Корені многочленів

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

12 листопада 2022 року

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P.

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P,

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається значенням многочлена $f(x)$

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$.

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$.

Значення многочлена $f(x)$ при $x = c$

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$.

Значення многочлена $f(x)$ при $x = c$ позначається через $f(c)$.

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається **значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$**.

Значення многочлена $f(x)$ при $x = c$ позначається через $f(c)$.
Очевидно, якщо $f(x)$ і $g(x)$ — рівні многочлени над полем P,

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається **значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$**.

Значення многочлена $f(x)$ при $x = c$ позначається через $f(c)$. Очевидно, якщо $f(x)$ і $g(x)$ — рівні многочлени над полем P, то для довільного елемента c поля P

Означення 1

Нехай P — деяке числове поле,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— деякий многочлен степеня n над полем P і c — деякий елемент поля P. Елемент поля P, що є результатом обчислення алгебраїчного виразу

$$a_0 \cdot c^n + a_1 \cdot c^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot c + a_n$$

називається значенням многочлена $f(x)$ при $x = c$.

Значення многочлена $f(x)$ при $x = c$ позначається через $f(c)$. Очевидно, якщо $f(x)$ і $g(x)$ — рівні многочлени над полем P, то для довільного елемента c поля P справджується рівність $f(c) = g(c)$.

Із означень суми і добутку многочленів

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — довільні многочлени над полем P

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — довільні многочлени над полем P і

$$u(x) = f(x) + g(x),$$

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — довільні многочлени над полем P і

$$u(x) = f(x) + g(x), \qquad v(x) = f(x)g(x)$$

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ *і* $g(x)$ *— довільні многочлени над полем* P *і*

$$u(x) = f(x) + g(x), \qquad v(x) = f(x)g(x)$$

— відповідно сума і добуток цих многочленів.

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ *і* $g(x)$ *— довільні многочлени над полем* P *і*

$$u(x) = f(x) + g(x), \qquad v(x) = f(x)g(x)$$

— відповідно сума і добуток цих многочленів. Тоді

$$u(c) = f(c) + g(c),$$

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — довільні многочлени над полем P і

$$u(x) = f(x) + g(x), \qquad v(x) = f(x)g(x)$$

— відповідно сума і добуток цих многочленів. Тоді

$$u(c) = f(c) + g(c), \qquad v(c) = f(c)g(c)$$

Із означень суми і добутку многочленів та властивостей операцій у полі P випливає наступне твердження.

Лема 1

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — довільні многочлени над полем P і

$$u(x) = f(x) + g(x), \qquad v(x) = f(x)g(x)$$

— відповідно сума і добуток цих многочленів. Тоді

$$u(c) = f(c) + g(c), \qquad v(c) = f(c)g(c)$$

для будь-якого елемента c поля P.

Означення 2

Елемент c поля P

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x)$

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$,

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами,

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів,

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають.

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$;

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами,

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел,

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня.

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені:

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 3

Лінійним многочленом

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 3

Лінійним многочленом називається многочлен першого степеня,

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 3

Лінійним многочленом називається многочлен першого степеня, тобто многочлен вигляду $ax + b$,

Означення 2

Елемент c поля P називається коренем многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 3

Лінійним многочленом називається многочлен першого степеня, тобто многочлен вигляду $ax + b$, де a, b — елементи поля,

Означення 2

Елемент c поля P називається **коренем** многочлена $f(x) \in P[x]$, якщо $f(c) = 0$.

Приклади коренів.

Існують многочлени з дійсними коефіцієнтами, які над полем дійсних чисел не мають коренів, а над полем комплексних чисел мають. Наприклад, таким многочленом є $x^2 + 1$ (для довільного дійсного числа a має місце нерівність $a^2 + 1 > 0$; з іншого боку $i^2 + 1 = 0$).Так само многочлен $x^2 - 2$ з раціональними коефіцієнтами, розглядуваний над полем раціональних чисел, не має кореня. Але цей самий многочлен над полем дійсних чисел має два корені: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$.

