Перестановки. Підстановки

Лектор — доц. Шапочка І. В.

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

1 жотня 2022 року

Перестановки

Нехай M — скінченна множина,

Перестановки

Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів.

Перестановки

Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів. Перенумеруємо ці елементи,

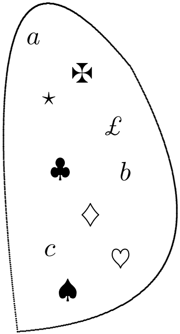
Перестановки

Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів. Перенумеруємо ці елементи, тобто поставимо у відповідність кожному елементу множини M

Перестановки

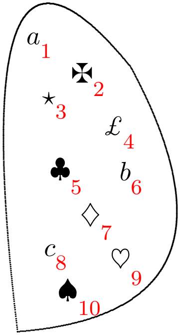
Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів. Перенумеруємо ці елементи, тобто поставимо у відповідність кожному елементу множини M одне із натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів. Перенумеруємо ці елементи, тобто поставимо у відповідність кожному елементу множини M одне із натуральних чисел $1, 2, \ldots, n$.



Перестановки

Нехай M — скінченна множина, яка складається з n елементів. Перенумеруємо ці елементи, тобто поставимо у відповідність кожному елементу множини M одне із натуральних чисел $1, 2, \ldots, n$.



Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, …, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \dots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\dots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! =$$

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6;$$

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6; \quad 5! =$$

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \dots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\dots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\dots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6; \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

Припустимо, що природа елементів множини M не є суттєвою. Тому будемо вважати, що $M = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді, виписавши елементи множини M у порядку нумерації, ми одержимо деяке розміщення натуральних чисел 1, 2, $\ldots$, n. Наприклад, числа 1, 2, 3, 4 можна розмістити наступним чином: 3, 2, 4, 1 або 2, 4, 1, 3.

Означення 1

Перестановкою із n елементів називається будь-яке розміщення чисел 1, 2, $\ldots$, n.

Позначимо $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

Приклад 1.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6; \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \dots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \dots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, $\ldots$, n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, …, n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, …, n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \dots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, $\dots$, n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, $\dots$, n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, $\ldots$, n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, $\ldots$, n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, . . . , n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, . . . , n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \dots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, $\dots$, n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, $\dots$, n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел, що залишилися після вибору i_1, i_2, і число можливостей для вибору i_1, i_2, i_3 дорівнює добутку $n(n-1)(n-2)$ і т. д.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел, що залишилися після вибору i_1, i_2, і число можливостей для вибору i_1, i_2, i_3 дорівнює добутку $n(n-1)(n-2)$ і т. д. Таким чином, число можливостей вибору для $i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}, i_n$,

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \ldots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.

В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \ldots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел, що залишилися після вибору i_1, i_2, і число можливостей для вибору i_1, i_2, i_3 дорівнює добутку $n(n-1)(n-2)$ і т. д. Таким чином, число можливостей вибору для $i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}, i_n$, а отже, і число перестановок з n елементів дорівнює $n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 = n!$.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \dots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел $1, 2, \dots, n$, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел $1, 2, \dots, n$. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел, що залишилися після вибору i_1, i_2, і число можливостей для вибору i_1, i_2, i_3 дорівнює добутку $n(n-1)(n-2)$ і т. д. Таким чином, число можливостей вибору для $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i_n$, а отже, і число перестановок з n елементів дорівнює $n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 = n!$. Підкреслимо тільки, що якщо $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}$ вже вибрані, то для вибору i_n залишається лише одна можливість.

Теорема 1

Число всіх перестановок із n елементів дорівнює $n!$.

Доведення.

Довільну перестановку з n елементів у загальному вигляді записують так: $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де кожне з i_k є одним із чисел 1, 2, ..., n, причому жодне з цих чисел не зустрічається двічі.
В якості i_1 можна взяти будь-яке з чисел 1, 2, ..., n. Тому для вибору i_1 маємо n можливостей. Якщо i_1 вже вибрано, то в якості i_2 можна взяти будь-яке одне із $n-1$ чисел, що залишилися після вибору i_1. Звідси випливає, що число можливостей для вибору i_1 і i_2 дорівнює добутку $n(n-1)$. Якщо i_1 і i_2 зафіксовані, то за i_3 можна взяти будь-яке одне з $n-2$ чисел, що залишилися після вибору i_1, i_2, і число можливостей для вибору i_1, i_2, i_3 дорівнює добутку $n(n-1)(n-2)$ і т. д. Таким чином, число можливостей вибору для $i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}, i_n$, а отже, і число перестановок з n елементів дорівнює $n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$. Підкреслимо тільки, що якщо $i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}$ вже вибрані, то для вибору i_n залишається лише одна можливість. Теорему доведено. $\square$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи,

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці,

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку.

