Дії над матрицями. Обернена матриця

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

12,15 жовтня 2022 року

Нехай m і n

Нехай m і n — деякі натуральні числа.

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m \times n}$.

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m \times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа,

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа, тобто деякий елемент множини $\mathbb{R}_{m\times n}$.

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа, тобто деякий елемент множини $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Надалі матрицю A

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m \times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа, тобто деякий елемент множини $\mathbb{R}_{m \times n}$.
Надалі матрицю A будемо компактно позначати символом $\|a_{ij}\|_{m \times n}$

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа, тобто деякий елемент множини $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Надалі матрицю A будемо компактно позначати символом $\|a_{ij}\|_{m\times n}$ або коротко $\|a_{ij}\|$,

Нехай m і n — деякі натуральні числа. Множину всіх $m \times n$-матриць з дійсними елементами будемо позначати символом $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Розглянемо деяку $m \times n$-матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

елементами якої є дійсні числа, тобто деякий елемент множини $\mathbb{R}_{m\times n}$.
Надалі матрицю A будемо компактно позначати символом $\|a_{ij}\|_{m\times n}$ або коротко $\|a_{ij}\|$, якщо зрозуміло із контексту, про матрицю яких розмірів йде мова.

Приклади матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 11 & 2 & 23 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 7 & 98 & 2 & 29 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{3\times 4},$$

Приклади матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 11 & 2 & 23 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 7 & 98 & 2 & 29 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{3\times 4}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{5\times 3},$$

Приклади матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 11 & 2 & 23 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 7 & 98 & 2 & 29 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{3\times 4}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{5\times 3},$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 24 & 48 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{1\times 5},$$

Приклади матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 11 & 2 & 23 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 7 & 98 & 2 & 29 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{3\times 4}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{5\times 3},$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 24 & 48 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{1\times 5}, \qquad \begin{pmatrix} 10 \\ 41 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{4\times 1},$$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**,

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином:

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m \times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць,

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix},$$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6},$$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Рівність матриць є відношенням еквівалентності,

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Рівність матриць є відношенням еквівалентності, заданим на множині $\mathbb{R}_{m\times n}$.

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Рівність матриць є відношенням еквівалентності, заданим на множині $\mathbb{R}_{m\times n}$. Інакше кажучи, рівність матриць задовольняє:

- рефлексивній властивості,

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються **рівними**, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Рівність матриць є відношенням еквівалентності, заданим на множині $\mathbb{R}_{m\times n}$. Інакше кажучи, рівність матриць задовольняє:

- рефлексивній властивості,
- симетричній властивості,

Означення 1

Матриці $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із $\mathbb{R}_{m\times n}$ називаються рівними, якщо $a_{ij} = b_{ij}$ для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та для всіх $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рівність матриць A і B позначають традиційним чином: $A = B$.

Порівняльний приклад рівності матриць, раціональних дробів і дійсних чисел:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad 0,9999\ldots = 1.$$

Рівність матриць є відношенням еквівалентності, заданим на множині $\mathbb{R}_{m\times n}$. Інакше кажучи, рівність матриць задовольняє:

- рефлексивній властивості,
- симетричній властивості,
- транзитивній властивості.

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} =$$

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1, 2, \dots, m\}$,

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, m\}$, $j \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, n\}$.

Суму матриць A і B,

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\ 2,\ \dots,\ m\}$, $j \in \{1,\ 2,\ \dots,\ n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так:

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\, 2,\, \dots,\, m\}$, $j \in \{1,\, 2,\, \dots,\, n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$, $j \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m\times n} \times \mathbb{R}_{m\times n} \to \mathbb{R}_{m\times n}$$

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m \times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m \times n} \times \mathbb{R}_{m \times n} \to \mathbb{R}_{m \times n}$$

за наступним правилом: парі $m \times n$-матриць (A, B)

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\ 2,\ \dots,\ m\}$, $j \in \{1,\ 2,\ \dots,\ n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m\times n} \times \mathbb{R}_{m\times n} \to \mathbb{R}_{m\times n}$$

за наступним правилом: парі $m\times n$-матриць (A, B) відповідає матриця $A + B$,

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$, $j \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m\times n} \times \mathbb{R}_{m\times n} \to \mathbb{R}_{m\times n}$$

за наступним правилом: парі $m\times n$-матриць (A, B) відповідає матриця $A + B$, що є їх сумою.

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, m\}$, $j \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m\times n} \times \mathbb{R}_{m\times n} \to \mathbb{R}_{m\times n}$$

за наступним правилом: парі $m\times n$-матриць (A, B) відповідає матриця $A + B$, що є їх сумою. Цю відповідність будемо називати

Додавання матриць

Означення 2

Сумою матриць $A = \|a_{ij}\|$ і $B = \|b_{ij}\|$ із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $C = \|c_{ij}\|$ з цієї ж множини така, що

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij},$$

де $i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$, $j \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$.

Суму матриць A і B, позначають так: $A + B$.
Означення суми матриць задає відповідність

$$+ : \mathbb{R}_{m\times n} \times \mathbb{R}_{m\times n} \to \mathbb{R}_{m\times n}$$

за наступним правилом: парі $m\times n$-матриць (A, B) відповідає матриця $A + B$, що є їх сумою. Цю відповідність будемо називати операцією додавання матриць.

Приклад додавання матриць

Сумою матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Приклад додавання матриць

Сумою матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Приклад додавання матриць

Сумою матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

є матриця

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 6 & 8 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

Приклад додавання матриць

Сумою матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

є матриця

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 6 & 8 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

Використовуючи введені позначення, це твердження виглядає наступним чином:

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} =$$

Приклад додавання матриць

Сумою матриць

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

є матриця

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 6 & 8 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

Використовуючи введені позначення, це твердження виглядає наступним чином:

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 6 & 8 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}.$$

Теорема 1

Операція додавання матриць

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям,

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m \times n}$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ *справджуються наступні рівності:*

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці.

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B =$$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|,$$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A =$$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості,

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості, то $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості, то $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$ для будь-яких $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ *справджуються наступні рівності:*

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості, то $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$ для будь-яких $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Отже,

$$\|a_{ij} + b_{ij}\| = \|b_{ij} + a_{ij}\|,$$

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості, то $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$ для будь-яких $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Отже,

$$\|a_{ij} + b_{ij}\| = \|b_{ij} + a_{ij}\|,$$

тобто $A + B = B + A$.

Теорема 1

Операція додавання матриць задовольняє комутативній і асоціативній властивостям, тобто для довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$ справджуються наступні рівності:

1) $A + B = B + A$,
2) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$ — довільні $m \times n$-матриці. За означенням суми матриць:

$$A + B = \|a_{ij} + b_{ij}\|, \qquad B + A = \|b_{ij} + a_{ij}\|.$$

Оскільки додавання дійсних чисел задовольняє комутативній властивості, то $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$ для будь-яких $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Отже,

$$\|a_{ij} + b_{ij}\| = \|b_{ij} + a_{ij}\|,$$

тобто $A + B = B + A$. Підкреслимо, що остання рівність є правильна для довільних дійсних $m \times n$-матриць A і B.

