

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Хімічний факультет
Кафедра екології та охорони навколишнього середовища

Роман Л.Ю., Чундак С.Ю., Марійчук Р.Г.

Методичні вказівки до лабораторного практикуму

з дисципліни

«МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ДОВКІЛЛЯ»

*для студентів IV-го курсу хімічного факультету,
спеціальності 6.101 Екологія*

Ужгород – 2021

Методичні вказівки призначені для полегшення самопідготовки студентів до виконання ними лабораторного практикуму та екзамену з навчальної дисципліни «Моделювання та прогнозування стану довкілля». Її розроблено у відповідності з навчальною програмою дисципліни, яка затверджена на засіданні кафедри екології та охорони навколишнього середовища хімічного факультету ДВНЗ «УжНУ» (протокол №1 від 27 серпня 2020р.).

Рецензенти:

Туряниця Іван Іванович, декан інженерно-технічного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет», к. фіз.-мат. наук, доцент, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки.

Барчій Ігор Євгенович, д.х.н., професор, завідувач кафедрою неорганічної хімії хімічного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

Автори:

Роман Людмила Юріївна, к.х.н., доцент кафедри екології та охорони навколишнього середовища хімічного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

Чундак Степан Юрійович, д.х.н., професор, професор кафедри екології та охорони навколишнього середовища хімічного факультету ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

Марійчук Руслан Тарасович, к.х.н., доц., зав. кафедрою екології факультету гуманітарних і природничих наук Пряшівського університету, Словачька Республіка.

Роман Л. Ю., Чундак С.Ю., Марійчук Р.Т. Методичні вказівки до лабораторного практикуму з дисципліни «Моделювання та прогнозування стану довкілля» для студентів хімічного факультету, спеціальності 6.101 Екологія. – Ужгород: Вид-во «_____», 2021. – 54 с.

Рекомендовано до друку

кафедрою екології та охорони навколишнього середовища (протокол №7 від 01.02.2021р.), навчально-методичною комісією хімічного факультету (протокол №5 від 22.02.2021р.) та Вченою радою хімічного факультету ДВНЗ «УжНУ» (протокол №5 від 23.02.2021р.)

ПЕРЕДМОВА

Дані методичні вказівки призначені для полегшення самостійної підготовки студентів при вивченні практичних основ математичного апарату, який застосовують при моделюванні і прогнозуванні стану об'єктів довкілля в рамках робочої програми навчальної дисципліни «Моделювання та прогнозування стану об'єктів довкілля», яка включає: 150 год, 5 кредитів, з них: 28 год лекційних, 28 год лабораторних, 18 год практичних занять та 76 год самостійної роботи студентів. Підсумковий контроль – у вигляді екзамену.

Методичні вказівки можуть бути корисні для студентів та викладачів суміжних спеціальностей, фахівців з питань охорони довкілля і проблем природокористування.

Складні обчислювальні задачі, що виникають при моделюванні розвитку та функціонування екологічних систем або процесів, які відбуваються у природі можна розбити на ряд елементарних задач: обчислення інтегралів, розв'язування звичайних та диференціальних рівнянь і т.д. Для таких задач вже розроблені методи розв'язку та створені такі прикладні програми, як Microsoft Excel, Statistica і MathCad, які дозволяють виконувати як числові, так і аналітичні (символьні) обчислення, мають зручний та пристосований математично-орієнтований інтерфейс і чудові засоби графіки.

Мета методичних вказівок — ознайомити студентів з аналітичними та чисельними методами розв'язування задач у процесі моделювання та прогнозування стану довкілля та навчити користуватися найпростішими методами обчислень з використанням сучасних інформаційних технологій.

Лабораторні роботи варто виконувати в наступній послідовності:

- вивчити теоретичні основи теми відповідної лабораторної роботи;
- використовуючи ЕОМ виконати завдання свого варіанту для лабораторної роботи відповідної навчальної теми курсу;
- отримавши розв'язок завдання лабораторної роботи результати необхідно представити у вигляді графічної залежності;
- письмово, у робочих зошитах, оформити звіт про виконання лабораторної роботи;
- провести аналіз отриманих рішень та зробити висновки по роботі.

Після виконання лабораторного практикуму студент повинен:

знати:

- можливості обчислень в системі Microsoft Excel;
- технологію використання основних елементарних функцій до моделювання і прогнозування стану довкілля;
- технологію обчислення диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь чисельними методами;

- технологію обчислення концентрації домішки у річковій системі;
- технологію обчислення динаміки популяцій;
- технологію обчислення розчиненого у воді кисню;
- технологію обчислення максимальної приземної концентрації пилогазової суміші у атмосферному повітрі;
- технологію обчислення міграції важких металів у ґрунтових системах, тощо.

вміти:

- виконувати нескладні спеціальні обчислення в системі Microsoft Excel;
- використовувати різні чисельні методи для обчислення диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь;
- застосовувати елементарні функціональні залежності для моделювання і прогнозування екологічних систем;
- виконувати обрахунки концентрації забруднювальних речовин у водних системах, атмосферному повітрі та ґрунтах;
- проводити розрахунок вмісту розчиненого кисню у відкритих водоймах;
- графічно представляти функціональну залежність двох величин;
- моделювати динаміку чисельності популяцій у різних системах («хижак-жертва», «конкуренції», «симбіозу»).

Лабораторна робота №1

Тема: Основні елементарні функції та їх застосування до моделювання динаміки популяцій

Мета: сформувати вміння представлення функціональної залежності двох і більше змінних величин аналітичним, табличним та графічним методами.

Хід роботи:

Завдання 1. Дослідити дробово-раціональну функцію, яка виражає швидкість поглинання субстрату мікроорганізмами залежно від концентрації субстрату (рівняння Міхаеліса-Ментен).

$$V(S) = \frac{V_{\max} \times S}{K + S},$$

де $V(S)$ – швидкість поїдання субстрату мікроорганізмами;

V_{\max} – максимальна швидкість поїдання субстрату мікроорганізмами;

K – константа напівнасичення (тобто концентрація, за якої швидкість поглинання субстрату досягає $0,5 V(S)$)

S – концентрація субстрату.

Приклад:

Нехай максимальна швидкість поїдання субстрату мікроорганізмами рівна 30, $K=0,8$, а концентрація субстрату змінюється від 0 до 10. Розрахувати зміну швидкості поїдання субстрату залежно від зміни концентрації субстрату. Результати обчислень представити графічно.

Використовуючи програмне забезпечення Excel проводимо необхідні розрахунки величини $V(S)$ у відповідності до рівняння Міхаеліса-Ментен (таблиця 1.1.). Результати обчислень представляємо графічно (рис.1.1.)

Таблиця 1.1. Результати розрахунку $V(S)$

S , мг/см ³	V , мг/с	K	V_{\max} , мг/с
0	0	0,8	30
1	16,67		
2	21,43		
3	23,68		
4	25,00		
5	25,86		
6	26,47		
7	26,92		
8	27,27		
9	27,55		
10	27,78		

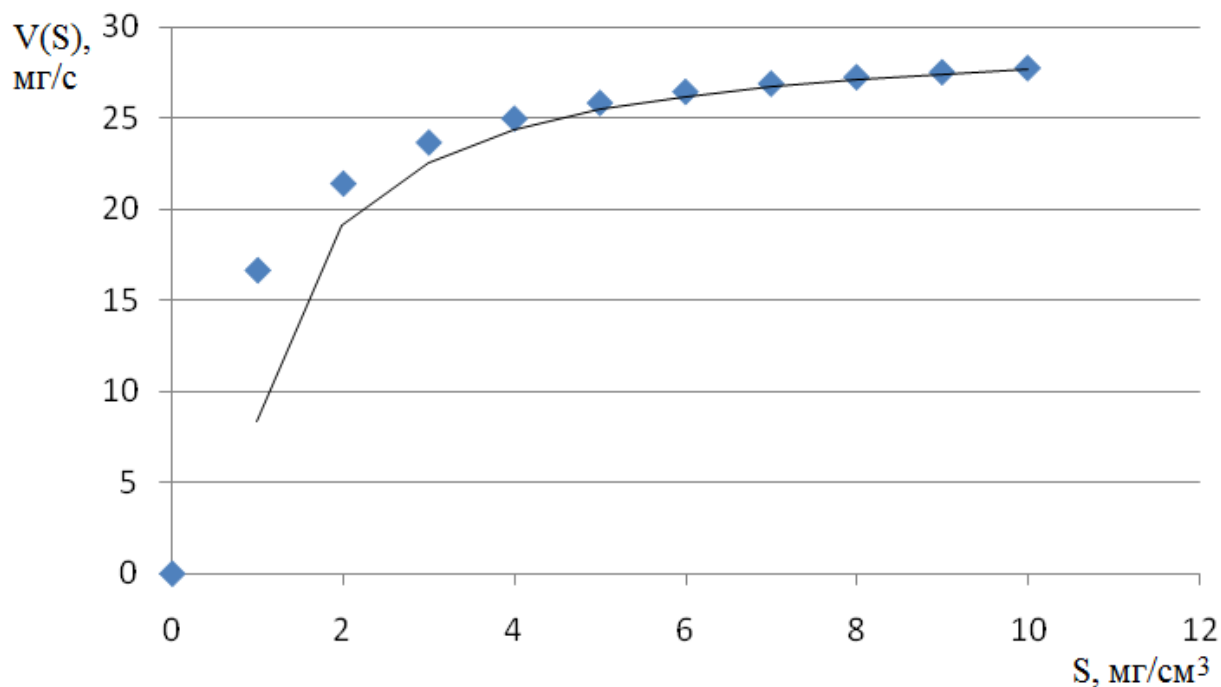


Рис. 1.1. Графічна залежність швидкості поїдання субстрату мікроорганізмами $V(S)$ від концентрації субстрату S

Завдання для індивідуальної роботи студента:

Нехай максимальна швидкість поїдання субстрату мікроорганізмами рівна V_{\max} , константа напівнасичення – K_m , а концентрація субстрату S змінюється в межах з кроком h . Розрахувати зміну швидкості поїдання субстрату залежно від зміни концентрації субстрату. Результати обчислень представити графічно.

№ варіанту	V_{\max} , мг/см ³	K_m	S , мг/с	h
1	33	0,7	0 – 10	0,25
2	35	0,8	1 – 12	0,5
3	37	0,5	0 – 13	0,5
4	42	0,6	2 – 15	0,25
5	28	0,8	1 – 14	1
6	31	0,5	0 – 13	0,5
7	38	0,7	0 – 10	0,2
8	36	0,5	1 – 11	0,2
9	31	0,8	0 – 11	0,5
10	30	0,7	0 – 12	0,5
11	32	0,9	1 – 13	0,5
12	33	0,8	0 – 12	1

Завдання 2. Дослідити степеневу функцію залежності ваги риби від її довжини (модель Баранова Ф.І.(1961р.)).

$$W(L) = b \times L^3,$$

де $W(L)$ – вага риби (кг);

L – довжина риби (м);

b – коефіцієнт пропорційності (параметр, який визначається на основі експериментальних або натурних спостережень).

Приклад:

Використовуючи рівняння моделі Баранова визначити зміну ваги риби ($W(L)$) при зміні її довжини (L) в межах від 0,5 до 1,5 з кроком $h=0,1$ при $b=13$ (таблиця 1.2.). Отриману залежність представити графічно (рис. 1.2.). Зробити відповідні висновки.

Таблиця 1.2. Результати розрахунку $V(S)$

L , м	$W(L)$, кг	b
0,5	1,625	13
0,6	2,808	
0,7	4,459	
0,8	6,656	
0,9	9,477	
1	13	
1,1	17,303	
1,2	22,464	
1,3	28,561	
1,4	35,672	
1,5	43,875	

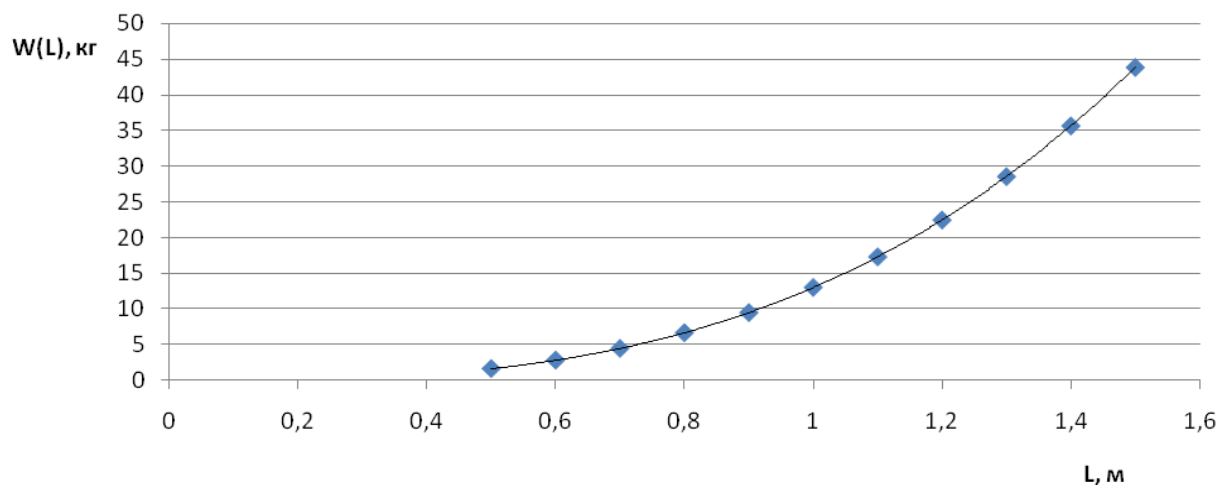


Рис. 1.2. Графічна залежність ваги риби ($W(L)$) від її довжини (L) згідно моделі Баранова

Завдання для індивідуальної роботи студента:

Використовуючи рівняння моделі Баранова визначити зміну ваги риби ($W(L)$) при зміні її довжини (L) в заданих межах з певним кроком h при відомому коефіцієнті пропорційності b . Отриману залежність представити графічно. Зробити відповідні висновки.

№ варіанту	L, кг	h (крок зміни L)	b
1	0,5 – 3,5	0,3	22
2	0,1 – 2,1	0,2	15
3	0,3 – 2,1	0,3	14
4	0,2 – 2,6	0,2	18
5	0,5 – 5,5	0,5	13
6	0,1 – 1,5	0,1	11
7	0,3 – 2,1	0,3	18
8	1,0 – 5,0	0,5	14
9	0,1 – 2,1	0,3	22
10	0,1 – 1,3	0,1	21
11	0,4 – 2,4	0,2	13
12	0,1 – 2,4	0,3	18

Завдання 3. Дослідити тригонометричну модель, що використовується для моделювання процесів, які повторюються (наприклад, залежність зміни температури протягом доби). Така модель описується рівнянням

$$T(t) = 5 \times \sin\left(\frac{\pi \times t}{12} - \frac{\pi}{2}\right) + 20,$$

де T – температура (°C), t – час (год).

Приклад:

Дослідити тригонометричну модель залежності зміни температури протягом доби (табл. 1.3.), результати представити графічно (рис. 1.3.)

