Корінь з комплексного числа. Корені з одиниці

Лектор — доц. Ігор Шапочка

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

24 вересня 2022 року

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1 + \sqrt{3}i$, $-1 - \sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1+\sqrt{3}i$,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1+\sqrt{3}i$, або $\sqrt[3]{8} = -1-\sqrt{3}i$.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1+\sqrt{3}i$, або $\sqrt[3]{8} = -1-\sqrt{3}i$.

Зауваження 1.

Якщо a — довільне додатне дійсне число,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1+\sqrt{3}i$, або $\sqrt[3]{8} = -1-\sqrt{3}i$.

Зауваження 1.

Якщо a — довільне додатне дійсне число, то символом $\sqrt[n]{a}$ позначається також арифметичний корінь n-го степеня з числа a.

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1+\sqrt{3}i$, або $\sqrt[3]{8} = -1-\sqrt{3}i$.

Зауваження 1.

Якщо a — довільне додатне дійсне число, то символом $\sqrt[n]{a}$ позначається також арифметичний корінь n-го степеня з числа a. Тому надалі у випадку можливого неоднозначного трактування в контексті символу $\sqrt[n]{a}$,

Означення 1

Нехай n — будь-яке натуральне число, α — будь-яке комплексне число. *Коренем n-го степеня* з числа α називається таке комплексне число β, n-ий степінь якого дорівнює α, тобто $\beta^n = \alpha$. Корінь n-го степеня з комплексного числа α позначатимемо $\sqrt[n]{\alpha}$.

Приклад 1. Комплексні числа 1, -1, i, $-i$ є коренями 4-го степеня з 1. Тобто $\sqrt[4]{1} = 1$ або $\sqrt[4]{1} = -1$, або $\sqrt[4]{1} = i$, або $\sqrt[4]{1} = -i$.

Приклад 2. Комплексні числа $3i$, $-3i$ є коренями 2-го степеня з -9. Тобто $\sqrt[2]{-9} = \sqrt{-9} = 3i$ або $\sqrt{-9} = -3i$.

Приклад 3. Комплексні числа 2, $-1 + \sqrt{3}i$, $-1 - \sqrt{3}i$ є коренями 3-го степеня з 8. Тобто $\sqrt[3]{8} = 2$ або $\sqrt[3]{8} = -1 + \sqrt{3}i$, або $\sqrt[3]{8} = -1 - \sqrt{3}i$.

Зауваження 1.

Якщо a — довільне додатне дійсне число, то символом $\sqrt[n]{a}$ позначається також арифметичний корінь n-го степеня з числа a. Тому надалі у випадку можливого неоднозначного трактування в контексті символу $\sqrt[n]{a}$, ми будемо вказувати на його значення.

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n існує n різних коренів n-го степеня з числа α.

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α *та довільного натурального числа* n *існує* n *різних коренів* n*-го степеня з числа* α. *Причому, якщо* $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — *тригонометрична форма числа* α,

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n існує n різних коренів n-го степеня з числа α. Причому, якщо $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма числа α, тоді

$$\sqrt[n]{\alpha} =$$

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n існує n різних коренів n-го степеня з числа α. Причому, якщо $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма числа α, тоді

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right),$$

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n існує n різних коренів n-го степеня з числа α. Причому, якщо $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма числа α, тоді

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right), \quad k = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{1}$$

Теорема 1

Для довільного ненульового комплексного числа α та довільного натурального числа n існує n різних коренів n-го степеня з числа α. Причому, якщо $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма числа α, тоді

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right), \quad k = 0, 1, \ldots, n-1, \quad (1)$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з числа r.

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число.

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$.

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \qquad (2)$$

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \qquad (2)$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді,

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \qquad (2)$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їхні модулі,

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \tag{2}$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їхні модулі, а аргументи або рівні, або відрізняються доданком, кратним 2π.