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць.

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці.

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$(A + B) + C =$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$(A + B) + C = \|a_{ij} + b_{ij}\| + \|c_{ij}\|$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$(A+B)+C = \|a_{ij}+b_{ij}\| + \|c_{ij}\| =$$
$$= \|(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}\|$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$(A + B) + C = \|a_{ij} + b_{ij}\| + \|c_{ij}\| =$$
$$= \|(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}\| = \|a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})\|$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$\begin{aligned}(A+B)+C &= \|a_{ij}+b_{ij}\| + \|c_{ij}\| = \\ = \|(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}\| &= \|a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})\| = \\ &= \|a_{ij}\| + \|b_{ij}+c_{ij}\|\end{aligned}$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$\begin{aligned}(A+B)+C = \|a_{ij}+b_{ij}\| + \|c_{ij}\| = \\ = \|(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}\| = \|a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})\| = \\ = \|a_{ij}\| + \|b_{ij}+c_{ij}\| = A+(B+C).\end{aligned}$$

Доведення (продовження)

Аналогічно доводиться асоціативна властивість операції додавання матриць. Нехай $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$ — довільні дійсні $m \times n$-матриці. За означеннями рівності матриць і суми матриць є правильними рівності:

$$\begin{aligned}(A+B)+C &= \|a_{ij}+b_{ij}\| + \|c_{ij}\| = \\ = \|(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij}\| &= \|a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})\| = \\ &= \|a_{ij}\| + \|b_{ij}+c_{ij}\| = A+(B+C).\end{aligned}$$

Теорема доведена.

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається нульовою матрицею,

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m \times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m \times n}$

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$ рівність $O + A = A$ є правильна.

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$ рівність $O + A = A$ є правильна.

Теорема 2

$m \times n$-матриця

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m \times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m \times n}$ рівність $O + A = A$ є правильна.

Теорема 2

$m \times n$-матриця

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями,

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$ рівність $O + A = A$ є правильна.

Теорема 2

$m \times n$-матриця

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями, є нульовою матрицею.

Означення 3

Матриця $O \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається нульовою матрицею, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$ рівність $O + A = A$ є правильна.

Теорема 2

$m \times n$-матриця

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями, є нульовою матрицею. Причому ця матриця є єдиною нульовою $m \times n$-матрицею.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A =$$

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\|$$

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\|$$

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.

Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця. Оскільки O і O' є нульовими матрицями,

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m \times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця. Оскільки O і O' є нульовими матрицями, то з одного боку $O' + O = O$,

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m \times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця. Оскільки O і O' є нульовими матрицями, то з одного боку $O' + O = O$, а з іншого $O' + O = O + O' = O'$.

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця. Оскільки O і O' є нульовими матрицями, то з одного боку $O' + O = O$, а з іншого $O' + O = O + O' = O'$. Тому $O' = O$,

Доведення

Розглянемо $m \times n$-матрицю

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

всі елементи якої є нулями. Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. За означенням суми матриць

$$O + A = \|0 + a_{ij}\| = \|a_{ij}\| = A.$$

Це означає, що O є нульовою матрицею.
Доведемо єдиність нульової матриці із множини $\mathbb{R}_{m\times n}$. Нехай O' — також деяка нульова $m \times n$-матриця. Оскільки O і O' є нульовими матрицями, то з одного боку $O' + O = O$, а з іншого $O' + O = = O + O' = O'$. Тому $O' = O$, що й потрібно було довести.

Означення 4

$m \times n$-матриця B

Означення 4

$m \times n$-матриця B називається протилежною до $m \times n$-матриці A,

Означення 4

$m \times n$-матриця B називається **протилежною до $m \times n$-матриці A**, якщо $A + B = O$,

Означення 4

$m \times n$-матриця B називається **протилежною до $m \times n$-матриці A**, якщо $A + B = O$, де O — нульова $m \times n$-матриця.

Означення 4

$m \times n$-матриця B називається **протилежною до $m \times n$-матриці A**, якщо $A + B = O$, де O — нульова $m \times n$-матриця.

Наприклад, матриця

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Означення 4

$m \times n$-матриця B називається **протилежною до $m \times n$-матриці A**, якщо $A + B = O$, де O — нульова $m \times n$-матриця.

Наприклад, матриця

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є протилежною до матриці

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

Означення 4

$m\times n$-матриця B називається протилежною до $m\times n$-матриці A, якщо $A+B=O$, де O — нульова $m\times n$-матриця.

Наприклад, матриця
$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
є протилежною до матриці
$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$
бо
$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$. *Матриця* $\| - a_{ij}\|$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$. *Матриця* $\| - a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A,

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\| - a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$*. Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A*, причому це єдина протилежна матриця до матриці* A*.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' =$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m \times n}$*. Матриця* $\| - a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A*, причому це єдина протилежна матриця до матриці* A*.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m \times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \| - a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\|$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$*. Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A*, причому це єдина протилежна матриця до матриці* A*.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$*. Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A*, причому це єдина протилежна матриця до матриці* A*.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця.

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$. *Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A, *причому це єдина протилежна матриця до матриці* A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m\times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O = A'' + (A + A') =$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$. *Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A, *причому це єдина протилежна матриця до матриці* A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O = A'' + (A + A') = (A'' + A) + A' =$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O = A'' + (A + A') = (A'' + A) + A' = O + A'$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — будь-яка матриця із $R_{m\times n}$. Матриця $\|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A, причому це єдина протилежна матриця до матриці A.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m \times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O = A'' + (A + A') = (A'' + A) + A' = O + A' = A'.$$

Теорема 3

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ *— будь-яка матриця із* $R_{m\times n}$*. Матриця* $\|-a_{ij}\|$ *є протилежною до матриці* A*, причому це єдина протилежна матриця до матриці* A*.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ — довільна матриця із $\mathbb{R}_{m\times n}$. Розглянемо $m\times n$-матрицю $A' = \|-a_{ij}\|$. За означенням суми матриць

$$A + A' = \|a_{ij} + (-a_{ij})\| = \|0\| = O.$$

Таким чином, матриця $A' = \|-a_{ij}\|$ є протилежною до матриці A. Єдиність протилежної матриці до даної матриці A випливає із наступних міркувань. Нехай A'' — деяка протилежна до A матриця. Тоді

$$A'' = A'' + O = A'' + (A + A') = (A'' + A) + A' = O + A' = A'.$$

Надалі протилежну матрицю до матриці A будемо позначати $-A$.

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа.

