Множини. Відображення множин

Лектор — доц. Ігор Шапочка

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

17 вересня 2022 року

Шапочка І. В. Курс лекцій з алгебри. Навчальний посібник. – Ужгород: Видавництво УжНУ „Говерла“, 2013. – 221 с. – ISBN 978-966-2095-79-1.

Шапочка І. В. Курс лекцій з алгебри. Навчальний посібник. – Ужгород: Видавництво УжНУ „Говерла“, 2013. – 221 с. – ISBN 978-966-2095-79-1.

http://e-learn.uzhnu.edu.ua — веб-адреса сайту електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

Шапочка І. В. Курс лекцій з алгебри. Навчальний посібник. – Ужгород: Видавництво УжНУ „Говерла“, 2013. – 221 с. – ISBN 978-966-2095-79-1.

http://e-learn.uzhnu.edu.ua — веб-адреса сайту електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

Основи теорії множин були закладені відомим німецьким математиком Георгом Кантором (1845–1918 рр.). Поява цієї теорії була зустрінута з ентузіазмом багатьма авторитетними математиками. Вони побачили в цій теорії можливість викласти з єдиних позицій зміст різноманітних, інколи далеких один від одного, розділів математики.
Однак пізніше дослідники виявили в теорії Кантора чимало суперечностей, так званих парадоксів. Розвиваючи ідеї Кантора математиками було запропоновано кілька формальних (або аксіоматичних) систем, які служать фундаментом сучасної теорії множин, а значить, а значить фундаментом всієї класичної математики.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.

Множини найчастіше позначають великими буквами латинського алфавіту: A, B, …, Z,

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.

Множини найчастіше позначають великими буквами латинського алфавіту: A, B, $\ldots$, Z, а їхні елементи — малими буквами: a, b, $\ldots$, z.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.
Множини найчастіше позначають великими буквами латинського алфавіту: A, B, ..., Z, а їхні елементи — малими буквами: a, b, ..., z.
Для деяких важливих множин прийнято стандартні позначення.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.

Множини найчастіше позначають великими буквами латинського алфавіту: A, B, $\ldots$, Z, а їхні елементи — малими буквами: a, b, $\ldots$, z. Для деяких важливих множин прийнято стандартні позначення. Так, буквами $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ позначають відповідно множину натуральних чисел, множину цілих чисел, множину раціональних чисел і множину дійсних чисел.

У математиці деякі поняття є первинними або, ще кажуть, неозначеними. Зокрема, одним із таких понять є поняття *множина*. Його слід розуміти, як довільну сукупність об'єктів, які називають *елементами* множини. Розглядають також *порожню* множину, тобто множину, що не містить жодного елементу.

Множини найчастіше позначають великими буквами латинського алфавіту: A, B, ..., Z, а їхні елементи — малими буквами: a, b, ..., z. Для деяких важливих множин прийнято стандартні позначення. Так, буквами $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ позначають відповідно множину натуральних чисел, множину цілих чисел, множину раціональних чисел і множину дійсних чисел. Порожню множину позначають символом $\varnothing$.

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках.

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках. Наприклад, множину A перших трьох латинських літер записують у вигляді

$$\{a,\ b,\ c\}.$$

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках. Наприклад, множину A перших трьох латинських літер записують у вигляді

$$\{a,\ b,\ c\}.$$

У цьому випадку кажуть, що елемент a належить множині A

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках. Наприклад, множину A перших трьох латинських літер записують у вигляді

$$\{a,\ b,\ c\}.$$

У цьому випадку кажуть, що елемент a належить множині A і записують $a \in A$

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках. Наприклад, множину A перших трьох латинських літер записують у вигляді

$$\{a,\ b,\ c\}.$$

У цьому випадку кажуть, що елемент a належить множині A і записують $a \in A$ або $A \ni a$.

Інколи множини можуть бути описані шляхом перерахування всіх її елементів. Зазвичай ці елементи записуються у фігурних дужках. Наприклад, множину A перших трьох латинських літер записують у вигляді

$$\{a,\ b,\ c\}.$$

У цьому випадку кажуть, що елемент a належить множині A і записують $a \in A$ або $A \ni a$. Запис $d \notin A$ означає, що d не є елементом множини A.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A,

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A,

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*,

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.
Запис $A \neq B$ означає, що множини A і B — не рівні.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.
Запис $A \neq B$ означає, що множини A і B — не рівні.
Для виділення підмножини $B \subset A$ часто використовують деяку властивість, якій задовольняють тільки елементи із B.

