ЧАС ПЕРЕДАЧІ КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ МІЖ ДВОМА АТОМАМИ КУБІТАМИ

С.М. Кузьма, В.Ю. Лазур, В.В. Рубіш

ДВНЗ "Ужгородський національний університет", Ужгород
e-mail: kuzma.svitlana@uzhnu.edu.ua

У зв'язку з бурхливим розвитком квантової оптики останнім часом усе більший інтерес викликають багаточастинкові задачі, що описують системи кубітів, керовані зовнішніми полями [1]. Існує безліч різних квантових систем, що моделюють кубіти – носії одиниці квантової інформації [1, 2]. Одним з можливих варіантів є використання в цій якості дворівневих атомів. Зазвичай зв'язок атомів у задачах квантової оптики і квантової інформатики здійснюється за допомогою запізнюючої взаємодії атомів між собою, а когерентний контроль системи здійснюється за рахунок їх взаємодії з полем реальних фотонів.

Перспективні схеми реалізації двокубітових квантових логічних операцій з нейтральними атомами можуть ґрунтуватися на ефекті резонансної передачі квантової інформації між двома віддаленими кубітами з урахуванням запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів у полі реальних фотонів [3]. У цих схемах як квантові інформаційні канал зв'язку можуть використовуватися сплутані колективні (симетричний та антисиметричний) стани системи з двох однакових дворівневих атомів.

В подальшому нами використовується концепція складного ("компаунд") об'єкта, а саме "$\text{атом}\, A(1) + \text{атом}\, A(2) + \text{поле}\, F$". У відповідності з цією концепцією при аналізі процесів передачі квантової інформації між кубітами $A(1)$ та $A(2)$ зручно розглядати поле як систему з визначеним числом квантів n_ω і включати його у незбурений гамільтоніан $\widehat{H}$. Повний гамільтоніан $\widehat{H}$ компаунд-системи "$A(1) + A(2) + F$" має вигляд:

$$\widehat{H} = \widehat{H}_0 + \widehat{H}_{int} = \widehat{H} + \widehat{H}_F + \widehat{H}_{int}. \tag{1}$$

Тут $\widehat{H}_0 = \widehat{H} + \widehat{H}_F = \widehat{H}_1(\vec{r}_1) + \widehat{H}_2(\vec{r}_2) + \widehat{V}^{(\pm)}_{\text{дип}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; R) + \widehat{H}_F$, $\widehat{H}_1$, $\widehat{H}_2$ –гамільтоніани ізольованих атомів $A(1)$ і $A(2)$ відповідно; $\vec{R}$ – вектор відстані між ядрами атомів; $\widehat{V}^{(\pm)}_{\text{дип}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; R)$– оператор взаємодії атомів $A(1)$ і $A(2)$ на довільній відстані один від одного в електричному дипольному наближенні (див. [3]); радіус-вектори електронів $\vec{r}_1$ і $\vec{r}_2$ відносяться до першого $A(1)$ і другого $A(2)$

атома відповідно. У представленні вторинного квантування гамільтоніан $\widehat{H}_F$ і енергія E_ω вільного поля фотонів визначаються стандартними виразами

$$\widehat{H}_F = \sum_\omega \hbar\,\omega \hat{a}_\omega^+ \hat{a}_\omega, \quad E_\omega = \sum_\omega \hbar\,\omega n_\omega,$$

де n_ω – число фотонів частоти ω у нормувальному об'ємі V_R, $\hat{a}_\omega^+$ і $\hat{a}_\omega$ – оператори породження і знищення фотонів у представленні чисел заповнення n_ω фотонних станів $|n_\omega\rangle$; $\widehat{H}_{int}$ – гамільтоніан взаємодії одноелектронного атома $A(2)$ з полем реальних фотонів.

Динаміку симетричного $\widetilde{\Psi}_m^{(0)} \to \widetilde{\Psi}_s^{(0)}$ і антисиметричного $\widetilde{\Psi}_n^{(0)} \to \widetilde{\Psi}_a^{(0)}$ каналів взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів можна розглядати окремо один від одного. У випадку симетричного каналу $\widetilde{\Psi}_m^{(0)} \to \widetilde{\Psi}_s^{(0)}$ для амплітуд станів $a_m(t)$ і $a_n(t)$ (тобто коефіцієнтів при базисних функціях $\widetilde{\Psi}_m^{(0)}$ і $\widetilde{\Psi}_s^{(0)}$) з нестаціонарного рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (1) отримаємо звичним чином наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} i\hbar\frac{da_m}{dt_1} &= F_{mn}\exp[i(\omega_{mn}+\omega+i\gamma_n)t_1]a_n = F_{mn}\exp(i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)t_1)a_n,\\ i\hbar\frac{da_n}{dt_1} &= F_{nm}\exp(-i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)t_1)a_m,\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

де $\varepsilon_+ = (\delta E_s - \hbar\Delta)/\hbar$, $\gamma_n = \Gamma_n/2$, $\Gamma_n = \Gamma_{s(a)} = \gamma_0 + \gamma_{s(a)}$.