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$

Множення матриць

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$

Множення матриць

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця $C = \|c_{ij}\|$,

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця $C = \|c_{ij}\|$, що

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}$$

Множення матриць

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця $C = \|c_{ij}\|$, що

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, r\}$.

Множення матриць

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця $C = \|c_{ij}\|$, що

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, r\}$.

Добуток матриць A і B

Множення матриць

Означення 5

Нехай m, n і r — деякі натуральні числа. Добутком $m \times n$-матриці $A = \|a_{ij}\|$ на $n \times r$-матрицю $B = \|b_{ij}\|$ називається така $m \times r$-матриця $C = \|c_{ij}\|$, що

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, r\}$.

Добуток матриць A і B позначають так: $A \cdot B$ або AB.

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 & 2 \cdot 4 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4 \\ 1 \cdot 2 + 7 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & \\ & \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & \\ & \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ 1\cdot 2 + 7\cdot 1 + 3\cdot 0 & 1\cdot 4 + 7\cdot 7 + 3\cdot 4 \\ & \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & 65 \\ & \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ 1\cdot 2 + 7\cdot 1 + 3\cdot 0 & 1\cdot 4 + 7\cdot 7 + 3\cdot 4 \\ 5\cdot 2 + 0\cdot 1 + 1\cdot 0 & \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & 65 \\ 10 & \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ 1\cdot 2 + 7\cdot 1 + 3\cdot 0 & 1\cdot 4 + 7\cdot 7 + 3\cdot 4 \\ 5\cdot 2 + 0\cdot 1 + 1\cdot 0 & 5\cdot 4 + 0\cdot 7 + 1\cdot 4 \\ & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & 65 \\ 10 & 24 \\ & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ 1\cdot 2 + 7\cdot 1 + 3\cdot 0 & 1\cdot 4 + 7\cdot 7 + 3\cdot 4 \\ 5\cdot 2 + 0\cdot 1 + 1\cdot 0 & 5\cdot 4 + 0\cdot 7 + 1\cdot 4 \\ 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 6\cdot 0 & \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & 65 \\ 10 & 24 \\ 8 & \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 5\cdot 4 \\ 1\cdot 2 + 7\cdot 1 + 3\cdot 0 & 1\cdot 4 + 7\cdot 7 + 3\cdot 4 \\ 5\cdot 2 + 0\cdot 1 + 1\cdot 0 & 5\cdot 4 + 0\cdot 7 + 1\cdot 4 \\ 2\cdot 2 + 4\cdot 1 + 6\cdot 0 & 2\cdot 4 + 4\cdot 7 + 6\cdot 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 56 \\ 9 & 65 \\ 10 & 24 \\ 8 & 60 \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 21 & 18 \\ 28 & 37 & 30 \\ 24 & 30 & 36 \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 21 & 18 \\ 28 & 37 & 30 \\ 24 & 30 & 36 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 21 & 18 \\ 28 & 37 & 30 \\ 24 & 30 & 36 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 16 & 21 \\ 4 & 28 & 73 \end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}17 & 21 & 18\\ 28 & 37 & 30\\ 24 & 30 & 36\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 16 & 21\\ 4 & 28 & 73\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 5 & 8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ -5\\ 4\\ 2\end{pmatrix}$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}17 & 21 & 18\\ 28 & 37 & 30\\ 24 & 30 & 36\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 16 & 21\\ 4 & 28 & 73\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 5 & 8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ -5\\ 4\\ 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}33\end{pmatrix},$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}17 & 21 & 18\\ 28 & 37 & 30\\ 24 & 30 & 36\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 16 & 21\\ 4 & 28 & 73\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 5 & 8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ -5\\ 4\\ 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}33\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}3\\ -5\\ 4\\ 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0 & 5 & 8\end{pmatrix}$$

Приклади добутків матриць

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\0&4&5\\0&0&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&0\\4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}17&21&18\\28&37&30\\24&30&36\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&0\\4&5&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2&3\\0&4&5\\0&0&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&16&21\\4&28&73\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&5&8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\-5\\4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}33\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}3\\-5\\4\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&0&5&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&0&15&24\\5&0&-25&-40\\-4&0&20&32\\-2&0&10&16\end{pmatrix}.$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число.

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1,

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2,

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3,

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n.

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Домовимося суму цих чисел

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, $\ldots$, a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Приклади використання знака суми:

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, $\ldots$, a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Приклади використання знака суми:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 + \cdots + 99^2 + 100^2 =$$

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Приклади використання знака суми:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 + \cdots + 99^2 + 100^2 = \sum_{l=10}^{100} l^2.$$

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Приклади використання знака суми:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 + \cdots + 99^2 + 100^2 = \sum_{l=10}^{100} l^2.$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}$$

Нехай n — деяке натуральне число. Розглянемо n деяких дійсних чисел a_1, a_2, a_3, …, a_n. Домовимося суму цих чисел

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

позначати символом

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Приклади використання знака суми:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 + \cdots + 99^2 + 100^2 = \sum_{l=10}^{100} l^2.$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj},$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n)$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n =$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k =$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a\cdot\sum_{k=1}^{n} b_k = a\cdot(b_1+b_2+\dots+b_n) = ab_1+ab_2+\dots+ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1+a_2+\dots+a_n) + (b_1+b_2+\dots+b_n)$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \dots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n) =$$

$$= (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n)$$

Знак суми $\sum$ та його найпростіші властивості

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a\cdot\sum_{k=1}^{n}b_k=a\cdot(b_1+b_2+\dots+b_n)=ab_1+ab_2+\dots+ab_n=\sum_{k=1}^{n}ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k=(a_1+a_2+\dots+a_n)+(b_1+b_2+\dots+b_n)=$$

$$=(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+\dots+(a_n+b_n)=\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k),$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) =$$

$$= (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \cdots + (a_n + b_n) = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k),$$

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} a_k b_l =$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) =$$

$$= (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \cdots + (a_n + b_n) = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k),$$

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} a_k b_l = (a_1 b_1 + a_1 b_2 + \cdots + a_1 b_m) + \cdots +$$

$$+ \cdots + (a_n b_1 + a_n b_2 + \cdots + a_n b_m)$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \cdots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) =$$

$$= (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \cdots + (a_n + b_n) = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k),$$

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} a_k b_l = (a_1 b_1 + a_1 b_2 + \cdots + a_1 b_m) + \cdots +$$

$$+ \cdots + (a_n b_1 + a_n b_2 + \cdots + a_n b_m) =$$

$$= (a_1 b_1 + a_2 b_1 + \cdots + a_n b_1) + \cdots +$$

$$+ \cdots + (a_1 b_m + a_2 b_m + \cdots + a_n b_m)$$

Приведемо деякі з властивостей знаку суми:

$$a \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k = a \cdot (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = ab_1 + ab_2 + \dots + ab_n = \sum_{k=1}^{n} ab_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n) =$$

$$= (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n) = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k),$$

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} a_k b_l = (a_1 b_1 + a_1 b_2 + \dots + a_1 b_m) + \dots +$$

$$+ \dots + (a_n b_1 + a_n b_2 + \dots + a_n b_m) =$$

$$= (a_1 b_1 + a_2 b_1 + \dots + a_n b_1) + \dots +$$

$$+ \dots + (a_1 b_m + a_2 b_m + \dots + a_n b_m) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} a_k b_l.$$

Теорема 4

Операція множення матриць

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів.

