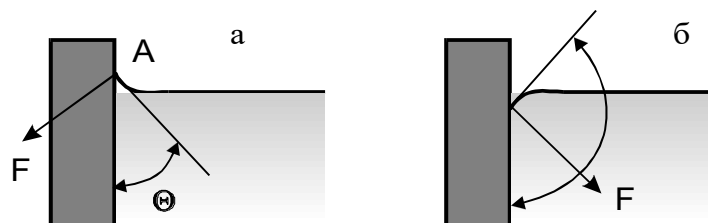


Рис. 2. Форма меніску рідини у випадку змочування (а) та незмочування (б).

Молекули рідини взаємодіють не тільки з іншими молекулами рідини, а також з молекулами стінки посудини. Уявімо, що молекули знаходяться поблизу стінки біля точки А. Якщо сила взаємодії між молекулами рідини менша, ніж сила взаємодії між молекулами стінки та молекулами рідини, то рівнодійна буде спрямована у бік стінки (див. рис.2а). Поверхня рідини в рівноважних умовах встановлюється перпендикулярно силі. У даному випадку спостерігається змочування твердого тіла рідиною.

Якщо сила взаємодії між молекулами рідини більша, ніж сила взаємодії між молекулами стінки посудини та молекулами рідини, то рівнодійна буде спрямована всередину рідини. Це відповідає такому випадку, коли тверде тіло не змочується рідиною (рис.2 б).

Кількісну оцінку змочування можна визначити за допомогою граничного кута  $\Theta$ . Граничний кут утворюється стінкою з дотичною до поверхні рідини, проведеною в точці перетину поверхні рідини із стінкою. Він відраховується зсередини рідини. При змочуванні  $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$ , при повному змочуванні  $\Theta = 0$ , при незмочуванні  $0 \geq \Theta \geq \pi$ , при повному незмочуванні  $\Theta = \pi$ .

Поверхня рідини є ніби розтягнутою плівкою, що намагається скоротитися, і при викривленні її виникає додатковий тиск  $\Delta p$  під поверхнею рідини.

У випадку опуклої поверхні утворюється додатний тиск, а у випадку ввігнутої поверхні – від’ємний (рис. 3).

Позначимо через  $p'$  молекулярний тиск під плоскою поверхнею. Додатковий тиск  $\Delta p_L$  під довільно викривленою поверхнею рідини визначається за формулою Лапласа :

$$\Delta p_L = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$

де  $R_1$  та  $R_2$  – радіуси кривизни поверхні рідини в даній точці в двох взаємно перпендикулярних перерізах;  $\alpha$  – коефіцієнт поверхневого натягу.

Якщо поверхня рідини сферична, то  $R_1 = R_2 = R$  ( $R$  – радіус сфери), тоді

$$\Delta p_L = 2\alpha / R. \quad (4)$$

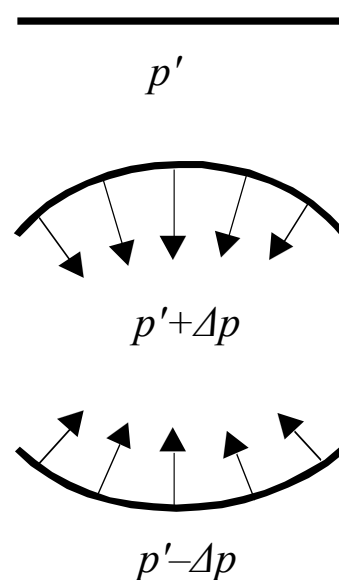


Рис. 3. Додатковий тиск під викривленою поверхнею.



Змочування чи незмочування наочно проявляється при занурюванні капілярних трубок у посудину з рідиною. Капілярні трубки мають невеликий радіус, і якщо рідина змочує капіляр, то рівень рідини в капілярі буде вищим, ніж у посудині, а при незмочуванні – нижчим (рис.4.).

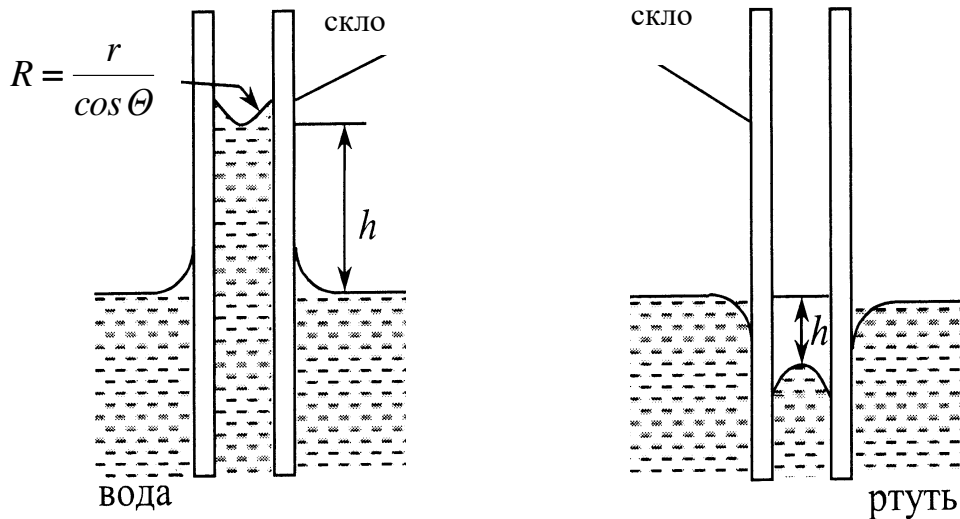


Рис. 4. Капілярні явища у випадку змочування та незмочування.

Знайдемо висоту підняття (або опускання) рідини у капілярі. Розглянемо випадок, коли відбувається змочування (рис. 5).

Рівновага рідини настає, коли гідростатичний тиск  $\rho gh$  стовпа рідини врівноважує додатковий тиск  $\Delta p$ , зумовлений кривизною поверхні, тобто коли  $\Delta p = \rho gh$ , де  $\rho$  – густина рідини;  $h$  – висота підняття рідини в капілярі.

Якщо поверхня меніска у капілярі сферична, то з урахуванням формули (4)

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g R} .$$

З рис. 5 видно, що радіус кривизни меніска

$$R = \frac{r}{\cos \Theta} ,$$

де  $r$  - радіус капіляра.

Тому 
$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r} \cdot \cos \Theta . \tag{5}$$

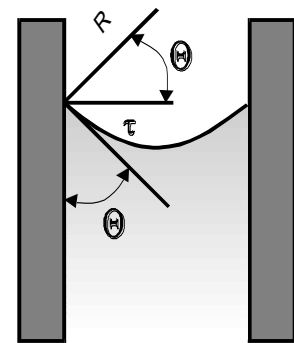


Рис. 5. До виводу формули (5).

Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від природи рідини, середовища, з яким рідина знаходиться у контакті, і від її температури. З підвищенням температури поверхневий натяг зменшується і поблизу критичної температури наближається до нуля. Наприклад, залежність  $\alpha$  води від температури дається наближеною формулою

$$\alpha = \alpha_0 \left( \frac{3}{2} - \frac{T}{2T_0} \right) = \alpha_0 \left( 1 - \frac{\Delta T}{2T_0} \right), \quad (6)$$

де  $\alpha_0$  значення коефіцієнта при температурі  $T_0$  К,  $\Delta T$  – приріст температури. Досліджуючи температурну залежність коефіцієнту поверхневого натягу можна визначити деякі термодинамічні параметри, зокрема питому теплоту  $L$  утворення поверхні рідини:

$$L = -T \frac{\partial \alpha}{\partial T}, \quad \text{або} \quad L = \frac{\alpha_0}{2T_0} T. \quad (7)$$

Оскільки  $L$  додатне, то при адіабатичному збільшенні поверхні рідина охолоджується.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Як показано вище, при опусканні скляної капілярної трубки в рідину, у випадку змочування, рівень рідини в трубці підніметься на деяку висоту  $h$  над рівнем рідини в посудині ( $\Delta p_L < 0$ ). Якщо тепер збільшити зовнішній тиск над поверхнею рідини в капілярі *компенсуючи* тим самим *лапласівський тиск*, заданий формулою (3), то рівень рідини в капілярі опуститься до рівня рідини у посудині.

Якщо зовнішній тиск збільшився при цьому на  $\Delta p$ , то

$$\Delta p = \Delta p_L = \frac{2\alpha}{r} \cdot \cos\Theta. \quad (8)$$

Прилад для визначення коефіцієнта поверхневого натягу розглянутим методом (рис. 6) складається з U-подібного манометра  $C$ , з'єднаного гумовою трубкою з капіляром  $A$ , зануреним в посудину  $B$  з досліджуваною рідиною. Капіляр з'єднаний також гумовою трубкою із розширеною скляною трубкою  $D$ , зануреною в посудину з водою. Опускаючи трубку  $D$  в воду, можна збільшити тиск в системі. Якщо різниця рівнів рідини в колінах манометра дорівнює  $H$ , то надлишковий тиск в системі буде:  $\Delta p = \rho_P g H$ , де  $\rho_P$  – густина рідини в манометрі. Тоді формула (6) набуде вигляду

$$\frac{2\alpha}{r} = \rho_l g h_l ,$$

звідки отримуємо *робочу формулу*

$$\alpha = \frac{\rho_P g H}{2 \cos \Theta} r . \quad (9)$$

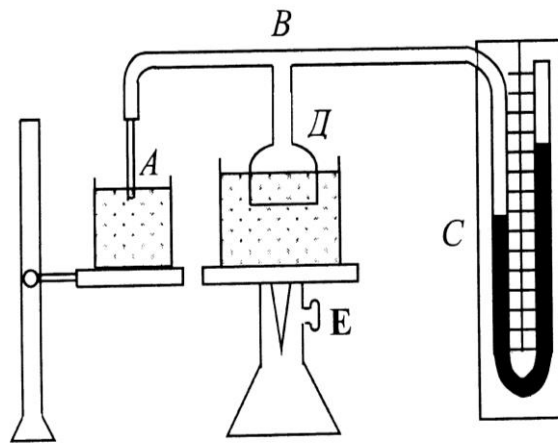


Рис. 6. Устаткування для вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу методом компенсації лапласівського тиску.

Установку для визначення коефіцієнта поверхневого натягу води *методом відриву кільця* зображено на рис. 7 (терези Жолі). Тонкостінне кільце А (виготовлене з матеріалу, що добре змочується досліджуваною рідиною) підвішується на пружині В. Підвіску кільця виконують таким чином, щоб його вісь була вертикальною. Пружина В прикріплена до кронштейна К, жорстко з'єданого із штангою Б. Видовження пружини В можна виміряти за міліметровою шкалою, а силу її натягу – якщо заздалегідь проградувати пружину.

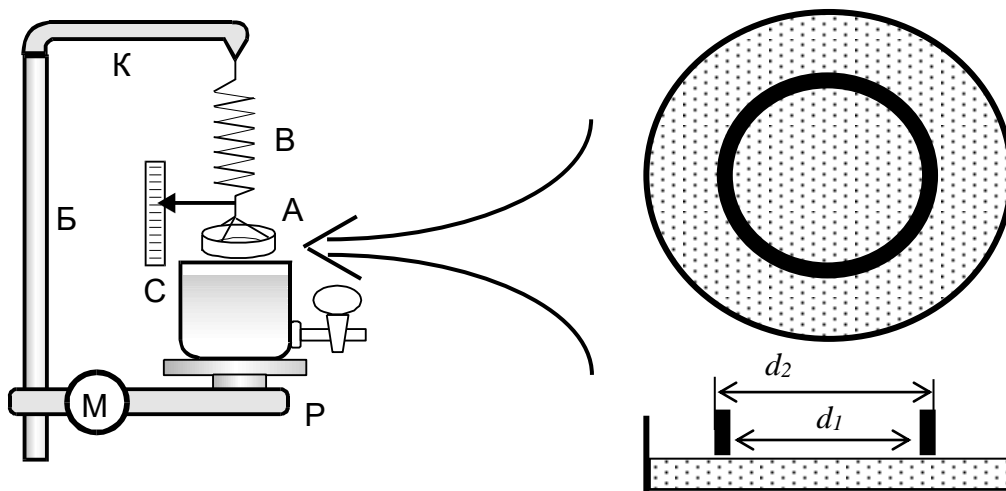


Рис. 7. Устаткування для вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу методом відриву кільця.

Підведемо знизу посудину з водою до кільця, яке нерухомо висить на пружині, так, щоби кільце злегка доторкнулося поверхні води. При цьому вода почне підніматись по стінках кільця, а кільце трохи втягнеться всередину рідини. Цей ефект можна помітити за невеликим розтягом пружини, у момент, коли кільце торкнеться поверхні води.

Якщо після цього почнемо повільно опускати посудину з водою, пружина буде поступово розтягуватись, аж поки кільце А не відірветься від поверхні води. При цьому відбудеться розрив по обидві сторони контура кільця. Якщо виміряти силу  $F$ , яку необхідно прикласти до кільця, щоби відірвати його від рідини, та обчислити внутрішні і зовнішні контури кільця  $\pi d_1$  та  $\pi d_2$  (вони ж і є контурами розриву), то коефіцієнт поверхневого натягу визначається за формулою

$$\alpha = \frac{F}{\pi d_1 + \pi d_2} = \frac{F}{\pi(d_1 + d_2)}, \quad (10)$$

де  $d_1$  – є внутрішній діаметр кільця;  $d_2$  – є зовнішній діаметр кільця. Формула (10) є *робочою формулою* цього методу.

Силу  $F$  можна визначити, наприклад, за законом Гука, вимірюючи видовження пружинки (гумки), прикріпленої до кільця, в момент відриву кільця від поверхні рідини (рис. 7).

Можна також використати терези для вимірювання сили відриву кільця. Врівноваживши терези з підвішеним кільцем перед його дотиком до поверхні рідини та поступово накладаючи важки  $m$  на протилежну шальку терезів після дотику, визначають силу  $F=mg$  в момент відриву кільця (рис. 8).

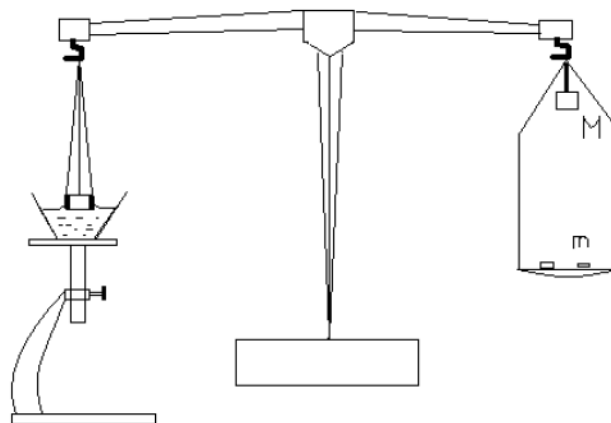


Рис. 8. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу за допомогою терезів та важків.

Коефіцієнт поверхневого натягу  $\alpha$  можна визначити, використовуючи *метод відриву крапель*. Суть його полягає в наступному.

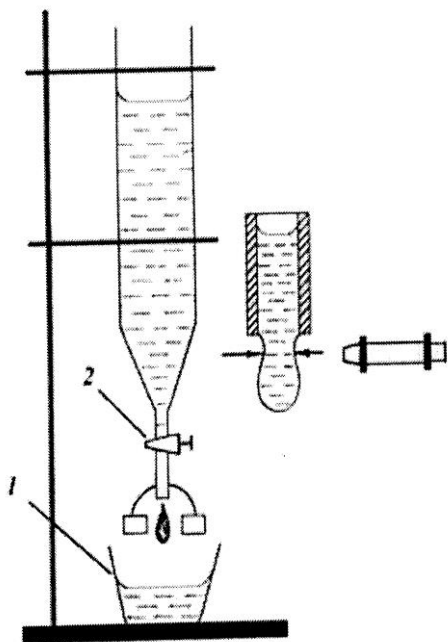


Рис. 9. Устаткування для вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу методом відриву крапель.

Нехай із звуженого кінця трубки з краником дуже поволі витікає рідина (необхідна швидкість витікання встановлюється краником). При достатньо малому діаметрі отвору, завдяки змочуванню і поверхневому натягу, на кінці трубки утвориться і буде поступово збільшуватися крапля рідини. При певній вазі краплі вона відірветься від трубки. Моменту відриву, як показують спостереження, передусе процес утворення трохи звуженої “шийки” рідини, яка з’єднує трубку і краплю (рис. 9), а відрив краплі відбувається саме через

розрив цієї “шийки”. Звісно, це відбудеться в той момент, коли вага краплі ( $\Delta mg$ ) стане такою ж, як сила поверхневого натягу, що утримує краплю на кінці звуженої трубки. Ця сила діє перпендикулярно границі, вздовж якої відбувається відрив краплі (див. формулу (2) і силове означення  $\alpha$ ). В момент відриву довжина цієї границі дорівнює периметру “шийки”, отже

$$\Delta mg = \alpha \pi d, \quad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\Delta mg}{\pi d}. \quad (11)$$

Оскільки при вимірюванні маси  $\Delta m$  (ваги) однієї краплі можуть виникнути значні похибки, необхідно виміряти масу  $N = 30 - 50$  крапель  $m$ , врахувати, що  $\Delta m = m/N$ , тоді формула (11) матиме вигляд

$$\alpha = \frac{mg}{\pi Nd}. \quad (12)$$

Вираз (15) є *робочою формулою* для даного методу визначення  $\alpha$ .

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом компенсації різниці тисків її поверхневого шару.

1. З допомогою оптичного мікроскопа визначити радіус капіляра. Для цього капіляр встановити на столик мікроскопа. Навести мікроскоп на кінець капіляра і відмітити, якому числу поділок шкали окулярного мікроскопа відповідає діаметр капіляра. Ціна поділки окулярного мікроскопа вказана на приладі. Діаметр потрібно виміряти у двох взаємно перпендикулярних напрямках та із одержаних значень взяти середнє арифметичне.
2. Налити досліджувану рідину в посудину  $B$ , виміряти її температуру  $T$  і опустити в неї капіляр. Рідина в капілярі підніметься на висоту  $h$ . Оптичним мікроскопом виміряти кут змочування  $\theta$  і визначити радіус меніска  $R$ , порівняти його з радіусом капіляра  $r$ .
3. Повільно опускати трубку  $D$  у посудину з водою до тих пір, поки рівень рідини в капілярі не досягне рівня рідини в посудині  $B$ .
4. Виміряти різницю висот  $H$  рідини в трубках манометра  $C$  і підставити значення  $H$  і  $\rho_P$  у формулу (9).
5. Визначити  $\alpha$  при температурі  $T$  для дистильованої води і спирту, повторити досліди не менше 5 разів. Обчислити середнє значення та похибку  $\alpha$ .
6. Залити в посудину  $B$  ту ж саму рідину, але при температурі  $0^\circ\text{C}$  і повторити вимірювання. Якщо це зробити немає можливості, необхідно використати табличне значення для  $\alpha_0$  при  $T_0$ . За формулою (7) обчислити питому теплоту  $L$  утворення поверхні рідини.

#### Завдання 2. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом відриву кільця.

1. Виконати градування пружини. Для цього насамперед визначити та записати нульове положення візира відлікової шкали  $C$ . Надалі, використовуючи важки від 0,2 г до 2 г (через 0,2 г) та навантажуючи ними пружину, визначати видовження пружини, що відповідають кожній силі розтягу. При цьому кожен раз при розвантаженні терезів виконати перевірку нульового положення візира. Побудувати графік: по осі абсцис відкласти положення візира по шкалі (розтяг пружини), починаючи з нульового

положення, а по осі ординат – навантаження (силу розтягу пружини).

2. Підняти посудину С, привести нижній край кільця А до дотику з поверхнею рідини (води) у посудині. Оскільки металеве кільце утримується силами поверхневого натягу рідини, то воно буде втягуватись рідиною, а пружина почне розтягуватись.
3. За допомогою гвинта М поволі почати опускати посудину з рідиною. Коли сила поверхневого натягу рідини і сила розтягу пружини стануть однаковими за величиною, при подальшому зниженні рівня рідини відбудеться відрив кільця від її поверхні. У момент відриву треба відмітити положення візира на шкалі. Цей дослід необхідно виконати кілька разів. Знайшовши середнє арифметичне значення величини розтягу пружини, користуючись графіком визначити силу, відповідну цьому розтягу.
4. Виміряти декілька разів внутрішній і зовнішній діаметри кільця та обчислити середні арифметичні значення діаметрів.
5. Виміряні величини занести до таблиць. Обчислити за формулою (10) величину поверхневого натягу даної рідини (води). Обчислити абсолютну і відносну похибки при визначенні  $\alpha$ .

### Завдання 3. Визначення $\alpha$ методом відриву крапель

1. Встановити трубку, що має звужений кінцевий отвір, який перекивається краником, вертикально (також може бути колба з вмонтованою трубкою з краником); поставити під трубкою стаканчик, в який буде капати досліджувана рідина (вода).
2. Закрити кран і залити її чистою водою (краще – дистильованою).
3. Встановити біля вихідного отвору трубочки лабораторний мікроскоп з мікрометричною шкалою для вимірювання діаметру кінця трубочки і діаметру “шийки” краплі.
4. Налаштувати мікроскоп так, щоб в ньому було чітке зображення кінця трубочки, виміряти її зовнішній діаметр за шкалою в полі зору мікроскопа. Переконатися в правильності вимірів шляхом контрольного вимірювання точним штангенциркулем або мікрометром.
5. Незначним відкриванням краника добитися того, щоб крапля якнайдовше залишалася висіти на кінці трубочки; налаштувати мікроскоп на чітке зображення краплі або “шийки” краплі в момент її відриву, та виміряти її діаметр. Такі вимірювання зробити для 5-10 крапель, результат усереднити.

6. Накапати в стаканчик 50–100 крапель, визначити масу цієї кількості рідини на аналітичних терезах. Можна визначити об'єм цієї рідини і, якщо відомо її густину (для води  $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ ), обчислити масу.
7. Знайти масу однієї краплі. За формулою (11) обчислити коефіцієнт поверхневого натягу. Визначити похибки прямих і непрямих вимірювань, визначити похибку (довірчий інтервал)  $\Delta\alpha$ .
8. Порівняти та проаналізувати результати різних методів вимірювання  $\alpha$ , зробити висновки, вказати причини можливих розбіжностей отриманих результатів.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Яка будова рідини згідно молекулярної теорії? Як пояснюється мала стисливість рідини?
2. Що таке поверхневий натяг рідини? Чому поверхня рідини має властивості відмінні від властивостей всієї маси рідини?
3. Вказати і пояснити залежність сили поверхневого натягу від тиску пари над рідиною, температури рідини.
4. Дати енергетичне і силове визначення коефіцієнту поверхневого натягу. За яким напрямком діє сила поверхневого натягу?
5. Який тиск називають лапласівським? Запишіть формулу Лапласа для випадку вільної поверхні рідини.
6. Однакові капіляри опущені у воду з температурою 10, 40, 80 і 5 °С. У якому капілярі висота підняття рідини буде максимальною?
7. Що буде з краплею, яка знаходиться у капілярі, що звужується?.
8. Назвіть приклади використання поверхневих властивостей рідин.
9. За яких умов розчинена речовина концентрується або в поверхневому шарі, або всередині рідини ?
10. Поверхневий натяг не залежить від геометричних розмірів посудини чи об'єму рідини. Чому ж його існування найбільш чітко виявляється лише в вузьких трубках і маленьких краплях ?
11. Чи залежить густина рідини при відсутності сили тяжіння від її кількості (в принципі)? Як? Які фактори необхідно врахувати, щоб оцінити кількісно величину ефекту ?
12. Зробіть вивід робочих формул для методу відриву кільця і методу відриву крапель.
13. Назвіть можливі джерела похибок кожного методу.



## ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину, дослідження температурної залежності в'язкості та знаходження енергії активації в'язкої течії.

Прилади і матеріали: скляний циліндр висотою 40-60 см, такий же циліндр більшого діаметру, заповнений водою, досліджувані рідини, металеві кульки діаметром декілька міліметрів, мікромметр, штангенциркуль, масштабна лінійка, термометр, секундомір, пінцет, капілярний віскозиметр, штатив, термостат.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Для найбільш загальної характеристики властивостей тіл користуються поняттям агрегатних станів – газоподібного, рідкого і твердого. Завдяки великій розрідженості речовини в газоподібному стані його молекули знаходяться порівняно далеко одна від одної – на відстанях, великих в порівнянні з їх власними розмірами. У газах молекули не зв'язані між собою стаціонарними, стійкими зв'язками. Молекули постійно змінюють відносні взаємні положення. Тому взаємодія між молекулами газу грає другорядну роль; велику частину часу молекули рухаються як вільні, лише порівняно рідко зазнаючи зіткнення одна з одною. У рідинах же молекули зближують на відстані, порівнянні з їх власними розмірами, вони щільно заповнюють займаний рідиною простір і порівняно повільно змінюють взаємне положення. Протягом порівняно тривалих проміжків часу групи молекул можуть утворювати агрегати молекул. Ці агрегати молекул за своїми властивостями нагадують тверде тіло, тобто молекули рідин перебувають в сильній постійній взаємодії.

У звичайних умовах рідини і газу настільки відрізняються один від одного за своєю щільністю, що розрізнити їх не представляє ніякої трудності. Проте відмінність між цими двома станами речовини, насправді, не принципова, а лише кількісна – у значенні густини і пов'язаній з цим різниці в інтенсивності взаємодії молекул. Відсутність принципової відмінності особливо ясно виявляється в тому, що перехід між станами, які ми називаємо рідким і газоподібним, може бути, у принципі, проведений безперервним

чином, так що ми ні в який момент не змогли б вказати, де закінчився один стан і почався інший. Однак експерименти показують, що це не так. Суть цих експериментів полягає в наступному. Якщо кристалічне тверде тіло опроміювати рентгенівським випромінюванням, то картина розсіяних променів настільки впорядкована, що із її аналізу можна зробити висновки про будову кристалічної ґратки твердого тіла. При проходженні рентгенівського випромінювання через газ ніяких ознак регулярності у розсіяному випромінюванні виявити не вдається. Звідси робляться висновки, що газ є безструктурним утворенням. Після проходження через рідину розсіяне рентгенівське випромінювання не таке впорядковане, як у випадку кристалічних твердих тіл, але і не таке безладне, як у газів. Тому можна сказати, що рідини по внутрішній структурі посідають проміжне місце між газами і твердими тілами. Тобто молекули в рідині розподілені не так безладно як в газі, хоч і не настільки впорядковано, як в твердому тілі: отже рідина має внутрішню структуру – ближній порядок, хоч немає дальнього.

У рідинах, як і в газах, спостерігаються явища дифузії, теплопровідності і в'язкості. Однак механізм цих процесів в рідинах інший, ніж у газах. Явища переносу в газах визначаються довжиною вільного пробігу молекул. Тому вирази для всіх коефіцієнтів переносу містять, як множник, довжину вільного пробігу молекул. У рідинах, як і в дуже щільних газах, поняття довжини вільного пробігу втрачає зміст, оскільки середня відстань між молекулами порівнянна із розмірами самих молекул. Молекули рідини, як і твердих тіл, можуть лише здійснювати малі коливання в межах, обмежених молекулярними відстанями. Проте молекула, що коливається, може час від часу одержати від сусідніх молекул надлишкову енергію, достатню для того, щоб зробити стрибок на деяку відстань. Такі коливання із стрибками, представляють тепловий рух молекул рідини. Щосекундно молекула рідини встигає змінити місце близько  $10^8$  разів, вчинивши між двома послідовними переходами  $10^3$ – $10^5$  коливань.

