

Комплексні числа. Алгебраїчна форма комплексного числа

Лектор — доц. Ігор Шапочка

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

19 вересня 2022 року

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе.

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе.
Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d)

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою,

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$,

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара цієї множини вигляду

$$(a + c, b + d). \quad (2)$$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара цієї множини вигляду

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d). \quad (2)$$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара цієї множини вигляду

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d). \quad (2)$$

Означення 2

Добутком двох впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара цієї множини вигляду

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d). \quad (2)$$

Означення 2

Добутком двох впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара множини \mathbb{C} вигляду

$$(ac - bd, ad + bc). \quad (3)$$

Нехай $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — декартів добуток множини дійсних чисел на себе. Як і раніше, будемо вважати, що дві впорядковані пари (a, b) та (c, d) *рівні* між собою, якщо $a = c$ та $b = d$, і також писатимемо в цьому випадку

$$(a, b) = (c, d). \quad (1)$$

Означення 1

Сумою двох довільних впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара цієї множини вигляду

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d). \quad (2)$$

Означення 2

Добутком двох впорядкованих пар $(a, b), (c, d) \in \mathbb{C}$ називається пара множини \mathbb{C} вигляду

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc). \quad (3)$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) =$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) = (1 + 3, 2 + 4) =$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) = (1 + 3, 2 + 4) = (4, 6).$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) = (1 + 3, 2 + 4) = (4, 6).$$

$$(1, 2) \cdot (3, 4) =$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) = (1 + 3, 2 + 4) = (4, 6).$$

$$(1, 2) \cdot (3, 4) = (1 \cdot 3 - 2 \cdot 4, 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3) =$$

Приклад 1.

$$(1, 2) + (3, 4) = (1 + 3, 2 + 4) = (4, 6).$$

$$(1, 2) \cdot (3, 4) = (1 \cdot 3 - 2 \cdot 4, 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3) = (-5, 10).$$

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (c, d) + (a, b), \quad (4)$$

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (c, d) + (a, b), \quad (4)$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \quad (5)$$

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (c, d) + (a, b), \quad (4)$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \quad (5)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (c, d) \cdot (a, b), \quad (6)$$

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (c, d) + (a, b), \quad (4)$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \quad (5)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (c, d) \cdot (a, b), \quad (6)$$

$$[(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) = (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)], \quad (7)$$

Теорема 1

Для довільних впорядкованих пар (a, b) , (c, d) , (e, f) із множини \mathbb{C} справджуються наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (c, d) + (a, b), \quad (4)$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \quad (5)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (c, d) \cdot (a, b), \quad (6)$$

$$[(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) = (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)], \quad (7)$$

$$(a, b) \cdot [(c, d) + (e, f)] = (a, b) \cdot (c, d) + (a, b) \cdot (e, f). \quad (8)$$

Доведення.

Нехай (a, b) ,

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) ,

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f)

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} ,

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа.

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3))

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) =$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) \end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) \end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) \end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \end{aligned}$$

$$(a, b) \cdot (c, d)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \end{aligned}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \end{aligned}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc) = (ca - db, da + cb)$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідує наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \end{aligned}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc) = (ca - db, da + cb) = (c, d) \cdot (a, b).$$

Доведення.

Нехай (a, b) , (c, d) , (e, f) — довільні впорядковані пари з множини \mathbb{C} , де a, b, c, d, e, f — деякі дійсні числа. Тоді із означень суми та добутку елементів множини \mathbb{C} (див. (2), (3)) та властивостей операцій додавання і множення дійсних чисел слідують наступні рівності:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (c + a, d + b) = (c, d) + (a, b),$$

$$\begin{aligned} & [(a, b) + (c, d)] + (e, f) = (a + c, b + d) + (e, f) = \\ & = ([a + c] + e, [b + d] + f) = (a + [c + e], b + [d + f]) = \\ & = (a, b) + (c + e, d + f) = (a, b) + [(c, d) + (e, f)], \end{aligned}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc) = (ca - db, da + cb) = (c, d) \cdot (a, b).$$

Цим саме доведені комутативність та асоціативність операції додавання та комутативність операції множення елементів множини \mathbb{C} , тобто рівності (4), (5), (6).