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r},$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s},$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$,

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$, тобто що $V = Y$.

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$, тобто що $V = Y$. Для цього знайдемо v_{ij}

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ *рівність* $(AB)C = A(BC)$ *є правильна.*

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$, тобто що $V = Y$. Для цього знайдемо v_{ij} і y_{ij}

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$, тобто що $V = Y$. Для цього знайдемо v_{ij} і y_{ij} $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m;\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ s)$

Теорема 4

Операція множення матриць задовольняє асоціативній властивості, тобто для довільних матриць $A \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n\times r}$, $C \in \mathbb{R}_{r\times s}$ рівність $(AB)C = A(BC)$ є правильна.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{r\times s}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$AB = U = \|u_{ij}\|_{m\times r}, \quad UC = V = \|v_{ij}\|_{m\times s},$$
$$BC = X = \|x_{ij}\|_{n\times s}, \quad AX = Y = \|y_{ij}\|_{m\times s}.$$

Доведемо, що $(AB)C = A(BC)$, тобто що $V = Y$. Для цього знайдемо v_{ij} і y_{ij} $(i = 1, 2, \dots, m;\ j = 1, 2, \dots, s)$ і порівняємо їх.

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} =$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj}$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik}c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk} \right) c_{kj}$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} =$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj}$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right)$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik}c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}\right)c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}\left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk}c_{kj}\right) = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{il}b_{lk}c_{kj}.$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною,

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik}c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}\right)c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}\left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk}c_{kj}\right) = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{il}b_{lk}c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}c_{kj} = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{il}b_{lk}c_{kj}.$$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує,

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, s\}$.

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, s\}$. Це свою чергу означає,

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, s\}$. Це свою чергу означає, що $V = Y$

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik} c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} \right) c_{kj} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk} c_{kj} \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lk} c_{kj} = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} a_{il} b_{lk} c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, s\}$. Це свою чергу означає, що $V = Y$ і, отже, $(AB)C = A(BC)$.

Доведення (продовження)

За означенням добутку матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{ik}c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}\right)c_{kj} = \sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}c_{kj},$$

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}x_{lj} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}\left(\sum_{k=1}^{r} b_{lk}c_{kj}\right) = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{il}b_{lk}c_{kj}.$$

Оскільки операція додавання дійсних чисел є комутативною, то

$$\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{n} a_{il}b_{lk}c_{kj} = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{il}b_{lk}c_{kj}.$$

Звідси і попередніх рівностей слідує, що $v_{ij} = y_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, s\}$. Це свою чергу означає, що $V = Y$ і, отже, $(AB)C = A(BC)$. Теорема доведена.

Теорема 5

Операція множення матриць

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A',

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC,$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів.

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r},$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$
$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r},$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$

$$X + Y =$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$

$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$

$$X + Y = Z$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$
$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$
$$X + Y = Z = \|z_{ij}\|_{m\times r} \qquad .$$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A' + B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$
$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$
$$X + Y = Z = \|z_{ij}\|_{m\times r} \qquad .$$

Доведемо, що $V = Z$,

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B+C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$
$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$
$$X+Y = Z = \|z_{ij}\|_{m\times r} \qquad .$$

Доведемо, що $V = Z$, тобто що $v_{ij} = z_{ij}$

Теорема 5

Операція множення матриць є дистрибутивною відносно операції додавання матриць, тобто для довільних матриць A, A', $B' \in \mathbb{R}_{m\times n}$, B, C, $C' \in \mathbb{R}_{n\times r}$ *є правильними наступні рівності:*

$$A(B+C) = AB + AC, \qquad (A'+B')C' = A'C' + B'C'.$$

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$, $B = \|b_{ij}\|_{n\times r}$, $C = \|c_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці, вказаних розмірів. Введемо такі позначення:

$$B + C = U = \|u_{ij}\|_{n\times r}, \qquad AU = V = \|v_{ij}\|_{m\times r},$$
$$AB = X = \|x_{ij}\|_{m\times r}, \qquad AC = Y = \|y_{ij}\|_{m\times r},$$
$$X + Y = Z = \|z_{ij}\|_{m\times r} \qquad .$$

Доведемо, що $V = Z$, тобто що $v_{ij} = z_{ij}$ для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, r\}$.

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} =$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} u_{kj}$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj})$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{ik}b_{kj} + a_{ik}c_{kj}) =$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n} (a_{ik} b_{kj} + a_{ik} c_{kj}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik} c_{kj}$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{ik}b_{kj} + a_{ik}c_{kj}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik}c_{kj} = x_{ij} + y_{ij} = z_{ij}$$

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{ik}b_{kj} + a_{ik}c_{kj}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik}c_{kj} = x_{ij} + y_{ij} = z_{ij}$$

для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, r\}$.

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{ik}b_{kj} + a_{ik}c_{kj}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik}c_{kj} = x_{ij} + y_{ij} = z_{ij}$$

для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, r\}$. Отже, $A(B+C) = AB + AC$.

Доведення (продовження)

За означеннями добутку та суми матриць

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}u_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(b_{kj} + c_{kj}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{ik}b_{kj} + a_{ik}c_{kj}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik}c_{kj} = x_{ij} + y_{ij} = z_{ij}$$

для довільних $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, r\}$. Отже, $A(B+C) = AB + AC$.

Правильність рівності $(A' + B')C' = A'C' + B'C'$ доводиться аналогічно.

Квадратні матриці

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n,

Квадратні матриці

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ є правильними рівності

$$EA = A,$$

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ є правильними рівності

$$EA = A, \qquad AE = A.$$

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ є правильними рівності

$$EA = A, \qquad AE = A.$$

Теорема 6

Матриця

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ є правильними рівності

$$EA = A, \qquad AE = A.$$

Теорема 6

Матриця

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

є одиничною матрицею порядку n,

Означення 6

Матриця $E \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається одиничною матрицею порядку n, якщо для довільної матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ є правильними рівності

$$EA = A, \qquad AE = A.$$

Теорема 6

Матриця

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

є одиничною матрицею порядку n, причому це єдина одинична матриця порядку n.

Квадратні матриці

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ та $B = \|b_{ij}\|$

Квадратні матриці

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ та $B = \|b_{ij}\|$ — довільні матриці n-го порядку з елементами із множини дійсних чисел

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ та $B = \|b_{ij}\|$ — довільні матриці n-го порядку з елементами із множини дійсних чисел і нехай $AB = C = \|c_{ij}\|$.