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \tag{2}$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їхні модулі, а аргументи або рівні, або відрізняються доданком, кратним 2π. Тому із рівності (2) випливає, що

$$\rho^n = r, \qquad n\theta = \varphi + 2\pi k,$$

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \qquad (2)$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їхні модулі, а аргументи або рівні, або відрізняються доданком, кратним 2π. Тому із рівності (2) випливає, що

$$\rho^n = r, \qquad n\theta = \varphi + 2\pi k,$$

де k — деяке ціле число.

Доведення.

Нехай $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ — тригонометрична форма комплексного числа α і n — деяке натуральне число. Припустимо, спочатку, що корінь n-го степеня з числа α існує і дорівнює $\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$. Тоді із означення кореня випливає, що

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Однак, за формулою Муавра,

$$[\rho(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

Отже,

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \tag{2}$$

Відомо, що два комплексні числа рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їхні модулі, а аргументи або рівні, або відрізняються доданком, кратним 2π. Тому із рівності (2) випливає, що

$$\rho^n = r, \qquad n\theta = \varphi + 2\pi k,$$

де k — деяке ціле число. Звідси,

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r},$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r.

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n =$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha.$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha.$$

Цим саме доведено існування кореня n-го степеня з числа α.

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha.$$

Цим саме доведено існування кореня n-го степеня з числа α.
Таким чином,

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right), \tag{3}$$

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha.$$

Цим саме доведено існування кореня n-го степеня з числа α.
Таким чином,

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right), \tag{3}$$

де k — деяке ціле число.

Доведення.

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \qquad \theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $\sqrt[n]{r}$ — арифметичний корінь n-го степеня з дійсного додатного числа r. Навпаки, для будь-якого цілого k n-й степінь числа

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

дорівнює

$$\left(\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)\right)^n = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha.$$

Цим саме доведено існування кореня n-го степеня з числа α.
Таким чином,

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right), \tag{3}$$

де k — деяке ціле число.

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α.

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число.

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} =$$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} =$$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn+s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn+s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.

З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня,

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при l, $s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn+s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення $0, 1, 2, \dots, n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при $l, s \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ і $l \neq s$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn+s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.

З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при l, $s \in \{0,$ 1, $\ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} - \frac{\varphi + 2\pi s}{n} =$$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq+s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn+s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.
З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при l, $s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} - \frac{\varphi + 2\pi s}{n} = \frac{2\pi(l-s)}{n}$$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.

З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при l, $s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} - \frac{\varphi + 2\pi s}{n} = \frac{2\pi(l - s)}{n} \neq 2\pi t,$$

Доведення.

Покажемо, тепер, що існує тільки n різних коренів n-го степеня з ненульового комплексного числа α. Нехай l — довільне ціле число. Поділимо l на n з остачею, тобто представимо число l у вигляді $l = nq + s$, де q і s — цілі числа, причому $s \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. Тоді

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} = \frac{\varphi + 2\pi(qn + s)}{n} = \frac{\varphi + 2\pi s}{n} + 2\pi q,$$

тобто значення аргументу кореня (3) при $k = l$ відрізняється від значення аргументу при $k = s$ на число, кратне 2π, а це означає, що корені при цих значеннях k співпадають.

З іншого боку, надаючи k у формулі (3) значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, одержимо n різних значень кореня, бо при l, $s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\frac{\varphi + 2\pi l}{n} - \frac{\varphi + 2\pi s}{n} = \frac{2\pi(l - s)}{n} \neq 2\pi t,$$

для довільного цілого числа t.

Доведення.

Отже,

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

Доведення.

Отже,

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

де k пробігає значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$,

Доведення.

Отже,

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

де k пробігає значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, — це всі n коренів n-го степеня із числа α.

Доведення.

Отже,

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

де k пробігає значення 0, 1, 2, $\ldots$, $n-1$, — це всі n коренів n-го степеня із числа α. Теорема доведена. $\square$

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$.

