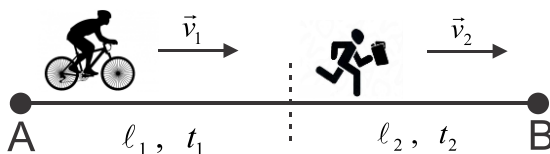


Ю.Ю. Білак, В.І. Кут

## СЕРЕДНЯ ШВИДКІСТЬ

Навчально-методичний посібник



УДК 378.016:531.767(072)(075.8)

Б 61

Білак Ю.Ю., Кут В.І. Середня швидкість: навч.-метод. посіб.  
Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2018. 36 с.

Досвід педагогічної роботи у вищому навчальному закладі показує, що при вивченні студентами курсу фізики розв'язування задач дається їм нелегко. На практичних заняттях, як правило, недостатньо часу для опрацювання всіх типових задач і детального обговорення методики їх розв'язання.

Цей навчально-методичний посібник розроблено з метою розуміння фізичного змісту задач на знаходження «середньої швидкості», допомоги самостійно опанувати методику їх розв'язування та розвитку аналітичного мислення. Посібник містить основні теоретичні відомості, аналіз типових задач, методи їх розв'язування, приклади розв'язання задач з детальним фізичним аналізом та задачі для самостійного опрацювання.

Посібник розроблено для учнів, студентів технічних та нетехнічних спеціальностей вищих навчальних закладів, вчителів, викладачів.

#### **Рецензенти:**

**Пелешак Р.М.**, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка

**Федонюк А.А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики та інформатики Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

*Рекомендовано до друку на засіданні  
Науково-методичної ради  
факультету інформаційних технологій ДВНЗ «УжНУ»  
(протокол № \_\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.)*

## ВСТУП

При вивченні учнями, студентами курсу фізики, розв'язування задач має важливе значення. Фізичні задачі розвивають логіку та креативність мислення, навички використання фізичних законів, деталізацію та візуалізацію фізичних процесів. Уміння розв'язувати задачі є одним із головних критеріїв оцінювання засвоєння програмного (лекційного) матеріалу. Для успішного розв'язування задач, насамперед, потрібна ґрунтовна теоретична підготовка, вільне володіння узагальненими знаннями, а також вміння аналітично мислити. Основу узагальнених знань складають фундаментальні поняття фізики. До них відносяться такі, як «фізична система», «фізична величина», «фізичний закон», «стан системи», «взаємодія», «фізичне явище», «фізична модель», «ідеальні об'єкти», «ідеальні процеси» тощо. З огляду на систему фізичних понять, можна дати таке визначення фізичної задачі.

Фізична задача – це словесна модель фізичного явища, в якому не відомі будь-які зв'язки і величини. Розв'язати фізичну задачу – означає відновити ці зв'язки і визначити шукані фізичні величини. З визначення випливає наступне: якщо завдання відображає якесь фізичне явище, то потрібно знати суть цього явища і вміти його аналізувати. Аналіз явища починають з вибору та аналізу фізичної системи і закінчують складанням системи рівнянь, написаних у результаті застосування фізичних законів.

Отже, процес розв'язування задачі можна розділити на етапи:

- фізичний (аналіз фізичного процесу чи явища, побудова рисунку, складання системи рівнянь тощо);
- математичний (розв'язок у загальному або числовому вигляді);
- аналіз розв'язку задачі.

Складовою частиною узагальнених знань є знання системи методів розв'язання задач, а також уміння використовувати ці методи.

При розв'язуванні задач можливі два способи знаходження величин: експериментальний і теоретичний. В експериментальному методі невідомі величини визначаються шляхом вимірювань. Експериментальні задачі розглядаються в лабораторному практикумі, тому ми на них зупинятися не будемо.

Теоретична задача – це задача, яку розв'язують, не здійснюючи вимірювань. Як правило, при вивченні фізики як навчальної дисципліни розглядаються поставлені фізичні задачі, тобто задачі про ідеалізовані фізичні явища. Об'єктом розгляду в них виступає не реальний об'єкт, а його ідеальний образ – фізична модель. Це пояснюється тим, що реальні об'єкти і явища дуже складні і взаємопов'язані. Їх вивчення з урахуванням всіх взаємозв'язків і всіх взаємодій являє собою занадто складну математичну задачу. Найважливіша риса фізики як науки – розумна ідеалізація конкретних фізичних задач, причому умови та обмеження, що спрощують розв'язування задачі формулюються в самій задачі, або неявно задані.

## ОСНОВНІ КІНЕМАТИЧНІ ВЕЛИЧИНИ

**Механіка** – розділ фізики, що вивчає найпростішу форму руху матерії – механічний рух. **Механічний рух** – зміна взаємного розташування тіл або їх частин у просторі з плином часу. Зазвичай під механікою розуміють **класичну механіку**, що вивчає рухи макроскопічних тіл, швидкості яких малі порівняно зі швидкістю світла.

Механіка поділяється на **кінематику** й **динаміку**.

**Кінематика** – розділ фізики, що вивчає переміщення тіл залежно від часу без урахування їхньої маси й сил, що діють на тіла. Основним завданням кінематики є опис руху за допомогою математичного апарату без з'ясування причин, що викликають цей рух.

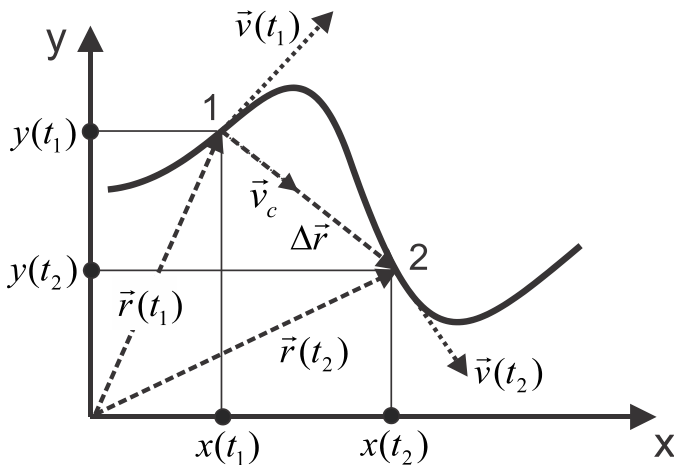
Поняття швидкості одне з головних понять у кінематиці. **Швидкість** – це фізична величина, яка показує наскільки швидко (чи наскільки повільно) переміщується у просторі рухоме тіло (зрозуміло, у певній системі відліку). У фізиці використовуються три поняття швидкості:

- миттєва швидкість – швидкість у даний момент часу;
- середня «скалярна» шляхова швидкість – середня швидкість за даний проміжок часу (з англ. speed);
- середня швидкість – середня швидкість по переміщенню (з англ. velocity).

Далі детальніше розглянемо ці поняття.

**Основними кінематичними величинами**, що характеризують рух матеріального тіла у просторі є швидкість і прискорення. А також:

- траєкторія (жирна лінія);
- радіус-вектори (штрихові лінії);
- вектор переміщення  $\Delta\vec{r}$  (штрихова лінія);
- вектори середньої і миттєвих швидкостей (марковані лінії).



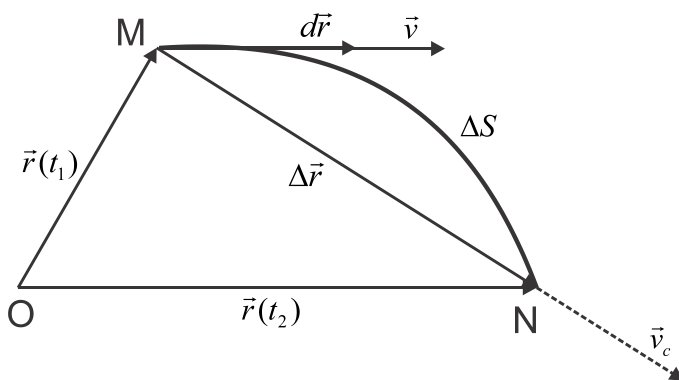
**Траєкторія** – це уявна лінія, яку описує стрілка (кінець) радіус-вектора в процесі руху.

**Радіус-вектор** (позначається  $\vec{r}(t)$ ) – вектор, проведений з початку координат до даної точки. Радіус-вектор повністю визначає положення точки в системі координат, а компоненти радіус-вектора відповідно дорівнюють координатам точки (у декартовій системі  $\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , де  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – *орти* (одичні вектори, напрямлені вздовж відповідних координатних осей).