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку,

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією,

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3;$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3; \quad 1, 3, 2;$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3; \quad 1, 3, 2; \quad 2, 3, 1;$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3; \quad 1, 3, 2; \quad 2, 3, 1; \quad 2, 1, 3;$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3; \quad 1, 3, 2; \quad 2, 3, 1; \quad 2, 1, 3; \quad 3, 1, 2;$$

Означення 2

Якщо у деякій перестановці поміняти місцями які-небудь два елементи, а всі інші залишити на місці, то ми одержимо, очевидно, нову перестановку. Таке перетворення перестановки називається *транспозицією*.

Приклад 2.

$$4, 1, 2, 3 \quad \longrightarrow \quad 2, 1, 4, 3.$$

Теорема 2

Всі $n!$ перестановок із n елементів можна розташувати в такому порядку, що кожна наступна буде одержуватися з попередньої однією транспозицією, причому розташування починати можна з будь-якої перестановки.

Приклад 3.

$$1, 2, 3; \quad 1, 3, 2; \quad 2, 3, 1; \quad 2, 1, 3; \quad 3, 1, 2; \quad 3, 2, 1.$$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел,

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \dots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \dots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів,

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2,\ i_3,\ \ldots,\ i_k$,

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \dots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2,\ i_3,\ \dots,\ i_k$, починаючи з перестановки $i_2,\ i_3,\ \dots,\ i_k$.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \ldots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \ldots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \ldots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \ldots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

$$i_2 \quad i_3 \quad \ldots \quad i_k$$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \ldots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \ldots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

$$\begin{array}{cccc} i_2 & i_3 & \ldots & i_k \\ * & * & \ldots & * \end{array}$$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \ldots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \ldots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

$$\begin{array}{cccc} i_2 & i_3 & \ldots & i_k \\ * & * & \ldots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{array}$$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \ldots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \ldots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

$$\begin{array}{cccc} i_2 & i_3 & \ldots & i_k \\ * & * & \ldots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & \ldots & * \end{array}$$

Доведення.

Доведення теореми поведемо методом математичної індукції за числом n елементів перестановок. Якщо $n = 2$ теорема справджується: розташування $1,\ 2;\quad 2,\ 1$ та $2,\ 1;\quad 1,\ 2$ задовольняють вимоги теореми.

Припустимо, що теорема справджується для довільних натуральних чисел, менших за деяке фіксоване натуральне число k. Доведемо, що вона справджується і якщо $n = k$. Нехай $i_1, i_2, \dots, i_k$ — довільна (але зафіксована) перестановка з k елементів. Розглянемо всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є i_1. За попередньою теоремою таких перестановок є $(k-1)!$.

Розташуємо відповідно до вимог теореми всі перестановки з елементів $i_2, i_3, \dots, i_k$, починаючи з перестановки $i_2, i_3, \dots, i_k$. Це можна зробити за індуктивним припущенням.

$$\begin{matrix} i_1 & i_2 & i_3 & \dots & i_k \\ i_1 & * & * & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_1 & * & * & \dots & * \end{matrix}$$

Потім до кожної з цих перестановок допишемо першим елемент i_1.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування,

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів,

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів,

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів, яке задовольняє вимоги теореми й починається з довільно вибраної перестановки i_1, $i_2, \ldots, i_k$.

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів, яке задовольняє вимоги теореми й починається з довільно вибраної перестановки i_1, i_2, ..., i_k. Теорему доведено. $\square$

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів, яке задовольняє вимоги теореми й починається з довільно вибраної перестановки i_1, i_2, . . . , i_k. Теорему доведено. $\square$

Наслідок 1

Будь-яка перестановка з n

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів, яке задовольняє вимоги теореми й починається з довільно вибраної перестановки i_1, i_2, ..., i_k. Теорему доведено. □

Наслідок 1

Будь-яка перестановка з n елементів може бути одержана із довільної іншої перестановки з тих самих елементів

Доведення.