Таблиця 1.3. Результати обчислень T.

t, год	T, °C	t, год	T, °C
0	15,00000	13	24,83083
1	15,17123	14	24,33278
2	15,67120	15	23,53975
3	16,46587	16	22,50574
4	17,50115	17	21,30114
5	18,70655	18	20,00796
6	20,00000	19	18,71424
7	21,29345	20	17,50805
8	22,49885	21	16,47151
9	23,53413	22	15,67519
10	24,32880	23	15,17330
11	24,82877	24	15,00001
12	25,00000		

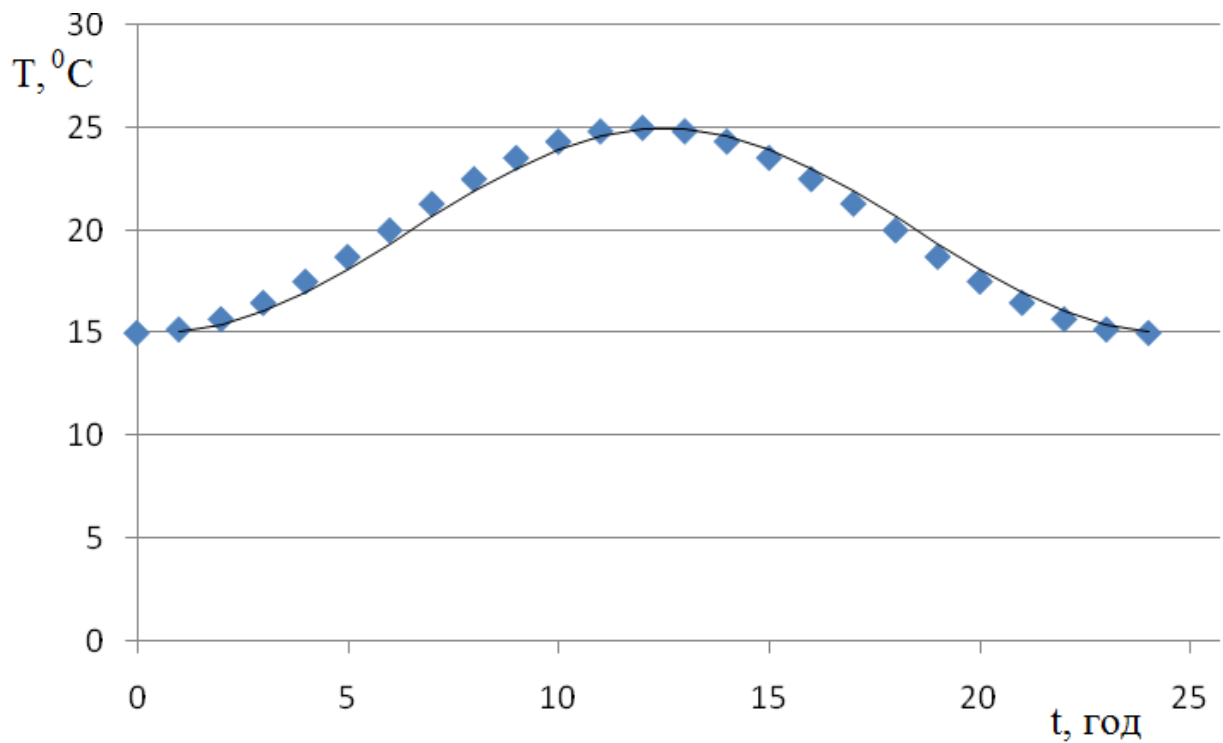


Рис. 1.3. Графічна залежність зміни температури впродовж доби.

Завдання для індивідуальної роботи студента:

- Дослідити тригонометричну модель залежності зміни температури впродовж робочого дня (вважати, що робочий день розпочинається о 9:00 к.ч.), результати представити графічно.
- Дослідити тригонометричну модель залежності зміни температури впродовж ночі (з 22:00 к.ч. до 4:00 к.ч.), результати представити графічно.
- Дослідити тригонометричну модель залежності зміни температури з обіду (12:00) до 24:00, результати представити графічно.
- Дослідити тригонометричну модель залежності зміни температури зранку (3:00) до обіду (12:00), результати представити графічно.

Завдання 4. Дослідити експоненціальну функцію, що описує відмирання живих організмів (при « $-kt$ ») або їх розмноження (при « kt ») Така модель описується рівнянням:

$$N(t) = N_0 \times e^{-kt} \text{ - для відмирання живих організмів;}$$

$$N(t) = N_0 \times e^{kt} \text{ - для розмноження живих організмів;}$$

де $N(t)$ – чисельність популяції у момент часу t ,

N_0 – початкова чисельність популяції,

k – коефіцієнт пропорційності (залежить від виду популяції),

t – зміна часу.

Приклад:

а) Дослідити експоненціальну функціональну залежність зміни росту чисельності популяції з часом (табл. 1.4.) при наступних умовах: $N_0=4$, $k=0,25$, t змінюється від 0 до 8 з кроком $h=1$. Результати представити графічно (Рис. 1.4.).

Таблиця 1.4. Результати розрахунку росту чисельності популяції

t, тижні	N(t), кількість особин	N(0), кількість особин	k
0	4	4	0,25
1	4,837973		
2	5,851496		
3	7,077344		
4	8,56		
5	10,353226		
6	12,5222		
7	15,14552		
8	18,3184		

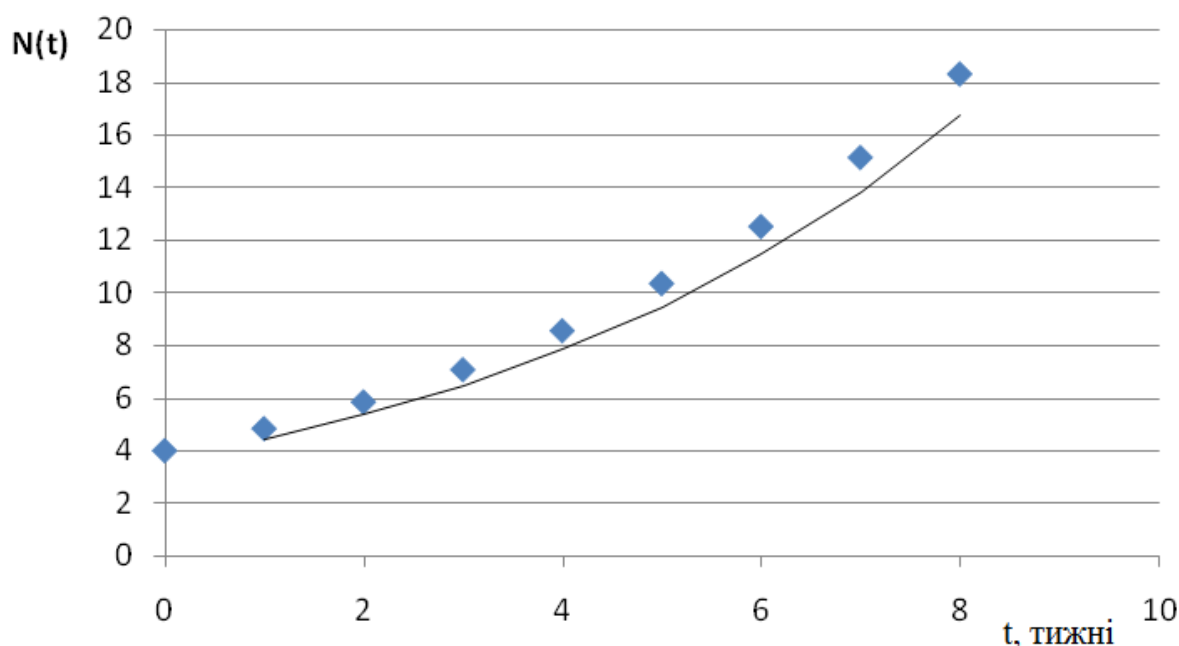


Рис. 1.4. Графік експоненціальної залежності росту популяції

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Дослідити експоненціальну функціональну залежність зміни росту чисельності популяції з часом при наступних заданих умовах. Результати представити графічно.

№ варіанту	N_0	k	t	h
1	5	0,3	1 – 15	1
2	3	0,5	3 – 21	2
3	4	0,4	5 – 50	5

№ варіанту	N_0	k	t	h
4	5	0,8	2 – 28	2
5	7	0,5	0 – 14	1
6	2	0,4	0 – 48	4
7	4	0,6	5 – 51	2
8	10	0,7	0 – 55	5
9	8	0,9	10 – 100	10
10	6	0,4	0 – 15	1
11	5	0,3	0 – 20	2
12	10	0,4	0 – 33	3

б) Дослідити експоненціальну залежність зменшення чисельності популяції з часом (табл.1.5.) при наступних умовах: $N_0=3$, $k=0,2$, t змінюється від 0 до 8 з кроком $h=1$. Результати представити графічно (рис. 1.5.).

Таблиця 1.5. Результати розрахунку зменшення чисельності популяції

t , тижні	$N(t)$, кількість особин	$N(0)$, кількість особин	k
0	3	3	0,2
1	2,57655		
2	2,212869		
3	1,900522		
4	1,632263		
5	1,401869		
6	1,203995		
7	1,034051		
8	0,888095		

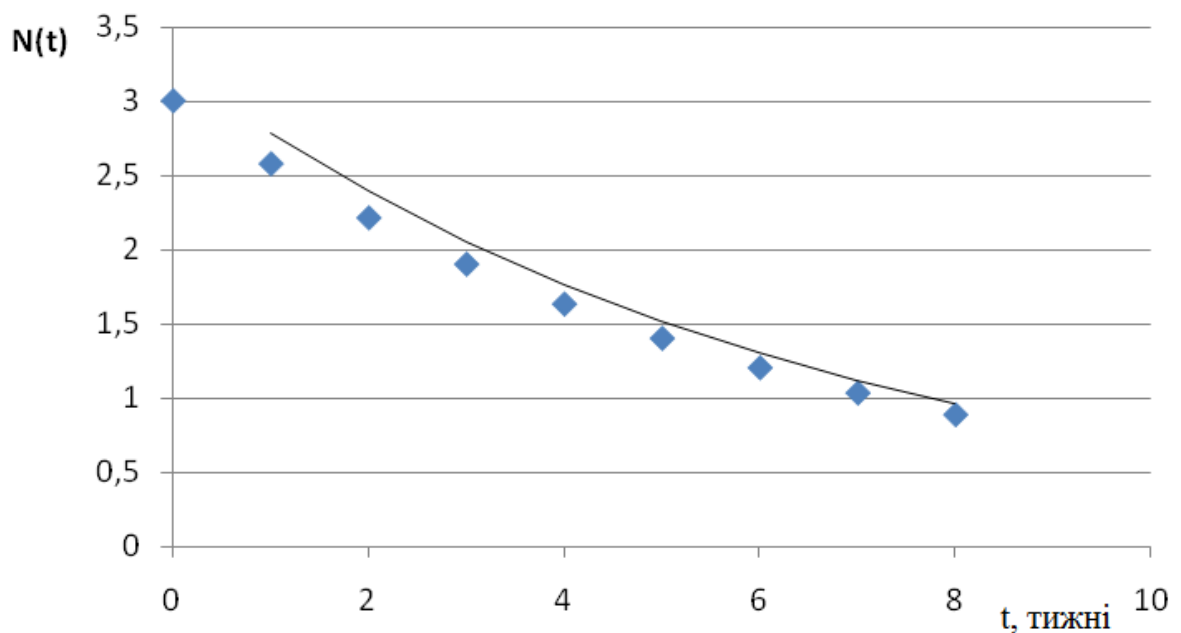


Рис. 1.5. Графік експоненціальної залежності зменшення чисельності популяції з часом

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Дослідити експоненціальну функціональну залежність зменшення чисельності популяції з часом при наступних заданих умовах. Результати представити графічно.

№ варіанту	N_0	k	t	h
1	8	0,4	2 – 28	2
2	4	0,2	4 – 22	1
3	6	0,4	5 – 50	5
4	5	0,5	1 – 21	2
5	10	0,2	0 – 14	1
6	2	0,4	0 – 48	4
7	1	0,6	5 – 51	2
8	7	0,7	0 – 30	3
9	3	0,5	0 – 45	5
10	8	0,4	0 – 15	1
11	2	0,8	0 – 20	2
12	4	0,3	1 – 24	1

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Проблеми екології та математичне моделювання.
2. Основні поняття про модель, процес моделювання.
3. Біосфера і актуальність проблеми охорони навколишнього середовища.
4. Застосування задач моделювання і прогнозування до об'єктів навколишнього середовища.
5. Класифікація моделей за різними ознаками.
6. Математичні моделі. Основні принципи математичного та імітаційного моделювання.
7. Методологія математичного моделювання природного середовища.
8. Етапи створення моделі.
9. Системний підхід до вивчення математичних моделей.
10. Поняття про прогноз. Методи прогнозування.
11. Види прогнозу.
12. Принципи прогнозування.
13. Етапи прогнозування.
14. Елементарні функції та їх використання в екології.
15. Способи задання функції.
16. Застосування лінійної, прямої та обернена пропорціональної залежності в екології.
17. Гіперболічна та параболічна залежності. Їх застосування до моделювання екологічних систем.
18. Дробово-лінійна функція. Рівняння Міхаеліса-Ментен.

19. Степенева, показникові та логарифмічні функції. Приклад застосування в екології показникової і логарифмічної функцій (на прикладі розмноження бактерій).

20. Тригонометричні функції: означення то графіки, основні їх співвідношення та застосування до моделювання періодичних процесів.

Лабораторна робота №2

Тема: Знаходження розв'язків диференціальних рівнянь чисельними методами

Мета: сформулювати поняття наближеного розв'язку, пояснити послідовність дій під час розв'язування рівнянь з однією змінною; сформулювати вміння розв'язувати рівняння з однією змінною; навчитися використовувати програмні засоби для розв'язування рівнянь з однією змінною.

Хід роботи:

Завдання. Знайти розв'язок диференціального рівняння $F(x,y,y')=0$ при відповідних початкових умовах на певній області дослідження:

- методом Ейлера ($y_{n+1}=y_n+h \times f(x_{n+1},y_n)$);
- модифікованим методом Ейлера ($y_{n+1}=y_n + [f(x_{n+1}+(h/2),y_n+(h/2))]$);
- методом Рунге-Кутта третього порядку ($y_{n+1}=y_n+(h/6) \times (k_1+4k_2+k_3)$, де $k_1=f(x_{n+1},y_n)$, $k_2=f(x_{n+1}+h/2, y_n+(k_1/2))$, $k_3=f(x_{n+1}+h, y_n-hk_1+2hk_2)$);
- методом Рунге-Кутта четвертого порядку ($y_{n+1}=y_n+(h/6) \times (k_1+2k_2+2k_3+k_4)$, де $k_1=f(x_{n+1},y_n)$, $k_2=f(x_{n+1}+h/2, y_n+(k_1/2))$, $k_3=f(x_{n+1}+h/2, y_n+(k_2/2))$, $k_4=f(x_{n+1}+h, y_n+k_3)$).

Результати обчислень представити табличним та графічним методами. Зробити порівняння абсолютних похибок методів і зробити відповідні висновки щодо їх точності.

Приклад: Відомими чисельними методами (Ейлера та Рунге-Кутта) знайти розв'язок диференціального рівняння $y'=2y+x+5$ при наступних початкових умовах: $y(0)=0$, $h=0,1$ (h – заданий крок), $x=[0; 1]$ – область дослідження функції.

Необхідні розрахунки провести використовуючи середовище електронної таблиці Microsoft Excel (табл. 2.1.) та графічно (рис. 2.1.) представити результати обчислень диференціального рівняння.