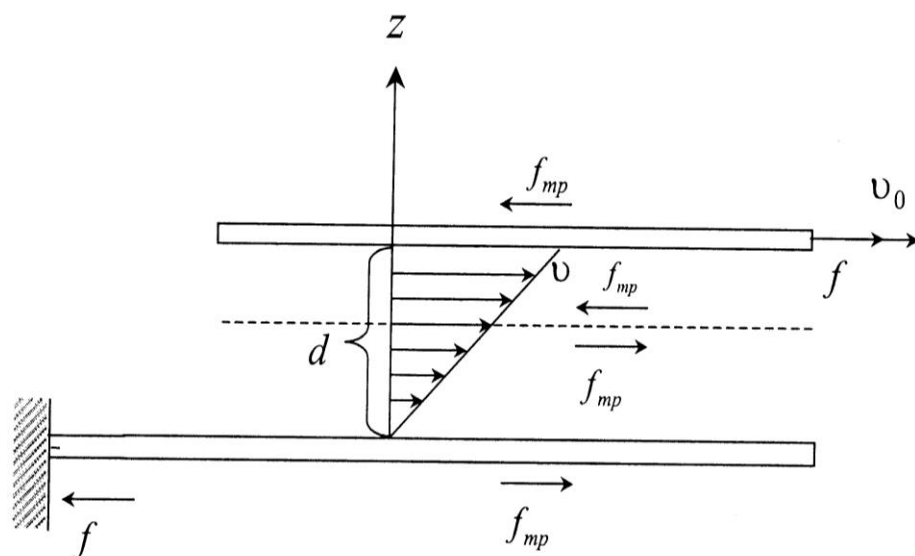
Всім реальним рідинам і газам більшою чи меншою мірою властива в'язкість або внутрішнє тертя. В'язкість виявляється в тому, що рух, який виник у рідині або газі, після припинення дії причин, що його викликали, поступово припиняється.

Стан руху рідини можна визначити, вказавши для кожної точки простору вектор швидкості як функцію часу. Спостерігається два

види течії рідини (або газу). Якщо при русі рідини її шари ковзають один відносно одного, не перемішуючись, то течія називається ламінарною. Якщо в такий потік ввести підфарбовану цівку, то вона збережеться, не розмиваючись по всій довжині потоку. Ламінарна течія є стаціонарною.

При збільшенні швидкості потоку може спостерігатися перемішування шарів рідини. Такий рух називається турбулентним. При турбулентній течії швидкість частинок в кожному даному місці весь час змінюється безладним чином – течія нестаціонарна. Якщо в турбулентний потік ввести зафарбовану цівку, то вже на невеликій відстані від місця її введення забарвлена рідина рівномірно розподілиться по всьому перерізу потоку.

Для з'ясування закономірностей, яким підкоряються сили внутрішнього тертя, розглянемо такий дослід. Зануримо в рідину дві паралельні один одному пластини (рис. 1). Нехай лінійні розміри пластин значно перевершують відстань між пластинами  $d$ . Нижню пластину закріпимо на місці. Верхню пластину приведемо в рух із деякою швидкістю  $v_0$  відносно нижньої. Для переміщення верхньої пластини з постійною швидкістю  $v_0$  необхідно діяти на неї з цілком визначеною, постійною за величиною силою  $F$ . Оскільки верхня пластина рухається рівномірно із швидкістю  $v_0$ , без прискорення, дія цієї сили зрівноважується такою ж за величиною протилежно напрямленою силою, яка і є силою тертя і діє на пластину при її русі у рідині.



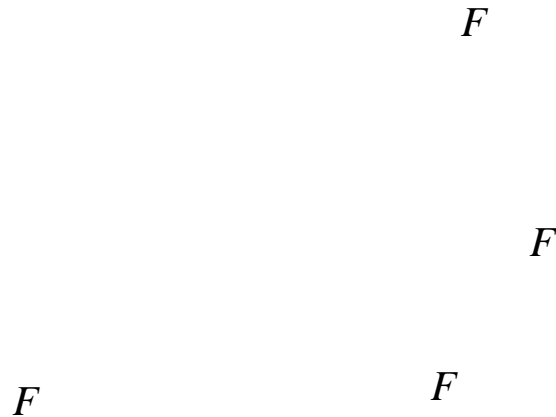


Рис.1. Сили внутрішнього тертя в рідині.

Дослід показує, що сила внутрішнього тертя  $F$  пропорційна величині площі дотику рухомих шарів  $S$  і градієнту швидкості (зміні швидкості шарів на одиниці довжини в напрямку  $z$ , перпендикулярному швидкості (рис. 1):

$$F = -\eta \frac{dv}{dz} S, \quad (1)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості. Знак “–” показує, що сила  $F$  спрямована протилежно до напрямку швидкості руху шару рідини. Згідно формули (1) коефіцієнт в'язкості:

$$\eta = \left| \frac{F}{S \frac{dv}{dz}} \right|.$$

Коефіцієнт в'язкості є фізична величина, чисельно дорівнює силі (внутрішнього тертя), яка виникає при русі шару одиничної площі ( $1\text{м}^2$ ) і діє вздовж поверхні зсуву шарів при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці ( $1\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{м}=1\text{ с}^{-1}$ ).

У системі СІ в'язкість вимірюється у Па·с. Паскаль-секунда – динамічна в'язкість середовища, у якому при ламінарній течії під дією напруження зсуву в 1 Па в шарах, розташованих на віддалі 1 м в напрямку перпендикулярному течії, виникає різниця швидкості течії 1м/с. Крім динамічної в'язкості часто користуються ще поняттям кінематичної в'язкості:

$$\eta_K = \frac{\eta}{\rho} \quad \text{Розмірність} \quad [\eta_K] = \left[ \frac{M^2}{c} \right].$$

Можливість зміни положення молекул приводить до їх рухливості і, отже, до текучості рідини  $\varphi$ , яка є величиною зворотною в'язкості  $\eta$ . При підвищенні температури енергія коливного руху молекул зростає, зменшується час осілості і коефіцієнт в'язкості різко зменшується. Залежність коефіцієнта в'язкості від абсолютної температури  $T$  для рідини виражається експоненціальним законом:

$$\eta = A \cdot \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right), \quad (2)$$

де  $A$  – коефіцієнт, залежний від роду рідини;  $k$  – стала Больцмана;  $E_a$  – енергія активації, тобто та енергія, яку необхідно надати молекулі, щоб вона могла подолати зв'язок з сусідніми молекулами і переміститися в нове положення рівноваги (осілості). З формули (2) видно, що із зростанням температури рідини коефіцієнт в'язкості зменшується. Особливо помітний цей ефект для органічних і мінеральних масел, для яких підвищення або пониження температури всього на декілька десятків Кельвін приводить до зміни в'язкості у декілька разів. От чому існують літні і зимові сорти моторних мастил, які повинні мати приблизно однакові технічні характеристики, в першу чергу в'язкість, при різних температурах. При розрахунку тисячокілометрових нафтопроводів коефіцієнт в'язкості нафти є головною характеристикою, що визначає енерговитрати на її перекачування, тобто роботу насосів і моторів по подоланню сил внутрішнього тертя при русі рідини. До речі, звичайне віконне скло – це теж рідина, тільки з дуже великим коефіцієнтом в'язкості, при нагріванні на декілька сот Кельвін воно стає легкотекучою рідиною.

У зв'язку з величезною технічною важливістю для авіації, надводного і підводного флотів, питання про рух тіл в рідинах і газах вивчене надзвичайно детально і складає головний предмет самостійної науки – гідроаеродинаміки.

Коли тіло рухається відносно рідини (газу), на нього діє сила з боку середовища. Цю силу називають силою лобового опору; вона виникає завдяки в'язкості середовища, а також (при великих швидкостях) унаслідок виникнення турбулентності позаду тіла. Силу опору середовища, що діє на тіло, можна записати у вигляді

$$F = -C \frac{S \rho v^2}{2}, \quad (3)$$

де  $S$  – поперечний переріз тіла;  $\rho$  – густина рідини;  $v$  – швидкість тіла;  $C$  – безрозмірна величина, яка, в загальному випадку, є функція двох безрозмірних величин: числа Рейнольдса  $Re$  і числа Маха  $Ma$ :

$$Re = \frac{vL\rho}{\eta}, \quad Ma = \frac{v}{c}, \quad (4)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості рідини;  $L$  – характерна довжина тіла;  $c$  – швидкість звуку в середовищі.

В окремому випадку руху тіла зі швидкістю, малою в порівнянні з швидкістю звуку ( $Ma \ll 1$ ), коефіцієнт опору залежить тільки від числа Рейнольдса. Вид функції  $Re$  залежить від форми тіла, від його орієнтації відносно напрямку швидкості і, нарешті, від того, яка саме величина вибрана як характерний розмір у визначенні числа Рейнольдса. Тільки в найпростішому випадку – у разі кулі радіусу  $r$  при малих числах Рейнольдса  $Re$  коефіцієнт  $C$  у формулі (3):

$$C = \frac{const}{Re} = const \frac{\eta}{v r \rho}. \quad (5)$$

Підставляючи (5) в (3), можна одержати формулу Стокса, виведену ним в 1851р.:

$$F_C = -6\pi\eta r v. \quad (6)$$

Характерно, що в цьому наближенні, коли число  $Re$  мале і оточуючий тіло потік є ламінарним, густина рідини не впливає на силу опору. Проте треба пам'ятати, що наведені формули є лише наближеннями.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Існують різні способи визначення коефіцієнта  $\eta$ . У даній роботі використовується *метод Стокса і метод капілярного віскозиметра*.

Визначення  $\eta$  *методом Стокса* ґрунтується на вивченні руху кульки у в'язкій рідині (рис. 2).

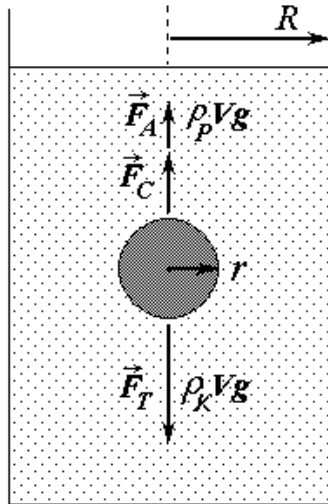


Рис. 2. Рух кульки у в'язкій рідині.

Сили опору виникають і при вільному падінні кульки всередині нерухомої рідини. При цьому навколо рухомої кульки виникає мономолекулярний шар рідини, молекули якого ніби “прилипають” до неї за рахунок сил зчеплення, тобто мають швидкість руху, яка дорівнює швидкості руху цього тіла. Але чим далі від кульки лежать шари рідини, тим з меншими швидкостями вони рухаються в порівнянні з швидкістю кульки і біля стінок посудини вони дорівнюють нулю.

На кульку, що вільно падає у рідині, крім сили опору  $\vec{F}_C$  (6), діють ще дві сили:

– сила тяжіння:

$$\vec{F}_T = m\vec{g} = \rho_K V_K \vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_K \vec{g},$$

де  $\rho_K$  – густина матеріалу,  $g$  – прискорення вільного падіння;

– виштовхувальна сила (сила Архімеда):

$$\vec{F}_A = \rho_P V_K \vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_P \vec{g},$$

де  $\rho_P$  – густина рідини.

Враховуючи напрям сил, рівняння руху кульки матиме вигляд:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_K - \rho_P) g - 6\pi\eta r v, \quad (7)$$

При вільному падінні кульки у рідині спочатку її швидкість руху збільшуватиметься, але по мірі збільшення швидкості сила опору буде також зростати, тому настане момент, коли сила тяжіння  $mg$

зрівноважиться сумою сил  $F_A$  і  $F_C$ , а отже прискорення  $\frac{dv}{dt} = 0$ . Таким чином, з моменту рівності сил  $F_T = F_A + F_C$  рух кульки стає рівномірним з швидкістю  $v = v_0$ . Розв'язуючи рівняння (7) для цього випадку, одержуємо:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_p) \cdot g}{9} \frac{r^2}{v_0}. \quad (8)$$

Формула (8) справедлива для безмежного середовища. Практично неможливо здійснити падіння кульки у безмежному середовищі, оскільки дослід завжди здійснюється в деякій посудині, і на рух кульки в такому випадку будуть впливати стінки цієї посудини. Якщо посудина циліндрична радіусом  $R$ , то врахування наявності стінок приводить до такого виразу для динамічної в'язкості:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_k - \rho_p) g}{v_0 \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (9)$$

Прилад для визначення  $\eta$  методом падаючої кульки (*метод Стокса*) складається з скляного циліндру 2 (рис. 3), наповненого досліджуваною рідиною (в нашому випадку гліцерином). З метою термостабілізації циліндр 2 поміщений в широкий скляний циліндр 1, наповнений водою. На дно циліндра опущена сітка з тримачем 3, за допомогою якої виймають кульки. Для визначення швидкості падіння



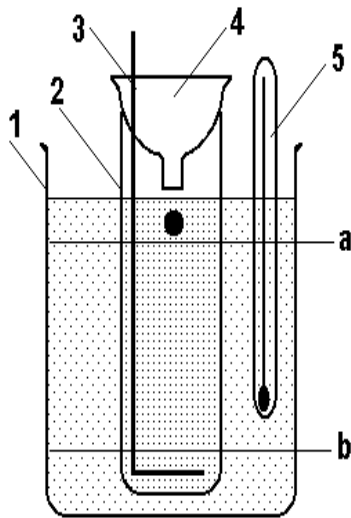


Рис. 3.  
Віскозиметр Стокса.

кульки на циліндр нанесені мітки а і б на віддалі  $l$  одна від одної. Мітки ставляться на такій віддалі від поверхні рідини і дна посудини, щоб між ними кулька рухалась рівномірно. Тоді

$$v_0 = \frac{l}{t}, \quad (10)$$

де  $t$  – час руху кульки між мітками а і б. Підставляючи (10) у (9), одержимо

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_k - \rho_p) g t}{l \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (11)$$

Це робоча формула, в якій величини  $r$ ,  $R$ ,  $l$  і  $t$  визначаються безпосередньо із експерименту.

Другим широко розповсюдженим експериментальним методом визначення коефіцієнта в'язкості рідини  $\eta$  є метод Пуазейля. Суть його полягає у вимірюванні швидкості витікання однакових об'ємів рідин через один і той же капіляр. Згідно закону Пуазейля (див додаток до лаб. роботи № 7), об'єм рідини  $V$ , що протікає через капіляр, визначається за формулою:

$$V = \frac{\pi \Delta p r^4 t}{8 \eta L}, \quad (12)$$

де  $r$  і  $L$  радіус і довжина капіляра,  $\Delta p$  – різниця тисків, під якими знаходиться рідина,  $t$  – час витікання. Якщо рідина витікає під дією власної ваги, то  $\Delta p$  дорівнює гідростатичному тиску:  $\Delta p = \rho g h$ ,  $\rho$  і  $h$  густина і висота стовпчика рідини,  $g$  – прискорення вільного падіння. Тоді формула для визначення коефіцієнта в'язкості набуває вигляду:

$$\eta = \pi \frac{\rho g h}{8 V L} r^4 t. \quad (13)$$

Якщо відомо коефіцієнт в'язкості для однієї з рідин, наприклад для дистильованої води  $\eta_1$ , то легко визначити  $\eta_2$  другої рідини. Розділивши виражені за формулою (13) коефіцієнти  $\eta_1$  і  $\eta_2$  один на другий, матимемо:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2}, \quad (14)$$

звідки для невідомої рідини отримуємо *робочу формулу*:

$$\eta_2 = \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1} \eta_1. \quad (15)$$

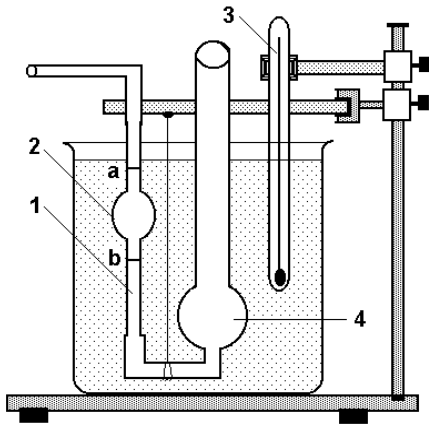


Рис. 4.  
Віскозиметр Освальда

Сифонний капілярний віскозиметр (віскозиметр Освальда) являє собою U-подібну скляну трубку (рис. 4), широке коліно 4 якої має внизу розширення. Друге коліно – капіляр 1, має зверху мале розширення 2, що переходить у трубку, до якої приєднується гумова “груша” для відкачування повітря і втягування рідини в мале розширення. Мітки а і б відмічають цілком певний об’єм рідини, час витікання якої вимірюється у процесі досліду.

Віскозиметр кріпиться на штативі так, щоб його капіляр був у вертикальному положенні. Для температурних вимірювань віскозиметр розміщується у посудині з водою (термостаті) так, щоб рівень води був вище мітки а, вода нагрівається, її температура, а також досліджуваної рідини, вимірюється термометром 3.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Визначення коефіцієнта в’язкості гліцерину методом Стокса

1. Вибрати для досліду 3–5 кульки, мікрометром виміряти їх діаметр у трьох різних напрямках і усереднити значення діаметру для кожної кульки.
2. Виміряти штангенциркулем внутрішній діаметр циліндра 2.
3. Масштабною лінійкою визначити віддаль  $l$  між мітками а і б.
4. Взяти пінцетом кульку і вкинути її в отвір лійки. Спостерігаючи за падінням, зафіксувати час руху кульки між мітками а і б, записати дані в таблицю вимірів.
5. Вийняти кульку сіткою і повторити дослід. Зробити 3-5 таких вимірів для кожної кульки.

6. Визначити і записати температуру рідини.
7. За формулою (11) обчислити динамічний коефіцієнт внутрішнього тертя, взявши необхідні дані з таблиць. Визначити кінематичний коефіцієнт в'язкості.
8. Обчислити середнє значення і випадкову похибку одержаного результату. Оцінити систематичну похибку за точністю мікрометра, штангенциркуля, лінійки та секундоміра.
9. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Завдання 2. Визначення температурної залежності коефіцієнта в'язкості рідини

1. Промити віскозиметр Освальда дистильованою водою і встановити прилад у вертикальному положенні.
2. Вилити у широке коліно трубки 4 певний, постійний в усіх дослідах, об'єм досліджуваної дистильованої води.
3. Обережно, за допомогою гумової “груші”, втягнути воду через капіляр у розширення 2 трохи вище мітки а.
4. Відпустити повітряний клапан “груші” і відмітити час опускання меніска рідини від мітки а до мітки б розширення 2, тобто час витікання.
5. Пункти 3 – 4 повторити не менше 3-х разів.
6. Вилити воду з віскозиметра, промити його іншою досліджуваною рідиною (гліцерином) і повторити дослід з цією рідиною в послідовності, описаній у п. 1–5 при тій же температурі.
7. За формулою (15) обчислити в'язкість гліцерину з використанням табличних значень в'язкості води, густини води і гліцерину.
8. Нагріти воду в термостаті на 8–10°C і знову повторити вимірювання, дотримуючись пунктів 3 – 5.
9. Провести вимірювання часу витікання не менше як за 5 різних температур, однакових як для води, так і для гліцерину.
10. Значення в'язкості  $\eta_1$ , густини води  $\rho_1$  і густини досліджуваної рідини  $\rho_2(T)$  знайти з таблиць і за формулою (15) обчислити динамічний коефіцієнт в'язкості  $\eta_2$ . Побудувати графік залежності  $\eta$  від  $T$ , а також  $\ln \eta$  від  $1/T$ .
11. Використовуючи теоретичну температурну залежність в'язкості

$$\eta = A e^{\frac{E_a}{kT}}, \text{ з графіка залежності } \ln \eta = f(1/T) = \frac{E_a}{k} \frac{1}{T} + \ln A \quad \text{за}$$

нахилом прямої визначити енергію активації  $E_a$  процесу “перескоків” молекул з одного “осілого” положення в інше.

12. Дати оцінку точності і надійності одержаних результатів. Зробити короткі висновки, які впливають з одержаних вами результатів, порівняти їх з літературними даними.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Який фізичний зміст величин, що входять у формулу Ньютона (1)?
2. Що таке в'язке тертя і від чого залежить сила в'язкого тертя?
3. Який фізичний зміст динамічного коефіцієнта в'язкості? В яких одиницях він вимірюється?
4. Які явища відносяться до явищ переносу і які фізичні величини в них “переносяться”?
5. Запишіть взаємозв'язок між коефіцієнтами в'язкості, дифузії і теплопровідності в газах?
6. При яких умовах дійсна формула Стокса?
7. Які сили діють на кульку при її русі в рідині?
8. Яке співвідношення між динамічним і кінематичним коефіцієнтами в'язкості?
9. Який рух здійснюють молекули газів, рідин і твердих тіл?
10. Чому молекули рідини через деякий час переходять з одного “осілого” положення в інше?
11. Чому і як залежить в'язкість рідин від температури? В чому її відмінність від поведінки газів?
12. Чим можуть бути обумовлені похибки вимірювань в проведених дослідах?
13. Яка течія називається ламінарною, турбулентною?
14. Чому необхідно враховувати розміри посудини (радіус  $R$ ) у методі Стокса для визначення в'язкості?

## Лабораторна робота № 13

### ВИВЧЕННЯ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕПЛОЄМНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

Мета роботи: визначити питому теплоємність твердих тіл різними методами, порівняти одержані результати.

Прилади і матеріали: циліндричні зразки однакового розміру, електропіч, диференціальна термопара, посудина Дюара (термос) із сумішшю води і льоду, цифровий мілівольтметр, секундомір, посудина для нагрівання води, електроплитка, калориметр, термометр, досліджуване тіло, аналітична вага, мірна посудина.

#### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Надання тілу певної кількості теплоти  $\Delta Q$  пропорційно підвищує його температуру на  $\Delta T$ :  $\Delta Q = C\Delta T$ . Коефіцієнт пропорційності  $C$  у цьому виразі називається *теплоємністю* тіла. Теплоємність – це кількість теплоти, яку необхідно надати тілу, щоб змінити його температуру на 1 К:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Розрізняють питому  $C_\rho$  та молярну  $C_M$  теплоємності, які є теплоємностями, віднесеними відповідно до одиниці маси і одного молю речовини:

$$C_\rho = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}, \quad C_M = \frac{C}{\nu} = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T}, \quad (2)$$

де  $m$  – маса,  $\nu = m/M$  – кількість молів речовини.

Між питомою  $C_\rho$  та молярною  $C_M$  теплоємностями існує простий взаємозв'язок:

$$C_\rho = \frac{C_M}{M} = \frac{\nu C_M}{m}. \quad (3)$$

Крім того, за умовами визначення розрізняють теплоємність, що визначається за сталого об'єму  $C_V$  та за сталого тиску  $C_p$ . На відміну від газів, для твердих тіл  $C_V \approx C_p$ . З урахуванням першого принципу термодинаміки  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ,

$$C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} \approx \frac{\Delta U}{\Delta T} = C_V. \quad (4)$$

Теплоємність – одна із найбільш важливих термодинамічних параметрів термодинамічної системи, що знаходиться в рівноважному стані. Існує досить значна кількість методів для експериментального визначення теплоємності твердих тіл, із яких у цій лабораторній роботі розглянуті *метод охолодження* та *метод змішування*.

### 1.1. Метод охолодження

Металевий зразок, температура якого вища за температуру оточуючого середовища  $T_0$ , охолоджується в цьому середовищі. Кількість теплоти  $\Delta Q$ , яку зразок втрачає за інтервал часу  $\Delta t$ , може бути виражений формулою:

$$\Delta Q = - \int_{(V)} C_\rho \cdot \rho \cdot \left( \frac{dT}{dt} \right) \cdot \Delta t \cdot dV, \quad (5)$$

де  $C_\rho$  – питома теплоємність металу,  $\rho$  – його густина,  $V$  – об’єм зразка. Знак мінус показує, що зразок “втрачає” кількість теплоти  $\Delta Q$ .

Якщо величини  $C_\rho$ ,  $\rho$ ,  $\frac{dT}{dt}$  не залежать від просторових координат, то

$$\Delta Q = -C_\rho \cdot \rho \cdot \left( \frac{dT}{dt} \right) \cdot \Delta t \cdot V. \quad (6)$$

Ця теплота виділяється через поверхню зразка  $S$  у навколишнє середовище і може бути обчислена за формулою Ньютона-Ріхмана:

$$\Delta Q = \int_{(S)} \alpha \cdot (T - T_0) \cdot \Delta t \cdot dS, \quad (7)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $T_0$  – температура навколишнього середовища. Враховуючи, що величини  $\alpha$ ,  $T - T_0$  також не залежать від просторових координат, останній інтеграл легко обчислюється :

$$\Delta Q = \alpha \cdot (T - T_0) \cdot \Delta t \cdot S, \quad (8)$$

Прирівнюючи вирази (6) та (8), отримуємо:

$$-C_\rho \cdot \rho \cdot \left( \frac{dT}{dt} \right) \cdot V = \alpha \cdot (T - T_0) \cdot S. \quad (9)$$

Звідки 
$$\frac{dT}{T - T_0} = - \frac{\alpha \cdot S dt}{C_\rho \cdot \rho \cdot V} = - \frac{\alpha \cdot S}{C_\rho \cdot m} dt \quad (10)$$

Інтегруючи останнє диференціальне рівняння, одержуємо вираз для кривої охолодження :

$$\ln(T - T_0) = - \frac{\alpha \cdot S}{C_\rho \cdot m} \cdot t + \ln(T_{\text{поч}} - T_0). \quad (11)$$

У виразі (11)  $T_{\text{поч}}$  – початкова температура досліджуваного зразка.

Слід зауважити, що при інтегруванні рівняння (10) було припущення про незалежність величини  $\frac{\alpha \cdot S}{C_{\rho} \cdot m}$  від температури.

Для визначення теплоємності досліджуваного металевого зразка беруть два зразки однакової форми та розмірів. При цьому теплоємність одного із зразків відома.