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$[(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f)$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$[(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) = (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f)$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)).

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$[(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f)$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$[(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) = (a + c, b + d) \cdot (e, f)$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$\begin{aligned} [(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) &= (a + c, b + d) \cdot (e, f) = \\ &= (ae + ce - bf - df, af + cf + be + de), \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$\begin{aligned} [(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) &= (a + c, b + d) \cdot (e, f) = \\ &= (ae + ce - bf - df, af + cf + be + de), \\ (a, b) \cdot (e, f) + (c, d) \cdot (e, f) & \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$\begin{aligned} [(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) &= (a + c, b + d) \cdot (e, f) = \\ &= (ae + ce - bf - df, af + cf + be + de), \\ (a, b) \cdot (e, f) + (c, d) \cdot (e, f) &= (ae - bf, af + be) + (ce - df, cf + de) \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$\begin{aligned} [(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) &= (a + c, b + d) \cdot (e, f) = \\ &= (ae + ce - bf - df, af + cf + be + de), \\ (a, b) \cdot (e, f) + (c, d) \cdot (e, f) &= (ae - bf, af + be) + (ce - df, cf + de) = \\ &= (ae - bf + ce - df, af + be + cf + de). \end{aligned}$$

Доведення.

Далі, обчисливши, а опісля порівнявши наступні вирази

$$\begin{aligned} [(a, b) \cdot (c, d)] \cdot (e, f) &= (ac - bd, ad + bc) \cdot (e, f) = \\ &= (ace - bde - adf - bcf, acf - bdf + ade + bce), \\ (a, b) \cdot [(c, d) \cdot (e, f)] &= (a, b) \cdot (ce - df, cf + de) = \\ &= (ace - adf - bcf - bde, acf + ade + bce - bdf), \end{aligned}$$

отримаємо справдження закону асоціативності операції множення елементів множини \mathbb{C} (рівність (7)).

Аналогічно доводиться закон дистрибутивності операції множення відносно операції додавання елементів множини \mathbb{C} (рівність (8)). Він впливає із наступних рівностей

$$\begin{aligned} [(a, b) + (c, d)] \cdot (e, f) &= (a + c, b + d) \cdot (e, f) = \\ &= (ae + ce - bf - df, af + cf + be + de), \\ (a, b) \cdot (e, f) + (c, d) \cdot (e, f) &= (ae - bf, af + be) + (ce - df, cf + de) = \\ &= (ae - bf + ce - df, af + be + cf + de). \end{aligned}$$

Теорему доведено. □

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) ,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) ,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} .

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} .

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парами множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парами множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y).$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парами множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y).$$

Аналогічно, якщо (x', y') — деяка одинична пара,

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y).$$

Аналогічно, якщо (x', y') — деяка одинична пара, то

$$(1, 0) = (1, 0) \cdot (x', y')$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y).$$

Аналогічно, якщо (x', y') — деяка одинична пара, то

$$(1, 0) = (1, 0) \cdot (x', y') = (x', y') \cdot (1, 0)$$

Означення 3

Нульовою парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) + (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Означення 4

Одиничною парою множини \mathbb{C} називається пара (x, y) , яка задовольняє рівності $(a, b) \cdot (x, y) = (a, b)$ для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$.

Нескладно переконатися, що пара $(0, 0)$ є нульовою парою, а пара $(1, 0)$ — одиничними парою множини \mathbb{C} . Дійсно, для довільної пари $(a, b) \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (0, 0) = (a + 0, b + 0) = (a, b),$$

$$(a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a, b).$$

Причому ці пари є єдиними відповідно нульовою та одиничною парами множини \mathbb{C} . Дійсно, якщо (x, y) деяка нульова пара, то

$$(0, 0) = (0, 0) + (x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y).$$

Аналогічно, якщо (x', y') — деяка одинична пара, то

$$(1, 0) = (1, 0) \cdot (x', y') = (x', y') \cdot (1, 0) = (x', y').$$

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$.