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.
Запис $A \neq B$ означає, що множини A і B — не рівні.
Для виділення підмножини $B \subset A$ часто використовують деяку властивість, якій задовольняють тільки елементи із B. Наприклад,

$$\{n \in \mathbb{N} \mid n = 2m \text{ для деякого } m \in \mathbb{N}\}$$

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.
Запис $A \neq B$ означає, що множини A і B — не рівні.
Для виділення підмножини $B \subset A$ часто використовують деяку властивість, якій задовольняють тільки елементи із B. Наприклад,

$$\{n \in \mathbb{N} \mid n = 2m \text{ для деякого } m \in \mathbb{N}\}$$

є множиною всіх парних натуральних чисел,

Означення 1

Множину B називають *підмножиною* множини A, якщо всі елементи множини B належать множині A, і пишуть $B \subset A$ або $A \supset B$.

За означенням порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

Означення 2

Дві множини A і B називаються *рівними*, якщо множина A є підмножиною множини B і, навпаки, множина B є підмножиною множини A.

Рівність множин A і B позначають $A = B$.
Запис $A \neq B$ означає, що множини A і B — не рівні.
Для виділення підмножини $B \subset A$ часто використовують деяку властивість, якій задовольняють тільки елементи із B. Наприклад,

$$\{n \in \mathbb{N} \mid n = 2m \text{ для деякого } m \in \mathbb{N}\}$$

є множиною всіх парних натуральних чисел, тобто

$$\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ \ldots\}.$$

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x, y, z\}$,

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$,

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x,\ y,\ z\}$, $B = \{1,\ 2\}$,то

$$A \cup B = \{x,\ y,\ z,\ 1,\ 2\}.$$

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x,\ y,\ z\}$, $B = \{1,\ 2\}$,то

$$A \cup B = \{x,\ y,\ z,\ 1,\ 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$,то

$$A \cup B = \{x, y, z, 1, 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 4

Перетином множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать одночасно обом цим множинам.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$,то

$$A \cup B = \{x, y, z, 1, 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 4

Перетином множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать одночасно обом цим множинам.

Перетин множин A і B позначається $A \cap B$.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x,\ y,\ z\}$, $B = \{1,\ 2\}$,то

$$A \cup B = \{x,\ y,\ z,\ 1,\ 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 4

Перетином множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать одночасно обом цим множинам.

Перетин множин A і B позначається $A \cap B$.

Приклад 3. Використовуючи попередній приклад множин A і B матимемо $A \cap B = \varnothing$.

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x,\ y,\ z\}$, $B = \{1,\ 2\}$,то

$$A \cup B = \{x,\ y,\ z,\ 1,\ 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 4

Перетином множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать одночасно обом цим множинам.

Перетин множин A і B позначається $A \cap B$.

Приклад 3. Використовуючи попередній приклад множин A і B матимемо $A \cap B = \varnothing$.

Приклад 4. $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} =$

Означення 3

Об'єднанням множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать хоча б одній з цих множин.

Об'єднання множин A і B позначається $A \cup B$.

Приклад 1. Якщо $A = \{x,\ y,\ z\}$, $B = \{1,\ 2\}$,то

$$A \cup B = \{x,\ y,\ z,\ 1,\ 2\}.$$

Приклад 2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Означення 4

Перетином множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів, що належать одночасно обом цим множинам.

Перетин множин A і B позначається $A \cap B$.

Приклад 3. Використовуючи попередній приклад множин A і B матимемо $A \cap B = \varnothing$.

Приклад 4. $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$.

Теорема 1

Для довільних множин A, B і C справджуються рівності

$$A \cup B = B \cup A,$$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$
$$A \cup \varnothing = A,$$
$$A \cap B = B \cap A,$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),$$
$$A \cap \varnothing = \varnothing.$$

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина,

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів множини A, які не належать множині B.

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів множини A, які не належать множині B.

Різницю множин A і B позначають $A \setminus B$.