Експериментально одержуючи для двох зразків криві охолодження (11), з графіків функцій  $\ln(T - T_0) = f(t)$ , які мають (у відповідності до теорії методу) вигляд прямих, визначають тангенси кутів нахилу цих прямих до вісі часу, тобто відношення приросту функції до приросту аргументу:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\Delta(\ln(T - T_0))}{\Delta t_1} = \frac{\alpha \cdot S}{C_{\rho 1} \cdot m_1}, \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{\Delta(\ln(T - T_0))}{\Delta t_2} = \frac{\alpha \cdot S}{C_{\rho 2} \cdot m_2} \quad (12)$$

Припускаючи, що коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha$  та площі поверхні  $S$  для обох зразків однакові, отримуємо:

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_2} = \frac{C_{\rho 2} \cdot m_2}{C_{\rho 1} \cdot m_1}. \quad (13)$$

Звідки

$$C_{\rho 2} = \frac{C_{\rho 1} \cdot m_1}{m_2} \cdot \frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_2}. \quad (14)$$

## 1.2. Метод змішування

Цей метод визначення теплоємності твердого тіла базується на використанні рівняння теплового балансу. Нехай деяке тіло масою  $m_T$  нагріто до температури  $T$ . Перенесемо це тіло без втрат тепла у калориметр (теплоізольовану посудину) і приведемо його у контакт з іншим тілом – у нашому випадку з водою масою  $m_B$ , температура  $T_1$  якої менша за температуру нагрітого тіла. При цьому температура тіла знижуватиметься, а температура води і калориметра зростатиме. З плином часу у системі калориметр з водою і тілом встановиться рівноважна температура  $\Theta$ . Так як обміну теплом з середовищем зовні калориметра (повітрям) немає, то кількість теплоти  $Q_T = C_{\rho T} m_T (T - \Theta)$ , віддана тілом, витратиться на нагрівання води ( $Q_B = C_{\rho B} m_B (\Theta - T_1)$ ) і самого калориметра ( $Q_K = C_K (\Theta - T_1)$ ), тобто можемо написати рівняння теплового балансу:

$$Q_T = Q_B + Q_K,$$

$$\text{або} \quad C_{\rho T} m_T (T - \theta) = C_{\rho B} m_B (\theta - T_1) + C_K (\theta - T_1). \quad (15)$$

Знаючи температури  $T_1$ ,  $\theta$  і  $T$ , легко знайти питому теплоємність досліджуваного тіла:

$$C_{\rho T} = \frac{(C_{\rho B} m_B + C_K)(\theta - T_1)}{m_T (T - \theta)}. \quad (16)$$

Якщо теплоємність калориметра  $C_K$  невідома, то її можна визначити шляхом змішування двох кількостей води відомих мас  $m_1$  і  $m_2$  та температур  $T_1'$  і  $T_2'$  відповідно. У цьому випадку рівняння теплового балансу має вигляд:

$$C_{\rho B} m_2 (T_2' - \theta') = C_{\rho B} m_1 (\theta' - T_1') + C_K (\theta' - T_1'), \quad (17)$$

де  $T_2'$  – температура нагрітої води, а  $T_1'$  – температура калориметра і води в калориметрі до змішування. Тоді для визначення  $C_K$  одержуємо формулу:

$$C_K = C_{\rho B} \frac{m_2 (T_2' - \theta') - m_1 (\theta' - T_1')}{\theta' - T_1'}. \quad (18)$$

Якщо  $m_1 = m_2 = m_0$ , то вираз (18) спрощується:

$$C_K = C_{\rho B} m_0 \frac{(T_2' + T_1' - 2\theta')}{\theta' - T_1'}. \quad (19)$$

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Схема установки для вимірювання теплоємності *методом охолодження* наведена на рис.1. Зразки мають форму циліндрів висотою 30 мм та діаметром 6 – 8 мм з висвердленим з одного торця каналом для термопари. Зразки насаджуються безпосередньо на один спай диференціальної термопари і розміщуються в електричній печі, яка через ЛАТР (лабораторний автотрансформатор) підключається до електричної мережі. Другий спай термопари розташований у термосі із сумішшю води та льоду, тому її температура під час дослідів є сталою і дорівнює 0°C. Кінці термопари приєднані до цифрового мілівольтметра або цифрового термометра, який безпосередньо показує значення температури досліджуваних зразків у °C.

Для визначення питомої теплоємності металів методом змішування використовується електричний нагрівник, калориметр (алюмінієвий стакан у термоізоляційній оболонці з кришкою),



досліджуваний зразок із прикріпленою до нього тонкою ниткою, мірна посудина та спиртові термометри або термопари.

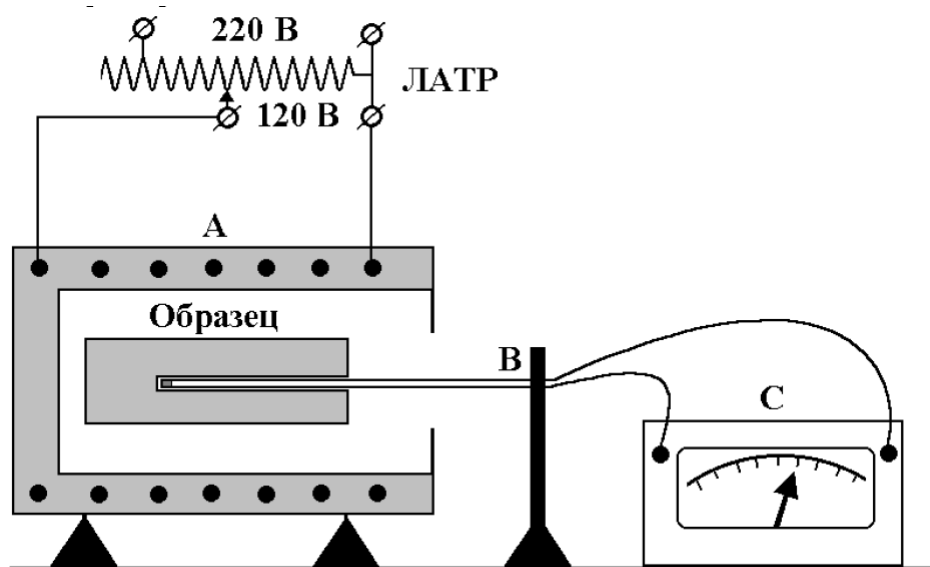


Рис. 1. Схема установки для вимірювання теплоємності металів методом охолодження.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Визначення теплоємності методом охолодження

1. На початку досліду на аналітичних або електронних вагах виміряти масу циліндричних зразків для досліджень. Зразок з термопарою помістити в центр нагрівача. Нагрівач підключити до ЛАТР-у, за допомогою якого на нагрівач подається необхідна напруга.
2. Після нагрівання зразка до  $\sim 400\text{ }^{\circ}\text{C}$  вивести його з нагрівача. Нагрітий зразок охолоджується в нерухомому повітрі до  $\sim 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Через кожні 10–15 с вимірюють температуру зразка або е.р.с. термопари, яку перевести її у відповідну температуру користуючись графіком градування.
3. З отриманих у досліді даних побудувати залежності  $\ln(T - T_0) = f(t)$  для трьох зразків: міді, заліза, алюмінію. Одержані криві розбити на прямолінійні відрізки, як показано на рис. 2 а. Для кожного з таких відрізків при різних температурах визначають  $\text{tg}\varphi_1$  і  $\text{tg}\varphi_2$  та за формулою (14) знаходять значення невідомої питомої теплоємності (заліза або алюмінію), вважаючи питому теплоємність міді відомою (див. таблицю 1). При цьому

слід мати на увазі, що у формулі (14) значення теплоємностей  $C_{\rho 1}$  та  $C_{\rho 2}$  відповідають однаковим температурам.

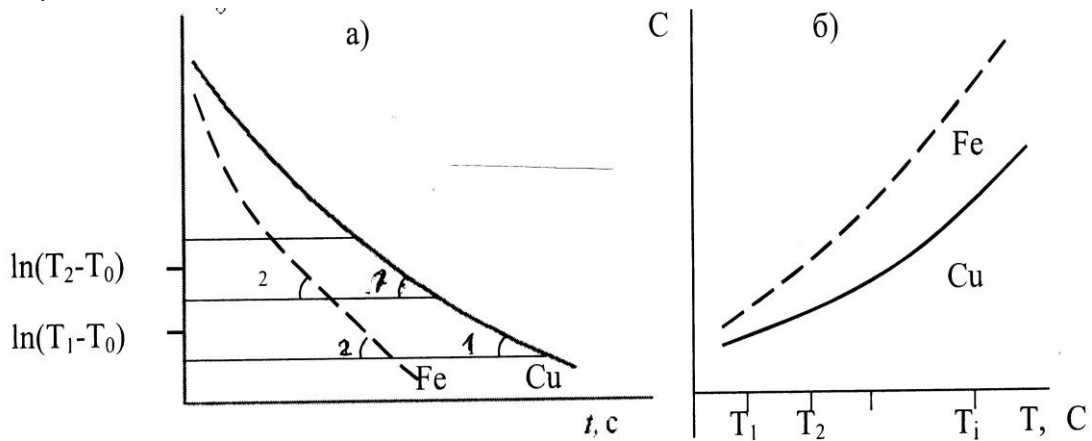


Рис. 2. Криві охолодження (а) та температурні залежності теплоємності металів (б).

Таблиця 1. Питома теплоємність міді за різних температур.

$T, K$	273	373	473	573	673
$C_p, Дж/кг \cdot K$	0,381	0,394	0,408	0,422	0,435

4. З використанням формули (3) та одержаних результатів розрахувати молярні теплоємності заліза, алюмінію та міді, побудувати їх температурні залежності (рис. 2 б).

### Завдання 2. Визначення теплоємності калориметра

1. За допомогою мірної посудини виміряти, з точністю  $\pm 0,1$  г, масу води  $m_1$ , яка знаходиться у калориметрі, та масу води  $m_2$ , яка буде нагріватися на електроплитці. Для зменшення похибок вибрати  $m_1 = m_2 = m_0$  і такими, щоб при їх змішуванні калориметр був майже повністю заповненим.
2. Виміряти температуру води в калориметрі  $T_1'$  (температура самого калориметра має бути такою ж).
3. Нагріти воду  $m_2$  на електроплитці до температури близької до  $100^\circ C$ , виміряти і зафіксувати її значення  $T_2'$ .
4. Обережно перелити воду  $m_2$  з посудини у калориметр з водою  $m_1$ .
5. Після встановлення теплової рівноваги визначити температуру  $\theta'$  всієї води. Звернути увагу на те, щоб за час встановлення температури втрата тепла була мінімальною.
6. За отриманими даними обчислити значення теплоємності калориметра  $C_K$ .

7. Дослід повторити не менше трьох разів. Обчислити похибку результату, врахувавши похибки визначення маси та температури. Зробити висновки.

### Завдання 3. Визначення теплоємності методом змішування

1. Виміряти масу зразка з точністю  $\pm 0,1$  г, записати в таблицю.
2. Визначити масу  $m_B$  або об'єм води, яка залита у калориметр. Води у калориметрі повинно бути стільки, щоб при зануренні в неї досліджуваного тіла вода зайняла як можна більшу частину об'єму калориметра. Зачекати декілька хвилин, щоб температура води і калориметра стали однаковими, і записати значення  $T_1$ .
3. Помістити досліджуване тіло (зразок) та термометр у додаткову посудину з водою і на електроплитці нагріти її до температури  $\approx 100^\circ\text{C}$ , виміряти і зафіксувати значення  $T_2$ .
4. Скориставшись прикріпленою до досліджуваного зразка тонкою ниткою або пінцетом, швидко, але обережно, перенести тіло у калориметр з водою.
5. Після встановлення теплової рівноваги визначити температуру  $\theta$  води разом з тілом. Звернути увагу на те, щоб за час встановлення температури втрати тепла були мінімальними.
6. За отриманими даними обрахувати значення питомої теплоємності тіла, а також його молярну теплоємність і порівняти з класичною теорією.
7. Дослід повторити не менше трьох разів.
8. Обчислити похибку результату, врахувавши похибки визначення маси та температури.
9. Зробити висновки.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Який фізичний зміст теплоємності, молярної і питомої теплоємності тіла. Яка розмірність цих фізичних величини?
2. Чому теплоємність при постійному об'ємі і теплоємність при постійному тиску для твердих тіл практично однакові.
3. Поясніть визначення теплоємності за кривими охолодження.
4. Що таке рівняння теплового балансу? Наведіть приклади.
5. Чому при визначенні теплоємності калориметра вибирають  $m_1 = m_2 = m_0$  і такими, щоб при їх змішуванні калориметр був майже повністю заповненим.
6. Чим пояснити відхилення від прямої залежностей  $\ln(T-T_0)=f(t)$ .

## Лабораторна робота № 14

# ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОЄМНОСТІ МЕТАЛІВ

Мета роботи: вивчити принцип вимірювання теплоємності на серійній установці ІТ-С-400 і дослідити температурну залежність теплоємності твердого тіла в діапазоні температур 290-650 К.

Прилади і матеріали: заводська установка ІТ-С-400, терези, експериментальний зразок спеціальної форми (циліндр), штангенциркуль.

### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Теплоємність термодинамічної системи – це кількість теплоти, яку необхідно надати цій системі, щоб змінити її температуру на 1К:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}, \quad (1)$$

де  $\Delta Q$  – кількість тепла надана системі для її нагрівання на  $\Delta T$ .

Розрізняють теплоємність питому  $C_\rho$  та молярну  $C_M$ , як теплоємності, що віднесені до одного кг маси і одного молю речовини у системі:

$$C_\rho = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}, \quad C_M = \frac{C}{\nu} = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T}, \quad (2)$$

де  $m$  – маса,  $M$  – молярна маса,  $\nu = m/M$  – кількість молів речовини у системі. Із формули (2) очевидно, що

$$C_\rho = \frac{C_M}{M} = \frac{\nu}{m} C_M.$$

За умовами визначення теплоємності розрізняють теплоємність, що визначається за сталого об'єму  $C_V$ , та за сталого тиску  $C_p$ . На відміну від газів, для твердих тіл  $C_V \approx C_p$ . З урахуванням першого принципу термодинаміки  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ,

$$C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} \approx \frac{\Delta U}{\Delta T} = C_V. \quad (3)$$

Теплоємність – одна із найбільш важливих термодинамічних параметрів термодинамічної системи, що знаходиться в рівноважному стані. Існує кілька моделей для теоретичного розрахунку теплоємності твердих тіл.

У класичній моделі Дюлонга та Пті тверде тіло розглядається як сукупність гармонічних осциляторів. В одному молі твердого тіла таких осциляторів  $3N_A$ , тому що з кожним атомом (молекулою) твердого тіла можна зв'язати три незалежні коливання вздовж трьох взаємно перпендикулярних осей.

За теоремою про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності на кожний коливний ступінь вільності припадає енергія  $kT$ . Це зв'язано з тим, що при коливальному русі, на відміну від поступального і обертального рухів, атом (молекула) має як кінетичну, так і потенціальну складові повної енергії. Тому внутрішня енергія 1 молю твердого тіла

$$U_M = 3 \cdot N_A \cdot kT = 3RT, \quad (4)$$

звідси молярна теплоємність за сталого об'єму

$$C_{MV} = \frac{dU_M}{dT} = 3R \quad (5)$$

Таким чином, молярна теплоємність твердих тіл  $C_{MV} = 3R$  і не залежить від температури та роду (хімічного складу) речовини.

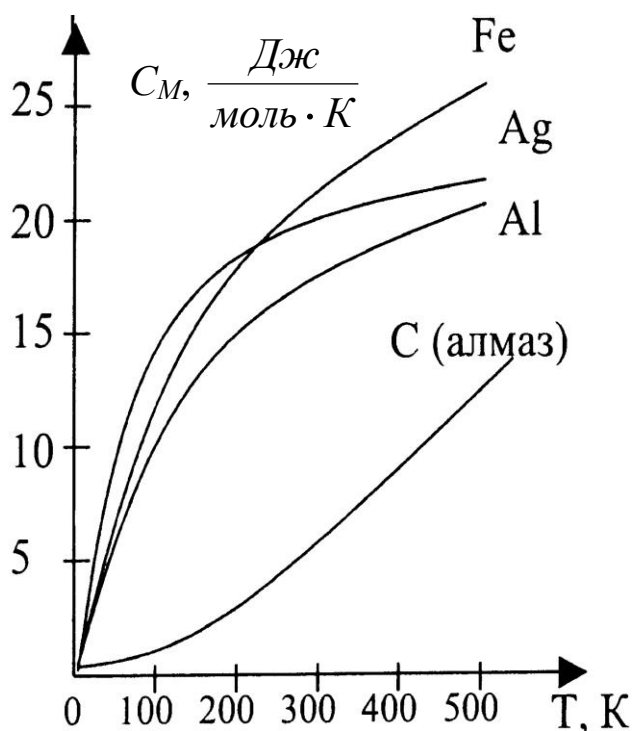


Рис. 1. Температурна залежність теплоємності твердих тіл.

Такий висновок, по-перше суперечить третьому принципу термодинаміки (теоремі Нернста), по-друге не відповідає дослідним фактам. В дослідах виявлено, що за умови  $T \rightarrow 0$  теплоємності зменшується за законом  $C_{MV} \sim T^3$  (рис. 1). Для пояснення цих експериментальних фактів Ейнштейном була запропонована модель, згідно якої тверде тіло представляє собою сукупність незалежних квантових осциляторів, енергія яких може змінюватись не неперервно, а дискретно, певними порціями (квантами), яка дорівнює  $\hbar\omega$ . При

розрахунку  $C_{MV}(T)$  Ейнштейн врахував квантову природу осциляторів та їх розподіл за енергіями за законом Больцмана

$f(\varepsilon) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$ . В цьому випадку середня енергія одного осцилятора становить

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1}, \quad (6)$$

де  $\varepsilon_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$  – енергія квантового осцилятора за температури  $T = 0$  К,  $\varepsilon = \hbar\omega$  – енергія кванту, що випромінюється чи поглинається внаслідок переходів між коливальними рівнями гармонічного осцилятора. Для молярної теплоємності в межах цієї моделі отримуємо:

$$C_{MV} = \frac{dU_M}{dT} = \frac{d}{dT}(3N_A \langle \varepsilon \rangle) = \frac{3 \cdot R \left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2 e^{\frac{\varepsilon}{kT}}}{\left(e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1\right)^2}. \quad (7)$$

За моделлю Ейнштейна  $C_{MV} \rightarrow 3R$ , якщо  $T \rightarrow \infty$ ;  $C_{MV} \rightarrow 0$ , якщо  $T \rightarrow 0$ . Але за низьких температур  $C_{MV}$  не пропорційна  $T^3$ .

У моделі Дебая тверде тіло представляється як сукупність атомів або молекул, розташованих у вузлах кристалічної ґратки і зв'язаних силами міжатомної (міжмолекулярної) взаємодії. Атоми здійснюють коливання навколо положень рівноваги, як і моделі Ейнштейна, однак ясно, що ці коливання не можуть бути незалежними, оскільки зміщення довільного атома відчують і всі його сусіди. Це означає, що збуджені у твердому тілі коливання можуть бути тільки колективними, тобто передаватись від одних атомів до інших, а отже, у твердому тілі розповсюджуватиметься хвиля. Колективні кванти коливань атомів кристалічної ґратки дістали назву квазічастинок – *фононів*. Для молярної теплоємності твердого тіла  $C_{MV}$  з урахуванням квантової природи фононів Дебай отримав вираз

:

$$C_{MV} = 9R \cdot \Theta_D \frac{d}{dT} \left[ \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^4 \cdot \int_0^{\frac{x_m}{T}} \frac{x^3 \cdot dx}{e^x - 1} \right]. \quad (8)$$

В цій формулі  $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_{max}}{k}$ ; – температура Дебая,  $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$ ;  $x_m = \frac{\hbar\omega_m}{kT}$ ,  $\omega_{max}$  – максимальна частота дебаївських осциляторів – фононів. (Теорію Дебая викладено в додатку до цієї роботи).

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

В основу роботи установки покладено порівняльний метод динамічного  $C$ -калориметра з тепломіром і адіабатичною оболонкою.

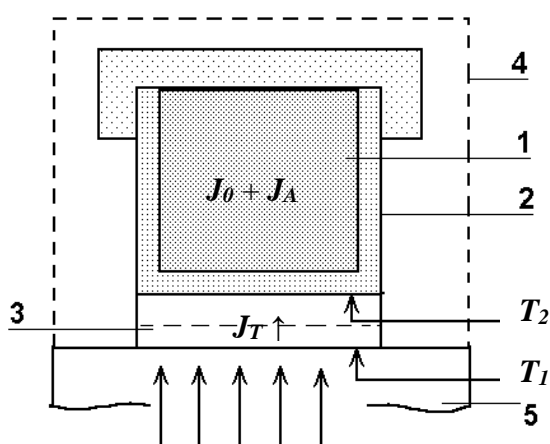


Рис. 2. Схематичне зображення динамічного калориметра

Фізична основа методу вимірювання полягає в наступному (рис. 2)

. Досліджуваний зразок 1 розташовується в металічній ампулі 2 і рівномірно нагрівається разом з нею за рахунок теплового потоку, який неперервно поступає до ампули через тепломір 3. Тепловий зв'язок ампули 2 і зразка 1 з зовнішнім середовищем відбувається тільки через

тепломір 3, оскільки відкриті поверхні ампули відділені від зовнішнього середовища тепловою ізоляцією (адіабатичною оболонкою) 4.

Тепловий потік  $J_T$  (кількість тепла, що проходить через площадку  $S$  за одну секунду) через тепломір іде на розігрів зразка і ампули:

$$J_T = J_0 + J_A, \quad (9)$$

де  $J_0$  – потік, що іде на розігрів зразка (Вт);  $J_A$  – потік, що іде на розігрів ампули (Вт). Тепловий потік

$$J_0 = \frac{Q}{\Delta t} = C_\rho m \frac{\Delta T}{\Delta t} = C_\rho m b, \quad (10)$$

де  $C_\rho$  – питома теплоємність зразка ( Дж/(кг·К) );  $m$  – маса зразка;  $b$  – швидкість нагрівання. Аналогічно,  $J_A = C_{\rho A} m_A b = C_A b$ , де

$C_A = C_{\rho A} m_A$  – теплоємність ампули (Дж/К), яка є відомою величиною для даного приладу. Величину  $J_T$  можна обчислити, знаючи перепад температури на тепломірі  $\Delta T_T$  та його теплову провідність  $q_T$ , яка визначається незалежним градуюванням при виготовленні приладу:

$$J_T = q_T \Delta T_T. \quad (11)$$

Тоді  $q_T \cdot \Delta T_T = C_{\rho} m b + C_A b$ , звідки питома теплоємність зразка

$$C_{\rho} = \frac{1}{m} \left( \frac{q_T \Delta T}{b} - C_A \right). \quad (12)$$

При малих перепадах температури на тепломірі:

$$\Delta T_T = \frac{dT}{dt} \tau = b \tau,$$

де  $\tau$  – час запізнення температури на тепломірі тобто час, через який верхня площина тепломіра досягає температури нижньої площини у даний момент часу. Іншими словами  $\tau$  дорівнює проміжку часу, за який температура  $T_2$  стане такою ж як  $T_1$  у даний момент часу (див. рис. 2). З врахуванням цього формула (12) набуває вигляду:

$$C_{\rho} = \frac{q_T}{m} \left( \tau - \frac{C_A}{q_T} \right). \quad (13)$$

Величина  $\frac{C_A}{q_T} = \tau_A$  є часом запізнення температури на тепломірі з

пустою ампулою, вона є постійною приладу і визначається при градуюванні вимірювача на заводі. Вираз

$$C_{\rho} = \frac{q_T}{m} (\tau - \tau_A) \quad (14)$$

є *робочою формулою* для визначення теплоємності зразка. Значення  $q_T$  і  $\tau_A$  приведені в таблиці 1.

Для вимірювання теплоємності дослідний зразок розташовують в ампулі, яка закрита кришкою. Ядро вимірної комірки плавно нагрівається електричним нагрівником. Температура на тепломірі і в ампулі фіксується за допомогою хромель-алюмелевої термопари і мілівольтметра ФІЗ6. У експерименті в процесі неперервного нагріву за різних значень температури (через кожні 25 К) мілівольтметром і секундоміром вимірюється часове запізнення температури ампули відносно температури основи. Під час нагрівання з допомогою нагрівника, який розташований в запобіжному ковпаку,



підтримуються адіабатичні умови (нульова різниця температури) між ампулою і запобіжним ковпаком.

## 2. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

10. Виміряти масу зразка з точністю  $\pm 0,001$  г, записати одержаний результат в таблицю 1.
11. Встановити перемикач “сеть” і “нагрев” в положення “выключено” (відповідні кнопки повинні бути відпущені).
12. Підняти верхню половину корпусу вимірної комірки і зафіксувати її поворотом на  $90^\circ$ .
13. В ампулу встановити досліджуваний зразок і закрити її кришкою. Опустити верхню частину вимірної комірки.
14. Підключити блок живлення та регулювання і мілівольтметр до мережі напруги 220 В, 50 Гц.
15. При роботі в області вище 300 К встановити початкову напругу на нагрівнику ( $40 \text{ В} \pm 2 \text{ В}$ ). Для цього необхідно відтягнути ручку регулятора напруги на себе для розімкнення зубчатого приводу і повернути її проти годинникової стрілки до упору, а потім, повертаючи за годинниковою стрілкою, добитися показання 40 В на вольтметрі регулятора.
16. Встановити перемикач “измерения” в положення  $t_1$ , а перемикач “температура” в положення  $25^\circ\text{C}$ . Ввімкнути кнопкою “нагрев” основний нагрівник.
17. При досягненні заданої температури, про що свідчить проходження стрілки мілівольтметра через нульову відмітку, ввімкнути секундомір і одночасно перевести перемикач “измерения” в положення  $t_2$ . Вимкнути секундомір при проходженні стрілки мілівольтметра через нульове положення. Записати одержане значення  $\tau$  в таблицю 1.
18. Повернути перемикач “измерения” в положення  $t_1$ , а перемикач “температура” в наступне задане значення температури ( $50^\circ\text{C}$ ,  $75^\circ\text{C}$ ,  $100^\circ\text{C}$ , ...), за яким буде вимірюватись теплоємність зразка. Виконати дії, описані у пункті 8.
19. При досягненні верхньої межі температури вимкнути кнопку “нагрев” основного нагрівника
20. Встановити перемикач вимірювання у положення “Уст.0.”. Вимкнути установку з мережі напруги.
21. Провести охолодження вимірної комірки до кімнатної температури.

22. Зробити розрахунок теплоємності за формулою (14). Записати результат в таблицю 1.

**УВАГА!** Для запобігання опіків і травм електричним струмом **КАТЕГОРИЧНО ЗАБОРОНЯЄТЬСЯ** піднімати верхню частину (половину) корпусу вимірної комірки до повного охолодження її до кімнатної температури та при увімкненому в мережу блоці живлення і регулювання.

23. Зробити оцінку похибок вимірювань. Побудувати графік залежності  $C_p$  від  $T$ . Зробити висновки за результатами роботи.

Таблиця 1. Таблиця реєстрації результатів експерименту

$t, ^\circ\text{C}$	$q_T, \text{Vm/K}$	$\tau_A, \text{c}$	$\tau, \text{c}$	$C_p, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
25	0,3207	14,1		
50	0,3318	14,1		
75	1,3332	14,1		
100	0,3425	14,0		
125	0,3529	13,9		
150	0,3547	13,7		
175	0,3619	13,5		
200	0,3651	13,2		
225	0,3691	12,8		
250	0,3723	12,6		
275	0,3755	12,4		
300	0,3770	12,2		
325	0,3786	12,0		
350	0,3795	11,7		
375	0,3814	11,5		
400	0,3877	11,5		

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Сформулюйте закон Дюлонга і Пті для теплоємності твердих тіл.
2. У чому полягає відмінність молярної теплоємності газів і твердих тіл з класичної точки зору ?
3. Що таке фонони і чим вони відрізняються від фотонів ?
4. У чому суть теорії теплоємності Дебая та її відмінності від теорії теплоємності Ейнштейна ?
5. Намалюйте схематично температурну залежність теплоємності твердих тіл в широкому температурному інтервалі (від 0 К і вище), як її пояснює квантова механіка ?
6. У чому полягає фізичний зміст температури Дебая ?