Одержимо розташування всіх перестановок з k елементів, у яких на першому місці стоїть елемент i_1 і яке задовольняє вимоги теореми. У перестановці з k елементів, що є останньою у цьому розташування, виконаємо транспозицію символів i_1 і i_2. Одержимо перестановку з k елементів, у якій на першому місці стоїть елемент i_2.Починаючи з цієї перестановки, розташуємо описаним вище способом у потрібному порядку всі перестановки з k елементів, у яких першим елементом є елемент i_2. Потім в останній перестановці транспонуємо символи i_2 та i_3 і т. д. В результаті таких дій через скінченне число кроків одержимо розташування всіх $k!$ перестановок з k елементів, яке задовольняє вимоги теореми й починається з довільно вибраної перестановки i_1, i_2, $\ldots$, i_k. Теорему доведено. □

Наслідок 1

Будь-яка перестановка з n елементів може бути одержана із довільної іншої перестановки з тих самих елементів за допомогою кількох транспозицій.

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*,

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$,

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j.

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*,

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій,

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною*

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1 + 1$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1 + 1 + 1$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\ldots \quad i \quad \ldots \quad j \quad \ldots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4.$$

Означення 3

Кажуть, що в даній перестановці

$$\dots \quad i \quad \dots \quad j \quad \dots$$

числа i та j утворюють *інверсію*, якщо $i > j$, але i стоїть раніше j. Перестановка називається *парною*, якщо її елементи утворюють парне число інверсій, і *непарною* — в протилежному випадку.

Приклад 4.

$$3, 1, 4, 5, 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4.$$

Теорема 3

Усяка транспозиція змінює парність перестановки.

Доведення.

Можливі два випадки:

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд;

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд.

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1},

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд.

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1}

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1, \; i_2, \; \ldots, \; i_{r-1}, \; i_r, \; i_{r+1}, \; i_{r+2}, \; \ldots, \; i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1, \; i_2, \; \ldots, \; i_{r-1}, \; i_{r+1}, \; i_r, \; i_{r+2}, \; \ldots, \; i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її.

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме.

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1},

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \dots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \dots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (1)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (2)$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію, а в іншій не утворює:

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію, а в іншій не утворює: якщо в перестановці (1) елементи i_r і i_{r+1} утворюють інверсію,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \tag{1}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{2}$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію, а в іншій не утворює: якщо в перестановці (1) елементи i_r і i_{r+1} утворюють інверсію, то в перестановці (2) — не утворюють,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (1)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (2)$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію, а в іншій не утворює: якщо в перестановці (1) елементи i_r і i_{r+1} утворюють інверсію, то в перестановці (2) — не утворюють, якщо ж у перестановці (1) вони не утворюють інверсію,

Доведення.

Можливі два випадки:1) елементи, які транспонуються, стоять у перестановці поряд; 2) елементи, що транспонуються, стоять не поряд. Розглянемо по черзі кожен з цих випадків.

1. Припустимо, що у перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (1)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+1}, що стоять поряд. Ця транспозиція перетворює перестановку (1) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+1},\ i_r,\ i_{r+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (2)$$

У перестановках (1) і (2) кожна пара елементів i_k і i_l відмінна від пари i_r і i_{r+1} одночасно або утворює інверсію, або не утворює її. Тому в обох цих перестановках число інверсій, утворюваних парами i_k і i_l відмінними від пари i_r і i_{r+1} одне й те саме. Щодо пари i_r і i_{r+1}, то в одній з цих перестановок вона утворює інверсію, а в іншій не утворює: якщо в перестановці (1) елементи i_r і i_{r+1} утворюють інверсію, то в перестановці (2) — не утворюють, якщо ж у перестановці (1) вони не утворюють інверсію, то в перестановці (2) — утворюють.

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше,

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1).

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1).

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ {\color{red}i_r},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ {\color{red}i_{r+q+1}},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \tag{3}$$

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ {\color{red}i_r},\ i_{r+1}, \ldots,\ i_{r+q},\ {\color{red}i_{r+q+1}},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1},

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів,

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число.

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1}, \ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \tag{3}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1}, \ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \tag{4}$$

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів:

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1},

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2}

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д.,

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1}, \ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1}, \ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д., нарешті, i_r переставити з i_{r+q+1},

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д., нарешті, i_r переставити з i_{r+q+1}, далі i_{r+q+1} переставити з i_{r+q},

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д., нарешті, i_r переставити з i_{r+q+1}, далі i_{r+q+1} переставити з i_{r+q}, потім i_{r+q+1} переставити з i_{r+q-1}

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n \qquad (3)$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\ldots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \ldots,\ i_n. \qquad (4)$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д., нарешті, i_r переставити з i_{r+q+1}, далі i_{r+q+1} переставити з i_{r+q}, потім i_{r+q+1} переставити з i_{r+q-1} і т. д.,

Доведення.