**Переміщення** – це векторна фізична величина, що дорівнює різниці радіус-векторів в кінцевий і початковий моменти часу.

## ШВИДКІСТЬ

Під час руху матеріальної точки змінюються її координати, причому вони можуть змінюватися швидко, або повільно. Фізична величина, що характеризує швидкість зміни координати називається **швидкістю**  $\vec{v}$ . Швидкість визначає не тільки швидкість руху, а й напрям руху у даний момент часу. **Швидкість** – характеристика руху тіла в кожний момент часу або в кожній точці його траєкторії.



Нехай матеріальна точка рухається по криволінійній траєкторії  $MN$  так, що у момент часу  $t_1$  вона знаходиться у точці  $M$ , а в момент часу  $t_2$  у точці  $N$ . Радіус-вектори точок  $M$  і  $N$  відповідно рівні  $\vec{r}(t_1)$  і  $\vec{r}(t_2)$ , а довжина дуги  $MN$  рівна  $\Delta S$ .

Швидкість в даний момент часу (миттєва швидкість) визначається границею відношення вектора переміщення тіла  $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$  до відповідного проміжку часу  $\Delta t = t_2 - t_1$  за умови, коли останній прямує до нуля.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Математично ця формула є визначенням першої похідної по часу від радіус-вектора.

У процесі зменшення  $\Delta t$  точка  $N$  наближається до  $M$ , відповідно хорда  $MN$  повертається навколо точки  $M$  так, що в границі співпадає по напрямку з дотичною до траєкторії у точці  $M$ . Тому вектор  $d\vec{r}$  і швидкість  $\vec{v}$  рухомої матеріальної точки напрямлені по дотичній траєкторії у напрямку руху.

Отже, **швидкість** – це вектор, прикладений у заданій точці траєкторії і напрямлений по дотичній до неї в цій самій точці у бік руху.

Вектор швидкості матеріальної точки можна розкласти на три складові, тобто виразити у проекціях на координатні осі прямокутної декартової системи:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}.$$

Виконавши по членне диференціювання отримаємо

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}.$$

Порівнюючи дві останні формули бачимо, що проекції швидкості матеріальної точки на осі прямокутної декартової системи координат рівні першим похідним по часу від відповідних координат точки:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Тому, модуль вектора швидкості (числове значення швидкості) визначається за формулою

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

На практиці для опису руху тіл часто використовують середню швидкість, яку буде розглянуто нижче.

**Примітка.** Якщо відомо вид функції, що виражає залежність координат від часу, то компоненти швидкості можна отримати продиференціювавши ці функції по часу. І навпаки, якщо відомо, залежність компонентів швидкості точки від часу, то з допомогою оберненої операції – інтегрування – можна знайти вид функцій, що виражають залежність координат від часу.

**Механічні рухи** різних тіл та їхніх частин бувають дуже різноманітними. Завдання механіки полягає у вивченні різних рухів і визначенні їх законів (завдання динаміки).

**Розрізняють наступні види механічних рухів:**

- за формою траєкторії – прямолінійний та криволінійний;
- за залежністю швидкості руху від часу – рівномірний та нерівномірний.

Рух, при якому напрям швидкості матеріальної точки не змінюється, називається **прямолінійним**.

Якщо числове значення миттєвої швидкості точки під час руху є незмінним, то такий рух називають **рівномірним**. Під час рівномірного руху тіло за будь-які однакові інтервали часу проходить однакові відрізки шляху. **Рівномірним прямолінійним рухом** називається такий прямолінійний рух, при якому матеріальна точка рухається по прямій і в будь-які проміжки часу здійснює однакові переміщення. Вектор швидкості рівномірного прямолінійного руху матеріальної точки напрямлений вздовж її траєкторії в бік руху. Для рівномірного руху справедлива формула

$$|\vec{v}_c| = |\vec{v}_{\text{миттєва}}| = \text{const}.$$

При прямолінійному однонаправленому русі розглядають **середню «скалярну» шляхову швидкість** (див. далі), а при рівноприскореному прямолінійному русі модуль середньої швидкості визначається за формулою:

$$v_c = \frac{v_0 + v}{2}.$$

Якщо за будь-які рівні проміжки часу точка долає шлях різної довжини, то числове значення її миттєвої швидкості з часом змінюється. Такий рух називають **нерівномірним**. У реальному житті ми частіше за все зустрічаємося саме з нерівномірним рухом. Інакше, рух при якому тіло за рівні проміжки часу проходить неоднакові відрізки шляху, називається **нерівномірним**. При такому русі величина швидкості не залишається незмінною  $v \neq \text{const}$  і тому вводиться поняття середньої швидкості  $v_c$ .

**Середня швидкість** – це векторна фізична величина, яка дорівнює відношенню вектора переміщення до відповідного проміжку часу, за який відбувається це переміщення.

$$\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Напрямок вектора середньої швидкості на даній ділянці завжди збігається з напрямом переміщення  $\Delta \vec{r}$ . Або **середня швидкість** – це та швидкість, з якою повинно рухатися тіло рівномірно, щоб пройти дану відстань за той самий час, за який воно його пройшло, рухаючись нерівномірно. Зауважте, що ця характеристика руху тіла не дає інформації про рух у певній точці траєкторії (тобто, у певний момент часу). Швидкість механічного руху є відносною величиною, її значення залежить від вибору системи відліку.

**Примітка.** *Якщо матеріальна точка рухається по колу чи замкненій траєкторії, то через деякий час вона повернеться у початкове положення. Переміщення точки рівне нулю і виходячи з вище наведеної формули – швидкість теж рівна нулю! Однак матеріально точка рухалася. Для виходу з даної ситуації вводиться поняття **середньої шляхової швидкості**.*

При прямолінійному русі в одному напрямку  $\Delta S = |\Delta \vec{r}| = |x(t_2) - x(t_1)|$ , тому модуль середньої шляхової швидкості визначатиметься за формулою:

$$v_{c, \text{шляхова}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

**Середня шляхова швидкість** нерівномірного руху на даному відрізку  $\Delta S$  траєкторії чисельно рівна значенню швидкості такого рівномірного руху, при якому на проходження шляху  $\Delta S$  слід затратити такий самий час  $\Delta t$ , як і при заданому нерівномірному русі.

Оскільки  $\Delta S = |\Delta \vec{r}|$  тільки у випадку прямолінійного руху (з незмінною за напрямом швидкістю), то середня шляхова швидкість рухомої матеріальної точки співпадає з модулем середньої швидкості по переміщенню, а у загальному випадку

$$v_{c, \text{шляхова}} \neq |\vec{v}_c|.$$

При розв'язуванні задач на знаходження середньої (шляхової) швидкості руху використовують формулу відношення всього шляху до часу, за який точка пройшла даний шлях:

$$v_{c, \text{шляхова}} = \frac{\ell}{t},$$

де  $\ell$  – увесь пройдений шлях,  $t$  – увесь час руху. Надалі середню шляхову швидкість  $v_{c, \text{шляхова}}$  позначатимемо як  $v_c$ . Якщо ж матеріальна точка здійснює послідовність переміщень за відповідні проміжки часу, то:

$$v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

Середню швидкість, виміряну за нескінченно малий проміжок часу, називають миттєвою швидкістю. Або, **миттєва швидкість** – це векторна фізична величина, що дорівнює першій похідній від радіус-вектора за часом, або швидкість тіла у даний момент часу або у даний точці траєкторії. Миттєва швидкість є векторною величиною і завжди напрямлена по дотичній до траєкторії. Виміряти миттєву швидкість можна за допомогою спідометра.

Якщо матеріальна точка одночасно здійснює кілька рухів, то результуюче переміщення  $d\vec{r}$ , відповідно до закону незалежності рухів, рівне векторній (геометричній) сумі елементарних переміщень, обумовлених кожним з цих рухів окремо:

$$d\vec{r} = d\vec{r}_1 + d\vec{r}_2 + \dots + d\vec{r}_n.$$

Використавши формулу означення швидкості отримаємо

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots + \frac{d\vec{r}_n}{dt} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_n = \sum_{i=1}^n \vec{v}_i.$$



Тобто, швидкість  $\vec{v}$  результуючого руху рівна геометричній сумі швидкостей  $\vec{v}$  всіх рухів, у яких приймає участь матеріальна точка. Це є формулювання **закону додавання швидкостей**.