Таблиця 2.1. Табличний вираз розв'язку диференціального рівняння

x	y(метод Ейлера)	y(ММЕ)	y(метод Рунге-Кутта) 3п	y(метод Рунге-Кутта) 4п
0	0	0	0	0
0,1	0,51	0,52	0,598333333	0,878333333
0,2	1,132	1,142	1,347944444	1,735513889
0,3	1,8884	1,8984	2,284131481	2,772668056
0,4	2,80608	2,81608	3,450428827	4,059264614
0,5	3,917296	3,927296	4,900528887	5,657170115
0,6	5,2607552	5,2707552	6,700652294	7,639511754
0,7	6,88290624	6,89290624	8,932471162	10,09605642
0,8	8,839487488	8,849487488	11,69671443	13,13746018
0,9	11,19738499	11,20738499	15,11761447	16,9001913
1	14,03686198	14,04686198	19,34839118	21,55255966

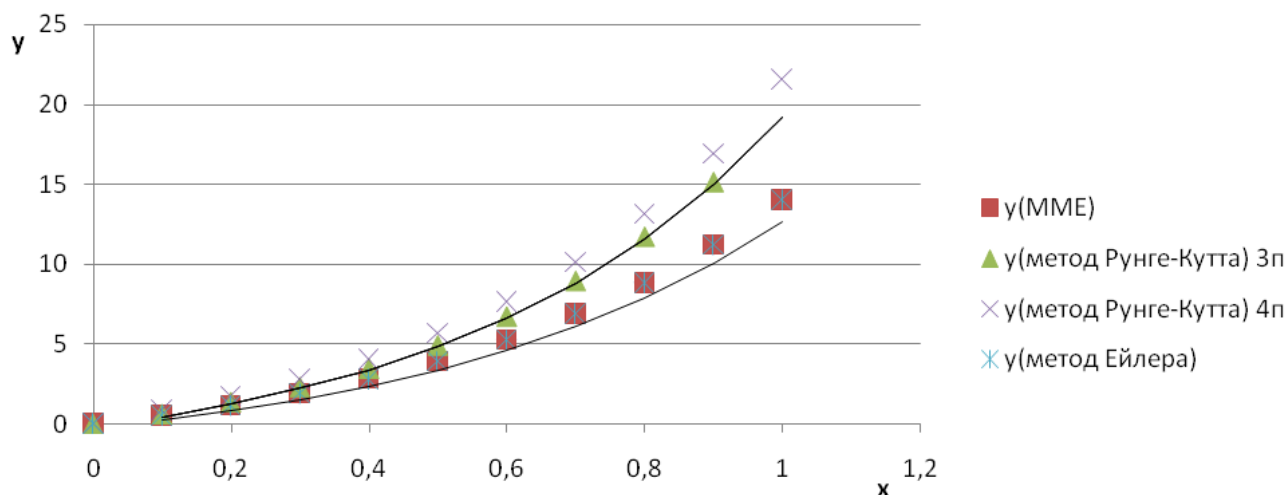


Рис. 2.1. Графічний вираз розв'язку диференціального рівняння чисельними методами

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Відомими чисельними методами (Ейлера та Рунге-Кутта) за номером варіанту (задається викладачем) знайти розв'язок диференціального рівняння при певних початкових умовах.

№ варіанту	Диференціальне рівняння	x_0	y_0	h	Область визначення x
1	$y' = x + y + 3$	1	3	0,1	1 – 3
2	$y' = 3x + 2y + 4$	0	1	0,2	0 – 5
3	$y' = x + y + 7$	3	0	0,5	3 – 20
4	$y' = 3y - 4x + 1$	0	2	0,3	0 – 2,7
5	$y' = y + 2x + 8$	1	4	0,1	1 – 3
6	$y' = 2x + 2y + 5$	2	1	0,1	2 – 4,4
7	$y' = 2y + x + 3$	5	5	0,5	5 – 15
8	$y' = y - 4x + 1$	2	0	0,4	2 – 5,6
9	$y' = 2x + y + 4$	5	1	0,2	5 – 7,8
10	$y' = x + 2y + 1$	1	5	0,1	1 – 3
11	$y' = 2x + y + 3$	0	2	0,5	0 – 12
12	$y' = y - 4x + 2$	2	0	0,3	2 – 5,1

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Поняття про диференціальні рівняння.
2. Задача Коші.
3. Похідна та її геометричний зміст.
4. Механічний зміст похідної.
5. Операції диференціювання та інтегрування.
6. Способи розв'язку диференціальних рівнянь: аналітичний (метод Бернуллі, Лагранжа та ін.) та чисельний.
7. Недоліки аналітичних методів розв'язання диференціальних рівнянь.

8. Поняття про чисельні методи. Метод Ейлера. Модифікований метод Ейлера.
9. Метод Рунге-Кутта 1-4 порядків. Метод Адамса.
10. Приклад простої математичної моделі в екології із побудовою похідної та диференціального рівняння.
11. Поняття наближеного числа.
12. Класифікація похибок наближених чисел.
13. Абсолютна похибка.
14. Відносна похибка.
15. Форми запису наближеного числа.
16. Поняття про значущі цифри.
17. Заокруглення чисел.
18. Оцінка похибок значень функцій.
19. Особливості комп'ютерної реалізації моделей. Види помилок і похибок при комп'ютерній реалізації.
20. Обернений аналіз похибок. Класифікація моделей.

Лабораторна робота №3

Тема: Знаходження розв'язків систем диференціальних рівнянь чисельними методами

Мета: сформувати поняття наближений розв'язок, пояснити послідовність дій під час розв'язування систем диференціальних рівнянь з двома змінними; сформувати вміння розв'язувати системи диференціальних рівнянь з двома змінними та навчитися використовувати програмні засоби для розв'язку систем диференціальних рівнянь з двома змінними.

Хід роботи:

Завдання. Відомими чисельними методами (методом Ейлера та модифікованим методом Ейлера) знайти розв'язок системи диференціальних рівнянь для дослідження динаміки чисельності популяцій у системі «Хижак-жертва»

$$\begin{cases} \frac{dZ}{dt} = Z(e_1 - \gamma_2 W) \\ \frac{dW}{dt} = -W(e_2 - \gamma_1 Z) \end{cases},$$

де Z – чисельність жертв, W – чисельність хижаків, e_1 – коефіцієнт народжуваності жертв, e_2 – коефіцієнт народжуваності хижаків, γ_1 – коефіцієнт смертності жертв, γ_2 – коефіцієнт смертності хижаків.

Результати обчислень представити табличним та графічним методами. Зробити відповідні висновки щодо зміни чисельності двох популяцій у системі «хижак-жертва» з часом.

Приклад. Методом Ейлера та модифікованим методом Ейлера розв'язати систему диференціальних рівнянь для дослідження динаміки чисельності жертв (N_1) і хижаків (N_2) в замкнутому ареалі (система Вольтера-Лотки)

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = N_1(e_1 - \gamma_2 N_2) \\ \frac{dN_2}{dt} = -N_2(e_2 - \gamma_1 N_1) \end{cases}$$

за наступних початкових умов – $N_1(0)=5$; $N_2(0)=10$; $e_1=0,1$; $e_2=0,3$; $\gamma_1=0,03$; $\gamma_2=0,04$; $t = 0 \div 72$ і крок $h=0,5$.

Необхідні розрахунки провести використовуючи середовище електронної таблиці Microsoft Excel (табл. 3.1.) та графічно (рис. 3.1.) представити результати обчислень диференціального рівняння.

Таблиця 3.1. Результати розв'язку системи диференціальних рівнянь системи Вольтерра-Лотки «Хижак-жертва»

$N_1(0)=5; N_2(0)=10; e_1=0.1; e_2=0.3; \gamma_1=0.03; \gamma_2=0.04; t = 0 \div 200$ і крок 0.5

i	t	N1	N2
0	0	5	10
1	0,5	4,25	10,75
2	1	3,54875	9,8228125
3	1,5	3,02901338	8,87227121
4	2	2,64297949	7,94454395
5	2,5	2,35518313	7,06782136
6	3	2,14002201	6,25733836
7	3,5	1,97920628	5,51960024
8	4	1,85967804	4,85552661
9	4,5	1,77206762	4,26264336
10	5	1,70959715	3,73655224
11	5,5	1,66731703	3,27188939
12	6	1,64157734	2,86293514
13	6,5	1,62966162	2,50399081
14	7	1,62953155	2,18960205
....			
....			
66	33	14,3917706	0,04298498
67	33,5	15,0989865	0,04581669
68	34	15,8401002	0,04932097
69	34,5	16,6164802	0,05364156
70	35	17,4294775	0,05896533
71	35,5	18,2803967	0,06553656
72	36	19,1704558	0,07367659

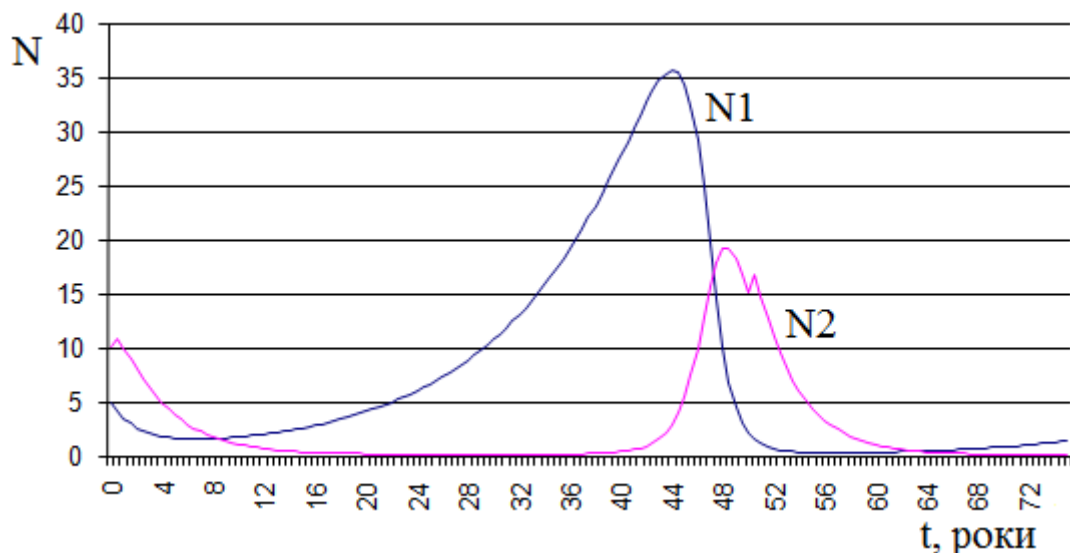


Рис. 3.1. Графічний вираз розв'язку системи диференціальних рівнянь системи Вольтерра-Лотки «Хижак-жертва»

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Знайти розв'язки системи дифференціальних рівнянь методами Ейлера для дослідження динаміки чисельності хижаків (W) і жертв (Z) в замкнутому ареалі (система Вольтера-Лотки) за наступних умов – $Z(0)=A$; $W(0)=B$; $e_1=C$; $e_2=D$; $\gamma_1=E$; $\gamma_2=F$; $t = 0 \div G$ і крок H .

$$\begin{cases} \frac{dZ}{dt} = Z(e_1 - \gamma_2 W) \\ \frac{dW}{dt} = -W(e_2 - \gamma_1 Z) \end{cases}$$

№ варіанту	X	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	75	2	0.4	0.02	2	3	10	1
2	2	100	5	0.1	0.03	1	2	15	2
3	4	78	3	0.4	0.02	2	3	10	1
4	3	82	4	0.3	0.01	1	4	50	5
5	3	90	6	0.5	0.06	1	5	100	10
6	1	93	8	0.2	0.04	3	2	20	2
7	2	90	8	0.1	0.03	1	2	20	2
8	3	78	3	0.4	0.02	2	3	10	1
9	2	80	4	0.3	0.01	1	4	50	5
10	3	90	5	0.5	0.05	2	5	100	10
11	2	95	8	0.2	0.04	3	2	20	2
12	3	78	3	0.4	0.02	2	3	10	1

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Поняття про системи дифференціальних рівнянь.
2. Способи розв'язку систем дифференціальних рівнянь: аналітичний та чисельний. Метод Ейлера. Модифікований метод Ейлера. Метод Рунге-Кутта 4-го порядку.
3. Приклад застосування систем дифференціальних рівнянь в екології.
4. Прогностичні рівняння.
5. Застосування прогностичних рівнянь в проблемі екологічного моніторингу.
6. Інтегрування прогностичних рівнянь.
7. Побудова емпіричних формул графічним способом.
8. Метод найменших квадратів.
9. Середньоквадратичне-відхилення. Дисперсія.
10. Моделювання лінійних процесів (лінійний регресійний аналіз).
11. Моделювання нелінійних процесів (Нелінійний регресійний аналіз).
12. Побудова емпіричної формули методом найменших квадратів до моделювання нелінійних процесів.
13. Застосування регресійного аналізу для прогнозу стану довкілля.
14. Моделювання динаміки популяцій. Експоненціальний закон.
15. Види між популяційних взаємовідносин.

16. Гіпотези Вольтера щодо співіснування популяцій.
17. Дослідження найпростіших моделей. Модель Мальтуса. Закон прямої пропорційної залежності.
18. Структура популяцій: просторова, вікова, статева, ієрархічна.
19. Графік зростання популяції.
20. Логістичне рівняння стабілізації чисельності популяції. Рівняння Ферхюльста.
21. Дискретні моделі росту популяцій. Драбина Ламерея.
22. Модель «конкуренції».
23. Модель Вольтера-Лотки («хижак-жертва»).
24. Моделювання трофічного ланцюга. Концептуальна та математична модель трофічного ланцюга.
25. Математичні моделі спрощеного трофічного ланцюга водної екосистеми.
26. Моделювання динаміки популяцій, на які полюють.
27. Модель «симбіозу» («мутулізму»).

Лабораторна робота №4

Тема: Математичне моделювання і прогнозування розповсюдження домішок у водних потоках

Мета: Використовуючи засоби *Microsoft Excel* освоїти навички моделювання якості поверхневих вод в декартовій системі координат, враховуючи дві просторові координати та координати часу.

Хід роботи:

1. Модель миттєвого скиду забруднювальної речовини.

Комбінуючи терми притоку, відтоку, миттєвого джерела і зливу у рівняння масового балансу для випадку рівноваги можна прийти до наступного рівняння транспорту миттєвого скиду в протічну систему:

$$C_{(x,t)} = \frac{M_0}{Wd\sqrt{4\pi Et}} \exp\left[\frac{-(x-vt)^2}{4Et} - kt\right]$$

де $C_{(x,t)}$ - концентрація забруднювальної речовини (мг/л або $\mu\text{Ci/L}$ для радіоактивних сполук) на відстані x та часі t ;

M_0 - маса вилитої забруднювальної речовини (мг або μCi);

W - середня ширина потоку (м);

d - середня глибина потоку (м);

E - коефіцієнт повздовжньої дисперсії ($\text{м}^2/\text{с}$);

t - час (с);

$x = d/t$; відстань по течії від джерела скиду (м);

v - середня швидкість води (м/с);

k - розпад першого порядку або константа швидкості деградації (с^{-1}).

Зауважимо, що \exp представляє e (основа натурального логарифма).

Коли відсутня деградація забруднювальної речовини (або нею можна нехтувати), k прирівнюється до нуля (або набуває дуже малого значення). В інших випадках, k розраховується за формулою

$$k = \frac{\ln \frac{C}{C_0}}{t_{1/2}}$$

Коефіцієнт повздовжньої дисперсії, E , є характеристикою досліджуваного потоку, чи вірніше, для фрагменту потоку, для якого здійснюють моделювання. Величина E може бути визначена експериментально, додаючи відому масу маркованої речовини, а потім і вимірюванням її концентрації в різних місцях як функцію часу. Вказане рівняння щодо розрахунку концентрації забруднювальної речовини тоді буде адаптовано до кожної експериментально одержаної точки і величина E буде розрахована. На жаль, цей експериментальний підхід вимагає багато часу і ресурсів, тому використовується рідко. Одним із розрахункових підходів для встановлення величини E є метод, запропонований Фішером:

$$E = 0.011 \frac{v^2 w^2}{du} \quad \text{та} \quad u = \sqrt{gds} \quad \rightarrow \quad E = 0.011 \frac{v^2 w^2}{d \sqrt{gds}}$$

де v - середня швидкість води (м/с), w - середня ширина потоку (м), d - середня глибина потоку (м), $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ (прискорення вільного падіння), та s – нахил потоку (безрозмірний).