7. Який характер має залежність теплоємність твердих тіл від температури в області низьких температур ?
8. До якого значення прямує молярна теплоємність атомних кристалів з підвищенням температури згідно теорії Дебая-Ейнштейна?
9. З яких основних частин (елементів) складається вимірювальна комірка експериментальної установки ?
10. При виконанні лабораторної роботи фіксується “час запізнення”. Поясніть, чому виникає “час запізнення” і як він пов’язаний із значенням теплоємності тіла ?

## ДОДАТОК

### Модель Дебая.

В цій моделі враховано, що теплоємність твердого тіла це параметр рівноважного стану термодинамічної системи. Тому хвилі, що збуджуються в твердому тілі не можуть переносити енергію. Тобто вони є стоячими хвилями. Якщо тверде тіло вибрати у вигляді прямокутного паралелепіпеду з ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , то умови існування стоячих хвиль можна записати у вигляді:

$$n_1 \cdot \frac{\lambda_x}{2} = a; \quad n_2 \cdot \frac{\lambda_y}{2} = b; \quad n_3 \cdot \frac{\lambda_z}{2} = c; \quad (n_1, n_2, n_3 - \text{цілі числа}).$$

Позначимо величину  $K = 2\pi/\lambda$ , яка носить назву хвильового вектора. Тоді  $K_x = \frac{\pi \cdot n_1}{a}$ ,  $K_y = \frac{\pi \cdot n_2}{b}$ ,  $K_z = \frac{\pi \cdot n_3}{c}$ ,  
 $\Delta K_x = \frac{\pi}{a}$ ,  $\Delta K_y = \frac{\pi}{b}$ ,  $\Delta K_z = \frac{\pi}{c}$ .

Перейдемо до простору, побудованого на хвильових векторах  $K$ . У твердому тілі можуть існувати осцилятори з частотами, що змінюються дискретно. Одному осцилятору в  $K$ - просторі відповідає комірка з об’ємом  $\Delta V = \Delta K_x \cdot \Delta K_y \cdot \Delta K_z = \frac{\pi^3}{a \cdot b \cdot c}$ . В  $K$ -просторі осциляторам з частотами в інтервалі  $\omega \div \omega + d\omega$  відповідає один октант сферичного шару з об’ємом

$$dV_K = \frac{1}{8} \cdot 4\pi \cdot K^2 dK = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot K^2 dK.$$

В цьому об’ємі кількість осциляторів дорівнює

$$dN_K = \frac{dV_K}{\Delta V} = \frac{(a \cdot b \cdot c) \cdot K^2 \cdot dK}{2\pi^2}.$$

Врахуємо, що кожен осцилятор генерує 3 хвилі : 2 поперечні та 1 поздовжню.

При цьому  $K_{\perp} = \frac{\omega}{v_{\perp}}$ ,  $K_{\parallel} = \frac{\omega}{v_{\parallel}}$ ,  $v_{\perp}$  та  $v_{\parallel}$  – швидкості поширення поперечних і поздовжніх коливань.

Тому внутрішня енергія одного молю твердого тіла

$$U_M = \langle \varepsilon \rangle \cdot \int_0^{\omega_{max}} \frac{a \cdot b \cdot c}{2\pi^2} \left( 2 \cdot \frac{\omega^2}{v_{\perp}^2} + \frac{\omega^2}{v_{\parallel}^2} \right) \cdot d\omega,$$

де  $\langle \varepsilon \rangle$  – середня енергія квантового осцилятора (див. модель Ейнштейна).

Граничну частоту визначимо з умови

$$\int_0^{\omega_{max}} dN_K = \int_0^{\omega_{max}} \frac{a \cdot b \cdot c}{2\pi^2} \left( \frac{2}{v_{\perp}^2} + \frac{1}{v_{\parallel}^2} \right) \cdot \omega^2 \cdot d\omega = 3N_A,$$

Тоді для  $U_M$  отримуємо

$$U_M = 9R \cdot \Theta_D \left[ \frac{1}{8} + \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^4 \cdot \int_0^{x_m} \frac{x^3 \cdot dx}{e^x - 1} \right]$$

У цьому виразі  $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_{max}}{k}$  – температура Дебая;  $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$ ;

$$x_m = \frac{\hbar\omega_m}{kT}.$$

Нарешті для молярної теплоємності за сталого об'єму отримуємо

$$C_{MV} = \frac{dU_M}{dT} = 9R \cdot \Theta_D \frac{d}{dT} \left[ \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^4 \cdot \int_0^{x_m} \frac{x^3 \cdot dx}{e^x - 1} \right].$$

Легко перевірити, що за умови  $T \rightarrow \infty$   $C_{MV} = 3R$ , а за умови

$$T \rightarrow 0 \quad C_{MV} = \frac{12R \cdot \pi^4}{5 \cdot \Theta_D^3} \cdot T^3 \sim T^3. \quad \text{Таким чином, теорія Дебая як у}$$

якісному, так і у кількісному відношенні описує результати дослідів.

## Лабораторна робота № 15

### ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТУ ЛІНІЙНОГО РОЗШИРЕННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ

Мета роботи: експериментальне визначення термічного коефіцієнту лінійного розширення, оцінка параметрів, що визначають ангармонізм коливань атомів кристалічної ґратки.

Прилади і матеріали: досліджувані циліндричні стрижні із алюмінію та латуні (міді), лабораторна установка з нагрівним елементом, термомпара, мілівольтметр, мікрометр годинникового типу, штангенциркуль.

#### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Багаточисельними експериментами встановлено, що при нагріванні лінійні розміри переважної більшості твердих тіл збільшуються, тобто має місце теплове розширення, яке в області кімнатних температур описується співвідношенням

$$l = l_0(1 + \alpha(T - T_0)), \quad (1)$$

де  $l$  та  $l_0$  – довжини твердого тіла відповідно при температурах  $T$  і  $T_0$ ,  $\alpha$  – термічний коефіцієнт лінійного розширення. Із рівняння (1) очевидно, що

$$\alpha = \frac{l - l_0}{l_0(T - T_0)} = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}, \quad (2)$$

тобто термічний коефіцієнт лінійного розширення  $\alpha$  показує відносний приріст довжини тіла  $\frac{\Delta l}{l_0}$  при його нагріванні на  $\Delta T = 1$  К.

Збільшення температури призводить до зростання інтенсивності теплового руху, який у кристалічних твердих тілах за температур, менших температури плавлення, представляє собою малі за амплітудою коливання атомів (іонів, молекул) навколо положень рівноваги – вузлів кристалічної ґратки.

Найбільш простою одномірною моделлю кристалічного твердого тіла може бути ланцюжок кульок (атомів) масою  $m$ , розташованих на відстані  $a$  один від одного і зв'язаних між собою пружинками із жорсткістю  $\beta$  (рис. 1). Загальна довжина  $l$  такого

гіпотетичного твердого тіла, очевидно, дорівнює  $Na$ , де  $N$  – кількість атомів (кульок) у ланцюжку.

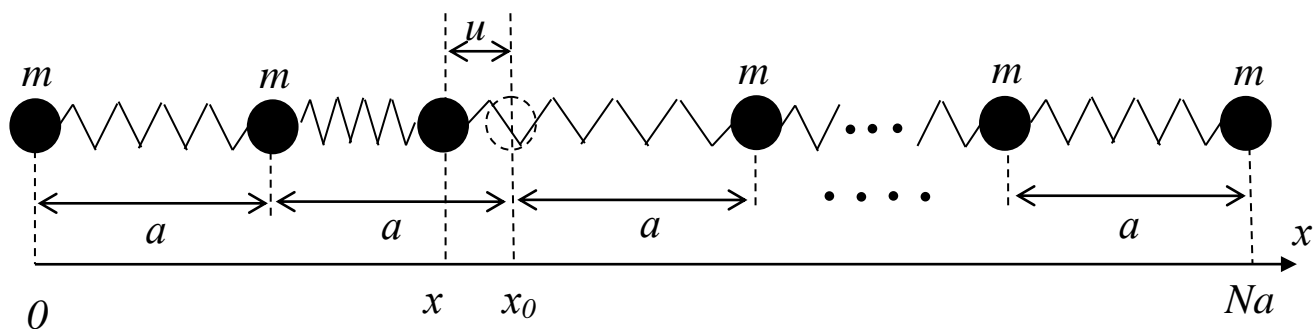


Рис.1. Модель кристалічного твердого тіла для пояснення термічного лінійного розширення.

До поняття про коливання атомів твердого тіла можна дійти шляхом аналізу природи міжатомних сил. Положення рівноваги атомів визначається з умови рівності сил притягання і відштовхування, які діють на атом. У рівновазі потенціальна енергія  $W$  твердого тіла повинна бути мінімальна. На рис. 2 показана залежність такого типу.

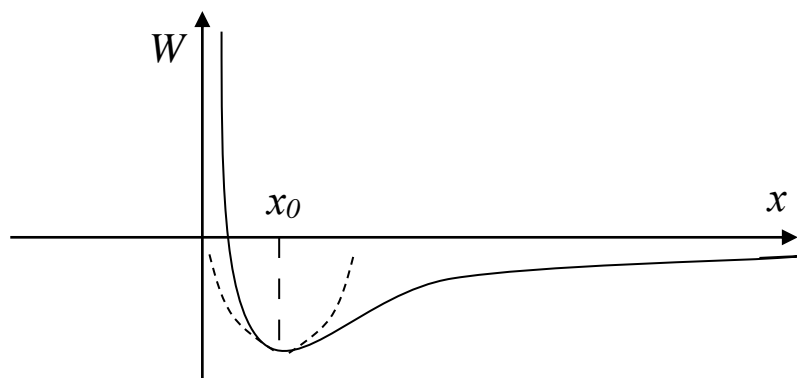


Рис. 2. Залежність потенціальної енергії від відстані між атомами (у стані рівноваги відстані між атомами в твердому тілі відповідають мінімальній енергії).

При великих міжатомних відстанях  $x$  потенціальна енергія умовно приймається такою, що дорівнює нулю, оскільки за цих умов атоми не взаємодіють один з одним. В міру зменшення відстані між атомами потенціальна енергія зменшується. Таке зменшення цілком очевидне, так як тверді тіла існують і за відсутності зовнішніх стискуючих сил, і такому стану повинен відповідати мінімум потенціальної енергії. При досягненні деякої відстані  $x_0$  потенціальна

енергія швидко зростає із зменшенням  $x$ , що пов'язано з наявністю короткодіючих сил відштовхування.

Найбільш важлива ділянка кривої  $W(x)$  знаходиться поблизу точки мінімуму, де результуюча сила взаємодії атома зі своїми сусідами дорівнює нулю. Нехай всі атоми жорстко закріплені на своїх місцях, а один – зміщується відносно своїх сусідів в напрямку осі  $x$  на відстань  $u$ . Тоді вздовж осі  $x$  виникнуть неврівноважені сили (вони відповідають стиску й розтягу “пружин” на рис. 1). Повертаюча сила, яка діє на атом, при його зміщенні на мікроскопічну відстань  $u = x_0 - x$  із положення рівноваги  $x_0$  у першому наближенні вважається квазіпружною  $f = -\beta u$ . Пунктирна крива на рис. 2, яка є параболою, показує зміну енергії зі зміною відстані між зміщеним атомом і всіма сусідніми атомами у цьому простому наближенні. Якщо зміщується тільки один з атомів ланцюжка, то енергію  $W(x)$  треба розділити на  $z$ , де  $z$  – число найближчих сусідів (тут припускається, що взаємодія з не найближчими сусідами дуже мала). Зміна енергії, пов'язана із зміною координати атома від  $x_0$  до  $x$ , дорівнює:

$$\Delta W = \frac{2}{z} (W(x_0 - u) + W(x_0 + u) - 2W(x_0)). \quad (3)$$

Перший член цього рівняння характеризує енергію зв'язку з лівим сусідом, другий – з правим, третій – подвоєне значення енергії зв'язку в стані рівноваги.

Функцію  $W(x)$  поблизу мінімуму можна розкласти в ряд Тейлора. Тоді загальна зміна енергії атома і його сусідів при малих зміщеннях складає:

$$\Delta W = \frac{2}{z} \left. \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^2 = \frac{\beta}{2} u^2, \quad (4)$$

тобто є параболічною залежністю від зміщення.

Виходячи з закону зміни потенціальної енергії, можна розглядати атом, що знаходиться у вузлі кристалічної ґратки, як гармонічний осцилятор, тобто атом у вузлі ґратки здійснює гармонічні коливання. Цей висновок правильний тільки для першого наближення і малих зміщень:  $u \ll a$ . Сила  $f$ , що діє на кожний атом є функцією його зміщення (згідно з законом Гука)

$$f = - \frac{d(\Delta W)}{du} = -\beta u. \quad (5)$$

За другим законом Ньютона прискорення, отримане атомом під дією сили  $f$ :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{f}{m},$$

тоді, враховуючи, що  $x = x_0 + u$

$$m \frac{d^2u}{dt^2} = -\beta u, \quad (6)$$

Розв'язок рівняння (6) має вигляд:

$$u = A \cos \omega t = A \cos \left( \sqrt{\frac{\beta}{m}} \cdot t \right). \quad (7)$$

Частоту  $\nu_E = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\beta}{m}}$  називають ейнштейнівською

частотою. Значення цієї частоти для елементів середньої частини таблиці Менделєєва наближається до  $10^{13}$  Гц. При цьому середнє значення потенціальної енергії коливань вздовж однієї осі

$$\bar{E}_{\text{ПОТ}} = \frac{\beta \langle u^2 \rangle}{2} \text{ має рівнятися } \frac{kT}{2}, \text{ тобто } \langle u^2 \rangle = \frac{kT}{\beta}.$$

Звичайно, зроблене вище припущення про нерухомість всіх атомів, крім одного, не зовсім коректне. При аналізі всіх можливих рухів атомів і атомних груп був отриманий цілий спектр значень частот коливань  $\nu$ , які починаються з основної частоти акустичних коливань в твердому тілі і зростають до  $\nu_E$ .

Очевидно, що розміри твердих тіл зростають із збільшенням середньої відстані  $a$  між атомами. Значить, підвищення температури приводить до збільшення міжатомної відстані. Підвищення температури означає збільшення енергії теплового руху, тобто інтенсивності теплових коливань атомів у ґратці, а отже, і зростання амплітуди цих коливань.

Однак сам факт збільшення амплітуди коливань тіла при нагріванні ще не призводить до лінійного розширення. Дійсно, коли б коливання атомів були строго гармонічні, то середнє зміщення атомів  $\langle u \rangle = \langle A \cos \omega t \rangle = A \langle \cos \omega t \rangle = 0$ , середня міжатомна відстані  $a + \langle u \rangle$  не змінювалася б, а значить, і теплове розширення було б відсутнім.

У дійсності атоми у кристалічній ґратці здійснюють *ангармонічні* (не гармонічні) *коливання*. Це обумовлено характером залежності сил взаємодії від відстані між атомами. Ця залежність



така, що при зростанні “амплітуди” коливань атомів, внаслідок нагрівання кристалу, ріст сил відштовхування між атомами перевищує зростання сил притягання, тобто зміна розмірів твердих тіл пов’язана з відмінністю в законі сил притягання і відштовхування при зміщенні атомів з положення рівноваги. Крива потенціальної енергії має асиметричний вигляд (рис. 2, суцільна лінія), відносно вертикальної лінії, що проходить через положення рівноваги  $x_0$ . При зближенні атомів енергія сил відштовхування звичайно зростає швидше, ніж енергія сил притягання за однакового зміщення атомів  $u$ . Із збільшенням амплітуди теплових коливань атомів в кристалі мінімальна відстань змінюється мало, а максимальна може досить сильно збільшитися. Таким чином при нагріванні відбувається збільшення середньої відстані між атомами, тобто розширення тіла (див. рис. 3).

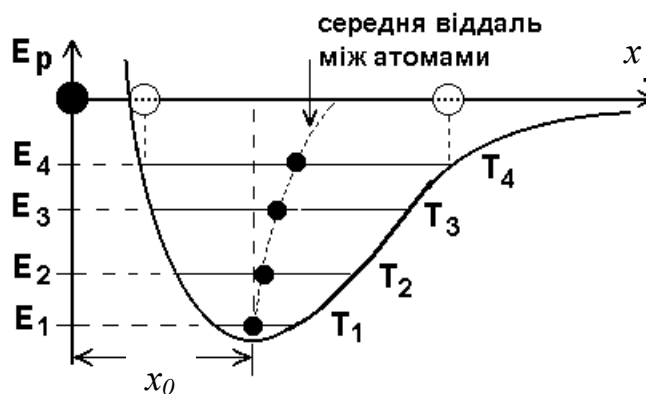


Рис. 3. Схематичне зображення кривої потенціальної енергії взаємодії двох атомів та положення енергетичних коливних рівнів при різних температурах.

В деяких тілах можна уявити зворотній хід асиметрії потенціальної енергії. Такі тіла при нагріванні будуть стискуватися. В тому випадку, якщо крива  $W(u)$  симетрична поблизу мінімуму, зміна розмірів тіл при зміні температури не відбувається. Нижню частину кривої  $W(u)$  (поблизу  $x_0$ ) можна досить точно вважати симетричною параболою, тобто при малих зміщеннях атомів з положення рівноваги, що здійснюється поблизу температури абсолютного нуля, коефіцієнт теплового розширення прямує до нуля.

При підвищенні температури коливання атомів стають ангармонічними і в законі Гука з’являються нелінійні члени. Якщо обмежитися двома членами, закон Гука матиме вигляд:

$$f(u) = -\beta u + \gamma u^2; \quad (\beta > 0, \gamma > 0). \quad (8)$$

Тепер у виразі для потенціальної енергії з’явиться кубічний член

$$\Delta W(u) = \frac{1}{2}\beta u^2 - \frac{1}{3}\gamma u^3. \quad (9)$$

Число атомів  $n$ , що мають в середньому у часі зміщення  $u$ , визначається розподілом атомів за енергіями, який будемо вважати таким, що описується розподілом Больцмана. Тобто

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{W(u)}{kT}\right). \quad (10)$$

Середнє зміщення визначимо таким чином:

$$\langle u \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} u B \frac{n(u)}{n_0} du, \quad (11)$$

де  $B \frac{n(u)}{n_0}$  – функція розподілу,  $B$  – нормуючий коефіцієнт, який

визначається з умови  $\int_{-\infty}^{+\infty} B \frac{n(u)}{n_0} du = 1$ . Тоді:

$$\langle u \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u \exp\left[-\frac{W(u)}{kT}\right] du}{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{W(u)}{kT}\right] du} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u \exp\left[-\frac{\beta u^2}{2kT}\right] \exp\left[\frac{\gamma u^3}{3kT}\right] du}{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{\beta u^2}{2kT}\right] \exp\left[\frac{\gamma u^3}{3kT}\right] du}. \quad (12)$$

Для обчислення виразу (12) розкладемо множник  $\exp\left[\frac{\gamma u^3}{3kT}\right]$  у ряд:

$$\exp\left[\frac{\gamma u^3}{3kT}\right] \approx 1 + \frac{\gamma u^3}{3kT} + \dots. \quad (13)$$

Враховуючи, що енергія ангармонічної поправки в порівнянні з тепловою енергією мала:  $\frac{1}{3}\gamma u^3 \ll kT$ , у знаменнику (12) обмежимося першим членом розкладу, а в чисельнику візьмемо два перших члена розкладу. Якщо в чисельнику обмежимося тільки першим членом, то отримаємо непарну функцію  $u$ , для якої  $\langle u \rangle = 0$ . Це показує, що в

системі гармонічних осциляторів рівноважна відстань між частинками не залежить від температури і, як наслідок, термічний коефіцієнт розширення дорівнює нулю.

При зроблених наближеннях формула (12) набуває вигляду:

$$\langle u \rangle = \frac{\gamma \int_{-\infty}^{+\infty} u^4 \exp\left(-\frac{\beta u^2}{2kT}\right) du}{3kT \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\beta u^2}{2kT}\right) du}. \quad (14)$$

Після інтегрування в (14), отримаємо:

$$\langle u \rangle = \gamma \frac{kT}{\beta^2}. \quad (15)$$

Відносно видовження ланцюжка з розрахунку на одну міжатомну відстань  $a_0$  дорівнює:

$$\frac{\langle u \rangle}{a_0} = \gamma \frac{kT}{a_0 \beta^2} = \alpha T. \quad (16)$$

Нагадаємо, що коефіцієнт лінійного термічного розширення вводять згідно з формулою (2), тому коефіцієнт лінійного розширення, отриманий з мікроскопічних уявлень дорівнює

$$\alpha = \gamma \frac{k}{a_0 \beta^2}. \quad (17)$$

Знак коефіцієнта  $\alpha$  визначається знаком  $\gamma$ . Це означає, що якщо асиметрія кривої потенціальної енергії така, що при зближенні частинок енергія зростає швидше, ніж при їх віддаленні, то  $\gamma > 0$  і нагрівання призводить до розширення. В протилежному випадку  $\gamma < 0$  і тіла зменшують лінійні розміри. Із приведеної формули видно, що у розглядуваній моделі  $\alpha = const$ , але із приведених вище якісних міркувань випливає, що при  $T \rightarrow 0$  і  $\alpha \rightarrow 0$ . Взагалі ж коефіцієнт теплового розширення залежить від температури таким же чином, як теплоємність, тобто при низьких температурах  $\alpha$  зменшується з пониженням  $T$  пропорційно кубу температури. Це зрозуміло, оскільки як і теплове розширення, так і теплоємність пов'язані з коливаннями атомів кристалічної ґратки. Формула, що зв'язує

коефіцієнт лінійного розширення і теплоємність, вперше була запропонована для металів Грюнайzenом і має вигляд:

$$\alpha = \frac{\Gamma \chi \rho}{3} C_p,$$

де  $\chi$  – коефіцієнт стисливості метала,  $\rho$  – густина,  $C_p$  – питома теплоємність,  $\Gamma$  – постійна Грюнайzenа, яка коливається для різних металів в межах від 1,5 до 2,5. На рис. 4 представлені експериментальні залежності  $\alpha$  і  $C_v$  для міді – подібними є залежності і для інших металів.

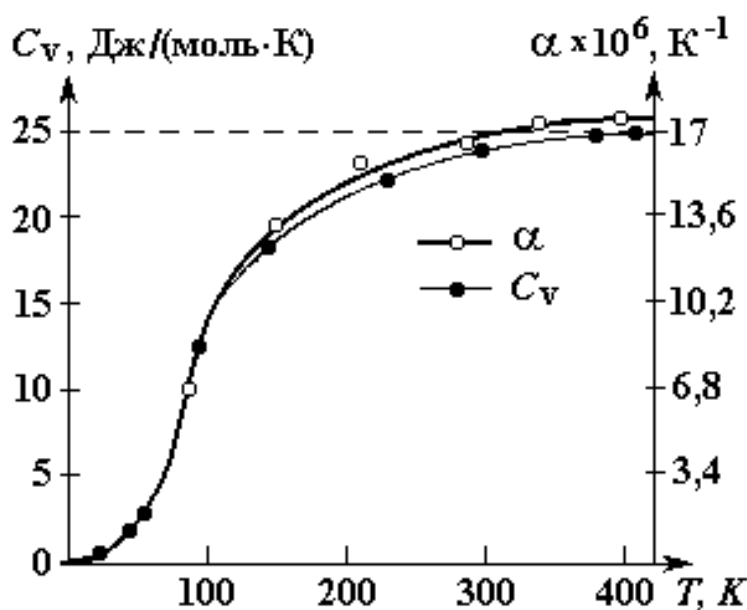


Рис. 4. Температурні залежності теплоємності  $C_v$  і термічного коефіцієнта лінійного розширення  $\alpha$  міді від температури.

Однак, коефіцієнт лінійного розширення  $\alpha$  практично лишається незмінними, якщо інтервал температур, в яких він досліджується, малий, а сама температура велика. Зауважимо, що внаслідок анізотропії кристалів, коефіцієнт лінійного розширення  $\alpha$  може бути різним у різних кристалографічних напрямках.

Параметр  $\beta$  можна виразити на основі розгляду пружного розтягу (закону Гука  $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$ ,  $E$  – модуль Юнга),

віднесеного до однієї елементарної комірки  $l = a_0$ ,  $S = a_0^2$ :

$$F = \beta u = E \frac{u}{a_0} a_0^2, \quad \text{тобто} \quad \beta = E a_0. \quad (18)$$

Значення міжатомної відстані  $a_0$  можна оцінити, знаючи молярний об'єм  $V_M$  речовини:  $a_0 = \sqrt[3]{\frac{V_M}{N_A}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}$ , тут  $M$  – молярна маса та  $\rho$  – густина речовини,  $N_A$  – число Авогадро. Враховуючи цей вираз формула (18) набуває вигляду

$$\beta = E \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}. \quad (19)$$

Підставляючи формулу (18) у вираз (17) для коефіцієнта термічного розширення і виражаючи із нього  $\gamma$ , одержимо

$$\gamma = \alpha \frac{ME^2}{\rho N_A}. \quad (20)$$

Приведені оцінки параметрів  $\beta$  та  $\gamma$ , як і розглядувана нами модель, є лише першим наближенням, адже вона не пояснює навіть наближеної температурної залежності  $\alpha(T)$ .

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Експериментальна установка, схема якої наведена на рис. 5, складається з трубчастої печі 1, що знаходиться в корпусі, на яку з трансформатора подається напруга. На кронштейні над піччю закріплений мікрометр 5. У печі розміщується досліджуваний зразок 3 відомих розмірів та кварцовий стрижень, один кінець якого впирається в зразок, а інший – в щуп мікрометра, за допомогою якого вимірюється зміна довжини зразка. Застосування кварцового стрижня необхідне для того, щоб запобігти нагріванню щупа мікрометра. При цьому враховано, що кварц має дуже малий коефіцієнт термічного лінійного розширення і зміною його розмірів на результати експерименту при нагріванні досліджуваного зразка можна знехтувати. Визначення температури у печі проводиться за допомогою термопари 4 та мілівольтметра 2 (графік градування термопари додається).

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Дослідження лінійного термічного розширення твердих тіл.

1. Виміряти за допомогою штангенциркуля з точністю не гіршою 0,1 мм початкову довжину  $l_0$  досліджуваних зразків (мідь, алюміній, латунь  $l_0 \approx 100$  мм). Вставити зразок у піч.
2. Між зразком і щупом мікрометра встановити кварцовий стрижень і виставити нуль шкали мікрометра навпроти індикаторної стрілки.
3. Ввімкнути трансформатор в електричну мережу. Встановити на трансформаторі напругу 100 В для забезпечення рівноважного процесу досягнення певної температури зразка і збільшувати напругу поступово до максимального значення 200 В.
4. Записати покази мілівольтметра (значення термо-е.р.с., яка виникає в термопарі) при відхиленні стрілки мікрометра на 1, 2, 3, і т. д. поділок. (Ціна поділки мікрометра 0,01 мм).