**Одиниця вимірювання швидкості** в СІ – метр за секунду (1 м/с). **1 метр за секунду** дорівнює швидкості прямолінійного рівномірного руху точки, при якому точка переміщується за 1 с на 1 м.

## МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

У розділі «Фізика», що має назву «Кінематика» особливе місце займає клас задач на знаходження середньої швидкості. Саме про розв'язування таких задач і піде далі мова. Задачі на знаходження середньої швидкості, зазвичай, поділяють на кілька типів:

- 1) коли мова йде про рух на часових інтервалах (однакових чи різних);
- 2) коли мова йде про рух на шляхових інтервалах (однакових чи різних);
- 3) комбіновані задачі, у яких об'єднано задачі перших двох типів;
- 4) задачі на знаходження вектора чи модуля середньої швидкості;
- 5) нестандартні задачі, що містять задану в умові пропорційну залежність між ділянками шляху, часу, швидкостей тощо.

При розв'язуванні задач першого типу слід знайти пройдений об'єктом шлях на кожному часовому інтервалі, а вже потім, середню швидкість.

При розв'язуванні ж задач другого типу слід знайти час руху об'єкта на кожній ділянці шляху, а вже потім середню швидкість.

**Частинними випадками** задач на знаходження середньої швидкості руху є випадки, коли весь пройдений тілом шлях поділено на два відрізки однакової довжини, на яких задано швидкості руху і коли весь час руху поділено на два однакові часові інтервали, на яких задано швидкості руху. Розв'язки такого типу задач приведено нижче.

Існують також комбіновані задачі (коли в умові задачі скомбіновано шляхові та часові інтервали), задачі на знаходження вектора чи модуля середньої швидкості та нестандартні задачі. Методи та приклади розв'язку таких задач див. нижче.

*Для того щоб уникнути помилки, при знаходженні середньої шляхової швидкості, необхідно виконати наступну послідовність дій:*

- визначити весь шлях, знайшовши довжини окремих його ділянок;
- встановити весь час, затрачений на подолання шляху;
- поділити перший результат на другий, невідомі та не задані в задачі величини при цьому (за умови коректного формулювання умови) скорочуються.

**Примітка.** При знаходженні будь-якої середньої швидкості необхідно врахувати все, що відбувалося в задачі: рух у будь-якому напрямку (вперед, назад, вправо, вліво, під кутом) та час руху у будь-якому напрямку, а також можливий час зупинки.

При розв'язуванні задач першого типу для знаходження середньої швидкості можна використовувати формулу середнього арифметичного. Переконаємося в цьому.

**Приклад.** Першу половину часу затрачено на дорогу студент їхав на велосипеді зі швидкістю  $v_1$ , а другу половину часу йшов пішки зі швидкістю  $v_2$ . Якою була середня швидкість руху студента на всьому шляху?

Дано:

$v_1$  – швидкість за першу половину часу

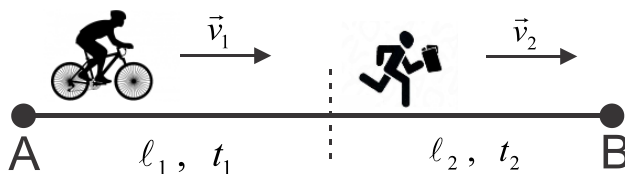
$v_2$  – швидкість за другу половину

часу  $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$ ,

де  $t$  – весь час руху

$v_c = ?$

Розв'язок



За означенням  $v_c = \frac{\ell(\text{загальний})}{t(\text{загальний})}$ ,

де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2 = \frac{t}{2} + \frac{t}{2}$ .

Загальний шлях, який подолав студент рівний  $\ell = l_1 + l_2 = ? + ?$  – невідомий. Знайдемо його:  $l_1 = v_1 t_1$ , а  $l_2 = v_2 t_2$ . Тож

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{\frac{t}{2}(v_1 + v_2)}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Отже, у випадку, якщо **час руху** на всіх ділянках шляху є **однаковим**, середню швидкість нерівномірного руху, можна розрахувати як **середнє арифметичне** значення швидкостей на цих ділянках.

Тобто,

$$v_c = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_n}{n}.$$

**Якщо ж в умові задачі задано часові інтервали різної тривалості, то для знаходження середньої швидкості слід використовувати наступну формулу:**

$$v_c = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots + v_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

При розв'язуванні задач другого типу для знаходження середньої швидкості слід використовувати формулу середнього гармонічного швидкостей. Переконаємося в цьому.

**Приклад.** Першу половину шляху студент їхав на велосипеді зі швидкістю  $v_1$ , а другу половину йшов пішки зі швидкістю  $v_2$ . Якою була середня швидкість руху студента на всьому шляху?

Дано:

$v_1$  – швидкість на першій половині шляху

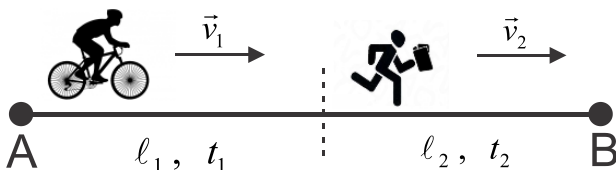
$v_2$  – швидкість на другій половині шляху

$$\ell_1 = \ell_2 = \frac{\ell}{2},$$

де  $\ell$  – весь шлях

$v_c$  – ?

Розв'язок



За означенням  $v_c = \frac{\ell(\text{загальний})}{t(\text{загальний})}$ ,

де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний  $\ell = \ell_1 + \ell_2 = \frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2}$ .

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2 = ? + ?$  – невідомий.

Знайдемо його:  $t_1 = \frac{\ell_1}{v_1} = \frac{\ell/2}{v_1} = \frac{\ell}{2v_1}$ ,  $t_2 = \frac{\ell_2}{v_2} = \frac{\ell/2}{v_2} = \frac{\ell}{2v_2}$ . Тоді

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{(\ell/2) + (\ell/2)}{\frac{\ell}{2v_1} + \frac{\ell}{2v_2}} = \frac{\ell}{\frac{\ell \cdot v_2 + \ell \cdot v_1}{2v_1 v_2}} = \frac{\ell \cdot 2v_1 v_2}{\ell \cdot v_2 + \ell \cdot v_1} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Отже, у випадку, коли весь шлях поділено на ділянки однакової довжини, середню швидкість нерівномірного руху, можна розрахувати як **середнє гармонійне** значення швидкостей на цих ділянках. Отже

$$v_c = n \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)^{-1}.$$

Якщо ж в умові задачі задано ділянки різної довжини, то для знаходження середньої швидкості слід правильно виразити час руху на кожній ділянці шляху і підставити у загальну формулу для знаходження середньої швидкості.

$$v_c = \frac{\sum_i \ell_i}{\sum_i t_i}$$

## ЗАДАЧІ З ЧИСЛОВИМИ ДАНИМИ

### ЗАДАЧА 1.

Студент проїхав автомобілем 100 км за 1 год, а потім ще 300 км за 4 год. Яка середня швидкість студента на всьому шляху?

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язок</u>
$\ell_1 = 100 \text{ км}$	За означенням $v_c = \frac{\ell(\text{загальний})}{t(\text{загальний})}$ , де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу. Загальний шлях, який подолав студент рівний $\ell = \ell_1 + \ell_2$ . Загальний час, затрачений на дорогу $t = t_1 + t_2$ . Тоді
$\ell_2 = 300 \text{ км}$	
$t_1 = 1 \text{ год}$	
$t_2 = 4 \text{ год}$	
$v_c - ?$	

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 + 300}{1 + 4} \frac{\text{км}}{\text{год}} = \frac{400}{5} \frac{\text{км}}{\text{год}} = 80 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 2.

Першу годину студент їхав на велосипеді зі швидкістю 20 км/год. Останній кілометр шляху він подолав пішки за дві півгодини. Якою була середня швидкість руху студента на всьому шляху?

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язок</u>
$v_1 = 20 \text{ км/год}$	За означенням $v_c = \frac{\ell(\text{загальний})}{t(\text{загальний})}$ , де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу. Загальний шлях, який подолав студент рівний $\ell = \ell_1 + \ell_2$ . Загальний час, затрачений на дорогу $t = t_1 + t_2$ .
$t_1 = 1 \text{ год}$	
$\ell_2 = 1 \text{ км}$	
$t_2 = 2 \text{ год}$	
$v_c - ?$	

Слід зауважити, що частина шляху  $\ell_1$  – невідома.