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів множини A, які не належать множині B.

Різницю множин A і B позначають $A \setminus B$.

Приклад 5. Якщо $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$,

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів множини A, які не належать множині B.

Різницю множин A і B позначають $A \setminus B$.

Приклад 5. Якщо $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$,

Означення 5

Різницею двох множин A і B називається множина, яка складається з усіх елементів множини A, які не належать множині B.

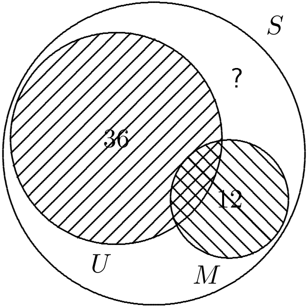
Різницю множин A і B позначають $A \setminus B$.

Приклад 5. Якщо $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$,то

$$A \setminus B = \{1,\ 2\}.$$

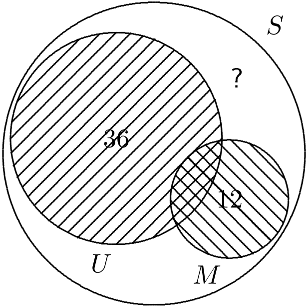
Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.

Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



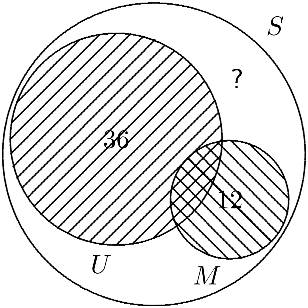
S — множина всіх студентів групи,

Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



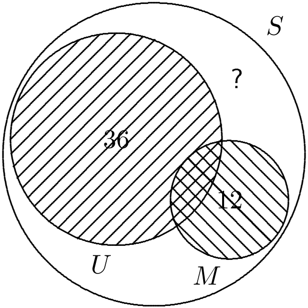
S — множина всіх студентів групи,
U — множина студентів групи, які володіють українською мовою,

Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



S — множина всіх студентів групи,
U — множина студентів групи, які володіють українською мовою,
M — множина студентів групи, які володіють угорською мовою.

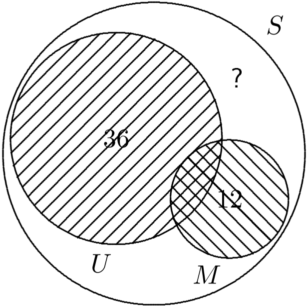
Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



S — множина всіх студентів групи,
U — множина студентів групи, які володіють українською мовою,
M — множина студентів групи, які володіють угорською мовою.

$$|U \cup M|$$

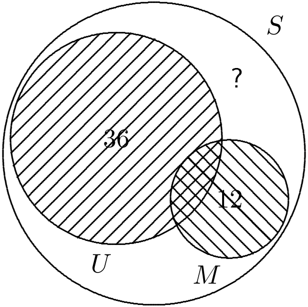
Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



S — множина всіх студентів групи,
U — множина студентів групи, які володіють українською мовою,
M — множина студентів групи, які володіють угорською мовою.

$$|U \cup M| = 36 + 12 - 5 = 43,$$

Приклад 6. У групі із 50 студентів 36 студентів володіють українською мовою, 12 — угорською, 5 — обома українською та угорською мовами. Знайдіть число студентів, які не володіють жодною із цих мов.



S — множина всіх студентів групи,
U — множина студентів групи, які володіють українською мовою,
M — множина студентів групи, які володіють угорською мовою.

$$|U \cup M| = 36 + 12 - 5 = 43,$$

$$|S \setminus (U \cup M)| = 50 - 43 = 7.$$

Нехай X і Y — деякі множини.

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y),

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y), більш формально множину

$$\{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y), більш формально множину

$$\{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

Вважають, що впорядковані пари (a, b) і (c, d) рівні, якщо $a = c$ і $b = d$.

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y), більш формально множину

$$\{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

Вважають, що впорядковані пари (a, b) і (c, d) рівні, якщо $a = c$ і $b = d$.

Означення 6

Декартовим добутком множин X і Y

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y), більш формально множину

$$\{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

Вважають, що впорядковані пари (a, b) і (c, d) рівні, якщо $a = c$ і $b = d$.