Означення 3

Лінійним многочленом називається многочлен першого степеня, тобто многочлен вигляду $ax + b$, де a, b — елементи поля, причому $a \neq 0$.

Теорема 1 (Безу)

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x)$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$,

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$, *де* $c \in P$,

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$,

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P.

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$, *де* $c \in P$, *дорівнює значенню многочлена* $f(x)$ *при* $x = c$, *тобто* $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$, *де* $c \in P$, *дорівнює значенню многочлена* $f(x)$ *при* $x = c$, *тобто* $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю,

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$, *де* $c \in P$, *дорівнює значенню многочлена* $f(x)$ *при* $x = c$, *тобто* $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня,

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня, то можна вважати, що $r(x) = r$ є елементом поля P.

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня, то можна вважати, що $r(x) = r$ є елементом поля P. Із рівності многочленів, що стоять у лівій і правій частинах рівності (1), випливає рівність їх значень при $x = c$.

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня, то можна вважати, що $r(x) = r$ є елементом поля P. Із рівності многочленів, що стоять у лівій і правій частинах рівності (1), випливає рівність їх значень при $x = c$. Отже,

$$f(c) = (c - c) \cdot q(c) + r$$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ на лінійний многочлен $x - c$, де $c \in P$, дорівнює значенню многочлена $f(x)$ при $x = c$, тобто $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня, то можна вважати, що $r(x) = r$ є елементом поля P. Із рівності многочленів, що стоять у лівій і правій частинах рівності (1), випливає рівність їх значень при $x = c$. Отже,

$$f(c) = (c - c) \cdot q(c) + r = r.$$

Теорема 1 (Безу)

Остача при діленні многочлена $f(x) \in P[x]$ *на лінійний многочлен* $x - c$, *де* $c \in P$, *дорівнює значенню многочлена* $f(x)$ *при* $x = c$, *тобто* $f(c)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із $P[x]$, а c — довільний елемент поля P. Поділимо многочлен $f(x)$ на $x - c$:

$$f(x) = (x - c)q(x) + r(x). \tag{1}$$

Оскільки остача $r(x)$ або дорівнює кулю, або є многочленом нульового степеня, то можна вважати, що $r(x) = r$ є елементом поля P. Із рівності многочленів, що стоять у лівій і правій частинах рівності (1), випливає рівність їх значень при $x = c$. Отже,

$$f(c) = (c - c) \cdot q(c) + r = r.$$

Теорему доведено. $\square$

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0.

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$.

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$. $\square$

Якщо деякий лінійний многочлен $ax + b$ є дільником многочлена $f(x)$,

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$. $\square$

Якщо деякий лінійний многочлен $ax+b$ є дільником многочлена $f(x)$, то за властивістю подільності многочленів многочлен $f(x)$ ділиться і на лінійний многочлен

$$a^{-1}(ax + b)$$

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$. □

Якщо деякий лінійний многочлен $ax + b$ є дільником многочлена $f(x)$, то за властивістю подільності многочленів многочлен $f(x)$ ділиться і на лінійний многочлен

$$a^{-1}(ax + b) = x - (-a^{-1}b)$$

Наслідок 1

Елемент c поля P є коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ ділиться на многочлен $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$. □

Якщо деякий лінійний многочлен $ax+b$ є дільником многочлена $f(x)$, то за властивістю подільності многочленів многочлен $f(x)$ ділиться і на лінійний многочлен

$$a^{-1}(ax+b) = x - (-a^{-1}b) = x - \left(-\frac{b}{a}\right).$$

Наслідок 1

Елемент c *поля* P *є коренем многочлена* $f(x) \in P[x]$ *тоді і тільки тоді, коли* $f(x)$ *ділиться на многочлен* $x - c$.

Доведення.