Тому число інверсій у перестановці (2) або на 1 менше, або на 1 більше від числа інверсій в перестановці (1). В обох випадках парність перестановки (2) протилежна парності перестановки (1). Отже, транспозиція елементів i_r і i_{r+1}, що стоять поряд, змінює парність перестановки.

2. Припустимо тепер, що в перестановці

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_r,\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_{r+q+1},\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n \tag{3}$$

виконано транспозицію символів i_r та i_{r+q+1}, між якими розташовано q елементів, де q — деяке натуральне число. Ця транспозиція перетворює перестановку (3) на перестановку

$$i_1,\ i_2,\ \dots,\ i_{r-1},\ i_{r+q+1},\ i_{r+1},\dots,\ i_{r+q},\ i_r,\ \ i_{r+q+2},\ \dots,\ i_n. \tag{4}$$

Проте перестановку (4) можна одержати з перестановки (3) шляхом наступних $2q+1$ транспозицій сусідніх елементів: i_r переставити з i_{r+1}, потім у одержаний перестановці i_r переставити з i_{r+2} і т. д., нарешті, i_r переставити з i_{r+q+1}, далі i_{r+q+1} переставити з i_{r+q}, потім i_{r+q+1} переставити з i_{r+q-1} і т. д., нарешті, i_{r+q+1} переставити з i_{r+1}.

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки,

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище,

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q + 1$ разів.

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q + 1$ разів. Оскільки число $2q + 1$

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q + 1$ разів. Оскільки число $2q + 1$ є непарним для довільного натурального q,

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4)

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q + 1$ разів. Оскільки число $2q + 1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3).

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3). Таким чином і у випадку, коли транспозиція здійснюється над елементами, що не стоять поряд у перестановці, парність перестановки змінюється.

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3). Таким чином і у випадку, коли транспозиція здійснюється над елементами, що не стоять поряд у перестановці, парність перестановки змінюється. Теорему доведено. $\square$

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3). Таким чином і у випадку, коли транспозиція здійснюється над елементами, що не стоять поряд у перестановці, парність перестановки змінюється. Теорему доведено. $\square$

Наслідок 2

Для довільного $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3). Таким чином і у випадку, коли транспозиція здійснюється над елементами, що не стоять поряд у перестановці, парність перестановки змінюється. Теорему доведено. □

Наслідок 2

Для довільного $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ *число парних перестановок із* n *елементів дорівнює числу непарних,*

Доведення.

Внаслідок виконання цих транспозицій парність перестановки, за доведеним вище, змінювалась $2q+1$ разів. Оскільки число $2q+1$ є непарним для довільного натурального q, то парність перестановки (4) є протилежна до парності перестановки (3). Таким чином і у випадку, коли транспозиція здійснюється над елементами, що не стоять поряд у перестановці, парність перестановки змінюється. Теорему доведено. □

Наслідок 2

Для довільного $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ *число парних перестановок із* n *елементів дорівнює числу непарних, тобто дорівнює* $\frac{n!}{2}$.

Означення 4

Підстановкою степеня n

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе.

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \dots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \ldots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

де i_1, i_2, $\ldots$, i_n — довільна перестановка з n елементів.

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \dots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

де i_1, i_2, $\dots$, i_n — довільна перестановка з n елементів. Очевидно, $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, $\dots$, $\sigma(i_n)$ також є перестановкою з n елементів.

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \dots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

де i_1, i_2, ..., i_n — довільна перестановка з n елементів. Очевидно, $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, ..., $\sigma(i_n)$ також є перестановкою з n елементів. Надалі перестановку i_1, i_2, ..., i_n будемо називати верхньою,

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \ldots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

де i_1, i_2, ..., i_n — довільна перестановка з n елементів. Очевидно, $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, ..., $\sigma(i_n)$ також є перестановкою з n елементів. Надалі перестановку i_1, i_2, ..., i_n будемо називати верхньою, а $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, ..., $\sigma(i_n)$ — нижньою перестановками підстановки σ.

Означення 4

Підстановкою степеня n називається бієктивне відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе.