Означення 6

Декартовим добутком множин X і Y називається множина всіх впорядкованих пар (x, y) елементів $x \in X$, $y \in Y$.

Нехай X і Y — деякі множини. *Впорядкованою парою* елементів $x \in X$, $y \in Y$ називають символ (x, y), більш формально множину

$$\{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

Вважають, що впорядковані пари (a, b) і (c, d) рівні, якщо $a = c$ і $b = d$.

Означення 6

Декартовим добутком множин X і Y називається множина всіх впорядкованих пар (x, y) елементів $x \in X$, $y \in Y$.

Декартів добуток множин X і Y позначають $X \times Y$.

Приклад 7. Якщо $X = \{1,\ 2,\ 3\}$,

Приклад 7. Якщо $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{3, 4\}$,

Приклад 7. Якщо $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{3,\ 4\}$,то

$$X \times Y = \{(1,3),\ (1,4),\ (2,3),\ (2,4),\ (3,3),\ (3,4)\}.$$

Приклад 7. Якщо $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{3,\ 4\}$,то

$$X \times Y = \{(1,3),\ (1,4),\ (2,3),\ (2,4),\ (3,3),\ (3,4)\}.$$

Приклад 8. Якщо A={Іван, Петро},

Приклад 7. Якщо $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{3,\ 4\}$,то

$$X \times Y = \{(1,3),\ (1,4),\ (2,3),\ (2,4),\ (3,3),\ (3,4)\}.$$

Приклад 8. Якщо A={Іван, Петро}, B={Марина, Дарина, Катерина},

Приклад 7. Якщо $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{3,\ 4\}$,то

$$X \times Y = \{(1,3),\ (1,4),\ (2,3),\ (2,4),\ (3,3),\ (3,4)\}.$$

Приклад 8. Якщо A=$\{$Іван, Петро$\}$, B=$\{$Марина, Дарина, Катерина$\}$, то

$$A \times B = \{(\text{Іван}, \text{Марина}),\ (\text{Іван}, \text{Дарина}),\ (\text{Іван}, \text{Катерина}),$$
$$(\text{Петро}, \text{Марина}),\ (\text{Петро}, \text{Дарина}),\ (\text{Петро}, \text{Катерина})\}.$$

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$.

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Замість $(x, y) \in \rho$ часто пишуть $x \xrightarrow{\rho} y$.

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Замість $(x, y) \in \rho$ часто пишуть $x \xrightarrow{\rho} y$.

Приклад 9. Нехай $X = \{6, 7, 8\}$,

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Замість $(x, y) \in \rho$ часто пишуть $x \xrightarrow{\rho} y$.

Приклад 9. Нехай $X = \{6, 7, 8\}$, $Y = \{\spadesuit, \clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$.

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Замість $(x, y) \in \rho$ часто пишуть $x \xrightarrow{\rho} y$.

Приклад 9. Нехай $X = \{6, 7, 8\}$, $Y = \{\spadesuit, \clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$. Тоді підмножина

$$\rho = \{(6, \spadesuit), (7, \clubsuit), (8, \diamondsuit), (8, \heartsuit)\}$$

множини $X \times Y$

Означення 7

Відповідністю між множинами X і Y називається підмножина ρ множини $X \times Y$. Якщо $(x, y) \in \rho$, то кажуть, що елементу x *відповідає* елемент y.

Замість $(x, y) \in \rho$ часто пишуть $x \xrightarrow{\rho} y$.

Приклад 9. Нехай $X = \{6, 7, 8\}$, $Y = \{\spadesuit, \clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$.Тоді підмножина

$$\rho = \{(6, \spadesuit),\ (7, \clubsuit),\ (8, \diamondsuit),\ (8, \heartsuit)\}$$

множини $X \times Y$ є відповідністю між заданими множинами X і Y.

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y,

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y, називається *відображенням множини X в множину Y*.

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y, називається *відображенням множини X в множину Y*.

Приклад 10. Нехай $X = \{6,\ 7,\ 8\}$,

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y, називається *відображенням множини X в множину Y*.

Приклад 10. Нехай $X = \{6, 7, 8\}$, $Y = \{\spadesuit, \clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$.

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y, називається *відображенням множини X в множину Y*.