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. Або, що теж саме,

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}k\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}k\right)\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$.

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\tfrac{3\pi}{4}+i\sin\tfrac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. Або, що теж саме,

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)+i\sin\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. В алгебраїчній формі корені виглядають наступним чином:

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\tfrac{3\pi}{4}+i\sin\tfrac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. Або, що теж саме,

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)+i\sin\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. В алгебраїчній формі корені виглядають наступним чином:

$$\sqrt[3]{-1+i}=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{2}i,$$

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\tfrac{3\pi}{4}+i\sin\tfrac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. Або, що теж саме,

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)+i\sin\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{2\pi}{3}k\right)\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. В алгебраїчній формі корені виглядають наступним чином:

$$\sqrt[3]{-1+i}=\tfrac{\sqrt[3]{4}}{2}+\tfrac{\sqrt[3]{4}}{2}i,\qquad \sqrt[3]{-1+i}=-\tfrac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}+1)}{4}+\tfrac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}-1)}{4}i,$$

Приклад 4. Обчислити $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язання. Скористаємося результатом прикладу з попередньої лекції. Запишемо комплексне число $-1+i$ у тригонометричній формі

$$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

За теоремою 1 отримаємо, що

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{3}\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. Або, що теж саме,

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}k\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}k\right)\right),$$

де $k\in\{0,1,2\}$. В алгебраїчній формі корені виглядають наступним чином:

$$\sqrt[3]{-1+i}=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{2}i,\qquad \sqrt[3]{-1+i}=-\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}+1)}{4}+\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}-1)}{4}i,$$

$$\sqrt[3]{-1+i}=\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}-1)}{4}+-\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}+1)}{4}i.$$

Корені з одиниці.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$,

Корені з одиниці.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Корені з одиниці.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці,

Корені з одиниці.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці, β — деякий корінь n-го степеня з комплексного числа α.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці, β — деякий корінь n-го степеня з комплексного числа α. Тоді $\beta\varepsilon_0$,

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці, β — деякий корінь n-го степеня з комплексного числа α. Тоді $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1,$

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1). \tag{4}$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці, β — деякий корінь n-го степеня з комплексного числа α. Тоді $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \ldots, \beta\varepsilon_{n-1}$

Корені з одиниці.

Із теореми 1 випливає, що корені n-го степеня з одиниці обчислюються за формулою

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ n-1). \qquad (4)$$

Дійсно, для того, щоб переконатися у цьому досить у формулі (1) покласти $r = 1$ і $\varphi = 0$, оскільки число 1 у тригонометричній формі записується так:

$$1 = \cos 0 + i\sin 0.$$

Теорема 2

Нехай $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з одиниці, β — деякий корінь n-го степеня з комплексного числа α. Тоді $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \dots, \beta\varepsilon_{n-1}$ — всі корені n-го степеня з числа α.

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n =$$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n$$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ 1, 2, . . . , $n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1$$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ $1,\ 2,\ \ldots,\ n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l,\ s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ $1, 2, \ldots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l,\ s \in \{0,\ 1,\ \ldots,\ n-1\}$ і $l \neq s$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ 1, 2, . . . , $n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l,\ s \in \{0,\ 1,\ \ldots,\ n-1\}$ і $l \neq s$

$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ 1, 2, …, $n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l,\ s \in \{0,\ 1,\ \ldots,\ n-1\}$ і $l \neq s$

$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$,

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n\varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l, s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$, а це суперечило б умові теореми.

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0,$ 1, 2, $\ldots$, $n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для l, $s \in \{0,$ 1, $\ldots$, $n-1\}$ і $l \neq s$

$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$, а це суперечило б умові теореми.
Таким чином, $\beta\varepsilon_0$, $\beta\varepsilon_1$, $\ldots$, $\beta\varepsilon_{n-1}$

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$
$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для l, $s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$
$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$, а це суперечило б умові теореми.
Таким чином, $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \ldots, \beta\varepsilon_{n-1}$ — попарно різні корені n-го степеня з числа α.