У розгорнутій і наочній формі підстановку $\sigma : M \to M$ зображають символом

$$\sigma = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \ldots & \sigma(i_n) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

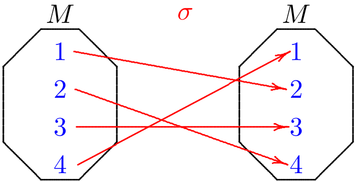
де i_1, i_2, $\ldots$, i_n — довільна перестановка з n елементів. Очевидно, $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, $\ldots$, $\sigma(i_n)$ також є перестановкою з n елементів. Надалі перестановку i_1, i_2, $\ldots$, i_n будемо називати верхньою, а $\sigma(i_1)$, $\sigma(i_2)$, $\ldots$, $\sigma(i_n)$ — нижньою перестановками підстановки σ.

Підстановку σ можна зобразити різними способами вигляду (5), зокрема

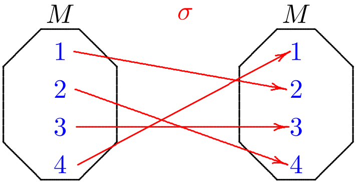
$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n \end{pmatrix}, \tag{6}$$

де $j_k = \sigma(k)$, $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

Приклад 5.

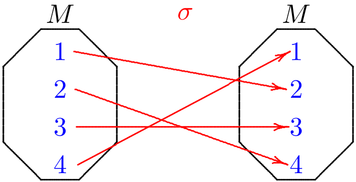


Приклад 5.



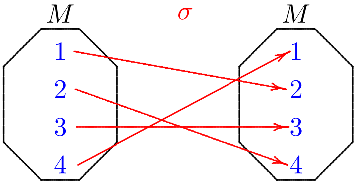
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

Приклад 5.



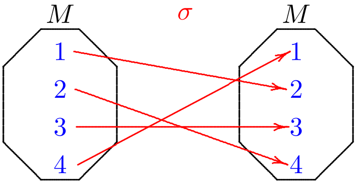
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix},$$

Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

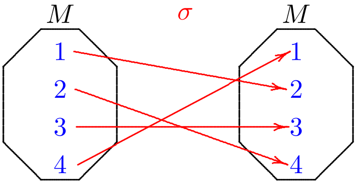
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня,

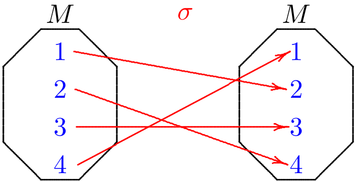
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2,

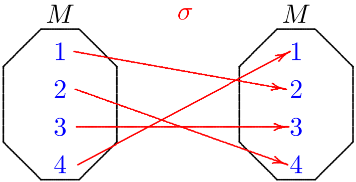
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4,

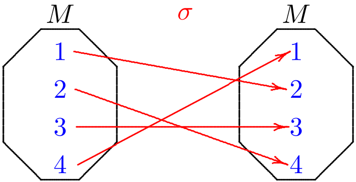
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3

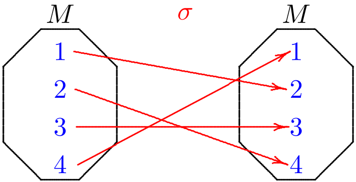
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3 і нарешті, образом 4 є 1.

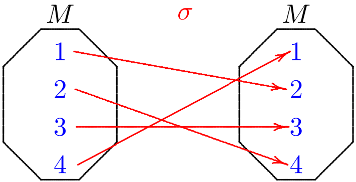
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3 і нарешті, образом 4 є 1. При цьому інколи говорять, що 1 переходить у 2,

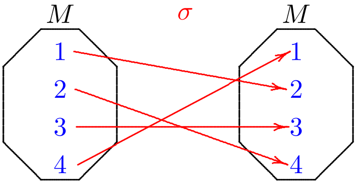
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3 і нарешті, образом 4 є 1. При цьому інколи говорять, що 1 переходить у 2, 2 — в 4,

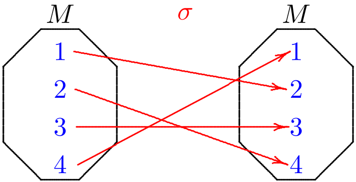
Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3 і нарешті, образом 4 є 1. При цьому інколи говорять, що 1 переходить у 2, 2 — в 4, 3 — в 3

Приклад 5.



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

є записами однієї і тієї ж підстановки σ 4-го степеня, для якої образом 1 є 2, образом 2 є 4, образом 3 є 3 і нарешті, образом 4 є 1. При цьому інколи говорять, що 1 переходить у 2, 2 — в 4, 3 — в 3 і 4 — в 1.