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{? + \ell_2}{t_1 + t_2}.$$

Знайдемо шлях подоланий на велосипеді  $\ell_1 = v_1 t_1$ . Тоді

$$v_c = \frac{v_1 t_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{20 \cdot 1 + 1}{1 + 2} = \frac{21}{3} = 7 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 3.

Першу половину шляху студент їхав автомобілем зі швидкістю  $50 \text{ км/год}$ , а другу половину – зі швидкістю  $100 \text{ км/год}$ . Знайдіть середню швидкість студента.

<u>Дано:</u> $v_1 = 60 \text{ км/год}$ $v_2 = 120 \text{ км/год}$ $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ , де $l$ – весь шлях $v_c = ?$
---

#### Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ , де у чисельнику весь шлях,

а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний

$l = l_1 + l_2$ . Загальний час, затрачений на дорогу

$$t = t_1 + t_2.$$

Слід зауважити, що час, затрачений на подолання як першої, так і другої ділянок шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l_1 + l_2}{? + ?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти час, який студент затратив на подолання обох ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{2}}{v_1} = \frac{l}{2v_1} = \frac{l}{120}.$$

$$t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{l}{2}}{v_2} = \frac{l}{2v_2} = \frac{l}{240}.$$

Далі знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{l}{2}}{\frac{l}{120} + \frac{l}{240}} = \frac{l}{\frac{l \cdot 2 + l}{240}} = \frac{240 \cdot l}{l \cdot (2 + 1)} = \frac{240}{3} = 80 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

#### ЗАДАЧА 4.

Першу половину часу студент їхав автомобілем зі швидкістю 50 км/год, а другу половину часу – зі швидкістю 100 км/год. Знайдіть середню швидкість студента.

Дано:

$$v_1 = 60 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 120 \text{ км/год}$$

$$t_1 = t_2 = \frac{t}{2},$$

де  $t$  – весь час руху

$$v_c = ?$$

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{\ell}{t}$ , де у чисельнику весь шлях,

а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний

$\ell = \ell_1 + \ell_2$ . Загальний час, затрачений на дорогу

$$t = t_1 + t_2.$$

Слід зауважити, що шлях, який подолав студент як за першу, так і за другу половину часу затраченого на дорогу невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{? + ?}{?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти шлях, який студент подолав за обидва часові проміжки.

$$\ell_1 = v_1 t_1 = 60 \cdot \frac{t}{2}.$$

$$\ell_2 = v_2 t_2 = 120 \cdot \frac{t}{2}.$$

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{60 \cdot \frac{t}{2} + 120 \cdot \frac{t}{2}}{\frac{t}{2} + \frac{t}{2}} = \frac{\frac{t}{2}(60 + 120)}{t} = \frac{t \cdot 180}{2t} = 90 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

#### **Примітка.**

Саме у задачах такого типу, коли час руху на всіх ділянках шляху однаковий, середню швидкість можна розраховувати як середнє арифметичне значення швидкостей на цих ділянках. Тобто

$$v_c = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{60 + 120}{2} = \frac{180}{2} = 90 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 5.

Першу годину студент їхав на автобусі зі швидкістю  $75 \text{ км/год}$ , далі дві години він їхав велосипедом зі швидкістю  $20 \text{ км/год}$ , а останню годину йшов пішки зі швидкістю  $5 \text{ км/год}$ . Якою була середня швидкість руху студента на всьому шляху?

Дано:

$$v_1 = 75 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість студента}$$

на першій ділянці шляху

$$v_2 = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість}$$

студента на другій ділянці шляху

$$v_3 = 5 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість студента}$$

на третій ділянці шляху

$$t_1 = 1 \text{ год}, t_2 = 2 \text{ год}, t_3 = 1 \text{ год}$$

$$v_c - ?$$

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{\ell}{t}$ , де

у чисельнику весь шлях,

а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний  $\ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3$ . Загальний

час, затрачений на дорогу

$$t = t_1 + t_2 + t_3.$$

Слід зауважити, що частини шляху  $\ell_1$ ,

$\ell_2$  та  $\ell_3$  – невідомі.

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти шлях, який подолав студент і час його руху:

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{??+?}{t_1 + t_2 + t_3}.$$

Знайдемо шлях подоланий автобусом  $\ell_1$ , велосипедом  $\ell_2$  та пішки  $\ell_3$ .

$$\text{Отже, } \ell_1 = v_1 t_1 = 75 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 1 \text{ год} = 75 \text{ км},$$

$$\ell_2 = v_2 t_2 = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 2 \text{ год} = 40 \text{ км},$$

$$\ell_3 = v_3 t_3 = 5 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 1 \text{ год} = 5 \text{ км}.$$

$$\text{Тоді } v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{75 + 40 + 5}{1 + 2 + 1} = \frac{120}{4} = 30 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 6.

150 км студент їхав на автобусі зі швидкістю 75 км/год, далі 20 км він їхав велосипедом зі швидкістю 20 км/год, а останні 15 км йшов пішки зі швидкістю 5 км/год. Якою була середня швидкість руху студента на всьому шляху?

Дано:

$$v_1 = 75 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість студента}$$

на першій ділянці шляху

$$v_2 = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість}$$

студента на другій ділянці шляху

$$v_3 = 5 \frac{\text{км}}{\text{год}} - \text{швидкість студента}$$

на третій ділянці шляху

$$l_1 = 150 \text{ км}$$

$$l_2 = 20 \text{ км}$$

$$l_3 = 15 \text{ км}$$

$$v_c - ?$$

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ , де

у чисельнику весь шлях,

а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний  $l = l_1 + l_2 + l_3$ .

Загальний час, затрачений на дорогу

$$t = t_1 + t_2 + t_3.$$

Слід зауважити, що час  $t_1$ ,  $t_2$  та  $t_3$  затрачений на подолання всіх ділянок шляху невідомий.

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти шлях, який подолав студент і час його руху:

$$v_c = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{? + ? + ?}.$$

Знайдемо час затрачений на рух автобусом  $t_1$ , велосипедом  $t_2$  та пішки

$$t_3. \text{ Отже, } t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{150 \text{ км}}{75 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 2 \text{ год}, t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{20 \text{ км}}{20 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 1 \text{ год},$$

$$t_3 = \frac{l_3}{v_3} = \frac{15 \text{ км}}{5 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 3 \text{ год}.$$

$$\text{Тоді } v_c = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{75 + 20 + 5}{2 + 1 + 3} = \frac{120}{6} = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$



## ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ

### ЗАДАЧА 7. (Про середню швидкість на двох половинах часу)

Першу половину часу затраченого на дорогу студент рухався зі швидкістю  $v_1$ , а другу половину часу зі швидкістю  $v_2$ . Знайти середню швидкість студента за весь час руху.

Дано:

$v_1$  – швидкість руху за першу половину часу

$v_2$  – швидкість руху за другу половину часу

$$t_1 = t_2 = \frac{t}{2},$$

де  $t$  – весь час руху

$v_c$  – ?

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{\ell}{t}$ .

Загальний час, який студент затратив на дорогу

$$t = t_1 + t_2 = \frac{t}{2} + \frac{t}{2}.$$

Загальний шлях, який студент подолав  $\ell = \ell_1 + \ell_2$ , де  $\ell_1$  – шлях, пройдений за першу половину часу,  $\ell_2$  – шлях, пройдений за другу половину часу.

Слід зауважити, що шлях, який подолав студент як за першу, так і за другу половину часу затраченого на дорогу часу невідомий.

$$v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{? + ?}{t_1 + t_2}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти шлях, який студент подолав за обидва часові проміжки.

$$\ell_1 = v_1 t_1 = v_1 \frac{t}{2}.$$

$$\ell_2 = v_2 t_2 = v_2 \frac{t}{2}.$$

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{\frac{t}{2} + \frac{t}{2}} = \frac{\frac{t}{2}(v_1 + v_2)}{t} = \frac{t(v_1 + v_2)}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

**Примітка.**

За умовою, час руху на всіх ділянках шляху є однаковим, тому бачимо, що середню швидкість нерівномірного руху, можна розрахувати як середнє арифметичне значення швидкостей на цих ділянках!

### ЗАДАЧА 8. (Про середню швидкість на двох половинах шляху)

Першу половину шляху студент пройшов зі швидкістю  $v_1$ , а другу половину зі швидкістю  $v_2$ . Знайти середню швидкість студента на всьому шляху.