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$.

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо $(a, b)^{-1}$.

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо $(a, b)^{-1}$.

Теорема 2

Для довільної пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина протилежна пара,

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо $(a, b)^{-1}$.

Теорема 2

Для довільної пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина протилежна пара, причому $-(a, b) = (-a, -b)$.

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо $(a, b)^{-1}$.

Теорема 2

Для довільної пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина протилежна пара, причому $-(a, b) = (-a, -b)$. Для довільної ненульової пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина обернена пара,

Означення 5

Протилежною до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) + (x, y) = (0, 0)$. Протилежну пару до пари (a, b) позначатимемо $-(a, b)$.

Означення 6

Оберненою до пари $(a, b) \in \mathbb{C}$ називається пара $(x, y) \in \mathbb{C}$ така, що $(a, b) \cdot (x, y) = (1, 0)$. Обернену пару до пари (a, b) позначатимемо $(a, b)^{-1}$.

Теорема 2

Для довільної пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина протилежна пара, причому $-(a, b) = (-a, -b)$. Для довільної ненульової пари (a, b) множини \mathbb{C} існує єдина обернена пара, причому

$$(a, b)^{-1} = \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} .

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b)$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b))$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) .

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) ,

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$(x, y) = (x, y) + (0, 0)$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$(x, y) = (x, y) + (0, 0) = (x, y) + ((a, b) + (-a, -b))$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$\begin{aligned}(x, y) &= (x, y) + (0, 0) = (x, y) + ((a, b) + (-a, -b)) = \\ &= ((x, y) + (a, b)) + (-a, -b)\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$\begin{aligned}(x, y) &= (x, y) + (0, 0) = (x, y) + ((a, b) + (-a, -b)) = \\ &= ((x, y) + (a, b)) + (-a, -b) = (0, 0) + (-a, -b)\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$\begin{aligned}(x, y) &= (x, y) + (0, 0) = (x, y) + ((a, b) + (-a, -b)) = \\ &= ((x, y) + (a, b)) + (-a, -b) = (0, 0) + (-a, -b) = (-a, -b).\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай (a, b) — довільна впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Оскільки

$$(a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0),$$

то пара $(-a, -b)$ є протилежною до пари (a, b) . Якщо (x, y) — деяка інша протилежна пара до пари (a, b) , то

$$\begin{aligned}(x, y) &= (x, y) + (0, 0) = (x, y) + ((a, b) + (-a, -b)) = \\ &= ((x, y) + (a, b)) + (-a, -b) = (0, 0) + (-a, -b) = (-a, -b).\end{aligned}$$

Цим саме доведена єдиність протилежної пари до пари (a, b) .

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} .

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$(a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right)$$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} & (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) = \\ & = \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) \end{aligned}$$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) &= \\ &= \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) = \\ &= (1, 0). \end{aligned}$$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) &= \\ &= \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) = \\ &= (1, 0). \end{aligned}$$

Отже, пара

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) &= \\ &= \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) = \\ &= (1, 0). \end{aligned}$$

Отже, пара

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

є оберненою парою до пари (a, b) .

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) &= \\ &= \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) = \\ &= (1, 0). \end{aligned}$$

Отже, пара

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

є оберненою парою до пари (a, b) . Єдиність одиничної пари доводиться аналогічно, як єдиність нульової пари.

Доведення.

Нехай тепер (a, b) — довільна ненульова впорядкована пара із множини \mathbb{C} . Тоді $a^2 + b^2 \neq 0$ і можна розглянути пару

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} (a, b) \cdot \left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right) &= \\ &= \left(a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} - b \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right), a \cdot \left(-\frac{b}{a^2 + b^2} \right) + b \cdot \frac{a}{a^2 + b^2} \right) = \\ &= (1, 0). \end{aligned}$$

Отже, пара

$$\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, -\frac{b}{a^2 + b^2} \right).$$

є оберненою парою до пари (a, b) . Єдиність одиничної пари доводиться аналогічно, як єдиність нульової пари. Теорему доведено. □

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої,

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3),

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**,

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел.