Приклад 10. Нехай $X = \{6,\ 7,\ 8\}$, $Y = \{\spadesuit,\ \clubsuit,\ \diamondsuit,\ \heartsuit\}$.Тоді відповідність

$$f = \{(6, \diamondsuit),\ (7, \spadesuit),\ (8, \diamondsuit)\}$$

Означення 8

Відповідність, при якій кожному елементу множини X відповідає єдиний елемент множини Y, називається *відображенням множини X в множину Y*.

Приклад 10. Нехай $X = \{6,\ 7,\ 8\}$, $Y = \{\spadesuit,\ \clubsuit,\ \diamondsuit,\ \heartsuit\}$.Тоді відповідність

$$f = \{(6, \diamondsuit),\ (7, \spadesuit),\ (8, \diamondsuit)\}$$

є відображенням множинами X в множину Y.

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$.

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\dots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$,

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x,

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y і пишуть $y = f(x)$.

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y і пишуть $y = f(x)$.

Означення 9

Множину
$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \mid x \in X\}$$

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, ..., і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y і пишуть $y = f(x)$.

Означення 9

Множину

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \mid x \in X\}$$

називають *образом відображення* $f : X \to Y$.

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y і пишуть $y = f(x)$.

Означення 9

Множину
$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \mid x \in X\}$$
називають *образом відображення* $f : X \to Y$.

Означення 10

Повним прообразом елемента $y \in Y$ при відображенні $f : X \to Y$

Відображення множин звичайно позначають буквами: f, g, h, $\ldots$, і пишуть $f : X \to Y$ або $X \xrightarrow{f} Y$. При цьому кажуть, що X — *область визначення*, а Y — *область значень*.
Якщо при відображенні f елементу $x \in X$ відповідає елемент $y \in Y$, то елемент y називають *образом* елемента x, а елемент x називають *прообразом* елемента y і пишуть $y = f(x)$.

Означення 9

Множину

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \mid x \in X\}$$

називають *образом відображення* $f : X \to Y$.

Означення 10

Повним прообразом елемента $y \in Y$ при відображенні $f : X \to Y$ називається множина $f^{-1}(y) = \{x \in X \mid f(x) = y\}$.

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*,

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X,

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*,

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1,\ x_2 \in X$

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1, x_2 \in X$ $(x_1 \neq x_2)$

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1, x_2 \in X$ $(x_1 \neq x_2)$ образи їх різні,

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1, x_2 \in X$ $(x_1 \neq x_2)$ образи їх різні, тобто $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1, x_2 \in X$ $(x_1 \neq x_2)$ образи їх різні, тобто $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Означення 13

Відображення $f : X \to Y$ називається *бієктивним*,

Означення 11

Відображення $f : X \to Y$ називається *сюр'єктивним*, якщо кожен елемент множини Y є образом деякого елемента з множини X, тобто якщо $\mathrm{Im} f = Y$.

Означення 12

Відображення $f : X \to Y$ називається *ін'єктивним*, якщо для довільних різних елементів $x_1, x_2 \in X$ $(x_1 \neq x_2)$ образи їх різні, тобто $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Означення 13

Відображення $f : X \to Y$ називається *бієктивним*, якщо воно одночасно є сюр'єктивним і ін'єктивним.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа,

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$,

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y + 2)$,

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) =$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2 = (y+2) - 2$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2 = (y+2) - 2 = y.$$

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2 = (y+2) - 2 = y.$$

Таким чином довільний елемент y із множини образів $\mathbb{Q}$ має прообраз.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2 = (y+2) - 2 = y.$$

Таким чином довільний елемент y із множини образів $\mathbb{Q}$ має прообраз. А це означає, що f є сюр'єктивним відображенням.

Приклад 13. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є прикладом бієктивного відображення. Дійсно, якщо x_1 і x_2 — два різні раціональні числа, то $f(x_1) \neq f(x_2)$. У протилежному випадку одержали б, що

$$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2.$$

Звідси слідувало б, що $3x_1 = 3x_2$. А отже $x_1 = x_2$, що суперечить вибору чисел x_1 і x_2. Це означає, що f — ін'єктивне відображення. Нехай y — довільне раціональне число із $\mathbb{Q}$. Розглянемо раціональне число $\frac{1}{3}(y+2)$, яке позначимо через x. Обчислимо

$$f(x) = 3x - 2 = 3\big(\tfrac{1}{3}(y+2)\big) - 2 = (y+2) - 2 = y.$$

Таким чином довільний елемент y із множини образів $\mathbb{Q}$ має прообраз. А це означає, що f є сюр'єктивним відображенням. Як наслідок з вище сказаного одержуємо, що f — бієктивне відображення.