Квадратні матриці

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ та $B = \|b_{ij}\|$ — довільні матриці n-го порядку з елементами із множини дійсних чисел і нехай $AB = C = \|c_{ij}\|$. Розглянемо такий детермінант Δ порядку $2n$:

Теорема 7

Детермінант добутку матриць порядку n дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

Доведення

Нехай $A = \|a_{ij}\|$ та $B = \|b_{ij}\|$ — довільні матриці n-го порядку з елементами із множини дійсних чисел і нехай $AB = C = \|c_{ij}\|$. Розглянемо такий детермінант Δ порядку $2n$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & -1 & \dots & 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (1)$$

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків.

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\cdots+n)}|B| = |B|.$$

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\cdots+n)}|B| = |B|.$$

Будь-який мінор n-го порядку,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\dots+n)}|B| = |B|.$$

Будь-який мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і відмінний від мінору $|A|$,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\cdots+n)}|B| = |B|.$$

Будь-який мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і відмінний від мінору $|A|$, дорівнює нулю,

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\cdots+n)}|B| = |B|.$$

Будь-який мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і відмінний від мінору $|A|$, дорівнює нулю, оскільки містить нульовий стовпець.

Доведення (продовження)

Обчислимо цей детермінант за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках та перших n стовпцях дорівнює $|A|$, а алгебраїчне доповнення до нього дорівнює

$$(-1)^{2(1+2+\cdots+n)}|B| = |B|.$$

Будь-який мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і відмінний від мінору $|A|$, дорівнює нулю, оскільки містить нульовий стовпець. А тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |A| \cdot |B|. \tag{2}$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1),

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення:

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11},

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12}

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант,

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю,

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю, а наступні n елементів цього рядка будуть такими:

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю, а наступні n елементів цього рядка будуть такими:

$$\sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1}, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2}, \quad \dots, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kn}.$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю, а наступні n елементів цього рядка будуть такими:

$$\sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1}, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2}, \quad \ldots, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kn}.$$

Аналогічно для кожного $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ до i-го рядка детермінанта (1) додамо $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{i1}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{i2} і т. д.,

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю, а наступні n елементів цього рядка будуть такими:

$$\sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1}, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2}, \quad \ldots, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kn}.$$

Аналогічно для кожного $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ до i-го рядка детермінанта (1) додамо $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{i1}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{i2} і т. д., останній рядок, помножений на a_{in}.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант Δ іншим способом. Виконаємо наступні перетворення рядків детермінанта (1), не змінюючи при цьому його значення: додамо до першого рядка $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{11}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{12} і т. д., останній рядок, помножений на a_{1n}. У результаті цих перетворень ми одержимо детермінант, перші n елементів першого рядка якого дорівнюють нулю, а наступні n елементів цього рядка будуть такими:

$$\sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k1}, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{k2}, \quad \ldots, \quad \sum_{k=1}^{n} a_{1k}b_{kn}.$$

Аналогічно для кожного $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ до i-го рядка детермінанта (1) додамо $(n+1)$-й рядок, помножений на a_{i1}, далі $(n+2)$-й рядок, помножений на a_{i2} і т. д., останній рядок, помножений на a_{in}. Тоді i-й рядок набере вигляду

$$0,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{k1},\ \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{k2},\ \ldots,\ \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kn}.$$

Доведення (продовження)

Таким чином, після вказаних вище перетворень детермінанта (1), він набуде вигляду

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \\ -1 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & -1 & \dots & 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

Доведення (продовження)

Таким чином, після вказаних вище перетворень детермінанта (1), він набуде вигляду

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \\ -1 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & -1 & \dots & 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

де

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \qquad (i, j = 1, 2, \dots, n).$$

Доведення (продовження)

Таким чином, після вказаних вище перетворень детермінанта (1), він набуде вигляду

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \\ -1 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & -1 & \dots & 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

де

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \qquad (i, j = 1, 2, \dots, n).$$

Отже, $C = A \cdot B$.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа,

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1),

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$,

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E|$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)}$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n} \cdot (-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Прирівнявши тепер праві частини рівностей (2) і (4),

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Прирівнявши тепер праві частини рівностей (2) і (4), одержимо

$$|A|\cdot|B| = |C|$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n} \cdot (-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Прирівнявши тепер праві частини рівностей (2) і (4), одержимо

$$|A| \cdot |B| = |C| = |A \cdot B|,$$

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Прирівнявши тепер праві частини рівностей (2) і (4), одержимо

$$|A|\cdot|B| = |C| = |A\cdot B|,$$

тобто детермінант добутку матриць A і B дорівнює добутку детермінантів $|A|$ і $|B|$ цих матриць.

Доведення (продовження)

Обчислимо детермінант, що стоїть у правій частині рівності (3) за теоремою Лапласа, зафіксувавши при цьому перші n рядків. Подібно, як при обчисленні детермінанта (1), мінор n-го порядку, що знаходиться у цих рядках і останніх n стовпцях дорівнює $|C|$, а інші мінори n-го порядку, що знаходяться у цих рядках, дорівнюють нулю. Алгебраїчне доповнення до мінору $|C|$ у детермінанті (3) дорівнює

$$(-1)^{1+2+\cdot+n+(n+1)+\cdots+2n}|-E| = (-1)^{\frac{1+2n}{2}\cdot 2n}\cdot(-1)^n = (-1)^{2(n+n^2)} = 1,$$

де E — це одинична матриця порядку n. Тому за теоремою Лапласа

$$\Delta = |C|. \tag{4}$$

Прирівнявши тепер праві частини рівностей (2) і (4), одержимо

$$|A| \cdot |B| = |C| = |A \cdot B|,$$

тобто детермінант добутку матриць A і B дорівнює добутку детермінантів $|A|$ і $|B|$ цих матриць. Теорема доведена.

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді,

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми.

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі,

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею,

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$.

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$.

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається **невиродженою**, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.
Навпаки, якщо A і B є невиродженими матрицями,

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.
Навпаки, якщо A і B є невиродженими матрицями, то $|A| \neq 0$

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.

Навпаки, якщо A і B є невиродженими матрицями, то $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$.

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.
Навпаки, якщо A і B є невиродженими матрицями, то $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. А тому $|AB| = |A| \cdot |B| \neq 0$,

Квадратні матриці

Означення 7

Матриця порядку n називається невиродженою, якщо її детермінант не дорівнює нулю.

Теорема 8

Добуток матриць порядку n є невиродженою матрицею тоді і тільки тоді, коли кожна із перемножуваних матриць є невиродженою.

Доведення

Доведення цієї теореми випливає одразу із попередньої теореми. Дійсно, якщо A і B — матриці n-го порядку такі, що AB є невиродженою матрицею, то $|A| \cdot |B| = |AB| \neq 0$. А тому $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. Отже, A і B є невиродженими матрицями.
Навпаки, якщо A і B є невиродженими матрицями, то $|A| \neq 0$ і $|B| \neq 0$. А тому $|AB| = |A| \cdot |B| \neq 0$, тобто матриця AB є невиродженою.