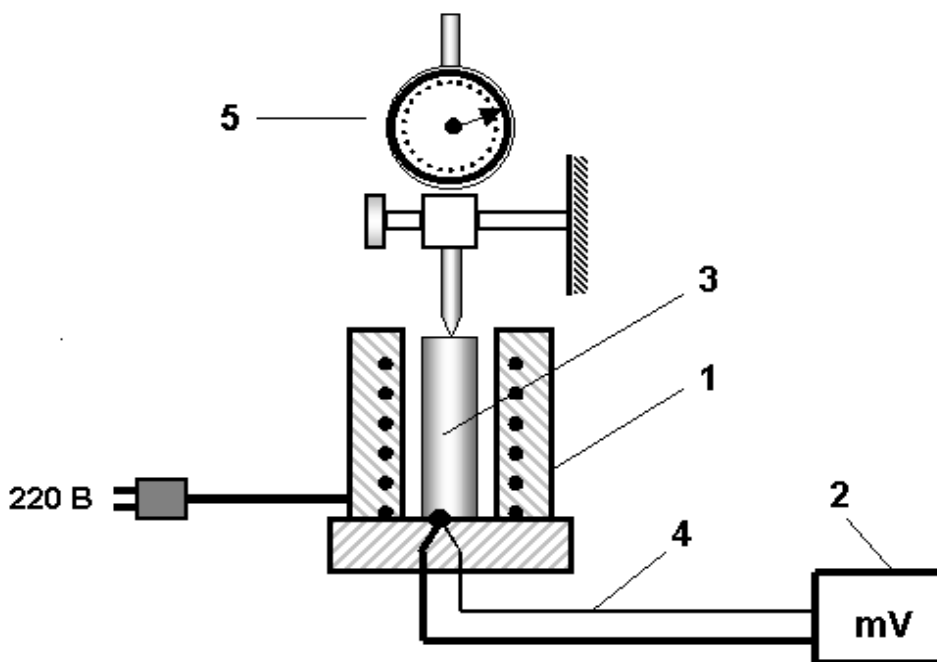


Рис. 5. Схема установки для дослідження термічного коефіцієнту лінійного розширення.

5. Нагрівати зразок до температури, при якій видовження зразка становитиме 0,1 – 0,15 мм (тобто стрілка мікрометра повинна відхилитися від нуля на 10 – 15 поділок відповідно). Отримані дані занести в таблицю.

**Увага !** Не нагрівати зразок вище 200°C

6. Виключити нагрівник. Занести у таблицю значення е.р.с. термопари і відповідні температури, при яких видовження становитиме 0,15 мм, 0,14 мм, і т.д., тобто зняти залежність видовження від температури у режимі охолодження.

### Обробка одержаних результатів

1. За формулою  $t = \frac{t_H + t_O}{2}$  знайти середнє значення температури для кожного видовження  $\Delta l$  та занести його у таблицю. Побудувати залежність  $\Delta l(t)$ .

Таблиця 1. Експериментальні результати дослідження лінійного термічного розширення.

$l_0$ , мм	$\Delta l$ , мм	Нагрівання		Охолодження		$t$ , °C	$\alpha$ , K <sup>-1</sup>	$\Delta\alpha$ , K <sup>-1</sup>
		$U$ , мВ	$t_H$ , °C	$U$ , мВ	$t_O$ , °C			
	0							
	0,01							
	0,02							
	...							
	...							

2. За отриманими експериментальними даними розрахувати температурну залежність коефіцієнта лінійного розширення за формулами:

$$\alpha_1 = \frac{l}{l_0} \cdot \frac{\Delta l}{t_1 - t_0} = \frac{l}{l_0} \cdot \frac{\Delta l_1}{\Delta t_1};$$

$$\alpha_2 = \frac{l}{l_0 + \Delta l_1} \cdot \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{t_2 - t_1}$$

.....

$$\alpha_i = \frac{l}{l_0 + \Delta l_{i-1}} \cdot \frac{\Delta l_i - \Delta l_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$$

$\Delta l_i$ - покази мікрометра при температурі  $t_i$ .

3. Побудувати графік залежності  $\alpha$  від температури.  
4. Оцінити систематичну похибку вимірювань.

## Завдання 2. Оцінка параметрів потенціалу міжатомної взаємодії

1. Знайти за довідниками значення молярної маси  $M$ , густини  $\rho$  та модуля Юнга  $E$  матеріалу досліджуваних зразків.
2. З використанням середнього значення коефіцієнту термічного лінійного розширення  $\alpha$ , знайденого у завданні 1, за формулами (19) та (20) знайти коефіцієнти  $\beta$  та  $\gamma$  потенціалу міжатомної взаємодії.
3. За формулою (9) побудувати графік залежності  $\Delta W$  від  $u$ . Зробити відповідні висновки.

## **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Що називається лінійним (об'ємним) коефіцієнтом теплового розширення?
2. Як зв'язані між собою коефіцієнти лінійного та об'ємного термічного розширення для анізотропного твердого тіла?
3. Як залежить коефіцієнт теплового розширення від температури?
4. Чим пояснюється збільшення розмірів твердих тіл при нагріванні?
5. Чи буде залежати значення  $\alpha$  від чистоти речовини?
6. Які типи хімічного зв'язку можуть мати місце в твердому тілі?
7. Як ведуть себе сили взаємодії в залежності від відстані між атомами? Опишіть характерні властивості потенціалу Ленарда-Джонса.
8. Які типи точкових дефектів у твердому тілі ви знаєте?
9. Яким треба вважати осцилятор – класичним чи квантовим при розгляді теплового розширення твердих тіл?
10. Що таке фонон?
11. Чим обумовлене теплове розширення твердих тіл?
12. Як пояснити зменшення об'єму (в деякому температурному інтервалі) деяких тіл при нагріванні?
13. Як пояснюється ангармонізм коливань атомів у твердому тілі?



## Лабораторна робота № 16

### ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

Мета роботи : вивчити принцип вимірювання теплопровідності на серійній установці ІТ-λ-400 і визначити температурну залежність теплопровідності твердого тіла в діапазоні температур 290-650 К.

Прилади і матеріали: установка ІТ-λ-400, штанген-циркуль, досліджуваний зразок у формі циліндра діаметром  $15 \pm 0,3$  мм і висотою від 0,5 до 5 мм.

#### 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Більшість фізичних явищ у природі та техніці, як правило, супроводжується зміною температури тіл у просторі та часі. Тому температура тіла є функцією координат  $x, y, z$  і часу  $t$ :

$$T = f(x, y, z, t).$$

Сукупність миттєвих значень температур у всіх точках простору або тіла називають температурним полем. Графічно температурне поле зображають ізотермічними поверхнями, які є геометричним місцем точок з однаковими температурами. Лінії перетину ізотермічних поверхонь з будь-якою площиною (рис. 1) будуть ізотермами в околі цієї площини з температурами  $T, T \pm \Delta T, T \pm 2\Delta T \dots$ . Порівняємо відношення різниці температур  $\Delta T$  між ізотермами до відстані між ними  $\Delta n$  в напрямку її нормалі  $\vec{n}$  із відношенням того ж  $\Delta T$  до відстаней  $\Delta r$  у інших напрямках. Очевидно, що найбільший перепад температури на одиницю довжини буде спостерігатися у напрямку нормалі (рис. 2):

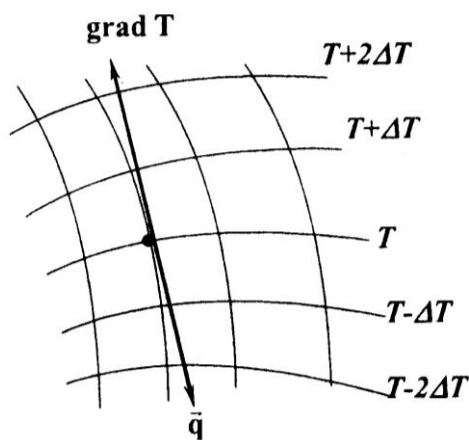


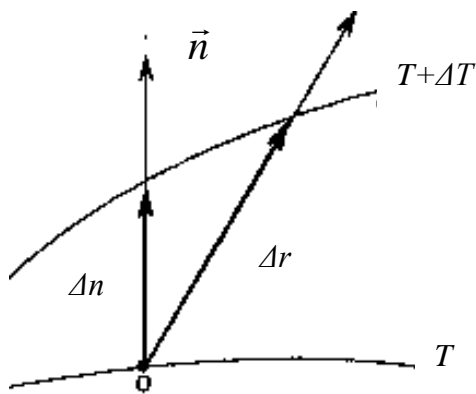
Рис. 1. Температурне поле.

Зміна температури у просторі характеризується градієнтом температури  $grad T$ . Він визначається як вектор,

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} \geq \frac{\Delta T}{\Delta r}$$

Зміна температури у просторі характеризується градієнтом температури  $grad T$ . Він визначається як вектор,

спрямований за нормаллю до ізотермічної поверхні в сторону збільшення температури і чисельно дорівнює:



$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}.$$

Отже, градієнт температури – це вектор, який вказує напрямок найшвидшого зростання температури. Для одновимірного випадку маємо:

$$\text{grad}T = \frac{dT}{dx} \vec{i},$$

Рис. 2. Градієнт температури.

де  $\vec{i}$  – одиничний вектор у напрямку осі  $x$ .

Дослідним шляхом встановлено, що у випадку існування у деякому напрямку градієнта температури, то у протилежному напрямку встановлюється *потік теплоти*.

Розповсюдження теплоти здійснюється трьома способами: тепловим випромінюванням (перенесення енергії електромагнітними хвилями), конвекцією (перенесення енергії за рахунок переміщення шарів газу або рідини у просторі з областей з вищою температурою в області з нижчою температурою) і теплопровідністю.

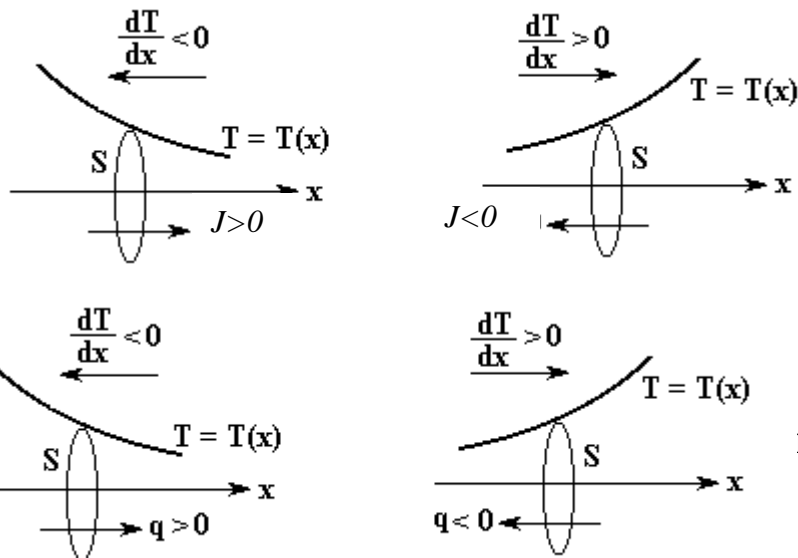
При невисоких температурах потік електромагнітної (променистої) енергії складає незначну частку кількості теплоти, яка переноситься із однієї частини термодинамічної системи в іншу, а конвекція у твердих тілах відсутня. Тому основним типом переносу теплоти у твердих тілах є теплопровідність.

Теплопровідність – це процес передачі теплоти від більш нагрітої частини тіла до менш нагрітої за рахунок теплового руху молекул. При теплопровідності здійснюється безпосередня передача енергії від молекул з більшою енергією до молекул з меншою енергією. Величина теплового потоку у цьому випадку визначається *рівнянням Фур'є*

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx} S, \quad (1)$$

де  $J$  – кількість тепла, що протікає за одиницю часу (одну секунду) через площадку  $S$ , розташовану перпендикулярно до осі  $x$ ,  $\frac{dT}{dx}$  – градієнт температури (зміна температури на одиниці довжини вздовж заданого напрямку  $x$ ),  $\kappa$  – коефіцієнт пропорційності, який

залежить від властивостей середовища і називається *коефіцієнтом теплопровідності* (або просто – *теплопровідністю*). Розмірність  $J$  є Дж/с=Вт. Отже,  $\kappa$  має розмірність Дж/(м·с·К) Вт/(м·К). Знак “–”, у рівнянні (1) відображає ту обставину, що напрямок, в якому зростає температура, і напрямок поширення тепла, протилежні, тобто що теплота розповсюджується у напрямку зменшення температури (рис. 3).



Величини змінюються коефіцієнт  $\kappa$  значення  $0,10 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ .

Така значна відмінність у коефіцієнтах теплопровідності визначається механізмами передачі тепла.

их речовин наприклад, ебоніту має

коefficient  $\kappa$  значення  $0,10 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ . Така значна відмінність у коефіцієнтах теплопровідності визначається механізмами передачі тепла.

Для пояснення теплопровідності твердих тіл використовують поняття про електронний і фоновий газ. Під електронним газом розуміють сукупність вільних (не зв'язаних з атомами або молекулами) електронів, які можуть переміщуватись по всьому об'єму твердого тіла. Наявність такої сукупності електронів характерна для металів, які мають високу електропровідність. У першому наближенні для такого електронного газу вважають справедливими закони ідеальних газів, тому внесок їх у теплопровідність оцінюється як і для ідеального газу

$$\kappa_E = \frac{1}{3} C_{VE} \rho_E \langle l_E \rangle \langle v_E \rangle,$$

де  $\langle l_E \rangle$  – середня довжина вільного пробігу та  $\langle v_E \rangle$  – середня швидкість електронів,  $C_{VE}$  і  $\rho_E$  – відповідно їх питома теплоємність і густина.

Другою складовою теплопровідності є фоновий вклад  $\kappa_\Phi$ . Фонони – це кванти колективних коливань сукупності атомів кристалічної ґратки. Для кращого розуміння поняття “фонон”

представимо тверде тіло як сукупність атомів або молекул, розташованих у вузлах кристалічної ґратки і зв'язаних силами міжатомної (міжмолекулярної) взаємодії. Одномірна модель такого

твердого тіла представлена на рис. 4.

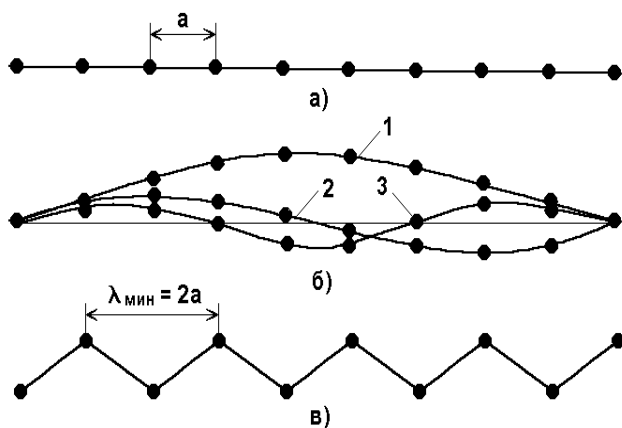


Рис. 4. Одномірна модель твердого тіла а) – лінійний ланцюг атомів (або струна):

б) – 1, 2, 3 - схематичне зображення деяких нормальних коливань в кристалі;

в) – нормальне коливання з мінімальною довжиною хвилі (максимальною частотою).

Атоми здійснюють коливання навколо положень рівноваги, однак ясно, що ці коливання не можуть бути незалежними, оскільки зміщення довільного атома відчують і всі його сусіди. Замість того, щоб описувати індивідуальні коливання частинок, розглядають їх колективний рух в кристалі, як в просторово впорядкованій системі. Таке спрощення ґрунтується на тому, що, внаслідок дії значних сил зв'язку, коливання, яке виникло у однієї частинки, одразу передається сусіднім частинкам і в кристалі збуджується

колективний рух у формі пружної хвилі, що охоплює всі частинки кристалу. Такий колективний рух називається *нормальним коливанням* ґратки. Максимальне число нормальних коливань, що можуть виникнути в ґратці, дорівнює числу ступенів вільності частинок кристалу, тобто  $3N$  ( $N$  – число атомів, що утворюють кристал). Колективні кванти коливань атомів кристалічної ґратки дістали назву квазічастинок – *фононів*. Очевидно, що навіть у такій простій моделі частота коливань, а отже і енергія, не може бути довільною, а має дискретні значення.

За низьких температур не всі можливі нормальні коливання в ланцюгу атомів можуть збуджуватись. Існує температура  $\Theta_D = h\omega_{\text{макс}}/k$ , при якій частота хвилі в ланцюгу збуджених атомів ґратки твердого тіла (тобто частота нормального коливання  $\omega$ ) досягає максимуму  $\omega = \omega_{\text{макс}}$ . Довжина хвилі при цьому дорівнює подвоєному періоду ґратки (рис. 4). Звісно, що при такій температурі

збудженими є і всі інші, менш енергетичні, коливання і “породжені” ними фонони і тому кількість їх досягає максимуму. Ця температура називається *температурою Дебая* і вона розмежовує області низьких і високих температур. Більш детальний розгляд показує, що коливання, які розповсюджуються у твердому тілі (фонони), взаємодіють між собою – розсіюються, обмінюються енергією, тобто ведуть себе як молекули газу. Тому для фононів, як і для молекул, можна ввести поняття вільного пробігу  $l_\phi$ , швидкість же їх поширення  $v_\phi$  дорівнює швидкості пружних (звукових) хвиль у кристалі. Разом з тим зауважимо, що реально існують коливання атомів кристалічної ґратки, яким умовно ставляться у відповідність квазічастинки фонони.

Для молярної теплоємності твердого тіла  $C_{MV}$  з урахуванням квантової природи фононів Дебай отримав вираз:

$$C_{MV} = 9R \cdot \Theta_D \frac{d}{dT} \left[ \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^4 \cdot \int_0^{x_m} \frac{x^3 \cdot dx}{e^x - 1} \right]. \quad (8)$$

В цій формулі  $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_{max}}{k}$  – температура Дебая,  $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$ ,  $x_m = \frac{\hbar\omega_m}{kT}$ ,  $\omega_{max}$  – максимальна частота дебаївських осциляторів – фононів.

Отже, як і для електронного газу, можна ввести поняття теплопровідності фононного газу  $\kappa_\phi = C_{V\phi} \rho_\phi \frac{1}{3} \langle l_\phi \rangle \langle v_\phi \rangle$ , а загальна теплопровідність твердого тіла становитиме

$$\kappa = \kappa_E + \kappa_\phi.$$

У залежності від внеску електронної і фононної систем теплопровідність різних твердих речовин, як вказувалось вище, може змінюватись у широких межах. Так, наприклад, за кімнатних температур електронна теплопровідність зазвичай у  $\sim 20$  раз перевищує ґраткову (фононну), тому теплопровідність металів, які добре проводять електричний струм, набагато більша ніж діелектриків. Однак алмаз, який є хорошим діелектриком, унаслідок високої температури Дебая ( $\Theta_D = 1910$  К), має при кімнатній температурі фононну теплопровідність  $\sim 130$  Вт/(м·К), що більше ніж, у багатьох металів.

Розглянемо температурну залежність фононної теплопровідності твердих тіл.

При температурах менших дебаївської (область низьких температур) концентрація фононів різко зменшується при пониженні  $T$ , внаслідок чого їх довжина вільного пробігу починає різко зростати, при  $T \leq \Theta_D/20$  досягає величини, порівняної з розміром кристалу, і  $l_\phi = const$ . Тому температурна залежність теплопровідності ґратки в цьому діапазоні температур визначається тільки залежністю від  $T$  теплоємності кристалу  $C_V$ . Так як в області низьких температур  $C_V \sim T^3$ , то і  $\kappa_\phi$  повинно бути пропорційним  $T^3$ .

По мірі збільшення температури росте концентрація фононів  $\sim T^3$ , що само по собі повинно привести до підвищення  $\kappa_\phi$ . Але зростання концентрації фононів супроводжується посиленням інтенсивності фонон-фононного розсіювання і зменшенням довжини вільного пробігу фононів, що повинно приводити до падіння  $\kappa_\phi$ . В області високих температур ( $T > \Theta_D$ ), теплоємність практично не залежить від  $T$ , а  $l_\phi \sim 1/T$ , тому  $\kappa_\phi \sim 1/T$ . В якості прикладу на рис. 5 а показана залежність від температури теплопровідності сапфіру.

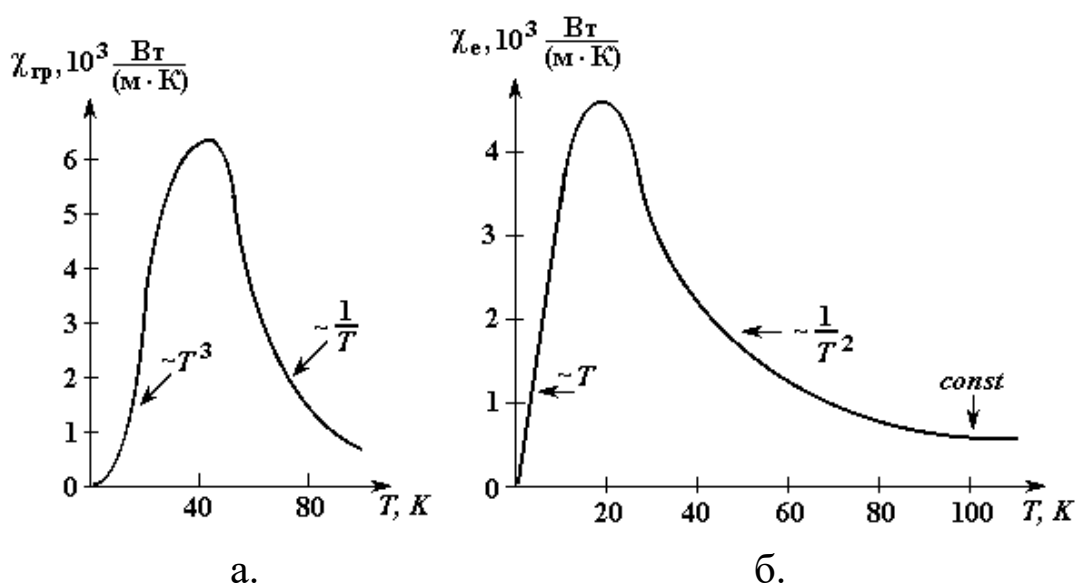


Рис. 5. Температурна залежність теплопровідності сапфіру (а) та міді (б).

В металах, на відміну від діелектриків, перенос теплоти здійснюється не тільки фононами, але й вільними електронами. Тому теплопровідність металів в загальному випадку складається з теплопровідності ґратки  $\kappa_\phi$  (фононний механізм) і теплопровідності  $\kappa_E$ , обумовленій вільними електронами.

В області дуже низьких температур (близьких до абсолютного нуля) концентрація фононів в металі стає настільки малою, що у процесах розсіювання електронів основне значення набуває розсіювання на домішках, а не на фононах, тому теплопровідність метала виявляється пропорційною  $T$ . В області високих температур теплопровідність чистих металів не залежить від температури (див. рис. 5 б).

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

Для вимірювання теплопровідності використовується метод динамічного калориметра з тепломіром і адіабатичною оболонкою. В основу вимірювання покладений метод Христіансена, який полягає в порівнянні потоків тепла  $J$  через досліджуваний зразок і зразок з відомою теплопровідністю  $\kappa_T$ . Якщо ці потоки однакові (що досягається розміщенням обох зразків з однаковими перетинами  $S$  послідовно в теплоізольованій оболонці, де виключено втрати тепла через їх бічні поверхні), то згідно рівняння (1) можна записати:

$$J = -\kappa_T \frac{\Delta T_T}{d_T} S = -\kappa_0 \frac{\Delta T_0}{d_0} S, \quad \text{звідки} \quad \kappa_0 = \frac{\kappa_T}{d_T} d_0 \frac{\Delta T_T}{\Delta T_0}, \quad (9)$$

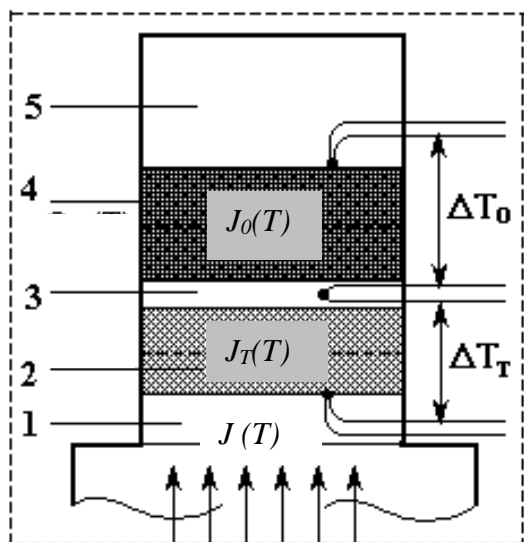


Рис. 6. Типова схема методу динамічного калориметра.

пластин 2 і 3 адіабатично ізолювані.

Стержень 5 і контактна пластина 3 виготовлені з міді, яка має високу теплопровідність, тому перепади температур на них незначні.

яка, по суті методики, і є робочою формулою.

Конструктивно ця методика реалізована в стандартному технічному (заводському) блоці установки для вимірювання теплопровідності твердих тіл, теплова схема якого показана на рис. 6. Досліджуваний зразок 4, контактна пластина 3 і стержень 5 розігріваються тепловим потоком  $J$ , який поступає від основи 1. Бічні поверхні стержня 5, зразка 4,

Тепловий потік  $J(T)$  проходячи через основу і пластину 2, частково поглинається нею і далі йде на розігрів пластини 3, зразка 4 і стержня 5. Розміри системи вибрані таким чином, щоб потоки, акумульовані зразком і пластиною були в 5 – 10 разів менші за поглинуті стержнем 5. В цьому випадку температурне поле зразка 4 і пластини 2 виявляється близьким до лінійного, стаціонарного, всі деталі системи розігріваються з близькими швидкостями, а для теплових потоків зразка  $J_0(T)$  і пластини  $J_T(T)$  для будь-якого рівня температури справедливі формули:

$$J_0(T) = \frac{\Delta T_0 \cdot S}{P} = \left( \frac{1}{2} C_0 + C_C \right) \cdot b, \quad (10)$$

$$J_T(T) = K_T^* \Delta T_T = \left( \frac{1}{2} C_T + C_{II} + C_0 + C_C \right) \cdot b, \quad (11)$$

де  $\Delta T_0$  і  $\Delta T_T$  – відповідні перепади температур,  $P$  – тепловий опір між стержнем і контактною пластиною,  $K_T^*$  – коефіцієнт, який характеризує ефективну теплову провідність пластини 2,  $C_0$ ,  $C_C$ ,  $C_T$ ,  $C_{II}$  – повні теплоємності зразка 4, стержня 5, пластини 2 і 3,  $b$  – швидкість нагріву вимірної комірки,  $S$  – площа поперечного перерізу зразка.

Тепловий опір  $P$  складається з теплового опору зразка  $P_0$  і контактної пластини  $P_K$ :  $P = P_0 + P_K$ . Враховуючи формули (10) і (11) і те, що  $P_0 = h/\kappa$ , де  $h$  – висота зразка (м),  $\kappa$  – теплопровідність зразка, одержуємо:

$$P_0 = \frac{\Delta T_0 \cdot S}{\Delta T_T} \cdot \frac{A}{K_T} - P_K. \quad (12)$$

Величина  $A = \frac{C_0}{0,5C_C + C_0} \left( \frac{C_C}{C_0} + \frac{C_C}{0,5C_C + C_{II} + C_C} \right).$  (13)

Оскільки за технічними характеристиками установки  $C_T \approx C_{II} \ll C_C$  (у 5 – 10 разів), то величину  $A$  з достатньою для експерименту точністю можна обчислити за формулою:

$$A = 1 + \frac{C_0}{2C_C + C_0} = 1 + \sigma_C, \quad \text{де} \quad \sigma_C = \frac{C_0}{2C_C + C_0} \quad (14)$$

$C_0 = C_{0\rho} \cdot m_0$  – теплоємність зразка ( $C_{0\rho}(T)$  – питома теплоємність матеріалу зразка при даній температурі,  $m_0$  – його маса, кг);



$C_C = C_{C\rho}(T) \cdot m_C$  – теплоємність стержня, ( $C_{C\rho}(T)$  – питома теплоємність міді,  $m_C$  – маса стержня); значення  $\sigma_C$  – зазвичай не перевищує 0,05-0,10 (5% – 10%) і може бути оцінена за орієнтовними даними теплоємності зразка.

