<u>Варга Я.В.,</u> канд. фіз.-мат. наук
Рего В.Л., ст. викладач
Ганзе М.О., аспірант
ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород, Україна
iana.varga@uzhnu.edu.ua, https://orcid.org/ 0000-0001-7842-248X
vasyl.reho@uzhnu.edu.ua, https://orcid.org/ 0000-0002-4995-2577
myroslav.hanze@uzhnu.edu.ua, https://orcid.org/0000-0002-6310-8312

ПРО НЕЛІНІЙНУ КРАЙОВУ ЗАДАЧУ ДЛЯ ІТЕРАЦІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Ключові слова: диференціальні рівняння, вектор-функціонал, крайова задача.

Вступ. Однією з основних задач теорії диференціальних рівнянь є дослідження питань існування, єдиності, багатозначності, додатності та наближеної побудови розв’язків нелінійних $n-$вимірних систем диференціальних рівнянь, які підпорядковані заданим крайовим умовам [1-3].

Мета. Розробити і обґрунтовати оригінальний конструктивний чисельно–аналітичний метод, який може застосовуватися для дослідження існування і наближеної побудови розв’язків загального вигляду нелінійних функціональних крайових задач.

Результати.

Розглядається крайова задача загального вигляду

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t), x(x(t))), \qquad t \in [a, b], \tag{1}$$

для системи ітераційних диференціальних рівнянь із нелінійними крайовими умовами

$$\Phi(x(\mathrm{t}), \qquad x(x(t))) = \mathrm{d}, \tag{2}$$

де $f \epsilon\ C\ ([a, b]\ \times D\ \times D, R), d \in R^n$ – заданий вектор, Φ – неперервний -вимірний вектор-функціонал, і існують деякі $n \times n$ матриці K_1, K_2 з невід’ємними елементами, такі що для всіх $t\ \epsilon\ [a, b]$, $u_i, v_i \in D, i = 1..n$ виконується нерівність

$$f(t,u_1,u_2) - f(t,v_1,v_2) \leq K_1(u_1 - v_1) + K_2(u_2 - v_2). \tag{3}$$

Для дослідження крайової задачі (1), (2) використовується підхід описаний в [1].

Розглядаються лише ті розв'язки (1), (2) які належать множині

$$S \coloneqq \{x \in C([a,b];D) \colon |x(t_1) - x(t_2)| \leq L|t_1 - t_2|, \forall\, t_1, t_2 \in [a,b]\}, \tag{4}$$

де L – задана діагональна матриця.

На підставі умов (3) і (4) можемо отримати умови (5) для всіх $t \epsilon [a,b]$.

$$f(t,u_1,u_2) - f(t,v_1,v_2) \leq K_1(u_1 - v_1) + K_2 L(u_1 - v_1) =$$
$$= [K_1 + K_2 L]\, |u_1 - v_1| \tag{5}$$

Замість вихідної задачі (1), (2) пропонується розглядати допоміжну двоточкову крайову задачу (6), (7), де z, η вважаються невизначеними параметрами.

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t), x(x(t))), \qquad t \in [a,b], \tag{6}$$

$$x(a) = z, \qquad x(b) = \eta\,. \tag{7}$$

Розглядувана задача досліджується шляхом пов'язаності з послідовностями функцій (8) і (9), які справджують (7) для довільних z, η.

$$x_m(t,z,\eta) = z + \int_a^t f(s, x_{m-1}(s,z,\eta), x_{m-1}(x_{m-1}(s,z,\eta),z,\eta))\, ds -$$
$$-\frac{t-a}{b-a}\int_a^b f\big(s, x_{m-1}(s,z,\eta), x_{m-1}(x_{m-1}(s,z,\eta),z,\eta)\big)\, ds + \frac{t-a}{b-a}[\eta - z], \tag{8}$$
$$t \in [a,b], m = 1,2, \dots,$$

$$x_0(t,z,\eta) = z + \tfrac{t-a}{b-a}[\eta - z] = \left[1 - \tfrac{t-a}{b-a}\right] z + \tfrac{t-a}{b-a}\eta,\ t \in [a,b]. \tag{9}$$

Із розв'язку задачі (6), (7) за належного вибору числових значень параметрів z, η одержимо розв'язок вихідної крайової задачі (1), (2).

Висновки. Універсальність даного методу підтверджується тим, що він може легко застосовуватися у випадку крайових умов різних рівнів складності.

Список використаних джерел

1. Ronto A., Ronto M. and Varha Y. (2017) Investigation of transcendental boundary value problems using Lagrange Interpolation. *International Workshop QUALIDE-2017*, December 24-26, Tbilisi, Georgia, 158-163.

2. Ronto A., Ronto M. & Varha Y. (2015) A new approach to non-local boundary value problems for ordinary differential systems. *Applied Mathematics and Computation*, 250, 689-700.

3. Rus I.A., Egri E. (2006) Boundary value problems for iterative functional - di¤erential equations. *Stud. Univ. Babes-Bolyai Math*., vol.51, No. 2, 109-126.