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням**

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням** та **діленням**

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням** та **діленням** і визначатимуться наступним чином

$$(a, b) - (c, d) =$$

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням** та **діленням** і визначатимуться наступним чином

$$(a, b) - (c, d) = (a, b) + [-(c, d)],$$

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням** та **діленням** і визначатимуться наступним чином

$$(a, b) - (c, d) = (a, b) + [-(c, d)],$$

$$\frac{(a, b)}{(c, d)} =$$

Звертаємо увагу, що до нульової пари не існує оберненої, оскільки для довільною впорядкованої пари $(x, y) \in \mathbb{C}$

$$(x, y) \cdot (0, 0) = (0, 0).$$

Означення 7

Множина \mathbb{C} всіх впорядкованих пар дійсних чисел із визначеними на ній операціями додавання та множення пар, що задаються формулами (2), (3), називається **множиною комплексних чисел**, а самі елементи цієї множини називаються **комплексними числами**.

Із теореми 2 випливає існування обернених операцій до операцій додавання та множення комплексних чисел. Які відповідно будуть називатися **відніманням** та **діленням** і визначатимуться наступним чином

$$(a, b) - (c, d) = (a, b) + [-(c, d)],$$

$$\frac{(a, b)}{(c, d)} = (a, b) \cdot (c, d)^{-1} \quad ((c, d) \neq 0).$$

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b,$$

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$.

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$. Тобто комплексні числа вигляду $(a, 0)$ додаються та перемножуються одне з одним подібно відповідним дійсним числам.

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$. Тобто комплексні числа вигляду $(a, 0)$ додаються та перемножуються одне з одним подібно відповідним дійсним числам. Отже, розглядувана множина R за своїми алгебраїчними властивостями нічим не відрізняється від множини \mathbb{R} дійсних чисел.

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$. Тобто комплексні числа вигляду $(a, 0)$ додаються та перемножуються одне з одним подібно відповідним дійсним числам. Отже, розглядувана множина R за своїми алгебраїчними властивостями нічим не відрізняється від множини \mathbb{R} дійсних чисел. Це дозволяє ототожнити комплексне число $(a, 0)$ з дійсним числом a ,

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$. Тобто комплексні числа вигляду $(a, 0)$ додаються та перемножуються одне з одним подібно відповідним дійсним числам. Отже, розглядувана множина R за своїми алгебраїчними властивостями нічим не відрізняється від множини \mathbb{R} дійсних чисел. Це дозволяє ототожнити комплексне число $(a, 0)$ з дійсним числом a , тобто вважати, що множина комплексних чисел містить як підмножину множину дійсних чисел.

Алгебраїчна форма комплексного числа.

Розглянемо підмножину

$$R = \{(a, 0) \mid a \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}.$$

Поставимо у відповідність кожному комплексному числу $(a, 0)$ цієї множини дійсне число a

$$(a, 0) \rightarrow a.$$

Очевидно, ця відповідність є бієктивним відображенням множини R в множину \mathbb{R} дійсних чисел і

$$(a, 0) + (b, 0) \rightarrow a + b, \quad (a, 0) \cdot (b, 0) \rightarrow a \cdot b$$

для довільних $a, b \in \mathbb{R}$. Тобто комплексні числа вигляду $(a, 0)$ додаються та перемножуються одне з одним подібно відповідним дійсним числам. Отже, розглядувана множина R за своїми алгебраїчними властивостями нічим не відрізняється від множини \mathbb{R} дійсних чисел. Це дозволяє ототожнити комплексне число $(a, 0)$ з дійсним числом a , тобто вважати, що множина комплексних чисел містить як підмножину множину дійсних чисел. Надалі домовимося замість пари $(a, 0)$ писати просто a .