<u>Дано:</u> $v_1, v_2$ – швидкості руху на відповідних ділянках шляху $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ , де $l$ – весь шлях	<u>Розв'язок</u> За означенням $v_c = \frac{l}{t}$ , де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу. Загальний шлях, який подолав студент рівний $l = l_1 + l_2$ , де $l_i$ – довжина відповідної ділянки шляху.
$v_c$ – ?	

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2$ , де  $t_i$  – час затрачений на подолання відповідної ділянки шляху. Загальний шлях, який подолав студент рівний

$$l = l_1 + l_2 = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}.$$

Загальний час, витрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2$ .

Слід зауважити, що час, затрачений на подолання як першої, так і другої ділянок шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l_1 + l_2}{? + ?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти час, який студент затратив на подолання обох ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{2}}{v_1} = \frac{l}{2v_1}.$$

$$t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{l}{2}}{v_2} = \frac{l}{2v_2}.$$

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{l}{2}}{\frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2}} = \frac{l}{\frac{l \cdot v_2 + l \cdot v_1}{2v_1 v_2}} = \frac{l}{\frac{l(v_2 + v_1)}{2v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

### ЗАДАЧА 9. (Про середню швидкість на трьох частинах шляху)

Першу третину шляху студент пройшов зі швидкістю  $v_1$ , другу третину зі швидкістю  $v_2$ , а останню зі швидкістю  $v_3$ . Знайти середню швидкість студента на всьому шляху.

<p><u>Дано:</u>  <math>v_1, v_2, v_3</math> – швидкості руху на відповідних ділянках шляху  <math>l_1 = l_2 = l_3 = \frac{l}{3}</math>, де <math>l</math> – весь шлях  <math>v_c</math> – ?</p>	<p><u>Розв'язок</u>                  За означенням <math>v_c = \frac{l}{t}</math>, де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.                  Загальний шлях, який подолав студент рівний <math>l = l_1 + l_2 + l_3</math>, де <math>l_i</math> – довжина відповідної ділянки шляху.</p>
---	---

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2 + t_3$ , де  $t_i$  – час затрачений на подолання відповідної ділянки шляху. Загальний шлях, який подолав студент рівний

$$l = l_1 + l_2 + l_3 = \frac{l}{3} + \frac{l}{3} + \frac{l}{3}.$$

Загальний час, витрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2 + t_3$ .

Слід зауважити, що час, затрачений на подолання як першої, так і другої та третьої ділянок шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{? + ? + ?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти час, який студент затратив на подолання всіх ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{3}}{v_1} = \frac{l}{3v_1}, \quad t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{l}{3}}{v_2} = \frac{l}{3v_2}, \quad t_3 = \frac{l_3}{v_3} = \frac{\frac{l}{3}}{v_3} = \frac{l}{3v_3}.$$

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{\frac{l}{3} + \frac{l}{3} + \frac{l}{3}}{\frac{l}{3v_1} + \frac{l}{3v_2} + \frac{l}{3v_3}} = \frac{l}{\frac{l \cdot v_2 v_3 + l \cdot v_1 v_3 + l \cdot v_1 v_2}{3v_1 v_2 v_3}} = \frac{l \cdot 3v_1 v_2 v_3}{l(v_2 v_3 + v_1 v_3 + v_1 v_2)} = \frac{3v_1 v_2 v_3}{v_2 v_3 + v_1 v_3 + v_1 v_2}.$$

### ЗАДАЧА 10. (Про середню швидкість на $n$ -частинах шляху)

Студент рухався з пункту А в пункт В наступним чином: на першій частині шляху зі швидкістю  $v_1$ , на другій – зі швидкістю  $v_2$ , і т.д. на  $n$ -ій частині зі швидкістю  $v_n$ . Знайти середню швидкість студента на всьому шляху.

<p><u>Дано:</u>  <math>v_1, v_2 \dots v_n</math> – швидкості руху на відповідних ділянках шляху  <math>l_1 = l_2 = \dots = l_n = \frac{\ell}{n}</math>,                  де <math>\ell</math> – весь шлях</p>	<p><u>Розв'язок</u>                  За означенням <math>v_c = \frac{\ell}{t}</math>,                  де у чисельнику весь шлях,                  а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.                  Загальний шлях, який подолав студент рівний <math>\ell = l_1 + l_2 + \dots + l_n</math>, де <math>l_i, (i = 1 \div n)</math> – довжина відповідної ділянки шляху.</p>
<p><math>v_c = ?</math></p>	

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2 + \dots + t_n$ , де  $t_i, (i = 1 \div n)$  – час затрачений на подолання відповідної ділянки шляху. Слід зауважити, що час, затрачений на подолання будь-якої ділянки шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{? + ? + \dots + ?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти час, який студент затратив на подолання всіх ділянок шляху.

Час, затрачений на дорогу на першій ділянці шляху  $t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\ell}{n} \cdot \frac{1}{v_1}$ .

Час, затрачений на дорогу на другій ділянці шляху  $t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\ell}{n} \cdot \frac{1}{v_2}$ .

Час, затрачений на дорогу на  $n$ -ій ділянці шляху  $t_n = \frac{l_n}{v_n} = \frac{\ell}{n} \cdot \frac{1}{v_n}$ .

Загальний час в дорозі  $t = \frac{\ell}{n} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)$ .

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell}{\frac{\ell}{n} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)} = n \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)^{-1}.$$

### ЗАДАЧА 11.

(Про середню швидкість коли задано залежність між швидкостями)

Студент половину шляху проїхав зі швидкістю  $72 \text{ км/год}$ , а другу половину у  $1,5$  рази повільніше. Знайдіть середню швидкість студента на всьому шляху.

<u>Дано:</u>
$v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{год}}$
$v_2 = \frac{2}{3}v_1$
$l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ ,
де $l$ – весь шлях
$v_c$ – ?

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ ,

де у чисельнику весь шлях,  
а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний  
 $l = l_1 + l_2$ , де  $l_i$  – довжина відповідної ділянки шляху.

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2$ , де  $t_i$  – час затрачений на подолання відповідної ділянки шляху. Загальний шлях, який подолав студент рівний

$$l = l_1 + l_2 = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}.$$

Загальний час, витрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2$ .

Слід зауважити, що час, затрачений на подолання як першої, так і другої ділянок шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l_1 + l_2}{? + ?}.$$

Для визначення середньої швидкості руху слід знайти час, який студент затратив на подолання обох ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{2}}{v_1} = \frac{l}{2v_1}, \quad t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{2}{3}v_1} = \frac{3l}{4v_1}.$$

Тоді, знаходимо середню швидкість

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{l}{2}}{\frac{l}{2v_1} + \frac{3l}{4v_1}} = \frac{l}{\frac{l \cdot 2 + 3l}{4v_1}} = \frac{l}{\frac{5l}{4v_1}} = \frac{4}{5}v_1,$$
$$v_c = \frac{4}{5} \cdot 72 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 57,6 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

## ЗАДАЧА 12.

(Про середню швидкість коли задано залежність між швидкостями)

На першій половині шляху швидкість студент була в  $n$  раз більша ніж на другій половині. Знайти швидкість студента на обох ділянках шляху, якщо середня швидкість на всьому шляху  $v_c$ .

Дано:

$v_1, v_2$  – швидкості руху на відповідних ділянках шляху

$$v_1 = nv_2$$

$$l_1 = l_2 = \frac{l}{2},$$

де  $l$  – весь шлях

$$v_c - ?$$

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ ,

де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Загальний шлях, який подолав студент рівний

$$l = l_1 + l_2 = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}, \text{ де } l_i - \text{довжина відповідної}$$

ділянки шляху.

Загальний час, затрачений на дорогу  $t = t_1 + t_2$ , де  $t_i$  – час затрачений на подолання відповідної ділянки шляху.

Слід зауважити, що час, затрачений на подолання як першої, так і другої ділянок шляху невідомий. Тобто

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l_1 + l_2}{? + ?}.$$

Знаходимо час, який студент затратив на подолання обох ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{2}}{nv_2} = \frac{l}{2nv_2}, \quad t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{l}{2}}{v_2} = \frac{l}{2v_2}.$$

Тоді, виражаємо середню швидкість (хоч вона й відома, але з кінцевої формули для  $v_c$  легко буде знайти шукані швидкості  $v_1$  та  $v_2$ ):

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{l}{2}}{\frac{l}{2nv_2} + \frac{l}{2v_2}} = \frac{l}{\frac{l + l \cdot n}{2nv_2}} = \frac{l}{\frac{l(1+n)}{2nv_2}} = \frac{2nv_2}{1+n}.$$

З попередньої формули виразимо  $v_2$ :  $2nv_2 = v_c(1+n)$ .