Справді, якщо $c \in P$ є коренем многочлена $f(x)$, тобто $f(c) = 0$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0, оскільки за теоремою Безу $r = f(c)$, і, отже, двочлен $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$.
Навпаки, якщо $x - c$ є дільником многочлена $f(x)$, то в рівності (1) остача r дорівнює 0. Тому за теоремою Безу $f(c) = 0$, тобто c є коренем многочлена $f(x)$. □

Якщо деякий лінійний многочлен $ax+b$ є дільником многочлена $f(x)$, то за властивістю подільності многочленів многочлен $f(x)$ ділиться і на лінійний многочлен

$$a^{-1}(ax+b) = x - (-a^{-1}b) = x - \left(-\frac{b}{a}\right).$$

Тому $-\frac{b}{a}$ є коренем многочлена $f(x)$.

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників.

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$.

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка,

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$.

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,\ b_1 = cb_0 + a_1,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,\ b_1 = cb_0 + a_1,\ \ldots,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0, \; a_1 = b_1 - cb_0, \; \ldots, \; a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2}, \; a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0, \; b_1 = cb_0 + a_1, \; \ldots, \; b_{n-1} = cb_{n-2} + a_{n-1},$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,\ b_1 = cb_0 + a_1,\ \ldots,\ b_{n-1} = cb_{n-2} + a_{n-1},\ r = cb_{n-1} + a_n,$$

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,\ b_1 = cb_0 + a_1,\ \ldots,\ b_{n-1} = cb_{n-2} + a_{n-1},\ r = cb_{n-1} + a_n,$$

тобто коефіцієнт b_k частки $q(x)$ одержується в результаті множення попереднього коефіцієнта b_{k-1} на c і додавання відповідного коефіцієнта a_k.

Таким чином, відшукання коренів многочлена $f(x)$ рівносильне відшуканню його лінійних дільників. Розглянемо простий метод ділення з остачею многочлена $f(x)$ на лінійний двочлен $x - c$. Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P і нехай

$$f(x) = (x - c)q(x) + r, \tag{2}$$

де $q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ — частка, а r — остача при діленні $f(x)$ на лінійний многочлен $x - c \in P[x]$. Тоді із рівності (2) одержимо, що

$$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1 - cb_0,\ \ldots,\ a_{n-1} = b_{n-1} - cb_{n-2},\ a_n = r - cb_{n-1}.$$

Звідси

$$b_0 = a_0,\ b_1 = cb_0 + a_1,\ \ldots,\ b_{n-1} = cb_{n-2} + a_{n-1},\ r = cb_{n-1} + a_n,$$

тобто коефіцієнт b_k частки $q(x)$ одержується в результаті множення попереднього коефіцієнта b_{k-1} на c і додавання відповідного коефіцієнта a_k. Аналогічно обчислюється остача r, яка рівна $f(c)$ (див. теорему 1).

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0							

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0							

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	cb_0						

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$						

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1						

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	cb_1					

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$					

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2					

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$				

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	cb_{k-1}			

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$			

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k			

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	cb_0+a_1 $\downarrow$ b_1	cb_1+a_2 $\downarrow$ b_2	$\ldots$	$cb_{k-1}+a_k$ $\downarrow$ b_k	$\ldots$		

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\ldots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\ldots$	cb_{n-2}	

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\dots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$	

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\ldots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\ldots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\ldots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\ldots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	cb_{n-1}

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\dots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	$cb_{n-1} + a_n$

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\ldots$	a_k	$\ldots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	cb_0+a_1 $\downarrow$ b_1	cb_1+a_2 $\downarrow$ b_2	$\ldots$	$cb_{k-1}+a_k$ $\downarrow$ b_k	$\ldots$	$cb_{n-2}+a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	$cb_{n-1}+a_n$ $\downarrow$ r

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\dots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	$cb_{n-1} + a_n$ $\downarrow$ r

Цю схему називають схемою Горнера,

Результати обчислень записують у вигляді такої схеми:

a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
a_0 $\downarrow$ b_0	$cb_0 + a_1$ $\downarrow$ b_1	$cb_1 + a_2$ $\downarrow$ b_2	$\dots$	$cb_{k-1} + a_k$ $\downarrow$ b_k	$\dots$	$cb_{n-2} + a_{n-1}$ $\downarrow$ b_{n-1}	$cb_{n-1} + a_n$ $\downarrow$ r

Цю схему називають схемою Горнера, а викладений метод знаходження частки і остачі при діленні многочлена на лінійний многочлен $x - c$ — методом Горнера.