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Доведення.

Із означення рівності двох відображень слідує, що дві підстановки δ і σ степеня n вигляду

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Доведення.

Із означення рівності двох відображень слідує, що дві підстановки δ і σ степеня n вигляду

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix}, \qquad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n \end{pmatrix}$$

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Доведення.

Із означення рівності двох відображень слідує, що дві підстановки δ і σ степеня n вигляду

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}, \qquad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$$

рівні тоді і тільки тоді, коли $i_1 = j_1,\ i_2 = j_2,\ \dots,\ i_n = j_n$.

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Доведення.

Із означення рівності двох відображень слідує, що дві підстановки δ і σ степеня n вигляду

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}, \qquad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$$

рівні тоді і тільки тоді, коли $i_1 = j_1$, $i_2 = j_2$, $\dots$, $i_n = j_n$. А тому довільна підстановка σ степеня n записана у вигляді (6) однозначно визначається нижньою перестановкою $j_1, j_2, \dots, j_n$.

Теорема 4

Число всіх підстановок степеня n дорівнює $n!$.

Доведення.

Із означення рівності двох відображень слідує, що дві підстановки δ і σ степеня n вигляду

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}, \qquad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$$

рівні тоді і тільки тоді, коли $i_1 = j_1$, $i_2 = j_2$, $\dots$, $i_n = j_n$. А тому довільна підстановка σ степеня n записана у вигляді (6) однозначно визначається нижньою перестановкою j_1, j_2, $\dots$, j_n. Оскільки всіх перестановок з n елементів є $n!$, то й число всіх підстановок n-го степеня дорівнює $n!$. $\square$

Теорема 5

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. У всіх записах підстановки σ у вигляді

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Теорема 5

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. У всіх записах підстановки σ у вигляді

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Означення 5

Підстановка степеня n називається *парною*,

Теорема 5

Нехай σ *— довільна підстановка степеня* n. *У всіх записах підстановки* σ *у вигляді*

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Означення 5

Підстановка степеня n називається *парною*, якщо у записі у вигляді (7)

Теорема 5

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. У всіх записах підстановки σ у вигляді

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Означення 5

Підстановка степеня n називається *парною*, якщо у записі у вигляді (7) парності перестановок у першому та другому рядках співпадають,

Теорема 5

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. У всіх записах підстановки σ у вигляді

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Означення 5

Підстановка степеня n називається *парною*, якщо у записі у вигляді (7) парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, і *непарною* у протилежному випадку.

Теорема 5

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. У всіх записах підстановки σ у вигляді

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \\ \sigma(i_1) & \sigma(i_2) & \dots & \sigma(i_n) \end{pmatrix} \tag{7}$$

або парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, або вони різні.

Означення 5

Підстановка степеня n називається *парною*, якщо у записі у вигляді (7) парності перестановок у першому та другому рядках співпадають, і *непарною* у протилежному випадку.

Теорема 6

Для довільного $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ число парних підстановок степеня n дорівнює числу непарних, тобто дорівнює $\frac{n!}{2}$.

Нехай σ, δ

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n.

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе.

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, яка називається добутком підстановок σ і δ.

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, яка називається добутком підстановок σ і δ. Якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix},$$

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, яка називається добутком підстановок σ і δ. Якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix}, \quad \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n \end{pmatrix},$$

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, яка називається добутком підстановок σ і δ. Якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix}, \quad \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n \end{pmatrix},$$

то

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_{j_1} & i_{j_2} & \ldots & i_{j_n} \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Нехай σ, δ — довільні підстановки степеня n. Оскільки σ, δ — бієктивні відображення множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себе, то нескладно показати (самостійна робота), що добуток відображень σ і δ є також бієктивним відображенням множини M в себе. А, отже, $\sigma\delta$ є підстановкою, яка називається добутком підстановок σ і δ. Якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix}, \quad \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n \end{pmatrix},$$

то

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_{j_1} & i_{j_2} & \ldots & i_{j_n} \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Приклад 6. Обчислити добуток підстановок

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Розв'язування.