Тоді  $v_2 = v_c \frac{1+n}{2n}$ . За умовою  $v_1 = nv_2$ , тож  $v_1 = v_c \frac{1+n}{2}$ .

### ЗАДАЧА 13.

(Про середню швидкість коли задано пропорційну залежність)

Знайдіть середню швидкість студента, якщо на проходження окремих ділянок, довжини яких співвідносяться як 1:2:4:3, потрібно було витратити час у співвідношенні 2:3:1:4, а на останній ділянці швидкість була рівна 30 км/год.

Дано:

$$v_4 = 30 \text{ км/год}$$

$\ell$  – весь шлях

$t$  – весь час

$\ell_i$  – довжина  $i$ -ї ділянки шляху

( $i = 1 \div 4$ )

$t_i$  – час

затрачений на подолання  $i$ -ї

ділянки шляху

( $i = 1 \div 4$ )

$v_c$  – ?

Розв'язок

Весь шлях  $\ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4$ .

Враховуючи пропорцію, задану в умові бачимо, що весь шлях рівний 10-м одиничним довжинам ( $1+2+4+3=10$ ). Позначимо одиничну довжину як  $\ell_0$ .

Тоді весь шлях

$$\ell = \ell_0 + 2\ell_0 + 4\ell_0 + 3\ell_0 = 10\ell_0.$$

Звідси бачимо, що  $\ell_0 = \frac{\ell}{10}$ .

Виразимо довжини всіх чотирьох ділянок наступним чином:

$$\ell_1 = 1\ell_0 = \frac{1}{10}\ell,$$

$$\ell_2 = 2\ell_0 = \frac{2}{10}\ell,$$

$$\ell_3 = 4\ell_0 = \frac{4}{10}\ell,$$

$$\ell_4 = 3\ell_0 = \frac{3}{10}\ell.$$

Весь час, який затратив студент на дорогу

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4.$$

Враховуючи пропорцію, задану в умові бачимо, що весь час також рівний 10-м одиничним проміжкам часу ( $2+3+1+4=10$ ). Позначимо одиничний проміжок часу як  $t_0$ . Тоді весь час

$$t = 2t_0 + 3t_0 + t_0 + 4t_0 = 10t_0.$$

Звідси бачимо, що  $t_0 = \frac{t}{10}$ .

Виразимо час затрачений на подолання всіх чотирьох ділянок шляху наступним чином:

$$t_1 = 2t_0 = \frac{2}{10}t, \quad t_2 = 3t_0 = \frac{3}{10}t,$$

$$t_3 = t_0 = \frac{1}{10}t, \quad t_4 = 4t_0 = \frac{4}{10}t.$$

Середня швидкість визначається як  $v_c = \frac{\ell}{t}$ . В умові також дано швидкість на 4-й ділянці шляху. Причому  $v_4 = \frac{\ell_4}{t_4}$ , де  $\ell_4$  – довжина четвертої ділянки шляху ( $\ell_4 = \frac{3}{10}\ell$ ), а  $t_4$  – час затрачений на подолання четвертої ділянки шляху ( $t_4 = \frac{4}{10}t$ ).

$$\text{Тоді } v_4 = \frac{\ell_4}{t_4} = \frac{\frac{3}{10}\ell}{\frac{4}{10}t} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\ell}{t}.$$

Врахувавши формулу середньої швидкості запишемо:

$$v_4 = \frac{3}{4} \cdot \frac{\ell}{t} = \frac{3}{4}v_c.$$

$$\text{Звідси } v_c = \frac{4}{3}v_4 = \frac{4}{3} \cdot 30 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### Примітка.

У даній задачі цікавим є також знаходження швидкостей студента на перших трьох ділянках шляху.

Для прикладу, знайдемо швидкість руху на першій ділянці шляху (для інших ділянок шляху розв'язок буде аналогічним).

Позначимо швидкість студента на першій ділянці шляху як  $v_1$ .

За означенням  $v_1 = \frac{\ell_1}{t_1}$ . Підставляємо виведені нами величини і отримуємо

$$v_1 = \frac{\ell_1}{t_1} = \frac{\frac{1}{10}\ell}{\frac{2}{10}t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{t} = \frac{1}{2}v_c.$$



### ЗАДАЧА 14. (Комбінована)

Студент половину часу свого руху він йшов пішки з швидкістю  $6 \text{ км/год}$ , три четверти шляху, який залишився, він проїхав мотоциклом з швидкістю  $40 \text{ км/год}$ , решту шляху він проїхав велосипедом з швидкістю  $20 \text{ км/год}$ . Знайти середню швидкість на всьому шляху.

Дано:

$$v_1 = 6 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 40 \text{ км/год}$$

$$v_3 = 20 \text{ км/год}$$

$$t_1 = t_2 = \frac{t}{2},$$

$$t_2 = t'_2 + t'_3$$

$$l_2 = l'_2 + l'_3$$

$$l'_2 = \frac{3}{4} l_2, \quad l'_3 = \frac{1}{4} l_2$$

$$v_c - ?$$

Розв'язок

Задачі такого типу слід розв'язувати поетапно, тобто поділити задачу на необхідну кількість підзадач.

У нашому випадку розділимо задачу на дві частини. Спочатку знайдемо середню швидкість студента за другу половину часу  $t_2$  (оскільки, за умовою, за цей час він долав ділянки шляху різної довжини з різними швидкостями), а далі знайдемо шукане  $v_c$  на всьому шляху.

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ , де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

**А)** Середня швидкість студента за другу половину часу рівна

$$v_{c2} = \frac{l'_2 + l'_3}{t'_2 + t'_3} = \frac{l_2}{?+?}, \text{ причому, часові проміжки руху студента невідомі.}$$

$$\text{Знайдемо їх } t'_2 = \frac{l'_2}{v_2} = \frac{\frac{3}{4}l_2}{v_2} = \frac{3l_2}{4v_2}, \quad t'_3 = \frac{l'_3}{v_3} = \frac{\frac{1}{4}l_2}{v_3} = \frac{l_2}{4v_3}.$$

$$\text{Тоді, } v_{c2} = \frac{l'_2 + l'_3}{t'_2 + t'_3} = \frac{l_2}{\frac{3l_2}{4v_2} + \frac{l_2}{4v_3}} = \frac{l_2}{\frac{3l_2v_3 + l_2v_2}{4v_2v_3}} = \frac{4v_2v_3}{3v_3 + v_2}.$$

$$\text{Розрахуємо значення } v_{c2} = \frac{4v_2v_3}{3v_3 + v_2} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 20}{3 \cdot 20 + 40} = \frac{3200}{100} = 32 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

**Б)** Загальну середню швидкість студента можна знайти як середнє арифметичне  $v_1$  та  $v_{c2}$ , оскільки час руху на цих ділянках шляху є однаковим.

$$v_c = \frac{v_1 + v_{c2}}{2}, \quad v_c = \frac{6 + 32}{2} = 19 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 15. (Комбінована)

Студент проїхав половину шляху на велосипеді зі швидкістю  $v_1 = 12 \text{ км/год}$ , далі половину часу що залишився зі швидкістю  $v_2 = 10 \text{ км/год}$ , а решту шляху він йшов пішки зі швидкістю  $v_3 = 6 \text{ км/год}$ . Знайти середню швидкість студента на всьому шляху.

Дано:

$$v_1 = 12 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 10 \text{ км/год}$$

$$v_3 = 6 \text{ км/год}$$

$$v_c = ?$$

Розв'язок

За означенням  $v_c = \frac{\ell}{t}$ , де у чисельнику весь

шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

Час руху  $t = t_1 + t_2 + t_3$ , на трьох ділянках шляху, відповідно.

Причому  $t_1 = \frac{\ell}{2v_1}$  – час руху на першій половині шляху,  $t_2$  – час руху

на другій ділянці шляху, а  $t_3$  – на третій. За умовою  $t_2 = t_3$ , а також

$$\frac{\ell}{2} = v_2 t_2 + v_3 t_3 = (v_2 + v_3) \cdot t_2$$

$$\text{Отже, } t_2 = \frac{\ell}{2(v_2 + v_3)}.$$

Підставляючи  $t_1$  та  $t_2 + t_3 = 2t_2$  у вираз для середньої швидкості отримаємо:

$$v_c = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell}{\frac{\ell}{2v_1} + \frac{\ell}{v_2 + v_3}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 9,6 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

### ЗАДАЧА 16. (Комбінована)

Студент проїхав першу половину шляху зі швидкістю  $60 \text{ км/год}$ , частину шляху, який залишився, він половину часу йшов зі швидкістю  $15 \text{ км/год}$ , а останню ділянку зі швидкістю  $45 \text{ км/год}$ . Знайдіть середню швидкість студента на всьому шляху.