Розв'язок системи (2) у випадку періодичного за часом збурення набуває вигляду:

$$a_m = \exp\left(-\frac{\gamma_n - i\varepsilon_+}{2}t_1\right)\left\{\cos\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big) - \frac{i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)}{2(\Omega_+ + i\beta_+)}\sin\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big)\right\}, \qquad (3)$$

$$\tilde{a}_n = a_n e^{-\gamma_n t_1} = -\frac{iF_{nm}}{(\Omega_+ + i\beta_+)\hbar}\exp\left(-\frac{\gamma_n + i\varepsilon_+}{2}t_1\right)\sin\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big). \qquad (4)$$

Тут Ω_+ і β_+ – дійсні числа, що визначаються співвідношенням:

$$\Omega_+ + i\beta_+ = \left\{\frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{(\varepsilon_+ + i\gamma_n)^2}{4}\right\}^{1/2}.$$

При одержанні виразів (3) та (4) було враховано затухання ($\gamma_n \neq 0$), що призводить до появи уявних частин у частотах $\omega^{(1,2)}$ і, тим самим, до затухання амплітуд колективних станів $\widetilde{\Psi}_m^{(0)}$ і $\widetilde{\Psi}_n^{(0)}$.

Проведене в [4] дослідження показує, що при врахуванні диполь-дипольної взаємодії атомів без запізнювання обмін збудженнями між атомами визначається характерним часом обміну $\hbar/\delta E'_s$, де $\delta E'_s$ дається виразом

$$\delta E'_{s,a} = \pm \frac{e^2}{R^3} |\langle n|\vec{r}|0\rangle|^2 \Phi(1,2). \tag{5}$$

Якщо в деякий момент часу система, що складається з двох однакових атомів, знаходиться в стані, в якому збудженим є тільки один атом, то це збудження внаслідок резонансної взаємодії через час $\tau' = \hbar/\delta E'_s$ передасться іншому атому. Чим ближче атоми один до одного, тим швидше відбувається перехід енергії збудження від одного атома до іншого. При цьому час τ' передачі збудження значно менший часу життя Γ_n^{-1} атома у збудженому стані. Тому затухання станів у процесі передачі збудження від атома до атома не враховувалось.

У відповідності з поставленими початковими умовами $a_m(0) = 1, \tilde{a}_n(0) = 0$ в момент часу $t_1 = 0$ розглядувана компаунд-система знаходиться в стані $\widetilde{\Psi}_m^{(0)}$. Проте уже в наступні моменти часу t_1 під впливом збурення $\widehat{H}_{int}$ вона еволюціонує в суперпозиційний стан $\widetilde{\Psi}_s(t_1)$, який відповідає симетричному каналу взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів:

$$\begin{gathered}\widetilde{\Psi}_s(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4} t_1 + i\frac{\varepsilon_+}{2} t_1\right) \times \\ \times \left[\cos\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big) - \frac{i(\varepsilon_+ + i\Gamma_s/2)}{2(\Omega_+ + i\beta_+)} \sin\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big)\right] \times \\ \times \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle - \frac{iF_{nm}}{\hbar(\Omega_+ + i\beta_+)} \exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4} t_1 - i\frac{\varepsilon_+}{2} t_1\right) \times \\ \times \sin\big((\Omega_+ + i\beta_+)t_1\big) \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) + \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)] \times \\ \times \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar)|n_\omega - 1\rangle.\end{gathered} \tag{6}$$

У випадку антисиметричного каналу взаємодії компаунд система переходить у суперпозиційний стан $\widetilde{\Psi}_a(t_1)$:

$$\begin{gathered}\widetilde{\Psi}_a(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4} t_1 + i\frac{\varepsilon_-}{2} t_1\right) \times \\ \times \left[\cos\big((\Omega_- + i\beta_-)t_1\big) - \frac{i(\varepsilon_- + i\Gamma_a/2)}{2(\Omega_- + i\beta_-)} \sin\big((\Omega_- + i\beta_-)t_1\big)\right] \times \\ \times \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle - \frac{iF_{nm}}{\hbar(\Omega_- + i\beta_-)} \exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4} t_1 - i\frac{\varepsilon_-}{2} t_1\right) \times \\ \times \sin\big((\Omega_- + i\beta_-)t_1\big) \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) - \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)] \times \\ \times \exp(+i\delta E_s t_1/\hbar)|n_\omega - 1\rangle.\end{gathered} \tag{7}$$