Означення 8

Добутком дійсного числа γ

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$,

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$,

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

1) $(\alpha + \beta)C = \alpha C + \beta C$;

Множення числа на матрицю

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

1) $(\alpha+\beta)C = \alpha C + \beta C$;
2) $\gamma(A+B) = \gamma A + \gamma B$;

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

1) $(\alpha + \beta)C = \alpha C + \beta C$;
2) $\gamma(A + B) = \gamma A + \gamma B$;
3) $\alpha(\beta C) = (\alpha\beta)C$;

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

1) $(\alpha + \beta)C = \alpha C + \beta C$;
2) $\gamma(A + B) = \gamma A + \gamma B$;
3) $\alpha(\beta C) = (\alpha\beta)C$;
4) $\alpha(CD) = (\alpha C)D = C(\alpha D)$;

Означення 8

Добутком дійсного числа γ на матрицю $A = \|a_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$ називається така матриця $D = \|d_{ij}\| \in \mathbb{R}_{m\times n}$, що

$$d_{ij} = \gamma a_{ij}$$

для всіх $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ та $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Добуток числа γ на матрицю A позначають γA.

Теорема 9

Для довільних дійсних чисел α, β, γ та довільних матриць A, B, $C \in \mathbb{R}_{m\times n}$, $D \in \mathbb{R}_{n\times r}$ є правильними наступні рівності:

1) $(\alpha + \beta)C = \alpha C + \beta C$;
2) $\gamma(A + B) = \gamma A + \gamma B$;
3) $\alpha(\beta C) = (\alpha\beta)C$;
4) $\alpha(CD) = (\alpha C)D = C(\alpha D)$;
5) $1 \cdot A = A$.

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості.

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа,

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m \times n}$,

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів.

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю,

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha + \beta)C =$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) =$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha \left\| \sum_{k=1}^{n} c_{ik} d_{kj} \right\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$=$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} (\alpha c_{ik})d_{kj}\right\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n}(\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha \left\| \sum_{k=1}^{n} c_{ik} d_{kj} \right\| = \left\| \alpha \sum_{k=1}^{n} c_{ik} d_{kj} \right\| =$$

$$= \left\| \sum_{k=1}^{n} (\alpha c_{ik}) d_{kj} \right\| = \|\alpha c_{ij}\| \cdot \|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|) \cdot \|d_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} (\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n}(\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} (\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\| = \|c_{ij}\|\cdot\|\alpha d_{ij}\|$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n}(\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\| = \|c_{ij}\|\cdot\|\alpha d_{ij}\| = \|c_{ij}\|\cdot(\alpha\|d_{ij}\|)$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$
$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$
$$= \left\|\sum_{k=1}^{n}(\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$
$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\| = \|c_{ij}\|\cdot\|\alpha d_{ij}\| = \|c_{ij}\|\cdot(\alpha\|d_{ij}\|) = C(\alpha D).$$

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} (\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\| = \|c_{ij}\|\cdot\|\alpha d_{ij}\| = \|c_{ij}\|\cdot(\alpha\|d_{ij}\|) = C(\alpha D).$$

Інші властивості доводяться аналогічно.

Доведення

Доведемо першу та четверті властивості. Нехай α та β — деякі дійсні числа, а $C = \|c_{ij}\|_{m\times n}$, $D = \|d_{ij}\|_{n\times r}$ — довільно вибрані матриці вказаних розмірів. За означеннями добутку числа на матрицю, суми і добутку матриць

$$(\alpha+\beta)C = (\alpha+\beta)\|c_{ij}\| = \|(\alpha+\beta)c_{ij}\| =$$

$$= \|\alpha c_{ij} + \beta c_{ij}\| = \|\alpha c_{ij}\| + \|\beta c_{ij}\| = \alpha\|c_{ij}\| + \beta\|c_{ij}\| = \alpha C + \beta C,$$

$$\alpha(CD) = \alpha\left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| = \left\|\alpha\sum_{k=1}^{n} c_{ik}d_{kj}\right\| =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n}(\alpha c_{ik})d_{kj}\right\| = \|\alpha c_{ij}\|\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha\|c_{ij}\|)\cdot\|d_{ij}\| = (\alpha C)D =$$

$$= \left\|\sum_{k=1}^{n} c_{ik}(\alpha d_{kj})\right\| = \|c_{ij}\|\cdot\|\alpha d_{ij}\| = \|c_{ij}\|\cdot(\alpha\|d_{ij}\|) = C(\alpha D).$$

Інші властивості доводяться аналогічно. Теорема доведена.

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n \times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n \times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n \times n}$

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо вона одночасно є лівою

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо вона одночасно є лівою і правою оберненою

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо вона одночасно є лівою і правою оберненою для матриці A.

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо вона одночасно є лівою і правою оберненою для матриці A.

Якщо для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ існує обернена,

Обернена матриця

Означення 9

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається лівою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $BA = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 10

Матриця $B \in \mathbb{R}_{n\times n}$ називається правою оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо $AB = E$, де E — одинична матриця порядку n.

Означення 11

Матриця B називається оберненою для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$, якщо вона одночасно є лівою і правою оберненою для матриці A.

Якщо для матриці $A \in \mathbb{R}_{n\times n}$ існує обернена, то кажуть, що A — оборотна матриця.

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є оборотною,

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є оборотною, бо матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є оборотною, бо матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

є як лівою,

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є оборотною, бо матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

є як лівою, так і правою оберненою

Приклад оборотної матриці

Матриця

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

є оборотною, бо матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

є як лівою, так і правою оберненою для нею матрицею.

Приклад оборотної матриці

Матриця ж

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Приклад оборотної матриці

Матриця ж

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

не є оборотною.

Матриця ж

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

не є оборотною. Дійсно:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} =$$

Приклад оборотної матриці

Матриця ж

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

не є оборотною. Дійсно:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матриця ж

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

не є оборотною. Дійсно:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді,

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою.

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n,

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n, то існує лише одна обернена до неї матриця,

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n, то існує лише одна обернена до неї матриця, і ця матриця дорівнює матриці

$$\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n, то існує лише одна обернена до неї матриця, і ця матриця дорівнює матриці

$$\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n, то існує лише одна обернена до неї матриця, і ця матриця дорівнює матриці

$$\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті матриці A

Теорема 10

Матриця порядку n є оборотною тоді і тільки тоді, коли вона є невиродженою. Причому, якщо $A = \|a_{ij}\|$ — оборотна матриця порядку n, то існує лише одна обернена до неї матриця, і ця матриця дорівнює матриці

$$\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті матриці A для всіх i, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці,

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею,

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою,

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$,

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$, і нехай $A = \|a_{ij}\|$.