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел.

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел. Відображення $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$h(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R},$$

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел.
Відображення $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$h(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R},$$

є сюр'єктивним, але не є ін'єктивним.

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел.
Відображення $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$h(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R},$$

є сюр'єктивним, але не є ін'єктивним.

Відображення $s : \mathbb{R}_{0+} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$s(t) = t^2, \qquad t \in \mathbb{R}_{0+},$$

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел.
Відображення $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$h(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R},$$

є сюр'єктивним, але не є ін'єктивним.

Відображення $s : \mathbb{R}_{0+} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$s(t) = t^2, \qquad t \in \mathbb{R}_{0+},$$

є і ін'єктивним, і сюр'єктивним,

Приклад 14. Відображення $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таке, що

$$g(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{N},$$

є ін'єктивним, але не є сюр'єктивним.

Нехай $\mathbb{R}_{0+}$ — множина всіх невід'ємних дійсних чисел.
Відображення $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$h(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R},$$

є сюр'єктивним, але не є ін'єктивним.

Відображення $s : \mathbb{R}_{0+} \to \mathbb{R}_{0+}$ таке, що

$$s(t) = t^2, \qquad t \in \mathbb{R}_{0+},$$

є і ін'єктивним, і сюр'єктивним,тобто є бієктивним відображенням.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ *— бієктивне відображення. Тоді відповідність* f^{-1}*, визначена за правилом: кожному елементу* $y \in Y$ *відповідає його прообраз* $f^{-1}(y)$*, є бієктивним відображенням множини* Y *в множину* X*.*

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням,

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X,

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ *— бієктивне відображення. Тоді відповідність* f^{-1}*, визначена за правилом: кожному елементу* $y \in Y$ *відповідає його прообраз* $f^{-1}(y)$*, є бієктивним відображенням множини* Y *в множину* X*.*

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ *— бієктивне відображення. Тоді відповідність* f^{-1}*, визначена за правилом: кожному елементу* $y \in Y$ *відповідає його прообраз* $f^{-1}(y)$*, є бієктивним відображенням множини* Y *в множину* X*.*

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ *— бієктивне відображення. Тоді відповідність* f^{-1}*, визначена за правилом: кожному елементу* $y \in Y$ *відповідає його прообраз* $f^{-1}(y)$*, є бієктивним відображенням множини* Y *в множину* X*.*

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 =$$

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 = f(f^{-1}(y_1)) =$$

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 = f(f^{-1}(y_1)) = f(f^{-1}(y_2))$$

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 = f(f^{-1}(y_1)) = f(f^{-1}(y_2)) = y_2.$$

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ *— бієктивне відображення. Тоді відповідність* f^{-1}*, визначена за правилом: кожному елементу* $y \in Y$ *відповідає його прообраз* $f^{-1}(y)$*, є бієктивним відображенням множини* Y *в множину* X*.*

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.

По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.

Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 = f(f^{-1}(y_1)) = f(f^{-1}(y_2)) = y_2.$$

Це означає, що відображення $f^{-1} : Y \to X$ є ін'єктивним, а отже, і бієктивним.

Теорема 2

Нехай $f : X \to Y$ — бієктивне відображення. Тоді відповідність f^{-1}, визначена за правилом: кожному елементу $y \in Y$ відповідає його прообраз $f^{-1}(y)$, є бієктивним відображенням множини Y в множину X.

Доведення.

По-перше, оскільки f є бієктивним відображенням, то кожен елемент y із множини Y має єдиний прообраз із X, а тому відповідність f^{-1} є відображенням із множини Y в множину X.
По-друге, кожен елемент x із X є образом елемента $y = f(x)$ при відображенні $f^{-1} : Y \to X$. Тому відображення $f^{-1} : Y \to X$ є сюр'єктивним.
Нарешті, образи $f^{-1}(y_1)$, $f^{-1}(y_2)$ будь-яких двох різних елементів y_1, y_2 множини Y — різні. Оскільки у протилежному випадку ми одержали б, що

$$y_1 = f(f^{-1}(y_1)) = f(f^{-1}(y_2)) = y_2.$$

Це означає, що відображення $f^{-1} : Y \to X$ є ін'єктивним, а отже, і бієктивним. Теорему доведено. $\square$

Приклад 15. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є бієктивним.