Розв'язування.

$$\sigma\delta =$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix}.$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ 4 & & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ 4 & & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ 4 & & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & & & \\ 4 & 1 & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & \color{red}{3} & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & \color{red}{5} & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & & & \\ 4 & 1 & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & & & \\ 4 & 1 & & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & & & \\ 4 & 1 & 3 & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & & & \\ 4 & 1 & 3 & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$
$$4 \xrightarrow{\delta} 1$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & & & \\ 4 & 1 & 3 & & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$
$$4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$
$$4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$
$$4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5,$$
$$5 \xrightarrow{\delta} 3$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} 1 &\xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4, \\ 2 &\xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1, \\ 3 &\xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3, \\ 4 &\xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5, \\ 5 &\xrightarrow{\delta} 3 \xrightarrow{\sigma} 6, \end{aligned}$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 6 & \end{pmatrix}.$$

$$1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4,$$
$$2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1,$$
$$3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3,$$
$$4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5,$$
$$5 \xrightarrow{\delta} 3 \xrightarrow{\sigma} 6,$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 6 & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{gathered} 1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4, \\ 2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1, \\ 3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3, \\ 4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5, \\ 5 \xrightarrow{\delta} 3 \xrightarrow{\sigma} 6, \\ 6 \xrightarrow{\delta} 6 \end{gathered}$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 6 & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{gathered} 1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4, \\ 2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1, \\ 3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3, \\ 4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5, \\ 5 \xrightarrow{\delta} 3 \xrightarrow{\sigma} 6, \\ 6 \xrightarrow{\delta} 6 \xrightarrow{\sigma} 2. \end{gathered}$$

Розв'язування.

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{gathered} 1 \xrightarrow{\delta} 2 \xrightarrow{\sigma} 4, \\ 2 \xrightarrow{\delta} 4 \xrightarrow{\sigma} 1, \\ 3 \xrightarrow{\delta} 5 \xrightarrow{\sigma} 3, \\ 4 \xrightarrow{\delta} 1 \xrightarrow{\sigma} 5, \\ 5 \xrightarrow{\delta} 3 \xrightarrow{\sigma} 6, \\ 6 \xrightarrow{\delta} 6 \xrightarrow{\sigma} 2. \end{gathered}$$

Оскільки добуток довільних відображень

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ми називатимемо тотожною

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ми називатимемо тотожною або одиничною підстановкою степеня n.

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ми називатимемо тотожною або одиничною підстановкою степеня n. Очевидно, для довільної підстановки n-го степеня σ

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ми називатимемо тотожною або одиничною підстановкою степеня n. Очевидно, для довільної підстановки n-го степеня σ справджуються наступні рівності

$$e\sigma = \sigma,$$

Оскільки добуток довільних відображень задовольняє асоціативній властивості, то очевидно, і операція множення підстановок задовольняє цій властивості, тобто для довільних підстановок n-го степеня σ, δ, μ справджується рівність

$$(\sigma\delta)\mu = \sigma(\delta\mu).$$

Підстановку

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ми називатимемо тотожною або одиничною підстановкою степеня n. Очевидно, для довільної підстановки n-го степеня σ справджуються наступні рівності

$$e\sigma = \sigma, \qquad \sigma e = \sigma.$$

Нехай σ — довільна підстановка степеня n.

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \dots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке,

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Відображення σ^{-1} є бієктивним відображенням із множини M в множину M,

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Відображення σ^{-1} є бієктивним відображенням із множини M в множину M, а отже, є підстановкою степеня n.

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Відображення σ^{-1} є бієктивним відображенням із множини M в множину M, а отже, є підстановкою степеня n. Причому, якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix},$$

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Відображення σ^{-1} є бієктивним відображенням із множини M в множину M, а отже, є підстановкою степеня n. Причому, якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix},$$

то очевидно,

$$\sigma^{-1} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n \\ 1 & 2 & \ldots & n \end{pmatrix}.$$

Нехай σ — довільна підстановка степеня n. Оскільки σ є бієктивним відображенням множини $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ саму в себе, то за доведеним раніше для нього існує обернене відображення σ^{-1} таке, що

$$\sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e.$$

Відображення σ^{-1} є бієктивним відображенням із множини M в множину M, а отже, є підстановкою степеня n. Причому, якщо

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix},$$

то очевидно,

$$\sigma^{-1} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n \\ 1 & 2 & \ldots & n \end{pmatrix}.$$

Підстановку σ^{-1} надалі називатимемо оберненою до підстановки σ.