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1,

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера.

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого.

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу,

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1				

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$			

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$		

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$	$1 \cdot 3 - 6 = -3$	

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$	$1 \cdot 3 - 6 = -3$	$1 \cdot (-3) + 8 = 5$

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$	$1 \cdot 3 - 6 = -3$	$1 \cdot (-3) + 8 = 5$

Таким чином, $x^3 - x^2 + 3x - 3$ є часткою,

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$	$1 \cdot 3 - 6 = -3$	$1 \cdot (-3) + 8 = 5$

Таким чином, $x^3 - x^2 + 3x - 3$ є часткою, а 5 є остачею при діленні многочлена $f(x)$ на $g(x)$,

Приклад застосування методу Горнера.

Поділити многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на многочлен $g(x) = x - 1$.

Розв'язання. Оскільки $g(x)$ — лінійний многочлен зі старшим коефіцієнтом 1, то поділимо $f(x)$ на $g(x)$ за допомогою методу Горнера, використовуючи при цьому схему Горнера. У першому рядку, нижче наведеної таблиці, розмістимо коефіцієнти многочлена $f(x)$, починаючи зі старшого. А у другому — відповідні коефіцієнти частки і остачу, які будемо послідовно обчислювати.

1	-2	4	-6	8
1	$1 \cdot 1 - 2 = -1$	$1 \cdot (-1) + 4 = 3$	$1 \cdot 3 - 6 = -3$	$1 \cdot (-3) + 8 = 5$

Таким чином, $x^3 - x^2 + 3x - 3$ є часткою, а 5 є остачею при діленні многочлена $f(x)$ на $g(x)$, тобто

$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8 = (x - 1) \cdot (x^3 - x^2 + 3x - 3) + 5.$$

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-**кратним коренем** цього многочлена,

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$,

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-**кратним коренем** цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k.

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$.

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$,

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді,

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(x) = (x-c)^k g(x), \tag{3}$$

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(x) = (x-c)^k g(x), \tag{3}$$

де $g(x)$ — многочлен над полем P, для якого c не є коренем.

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k=1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(x) = (x-c)^k g(x), \tag{3}$$

де $g(x)$ — многочлен над полем P, для якого c не є коренем.
Умовимося далі, підраховуючи число коренів многочлена $f(x)$ у полі P,

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається *k-кратним коренем* цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають *кратністю* кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — *простий*.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(x) = (x-c)^k g(x), \quad (3)$$

де $g(x)$ — многочлен над полем P, для якого c не є коренем.
Умовимося далі, підраховуючи число коренів многочлена $f(x)$ у полі P, кожен k-кратний корінь c лічити k разів.

Кратні корені

Означення 4

Корінь c многочлена $f(x)$ називається k-кратним коренем цього многочлена, якщо $f(x)$ ділиться на $(x-c)^k$, але не ділиться на $(x-c)^{k+1}$ для деякого натурального k. Число k при цьому називають кратністю кореня c многочлена $f(x)$. Якщо $k = 1$, то кажуть, що корінь c — простий.

Очевидно, елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(x) = (x-c)^k g(x), \tag{3}$$

де $g(x)$ — многочлен над полем P, для якого c не є коренем.
Умовимося далі, підраховуючи число коренів многочлена $f(x)$ у полі P, кожен k-кратний корінь c лічити k разів.

Приклад знаходження кратності кореня.

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	-16	-16

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	-16	-16
1	5	6	-4	-8	0
1	3	0	-4	0	

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0
1	3	0	– 4	0	
1	1	– 2	0		

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0
1	3	0	– 4	0	
1	1	– 2	0		
1	– 1	0			

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0
1	3	0	– 4	0	
1	1	– 2	0		
1	– 1	0			
1	– 3				

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	-16	-16
1	5	6	-4	-8	0
1	3	0	-4	0	
1	1	-2	0		
1	-1	0			
1	-3				

Отже, $f(x) = (x+2)^4(x-1)$

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	− 16	− 16
1	5	6	− 4	− 8	0
1	3	0	− 4	0	
1	1	− 2	0		
1	− 1	0			
1	− 3				

Отже, $f(x) = (x+2)^4(x-1)$ і $f(x) = (x+2)^5 - 3$.