Значення теплової провідності пластини визначається за формулою

$$K_T = K_T^* \cdot \frac{C_C}{0,5C_T + C_{II} + C_C}. \quad (15)$$

Параметри  $K_T$  і  $P_K$  не залежать від властивостей зразка і є постійними вимірювача. Їх визначення проводиться в експериментах із еталонною мірою з кварцового скла та зі зразком із міді при калібруванні установки на заводі-виробнику. Значення  $K_T$ , і  $C_C$  приведені в таблиці 1.

Для визначення теплопровідності необхідно при різних значеннях температури вимірювати різницю температур на тепломірі  $\Delta T_T$  і зразку  $\Delta T_0$ , висоту  $h$ , площу поперечного перерізу зразка  $S$  і його температуру.

Вимірювання температури і її різниці в установці ІТ- $\lambda$ -400 проводиться за допомогою хромель-алюмелевих термопар і мілівольтметра в області температур 150-650 К. Ці термопари з точністю 2% мають лінійну характеристику, тому відношення  $\Delta T_0/\Delta T_T$  у формулах (9) та (12) може бути замінено відношенням електрорушійних сил (е.р.с)  $U_0/U_T$ , які відповідають даним різницям температур. Отже кінцеву *робочу формулу* можна представити у вигляді:

$$\kappa = \frac{4hK_T}{\pi d^2} (1 + \sigma_C) \frac{U_T}{U_0} = A \frac{4hK_T}{\pi d^2} \frac{U_T}{U_0}, \quad (16)$$

тут  $d$  – діаметр зразка. Обчислене значення теплопровідності слід відносити до середньої температури зразка, яка визначається за формулою:

$$\bar{T} = T_C + 0,5a_T \cdot U_0 \quad (17)$$

Якщо  $U_0$  визначається у мілівольтах, то чутливість термопар  $a_T = 25\text{K}/(\text{мВ})$ ;  $T_C$  – значення температури стержня, яке задається перемикачем температури у відповідне положення.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Виміряти висоту  $h$ , діаметр  $d$  зразка з точністю до  $\pm 0,05$  мм і його масу з точністю  $\pm 0,01$  г; занести ці дані в таблицю 1.
2. Встановити перемикач “сеть” і “нагрев” в положення “выключено” (відповідні кнопки повинні бути відпущені).
3. Підняти верхню половину корпусу вимірної комірки і зафіксувати її поворотом на  $90^\circ$ . Протерти від забруднення контактні поверхні зразка, стержня і контактної пластини тепломіра.
4. Зразок помістити на контактну пластину тепломіра, стержень – на голки термопари. Опустити верхню половину корпусу вимірної комірки.
5. Підключити блок живлення та регулювання і мілівольтметр до мережі напруги 220 В, 50 Гц, ввімкнути їх натиснувши кнопку “сеть”.
6. При роботі в інтервалі температур вище 300 К встановити початкову напругу на регуляторі нагрівника ( $50 \pm 2$ ) В. Для цього необхідно відтягнути ручку регулятора напруги на себе для розімкнення зубчатого приводу і повернути її проти годинникової стрілки до упору, а потім, повертаючи за годинниковою стрілкою, встановити показання 50 В на вольтметрі регулятора.
7. Встановити перемикач “измерение” в положення  $t_C$ , а перемикач “температура” в положення  $25^\circ\text{C}$ . Ввімкнути кнопкою “нагрев” основний нагрівник.
8. При досягненні заданої температури, про що буде свідчити *проходження стрілки мілівольтметра через нульову відмітку*, перевести перемикач у положення  $U_0$ , а потім у положення  $U_T$ , і зняти відповідні показання мілівольтметра та занести їх значення у таблицю 1.
9. Повернути перемикач “измерение” в положення  $t_C$ , а перемикач “температура” – в наступне задане значення температури, при якій буде вимірюватись теплопровідність зразка.
10. Пункти 8, 9 виконувати до досягнення верхнього рівня температури досліджуваного зразка, після чого кнопкою “нагрев” вимкнути основний нагрівник.
11. Встановити перемикач “измерение” в положення “Уст.0”. Вимкнути установку з мережі напруги.
12. Провести охолодження вимірної комірки до кімнатної температури.

**УВАГА!** Для запобігання опіків і травм електричним струмом **КАТЕГОРИЧНО ЗАБОРОНЯЄТЬСЯ** піднімати верхню частину (половину) корпусу вимірної комірки до повного охолодження її до кімнатної температури та при увімкненому в мережу блоці живлення і регулювання.

13. Зробити розрахунок теплопровідності:

- оцінити межі значень поправки  $\sigma_C$  та коефіцієнта  $A$  за формулами (14), при цьому використати табличні значення питомої теплоємності  $C_p$  досліджуваного зразка ( $C_0 = C_p m_0$ );
- розрахувати теплопровідність зразка за формулою (16);
- розрахувати температуру  $\bar{T}$ , до якої відноситься виміряне значення теплопровідності, за формулою (17).

14. Зробити оцінку похибок вимірювань.

15. Побудувати графік залежності  $\kappa$  від  $\bar{T}$ .

16. Зробити висновки за результатами роботи.

Таблиця 1. Таблиця реєстрації результатів експерименту

Досліджуваний зразок:		$h =$	$d =$	$m_0 =$	$\sigma_C =$	$A =$	
$t,$ °C	$K_T,$ Вт/К	$C_C,$ Дж/К	$C_0,$ Дж/К	$U_0,$ мВ	$U_T,$ мВ	$\kappa,$ Вт/(м·К)	$\bar{T},$ К
25	0,0844	16,20					
50	0,0886	16,49					
75	0,0923	16,66					
100	0,0956	16,82					
125	0,0959	16,95					
150	0,0965	17,04					
175	0,0980	17,04					
200	0,0997	17,16					
225	0,1019	17,24					
250	0,1014	17,33					
275	0,1023	17,45					
300	0,1028	17,54					
325	0,1039	17,67					
350	0,1053	17,75					
375	0,1068	18,80					
400	0,1071	17,88					

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

15. Які явища відносяться до явищ перенесення і які фізичні величини в них “переносяться”?
16. Сформулюйте закон Фур’є для теплопровідності. Що таке градієнт температури ?
17. У чому відмінність явищ теплопровідності і теплопередачі?
18. Напишіть взаємозв’язок між коефіцієнтами в’язкості, дифузії і теплопровідності в газах.
19. У чому відмінність процесу теплопровідності у твердих тілах і газах, у діелектриках і металах з класичної точки зору ?
20. Що таке фонони і чим вони відрізняються від фотонів ?
21. Намалюйте схематично температурну залежність теплопровідності твердих тіл в широкому температурному інтервалі (від 0 К і вище), як її пояснює квантова механіка ?
22. У чому полягає фізичний зміст температури Дебая ?
23. З яких основних частин (елементів) складається вимірювальна комірка експериментальної установки ?
24. На якій експериментальній методиці ґрунтується визначення теплопровідності на лабораторній установці ?
25. Для чого необхідна так звана “адіабатична оболонка”? Що може вносити похибку у визначення значення теплопровідності на лабораторній установці ?
26. Які термометри ви знаєте, як (чим) вимірюється температура зразка у вашій установці ?
27. Про яку середню температуру зразка йдеться у формулі (17) ? Поясніть зміст цієї формули.

## Лабораторна робота № 17

# ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ТЕПЛОТИ ПАРОУТВОРЕННЯ РІДКОГО АЗОТУ

Мета роботи: вивчити методи визначення теплоти пароутворення рідин та визначити питому теплоту пароутворення рідкого азоту.

Прилади і матеріали: посудина Дюара (термос), рідкий азот, технічні терези, важки, секундомір, джерело електричного струму, ватметр, з'єднувальні провідники, електричний нагрівник.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1. Випаровування і кипіння

У тонкому шарі поблизу поверхні рідини діють сили, які забезпечують існування поверхні і не дозволяють молекулам покидати об'єм рідини. Завдяки тепловому руху деяка частина молекул має достатньо великі швидкості, щоб подолати сили, що утримують молекули в рідині, і покинути рідину. Це явище називається *випаровуванням*. Воно спостерігається при будь-якій температурі і його інтенсивність зростає із збільшенням температури.

При випаровуванні здійснюється робота проти сил притягання атомів або молекул за рахунок їх кінетичної енергії. Рідина при цьому збіднюється на молекули з більшою швидкістю, середня кінетична енергія тих молекул, що лишаються в рідині, зменшується. Отже, під час випаровування температура рідини знижується, оскільки температура є мірою середньої кінетичної енергії молекул. Щоб випаровування відбулось при сталій температурі, до рідини необхідно підводити тепло. Кількість теплоти  $Q$ , яку необхідно надати рідині при ізотермічному утворенні пари, називають *теплотою випаровування*. Цю енергію розраховують, як правило, на один моль або на одиницю маси, і визначають, тим самим, *молярну*  $\lambda_M$  або *питому*  $\lambda_\rho$  теплоту пароутворення:

$$\lambda_M = \frac{Q}{\nu}, \quad \text{та} \quad \lambda_\rho = \frac{Q}{m} \quad (1)$$

де  $\nu$  – кількість молів або  $m$  – маса випареної рідини. Теплоту випаровування іноді називають прихованою, тому що підвід тепла до рідини не супроводжується таким явним ефектом, як підвищення температури.

Ізотермічний перехід речовини з рідкого стану в пароподібний пов'язаний із значною зміною її об'єму. При збільшенні об'єму повинна витратитися теплота як на здійснення роботи проти зовнішнього тиску, так і на збільшення внутрішньої енергії, отже теплота випаровування (або теплота пароутворення) складається з двох частин.

*Зовнішньою теплотою випаровування* називають ту частину теплоти, яка витрачається на роботу розширення пари, що утворилася з рідини. Якщо над поверхнею рідини існує тільки її насичена пара, то при випаровуванні 1 молю речовини зовнішня теплота випаровування  $Q_1$  визначається як

$$Q_1 = p_{\text{НП}} (V_{\text{НП}} - V_P), \quad (2)$$

де  $p_{\text{НП}}$  – тиск насиченої пари,  $V_{\text{НП}}$  – молярний об'єм насиченої пари,  $V_P$  – молярний об'єм рідини.

Друга частина теплоти витрачається на подолання сил притягання між молекулами рідини. Ця частина теплоти називається *внутрішньою або прихованою теплотою випаровування*. Її позначимо як  $Q_2$ . Вона дорівнює різниці внутрішніх енергій одного моля рідини і пари.

Якщо як рівняння стану речовини використовувати рівняння Ван-дер-Ваальса, то вираз для внутрішньої енергії  $U_M$  одного моля речовини набуде вигляду

$$U_M = \frac{i}{2} RT - \frac{a}{V},$$

де  $V$  – об'єм одного моля речовини,  $T$  – абсолютна температура,  $a$  – постійна Ван-дер-Ваальса,  $i$  – число ступенів вільності молекул,  $R$  – універсальна газова стала.

Для ізотермічного процесу випаровування зміну внутрішньої енергії 1 моля речовини можна виразити як

$$Q_2 = \Delta U_M = \frac{a}{V_P} - \frac{a}{V_{\text{НП}}} = a \left( \frac{1}{V_P} - \frac{1}{V_{\text{НП}}} \right). \quad (3)$$

Тоді повна теплота випаровування для 1 моля буде дорівнювати:

$$\lambda_M = Q = Q_1 + Q_2 = a \left( \frac{1}{V_P} - \frac{1}{V_{НП}} \right) + p_{НП} (V_{НП} - V_P). \quad (4)$$

Для води далеко від критичної температури  $V_P \ll V_{НП}$ . Наприклад, для  $t = 100^\circ\text{C}$ , коли  $p_{НП} = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$ ,  $V_P = 18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{моль}$ , а  $V_{НП} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{моль}$ . Тому приблизно можна вважати, що

$$Q = \frac{a}{V_P} + p_{НП} V_{НП}. \quad (5)$$

Із зростанням температури  $Q$  зменшується, але в невеликому інтервалі температур можна вважати, що  $Q$  постійне. Формулу (5) можна застосувати, для теоретичної оцінки величини  $\lambda_M$ , використовуючи табличні значення для констант, що входять у формулу. Наприклад, для води постійна Ван-дер-Ваальса  $a = 0,555 \text{ Па} \cdot \text{м}^6 \cdot \text{моль}^{-2}$ . Тоді для  $100^\circ\text{C}$

$$Q = \left( \frac{0,555}{18 \cdot 10^{-6}} + 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \right) \text{ (Дж/моль)}.$$

Другий доданок в цьому виразі істотно менший від першого, тобто зміна внутрішньої енергії набагато більша роботи пари при розширенні і нею можна нехтувати.

Якщо молекули, що покинули рідину, видаляються з простору поблизу поверхні рідини, то, врешті-решт, вся рідина випарується. Якщо ж молекули, що покинули рідину, не видаляються, а утримуються в замкнутому об'ємі поблизу поверхні рідини, то подальший процес розвивається по-іншому. Молекули, що покинули рідину, утворюють пару і можуть знову повернутися у рідину. Таким чином, швидкість випаровування зменшується. При подальшому збільшенні густини пари досягається така ситуація, коли число молекул, що покидають рідину за деякий час, урівноважується з числом молекул, що повертаються в рідину за той же час. Настає стан динамічної рівноваги. Пара в стані динамічної рівноваги з рідиною називається *насиченою*.

Очевидно, що з підвищенням температури густина, а отже і тиск насиченої пари, збільшуються, а поверхневий натяг рідини зменшується, оскільки зростають сили, що діють на молекули, які знаходяться у поверхневому шарі, спрямовані з боку насиченої пари. Тому теплота випаровування з підвищенням температури зменшується. При критичній температурі густина насиченої пари

зрівняється з густиною рідини, і відмінність між ними зникає. Це

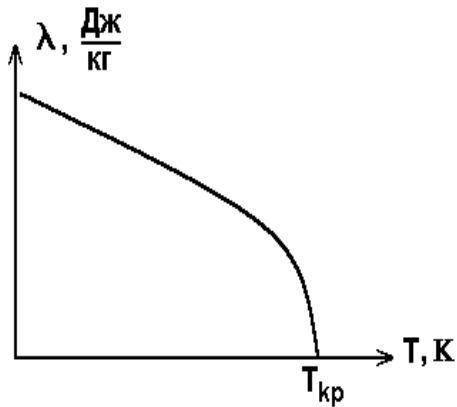


Рис. 1. Температурна залежність питомої теплоти випаровування.

означає, що і поверхня розділу між рідиною і паром зникає, отже поверхневий натяг і теплота при критичній температурі стають дорівнювати нулю. Якісна залежність питомої теплоти випаровування  $\lambda$  від температури  $T$  показана на рис. 1.

Випаровування – це процес зміни агрегатного стану речовини, перехід речовини із конденсованого стану в газоподібний. Зворотний процес називається конденсацією. Зазвичай випаровування відбувається із вільної поверхні рідини за довільної температури. На відміну від цього при *кипінні* випаровування відбувається і в об'єм рідини. Для цього необхідно, щоб тиск пари у бульбашці був не меншим, ніж зовнішній тиск, якщо бульбашка утворюється безпосередньо під поверхнею рідини, або сумі зовнішнього тиску і тиску стовпчика рідини, якщо бульбашка утворюється на певній глибині рідини.

На закінчення цього пункту відмітимо, що випаровування може відбуватись і з твердої фази. Таке явище носить назву сублімації.

## 1.2. Перегріта рідина і переохолоджена пара. "Бульбашкове" кипіння

Якщо рідина позбавлена домішок, то досягши температури кипіння в ній прагнуть утворитися бульбашки пари. Відмітимо, що тиск насиченої пари над плоскою поверхнею менший ніж, над опуклою, але більший, ніж над увігнутою. Як тільки така бульбашка утворюється усередині рідини, пара в ній, будучи насиченою для плоскої поверхні рідини, є перенасиченою для увігнутої поверхні рідини, якою обмежена дана бульбашка. Тому пар бульбашки конденсується в рідину і бульбашка зникає. Цьому також сприяє збільшення тиску на бульбашку з боку увігнутої поверхні рідини, що обмежує бульбашку. Цей тиск також прагне роздавити бульбашку пари, що тільки утворилася. Кипіння почнеться, якщо в рідину ввести щось таке, що забезпечить можливість утворення бульбашок пари, що мають із самого початку достатньо великий радіус для того, щоб



пара в ній не була сильно пересичена, і тиск з боку стінок бульбашки не був дуже великий.

Насичена при деякій температурі пара є перенасиченою для нижчої температури. Тому при пониженні температури насиченої пари частина її перетворюється на рідину. Це явище називається конденсацією. У звичайних умовах пара води конденсується у всьому об'ємі пари у вигляді найдрібніших крапельок (туману). Проте якщо повітря, в якому знаходиться насичена пара, досить добре очищене від домішок, то при його охолодженні не відбувається перетворення пари в рідину – виникає метастабільний стан, названий переохолодженою паром.

При охолодженні насиченої пари утворюються маленькі крапельки рідини. Але вони не можуть скільки-небудь довго існувати, тому що насичена пара, в якій вони утворюються, є ненасиченою для опуклої поверхні крапельок. Тому рідина крапельок випаровується і крапельки зникають.

Для початку процесу конденсації треба забезпечити існування такої ситуації, щоб із самого початку могли утворюватися крапельки рідини великого радіусу, для яких пара не була б сильно ненасиченою. Для цього необхідна наявність зародків конденсації. В цьому відношенні ситуація аналогічна перегрітій рідині.

При кипінні в рідині встановлюється певний розподіл температури (рис. 2): біля поверхонь нагріву (стінок, труб і т. п.) рідина помітно перегріта. Величина перегріву залежить від ряду фізичних і хімічних властивостей, як самої рідини, так і граничних твердих поверхонь. Досліди показують, що ретельно очищені рідини, позбавлені розчинених газів (повітря), можна при дотриманні особливих запобіжних засобів перегріти на десятки градусів без закипання.

Процес кипіння такої перегрітої рідини протікає бурхливо, нагадуючи вибух. Теплота перегріву витрачається на паротворення, тому рідина, яка почала кипіти,

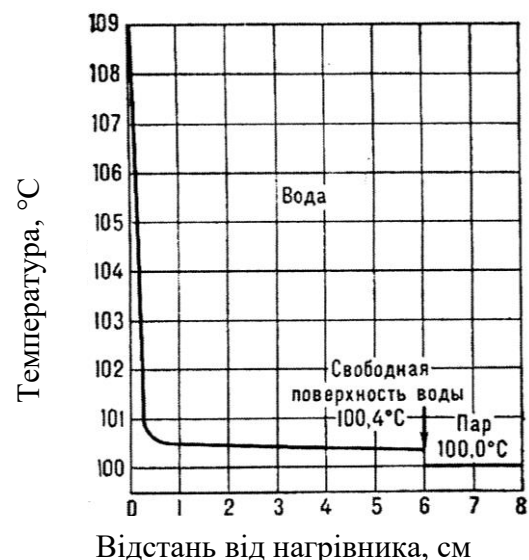


Рис. 2. Розподіл температури при кипінні рідини.

швидко охолоджується до температури насиченої пари, з якою вона знаходиться в рівновазі. Можливість перегріву чистої рідини без кипіння пояснюється трудністю виникнення початкових маленьких бульбашок (зародків): енергетичні витрати на утворення бульбашки значні за рахунок великої поверхневої енергії бульбашки. Якщо ж рідина містить розчинені гази і різні найдрібніші змулені частинки, то вже незначний перегрів (на десяті долі градуса) викликає стійке і спокійне кипіння, при якому початковими зародками парової фази служать газові бульбашки, що утворюються на поверхні твердих частинок. Основні центри пароутворення знаходяться в точках поверхні, що нагрівається, де є найдрібніші пори з адсорбованим газом, а також різні неоднорідності, включення і нальоти, що знижують молекулярне зчеплення рідини з поверхнею. Для росту бульбашки, що утворилася, необхідно, щоб тиск пари в ній дещо перевищував суму зовнішнього тиску, тиску шару рідини і капілярного тиску, який залежить від кривизни поверхні бульбашки. Ця умова виконується, коли пара і оточуюча його рідина, що знаходиться з паром в тепловій рівновазі, мають температуру, що перевищує  $T_K$ . В повсякденній практиці спостерігається саме цей вид кипіння, його називають “бульбашковим”.

### 1.3. Рівняння Клапейрона-Клаузіуса

*Кипіння* – це перехід рідини в пару (*фазовий перехід I роду*), що супроводжується утворенням в об’ємі рідини бульбашок пари або заповнених паром порожнин на поверхнях, що нагріваються. Бульбашки ростуть (унаслідок випаровування в утворену у рідині порожнину), спливають, і насичена пара, що міститься в них, переходить у парову фазу над рідиною.

Розглянемо основні особливості цього типу фазового переходу.

По-перше, для кипіння характерне інтенсивніше перенесення тепла від нагрітої твердої поверхні до рідини, яка знаходиться у контакті з нею, у порівнянні з тим випадком, коли рідина не кипить.

По-друге, температура кипіння різко залежить від зовнішнього тиску, а також наявності розчинених речовин.

По-третє, на відміну від інших фазових переходів, під час кипіння рідина залишається приблизно гомогенною і фізично однорідною.

Четверта особливість відноситься до кипіння сумішей і розчинів: із-за летючості компонент бульбашки містять головним чином пар більш летючої речовини.

По-п'яте, кипіння супроводжується звуковим і ультразвуковим шумом.

Як вже вказувалось вище, кипіння, так само як і плавлення, є фазовим переходом 1 роду. Перехід речовини з однієї фази в іншу відбувається при зміні зовнішніх умов (тиску, температури, електричного або магнітного поля і т. д.). Причиною таких перетворень є те, що за нових умов термодинамічний потенціал нової фази є меншим, а отже, фаза більш стійкою і енергетично більш вигідною, ніж стара. Різні фази, зокрема агрегатні стани, зручно зображати на фазовій діаграмі – площині з координатними осями  $p$ - $T$  – розділеними лініями на області стабільності певних фаз. Лінії на цих діаграмах (лінії фазових переходів) відповідають умовам співіснування фаз. Для прикладу на рис. 3 наведено фазову діаграму  $H_2O$ . За будь-яких значень температури й тиску, які відповідають точкам діаграми в площі, обмеженій кривими  $BT$  і  $CT$ ,  $H_2O$  існує тільки в рідкому стані, у точках нижче кривої  $AT$  і  $TC$  – у вигляді пари. Точки на лінях відповідають умовам, за яких дві суміжні фази перебувають у рівновазі, наприклад, на кривій  $X$  – вода і насичена водяна пара (крива кипіння), на лінії  $Y$  – лід і вода (лінія плавлення).

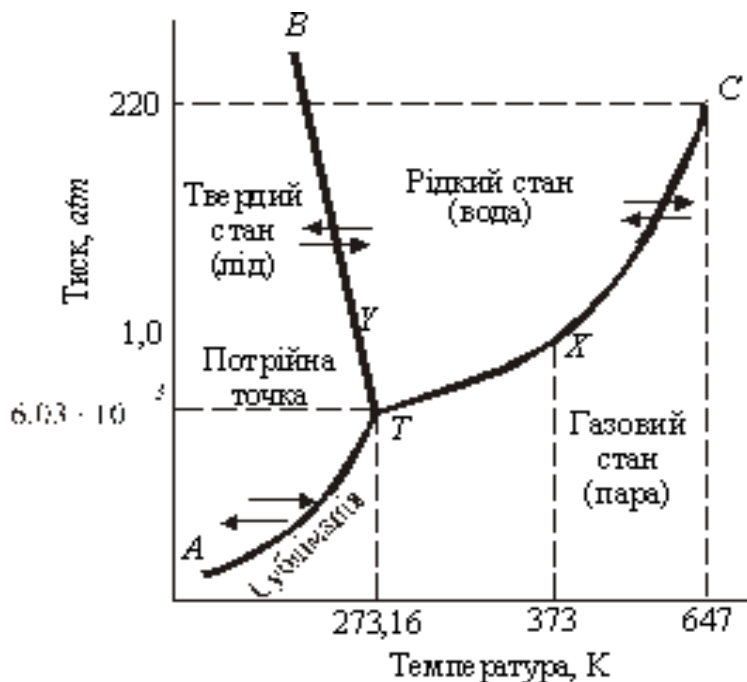


Рис. 3. Фазова діаграма води.

Дві точки на діаграмі води особливо цікаві. Точка  $T$  (273,16 К і 611 Па водяної пари) називається *потрійною точкою*, де в рівновазі перебувають одночасно три фази: пара, вода і лід. Точка  $C$  (647 К і  $220 \cdot 10^5$  Па) називається *критичною*. За температури, більшої за 647 К, водяну пару не можна перетворити в рідину за будь-якого підвищення тиску. Інакше кажучи, за температури й тиску, вищих, ніж у точці  $C$ , існує тільки газоподібний стан  $H_2O$ . Діаграма стану води відіграє виключно важливу роль у вивченні природних процесів біосфери, життя різних організмів (рослин і тварин), при значних змінах температури і тиску екосистем, а також у проектуванні й експлуатації парових котлів, автоклавів, енергетичних турбін тощо.

Аномальною характеристикою води є й те, що нахил лінії  $BT$  від'ємний. Це означає, що за такої самої маси об'єм льоду більший, ніж води, завдяки чому крига не тоне у воді. Ця специфічна властивість забезпечує існування водяної флори та фауни і взимку, оскільки річки, озера, моря й океани ніколи не промерзають до самого дна. Пояснення цієї унікальної аномалії слід шукати у змінах структурно-хімічної будови води за змін агрегатного стану.

Для експериментального визначення прихованої теплоти випаровування можна використовувати залежність тиску насиченої пари від температури. Ця залежність описується рівнянням Клапейрона-Клаузіуса, яке для одного молю має вигляд:

$$\frac{dp_{НП}}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda_M}{V_{НП} - V_P}. \quad (6)$$

Враховуючи, що в наших умовах  $V_P \ll V_{НП}$ , приблизно можна вважати, що

$$\frac{dp_{НП}}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda_M}{V_{НП}}. \quad (7)$$

Якщо температура газу далека від критичної (густина пари невелика), то для насиченої пари можна скористатися рівнянням Менделєєва – Клапейрона:

$$p_{НП} V_{НП} = \frac{m}{M} RT. \quad (8)$$

Виходячи з рівнянь (7) і (8) для 1 молю газу одержимо:

$$\frac{dp_{НП}}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda_M \cdot p_{НП}}{RT}. \quad (9)$$

Розділивши змінні і проінтегрувавши рівняння, одержимо:

$$\ln p_{\text{НП}} = -\frac{\lambda_M}{RT} + \text{const} . \quad (10)$$

Звідси

$$p_{\text{НП}} = C \exp\left(-\frac{\lambda_M}{RT}\right), \quad (11)$$

де  $C$  – постійна інтегрування.