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 =$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1)$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0)$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) =$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b)$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i ,

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *уявною одиницею*,

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *явною одиницею*, рівність (9) можна переписати у вигляді

$$(a, b) = a + b \cdot i$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *явною одиницею*, рівність (9) можна переписати у вигляді

$$(a, b) = a + b \cdot i \quad \text{або} \quad (a, b) = a + bi.$$

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *явною одиницею*, рівність (9) можна переписати у вигляді

$$(a, b) = a + b \cdot i \quad \text{або} \quad (a, b) = a + bi.$$

Означення 8

Запис $a + bi$ називається *алгебраїчною формою запису* комплексного числа $\gamma = (a, b)$.

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *явною одиницею*, рівність (9) можна переписати у вигляді

$$(a, b) = a + b \cdot i \quad \text{або} \quad (a, b) = a + bi.$$

Означення 8

Запис $a + bi$ називається *алгебраїчною формою запису* комплексного числа $\gamma = (a, b)$. Число a в цьому записі називається *дійсною частиною*,

Розглянемо тепер комплексне число $(0, 1)$ і обчислимо квадрат цього числа:

$$(0, 1)^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Таким чином, на відміну від множини дійсних чисел в множині комплексних чисел існує розв'язок рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Оскільки

$$(b, 0) \cdot (0, 1) = (0, b),$$

то довільне комплексне число (a, b) можна представити у вигляді

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1). \quad (9)$$

Позначивши комплексне число $(0, 1)$ через i , яке надалі називатимемо *уявною одиницею*, рівність (9) можна переписати у вигляді

$$(a, b) = a + b \cdot i \quad \text{або} \quad (a, b) = a + bi.$$

Означення 8

Запис $a + bi$ називається *алгебраїчною формою запису* комплексного числа $\gamma = (a, b)$. Число a в цьому записі називається *дійсною частиною*, а bi — *уявною частиною* комплексного числа γ .

З означення рівності елементів множини \mathbb{C} , тобто впорядкованих пар (a, b) і (c, d) , випливає що *комплексні числа $a + bi$ і $c + di$ рівні тоді і тільки тоді, коли відповідно рівні їх дійсні частини і коефіцієнти уявних частин,*

З означення рівності елементів множини \mathbb{C} , тобто впорядкованих пар (a, b) і (c, d) , випливає що *комплексні числа $a + bi$ і $c + di$ рівні тоді і тільки тоді, коли відповідно рівні їх дійсні частини і коефіцієнти уявних частин, тобто коли $a = c$ і $b = d$.*

З означення рівності елементів множини \mathbb{C} , тобто впорядкованих пар (a, b) і (c, d) , випливає що *комплексні числа $a + bi$ і $c + di$ рівні тоді і тільки тоді, коли відповідно рівні їх дійсні частини і коефіцієнти уявних частин, тобто коли $a = c$ і $b = d$.*

Додавання, віднімання, множення і ділення комплексних чисел записаних в алгебраїчній формі проводяться наступним чином

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i,$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i,$$

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i,$$

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i \quad (c + di \neq 0).$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$.

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається *комплексно спряженим*

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ .

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$,

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ .

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел.

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою.

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} =$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i,$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} =$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} = -3 + 4i,$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} = -3 + 4i,$$

$$\overline{5 - 6i} =$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} = -3 + 4i,$$

$$\overline{5 - 6i} = 5 + 6i,$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} = -3 + 4i,$$

$$\overline{5 - 6i} = 5 + 6i, \quad \bar{7} =$$

Означення 9

Нехай задано комплексне число $\gamma = a + bi$. Комплексне число $a - bi$ називається **комплексно спряженим** (або надалі просто **спряженим**) до числа γ . Комплексно спряжене до числа γ позначається символом $\bar{\gamma}$.

Очевидно, числом, що спряжене до числа $\bar{\gamma}$, є γ . Тому йтиметься про пару спряжених чисел. Кожне дійсне число є спряженим з самим собою. Навпаки, якщо деяке комплексне число є спряженим з самим собою, то це число є дійсним.

Приклад 2.

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \quad \overline{-3 - 4i} = -3 + 4i,$$

$$\overline{5 - 6i} = 5 + 6i, \quad \bar{7} = 7.$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі.