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$

$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l, s \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ і $l \neq s$

$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$, а це суперечило б умові теореми.
Таким чином, $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \ldots, \beta\varepsilon_{n-1}$ — попарно різні корені n-го степеня з числа α. Їх є n,

Доведення.

Справді, якщо виконуються умови теореми, то для довільного $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$
$$(\beta\varepsilon_k)^n = \beta^n \varepsilon_k^n = \alpha \cdot 1 = \alpha.$$

Отже, $\beta\varepsilon_k$ є коренем n-го степеня з α.
Далі, очевидно, що для $l,\ s \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ і $l \neq s$
$$\beta\varepsilon_l \neq \beta\varepsilon_s.$$

Оскільки у протилежному випадку ми б одержали, що $\varepsilon_l = \varepsilon_s$, а це суперечило б умові теореми.
Таким чином, $\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \dots, \beta\varepsilon_{n-1}$ — попарно різні корені n-го степеня з числа α. Їх є n, а тому з теореми 1 слідує, що це всі корені n-го степеня з числа α. □

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці,

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.

Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n =$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.

Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n \eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.

Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.

Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число.

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n =$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n = \varepsilon^{mn}$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n = \varepsilon^{mn} = (\varepsilon^n)^m$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n = \varepsilon^{mn} = (\varepsilon^n)^m = 1^m$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n = \varepsilon^{mn} = (\varepsilon^n)^m = 1^m = 1.$$

Теорема 3

Добуток двох коренів n-степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Число обернене до кореня n-го степеня з одиниці є коренем n-го степеня з одиниці. Довільний степінь кореня n-го степеня з одиниці також є коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Доведемо послідовно всі твердження теореми.
Нехай ε, η — корені n-го степеня з одиниці, тобто $\varepsilon^n = 1$ і $\eta^n = 1$. Тоді $(\varepsilon\eta)^n = \varepsilon^n\eta^n = 1$. Тому $\varepsilon\eta$ також є коренем n-го степеня з одиниці.
Далі, із рівності $\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1} = 1$ випливає, що

$$1 = (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1})^n = \varepsilon^n \cdot (\varepsilon^{-1})^n = 1 \cdot (\varepsilon^{-1})^n = (\varepsilon^{-1})^n.$$

Тобто ε^{-1} є коренем n-го степеня з одиниці.
Нарешті, нехай m — довільне ціле число. Тоді

$$(\varepsilon^m)^n = \varepsilon^{mn} = (\varepsilon^n)^m = 1^m = 1.$$

Що й потрібно було довести. Теорему доведено. $\square$

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня,

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*,

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1. -1 є первісним коренем 2-го степеня з 1.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1. -1 є первісним коренем 2-го степеня з 1. i є первісним коренем 4-го степеня з 1.

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1. -1 є первісним коренем 2-го степеня з 1. i є первісним коренем 4-го степеня з 1. Взагалі для будь-якого натурального n існує первісний корінь n-го степеня з 1,

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1. -1 є первісним коренем 2-го степеня з 1. i є первісним коренем 4-го степеня з 1. Взагалі для будь-якого натурального n існує первісний корінь n-го степеня з 1, наприклад, $\varepsilon_1 = \cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}$

Із попередньої теореми як наслідок слідує, що всякий корінь n-го степеня з одиниці є також коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m кратного n. У свою чергу, звідси випливає, що серед коренів n-го степеня можуть існувати корені k-го степеня, для деякого k що ділить n.

Означення 2

Корінь n-го степеня з одиниці називається *первісним коренем n-го степеня з одиниці*, якщо він не є коренем m-го степеня з одиниці для довільного натурального числа m меншого n.