Приклад:

Водний розчин, що містить 1 кг органічної речовини, випадково було вилито в невелику річку з шириною 40 м, глибиною 2 м і середньою швидкістю потоку 0,5 м/с. Нахил русла становить 0,0001. Час напіврозпаду органічної речовини складає 2,05 роки.

- розрахувати очікувану концентрацію органічної речовини, що вилілась у річку через 1 годину на відстані 4 км.
- встановити залежність зміни концентрації домішки від відстані з моменту витоку (в діапазоні від 3 до 12 км) через 4 години;
- встановити залежність зміни концентрації домішки від часу з моменту витоку (в діапазоні від 1 до 5 год);
- результати обчислень представити графічно (рис. 4.1.-4.3.);
- зробити відповідні висновки.

Миттєвий скид

Крок 1:

Введіть дані :

глибина водотоку:

$$d = \boxed{2} \text{ м}$$

ширина водотоку:

$$w = \boxed{40} \text{ м}$$

маса домішки:

$$M_0 = \boxed{1} \text{ кг або Кю}$$

швидкість води:

$$v = \boxed{0,5} \text{ м/с}$$

Крок 2:

Введіть або розрахуйте коефіцієнт повздовжньої дисперсії E :

нахил русла (безрозм.):

$$s = \boxed{0,0001}$$

прискорення вільного падіння

$$g = \boxed{9,81} \text{ м/с}^2$$

$$E = 0.011 \frac{v^2 w^2}{d \sqrt{gds}}$$

Використати:

розраховане значення

$$E = \boxed{0} \quad \boxed{49,67} \text{ м}^2/\text{с}$$

введене значення

$$E = \boxed{1} \quad \boxed{100,00} \text{ м}^2/\text{с}$$

100

Крок 3:

Розрахуйте константу розпаду першого порядку $t_{1/2}$:

виберіть розмірність і введіть величину періоду напіврозпаду

1
0
0
0

2,05	роки
2	дні
1	години
1	хвилини

1,07217E-08

4,01127E-06

0,000192541

0,011552453

Розрахована величина k :

1	1,07E-08	c^{-1}
0	4,01E-06	c^{-1}

1,072E-08

$$k = - \frac{\ln \frac{C}{C_0}}{t_{1/2}}$$

Крок 4:

Розрахунок концентрації C :

на відстані x :

4	км
---	----

через час t :

1	год
---	-----

$$C_{(x,t)} = \frac{M_0}{Wd\sqrt{4\pi Et}} \exp\left[\frac{-(x-vt)^2}{4Et} - kt\right]$$

$C = 0,0002039 \text{ г/л}$

Залежність концентрації домішки від відстані до місця витоку

Введіть інтервал відстані x :

$x =$

початок	кінець
3	12

 км

Підсумкова таблиця введених і розрахованих даних:

$d = 2 \text{ м}$
 $w = 40 \text{ м}$
 $M_0 = 1000 \text{ г}$
 $v = 0,5 \text{ м/с}$
 $E = 100,00 \text{ м}^2/\text{с}$
 $k = 1,072E-08 \text{ с}^{-1}$

Час, після моменту виливу

4

 год

$t = 14400 \text{ с}$

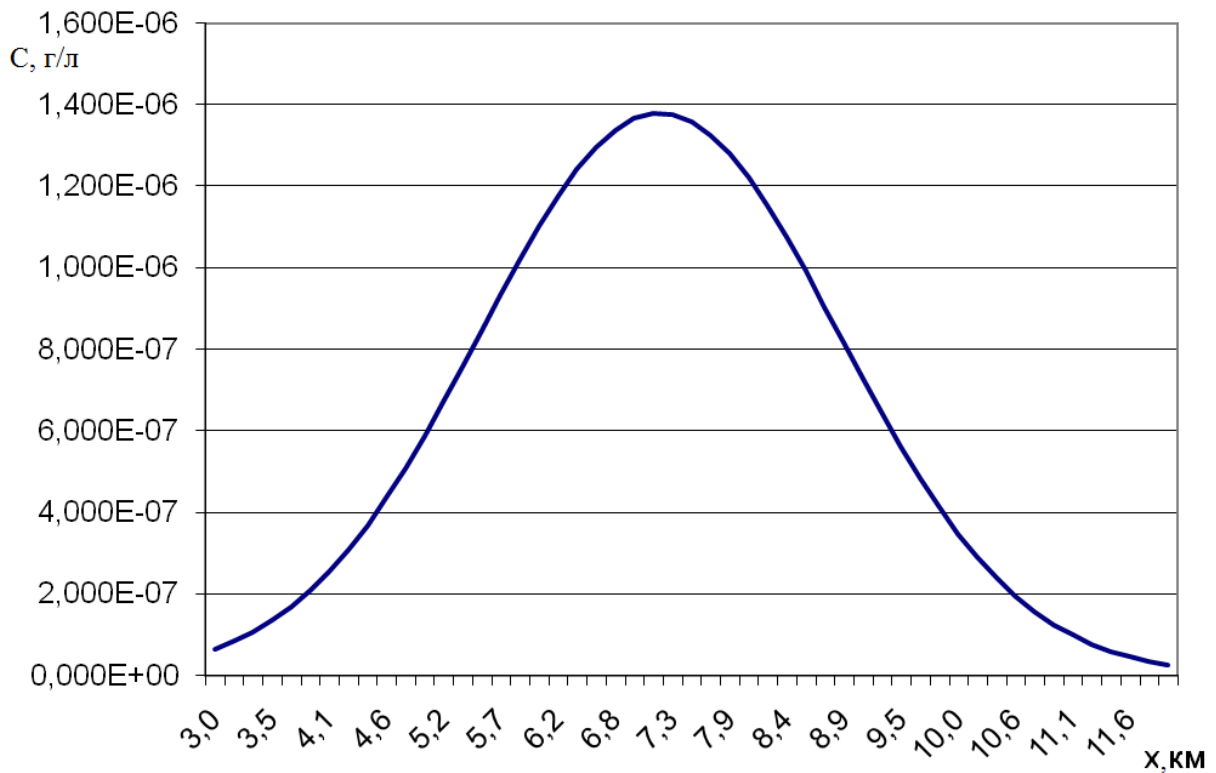


Рис. 4.1. Графічна залежність зміни концентрації домішки з відстанню

Залежність концентрації домішки від часу з моменту витоку

Введіть інтервал часу t :

$t =$

початок	кінець
1	5

Підсумкова таблиця введених і розрахованих даних:

$d = 2$ м
 $w = 40$ м
 $M_0 = 1000$ г
 $v = 0,5$ м/с
 $x = 7000$ м
 $E = 100,00$ м²/с
 $k = 1,072E-08$ с⁻¹

Відстань від місця виливу

7

 км

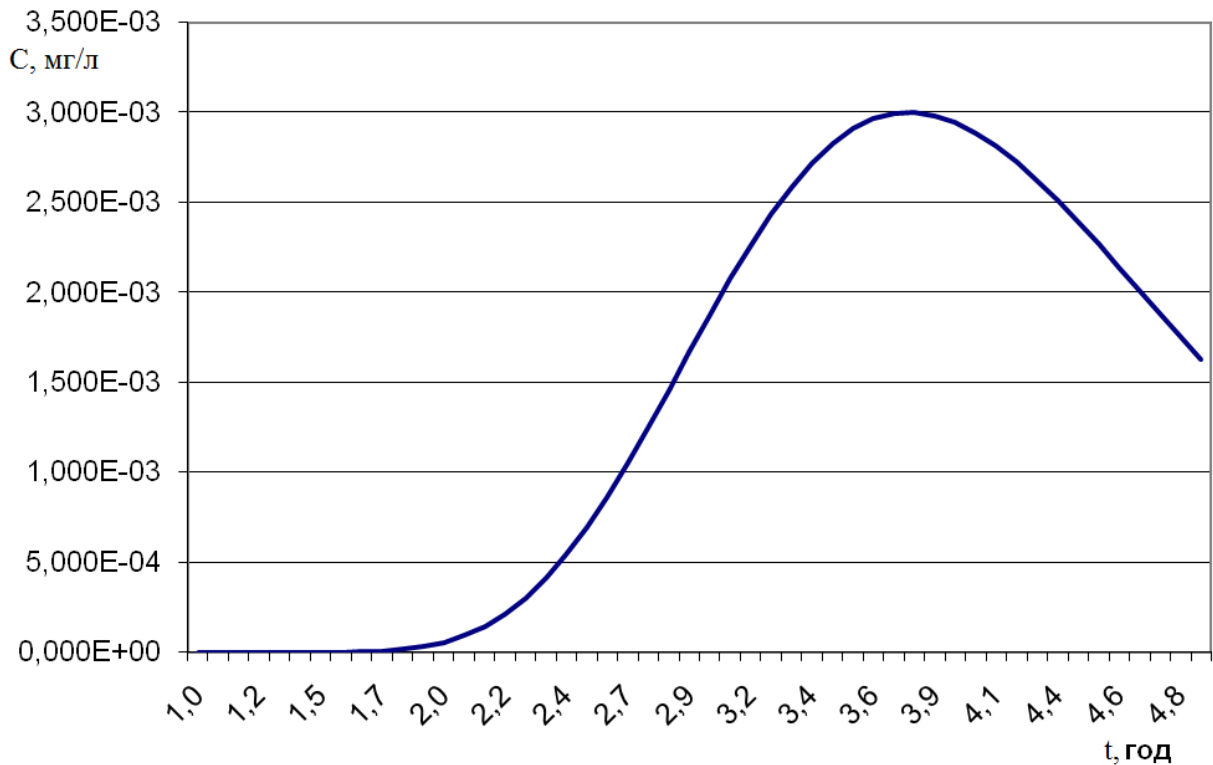


Рис. 4.2. Графічна залежність зміни концентрації домішки з часом

Залежність концентрації домішки від відстані до місця витоку та часу з моменту витоку

Підсумкова таблиця введених і розрахованих даних:

d =	2	м
w =	40	м
M ₀ =	1000	г
v =	0,5	м/с
E =	100,00	м ² /с
k =	1,07E-08	с ⁻¹

Відстань від місця виливу

	початок	кінець	
x =	1	18	км

Час, після моменту виливу

t ₁ =	2	год	7200	с
t ₂ =	3	год	10800	с
t ₃ =	4	год	14400	с
t ₄ =	5	год	18000	с

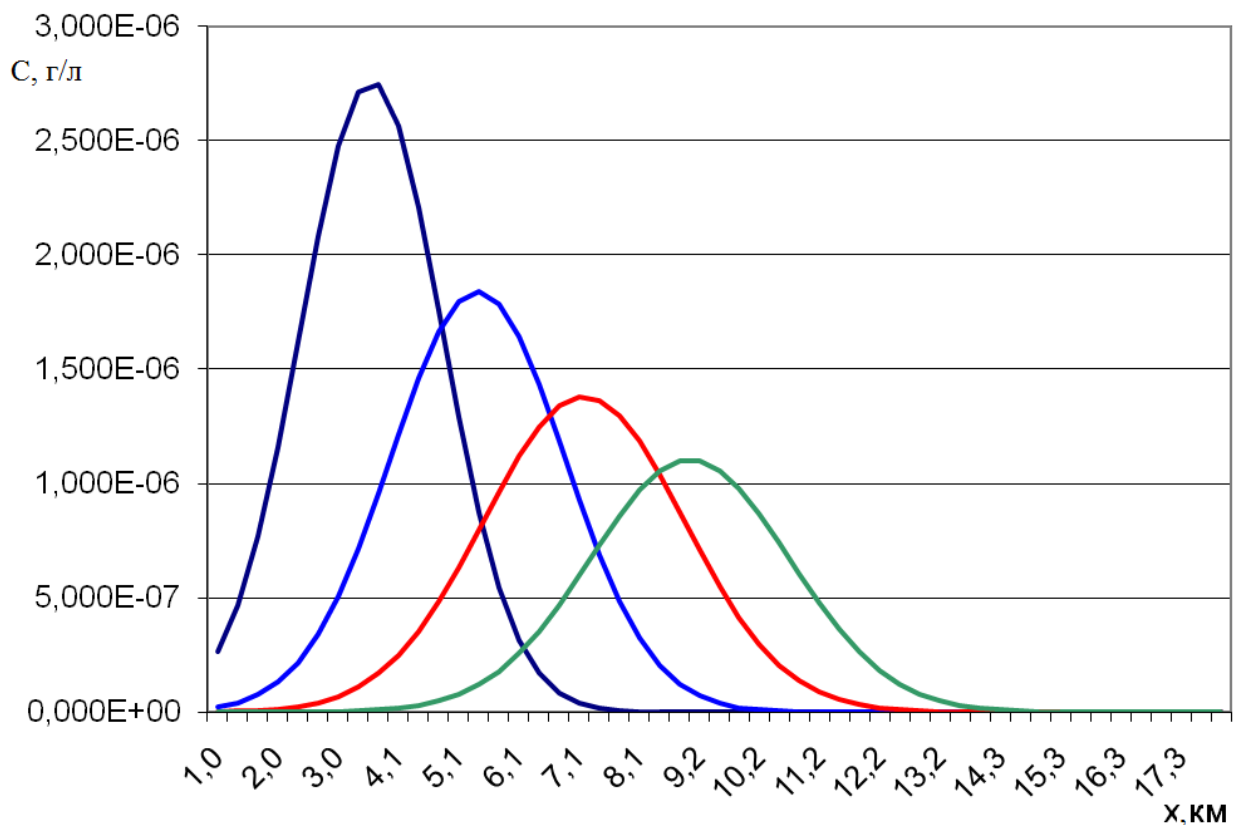


Рис. 4.3. Графічна залежність зміни концентрації домішки з відстаню з моменту витоку та часу з моменту витоку.

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Задача 1. Водний розчин, що містить A кг органічної речовини, випадково було вилито в невелику річку з шириною B м, глибиною C м і середньою швидкістю потоку Z м/с. Нахил русла становить N . Час напіврозпаду органічної речовини складає K .

а) розрахувати очікувану концентрацію органічної речовини, що вилілась у річку через M годину на відстані W км.

б) встановити залежність зміни концентрації домішки від відстані з моменту витоку (в діапазоні від місця забруднення до a км);

в) встановити залежність зміни концентрації домішки від часу з моменту витоку (в діапазоні від моменту забруднення до b год);

№	A	B	C	Z	N	K	M	W	a	b
1	1	25	2	1,1	0,0001	1 год	4	12	15	8
2	1,2	43	3	1,5	0,0002	1 хв	3	15	15	6
3	1,3	55	3	1,0	0,0001	2,05 роки	5	3	14	7
4	0,5	100	4	2	0,001	2 дні	1	4	12	8
5	0,7	92	2,5	2	0,001	2 дні	3	12	15	10
6	1,5	34	1	1,5	0,0001	1 год	2	8	12	11
7	1	10	1,5	1,0	0,0002	1 год	1	4	16	14
8	1,1	68	1,7	1,5	0,0001	1 хв	5	7	17	12
9	1,3	34	2	1,8	0,0001	1 хв	4	7	13	7

№	A	B	C	Z	N	K	M	W	a	b
10	1,5	56	1	1,5	0,0002	1 год	3	11	14	8
11	2	90	3	1,8	0,001	2,05 роки	1	5	15	12
12	1,8	88	2,5	2	0,001	2,05 роки	2	4	15	15

Задача 2. Цистерна, що містила M кг 2,4-динітрофенольного розчину вилилася в велику річку, який швидко перемішався з річковою водою. Ширина річки N м, глибина Z м, а швидкість течії B м/с. Русло річки знижується на 0.5 м протягом D км. Період напіврозпаду 2,4-динітрофенолу складає F днів.