Дано:

$$v_1 = 60 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 15 \text{ км/год}$$

$$v_3 = 45 \text{ км/год}$$

$$l_1 = l_2 = \frac{l}{2},$$

$$l_2 = l'_2 + l'_3$$

$$t_2 = t'_2 + t'_3$$

$$t'_2 = t'_3 = \frac{1}{2} t_2$$

$$v_c - ?$$

Розв'язок

Розділимо задачу на дві частини. Спочатку знайдемо середню швидкість студента на другій ділянці шляху, а далі знайдемо шукане  $v_c$  на всьому шляху.

За означенням  $v_c = \frac{l}{t}$ , де у чисельнику весь шлях, а у знаменнику весь час затрачений на дорогу.

**А)** Середню швидкість студента на другій половину шляху можна знайти як середнє арифметичне  $v_2$  та  $v_3$ , оскільки час руху на цих ділянках шляху є однаковим. Тобто

$$v_{c2} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{15 + 45}{2} = 30 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

**Б)** Загальну середню швидкість студента знаходимо наступним чином:

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l}{? + ?}.$$

Знаходимо час, який студент затратив на подолання обох ділянок шляху.

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{l}{2}}{v_1} = \frac{l}{2v_1}, \quad t_2 = \frac{l_2}{v_{c2}} = \frac{\frac{l}{2}}{v_{c2}} = \frac{l}{2v_{c2}}.$$

Отже,

$$v_c = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l}{\frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_{c2}}} = \frac{l}{\frac{lv_{c2} + lv_1}{2v_1v_{c2}}} = \frac{2v_1v_{c2}}{v_{c2} + v_1}.$$

Розрахуємо значення

$$v_c = \frac{2v_1v_{c2}}{v_{c2} + v_1} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 30}{30 + 60} = \frac{3600}{90} = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

## ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ МОДУЛЯ ЧИ ВЕКТОРА СЕРЕДНЬОЇ ШВИДКОСТІ

### ЗАДАЧА 17.

Першу половину часу тіло рухалося зі швидкістю  $60 \text{ м/с}$  під кутом  $\alpha_1 = 30^\circ$  до заданого напрямку, а другу – зі швидкістю  $80 \text{ м/с}$  під кутом  $\alpha_2 = 120^\circ$  до того самого напрямку. Знайти середню швидкість переміщення.

<p><u>Дано:</u>  <math>v_1 = 60 \text{ м/с}</math>  <math>v_2 = 80 \text{ м/с}</math>  <math>\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 120^\circ</math>  <math>\Delta t_1 = \Delta t_2 = \frac{\Delta t}{2}</math>,  де <math>t</math> - весь час руху</p>	<p><u>Розв'язок</u>  За умовою слід знайти середню векторну швидкість. Тобто використовуємо формулу  <math display="block">\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}</math> Сумарне переміщення тіла: <math>\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2</math>.  Тоді  <math display="block">\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2}{2\Delta t_i} \quad (i=1 \text{ або } 2, \text{ оскільки за умовою вони рівні}).</math></p>
$ \vec{v}_c  - ?$	

$$\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2}{2\Delta t_i} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t_1} + \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t_2} \right) = \frac{1}{2} (\vec{v}_1 + \vec{v}_2).$$

Проектуємо на осі

$$Ox: \quad \vec{v}_{cx} = \frac{v_1 \cos \alpha_1 + v_2 \cos \alpha_2}{2} = \frac{60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 80 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = (15\sqrt{3} - 20) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$Oy: \quad \vec{v}_{cy} = \frac{v_1 \sin \alpha_1 + v_2 \sin \alpha_2}{2} = \frac{60 \cdot \frac{1}{2} + 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = (15 + 20\sqrt{3}) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Модуль вектора середньої швидкості рівний

$$|\vec{v}_c| = \sqrt{v_{cx}^2 + v_{cy}^2} = \sqrt{(15\sqrt{3} - 20)^2 + (15 + 20\sqrt{3})^2} = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

### ЗАДАЧА 18.

Матеріальна точка здійснює два послідовні переміщення. Вектор першого переміщення напрямлений під кутом  $\alpha_1 = 30^\circ$  до осі  $OX$ , причому на цій ділянці точка рухається прямолінійно і рівномірно зі швидкістю  $v_1 = 10 \text{ м/с}$ . Вектор другого переміщення напрямлений під кутом  $\alpha_2 = 90^\circ$  до осі  $OX$ , а його модуль вдвічі більше модуля першого переміщення. Рух на другій ділянці також рівномірний і прямолінійний, однак зі швидкістю  $v_2 = 20 \text{ м/с}$ . Знайдіть середню швидкість переміщення  $\vec{v}_c$  і середню (шляхову) швидкість на всьому шляху  $v_{c, \text{шляхова}}$ .

Дано:

$$v_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 90^\circ$$

$$AC=S$$

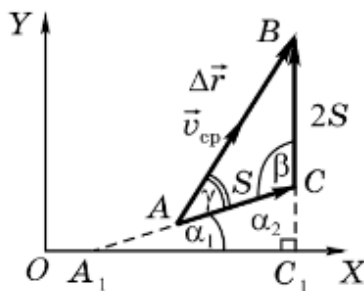
$$CB=2S$$

$$\vec{v}_c - ?$$

$$\vec{v}_s - ?$$

Розв'язок

Побудуємо рисунок



Нехай  $\vec{AC}$  – перше переміщення, а  $\vec{CB}$  – друге переміщення. Вектор повного переміщення  $\vec{\Delta r} = \vec{AB}$ . Знайдемо його модуль.

$\angle ACB = \beta$  – зовнішній кут  $\Delta A_1 C_1 C$ , тому він рівний сумі двох внутрішніх кутів не суміжних з ним. Тобто  $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 = 120^\circ$ .

За умовою задачі, модуль першого переміщення  $AC=S$ , а другого  $CB=2S$ .

Із  $\Delta ACB$  за теоремою косинусів отримаємо

$$\begin{aligned} |\vec{\Delta r}| = AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \beta} = \\ &= \sqrt{S^2 + (2S)^2 - 2 \cdot S \cdot 2S \cdot \cos 120^\circ} = S\sqrt{7}. \end{aligned}$$

Оскільки рух на відрізках  $AC$  та  $CB$  рівномірний, то час за який здійснено переміщення  $\vec{AC}$  рівний  $t_1 = \frac{S}{v_1}$ , а час за який здійснено

переміщення  $\vec{CB}$  рівний  $t_2 = \frac{2S}{v_2}$ .

Весь час руху

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{v_1} + \frac{2S}{v_2} = \frac{S(2v_1 + v_2)}{v_1 v_2}.$$

За означенням, середня швидкість переміщення  $\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ,

а її модуль

$$|\vec{v}_c| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{S\sqrt{7}}{S(2v_1 + v_2)/v_1 v_2} = \frac{\sqrt{7}v_1 v_2}{2v_1 + v_2} = 13,2 \frac{M}{c}.$$

Знайдемо напрям вектора  $\vec{v}_c$ . Він утворює кут  $\gamma$  з вектором  $\vec{AC}$ . Із  $\Delta ABC$  за теоремою синусів отримаємо

$$\frac{2S}{\sin \gamma} = \frac{\Delta r}{\sin \beta},$$

звідки

$$\sin \gamma = \frac{2S \cdot \sin \beta}{\Delta r} = \frac{2S}{S\sqrt{7}} \sin 120^\circ = \sqrt{\frac{3}{7}},$$

а кут

$$\gamma = \arcsin \sqrt{\frac{3}{7}} = 25,4^\circ.$$

Отже, кут який утворює вектор середньої швидкості з віссю  $OX$ , рівний  $\gamma + \alpha_1 = 55,4^\circ$ .