Тут для спрощення запису формул використано наступні позначення:

$$\varepsilon_\pm = (\pm\delta E_s - \hbar\Delta)/\hbar, \quad \Omega_\pm + i\beta_\pm = \left\{\frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{\left(\varepsilon_\pm + i\Gamma_{s(a)}/2\right)^2}{4}\right\}^{1/2}. \tag{8}$$

Таким чином, кінцевий стан компаунд-системи "$A(1)+A(2)+F$" є суперпозицією (лінійною комбінацією) станів $\widetilde{\Psi}_s(t_1)$ та $\widetilde{\Psi}_a(t_1)$:

$$\widetilde{\Psi}(t_1)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\widetilde{\Psi}_s(t_1)+\widetilde{\Psi}_a(t_1)\right]. \tag{9}$$

Збираючи разом одержані для $\widetilde{\Psi}_s(t_1)$ і $\widetilde{\Psi}_a(t_1)$ формули, представимо хвильову функцію $\widetilde{\Psi}(t_1)$ у вигляді лінійної комбінації:

$$\widetilde{\Psi}(t_1)=A_1\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle+A_2\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega-1\rangle+A_3\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)|n_\omega-1\rangle,$$

де амплітуди ймовірності можливих станів компаунд-системи даються виразами:

$$\begin{aligned}\mathrm{A}_1=\frac{1}{2}\Bigg\{&\exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4}t_1+i\frac{\varepsilon_+}{2}t_1\right)\Bigg[\cos((\Omega_++i\beta_+)t_1)\\&-\frac{i(\varepsilon_++\frac{i\Gamma_s}{2})}{2(\Omega_++i\beta_+)}\sin\big((\Omega_++i\beta_+)t_1\big)\Bigg]+\\&\exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4}t_1+i\frac{\varepsilon_-}{2}t_1\right)\left[\cos((\Omega_-+i\beta_-)t_1)-\frac{i(\varepsilon_-+\frac{i\Gamma_a}{2})}{2(\Omega_-+i\beta_-)}\sin((\Omega_-+i\beta_-)t_1)\right]\Bigg\},\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}A_2=-\frac{iF_{nm}}{2\hbar}\Bigg[&\frac{\sin\big((\Omega_++i\beta_+)t_1\big)}{\Omega_++i\beta_+}\exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4}t_1-i\frac{\varepsilon_+}{2}t_1\right)\times\\&\times\exp(-i\delta E_s t_1/\hbar)+\\&+\frac{\sin\big((\Omega_-+i\beta_-)t_1\big)}{\Omega_-+i\beta_-}\exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4}t_1-i\frac{\varepsilon_-}{2}t_1\right)\exp(i\delta E_s t_1/\hbar)\Bigg],\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}A_3=\frac{iF_{nm}}{2\hbar}\Bigg[&-\frac{\sin\big((\Omega_++i\beta_+)t_1\big)}{\Omega_++i\beta_+}\exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4}t_1-i\frac{\varepsilon_+}{2}t_1\right)\times\\&\times\exp(-i\delta E_s t_1/\hbar)+\\&+\frac{\sin\big((\Omega_-+i\beta_-)t_1\big)}{\Omega_-+i\beta_-}\exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4}t_1-i\frac{\varepsilon_-}{2}t_1\right)\exp(i\delta E_s t_1/\hbar)\Bigg].\end{aligned} \tag{12}$$

Формули (10)– (12) являють собою основний підсумок проведеного дослідження. Передусім звернемо увагу на те, що ці формули дають можливість виявляти та контролювати точно усі ефекти, пов'язані з впливом запізнюючої взаємодії атомів і затухання станів на процес передачі квантової інформації між двома атомами-кубітами. З обмінно-резонансної природи переносу енергії збудження від одного атома до іншого випливає, що ефективність передачі квантової інформації повинна сильно залежати від міжатомної відстані та взаємної орієнтації дипольних моментів переходу атомів. При цьому взаємодія дворівневих атомів між собою, що описується оператором $\hat{V}^{(\pm)}_{\text{дип}}$, і взаємодія одного з них з полем реальних фотонів складають набір простих інструментів для керування внутрішніми квантовими станами $\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle$, $\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega - 1\rangle$ і $\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)|n_\omega - 1\rangle$ компаунд-системи "$A(1) + A(2) + F$", що представляє безперечний інтерес з точки зору їх практичного застосування для реалізації квантових логічних операцій NOT і CNOT.

[1] K.A. Valiev, Phys. Usp. 48, 1 (2005).
[2] V.Yu. Lazur, S.I. Myhalyna, O.K. Reity, Phys. Rev. A. 81, 062707 (2010).
[3] V.Yu. Lazur, S.I. Myhalyna, O.K. Reity, V.V. Rubish, M.I. Karbovanets, Scientific Herald of Uzhhorod University. Series Physics 45, 73 (2019).
[4] A.S. Davydov, Quantum Mechanics, 2nd Ed. (Pergamon Press, Oxford, 1976).