Приклад 5. 1 є первісним коренем 1-го степеня з 1. -1 є первісним коренем 2-го степеня з 1. i є первісним коренем 4-го степеня з 1. Взагалі для будь-якого натурального n існує первісний корінь n-го степеня з 1, наприклад, $\varepsilon_1 = \cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}$ є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді,

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні,

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, $\varepsilon^1, \ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, $\varepsilon^1, \ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, $\varepsilon^1, \ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\dots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$.

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\dots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$. Тоді помноживши ліву і праву частини рівності (5) на ε^{-l} одержимо,

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, $\varepsilon^1, \dots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких $k, l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$. Тоді помноживши ліву і праву частини рівності (5) на ε^{-l} одержимо, що

$$\varepsilon^{k-l} = 1.$$

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$. Тоді помноживши ліву і праву частини рівності (5) на ε^{-l} одержимо, що

$$\varepsilon^{k-l} = 1.$$

Оскільки $1 \leq k - l \leq n - 1$,

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, ε^1, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких k, $l \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$. Тоді помноживши ліву і праву частини рівності (5) на ε^{-l} одержимо, що

$$\varepsilon^{k-l} = 1.$$

Оскільки $1 \leq k - l \leq n - 1$, то ε не є первісним коренем n-го степеня з одиниці,

Теорема 4

Нехай ε є коренем n-го степеня з одиниці. Корінь ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли його степені ε^0, $\varepsilon^1, \dots \varepsilon^{n-1}$ — попарно різні, тобто ними вичерпуються всі корені n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Нехай, спочатку, ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Покажемо від протилежного, що всі, вказані в умові теореми, степені ε попарно різні. Припустимо, що

$$\varepsilon^k = \varepsilon^l \tag{5}$$

для деяких $k, l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ таких, що $k \neq l$. Не зменшуючи загальності можна вважати, що $k > l$. Тоді помноживши ліву і праву частини рівності (5) на ε^{-l} одержимо, що

$$\varepsilon^{k-l} = 1.$$

Оскільки $1 \leq k - l \leq n - 1$, то ε не є первісним коренем n-го степеня з одиниці, що суперечить умові теореми.

Доведення.

Навпаки,

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні,

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні, то

$$\varepsilon^1 \neq \varepsilon^0 = 1,$$

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots\varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні, то

$$\varepsilon^1 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \varepsilon^2 \neq \varepsilon^0 = 1,$$

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots\varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні, то

$$\varepsilon^1 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \varepsilon^2 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \ldots, \quad \varepsilon^{n-1} \neq \varepsilon^0 = 1.$$

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots \varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні, то

$$\varepsilon^1 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \varepsilon^2 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \ldots, \quad \varepsilon^{n-1} \neq \varepsilon^0 = 1.$$

Це означає, що ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

Навпаки, якщо всі степені ε^0, ε^1, ε^2, $\ldots\varepsilon^{n-1}$ кореня n-го степеня з одиниці ε попарно різні, то

$$\varepsilon^1 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \varepsilon^2 \neq \varepsilon^0 = 1, \quad \ldots, \quad \varepsilon^{n-1} \neq \varepsilon^0 = 1.$$

Це означає, що ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Теорему доведено. $\square$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці,

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми,

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k,

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$,

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k',

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$.

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} =$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'}$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'} = \varepsilon^{(k'd)n'}$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'} = \varepsilon^{(k'd)n'} = \varepsilon^{k'(dn')}$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'} = \varepsilon^{(k'd)n'} = \varepsilon^{k'(dn')} = \varepsilon^{k'n}$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.
Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.
Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'} = \varepsilon^{(k'd)n'} = \varepsilon^{k'(dn')} = \varepsilon^{k'n} = (\varepsilon^n)^{k'}$$

Теорема 5

Нехай ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, а k — деяким натуральним числом. Число ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці тоді і тільки тоді, коли k і n взаємно прості числа.

Доведення.