Середня швидкість на всьому шляху  $v_{c, \text{шлях}}$  визначається як відношення всього пройденого шляху до повного часу руху, тобто

$$v_{c, \text{шляхова}} = \frac{S + 2S}{t} = \frac{3S}{t} = \frac{3S}{S(2v_1 + v_2)/v_1 v_2} = \frac{3v_1 v_2}{2v_1 + v_2},$$

$$v_{c, \text{шляхова}} = \frac{3v_1 v_2}{2v_1 + v_2} = 15 \frac{M}{c}.$$

### ЗАДАЧА 19.

Матеріальна точка пройшла шлях рівний половині кола. Знайти відношення середньої шляхової швидкості  $v_{c, \text{шляхова}}$  до модуля середньої векторної швидкості  $|\vec{v}_c|$ .

<u>Дано:</u> $v_{c, \text{шляхова}}$ $ \vec{v}_c $
$\frac{ \vec{v}_c }{v_{c, \text{шляхова}}} = ?$

#### Розв'язок

За означенням середніх значень шляхової та векторної швидкостей з врахуванням того, що шлях, пройдений матеріальною точкою за час руху  $\pi t$  рівний  $R$ , а величина переміщення  $2R$ , де  $R$  – радіус кола, отримуємо:

$$v_{c, \text{шляхова}} = \frac{s}{t} = \frac{\pi R}{t}, \quad |\vec{v}_c| = \frac{\Delta \vec{r}}{t} = \frac{2R}{t}.$$

Тоді  $\frac{|\vec{v}_c|}{v_{c, \text{шляхова}}} = \frac{\pi}{2} = 1,6.$

### ЗАДАЧА 20.

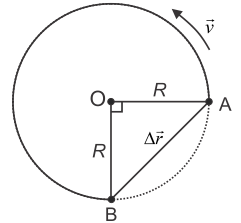
Матеріальна точка рухається рівномірно по колу зі швидкістю  $v$  і за деякий час пройшла  $\frac{3}{4}$  кола. Знайти модуль вектора середньої швидкості точки.

<u>Дано:</u> $v = \text{const}$
$ \vec{v}_c  = ?$

#### Розв'язок

Розв'язуючи задачі на рух по колу слід зауважити, що

$$v = \text{const}, \text{ однак } \vec{v} \neq \text{const}!$$



Модуль середньої швидкості  $|\vec{v}_c| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right|.$

Пройдений шлях  $\ell = \frac{3}{4} \cdot 2\pi R = \frac{3}{2} \pi R$ . Для знаходження модуля вектора

переміщення знайдемо довжину хорди, що опирається на дугу  $\frac{3}{2} \pi R$ .

Модуль переміщення  $|\Delta \vec{r}| = \sqrt{2}R$ . Отже,  $|\vec{v}_c| = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t}$ .

Час руху  $\Delta t = \frac{\ell}{v} = \frac{\frac{3}{2} \pi R}{v} = \frac{3\pi R}{2v}$ , і відповідно  $|\vec{v}_c| = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{3\pi R}{2v}} = \frac{2\sqrt{2}v}{3\pi}$ .

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

### ЗАДАЧА 1.

Два студенти одночасно виїхали з пункту А в пункт В. Один з них їхав з постійною швидкістю  $v_1$  по прямій дорозі, що з'єднує пункти А і В. Другий їхав по дорозі, яка є дугою півкола, діаметром якого є пряма АВ. У пункт В студенти приїхали одночасно. Знайти середню швидкість другого студента.

Відповідь.  $0,5\pi v_1$ .

### ЗАДАЧА 2.

Стержень виготовлено з великої кількості відрізків, що чергуються, які виготовлено з двох різних матеріалів. Довжина відрізків з одного матеріалу рівна  $\ell_1$ , а швидкість звуку в них рівна  $v_1$ . Для відрізків з другого матеріалу довжина і швидкість звуку рівні  $\ell_2$  і  $v_2$ . Яка середня швидкість звуку у стержні?

Відповідь.  $v_c = v_1 v_2 \frac{\ell_1 + \ell_2}{\ell_1 v_2 + \ell_2 v_1}$ .

### ЗАДАЧА 3.

Студент рухався  $t = 20$  с із середньою швидкістю  $v_c = 4$  м/с. Відомо, що за останні  $t_2 = 4$  с руху середня швидкість студента була рівна  $v_{c2} = 10$  м/с. Знайдіть середню швидкість студента  $v_{c1}$  за перші  $t_1 = 16$  с руху.

Відповідь.  $v_{c1} = 2,5$  м/с.

### ЗАДАЧА 4.

Студент рухався зі швидкістю 6 м/с дві третини всього часу, іншу третину часу він рухався зі швидкістю 9 м/с. Знайдіть середню швидкість студента.

Відповідь.  $v_c = 7$  м/с.

### ЗАДАЧА 5.

Перші дві години студент рухався зі швидкістю 50 км/год, наступну годину зі швидкістю 100 км/год, а далі дві години зі швидкістю 75 км/год. Знайдіть середню швидкість студента на всьому шляху.

Відповідь.  $v_c = 70$  км/год.



### ЗАДАЧА 6.

Перші третину шляху студент рухався зі швидкістю  $60 \text{ км/год}$ , другу третину зі швидкістю  $120 \text{ км/год}$ , а останню зі швидкістю  $110 \text{ км/год}$ . Знайдіть середню швидкість студента на всьому шляху.

Відповідь.  $v_c = 88 \text{ км/год}$ .

### ЗАДАЧА 7.

Студент переплив море на яхті із середньою швидкістю  $21 \text{ км/год}$ . Повертався він літаком зі швидкістю  $567 \text{ км/год}$ . Знайдіть середню швидкість студента на всьому шляху.

Відповідь.  $v_c = 40,5 \text{ км/год}$ .

### ЗАДАЧА 8.

Першу половину часу студент рухався на північ із середньою швидкістю  $3 \text{ км/год}$ , а другу – на захід із швидкістю  $4 \text{ км/год}$ . Знайдіть різницю між модулем середньої шляхової швидкості та модулем вектора середньої швидкості.

Відповідь.  $1 \text{ км/год}$ .

### ЗАДАЧА 9.

Першу третину шляху студент рухався зі швидкістю у два рази більшою ніж другу третину, а другу третину зі швидкістю у два рази більшою ніж останню третину шляху. Знайдіть швидкості руху студента на всіх ділянках шляху, якщо його середня швидкість рівна  $12 \text{ км/год}$ .

Відповідь.  $v_1 = 28 \text{ км/год}$ ,  $v_2 = 14 \text{ км/год}$ ,  $v_3 = 7 \text{ км/год}$ .

### ЗАДАЧА 10.

Студент першу третину часу затраченого на дорогу їхав зі швидкістю  $10 \text{ м/с}$ , а другі дві третини зі швидкістю  $20 \text{ м/с}$ . Знайдіть середню швидкість за весь час руху.

Відповідь.  $v_c = 16,6 \text{ м/с}$ .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ТА ІНТЕРНЕТ ДЖЕРЕЛ

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: у 3-х книгах. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміки: навч. посіб. К: Вища школа, 2002. 375 с.
2. Ляшенко Я.О. Збірник задач з фізики з прикладами розв'язання : навч. посіб.: у 2 ч. Частина 1. Механіка. Термодинаміка. Електростатика: / Я.О. Ляшенко, О.В. Хоменко. Суми: Сумський державний університет, 2013. 224 с.

<https://formula.kr.ua/Rivnomirniy-pryamoliniyniy-ruh/serednia-shvydkist.html>

[http://astronomy.hol.es/?page\\_id=200](http://astronomy.hol.es/?page_id=200)

<http://narodna-osvita.com.ua/6714-nervnomrniy-ruh-serednya-shvidkst-nervnomrnogo-ruhu.html>

<https://disted.edu.vn.ua/courses/learn/307>

<http://physics-khorol.blogspot.com/2015/11/blog-post.html>

<https://studfiles.net/preview/4436677/page:2/>

*Навчальне видання*

**Білак Юрій Юрійович,  
Кут Василь Іванович**

# **СЕРЕДНЯ ШВИДКІСТЬ**

Навчально-методичний посібник

Папір офс. Гарнітура Times New Roman  
Ум. друк. арк. 2,09.  
Формат 60x84/16 Зам. № 34.

Віддруковано у редакційно-видавничому відділі  
видавництва УжНУ «Говерла»  
88015, м. Ужгород, вул. Заньковецької, 89  
e-mail: dep-editors@uzhnu.ua

*Свідоцтво про внесення до державного реєстру  
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції  
Серія 3т №32 від 31 травня 2006 року*