а) визначити розсіювання 2,4-динітрофенолу через 6, 24, 48, 72 та 96 год, як функцію відстані від місця витоку.

б) визначити концентрацію на відстані G км через A год.

Варіанти контрольних завдань:

№ варіанту	M	N	Z	B	D	F	G	A
1	1500	100	25	0,61	20	17,5	15	48
2	1200	120	22	0,75	10	17,5	20	24
3	1350	110	24	0,82	15	2,8	22	72
4	1000	100	26	0,72	25	2,8	28	48
5	1300	120	21	0,60	20	15,5	25	24
6	1400	120	22	0,65	18	17,5	20	25
7	1500	110	25	0,72	17	2,8	22	52
8	1450	100	20	0,68	20	17,5	15	48
9	1100	120	22	0,75	13	16	20	24
10	1300	110	23	0,82	15	2,8	22	72
11	1200	100	26	0,52	27	2,8	28	48
12	1000	120	21	0,64	20	15,5	25	24

Задача 3. Медичне обладнання, що містить йод ^{131}I (M мКю) транспортували в лікарню. В результаті автомобільної аварії, йод потрапив у струмок. Середня ширина струмка V м а глибина Z м. Величина водного потоку складає B м³/с, а русло знажується на 1 м на D км довжині.

а) розрахувати розповсюдження йоду на відстані до F км від місця витоку через 1, 3, 6 і 12 годин.

б) розрахувати концентрацію ^{131}I на відстані G км через 6 год після витоку (період напіврозпаду 8.04 днів).

в) виконати аналогічне завдання для швидкості розпаду A днів.

Варіанти контрольних завдань:

№ варіанту	M	V	Z	B	D	F	G	A
1	500	5	0,5	0,44	22	14	18	4,8
2	400	3	0,23	0,70	15	13	21	2,4
3	280	4	0,24	0,80	18	20	22	7,2

№ варіанту	M	V	Z	B	D	F	G	A
4	400	2	0,22	0,52	25	21	28	4,8
5	500	4	0,31	0,50	20	15	23	2,4
6	300	3	0,28	0,70	14	20	23	7,2
7	400	4	0,20	0,53	25	25	28	3,8
8	500	5	0,5	0,44	22	14	18	4,8
9	400	3	0,23	0,75	13	13	21	2,4
10	280	5	0,21	0,82	18	20	22	7,2
11	400	4	0,22	0,50	25	25	28	2,8
12	500	5	0,7	0,44	21	14	15	4,8

2. Модель неперервного скиду.

Комбінуючи компоненти притоку, відтоку, джерела та стоку у виразі балансу маси і об'єднуючи їх у рівноважну систему можна прийти до наступного сумарного рівняння транспортування забруднювальної речовини в потоці із непервводіючого джерела:

$$C(x) = \frac{W}{Q\sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}}} \exp\left[\frac{vx}{2E}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}}\right)\right]$$

де $C(x)$ - концентрація забруднювальної речовини (мг/л або $\mu\text{Ci}/\text{л}$ для радіоактивних речовин) на відстані x в момент часу t ;

W – швидкість надходження забрудненої речовини (кг/с або $\text{Ci}/\text{с}$);

Q – швидкість потоку ($\text{м}^3/\text{с}$);

E - коефіцієнт повздовжньої дисперсії ($\text{м}^2/\text{с}$);

x – відстань від місця скиду вниз по течії (м);

v – середня швидкість води (м/с);

k – константа швидкості розпаду або деградації першого порядку (с^{-1}).

Позитивне значення кореня в рівнянні відповідає руху забруднювальної речовини вгору по течії ($-x$), а негативний корінь (використовується найчастіше), відноситься до руху домішки вниз по течії (x).

Для випадку відсутності (або незначності) деградації забруднювальної речовини, k прирівнюють до нуля (або дуже мале число). Коефіцієнт повздовжньої дисперсії E є характеристикою потоку, або більш точніше, секції потоку, процеси в якій моделюють. При таких умовах сумарне рівняння набуває вигляду

$$C(x) = \frac{W}{Q\sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}}} \exp\left[\frac{vx}{E}\right]$$

Як і в моделі миттєвого стоку, величини E розраховані з використанням підходу запропонованого Фішером.

Приклад:

Зі сховища відходів у річку просочується розчин з швидкістю 1500 дм/хв. Концентрація 2-хлорфенолу у ньому складає 500 мг/дм. Річка має ширину 20 м, глибину 2,3 м і швидкість потоку 0,85 м/с. Нахил русла складає 0,33 м на довжині 500 м, а період напіврозпаду 2-хлорфенолу складає 2,5 днів. Яким буде профіль концентрації 2-хлорфенолу в річці і чому буде рівна величина концентрації на відстані 2400 км від джерела?

Результати представити графічно (рис. 4.4.).

На основі проведених розрахунків концентрації домішки у водному потоці зробити відповідні висновки.

Неперевний вилів у водотік

Крок 1:

Введіть дані :

глибина водотоку:	d =	<input type="text" value="2,3"/>	м
ширина водотоку:	w =	<input type="text" value="20"/>	м
швидкість потоку домішки:	W =	<input type="text" value="0,0125"/>	кг/с або Кю/с
швидкість води:	v =	<input type="text" value="0,85"/>	м/с
Масова витрата води:	Q =	<input type="text" value="39,1"/>	м ³ /с

Крок 2:

Введіть або розрахуйте коефіцієнт повздовжньої дисперсії E:

нахил русла (безрозм.):	s =	<input type="text" value="0,00067"/>		$E = 0.011 \frac{v^2 w^2}{d \sqrt{gds}}$
прискорення вільного падіння	g =	<input type="text" value="9,81"/>	м/с ²	

Використати:

розраховане значення	E =	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="11,24"/>	м ² /с	20
введене значення	E =	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="20,00"/>	м ² /с	

Крок 3:

Розрахуйте константу розраду першого порядку $t_{1/2}$:

виберіть розмірність і введіть величину періоду напіврозпаду

<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	роки	2,19796E-08
<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2,5"/>	дні	3,20901E-06
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	години	0,000192541
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	хвилини	0,011552453

Розрахована величина k:

<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="3,21E-06"/>	с ⁻¹
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3,21E-06"/>	с ⁻¹

3,209E-06

$$k = - \frac{\ln \frac{C}{C_0}}{t_{1/2}}$$

Крок 4:
 Розрахунок концентрації C:
 на відстані x: км

$$C(x) = \frac{W}{Q \sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}}} \exp \left[\frac{vx}{2E} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}} \right) \right]$$

C = 2,909E-04 г/л

Залежність концентрації домішки від відстані до місця витоку

Введіть інтервал відстані x:

початок
кінень
 x = км

Підсумкова таблиця введених і розрахованих даних:

d =	2,3	м
w =	20	м
W =	0,0125	кг
v =	0,85	м/с
Q =	39,10	м ² /с
k =	3,209E-06	с-1
E =	11,240	м ² /с

$$C(x) = \frac{W}{Q \sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}}} \exp \left[\frac{vx}{2E} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4kE}{v^2}} \right) \right]$$

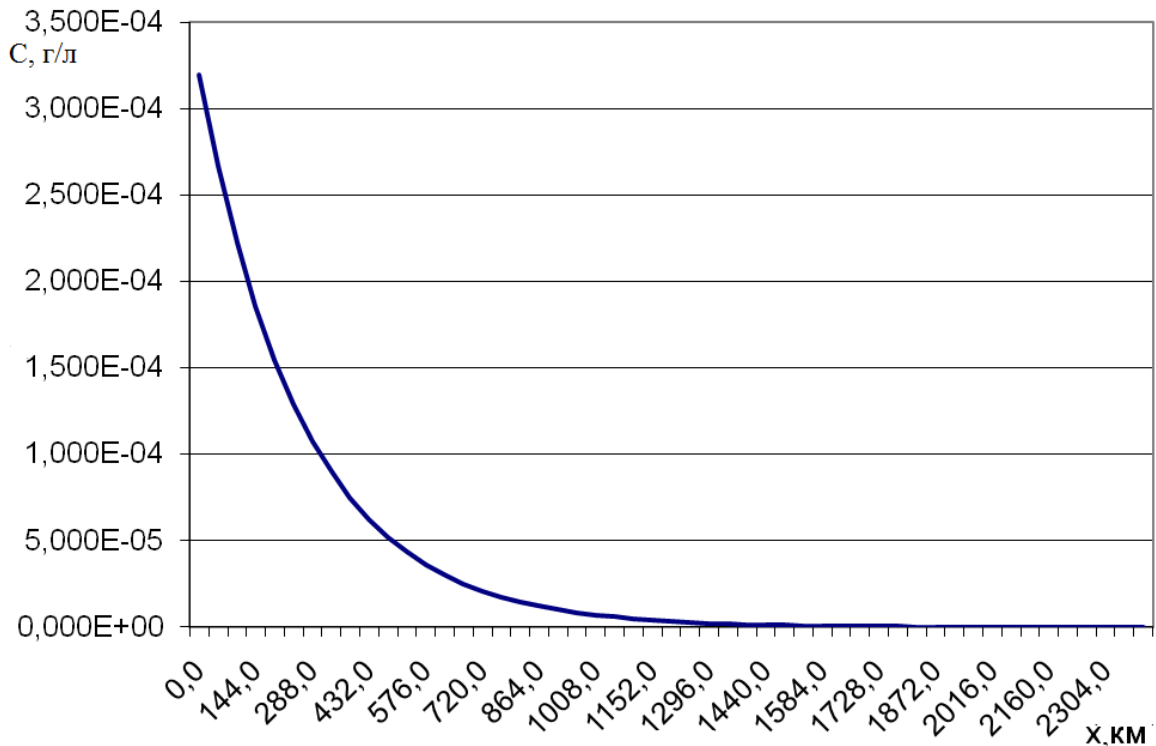


Рис. 4.4. Залежність зміни концентрації домішки у річці від відстані

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Задача 1. Річка протікає через с/г угіддя, на якому використовують велику кількість фосфатів. Під час дощу добриво змивається в струмок з швидкістю W кг/с. В середньому, ширина річки Z м, глибина H м, а нахил дна B . Середня швидкість руху води D м/с.

а) якщо бактеорологічний розпад фосфатів описується константою швидкості 0.000005 с^{-1} , яка концентрація фосфату буде спостерігатися на відстані F км? Порівняйте результати розрахунків для обидвох випадків.

б) розрахувати концентрацію паратіону на відстані G км від місця стоку, якщо період напіврозпаду складає $5.33 \cdot 10^{-3}$ день $^{-1}$. Яка концентрація очікується на відстані 10, 20, 30 і 40 км?

Варіанти контрольних завдань:

№	W	Z	H	B	D	F	G	A
1	5	25	2	0,0003	0,22	10	38	4,8
2	4	30	2,5	0,0001	0,15	13	41	2,4
3	6	24	2	0,0001	0,18	14	50	7,2
4	4	12	3	0,0002	0,25	11	48	4,8
5	5	14	4	0,0002	0,20	17	38	2,4
6	7	22	2	0,0003	0,22	10	38	4,8
7	4	32	2	0,0002	0,18	13	41	2,5
8	5	21	2	0,0001	0,18	14	50	7,2
9	3	13	3	0,0002	0,22	13	42	4,4
10	5	18	3	0,0001	0,20	17	31	2,1
11	6	15	2	0,0002	0,21	11	38	4,8
12	4	28	3	0,0001	0,17	12	41	2,4

Задача 2. Річка знаходиться біля полігону відходів з якого просочується 4-нітрофенол з швидкістю W кг/с. Ширина річки Z м, глибина H м, а середня швидкість потоку B м/с. Нахил русла складає D .

а) розрахувати концентрацію 4-нітрофенолу на відстані F км, якщо константа розпаду першого порядку рівна $8.18 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$.

б) розрахувати концентрацію на відстані G км від місця стоку, якщо період напіврозпаду складає $5.33 \cdot 10^{-3}$ день $^{-1}$. Яка концентрація очікується на відстані 5, 15, 20, 25, 30 і 35 км?

Варіанти контрольних завдань:

№	W	Z	H	B	D	F	G
1	2,5	15	0,7	1,4	0,0022	13	28
2	1,4	13	0,8	1,2	0,0015	18	31
3	1,6	14	0,5	1,5	0,0018	24	40
4	2,4	12	0,8	1,8	0,0002	13	45
№	W	Z	H	B	D	F	G

5	1,5	14	0,7	1,4	0,0002	17	36
6	2,7	17	0,5	1,3	0,0022	13	28
7	1,8	13	0,7	1,2	0,0015	11	31
8	1,5	14	0,8	1,4	0,0018	22	42
9	2,2	12	0,5	1,8	0,0001	13	45
10	2,1	14	0,7	1,4	0,0002	18	33
11	1,3	18	0,5	1,7	0,0002	14	28
12	1,4	11	0,8	1,1	0,0015	18	30

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Особливості водних екосистем.
2. Основні завдання гідроекології.
3. Основні принципи та особливості математичного моделювання гідроекологічних процесів.
4. Фактори, що впливають на формування якості води у поверхневих водах.
5. Основи водно-фізичні процеси: випаровування, транспірація, капілярне підняття, конвективне переміщення.
6. Принципи автоматизації моніторингу гідролого-гідрохімічних процесів, масо переносу та масообміну.
7. Гідрологічні та гідрохімічні процеси.
8. Формування у річкових системах речовин природного походження.
9. Формування у річкових системах речовин антропогенного походження.
10. Аналітичні методи моделювання водних об'єктів.
11. Балансові моделі.
12. Принцип збереження маси води.
13. Принцип збереження енергії потоку.
14. Принцип збереження маси речовини, що піддається біодеградації.
15. Принцип збереження маси розчиненого кисню.
16. Поняття про ассімілюючу здатність потоку.
17. Побудова простої і багатокамерної моделей.
18. Приклади числових розрахунків концентрації забруднювальної речовини.
19. Процеси масопереносу. Коефіцієнт молекулярної дифузії.

Лабораторна робота №5

Тема: Модель Фелпса-Стрітера для поверхневих водних систем

Мета: Використовуючи засоби *Microsoft Excel* освоїти навички моделювання динаміки розчиненого у воді кисню і органічної речовини у відкритих водних системах (річках, озерах, водосховищах).

Хід роботи:

Завдання. На основі математичної моделі Фелпса-Стрітера, що описується рівнянням:

$$D = \frac{k' \times \text{БСК}(L)}{k_2' - k'} (e^{-k' \frac{x}{v}} - e^{-k_2' \frac{x}{v}}) + D_0 e^{-k_2' \frac{x}{v}},$$

де БСК(L) – гранична концентрація спожитого кисню (мг/л),

D – концентрація розчиненого кисню (мг/л),

D₀ – початковий дефіцит кисню (мг/л),

k' – константа швидкості БСК (день⁻¹),

k₂' – константа швидкості реаерації (день⁻¹),

x – відстань від джерела забруднення (км),

v – середня швидкість потоку води (км/день).

зробити прогноз величини біохімічного споживання кисню (БСК) і вмісту розчиненого кисню (РК) в поверхневих водах. Результати представити графічно (рис.5.1.). На основі проведених теоретичних досліджень зробити відповідні висновки.

Примітка: Оскільки точне визначення констант k' і k₂' є складним, ряд величин зведено у відповідні довідникові таблиці (табл. 5.1.).

Таблиця 5.1. Константи рекреації.