При розв'язку рівняння (9) не враховувалася залежність  $\lambda_M$  від  $T$ . Це справедливо лише для вузького інтервалу температур  $T$ , для якого  $\lambda_M$  є середньою величиною. При графічному зображенні залежності (10) зручно на осі абсцис відкладати не значення  $T$ , а  $1/T$ . Тоді залежність, що описується цим виразом, буде зображається прямою. Залежність пружності насиченої пари від температури досліджена для дуже багатьох речовин і результати цих досліджень підтверджують правильність рівняння (10).

Відмітимо подібність одержаної залежності (11) з формулою Больцмана для розподілу концентрації (або тиску при постійній температурі) у зовнішньому потенціальному полі. Це не дивно, адже молярна теплота випаровування є тим енергетичним бар'єром, які повинні подолати молекули одного молю речовини, щоб перейти із рідкого у пароподібний стан. Молекули, що покидають рідину при випаровуванні, здійснюють роботу проти сил притягання з боку інших молекул. Середня енергія молекули, що вилетіла з рідини, відрізняється від енергії молекули усередині рідини на величину  $\lambda_M/N_A$ , де  $\lambda_M$  – молярна прихована теплота випаровування і  $N_A$  – число Авогадро. Отже

$$n_{\text{НП}} = n_P \exp\left(-\frac{\lambda_M}{kN_A T}\right), \quad (12)$$

де  $n_P$  – концентрація молекул рідини, потенціальну енергію яких приймаємо такими, що дорівнюють нулю.

Згідно основному рівнянню молекулярно-кінетичної теорії газів концентрація молекул пари  $n_{\text{НП}} = p_{\text{НП}}/kT$ , а концентрація молекул рідини  $n_P = N_A \rho_P / M$ , де  $\rho_P$  – густина рідини. Підставляючи ці вирази у формулу (12), після логарифмування можна одержати таке співвідношення для оцінки молярної теплоти випаровування

$$\lambda_M = RT \ln \frac{RT \rho_P}{M p_{\text{НП}}}. \quad (13)$$

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ.

Для вимірювання теплоти випаровування можна скористатися двома методами. У першому досліджується залежність пружності (тиску) насиченої пари від температури і далі, будуючи графік залежності  $\ln p_{\text{НП}}$  від  $T^{-1}$ , знаходиться кутовий коефіцієнт  $\lambda_M/R$  і, відповідно, шукана величина  $\lambda_M$ . У другому методі, який використовується в цій лабораторній роботі, у посудину із рідким азотом поміщується нагрівник, разом із яким посудина зважується і вимірюється маса азоту, яка випарувалась при виділенні певної кількості енергії у нагрівнику.

Слід звернути увагу на підтриманні рівноважного стану системи рідина-пар під час вимірювань. Потрібно не допускати дуже інтенсивного кипіння азоту, яке може внести неконтрольовану похибку у результат вимірювань. Рівноважний фазовий перехід рідина-пар відповідає повільному “в’ялому” поверхневому кипінню, яке супроводжується появою окремих маленьких бульбашок у рідині.

Схематичне зображення експериментальної установки наведено на рис. 4. У посудину Дюара (термос) 1, яка захищена теплоізолюючою оболонкою, заливається рідкий азот і поміщається нагрівник. Посудина розміщується на терезах 4 для вимірювання її маси разом із рідким азотом і нагрівником. До нагрівника підключається джерело живлення 2 та ватметр 3.

Кількість теплоти  $Q_H$ , що витрачена на випаровування маси  $m$  рідкого азоту, який міститься в посудині Дюара і перебуває в термодинамічній рівновазі зі своєю насиченою парою при температурі 77 К (температура кипіння азоту за атмосферного тиску), можна визначити, знаючи потужність  $P_H$  передачі тепла азоту нагрівачем за час  $t$ :

$$Q_H = P_H t. \quad (14)$$

Тоді, прирівнюючи формули (1) і (14), одержуємо для питомої теплоти пароутворення співвідношення

$$\lambda_\rho = \frac{P_H \tau}{m}. \quad (15)$$

У лабораторному досліді теплота передається рідкому азоту електричним нагрівачем, який має бути повністю зануреним в рідину. При цьому вважається, що втрати потужності у підвідних провідниках значно менші за потужність самого нагрівника  $P_H$  і їх можна не враховувати.

Разом з тим, випаровування азоту може відбуватись внаслідок надходження деякого зовнішнього тепла  $Q_0$  через недостатню теплоізоляцію посудини і конструктивних елементів нагрівника. В цьому випадку сумарна кількість теплоти  $Q$ , що передана азоту за час  $\tau$ , дорівнює

$$Q = Q_H + Q_0 = P_H \tau + Q_0 = P_H \tau + \lambda_\rho m_0, \quad (16)$$

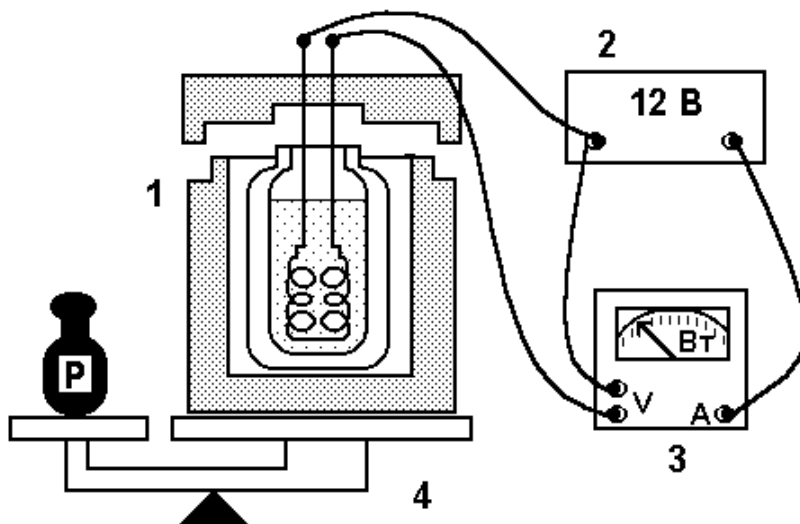


Рис. 4. Схематичне зображення експериментальної установки.

де  $m_0$  – маса азоту, що випарувалась за той же час  $\tau$  при невімкненому нагрівачеві. Оскільки  $Q = \lambda_\rho m$ , де  $m$  – вся маса азоту, що випарувалась теплотою  $Q$ , то, з урахуванням (16), одержуємо *робочу формулу*:

$$\lambda_\rho = \frac{P_H \tau}{m - m_0}. \quad (17)$$

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Занурити нагрівник повністю у рідкий азот і покласти посудину Дюара на аналітичні терези; визначити масу посудини з азотом і нагрівником. Живлення нагрівника повинно бути виключеним.
2. Після встановлення “спокійного” кипіння азоту включити секундомір і виміряти час  $\tau_0$ , за який випариться  $m_0 = 1 - 3$  г азоту. Визначити середню швидкість зміни маси азоту  $\frac{m_0}{\tau_0}$  за рахунок тепла, яке поступає з навколишнього середовища.

3. За допомогою важків знову врівноважити посудину Дьюара разом з нагрівником, зняти важок певної маси та ввімкнути нагрівник і секундомір. Занести у таблицю покази ватметра і контролювати сталість його показів.
4. Коли терези знову врівноважаться, вимкнути нагрівник і секундомір та зафіксувати час  $\tau_i$ , за який випарувалась маса  $m_i$  азоту, що дорівнює масі знятого тягарця.
5. Пункти 3 – 4 повторити декілька разів для різних мас  $m_i$  важків або зміни потужності нагрівника. Результати занести в таблицю.

### Обробка результатів вимірювань

1. Для заповнення таблиці вимірювань необхідно визначити масу  $m_{0i}$  яка випарувалася тільки за рахунок надходження тепла із навколишнього середовища за час  $\tau_i$  для кожного досліду

$$m_{0i} = m_0 \frac{\tau_i}{\tau_0}.$$

2. Визначити систематичні похибки  $\Delta m$ ,  $\Delta \tau$ ,  $\Delta P_H$  вимірювання  $m$ ,  $\tau$ ,  $P_H$ .  $\Delta P_H$  визначається за класом точності ватметра  $\gamma$  (нанесено на шкалу ватметра у %), та номінальним значенням  $P_N$ , яке відповідає значенню потужності при максимальному відхиленні стрілки (світлового зайчика) ватметра:  $\Delta P_H = P_N \frac{\gamma}{100}$ . За формулою

$$\varepsilon_C = \left( \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right)_C = \sqrt{\left( \frac{\Delta P_H}{P_H} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \tau}{\tau} \right)^2 + \left( \frac{2 \Delta m}{m + m_0} \right)^2} \quad (18)$$

оцінити систематичну похибку вимірювання  $\lambda$ .

4. За звичайною схемою оцінити випадкову похибку вимірювання  $\varepsilon_B$  та загальну похибку вимірювань

$$\varepsilon = \left( \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right) = \sqrt{(\varepsilon_C)^2 + (\varepsilon_B)^2}. \quad (19)$$

5. Зробити висновки, щодо внеску різних складових похибки. Кінцевий результат записати у вигляді:  $\lambda_p = (\langle \lambda_p \rangle \pm \Delta \lambda_p)$  (Дж/кг). Порівняти отримане значення  $\lambda_p$  з табличним, зробити висновки за результатами виконаної роботи.



Таблиця 1. Результати експериментальних даних для визначення  
питомої теплоти випаровування.

№ з.п	$P_H$ , мВт	$m_0$ , г	$\tau_0$ , с	$\tau_i$ , г	$m_i$ , г	$\tau_i$ , с	$\lambda_{pi}$ , Дж/кг	$\langle \lambda_p \rangle$ , Дж/кг	$\Delta \lambda_p$ , Дж/кг	$\varepsilon$ , %
1.										
2.										
....										

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Коли починається процес кипіння рідини ?
3. Чому рідина здатна поступово перетворитись в пару при температурі значно меншій за температуру кипіння ?
3. Чому рідина не випаровується повністю у закритій посудині ?
4. Яке рівняння описує залежність тиску насиченої пари від температури?
5. Що називається питомою теплотою пароутворення ?
6. Поглинається чи виділяється тепло при конденсації ? Чому ?
7. Чому під час кипіння температура рідини не змінюється ?
8. Чому дорівнює тиск насиченої пари в бульбашці при кипінні рідини ?
9. Чому вода “шумить” перед кипінням ?
10. Що таке потрійна точка та критична температура на фазовій діаграмі ?
11. Куди витрачається теплота при нагріванні рідини за сталого тиску?
12. Які методичні застереження необхідно врахувати при виконанні лабораторної роботи?

## Лабораторна робота № 18

# ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПЛАВЛЕННЯ І КРИСТАЛІЗАЦІЇ ТА РОЗРАХУНОК ЗМІНИ ЕНТРОПІЇ ПРИ ФАЗОВОМУ ПЕРЕХОДІ

Мета роботи: вивчення основ теорії фазових переходів першого роду, визначення температури та питомої теплоти плавлення твердих тіл. Розрахунок зміни ентропії при плавленні і кристалізації.

Прилади та матеріали: тигель, олово (або індій), парафін (або стеарин), термопара, технічні терези з важками, самопишучий потенціометр, електрична піч для розплавлення олова, посудина Дюара (термос) з льодом.

## 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### 1.1. Фази. Фазові переходи

*Фазою* називається рівноважний стан частини гетерогенної термодинамічної системи, яка відділена від інших частин границею розділу, на якій властивості системи змінюються стрибкоподібним чином. Прикладом різних фаз є лід, вода та водяна пара, феро- та парамагнітна фаза заліза і т.п.

*Рівноважний стан* – стан, при якому всі параметри системи мають певні значення, що залишаються за незмінних зовнішніх умов постійними скільки завгодно довго. Рівноважний стан характеризується термодинамічним потенціалом Гіббса (або енергією Гіббса)  $\Phi = U - TS + pV$ , яка є функцією стану системи, де  $U$  – внутрішня енергія,  $T$  – температура,  $S$  – ентропія,  $p$  – тиск,  $V$  – об'єм.

Перехід речовини з однієї фази в іншу при зміні зовнішніх умов (тиску, температури, електричного або магнітного поля) називається *фазовим переходом* або *фазовим перетворенням*. Причиною таких перетворень є те, що за нових умов термодинамічний потенціал нової фази є меншим, а отже, фаза більш стійкою і енергетично більш вигідною, ніж стара. Розрізняють фазові переходи першого і другого роду. За класифікацією Еренфеста, рід фазового переходу визначається порядком тієї похідної від термодинамічного потенціалу, зокрема її складової – внутрішньої енергії  $U$ , яка має розрив в точці переходу. Так у фазових переходах першого роду

стрибком змінюються перші похідні від  $\Phi$ : об'єм  $V = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_T$  та

ентропія  $S = - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)_P$  речовини. При фазових переходах другого роду терплять розрив (і стрибком міняються) другі похідні від  $\Phi$ , наприклад, теплоємність  $C_P = - \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} \right)_P$ , стисливість  $\beta_T = - \frac{1}{V} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial p^2} \right)_T$ .

Таким чином, при *фазових переходах першого роду* стрибком змінюються питомий об'єм, густина речовини і поглинається або виділяється теплота  $Q = T(S_2 - S_1) = \lambda m$ , яка називається теплотою фазового переходу. Тут  $\lambda$  – теплота фазового переходу з розрахунку на одиницю маси речовини, тобто питома теплота переходу,  $S_2 - S_1$  – зміна ентропії при фазовому перетворенні,  $m$  – маса речовини.

Прикладами фазових переходів першого роду можуть служити: плавлення, кристалізація, випаровування, конденсація, сублімація (перехід речовини з твердого стану в газоподібний) і т.д.

*Фазові переходи другого роду* не супроводжуються виділенням або поглинанням тепла, стан речовини міняється безперервно і відразу у всьому об'ємі. До фазових переходів другого роду відносяться: перехід деяких металів і сплавів з нормального в надпровідний стан при низьких температурах, перехід речовини з феромагнітного в парамагнітний стан, що відбувається при нагріві до температури Кюрі і т.д. Фазовий перехід другого роду зазвичай пов'язаний із зміною симетрії системи у новій фазі, або виникає порядок, якого не було в первинній (наприклад, упорядковуються магнітні моменти окремих частинок при переході у феромагнітний стан), або змінюється вже існуючий порядок (при переходах із зміною кристалічної структури).

Основну роль у фазових перетвореннях грають флуктуації фізичних величин. *Флуктуації* – випадкові зміни густини і інших, пов'язаних з ними величин – існують завжди. Флуктуації виникають в дуже малих об'ємах і тут же знову розсмоктуються, якщо тиск і температура системи далекі від значень, при яких відбувається фазовий перехід. Коли ж температура і тиск у речовині мають значення близькі до тих, при яких відбувається фазовий перехід, то в об'ємі, охопленому флуктуацією, стає можливим поява нової фази.

При фазових переходах першого роду нова фаза не виникає відразу у всьому об'ємі. Спочатку утворюються зародки нової фази, які потім ростуть, поширюючись на весь об'єм. Причина появи зародків нової фази – це випадкові флуктуації її густини. У міру наближення до точки переходу флуктуації, що призводять до появи нової фази, відбуваються все частіше і частіше, і хоча кожна флуктуація охоплює дуже малий об'єм, всі разом вони можуть привести до появи макроскопічного зародка нової фази.

## 1.2. Кристалізація і плавлення кристалічних твердих тіл

Розглянемо спочатку *кристалізацію* – процес утворення кристала під час переходу речовини з рідкого у твердий стан. Цей процес відбувається при певній температурі – температурі кристалізації або твердіння. Оскільки при такому перетворенні енергія зменшується, то воно супроводжується виділенням енергії у вигляді теплоти кристалізації. Зворотне перетворення – плавлення – відбувається при тій же температурі і супроводжується поглинанням енергії у вигляді теплоти плавлення, яка дорівнює за величиною теплоті кристалізації.

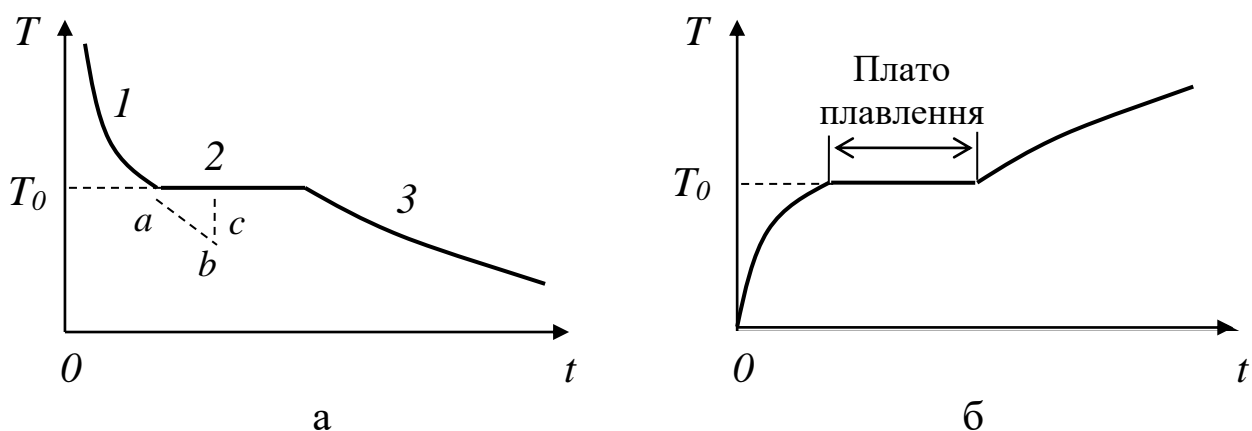


Рис. 1. Криві кристалізації (а) та плавлення (б).

На рис. 1 а приведена залежність температури рідини, яка охолоджується, від часу. Ділянка 1 на кривій показує хід монотонного пониження температури рідини при відведенні тепла від неї. Горизонтальна ділянка 2 показує, що при визначеному значенні температури її пониження припиняється, не дивлячись на те, що відведення тепла триває. Температура  $T_0$ , відповідна ділянці 2, є температурою кристалізації. Теплота, що виділяється при кристалізації, компенсує відведення тепла від речовини і тому пониження температури тимчасово припиняється. Після закінчення

процесу кристалізації температура, тепер уже твердого тіла, знов починає знижуватися (ділянка 3).

Розглянемо процес, зворотний процесу кристалізації – *плавлення* твердого тіла. При нагріванні твердого тіла починає зростати кінетична енергія і амплітуди коливань атомів кристалічної ґратки. Поступово, у міру зростання температури, амплітуди коливання атомів стають настільки великими, що в якийсь момент починається руйнування кристалічної ґратки, зникає дальній порядок у розташуванні атомів. Цей процес плавлення кристала протікає ізотермічно при температурі  $T_0$ . Поки триває процес плавлення, температура підвищуватися не може (рис. 1 б). Весь притік теплоти йде на руйнування кристалічної ґратки. Теплота, яка надається тілу під час ізотермічного плавлення з розрахунку на одиницю маси, називається питомою теплотою плавлення. З рис. 1 б видно, що температура твердого тіла підвищується спочатку швидко, потім повільніше. Чим вища температура, тим більша втрата теплоти в навколишній простір; тому відбувається уповільнення нагріву.

Для початку кристалізації необхідна присутність центру або центрів кристалізації. Такими центрами могли б служити випадкові скупчення частинок рідини, що "прилипли" одна до одної, до яких могли б приєднуватися все нові і нові частинки, поки вся рідина не перетворилась би в тверде тіло. Проте утворенню таких скупчень в самій рідині заважає тепловий рух, який руйнує їх ще до того, як вони встигають набути скільки-небудь помітних розмірів. Така кристалізація називається *гомогенною*. Кристалізація істотно полегшується, якщо в рідині із самого початку присутні достатньо великі тверді частинки у вигляді порошків і тіл, які стають центрами кристалізації (*гетерогенна* кристалізація).

Утворення центрів кристалізації в самій рідині полегшується з пониженням температури. Тому кристалізація чистої рідини, позбавленої сторонніх утворень, починається зазвичай за температури дещо нижчої, ніж дійсна температура кристалізації. У цьому випадку рідина знаходитиметься у *метастабільному стані* (ділянка *a-b-c* на рис. 1а). У звичайних умовах у рідині, яка кристалізується, є багато центрів кристалізації, так що в рідині утворюється багато мілких кристалів, що зростаються разом, і затверділа речовина виявляється *полікристалічною*.

Розглянемо детальніше гомогенну кристалізацію. Утворення кристалічних зародків у переохолодженій рідині супроводжується

двома конкуруючими процесами. З одного боку, утворення сферичного зародку об'ємом  $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ , де  $r$  – радіус зародка, приводить, оскільки  $g_P > g_T$  до зменшення об'ємної енергії на величину  $\Delta G_{OB} = -v(g_P - g_T) = -\frac{4}{3}\pi r^3(g_P - g_T)$ , де  $g_T$  і  $g_P$  – енергія одиницю об'єму відповідно твердої та рідкої фази. Знак “–” вказує на те, що енергія системи при переході з рідкої у тверду фазу зменшується. З іншого боку, поява границі розділу між рідиною і твердим тілом площею  $S = 4\pi r^2$  приводить до збільшення поверхневої енергії розділу фаз  $\Delta G_{ПОВ} = 4\pi r^2 \sigma$ , де  $\sigma$  – енергія одиниці площі розділу фаз. Загальна зміна енергії при утворення зародку

$$\Delta G = \Delta G_{П} + \Delta G_{OB} = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi r^3(g_P - g_T) \quad (1)$$

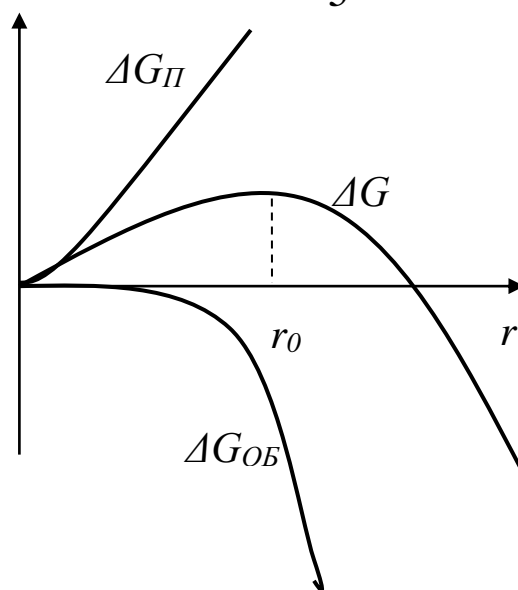


Рис. 2. Якісні залежності енергії кристалічного зародка  $\Delta G$  від його радіуса  $r$  та її поверхневої  $\Delta G_{П}$  і об'ємної  $\Delta G_{OB}$  складових.

Якісні залежності  $\Delta G_{П}$ ,  $\Delta G_{OB}$  та  $\Delta G$  приведені на рис. 2. Як видно, при утворенні малих зародків ( $r < r_0$ ) і при їх зростанні  $\Delta G$  буде збільшуватись, що енергетично є не вигідним, що і пояснює існування метастабільних станів, при яких хоч  $g_P > g_T$  речовина знаходиться у рідкому стані. При утворенні великих зародків кристалічної фази ( $r > r_0$ ) їх збільшення призводить до зменшення  $\Delta G$ , тобто

енергетично буде вигідним збільшення кристалічних зародків. Значення  $r_0$  легко знайти із умови максимуму виразу (1):

$$r_0 = \frac{2\sigma}{g_P - g_{II}}. \quad (2)$$

З виразу (2) випливає, що критичний радіус зменшується із збільшенням різниці  $g_P - g_{II}$ , тобто при збільшенні переохолодження рідини, при якій навіть незначні флуктуації можуть спричинити її кристалізацію.

### 1.3. Зміна ентропії при фазовому переході I-го роду

Температури фазових переходів першого роду, до яких належить кристалізація і плавлення, залежать від зовнішнього параметра – тиску  $p$ . Співвідношення між тиском і температурою при фазовому переході першого роду описується рівнянням Клапейрона-Клаузіуса:

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(V_2 - V_1)}{\lambda}, \quad (3)$$

де  $\lambda$  – питома теплота фазового переходу,  $V_1$  і  $V_2$  – питомі (тобто з розрахунку на одиницю маси) об'єми обох фаз.

У разі переходу тверде тіло – рідина  $\lambda$  є питомою теплотою плавлення,  $V_2$  і  $V_1$  – питомі об'єми речовини відповідно у твердому і рідкому станах. Для більшості речовин питомий об'єм при переході з твердого у рідкий стан збільшується  $V_2 > V_1$ , тобто густина зменшується. Тому для більшості речовин  $\frac{dT}{dp} > 0$ , отже температура,

при якій відбувається фазовий перехід, росте із збільшенням тиску.

Зміна ентропії під час переходу системи з довільного стану 1 в стан 2 визначається інтегралом від приведеної теплоти:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad (4)$$

де  $\delta Q$  – елементарне тепло, підведене до системи. Якщо в інтервалі температур  $T_1 < T < T_2$  немає фазових перетворень, то  $\delta Q = C m dT$ , тоді

$$\Delta S = C m \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (5)$$

де  $m$  – маса та  $C$  – питома теплоємність речовини.

У разі ізотермічного фазового переходу (плавлення або кристалізації) витрачена на перехід теплота  $\delta Q = \lambda dm$ , де  $dm$  – маса речовини, що перейшла з однієї фази в іншу. Тоді зміна ентропії в ході фазового переходу може бути обчислена як

$$\Delta S = \frac{\lambda m}{T}. \quad (6)$$

Якщо тіло переходить з твердого стану в рідкий, то  $\delta Q > 0$  і ентропія зростає. При кристалізації  $\delta Q < 0$  – ентропія зменшується. У загальному випадку при нагріванні системи від температури  $T_1$  до  $T_2$ , між якими наявний фазовий перехід за температури  $T_0$ , зміна ентропії системи становитиме

$$\Delta S = C_K m \ln \frac{T_0}{T_1} + \frac{\lambda m}{T_0} + C_P m \ln \frac{T_2}{T_0}, \quad (7)$$

де  $C_K$  та  $C_P$  – питомі теплоємності речовини відповідно у кристалічному твердому та рідкому станах.

На рис. 3. приведена залежність ентропії від температури при нагріванні і плавленні твердого тіла. Видно, що при деякій температурі, відповідній температурі плавлення, ентропія змінюється стрибком.

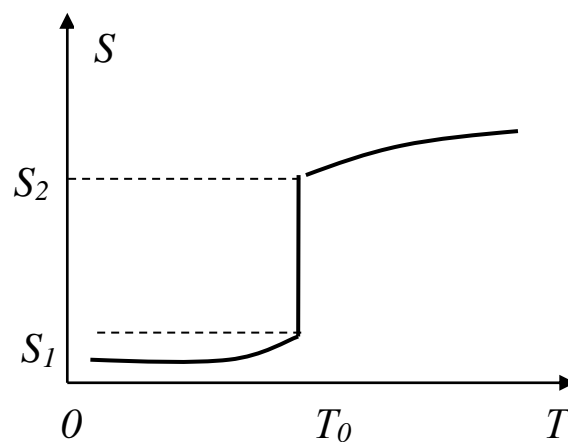


Рис. 3. Залежність ентропії від температури при нагріванні і плавленні твердого тіла.