Приклад 15. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є бієктивним. Тому можна говорити про відображення $f^{-1} : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$.

Приклад 15. Відображення $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ таке, що

$$f(x) = 3x - 2, \quad x \in \mathbb{Q},$$

є бієктивним. Тому можна говорити про відображення $f^{-1} : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$. Нескладно переконатися, що

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x + 2), \quad x \in \mathbb{Q}.$$

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*,

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним або *тотожним* відображенням множини X в себе називається

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним або *тотожним* відображенням множини X в себе називається відображення $e_X : X \to X$ таке,

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним або *тотожним* відображенням множини X в себе називається відображення $e_X : X \to X$ таке, що $e_X(x) = x$ для довільного $x \in X$.

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним або *тотожним* відображенням множини X в себе називається відображення $e_X : X \to X$ таке, що $e_X(x) = x$ для довільного $x \in X$.

Очевидно тотожне відображення e_X є бієктивним відображенням із множини X у множину X.

Означення 14

Відображення $f : X \to Y$ і $g : X \to Y$ називаються *рівними*, якщо для будь-якого $x \in X$ справджується рівність $f(x) = g(x)$.

Означення 15

Одиничним або *тотожним* відображенням множини X в себе називається відображення $e_X : X \to X$ таке, що $e_X(x) = x$ для довільного $x \in X$.

Очевидно тотожне відображення e_X є бієктивним відображенням із множини X у множину X.

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$ називається відображення $gf : X \to Z$,

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$ називається відображення $gf : X \to Z$, яке визначається умовою

$$gf(x) = g\left(f(x)\right)$$

для будь-якого $x \in X$.

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$ називається відображення $gf : X \to Z$, яке визначається умовою

$$gf(x) = g\left(f(x)\right)$$

для будь-якого $x \in X$.

Очевидно, для довільного відображення $f : X \to Y$

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$ називається відображення $gf : X \to Z$, яке визначається умовою

$$gf(x) = g\left(f(x)\right)$$

для будь-якого $x \in X$.

Очевидно, для довільного відображення $f : X \to Y$

$$fe_X = f,$$

Означення 16

Добутком двох відображень $f : X \to Y$ і $g : Y \to Z$ називається відображення $gf : X \to Z$, яке визначається умовою

$$gf(x) = g\,(f(x))$$

для будь-якого $x \in X$.

Очевидно, для довільного відображення $f : X \to Y$

$$fe_X = f, \qquad e_Y f = f.$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону.

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$,

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$,

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення,

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A.

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує,

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B, g : B \to C, h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D,

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) =$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) = h(gf(a)) =$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) = h(gf(a)) = h(g(f(a))) =$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) = h(gf(a)) = h(g(f(a))) = hg(f(a)) =$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) = h(gf(a)) = h(g(f(a))) = hg(f(a)) = [hg]f(a).$$

Теорема 3

Добуток відображень задовольняє асоціативному закону. Це означає, що для довільних трьох відображень $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ справджується рівність

$$h[gf] = [hg]f.$$

Доведення.

Нехай $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ — довільні відображення, a — довільний елемент множини A. Тоді із означення добутку відображень слідує, що обидва відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ є відображеннями із множини A в множину D, а також справджуються наступні рівності

$$h[gf](a) = h(gf(a)) = h(g(f(a))) = hg(f(a)) = [hg]f(a).$$

Тому за означенням рівності відображень відображення $h[gf]$ і $[hg]f$ рівні. $\square$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення.

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке,

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*,

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим.

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно.

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' =$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' = e_X g' =$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' = e_X g' = [gf]g' =$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' = e_X g' = [gf]g' = g[fg'] =$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' = e_X g' = [gf]g' = g[fg'] = ge_Y =$$

Означення 17

Нехай $f : X \to Y$ — деяке відображення. Якщо існує відображення $g : Y \to X$ таке, що

$$gf = e_X, \qquad fg = e_Y, \tag{1}$$

то f називається *оборотним відображенням*, а g називають *оберненим відображенням* до f і позначається символом f^{-1}.