Водний об'єкт	Діапазони k' ₂ при 20 ⁰ С (основа логарифму 10)	Діапазони k' ₂ при 20 ⁰ С (основа логарифму e)
Маленькі водойми і болота	0,05 – 0,10	0,12 – 0,23
Повільні потоки і великі озера	0,10 – 0,15	0,23 – 0,35
Великі водотоки низької швидкості	0,15 – 0,20	0,35 – 0,46
Великі водотоки нормально швидкості	0,20 – 0,30	0,46 – 0,69
Швидкі водотоки	0,30 – 0,50	0,69 – 1,15
Водоспади	більше 0,50	більше 1,15

Величину БСК(L) можна визначити експериментально або розрахувати за формулою

$$BCK(L) = \frac{BCK_5}{1 - e^{-k' \frac{x}{v}}}$$

Граничну відстань від джерела скиду побутових вод, за якої БСК буде мати граничне значення можна обчислити за формулою:

$$x = vt, \quad \text{де} \quad t = \frac{1}{k'_2 - k'} \ln \frac{k'_2}{k'} \left[1 - \frac{D_0(k'_2 - k')}{k' \times BCK(L)} \right]$$

Приклад. Швидкість потоку річки складає 612 л на день, температура води у річці 15⁰С, величина БСК₅ рівна 1 мг/л, розчинений кисень сягає 100% насичення. Стічні води, які надходять у дану річку мають наступні параметри: температура 20⁰С, швидкість потоку 94,8 л на день, величина БСК₅ рівна 180 мг/л і початкова концентрація розчиненого кисню становить 0 мг/л. Експериментально встановлено, що при 20⁰С k' складає 0,197, k'₂ – 0,587 (значення їх температурних коефіцієнтів при цьому складає 1,135 для k' і 1,024 для k'₂).

Розрахувати:

- граничну відстань від джерела скиду побутових вод, за якої БСК буде мати граничне значення;
- зміну концентрації розчиненого кисню від місця скиду побутових вод до 2000 км вниз за течією.

Крок 1:

Введіть дані :

Константа швидкості БСК: k' = день⁻¹

Константа швидкості реаерації: k₂' = день⁻¹

Крок 2:

Введіть або розрахуйте коефіцієнт повздовжньої дисперсії E:

Введіть температуру потоку T = °С
(в градусах [0-30])

Концентрація насичення: D = мг O₂/л

Концентрація РК при 100 % насичені складає: D = мг O₂/л

Крок 3:

Розрахувати температуру, РК і БСК для суміші води і домішок :

Температура	$T =$	водотік 15	стічні води <input type="text" value="20"/>	°C
Швидкість потоку	$V =$	<input type="text" value="612"/>	<input type="text" value="94,8"/>	км/год
Початкова концентрація РК	$D_0 =$	10,15	<input type="text" value="0"/>	мг/л
БСК ₅		<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="180"/>	мг/л

Розрахунки:Рівноважна температура $T = 15,67$ °CПочаткова РК суміші $D_0 = 8,784$ мг O₂/лПочаткова БСК₅ суміші = 25,01 мг БСК/лБСК_L суміші = 30,60 мг БСК/л**Рівняння Стретера-Фелпса II****Крок 4:**

Температурна корекція константи швидкості БСК та константи швидкості реаерації суміші

Температура суміші: $T = 15,67$ °CТемпература стічних вод $T = 20,00$ °CВведіть температурний коефіцієнт для k_2' : Введіть температурний коефіцієнт для k' : відкоректований k_2' 0,587 день⁻¹відкоректований k' 0,197 день⁻¹ $k_2 = 0,65$ день⁻¹ $k' = 0,34$ день⁻¹

Крок 5:

Дані для визначення критичної точки в потоці

Температура потоку: $T = 15,00$ °C

Концентрація насичення: $D = 10,15$ мг O₂/л

БСК_L: **30,60** мг БСК/л Початкова РК: **8,784** мг O₂/л

Швидкість потоку: $V =$ км/год

РК: = **10,15** мг O₂/л

Крок 6:

Початковий дефіцит РК в системі $D_0 =$ **1,361** мг O₂/л

Час досягнення критичної точки $t_c =$ **2,556** днів

Відстань до критичної точки $x_c =$ **296,3** км

Дефіцит РК в критичній точці $RK_L =$ **6,203** мг/л

РК в критичній точці $RK_C =$ **3,942** мг O₂/л

БСК₅ зразку в критичній точці $БСК_5 =$ **15,134** мг БСК/л

Розрахунок РК на даній відстані від місця виливу

		10,145224	
Швидкість потоку:	4,83 км/год	15,415008	
		0,3766496	
Введіть відстань:	<input type="text" value="20"/> км	0,0542235	
		0,512520	
РК:	7,860 мг O ₂ /л	7,860024	7,857477

Введені та розраховані параметри:

k'	0,34	день ⁻¹
k_2'	0,65	день ⁻¹
Температура потоку:	15,0	°C
Температура стоків:	20,0	°C
Насичення потоку:	100,0	%
k' температурний коефіцієнт:	1,135	
Швидкість потоку:	612,00	
Швидкість стоків:	94,80	
Початкова РК у стоках:	0,000	мг O ₂ /л
БСК ₅ потоку:	1,000	мг/л
БСК ₅ стоків:	180,000	мг O ₂ /л
Швидкість потоку:	4,83	км/год
k_2' температурний коефіцієнт:	1,024	
Рівноважна температура:	15,67	°C
PK ₀ :	8,784	мг O ₂ /л
Початкова БСК ₅ :	25,01	мг БСК/л
БСК _L :	30,60	мг БСК/л
s при x_c :	15,134	мг БСК/л
D ₀ :	1,361	мг O ₂ /л
T _c :	2,56	день
X _c :	296	км
D _c :	6,203	мг/л
PK _c :	3,942	мг O ₂ /л

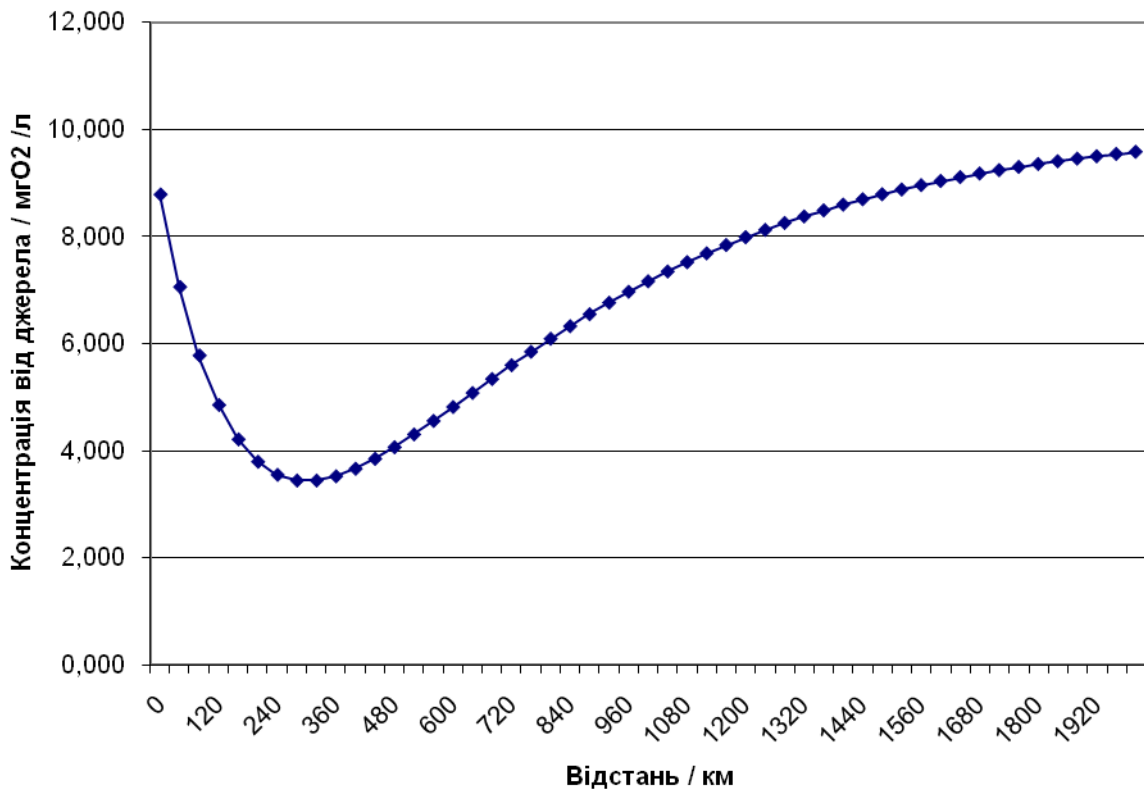


Рис. 5.1. Залежність зміни концентрації поглинутого кисню з відстанню

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Швидкість потоку річки складає F л на день, температура води у річці 15°C , величина БСК₅ рівна B мг/л, розчинений кисень сягає 100% насичення. Стічні води, які надходять у дану річку мають наступні параметри: температура 20°C , швидкість потоку C л на день, величина БСК₅ рівна D мг/л і початкова концентрація розчиненого кисню становить 0 мг/л. Експериментально встановлено, що при 20°C k' складає $0,197$, k'_2 – $0,587$ (значення їх температурних коефіцієнтів при цьому складає $1,135$ для k' і $1,024$ для k'_2).

Розрахувати:

- граничну відстань від джерела скиду побутових вод, за якої БСК буде мати граничне значення;
- зміну концентрації розчиненого кисню від місця скиду побутових вод до 2000 км вниз за течією.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	600	700	450	500	635	525	710	658	633	588	530	603
B	1,1	1,7	1,0	1,2	1,3	1,2	1,1	1,0	1,2	1,0	1,0	1,2
C	69	100	87	72	67	82	77	84	97	92	73	65
D	170	180	175	160	170	180	190	180	175	180	185	170

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Фактори, що впливають на стан водного об'єкта.
2. Схема побудови імітаційної моделі гідрохімічного та водного режимів.
3. Моделювання розподілу домішок в водних потоках від різних джерел викиду (миттєвих, неперервної дії).
4. Математична модель миттєвого скиду стічних вод у річкові системи.
5. Математична модель стаціонарного скиду стічних вод у річкові системи.
6. Математична модель миттєвого скиду стічних вод у озерні системи.
7. Математична модель стаціонарного скиду стічних вод у озерні системи.
8. Концепція одержання рівняння розповсюдження забруднювальної речовини у системах ґрунтових вод.
9. Рівняння Лапласа.
10. Кисневий режим і деструкція органічних речовин.
11. Модель РК-БСК. Модель Флепса-Стрітера.
12. Багатокамерна двокомпонентна модель. Модель Флепса-Стрітера для відкритих систем.
13. Визначення невідомих параметрів моделі Флепса-Стрітера.

Лабораторна робота №6

Тема: *Моделювання і прогнозування розповсюдження і трансформації забруднювальних речовин у повітрі. Модель Гауса.*

Мета: Освоїти навички моделювання розповсюдження і трансформації забруднювальних речовин у повітрі використовуючи відому методику ОНД-86 для розрахунку максимальної приземної концентрації домішки у повітряному середовищі.

Хід роботи:

Завдання. Визначити максимальну концентрацію забруднювальної речовини у приземному шарі атмосфери, що створюється одиночним точковим джерелом, використовуючи методику ОНД-86 за відповідною формулою:

$$\text{Для гарячих викидів: } C (\max) = \frac{MAFnmh}{H^2 \sqrt[3]{V\Delta T}}$$

$$\text{Для холодних викидів: } C (\max) = \frac{MAFD_x h}{8V \sqrt[3]{H^4}} = \frac{MAFn_x h}{7,1 \sqrt{VW} \sqrt[3]{H^4}}.$$

M- кількість шкідливої речовини, що викидається в атмосферне повітря за одиницю часу (г/с, т/рік);

A – коефіцієнт температурної стратифікації, що визначає умови горизонтального розсіювання атмосферних домішок і залежить від географічного розташування джерела забруднення (160 ÷ 240);

F – безрозмірний коефіцієнт, що враховує швидкість осідання шкідливої речовини в атмосфері. Для газоподібних шкідливих речовин та дрібнодисперсних аерозолів, швидкість впорядкованого осідання найбільш грубих фракцій, яких не перевищує 3 ÷ 5 м/с, F = 1,0. Для грубодисперсного пилу та золи при середньому експлуатаційному очищенні не менше 90% - F = 2,0; 75% ÷ 90% - F = 2,5; не менше 75% або відсутності очищення F = 3,0.

H – висота джерела викиду(м);

V – витрати пилогазоповітряної суміші (факелу) (м³/с);

n – безрозмірний коефіцієнт параметру умов виходу факелу (холодного або гарячого);

m – безрозмірний коефіцієнт умов виходу факелу (холодного або гарячого);

h – коефіцієнт рельєфу місцевості.

Зазначимо, що на рівень концентрації в досліджуваній точці простору перш за все впливають: швидкість виходу суміші викиду з гирла труби (W, м/с) та його температура (Тф, °С).

Швидкість виходу факелу задається технологічними показниками виробничого процесу. Витрати суміші (об'єм в одиницю часу) розраховують за формулою: $V=0,25\pi W D^2$.

Звідси, якщо відомий об'єм викиду, то швидкість викиду факела дорівнює: $W = \frac{4V}{\pi D^2}$.

Крім цих фізичних характеристик, для суміші викиду вводиться штучний розрахунковий показник f , відносно якого і розраховують безрозмірний коефіцієнт умов виходу факелу m :

$$f = 1000 \frac{DW^2}{H^2 \Delta T} = 1621 \frac{V^2}{Y^2 D^3 \Delta T}.$$

Для холодних викидів $f \geq 100$, для гарячих – f менше 100.

Подальші параметри викиду розглядаються окремо для гарячих і холодних викидів відповідно.

Іншим розрахунковим параметром є P :

- для **гарячого** викиду:

$$P_z = 0,65 \sqrt[3]{\frac{V \Delta T}{H}}.$$

- для **холодного** викиду:

$$P_x = 1,3 \sqrt{\frac{WD}{H}} = 1,66 \frac{V}{HD}$$

На його основі обчислюють загальний параметр викиду: $f_e = 800P^3$.

Розрахунковий параметр факела обчислюють наступним чином:

для **гарячих** викидів:

$$d_z = 2,48(1 + 0,28 \sqrt[3]{f_e}) \quad \text{для } P_r \leq 0,5$$

$$d_z = 4,95P_z(1 + 0,28 \sqrt[3]{f_e}) \quad \text{для } 0,5 < P_r \leq 2$$

$$d_z = 7 \sqrt{P_z}(1 + 0,28 \sqrt[3]{f_e}) \quad \text{для } P_r > 2$$

для **холодних** викидів:

$$d_x = 5,7 \quad \text{для } P_x \leq 0,5$$

$$d_x = 11,4P_x \quad \text{для } 0,5 < P_x \leq 2$$

$$d_x = 16 \sqrt{P_x} \quad \text{для } P_x > 2$$

Коефіцієнт обліку виходу факелу розраховують за формулою:

- для **гарячого** викиду: $m_z = \frac{1}{0,67 + 0,1\sqrt{f} + 0,34\sqrt[3]{f}}$

- для **холодного** викиду: $m_x = \frac{1,47}{\sqrt[3]{f}}$.

Параметри умов виходу факелу розраховують за формулою:

○ для **гарячих** викидів:

$$n_r = 0,532P_r^2 - 2,13P_r + 3,13 \quad \text{для } P_r \leq 0,5$$

$$n_r = 4,4P_r \quad \text{для } 0,5 < P_r \leq 2$$

$$n_r = 1 \quad \text{для } P_r > 2$$

○ для **холодних** викидів:

$$n_x = 0,532P_x^2 - 2,13P_x + 3,13 \quad \text{для } P_x \leq 0,5$$

$$n_x = 4,4P_x \quad \text{для } 0,5 < P_x \leq 2$$

$$n_x = 1 \quad \text{для } P_x > 2$$

Якщо в околицях досліджуваного джерела викидів можна виділити окремо ізольовані перешкоди (гребінь, гряда, пасмо, бугор, балка, тощо), то значення коефіцієнта рельєфу розраховують за формулою:

$$h=1+\varphi(h_r-1),$$

де φ – функція, що характеризує перешкоду, h_r – таблична величина.