Нехай виконується умова теореми, тобто ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведемо, спочатку, необхідність. Припустимо, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці для деякого натурального числа k. Позначимо через d найбільший спільний дільник чисел n та k. Нам потрібно довести, що $d = 1$. Припустимо протилежне. Нехай $d \neq 1$, тобто $d > 1$.

Оскільки d є дільником чисел n і k, то $n = dn'$, $k = dk'$ для деяких натуральних чисел n' і k', причому $n' < n$. Обчислимо

$$(\varepsilon^k)^{n'} = \varepsilon^{kn'} = \varepsilon^{(k'd)n'} = \varepsilon^{k'(dn')} = \varepsilon^{k'n} = (\varepsilon^n)^{k'} = 1.$$

Таким чином, ε^k виявився також коренем n'-го степеня з одиниці, де $n' < n$.

Доведення.

А це суперечить тому,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m =$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km}$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \qquad (6)$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею:

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km}$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r}$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^{r}$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q \varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n. Враховуючи, що числа k і n взаємно прості,

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n. Враховуючи, що числа k і n взаємно прості, одержимо, що m ділиться на n.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n. Враховуючи, що числа k і n взаємно прості, одержимо, що m ділиться на n. А це суперечить нерівності $1 \leq m < n$.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n-1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n. Враховуючи, що числа k і n взаємно прості, одержимо, що m ділиться на n. А це суперечить нерівності $1 \leq m < n$. Знову ж таки наше припущення, що ε^k не є первісним коренем n-го степеня з одиниці неправильне.

Доведення.

А це суперечить тому, що ε^k є первісним коренем n-го степеня з одиниці. Тобто наше припущення, що $d \neq 1$, є неправильним. Отже, необхідність доведена.

Аналогічно, методом від супротивного доведемо тепер достатність. Нехай k і n взаємно прості числа і припустимо, що ε^k є коренем m-го степеня з одиниці, де $1 \leq m < n$. Тоді

$$(\varepsilon^k)^m = \varepsilon^{km} = 1. \tag{6}$$

Поділимо km на n з остачею: $km = nq + r$, де q і r — деякі цілі числа, причому $0 \leq r \leq n - 1$. Із рівності (6) маємо

$$1 = \varepsilon^{km} = \varepsilon^{nq+r} = \varepsilon^{nq}\varepsilon^r = (\varepsilon^n)^q\varepsilon^r = \varepsilon^r.$$

Оскільки ε є первісним коренем n-го степеня з одиниці, то звідси випливає, що $r = 0$. Це означає, що добуток km ділиться на n. Враховуючи, що числа k і n взаємно прості, одержимо, що m ділиться на n. А це суперечить нерівності $1 \leq m < n$. Знову ж таки наше припущення, що ε^k не є первісним коренем n-го степеня з одиниці неправильне. Теорему доведено. $\square$

Як наслідок із останніх двох теорем слідує, Як наслідок із останніх двох теорем слідує, що число первісних коренів n-го степеня з одиниці

Як наслідок із останніх двох теорем слідує, що число первісних коренів n-го степеня з одиниці дорівнює числу натуральних чисел менших за n

Як наслідок із останніх двох теорем слідує, що число первісних коренів n-го степеня з одиниці дорівнює числу натуральних чисел менших за n і взаємно простих з n.

Як наслідок із останніх двох теорем слідує, що число первісних коренів n-го степеня з одиниці дорівнює числу натуральних чисел менших за n і взаємно простих з n. Це число позначаються символом $\varphi(n)$, Як наслідок із останніх двох теорем слідує, що число первісних коренів n-го степеня з одиниці дорівнює числу натуральних чисел менших за n і взаємно простих з n. Це число позначаються символом $\varphi(n)$, а відповідність, яка кожному натуральному числу n ставить число $\varphi(n)$ називають *функцією Ейлера.*

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1.