#### 1.4. Нагрівання аморфних тіл

На відміну від кристалічних тіл, які характеризуються дальнім порядком, тобто правильною повторюваністю розташування атомів на великих відстанях, аморфні тіла, подібно до рідин, володіють лише ближнім порядком. Деякі речовини можуть знаходитися і в кристалічному, і в аморфному станах. Прикладом такої речовини є



двоокис кремнію  $SiO_2$ . Кристали  $SiO_2$  – це кварц, що має правильну кристалічну структуру. Аморфне кварцове скло має структуру, що складається з тих же елементів, тобто має той же ближній порядок, але ці елементи з'єднані між собою по-різному, дальній порядок відсутній.

Особливо сильно відрізняються кристалічні і аморфні тіла за своїми тепловими властивостями. Кристалічні тіла володіють цілком певною температурою плавлення. Аморфні тіла не мають певної температури “плавлення” або “затвердіння”, а характеризується температурою силування  $T_g$ . За домовленістю  $T_g$  – це така температура при якій в'язкість рідини досягає значення  $10^{12}$  Пуаз. В аморфних твердих тілах речовина плавно переходить із рідкого у склоподібний, або, навпаки із склоподібного у рідкий стан. По суті склоподібне (аморфне) тверде тіло являє собою “заморожену” рідину. На рис. 4 приведений графік охолодження аморфного тіла.

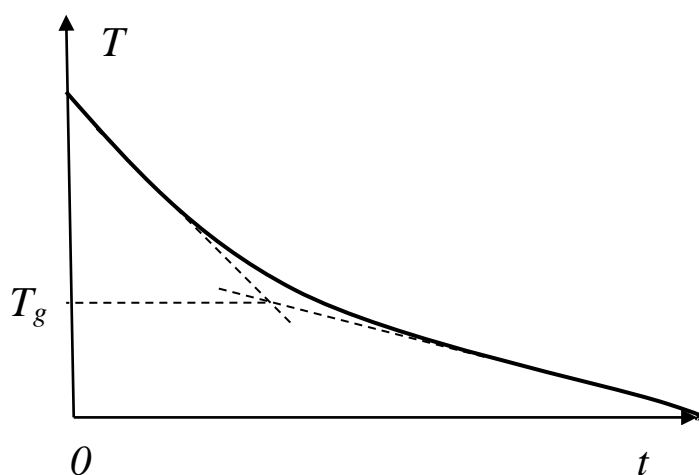


Рис. 4. Температурно-часова залежність охолодження аморфного тіла.

При рівномірному підведенні тепла температура аморфного тіла безперервно росте. Аморфне тіло поступово розм'якшується, його молекули все легше і легше міняють своїх найближчих сусідів, в'язкість його зменшується і при достатньо високій температурі воно може поводитися як малов'язка рідина. Графік нагрівання аморфного тіла (так само як і графік охолодження) не має горизонтальної ділянки, яка характеризує процес плавлення. Можна лише вказати інтервал температур, в межах якого відбувається розм'якшення тіла. Це пояснюється тим, що рідини і аморфні тіла відрізняються лише

ступенем рухливості молекул. Таким чином, при нагріванні аморфних тіл не відбувається фазового переходу. Отже, “тверді” аморфні тіла можна розглядати як дуже в’язкі рідини. Вони повністю ізотропні.

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

У лабораторній роботі для визначення температури та питомої теплоти плавлення олова використовується метод спостереження за швидкістю охолодження розплаву. Температура плавлення  $T_0$  визначається за горизонтальною ділянкою залежності  $T(t)$ , де температура речовини не змінюється. Швидкість самовільного охолодження залежить від різниці температур тіла і навколишнього середовища: чим сильніше нагріте тіло, тим швидше воно охолоджується, при цьому швидкість охолодження асимптотично наближається до нуля при вирівнюванні температур (див. рис.5). Отже кількість тепла, що розсіюється тілом за одиницю часу, також залежить від температури нелінійно. Якщо температура досліджуваного тіла в процесі його охолодження перестала змінюватись, то це означає, що з’явилося джерело тепла, яке компенсує втрати теплопередачі.

Нехай швидкість охолодження розплаву поблизу температури затвердіння дорівнює:

$$\text{– до тверднення:} \quad q_1 = \frac{dT}{dt} = \frac{T_1 - T_0}{t_2 - t_1}, \quad (8a)$$

$$\text{– після затвердіння:} \quad q_2 = \frac{dT}{dt} = \frac{T_0 - T_2}{t_4 - t_3}. \quad (8б)$$

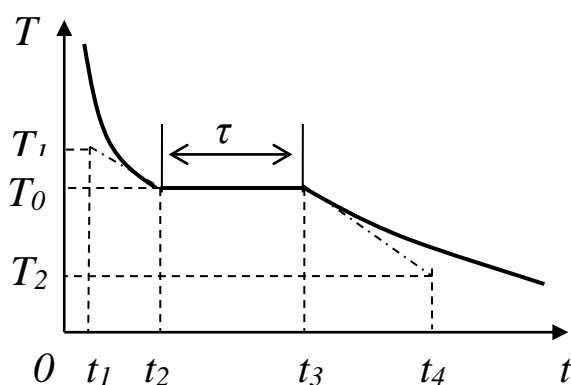


Рис. 5. До визначення середньої швидкості охолодження.

Введемо позначення:

$M$  – маса тигля, в якому плавиться досліджувана речовина;

$C_0$  – питома теплоємність матеріалу тигля;

$C_P$  і  $C_T$  – питомі теплоємності досліджуваної речовини відповідно у рідкому і твердому станах;

$m$  – маса досліджуваної речовини.

Потужності втрат тепла в момент початку тверднення і відразу після закінчення процесу кристалізації відповідно дорівнюють:

$$\frac{dQ_1}{dt} = (C_P m + C_0 M) \cdot q_1 \quad \text{і} \quad \frac{dQ_2}{dt} = (C_T m + C_0 M) \cdot q_2. \quad (9)$$

Середня потужність втрат тепла під час затвердіння з урахуванням виразів (8) і (9)

$$P = \frac{1}{2} \left( \frac{dQ_1}{dt} + \frac{dQ_2}{dt} \right) = \frac{1}{2} (C_P q_1 + C_T q_2) m + \frac{1}{2} C_0 M (q_1 + q_2). \quad (10)$$

Кількість теплоти, що розсіялась під час тверднення  $Q = P(t_3 - t_2) = P \cdot \tau$ . За цей час при кристалізації температура тіла не змінюється (горизонтальна ділянка, рис. 5), отже така ж кількість теплоти виділяється при утворенні кристалічної фази:  $Q = \lambda m$ . Прирівнюючи ці теплоти, одержуємо *робочу формулу* для обчислення питомої теплоти кристалізації:

$$\lambda = \frac{\tau}{2} [ (C_P q_1 + C_T q_2) + C \frac{M}{m} (q_1 + q_2) ] \quad (11)$$

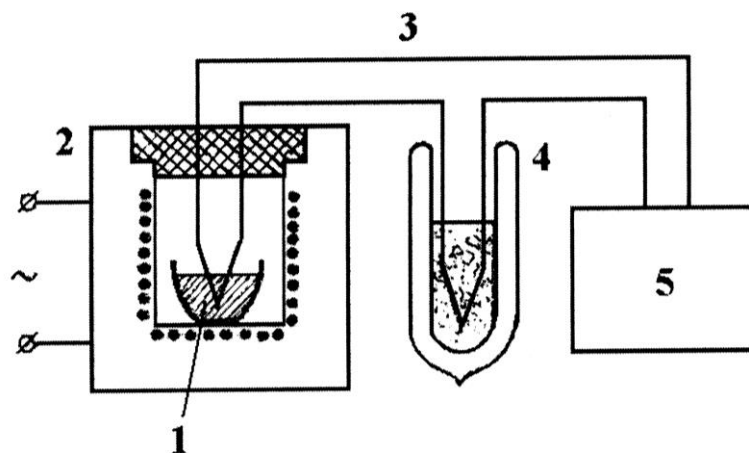


Рис. 6. Схема установки для дослідження процесів плавлення і кристалізації.

У цій лабораторній роботі питома теплота та температура плавлення визначається за допомогою установки, схема якої зображена на рис. 6. Досліджувану речовину 1, поміщену у тигель, ставлять в електронагрівник 2, який представляє собою кварцову трубу із намотаною на неї ніхромовою спіраллю. Один зі спаїв диференціальної термопари 3 поміщають у тигель з металом, а другий – у посудину Дюара (термос) 4 із сумішшю води з льодом, де температура тривалий час зберігається  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Термопару приєднують до автоматичного самопишучого потенціометра 5 або цифрового мілівольтметра, за допомогою яких вимірюють е.р.с. термопари. Температуру визначають за допомогою графіка градування термопари.

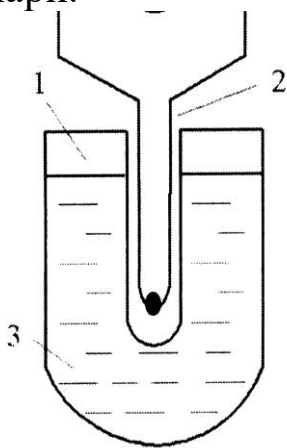


Рис.7. Сосудик Степанова

У випадку шкідливих, агресивних та легко летучих речовин замість тигля слід використати спеціальну герметично запаяну ампулу (рис. 7), яка у термічному аналізі одержала назву сосудика Степанова. Він представляє собою запаяну подвійну кварцову ампулу 1, між стінками якої розміщена досліджувана речовина 3. У канал ампули поміщена термопара 2, яка з достатньою точністю відображає температуру між стінками ампули.

### 3. ЗАВДАННЯ ТА ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

#### Завдання 1. Визначення температури та питомої теплоти плавлення.

1. Виміряти за допомогою зважування на аналітичних терезах або переписати з лабораторної установки значення маси досліджуваної речовини  $m$  та тигля (спеціальної ампули)  $M$ . Знайти у довідниках значення  $C_p$ ,  $C_T$  та  $C_0$ .
2. Приєднати диференціальну термопару до самописця або мілівольтметра. Один спай термопари занурити у посудину Дюара (термос) з сумішшю води і льоду, а інший спай термопари – в тигель або спеціальну ампулу (сосудик Степанова) з досліджуваною речовиною.

3. Увімкнути самописець та нагрівний елемент і записати криву нагрівання досліджуваної речовини з часом до температури на  $30 - 50\text{ }^{\circ}\text{C}$  вище температури плавлення  $T_0$ . У випадку використання мілівольтметра записати його покази через однакові проміжки часу (наприклад  $30\text{ с}$ ) та за допомогою графіка градування термопарі перевести значення е.р.с. термопарі у значення температури.
4. Після досягнення температури  $T_0+50\text{ }^{\circ}\text{C}$  вимкнути нагрівник та записати на самописці криву охолодження або , як і в п.3, у випадку використання мілівольтметра записати його покази через однакові проміжки часу. Побудувати графік залежності температури від часу для охолодження.
5. За формулами (8) з використанням побудованого графіку визначити швидкості охолодження  $q_1$  і  $q_2$  в околі часу  $t_2$  і  $t_3$  , а також час кристалізації  $\tau$  .
6. Визначити з графіка  $T(t)$  температуру кристалізації  $T_0$  та за формулою (11) обчислити питому теплоту плавлення.
7. Використовуючи знайдене значення питомої теплоти переходу  $\lambda$ , за формулою (6) обчислити зміну ентропії при плавленні.
8. Провести аналогічні, описаним вище, операції для процесу нагрівання і, відповідно, плавлення речовини. Порівняти результати, одержані при кристалізації і плавленні і спів ставити їх із табличними даними.

### Завдання 3. Визначення температури склування аморфних речовин.

За вказівкою керівника заняття зняти криві нагрівання і охолодження аморфної склоподібної речовини. Оцінити температуру силювання  $T_g$ .

### **КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ**

1. Що називається фазовим переходом ?
2. Які фазові переходи ви знаєте ?
3. Чим супроводжуються фазові переходи першого роду ?
4. Який процес називається плавленням ?
5. Як змінюється температура у процесі плавлення кристалічного (аморфного) тіла ?
6. На що витрачається теплота плавлення ?

7. Що називається сублімацією твердого тіла ?
8. Як залежить температура плавлення від чистоти речовини ?
9. Яка точка фазової діаграми називається потрійною точкою ?
10. Чим пояснюється збільшення температури плавлення речовини з підвищенням тиску ?
11. Вкажіть який з приведених нижче виразів відповідає рівнянню Клапейрона-Клаузіуса:

а)  $pV = \frac{m}{\mu} RT ;$

б)  $\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{V_p - V_T} ;$

в)  $pV = RT ;$

г)  $\frac{dT}{dp} = \frac{T(V_p - V_T)}{\lambda} .$

12. Дайте молекулярно-кінетичне тлумачення процесів плавлення, кристалізації твердих тіл.
13. Як змінюються питомі об'єми твердих кристалічних матеріалів при плавленні? Наведіть приклади.
14. Які характерні ознаки гомогенної та гетерогенної кристалізації?
15. Чи можна передати деяку кількість теплоти речовині, не підвищуючи цим її температуру?
16. Чому при кристалізації температура тіла не змінюється?

## ДОДАТКИ

### I. Деякі фізичні сталі

1. Об'єм 1 моля ідеального газу за нормальних умов

$$V_0 = 22,4207 \text{ л}$$

2. Універсальна газова постійна

$$R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$$

3. Число Авогадро

$$N_A = 6,02209 \text{ моль}^{-1}$$

4. Число Лошмідта

$$n_0 = 2,68719 \text{ м}^{-3}$$

5. Постійна Больцмана

$$k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К} = 0,86 \cdot 10^{-4} \text{ еВ}/\text{К}$$

### II. Густина деяких речовин<sup>1</sup>

Речовина	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Речовина	Густина, кг/м <sup>3</sup>
Азот	1,25	Керосин	$0,78 \cdot 10^3$
Алюміній	$2,69 \cdot 10^3$	Кисень	1,43
Вода	$0,998 \cdot 10^3$	Лід	$0,9 \cdot 10^3$
Вуглекислий газ	1,98	Спирт (етиловий)	$0,77 \cdot 10^3$
Водяна пара	0,0048	Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$
Гелій	0,18	Сталь	$7,85 \cdot 10^3$
Гліцерин	$1,23 \cdot 10^3$	Повітря	1,29

<sup>1</sup>Для твердих тіл і рідин – за температури 20°C; для газів – за нормальних умов.

### III. Молярна маса газів і середній ефективний діаметр молекул.

Газ	Молярна маса, $\times 10^{-3}$ кг/моль	Середній ефективний діаметр молекул, $\times 10^{-10}$ м
Азот	28	3,6
Водень	2	2,2
Водяна пара	18	2,6
Повітря	29	3,6
Гелій	4	2,0
Кисень	32	2,7
Вуглекислий газ	44	4,0

### IV. Питома теплоємність твердих і рідких речовин

Речовина	Питома теплоємність, Дж / (кг К)
Алюміній	$8,96 \cdot 10^2$
Вода	$4,18 \cdot 10^3$
Гліцерин	$2,43 \cdot 10^3$
Керосин	$2,14 \cdot 10^3$
Лід	$2,09 \cdot 10^3$
Ртуть	$1,38 \cdot 10^2$
Спирт	$2,43 \cdot 10^3$
Сталь	$4,69 \cdot 10^2$

### V. Температура плавлення і питома теплота плавлення

Речовина	Температура плавлення, °С	Питома теплота плавлення, $\times 10^5$ Дж/ кг
Алюміній	658,7	3,22
Лід	0	3,34
Ртуть	-39,8	0,117
Сталь	1300	0,837



## VI. Фізичні параметри деяких твердих тіл.

Назва	Масове число	Густина, $\times 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	Модуль Юнга, $\times 10^{10}$ Н/м <sup>2</sup>	Модуль зсуву, $\times 10^{10}$ Н/м <sup>2</sup>	Характеристична температура Дебая, К
Алюміній	27	2,7	6,8	2,6	390
Берилій	9	1,83			1100
Ванадій	51	5,96			
Золото	197	19,27	8	2,8	170
Калій	39	0,86			100
Літій	7	0,53			
Мідь	64	8,94	12,3	4,5	320
Натрій	23	0,97			150
Нікель	59	8,9	20,2	7,7	410
Платина	195	21,5	16,8	6,1	229
Рубідій	85	1,53			
Свинець	207	11,37	1,62	0,56	88
Срібло	108	10,5	7,9	2,86	165
Цезій	133	1,87			

## VII. Питома теплоємність газів

Газ	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	
	$C_p$	$C_v$
Азот	1040	741
Водень	1409	1000
Водяна пара	1820	1380
Повітря	1020	728
Гелій	2080	1250
Кисень	912	649
Вуглекислий газ	847	653

### VIII. Коефіцієнт поверхневого натягу

Рідина	Коефіцієнт поверхневого натягу за 20°C, $\times 10^{-2}$ Н/м.
Вода	7,28
Гліцерин	6,6
Керосин	2,4
Ртуть	49,0
Спирт	2,2

### IX. Температура кипіння і питома теплота пароутворення при температурі кипіння<sup>1</sup>

Речовина	Температура кипіння , °C	Питома теплота пароутворення при температурі кипіння, $\times 10^5$ Дж /кг
Азот	-195,8	2,01
Вода	100	22,6
Водень	-252,7	4,61
Повітря	-193	2,09
Гліцерин	290	
Кисень	-183	2,14
Ртуть	356,7	2,88
Спирт	78,3	8,46
Вуглекислий газ	-78,5	5,95

<sup>1</sup>Температуру кипіння і питому теплоту пароутворення наведено за нормального тиску.

## X. Критичні параметри і поправки Ван-дер-Вальса для реальних газів

Газ	Критичні величини		Поправки Ван-дер-Вальса	
	$p_{кр}, \times 10^5 \text{ Па}$	$T_{кр}, \text{ К}$	$a, \text{ Н м}^4/\text{моль}^2$	$b, \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$
Азот	33,9	126,1	0,133	4,0
Водень	12,9	33,0	0,024	2,6
Водяна пара	217,7	547	0,547	3,0
Повітря	37,6	132,5	0,131	3,8
Гелій	2,26	5,0	0,0033	2,3
Кисень	49,7	154,2	0,137	3,0
Вуглекислий газ	73,8	304,0	0,36	4,3

## XI. Коефіцієнт теплопровідності

Речовина	Коефіцієнт теплопровідності за нормальних умов, Вт/(м К)
Азот	$2,37 \cdot 10^{-2}$
Алюміній	$2,01 \cdot 10^2$
Водяна пара	$1,58 \cdot 10^{-2}$
Водень	$1,68 \cdot 10^{-1}$
Повітря	$2,37 \cdot 10^{-2}$
Гелій	$1,41 \cdot 10^{-2}$
Кисень	$2,39 \cdot 10^{-2}$
Лід	2,51
Сталь	4,61
Вуглекислий газ	$2,31 \cdot 10^{-2}$

## ХІІ. Насичена водяна пара

Температура °С	Тиск, $\times 10^5$ Па	Густина, кг/м <sup>3</sup>	Питома теплота пароутворення, кДж/кг
0	0,00608	0,004843	2498,3
10	0,01228	0,009398	2468,1
20	0,02824	0,01730	2446,3
30	0,04246	0,03037	2425,0
40	0,07375	0,05118	2403,2
50	0,12337	0,08320	2378,1
60	0,19888	0,13026	2356,7
70	0,31136	0,1982	2332,5
80	0,47336	0,2936	2307,3
90	0,70098	0,4219	2281,8
100	1,01332	0,5974	2257,4
110	1,43245	0,8254	2228,8
120	1,98505	1,122	2213,5
130	2,70064	1,497	2169,6
140	3,61226	1,968	2139,0
150	4,75787	2,547	2109,3
160	6,16207	3,253	2079,2
170	7,91495	4,114	2049,9
180	9,83065	5,141	2018,9
190	12,53794	6,353	1997,5
200	16,21737	7,770	1955,3
210	19,05422	9,443	1920,9
220	23,26319	11,38	1884,9

## ХІІІ. Співвідношення між деякими одиницями

1мм рт.ст.=0,01316 атм=133,3 Па

1атм=760 мм рт. ст.=1,013·10<sup>5</sup> Па

1Дж=0,239 кал=6,6242·10<sup>18</sup> еВ

1еВ=1,602·10<sup>-19</sup> Дж=4,45·10<sup>-26</sup> кВт год

1атм л=101,3 Дж=24,1 кал

## ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук, П.П.Луцик. Загальний курс фізики. Ч.1.–Київ: Техніка, 1999.
2. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика: Фізичні основи механіки: Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. посібник. 2-ге вид.,–К. : Вища шк., 1993. –431с.
3. Бушок Г.Ф., Венгер Е.Ф. Курс фізики. У 2-х книгах. Кн.2. Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка. Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів .– К.:Либідь, 2001 .–424 с.
4. Фізика для інженерів - Під ред. Лопатинського В.П., - Львів: Либідь, 2000.
5. Lea Susan, Bruck John. Physics:the nature of things. – West Pulishing Company. USA. 1997. – 1199 p.
6. Матвеев А. Н. Молекулярная физика: Учеб. для физ. спец. вузов. – 2-е изд. –М.: Высш. шк., 1987. –360 с.
7. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. –М.: Наука, 1975. –480 с.
8. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика.–М.: Наука, 1987 .–432 с.
9. Кікоїн І. К., Кікоїн А. К. Молекулярна фізика. –К.: Радянська школа, 1968. –477 с.
10. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1985.
11. Загальна фізика: Лабораторний практикум: Навчальний посібник / Барановський, І.Т. Горбачук та ін.; За заг. ред. І.Т. Горбачука. – К.: Вища школа, 1992.
12. Гапчин Б.М., Дутчак Я.Й., Френчко В.С. Молекулярна фізика: Лабораторний практикум.–Львів, 1990 .–240 с.
13. Фізичний практикум /За ред. В.П. Дущенко К., 1981. Ч.1.
14. Булкин П.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика. / Под редакцией Матвеева А.Н. и Киселева Д.Ф. –М.: Изд-во Моск. ун-та. 1988.
16. Физический практикум. Механика и молекулярная физика /Под ред. В.И. Ивероновой. –М.: Наука. 1967.
17. Сірий Є.І., Чепур Д.В., Довгошей МІ. Загальний фізичний практикум. Львів, 1964. Ч. 2.

## ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЗЧИК

- Адіабатичний процес – 105
- Аморфне тверде тіло – 207
- Броунівський рух – 48
- Віскозиметр Освальда – 145
- Внутрішнє тертя (в'язкість) – 85
- Внутрішня енергія (газу) – 107
- Вологість
  - абсолютна – 69
  - відносна – 69
- Градiєнт температури – 177
- Градування термометра – 11
- Граничний кут – 128
- Густина ймовірності – 25
- Динамічна в'язкість – 87
- Довжина вільного пробігу – 83
- Емпірична температура – 9
- Енергія активації – 140
- Ентропія – 206
- Ефективний діаметр (молекули) – 83
- Закон
  - Авогадро – 60
  - Бойля-Маріотта – 59
  - Гей-Люсака – 60
  - Дальтона – 60
  - Дюлонга і Пті – 156
  - Стокса – 50
  - (рівняння) Фур'є – 95, 177
  - Шарля – 60
- Змочування – 129
- Ідеальний газ – 30, 59
- Ізопроееси – 103
- Ізотерми Ван-дер-Ваальса – 62
- Ймовірність події – 23
- Капілярні явища – 129
- Коефіцієнт
  - адіабати – 120
  - в'язкості (внутрішнього тертя) – 86, 140

- лінійного розширення – 164, 171
- поверхневого натягу – 127
- Пуассона – 105, 107
- теплопровідності – 95
- Кристалізація (гомогенна) – 203
- Критична точка (температура) – 195
- Метастабільний стан – 204
- Метод
  - відриву крапель – 133
  - відриву кільця – 131
  - змішування – 150
  - Клемана-Дезорма – 113
  - охолодження – 149
  - Пуазейля – 88
  - Стокса – 144
- Модель
  - Дюлонга-Пті – 156
  - Дебая – 157, 162
  - Ейнштейна – 156
- Насичена пара – 190
- Нормальні коливання – 179
- Основне рівняння МКТ – 40, 41
- Парціальний тиск – 41
- Перегріта рідина (переохолоджена пара) – 191
- Потрійна точка – 195
- Прихована теплота випаровування – 189
- Психрометр Августа – 77
- Реперні точки – 8, 11
- Рівняння
  - Ван-дер-Ваальса – 62
  - Клапейрона-Клаузіуса – 195
  - Клапейрона-Менделєєва – 59
  - Майера – 105
  - Ньютона – 86
  - Пуассона – 105, 107
  - теплового балансу – 150
- Рідинні термометри – 11
- Розподіл
  - Гауса – 28

- Максвелла – 28
- Сила внутрішнього тертя – 140
- Стала Больцмана – 40
- Температура – 7
- Температура Дебая – 180
- Тепловий потік – 95
- Теплоємність – 104, 148
  - молярна – 104
  - питома – 152
- Теплопровідність – 95, 177
- Теплота випаровування (пароутворення) – 188
- Термічний коефіцієнт тиску газу – 60
- Термо-е.р.с. – 15
- Термоелектроруша сила (термо-е.р.с) – 14
- Термометрична величина – 8
- Термометричне тіло – 7
- Термопара – 14
- Течія
  - ламінарна – 139
  - турбулентна – 139
- Тиск – 40
- Точка роси – 74
- Універсальна газова стала – 59
- Фаза, фазовий перехід (перетворення) – 201
- Фазова діаграма – 194
- Фонони – 179
- Формула
  - Лапласа – 128
  - Пуазейля – 46, 88, 93, 144
  - Сезерленда – 85
  - Стокса – 142
- Функція розподілу (ймовірності) – 24-26
- Час релаксації – 47
- Число
  - Лошмідта – 61
  - Рейнольдса – 141
  - ступенів вільності – 106
- Чутливість термометра – 12
- Шкала температур – 9



*Навчальне видання*

ГОРВАТ Андрій Андрійович  
ЖИХАРЕВ Володимир Миколайович

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА  
Лабораторний практикум  
Навчальний посібник

**Горват А.А.**

Г–67 Молекулярна фізика і термодинаміка. Лабораторний практикум./ А.А.Горват, В.М. Жихарев. –Ужгород : Вид. УжНУ, 2011 – 224 с.

У посібнику наведені описи 18 лабораторних робіт загального фізичного практикуму, які містять короткі теоретичні відомості, методику проведення експерименту, опис приладів та завдання і порядок їх виконання з курсу „Молекулярна фізика і термодинаміка” дисципліни "Загальна фізика" для фізичних факультетів університетів.

Посібник призначений для використання при підготовці до лабораторних занять та для самостійної роботи студентів, які навчаються за напрямками підготовки фахівців "Фізика", "Прикладна фізика" та деякими інженерними спеціальностями.

УДК 53 (075.8)  
ББК 22.33я73

Підписано до друку .04.2011 Формат 60x84/16  
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. 13. Тираж 100. Замовлення 65.

Видавництво УжНУ «Говерла»,  
Свідоцтво про внесення до державного реєстру видавництв,  
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції  
- Серія 3т № 32 від 31 травня 2006 року