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} =$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) =$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R},$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R},$$

$$\gamma \cdot \bar{\gamma} =$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R},$$

$$\gamma \cdot \bar{\gamma} = (a + bi) \cdot (a - bi)$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R},$$

$$\gamma \cdot \bar{\gamma} = (a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2 \in \mathbb{R}.$$

Теорема 3

Сума і добуток спряжених комплексних чисел є дійсними числами.

Доведення.

Справді, нехай $\gamma = a + bi$ — довільне комплексне число, записане в алгебраїчній формі. Тоді

$$\gamma + \bar{\gamma} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R},$$

$$\gamma \cdot \bar{\gamma} = (a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2 \in \mathbb{R}.$$

Теорему доведено. □

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел дорівнює сумі чисел, спряжених з доданками :

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел дорівнює сумі чисел, спряжених з доданками :

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{\gamma} + \overline{\delta} .$$

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел дорівнює сумі чисел, спряжених з доданками :

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{\gamma} + \overline{\delta} .$$

Число, спряжене до протилежного до даного числа

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел дорівнює сумі чисел, спряжених з доданками :

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{\gamma} + \overline{\delta} .$$

Число, спряжене до протилежного до даного числа є протилежним до спряженого до даного числа:

Теорема 4

Число, спряжене з сумою двох комплексних чисел дорівнює сумі чисел, спряжених з доданками :

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{\gamma} + \overline{\delta} .$$

Число, спряжене до протилежного до даного числа є протилежним до спряженого до даного числа:

$$\overline{-\gamma} = -\overline{\gamma} .$$

Теорема 4

Число, спряжене з сумою (добутком) двох комплексних чисел дорівнює сумі (добутку) чисел, спряжених з доданками (співмножниками):

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{\gamma} + \overline{\delta} \quad (\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{\gamma} \cdot \overline{\delta}).$$

Число, спряжене до протилежного (оберненого) до даного числа є протилежним (оберненим) до спряженого до даного числа:

$$\overline{-\gamma} = -\overline{\gamma} \quad (\overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma}^{-1}).$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі.

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} =$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di)\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} =$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \overline{\gamma} + \overline{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i}\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i\end{aligned}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di)$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} =$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним.

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число.

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1}

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$.

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \overline{\gamma} + \overline{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \overline{\gamma} \cdot \overline{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\overline{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\overline{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} =$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\overline{\gamma + \delta} = \overline{(a + c) + (b + d)i} =$$

$$= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta},$$

$$\overline{\gamma \cdot \delta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i =$$

$$= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta},$$

$$\overline{-\gamma} = \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\bar{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \overline{\gamma} + \overline{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \overline{\gamma} \cdot \overline{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\overline{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\overline{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}} = \overline{1}$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\bar{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}} = \bar{1} = 1.$$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\bar{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}} = \bar{1} = 1.$$

Отже, $\overline{\gamma^{-1}}$ є оберненим до числа $\bar{\gamma}$,

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\bar{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}} = \bar{1} = 1.$$

Отже, $\overline{\gamma^{-1}}$ є оберненим до числа $\bar{\gamma}$, тобто $\bar{\gamma}^{-1} =$

Доведення.

Нехай $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ — довільні комплексні числа, записані в алгебраїчній формі. Тоді

$$\begin{aligned}\overline{\gamma + \delta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} = \\ &= (a + c) - (b + d)i = (a - bi) + (c - di) = \bar{\gamma} + \bar{\delta}, \\ \overline{\gamma \cdot \delta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} = (ac - bd) - (ad + bc)i = \\ &= (ac - (-b)(-d)) + (a(-d) + (-b)c)i = (a - bi) \cdot (c - di) = \bar{\gamma} \cdot \bar{\delta}, \\ \overline{-\gamma} &= \overline{-a - bi} = -a + bi = -\bar{\gamma}.\end{aligned}$$

Для доведення останнього твердження скористаємося вже доведеним. Нехай γ — довільне ненульове комплексне число. Тоді для нього існує обернене γ^{-1} таке, що $\gamma \cdot \gamma^{-1} = 1$. За доведеним раніше

$$\bar{\gamma} \cdot \overline{\gamma^{-1}} = \overline{\gamma \cdot \gamma^{-1}} = \bar{1} = 1.$$

Отже, $\overline{\gamma^{-1}}$ є оберненим до числа $\bar{\gamma}$, тобто $\bar{\gamma}^{-1} = \overline{\gamma^{-1}}$. □

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини.