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.
Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1,$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1,$ $\varepsilon_1 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i,$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.
Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos \tfrac{\pi}{3} + i \sin \tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos \tfrac{2\pi}{3} + i \sin \tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i,$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.
Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, \quad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \quad \varepsilon_1 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i,$$

$$\varepsilon_2 = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i, \quad \varepsilon_3 = \cos \pi + i \sin \pi = -1,$$

$$\varepsilon_4 = \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i,$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, && \varepsilon_1 = \cos\tfrac{\pi}{3} + i\sin\tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i,\\
&\varepsilon_2 = \cos\tfrac{2\pi}{3} + i\sin\tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, && \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,\\
&\varepsilon_4 = \cos\tfrac{4\pi}{3} + i\sin\tfrac{4\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, && \varepsilon_5 = \cos\tfrac{5\pi}{3} + i\sin\tfrac{5\pi}{3} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i.
\end{aligned}$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos \tfrac{\pi}{3} + i \sin \tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i,$$

$$\varepsilon_2 = \cos \tfrac{2\pi}{3} + i \sin \tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i, \qquad \varepsilon_3 = \cos \pi + i \sin \pi = -1,$$

$$\varepsilon_4 = \cos \tfrac{4\pi}{3} + i \sin \tfrac{4\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2} i, \qquad \varepsilon_5 = \cos \tfrac{5\pi}{3} + i \sin \tfrac{5\pi}{3} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2} i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.
Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1,

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\tfrac{\pi}{3} + i\sin\tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\tfrac{2\pi}{3} + i\sin\tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\tfrac{4\pi}{3} + i\sin\tfrac{4\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\tfrac{5\pi}{3} + i\sin\tfrac{5\pi}{3} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0,1,2,3,4,5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos \tfrac{\pi}{3} + i \sin \tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos \tfrac{2\pi}{3} + i \sin \tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i, \qquad \varepsilon_3 = \cos \pi + i \sin \pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos \tfrac{4\pi}{3} + i \sin \tfrac{4\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2} i, \qquad \varepsilon_5 = \cos \tfrac{5\pi}{3} + i \sin \tfrac{5\pi}{3} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2} i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді,

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді, коли числа k і 6 взаємно прості.

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.
Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді, коли числа k і 6 взаємно прості. Серед чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5$ такими є 1, 5.

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0,1,2,3,4,5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді, коли числа k і 6 взаємно прості. Серед чисел $0,1,2,3,4,5$ такими є 1, 5. Таким чином, первісними коренями шостого степеня з 1 є числа

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i \sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді, коли числа k і 6 взаємно прості. Серед чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5$ такими є 1, 5. Таким чином, первісними коренями шостого степеня з 1 є числа $\varepsilon_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Приклад 6. Виписати всі корені шостого степеня з 1. Вказати, які з них є первісними коренями шостого степеня з 1.

Розв'язання. За формулою (4) всі шість коренів шостого степеня із 1 вичерпуються наступними числами:

$$\varepsilon_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1, \qquad \varepsilon_1 = \cos\tfrac{\pi}{3} + i\sin\tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i,$$
$$\varepsilon_2 = \cos\tfrac{2\pi}{3} + i\sin\tfrac{2\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_3 = \cos\pi + i\sin\pi = -1,$$
$$\varepsilon_4 = \cos\tfrac{4\pi}{3} + i\sin\tfrac{4\pi}{3} = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad \varepsilon_5 = \cos\tfrac{5\pi}{3} + i\sin\tfrac{5\pi}{3} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}i.$$

За формулою Муавра

$$\varepsilon_k = \varepsilon_1^k \quad (k = 0, 1, \ldots, 5).$$

Оскільки ε_1 — первісний корінь шостого степеня із 1, то із теореми 5 випливає, що ε_k $(k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\})$ є первісним коренем шостого степеня із 1 тоді і тільки тоді, коли числа k і 6 взаємно прості. Серед чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5$ такими є 1, 5. Таким чином, первісними коренями шостого степеня з 1 є числа $\varepsilon_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ та $\varepsilon_5 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.