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$, і нехай $A = \|a_{ij}\|$. Розглянемо матрицю

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$, і нехай $A = \|a_{ij}\|$. Розглянемо матрицю

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$, і нехай $A = \|a_{ij}\|$. Розглянемо матрицю

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті матриці A

Доведення

Припустимо, що матриця A порядку n є оборотною. Це означає, що існує обернена матриця B для матриці A. Оскільки добуток матриць A і B дорівнює одиничній матриці, яка є невиродженою матрицею, то за теоремою про добуток невироджених матриць A також є невиродженою. Таким чином необхідність доведена.

Припустимо тепер, що матриця A порядку n є невиродженою, тобто що $|A| \neq 0$, і нехай $A = \|a_{ij}\|$. Розглянемо матрицю

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті матриці A для всіх i, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Доведення (продовження)

Беручи до уваги наслідки із теореми Лапласа,

Доведення (продовження)

Беручи до уваги наслідки із теореми Лапласа, обчислимо добуток матриць

$$A \cdot A^* =$$

Доведення (продовження)

Беручи до уваги наслідки із теореми Лапласа, обчислимо добуток матриць

$$A \cdot A^* = \begin{pmatrix} \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{2k} & \dots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{nk} \\ \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{2k} & \dots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{nk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{2k} & \dots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{nk} \end{pmatrix} =$$

Доведення (продовження)

Беручи до уваги наслідки із теореми Лапласа, обчислимо добуток матриць

$$A \cdot A^* = \begin{pmatrix} \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{2k} & \ldots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{1k}A_{nk} \\ \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{2k} & \ldots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{2k}A_{nk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{1k} & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{2k} & \ldots & \sum\limits_{k=1}^{n} a_{nk}A_{nk} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} |A| & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & |A| & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & |A| \end{pmatrix}.$$

Доведення (продовження)

Аналогічно

$$A^* \cdot A = \begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix}.$$

Доведення (продовження)

Аналогічно

$$A^* \cdot A = \begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix}.$$

Звідси і властивостей операції множення числа на матрицю слідує, що матриця

$$\frac{1}{|A|}A^* =$$

Доведення (продовження)

Аналогічно

$$A^* \cdot A = \begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix}.$$

Звідси і властивостей операції множення числа на матрицю слідує, що матриця

$$\frac{1}{|A|}A^* = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} & \frac{A_{21}}{|A|} & \dots & \frac{A_{n1}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} & \frac{A_{22}}{|A|} & \dots & \frac{A_{n2}}{|A|} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{A_{1n}}{|A|} & \frac{A_{2n}}{|A|} & \dots & \frac{A_{nn}}{|A|} \end{pmatrix}$$

є оберненою до матриці A.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)=\frac{1}{|A|}(AA^*)=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix}=E,$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.
Нарешті, залишилося довести,

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.
Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A,

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.
Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$. Тому

$$B = BE$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.
Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$. Тому

$$B = BE = B(AC)$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$. Тому

$$B = BE = B(AC) = (BA)C$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)=\frac{1}{|A|}(AA^*)=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix}=E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A=E$. Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC=CA=E$ і $AB=BA=E$. Тому

$$B=BE=B(AC)=(BA)C=EC$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$. Тому

$$B = BE = B(AC) = (BA)C = EC = C.$$

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right) = \frac{1}{|A|}(AA^*) = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} |A| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |A| & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & |A| \end{pmatrix} = E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A = E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC = CA = E$ і $AB = BA = E$. Тому

$$B = BE = B(AC) = (BA)C = EC = C.$$

Теорема доведена.

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)=\frac{1}{|A|}(AA^*)=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix}|A| & 0 & \dots & 0\\ 0 & |A| & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & |A|\end{pmatrix}=E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A=E$. Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC=CA=E$ і $AB=BA=E$. Тому

$$B=BE=B(AC)=(BA)C=EC=C.$$

Теорема доведена.

Надалі обернену матрицю для невиродженої матриці A будемо позначати

Доведення (продовження)

Дійсно,

$$A\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)=\frac{1}{|A|}(AA^*)=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix}|A| & 0 & \dots & 0\\ 0 & |A| & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & |A|\end{pmatrix}=E,$$

де E — одинична матриця порядку n. Аналогічно $\left(\frac{1}{|A|}A^*\right)A=E$.

Нарешті, залишилося довести, що для довільної невиродженої матриці A існує тільки одна обернена матриця. Справді, якщо матриця B і C є оберненими матрицями для матриці A, то $AC=CA=E$ і $AB=BA=E$. Тому

$$B=BE=B(AC)=(BA)C=EC=C.$$

Теорема доведена.

Надалі обернену матрицю для невиродженої матриці A будемо позначати A^{-1}.

Теорема 11

Якщо для матриці A *порядку* n

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця,

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A,

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n

Теорема 11

Якщо для матриці A *порядку* n *існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці* A, *а отже, матриця* A *є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці* A *порядку* n *існує ліва обернена матриця,*

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A,

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B порядку n

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B порядку n є правильними наступні рівності:

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B порядку n є правильними наступні рівності:

1) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$;

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B порядку n є правильними наступні рівності:

1) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$;
2) $(A^{-1})^{-1} = A$;

Теорема 11

Якщо для матриці A порядку n існує права обернена матриця, тоді існує і ліва обернена матриця для матриці A, а отже, матриця A є оборотною матрицею. Аналогічно, якщо для матриці A порядку n існує ліва обернена матриця, тоді існує і права обернена матриця для матриці A, а отже знову ж таки, матриця A є оборотною матрицею.

Теорема 12

Для довільних оборотних матриць A і B порядку n є правильними наступні рівності:

1) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$;
2) $(A^{-1})^{-1} = A$;
3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Доведення

Нехай A

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n.

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| =$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$,

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| =$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E|$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$.

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$,

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.

Доведення другої рівності

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} =$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1},

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$.

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$.
Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n.

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) =$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$.
Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$

$$(B^{-1}A^{-1})(AB) =$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$

$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$

$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1} = BEB^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$.
Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$.
Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$
$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1} = BEB^{-1} = BB^{-1}$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$
$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1} = BEB^{-1} = BB^{-1} = E.$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$
$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1} = BEB^{-1} = BB^{-1} = E.$$

Звідси слідує, що

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Доведення

Нехай A — довільна оборотна матриця порядку n. Тоді з одного боку $|AA^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}|$, а з іншого за означенням оберненої матриці $|AA^{-1}| = |E| = 1$. Таким чином, $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$, отже $|A^{-1}| = |A|^{-1}$. Доведення другої рівності випливає із тих міркувань, що оскільки

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E,$$

то матриця A є оберненою для матриці A^{-1}, тобто $(A^{-1})^{-1} = A$. Нарешті, нехай B — також довільно вибрана оборотна матриця порядку n. Обчислимо добутки:

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AEA^{-1} = AA^{-1} = E,$$
$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B(AA^{-1})B^{-1} = BEB^{-1} = BB^{-1} = E.$$

Звідси слідує, що

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Теорема доведена.