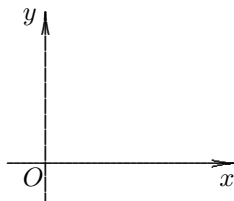
Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy ,

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) .

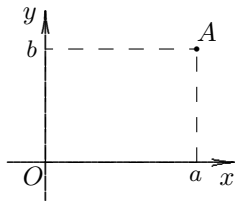
Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .



Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .



Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .

Далі, з кожною точкою A координатної площини Oxy можна пов'язати вектор \vec{OA} ,

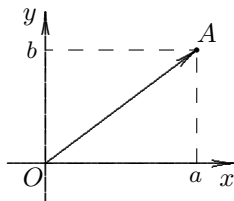


Рис.: 1

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .

Далі, з кожною точкою A координатної площини Oxy можна пов'язати вектор \vec{OA} , який виходить з початку координат і закінчується в точці A .

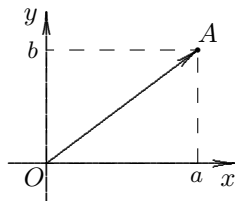


Рис.: 1

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .

Далі, з кожною точкою A координатної площини Oxy можна пов'язати вектор \vec{OA} , який виходить з початку координат і закінчується в точці A . Тому комплексні числа допускають ще одну геометричну інтерпретацію:

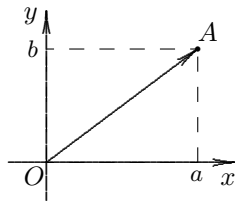


Рис.: 1

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Подібно до того, як дійсні числа можна зображати точками числової прямої, комплексні числа можна зображати точками площини. Дійсно, якщо розглянути площину на якій задано систему координат Oxy , то кожному комплексному числу $a + bi$ можна поставити у відповідність точку цієї площини з координатами (a, b) . Ця відповідність є бієктивним відображенням множини \mathbb{C} в площину Oxy .

Далі, з кожною точкою A координатної площини Oxy можна пов'язати вектор \vec{OA} , який виходить з початку координат і закінчується в точці A . Тому комплексні числа допускають ще одну геометричну інтерпретацію: кожне комплексне число $a + bi$ можна геометрично інтерпретувати як вектор \vec{OA} з координатами (a, b) .

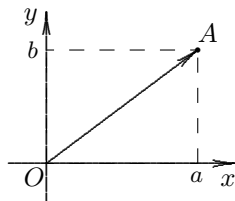


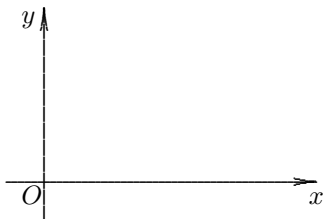
Рис.: 1

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел.

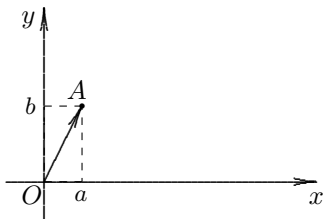
Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$.

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.

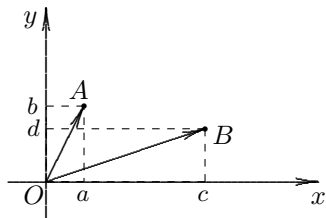
Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



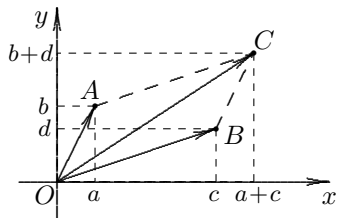
Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



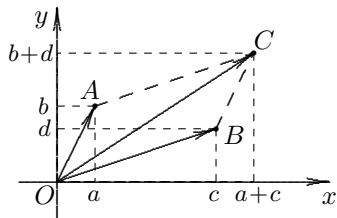
Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.