Це позначення є виправданим. По-перше тому, що відображення $f^{-1} : Y \to X$, про яке говориться у теоремі 2 є оберненим до відображення f (нагадаємо, що в умові теореми 2 вимагається бієктивність відображення f). По-друге, обернене відображення до f, якщо воно існує, визначається однозначно. Дійсно, якщо існує ще одне відображення $g' : Y \to X$, для якого

$$g'f = e_X, \qquad fg' = e_Y, \tag{2}$$

то спираючись на рівності (1), (2) і на теорему 3, одержимо

$$g' = e_X g' = [gf]g' = g[fg'] = ge_Y = g.$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ *є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.*

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) =$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big)$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y)$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y)$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним. Далі розглянемо два різні елементи x_1, x_2 із X.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним. Далі розглянемо два різні елементи x_1, x_2 із X. Припустимо, що їх образи $f(x_1)$ і $f(x_2)$ співпадають,

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним. Далі розглянемо два різні елементи x_1, x_2 із X. Припустимо, що їх образи $f(x_1)$ і $f(x_2)$ співпадають, тобто $f(x_1) = f(x_2)$.

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним. Далі розглянемо два різні елементи x_1, x_2 із X. Припустимо, що їх образи $f(x_1)$ і $f(x_2)$ співпадають, тобто $f(x_1) = f(x_2)$. Але ж тоді

$$f^{-1}\big(f(x_1)\big) = f^{-1}\big(f(x_2)\big).$$

І нарешті, по-третє, справджується наступна теорема.

Теорема 4

Відображення $f : X \to Y$ є оборотним тоді і тільки тоді, коли воно є бієктивним.

Доведення.

Нехай відображення $f : X \to Y$ є оборотним. Тоді існує обернене до нього відображення $f^{-1} : Y \to X$. Розглянемо довільний елемент $y \in Y$. Нехай $x = f^{-1}(y)$. Оскільки

$$f(x) = f\big(f^{-1}(y)\big) = ff^{-1}(y) = e_Y(y) = y,$$

то елемент x є прообразом елемента y при відображенні f. Це означає, що відображення f є сюр'єктивним. Далі розглянемо два різні елементи x_1, x_2 із X. Припустимо, що їх образи $f(x_1)$ і $f(x_2)$ співпадають, тобто $f(x_1) = f(x_2)$. Але ж тоді

$$f^{-1}\big(f(x_1)\big) = f^{-1}\big(f(x_2)\big).$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$,

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо.

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним.

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням,

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} : Y \to X$,

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} : Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} : Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f.

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} : Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f,

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) =$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big)$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x)$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.
Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то
$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$
Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$.

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} : Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f,

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}\colon Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то

$$f^{-1}f(x) =$$

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то

$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\big(f(x)\big)$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}\colon Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то

$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\big(f(x)\big) = f^{-1}(y)$$

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}\colon Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то

$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\big(f(x)\big) = f^{-1}(y) = x,$$

Доведення.

Звідси

$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$

а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1}: Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то

$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$

Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то

$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\big(f(x)\big) = f^{-1}(y) = x,$$

тобто $f^{-1}f = e_X$.

Доведення.

Звідси
$$f^{-1}f(x_1) = f^{-1}f(x_2),$$
а тому $x_1 = x_2$, що неможливо. Одержане протиріччя доводить, що відображення f є ін'єктивним. Таким чином f є бієктивним відображенням.

Навпаки, що f є бієктивним відображенням, то за теоремою 2 існує відображення $f^{-1} \colon Y \to X$, яке ставить у відповідність кожному елементу y із Y його прообраз при відображенні f. Якщо x є прообразом деякого довільного елемента y при відображенні f, то
$$ff^{-1}(y) = f\big(f^{-1}(y)\big) = f(x) = y.$$
Це означає, що $ff^{-1} = e_Y$. З іншого боку, якщо y є образом деякого довільного елемента x із X при відображенні f, то
$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\big(f(x)\big) = f^{-1}(y) = x,$$
тобто $f^{-1}f = e_X$. Це означає, що f є оборотним відображенням. □