Якщо позначити висоту (глибину) перешкоди (h_0) і ширину перешкоди ($2a_0$, де a_0 -половина ширини), а відстань від джерела до середини перешкоди (X_0), то при відомій висоті (H) джерела можна розрахувати відношення

$$n_1=H/h_0 \text{ і } n_2=a_0/h_0$$

На основі n_1 і n_2 визначають h_r за таблицею 6.1.

Таблиця 6.1.Значення показника рельєфу h_r в залежності n_1, n_2 .

n_1	n_2											
	4-5	6 - 9	10-15	16-30	4-5	6 - 9	10-15	16-30	4-5	6 – 9	10-15	16-30
	Балка (впадина)				Уступ				Гребінь (пагорб)			
$\leq 0,5$	4,0	2,0	1,6	1,3	3,5	1,8	1,5	1,2	3	1,5	1,4	1,2
0,6 -1,0	3,0	1,6	1,5	1,2	2,7	1,5	1,3	1,2	2,2	1,4	1,3	1
1,1-2,9	1,8	1,5	1,4	1,1	1,6	1,4	1,2	1,1	1,4	1,3	1,2	1
3-5	1,4	1,3	1,2	1	1,3	1,2	1,1	1	1,2	1,2	1,1	1
$>5,0$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Значення функції φ перешкоди можна визначити за графіком або розрахувати: $\varphi = |X_0/a_0$.

Якщо джерело стоїть на уступі, то має значення $\varphi = -X_0/a_0$.

У випадку рівної місцевості або слабого пересічного рельєфу з перепадом висот не вище 50 м на 1 км значення $h=1$. Для джерела, яке розташоване в зоні впливу декількох ізольованих перешкод (рис.6.1.), визначають значення h для кожного з них і використовують найбільше (h максимальне).

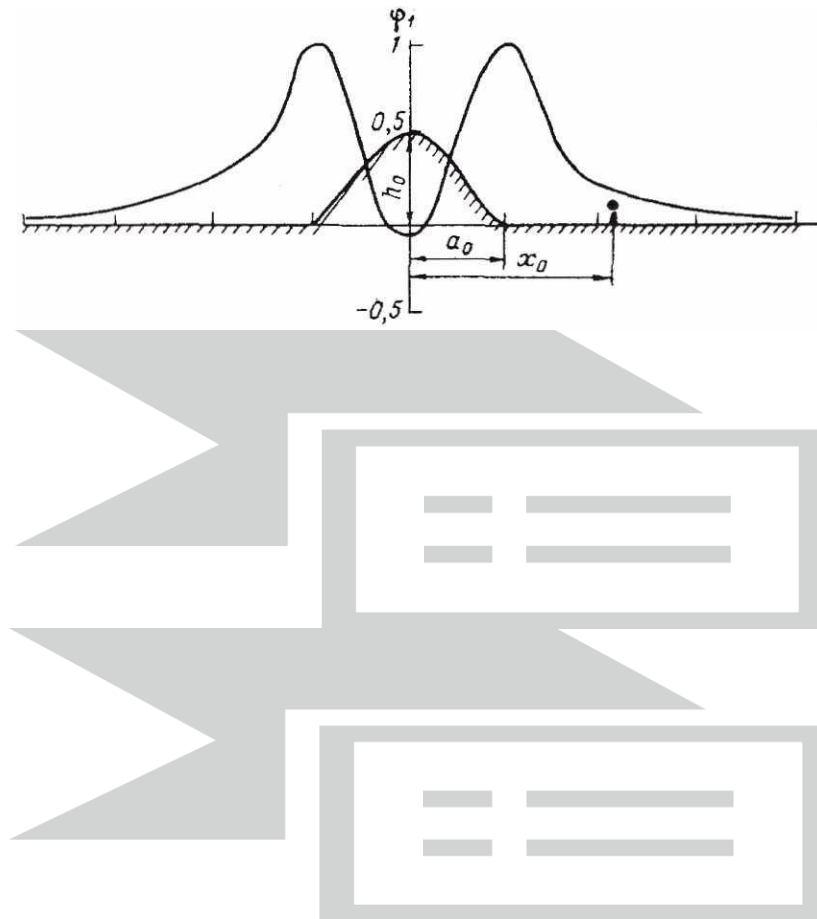


Рис. 6.1. Функція рельєфу ϕ

Небезпечна швидкість вітру u_m на висоті флюгера (10 м) розраховується за формулами:

при $f < 100$, тобто гарячі викиди:

$$u_m = \begin{cases} 0,5 & \text{при } V_m \leq 0,5 \\ V_m & \text{при } 0,5 < V_m \leq 2 \\ V_m(1 + 0,12\sqrt{f}) & \text{при } V_m > 2 \end{cases}$$

при $f \geq 100$, $\Delta T \approx 0$, тобто холодні викиди:

$$u_m = \begin{cases} 0,5 & \text{при } V_m' \leq 0,5 \\ V_m' & \text{при } 0,5 < V_m' \leq 2 \\ 2V_m' & \text{при } V_m' > 2 \end{cases}$$

При конкретному значенні швидкості вітру u , максимальна концентрація домішки від одиничного джерела розраховується по формулі:

$$C_{mi} = r C_m,$$

$$\text{де } r = \begin{cases} 0,67\lambda + 1,67\lambda^2 - 1,34\lambda^3 & \text{при } \lambda \leq 1 \\ \frac{3\lambda}{2\lambda^2 - \lambda + 2} & \text{при } \lambda > 1 \end{cases}, \text{ а } \lambda = \frac{u}{u_m}.$$

Відстань від джерела, на якому фіксується максимальна концентрація C_{mi} , що створюється викидами даного джерела, при заданій значенні швидкості вітру u , визначається по формулі:

$$x_{mi} = p x_m,$$

де

$$p = \begin{cases} 3 & \text{при } \lambda \leq 0,25 \\ 8,43(1-\lambda)^5 + 1 & \text{при } 0,25 < \lambda \leq 1. \\ 0,32\lambda + 0,68 & \text{при } \lambda > 1 \end{cases}$$

Розподіл концентрацій домішки на осі факелу має наступний вигляд

$$C_x = S_1 C_{mu}$$

Безрозмірна величина S_1 , що описує зміну концентрації вздовж осі факела розраховують в залежності від співвідношення $\mu = \frac{x}{x_{mu}}$ за виразами:

$$S_1 = \begin{cases} 3\mu^4 - 8\mu^3 + 6\mu^2 & \text{при } \mu \leq 1 \\ 1,13 \cdot (0,13\mu^2 + 1)^{-1} & \text{при } 1 < \mu \leq 8 \\ \frac{\mu}{3,58\mu^2 - 35,2\mu + 120} & \text{при } \mu > 8, F \leq 1,5 \\ \frac{1}{0,1\mu^2 + 2,47\mu - 17,8} & \text{при } \mu > 8, F > 1,5 \end{cases}$$

Якщо $H < 10$ м і $\mu < 1$, то замість S_1 використовують безрозмірний коефіцієнт S_1^H (для невеликих джерел)

$$S_1^H = 125(10 - H) + 0,125(H - 2)S_1.$$

Розподіл концентрацій домішки перпендикулярного до осі факелу має вигляд.

$$C_y = S_2 \cdot C_x$$

де $S_2 = (1 + 5t_y + 12,8t_y^2 + 17t_y^3 + 45,1t_y^4)^{-2}$

$$t_y = u \left(\frac{y}{x} \right)^2 \quad \text{при } u \leq 5$$

$$t_y = 5 \left(\frac{y}{x} \right)^2 \quad \text{при } u > 5$$

У випадку, коли розрахунок відбувається для групи джерел, має місце такий вираз:

$$C = C_1 + \dots + C_N$$

Розподіл концентрації домішки по висоті визначається формулою

$$C_z = r \cdot S_z \cdot S_2 \cdot C_m, \text{ якщо } b_1 \leq 1$$

де

$$S_z = S_1 \cdot (b_1) \frac{1 + 0,1(b_2 - 1)^2}{b_1^3 + 0,1(b_2 - 1)^2} \left[1 + \frac{(b_2 + 0,2)(b_1^2 - 1)}{b^2 + (b_2 + 0,2)(1 + 0,1(b_2 - 1)^2)} \right],$$

якщо $b_1 > 1$, то $C_z = S_1 \cdot (b_1)$, $b_1 = \frac{x}{x_{mu}}$; $b_2 = \frac{z}{(1 + 5d_2)H}$;

$$d_2 = \begin{cases} 0,06 \frac{V_m(f)^{1/3}}{u} + 0,034 \left(\frac{V_m}{u} \right)^3, & f < 100, \\ 0,28 \frac{V_m}{u} + 0,034 \left(\frac{V_m}{u} \right)^3, & f \geq 100. \end{cases}$$

Приклад: Забруднювальну речовину, що знаходиться у газоподібному стані викидають у атмосферу за наступних умов: швидкість виходу газоповітряної суміші W (12) м/с; маса викинутої пилогазоповітряної суміші M становить 75 г/с; висота джерела викиду H (30) м; діаметр джерела викиду D (1,0) м; температура газо-повітряної суміші T_2 (70) °С; температура повітря $T_{\text{пов}}$ (25) °С клас стабільності атмосфери (А); рельєф досліджуваної місцевості – рівний. За моделю Гауса:

а) розрахувати максимальну приземну концентрацію домішки у атмосферному повітрі;

б) встановити і побудувати залежність концентрації забруднювальної речовини від висоти труби 50, 60, 70, 80, 90 і 100м;

в) встановити і побудувати залежність концентрації забруднювальної речовини від маси домішки, що викидається у атмосферне повітря від (75, 85, 95, 105, 115, 125 і 135 г/с);

г) зробити відповідні висновки.

Крок 1. Введіть дані:							
Н, м	W, м/с	M, г/с	T _г , 0С	T _{пов} , 0С	D, м	A	h
50	12	75	70	25	1	200	1
Крок 2. Провести розрахунок необхідних параметрів:							
T _г -T _{пов}	V, м ³ /с	P _г	f _e	m _г	n _г		
45	9,42	2,702562	15791,26	0,004400612	1		
Крок 3. Розрахувати максимальну приземну концентрацію домішки в атмосферному повітрі							
С _{тах} , мг/л							
0,000467903							
Крок 4. Порівняти як зміниться концентрація від висоти труби							
С _{тах} , мг/л	Н, м						
0,001328841	50						
0,000922806	60						
0,00067798	70						
0,000519079	80						
0,000410136	90						
0,00033221	100						

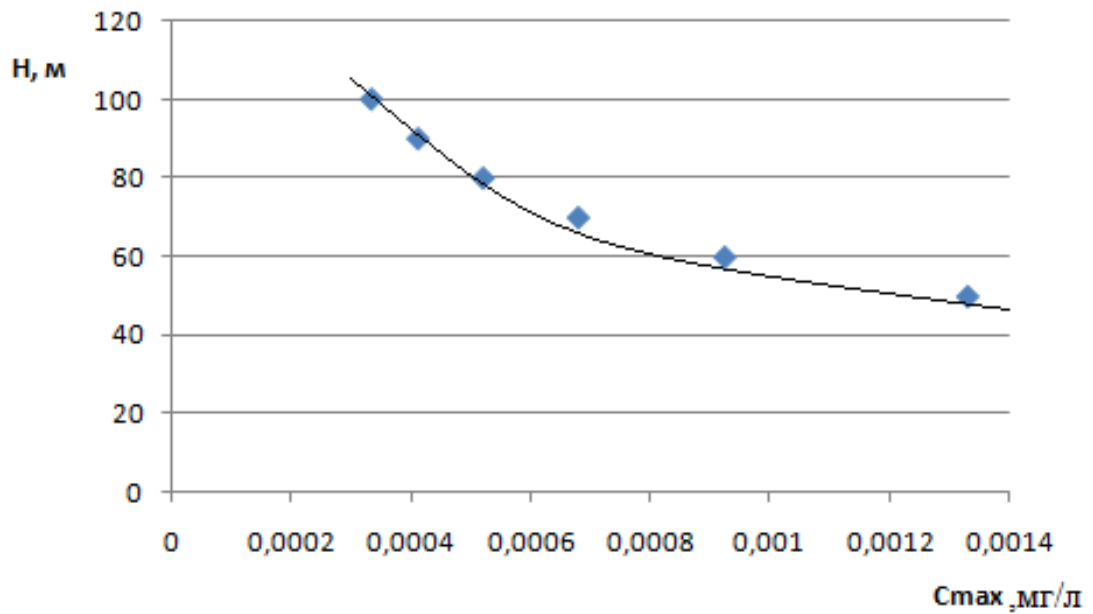


Рис. 6.1. Графічна залежність максимальної приземної концентрації домішки у атмосферному повітрі від висоти джерела викиду.

Наступним етапом є крок 5:

Крок 5. Порівняти як зміниться максимальна приземна концентрація зі зміною маси викинутої домішки					
C, мг/л	M, г/с				
0,001329	75				
0,001506	85				
0,001683	95				
0,00186	105				
0,002038	115				
0,002215	125				
0,002392	135				

Виражаємо дану прямолінійну залежність максимальної приземної концентрації забруднювальної речовини в атмосферному повітрі від маси суміші, що викидається в атмосферу графічно (рис. 6.3.).

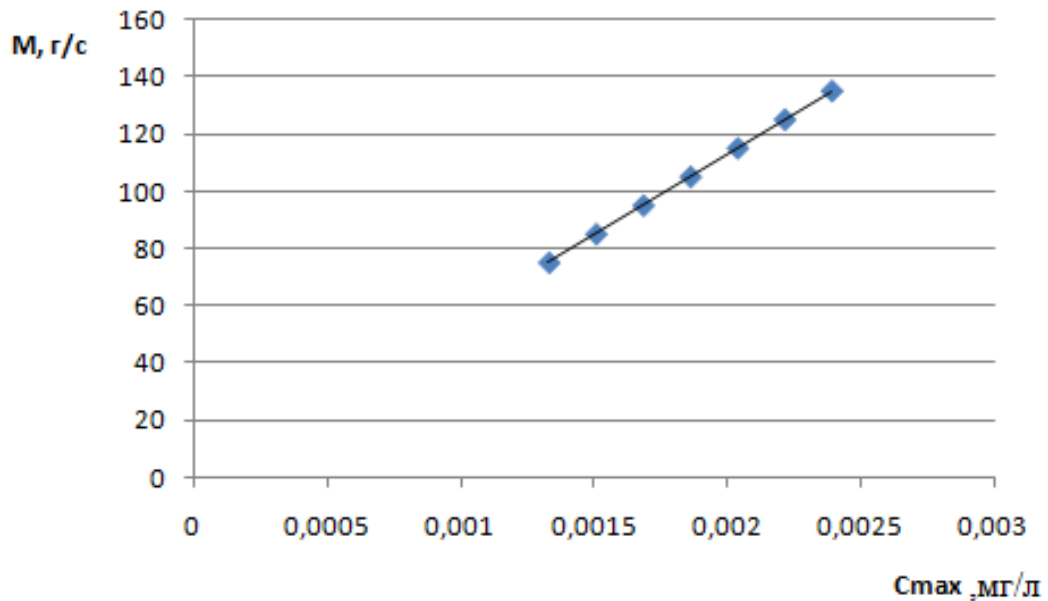


Рис. 6.3. Графічна залежність максимальної приземної концентрації домішки у атмосферному повітрі від маси викинутої газоповітряної суміші.