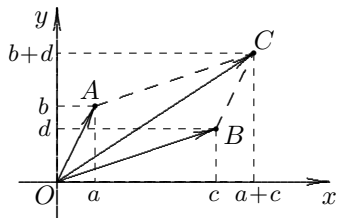


Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



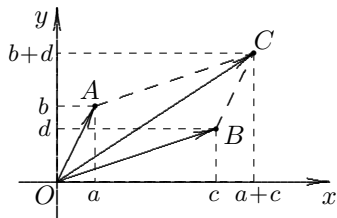
З іншого боку відомо, що при додаванні векторів їхні відповідні координати додаються.

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



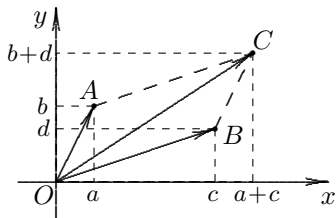
З іншого боку відомо, що при додаванні векторів їхні відповідні координати додаються. Тому, якщо вектор \vec{OA} має координати (a, b) ,

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



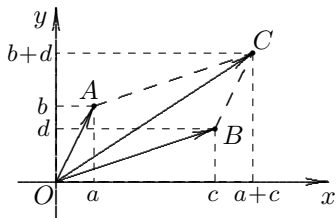
З іншого боку відомо, що при додаванні векторів їхні відповідні координати додаються. Тому, якщо вектор \vec{OA} має координати (a, b) , а вектор \vec{OB} — координати (c, d) ,

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



З іншого боку відомо, що при додаванні векторів їхні відповідні координати додаються. Тому, якщо вектор \vec{OA} має координати (a, b) , а вектор \vec{OB} — координати (c, d) , то їхня сума (вектор \vec{OC}) матиме координати $(a + c, b + d)$.

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дає можливість наочно трактувати суму і різницю двох комплексних чисел. Нехай дано два комплексних числа $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$. Їх сумою є комплексне число $\gamma + \delta = (a + c) + (b + d)i$.



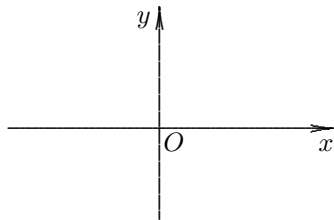
З іншого боку відомо, що при додаванні векторів їхні відповідні координати додаються. Тому, якщо вектор \vec{OA} має координати (a, b) , а вектор \vec{OB} — координати (c, d) , то їхня сума (вектор \vec{OC}) матиме координати $(a + c, b + d)$. Вектор \vec{OC} і є геометричним зображенням суми комплексних чисел γ і δ .

Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ ,

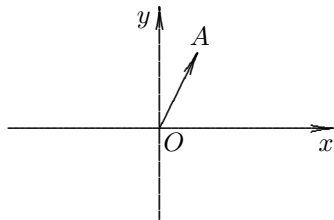
Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$,

Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \overrightarrow{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.

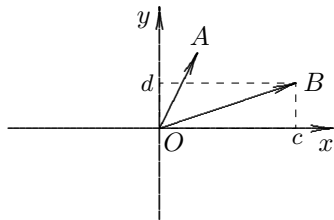
Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \vec{OA} з координатами (a, b) і вектора $\vec{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \vec{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.



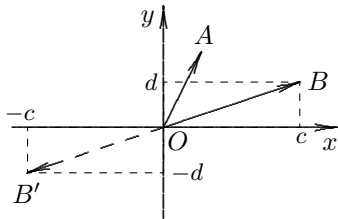
Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \overrightarrow{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.



Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \overrightarrow{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.



Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \overrightarrow{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.



Оскільки різниця двох комплексних чисел $\gamma = a + bi$ і $\delta = c + di$ є сумою комплексного числа γ і числа, протилежного комплексному числу δ , то геометрично її можна зобразити як суму вектора \overrightarrow{OA} з координатами (a, b) і вектора $\overrightarrow{OB'}$ з координатами $(-c, -d)$, тобто як вектор \overrightarrow{OC} з координатами $(a - c, b - d)$.