Приклади розв'язування задач

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X,

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$.

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає,

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку.

Приклади розв'язування задач

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку. Нехай

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку. Нехай

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

де x_1, x_2, x_3, x_4

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку. Нехай

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

де x_1, x_2, x_3, x_4 — деякі дійсні числа.

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку. Нехай

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

де x_1, x_2, x_3, x_4 — деякі дійсні числа. Тоді умова $AX = XA$

1. Знайти всі матриці, які комутують з матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Потрібно знайти всі такі матриці X, що $AX = XA$. Із означення добутку матриць випливає, що X має бути квадратною матрицею другого порядку. Нехай

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

де x_1, x_2, x_3, x_4 — деякі дійсні числа. Тоді умова $AX = XA$ набуває вигляду

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Приклади розв'язування задач

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1 + x_3 & x_2 + x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1 + x_2 \\ x_4 & x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1 + x_3 & x_2 + x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1 + x_2 \\ x_4 & x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

Із означення рівності матриць слідує, що

$$\begin{cases} x_3 = x_2, \\ x_4 = x_1 + x_2, \\ x_1 + x_3 = x_4, \\ x_2 + x_4 = x_3 + x_4. \end{cases}$$

Приклади розв'язування задач

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1 + x_3 & x_2 + x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1 + x_2 \\ x_4 & x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

Із означення рівності матриць слідує, що

$$\begin{cases} x_3 = x_2, \\ x_4 = x_1 + x_2, \\ x_1 + x_3 = x_4, \\ x_2 + x_4 = x_3 + x_4. \end{cases}$$

Таким чином елементи x_1, x_2, x_3, x_4

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1 + x_3 & x_2 + x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1 + x_2 \\ x_4 & x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

Із означення рівності матриць слідує, що

$$\begin{cases} x_3 & = & x_2, \\ x_4 & = & x_1 + x_2, \\ x_1 + x_3 & = & x_4, \\ x_2 + x_4 & = & x_3 + x_4. \end{cases}$$

Таким чином елементи x_1, x_2, x_3, x_4 матриці X утворюють систему чисел,

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1 + x_3 & x_2 + x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1 + x_2 \\ x_4 & x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

Із означення рівності матриць слідує, що

$$\begin{cases} x_3 & = & x_2, \\ x_4 & = & x_1 + x_2, \\ x_1 + x_3 & = & x_4, \\ x_2 + x_4 & = & x_3 + x_4. \end{cases}$$

Таким чином елементи x_1, x_2, x_3, x_4 матриці X утворюють систему чисел, яка є розв'язком системи лінійних рівнянь

Звідси

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_4 \\ x_1+x_3 & x_2+x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 & x_1+x_2 \\ x_4 & x_3+x_4 \end{pmatrix}.$$

Із означення рівності матриць слідує, що

$$\begin{cases} x_3 = x_2, \\ x_4 = x_1+x_2, \\ x_1+x_3 = x_4, \\ x_2+x_4 = x_3+x_4. \end{cases}$$

Таким чином елементи x_1, x_2, x_3, x_4 матриці X утворюють систему чисел, яка є розв'язком системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} -x_2+x_3 = 0, \\ -x_1-x_2+x_4 = 0, \\ x_1+x_3-x_4 = 0, \\ x_2-x_3 = 0. \end{cases}$$

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.

Приклади розв'язування задач

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса,

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\, a,\, a,\, b)$,

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\, a,\, a,\, b)$, де $a,\, b \in \mathbb{R})$,

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\ a,\ a,\ b)$, де $a,\ b \in \mathbb{R})$, є її загальним розв'язком.

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\, a,\, a,\, b)$, де $a,\, b \in \mathbb{R})$, є її загальним розв'язком.
Отже, кожна матриця наступного вигляду

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\ a,\ a,\ b)$, де $a,\ b \in \mathbb{R})$, є її загальним розв'язком.
Отже, кожна матриця наступного вигляду і тільки такого вигляду

$$X = \begin{pmatrix} b-a & a \\ a & b \end{pmatrix}$$

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\ a,\ a,\ b)$, де $a,\ b \in \mathbb{R})$, є її загальним розв'язком.
Отже, кожна матриця наступного вигляду і тільки такого вигляду

$$X = \begin{pmatrix} b-a & a \\ a & b \end{pmatrix}$$

для довільних дійсних значень a і b,

Приклади розв'язування задач

І навпаки, кожен розв'язок цієї системи визначає матрицю другого порядку, що комутує з матрицею A.
Розв'язавши цю систему лінійних рівнянь методом Ґаусса, одержимо, що $(b-a,\ a,\ a,\ b)$, де $a,\ b \in \mathbb{R})$, є її загальним розв'язком.
Отже, кожна матриця наступного вигляду і тільки такого вигляду

$$X = \begin{pmatrix} b-a & a \\ a & b \end{pmatrix}$$

для довільних дійсних значень a і b, комутує з матрицею A.

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

Приклади розв'язування задач

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

Таким чином матриця A є невиродженою

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

Таким чином матриця A є невиродженою і за ознакою оборотної матриці існує обернена матриця A^{-1}.

2. Знайти обернену матрицю для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. Обчислимо спочатку детермінант матриці A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

Таким чином матриця A є невиродженою і за ознакою оборотної матриці існує обернена матриця A^{-1}. Знайдемо її.

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij}

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A,

Приклади розв'язування задач

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця i, $j \in \{1, 2, 3\}$:

Приклади розв'язування задач

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця i, $j \in \{1, 2, 3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1,2,3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця i, $j \in \{1, 2, 3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1, 2, 3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1,2,3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 5,$$

Приклади розв'язування задач

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1,2,3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6,$$

Приклади розв'язування задач

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1,2,3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця $i,\ j \in \{1,2,3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3, \quad A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 3,$$

Для цього обчислимо алгебраїчне доповнення A_{ij} до кожного елемента матриці A, що знаходяться на перетині i-го рядка та j-го стовпця i, $j \in \{1, 2, 3\}$:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 3,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -4.$$

Приклади розв'язування задач

Тоді

$$A^{-1} = |A|^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Тоді

$$A^{-1} = |A|^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Для того, щоб переконатися, що знайдена матриця є шуканою оберненою матрицею,

Приклади розв'язування задач

Тоді

$$A^{-1} = |A|^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Для того, щоб переконатися, що знайдена матриця є шуканою оберненою матрицею, обчислимо добуток

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix} =$$

Тоді

$$A^{-1} = |A|^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Для того, щоб переконатися, що знайдена матриця є шуканою оберненою матрицею, обчислимо добуток

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$