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Забруднювальну речовину, що знаходиться у газоподібному стані викидують у атмосферу за наступних умов: швидкість виходу газоповітряної суміші W м/с; маса викинутої пилогазоповітряної суміші становить M г/с; висота джерела викиду H м; діаметр джерела викиду D м; температура газоповітряної суміші T_z , °С; температура повітря $T_{пов}$, °С клас стабільності атмосфери (КСА); рельєф досліджуваної місцевості – рівний. За моделю Гауса:

- а) розрахувати максимальну приземну концентрацію домішки у атмосферному повітрі;
- б) встановити і побудувати залежність концентрації забруднювальної речовини від висоти труби 50, 60, 70, 80, 90 і 100м;
- в) встановити і побудувати залежність концентрації забруднювальної речовини від маси домішки, що викидається у атмосферне повітря від (75, 85, 95, 105, 115, 125 і 135 г/с);
- г) зробити відповідні висновки.

№	М, г/с	Н, м	D, м	W, м/с	T _г , °С	T _{пов} , °С	КСА	h
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	82	100	8	10	80	25	200	1,1
2.	87	70	6	8	70	23	180	1,0
3.	55	40	4	4	50	14	160	1,0
4.	60	80	3	16	100	13	170	1,1
5.	80	100	8	10	90	22	160	1,1
6.	90	120	1	12	60	17	200	1,0
7.	45	60	2	4	75	20	180	1,1
1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.	26	75	5	22	85	21	180	1,1

9.	35	85	7	13	90	16	С	1,2
10.	28	70	3	7	78	11	А	1,1
11.	75	100	2	4	94	18	В	1,2
12.	44	90	6	9	90	20	Д	1,0

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Постановка задачі розрахунку поширення атмосферних домішок.
2. Типи стаціонарних організованих джерел забруднення атмосфери.
3. Формування димового факела викиду забруднювальних речовин в атмосферу.
4. Умови, які впливають на розповсюдження домішок у зоні джерела викидів в атмосферу.
5. Моделювання дальності розповсюдження домішок в атмосфері.
6. Моделювання факторів впливу на забруднення повітря.
7. Типові моделі розповсюдження забруднювальних речовин в атмосферу: модель "клубка", "факела" та "пера".
8. Рівняння балансу атмосферних домішок.
9. Початкові граничні умови.
10. Розповсюдження пасивних атмосферних домішок від миттєвих та постійнодіючих джерел при постійному коефіцієнті турбулентності.
11. Рівняння балансу атмосферних домішок при стаціонарних процесах для граничного шару атмосфери.
12. Емпіричні моделі. Емпірична модель Берлянда.
13. Математичне моделювання концентрації домішок у приземному шарі атмосфери.
14. Особливості моделювання забруднення атмосфери викидами лінійного джерела.
15. Особливості моделювання забруднення атмосфери викидами групи джерел.
16. Особливості моделювання забруднення атмосфери викидами площинних джерел.
17. Моделювання якості стану атмосфери. Фонові концентрації домішки у атмосферному повітрі. Прогноз забруднення атмосфери міста.
18. Моделювання процесу розповсюдження інертних газоподібних викидів від різних видів джерел - точкових, лінійних, площинних.
19. Статистичні моделі забруднення атмосферного повітря. Модель Сеттонна.
20. Метод розпізнавання образів.
21. Метод послідовної графічної регресії.
22. Імітаційна модель прогнозування розповсюдження домішок у атмосферному повітрі ОНД-86.
23. Константи та змінні, що використовуються у методиці ОНД-86, їх значення і фізичний зміст.

24. Прогноз приземного поля концентрацій домішок.
25. Прогноз концентрації домішок у залежності від висоти.
26. Прогноз полів концентрацій домішок від точкових та лінійних джерел.
27. Алгоритм оптимізації взаємно діючих джерел викиду.

Лабораторна робота №7

Тема: Моделювання та прогнозування процесів забруднення у ґрунтах.

Мета: Освоїти навички моделювання розповсюдження і трансформації забруднювальних речовин у ґрунтах. Ознайомитись із міграцією важких металів у ґрунті та зміну їх концентрації у процесі збільшення відстані від джерела забруднення.

Хід роботи:

Завдання. Розрахувати зміну концентрації іонів важких металів (купрум та цинку) у районі шламонакопичувачів з відстанню використовуючи наступні моделі:

$$C(\text{Cu}) = 0,004\left(\frac{1}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{x_0}{100}\right)\frac{1}{r} + (x_0 - 0,8) \text{ - для } \text{Cu}^{2+};$$

$$C(\text{Zn}) = 0,01\left(\frac{1}{r}\right)^2 + 0,6\frac{1}{r} + 0,9x_0 \text{ - для } \text{Zn}^{2+},$$

де r – відстань від шламонакопичувача,

x_0 – початкова концентрація елемента у ґрунті.

Результати розрахунків представити графічно (рис. 7.1.). Зробити відповідні висновки.

Приклад. Розрахувати зміну концентрації іонів купрум(II) та цинку у районі шламонакопичувачів при збільшенні відстані від джерела забруднення до 50 км при початковій концентрації іонів Cu^{2+} 0,9 мг/л (табл.7.1.) та 0,5 мг/л Zn^{2+} . Результати представити графічно (рис. 7.1., 7.2.).

Таблиця 7.1. Результати розрахунку концентрації іону купрум(II) та цинку (II)

r	$C(\text{Cu})$
1	0,038
5	0,02296
10	0,02144
15	0,020951
20	0,02071
25	0,020566
30	0,020471
35	0,020403
40	0,020352
45	0,020313
50	0,020282

r	$C(\text{Zn})$
1	1,06
5	0,5704
10	0,5101
15	0,490044
20	0,480025
25	0,474016
30	0,470011
35	0,467151
40	0,465006
45	0,463338
50	0,462004

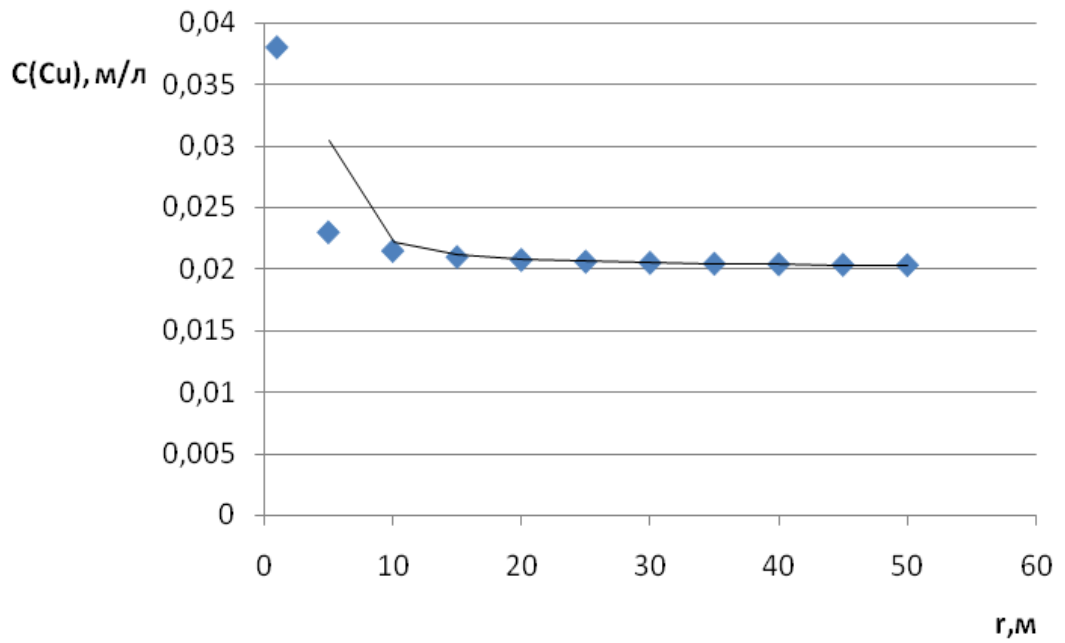


Рис. 7.1. Графічна залежність зміни концентрації іонів Cu^{2+} у ґрунтах з відстанню.

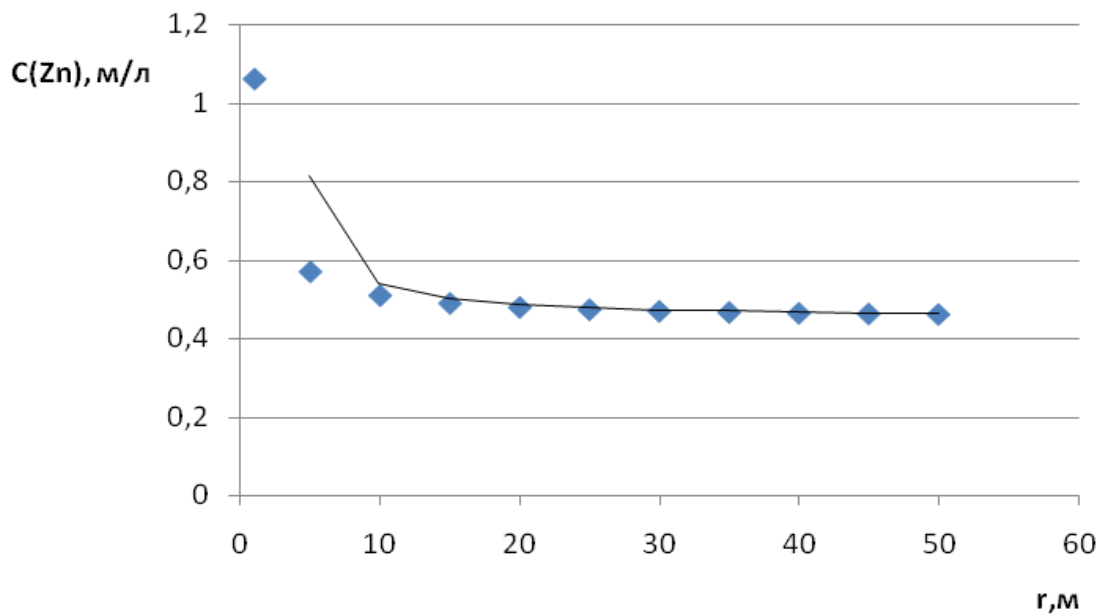


Рис. 7.2. Графічна залежність зміни концентрації іонів Zn^{2+} у ґрунтах з відстанню.

Завдання для індивідуальної роботи студентів:

Розрахувати та представити графічно зміну концентрації іонів купруму та цинку у районі шламонакопичувачів з відстанню (r) за наступних умов:

№варіанту	r	h (крок)	x_0 для Cu^{2+}	x_0 для Zn^{2+}
1	1 – 70	5	0,7	0,8
2	0 – 48	4	0,5	0,7
3	1 – 78	7	0,7	0,4
4	0 – 170	10	0,8	0,6
5	0 – 72	6	0,7	0,5
6	1 – 120	10	0,3	0,5
7	0 – 100	5	0,7	0,9
8	2 – 54	2	0,7	0,8
9	1 – 85	5	0,8	0,4
10	5 – 125	5	0,7	0,5
11	1 – 110	10	0,9	0,8
12	0 – 72	8	0,7	0,9

Перелік питань для підготовки та самоконтролю студентів:

1. Моделювання основних процесів життєдіяльності рослин.
2. Моделювання міграції радіонуклідів в агроценозах.
3. Системний підхід до вивчення процесів міграції радіонуклідів в агроценозах.
4. Моделювання вертикальної міграції радіонуклідів у профілі ґрунту.
5. Моделі міграції радіонуклідів у системі «ґрунт-рослина».
6. Моделювання міграції радіонуклідів харчовими ланцюгами.
7. Моделювання міграції радіонуклідів в агросфері.
8. Основні характеристики ґрунту, які обумовлюють поглинання важких металів.
9. Морфологічні характеристики рослин, які обумовлюють швидкість поглинання важких металів.
10. Математичне моделювання процесу поглинання важких металів ґрунтом і рослинами.
11. Моделювання розповсюдження у ґрунтах іонів купруму.
12. Моделювання розповсюдження у ґрунтах іонів цинку.
13. Розрахунок швидкості поглинання та міграції важких металів у ґрунті і рослинах та коефіцієнта токсичності важких металів для рослин.
14. Моделювання впливу осолонцювання та засолення ґрунту на ріст і розвиток рослин та їх екологічну чистоту.
15. Розрахунок виносу біогенних елементів із сільськогосподарських угідь.
16. Винос біогенних елементів з ґрунту при зборі урожаю.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К., Фітосоціоцентр. – 132с.
2. Горев Л.М. Основи моделювання в гідро екології: Підручник. – К.:Либідь, 1996. – 336 с.
3. Скіп Б. Моделювання та прогнозування стану довкілля. Навчальний посібник, Ч І. Чернівці "Рута", –2004. – 65с.
4. Скіп Б. Моделювання та прогнозування стану довкілля. Навчальний посібник, Чернівці "Рута", II –2005. – 56 с.
5. Скіп Б.В., Філіпчук Т.В., Моделювання та прогнозування стану довкілля. Практикум, Чернівці "Рута", –2006. – 68 с
6. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий: ОНД-86 Госкомгидромет.- Л.: Гидрометеиздат, 1987.- 94с. (Існує електронна копія за адресою <http://borisskip.narod.ru>) б. <http://ond86calc.narod.ru/GaussianDM.pdf>)
7. Чепурна, Т. Б. Моделювання і прогнозування стану довкілля : лаб. практикум / Т. Б. Чепурна. - Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2013. - 115 с.
8. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. - М.: Высшая школа, 1985. - 332 с.
9. Владимиров А.М., Ляхин Ю.И., Матвеев Л.Т., Орлов В.Г. Охрана окружающей среды. - Л.: Гидрометеиздат, 1991. - 424 с.
10. Турчак Л.И. Основы чисельных методов. - М.: Наука, 1987. - 320 с.
11. Заграй Я. М., Котовенко О. А. Моделювання і прогнозування стану довкілля. – К.: КПІ, 2007. – 68 с.
12. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
13. Математические модели контроля загрязнения воды. / под ред. А. Джеймса. - М.: Мир, 1981. - 470 с.
14. Горстко А.Б., Угольницкий Г.А. Введение в моделирование эколого-экономических систем. - Ростов н/Д.: Изд-во Ростовск. ун-та, 1990. - 112 с.
15. Попов Э.В. Экспертные системы. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 288 с.
16. R.A. Fjeld, N.A. Eisenberg, K.L. Compton. Quantitative environmental risk analysis for human health. – Washington, USA. John Wiley & Sons, Inc., 2007. – 390 p.
17. F.M. Dunnivant. Environmental laboratory exercises for instrumental analysis and environmental chemistry – Hoboken, New Jersey, USA. John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 330 p.
18. Технології обробки та моделювання екологічної та економічної інформації / В. Б. Мокін, А. В. Поплавський, А. Р. Яцолт, М. П. Боцулаа. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 130 с.

ЗМІСТ

	Стор.
ПЕРЕДМОВА.....	3
Лабораторна робота №1. Основні елементарні функції та їх застосування до моделювання динаміки популяцій.....	5
Лабораторна робота №2. Знаходження розв'язків диференціальних рівнянь чисельними методами.....	14
Лабораторна робота №3. Знаходження розв'язків диференціальних рівнянь чисельними методами.....	17
Лабораторна робота №4. Математичне моделювання і прогнозування розповсюдження домішок у водних потоках	21
Лабораторна робота №5. Модель Фелпса-Стрітера для поверхневих водних систем.....	33
Лабораторна робота №6. Моделювання і прогнозування розповсюдження і трансформації забруднювальних речовин у повітрі. Модель Гауса.....	40
Лабораторна робота №7. Моделювання та прогнозування процесів забруднення у ґрунтах.	50
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	53