Означення 6

Множина S_n всіх підстановок степеня n,

Означення 6

Множина S_n всіх підстановок степеня n, на якій визначена операція множення підстановок за формулою (8) називається **симетричною групою степеня n**.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи,

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$,

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\dots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \ldots & k & \ldots & l & \ldots \\ \ldots & l & \ldots & k & \ldots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\ldots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці,

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \qquad (9)$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, ..., n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці, тобто шляхом послідовно множення на підстановки вигляду (9),

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \ldots & k & \ldots & l & \ldots \\ \ldots & l & \ldots & k & \ldots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\ldots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці, тобто шляхом послідовно множення на підстановки вигляду (9), інакше кажучи транспозиції.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.

Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\dots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці, тобто шляхом послідовно множення на підстановки вигляду (9), інакше кажучи транспозиції. Якщо у цьому добутку упустити множник,

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$. Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\dots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці, тобто шляхом послідовно множення на підстановки вигляду (9), інакше кажучи транспозиції. Якщо у цьому добутку упустити множник, що є тотожною підстановкою, то можна стверджувати, що будь-яка підстановка n-го степеня представляється у вигляді добутку скінченного числа деяких транспозицій.

Підстановка, яка одержується із тотожної підстановки шляхом однієї транспозиції в нижньому рядку, називається транспозицією. Транспозиція має вигляд

$$\begin{pmatrix} \dots & k & \dots & l & \dots \\ \dots & l & \dots & k & \dots \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де трикрапками замінені символи, що відображаються самі в себе. Домовимося позначати цю транспозицію символом $(k\ l)$, вказуючи при цьому, якщо потрібно, степінь підстановки. Застосування транспозиції k-го та l-го символів у нижньому рядку в запису (6) підстановки σ рівносильне множенню підстановки σ зліва на транспозицію $(k\ l)$.
Довільну перестановку степеня n можна одержати із перестановки 1, 2, $\dots$, n за допомогою скінченного числа деяких транспозицій. Це в свою чергу означає, що довільну підстановку n-го степеня можна також одержати із тотожної шляхом скінченного числа деяких транспозицій у нижній перестановці, тобто шляхом послідовно множення на підстановки вигляду (9), інакше кажучи транспозиції. Якщо у цьому добутку упустити множник, що є тотожною підстановкою, то можна стверджувати, що будь-яка підстановка n-го степеня представляється у вигляді добутку скінченного числа деяких транспозицій.

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} =$$

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12)$$

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12) = (13)(34)(45)(24)(14).$$

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12) = (13)(34)(45)(24)(14).$$

Але оскільки при множенні будь-якої транспозиції $(k\ \ l)$ на довільну підстановку σ,

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12) = (13)(34)(45)(24)(14).$$

Але оскільки при множенні будь-якої транспозиції $(k\ \ l)$ на довільну підстановку σ, записану у вигляді (6),

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12) = (13)(34)(45)(24)(14).$$

Але оскільки при множенні будь-якої транспозиції $(k\ \ l)$ на довільну підстановку σ, записану у вигляді (6), змінюється парність на протилежну лише у нижній перестановці, то це означає, що підстановки σ і $\sigma \cdot (k\ l)$ мають протилежні парності.

Довільну підстановку можна багатьма різними способами представити у вигляді добутку транспозицій. Завжди можна, наприклад, добавити два однакові множники вигляду $(k\ l)(k\ l)$, добуток яких дорівнює тотожній підстановці e. Наведемо менш тривіальний приклад:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (34)(15)(12) = (13)(34)(45)(24)(14).$$

Але оскільки при множенні будь-якої транспозиції $(k\ \ l)$ на довільну підстановку σ, записану у вигляді (6), змінюється парність на протилежну лише у нижній перестановці, то це означає, що підстановки σ і $\sigma \cdot (k\ l)$ мають протилежні парності. У свою чергу звідси і того, що тотожна підстановка e є парною, слідує, що при всіх розкладах підстановки у добуток транспозицій парність числа цих транспозицій є однією і тією ж, причому вона співпадає з парністю самої підстановки. Нами доведена наступна теорема.

Теорема 7

Будь-яка підстановка δ є добутком кількох транспозицій, причому парність числа цих транспозицій співпадає з парністю підстановки δ.

Теорема 7

Будь-яка підстановка δ є добутком кількох транспозицій, причому парність числа цих транспозицій співпадає з парністю підстановки δ.

Наслідок 3

Добуток двох підстановок з однаковою парністю є парною підстановкою,

Теорема 7

Будь-яка підстановка δ є добутком кількох транспозицій, причому парність числа цих транспозицій співпадає з парністю підстановки δ.

Наслідок 3

Добуток двох підстановок з однаковою парністю є парною підстановкою, а добуток двох підстановок з різною парністю — непарною підстановкою.