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0
1	3	0	– 4	0	
1	1	– 2	0		
1	– 1	0			
1	– 3				

Отже, $f(x) = (x+2)^4(x-1)$ і $f(x) = (x+2)^5 - 3$. Звідси одержуємо, що кратність кореня -2 многочлена $f(x)$

Приклад знаходження кратності кореня.

Визначити кратність кореня -2 многочлена

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16.$$

Розв'язання. Оскільки кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює максимальному серед натуральних чисел k таких, що $f(x)$ ділиться на $(x+2)^k$, то, як і в попередньому прикладі, використаємо метод Горнера для визначення цього числа.

1	7	16	8	– 16	– 16
1	5	6	– 4	– 8	0
1	3	0	– 4	0	
1	1	– 2	0		
1	– 1	0			
1	– 3				

Отже, $f(x) = (x+2)^4(x-1)$ і $f(x) = (x+2)^5 - 3$. Звідси одержуємо, що кратність кореня -2 многочлена $f(x)$ дорівнює 4.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ *степеня* n *може мати в полі* P *не більш як* n *коренів.*

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується,

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ *степеня* n *може мати в полі* P *не більш як* n *коренів.*

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів:

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1,

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2,

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ...,

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_m$

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_m$ кратностей відповідно $k_1, k_2, \ldots, k_m$. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими,

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими, а тому взаємно простими є многочлени $(x - \alpha_1)^{k_1}$ і $(x-\alpha_2)^{k_2}$.

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими, а тому взаємно простими є многочлени $(x - \alpha_1)^{k_1}$ і $(x-\alpha_2)^{k_2}$. Оскільки $f(x)$ ділиться на $(x-\alpha_2)^{k_2}$

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.
Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими, а тому взаємно простими є многочлени $(x - \alpha_1)^{k_1}$ і $(x-\alpha_2)^{k_2}$. Оскільки $f(x)$ ділиться на $(x-\alpha_2)^{k_2}$ (але не на $(x-\alpha_2)^{k_2+1}$),

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, ..., α_m кратностей відповідно k_1, k_2, ..., k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими, а тому взаємно простими є многочлени $(x - \alpha_1)^{k_1}$ і $(x-\alpha_2)^{k_2}$. Оскільки $f(x)$ ділиться на $(x-\alpha_2)^{k_2}$ (але не на $(x-\alpha_2)^{k_2+1}$), то звідси і із (4) слідує, що $g_1(x)$ ділиться на $(x - \alpha_2)^{k_2}$

Теорема 2

Многочлен $f(x) \in P[x]$ степеня n може мати в полі P не більш як n коренів.

Доведення.

Для многочленів нульового степеня, тобто для ненульових елементів поля P теорема справджується, оскільки будь-який із них не має жодного кореня. Нехай $f(x)$ — довільний многочлен із кільця $P[x]$ натурального степеня n.

Припустимо, що в полі P многочлен $f(x)$ має m різних коренів: α_1, α_2, $\ldots$, α_m кратностей відповідно k_1, k_2, $\ldots$, k_m. Тоді, згідно з (3), можна записати

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} g_1(x), \tag{4}$$

де $g_1(x)$ не ділиться на $x - \alpha_1$. Многочлени $x - \alpha_1$ і $x - \alpha_2$ є взаємно простими, а тому взаємно простими є многочлени $(x - \alpha_1)^{k_1}$ і $(x-\alpha_2)^{k_2}$. Оскільки $f(x)$ ділиться на $(x-\alpha_2)^{k_2}$ (але не на $(x-\alpha_2)^{k_2+1}$), то звідси і із (4) слідує, що $g_1(x)$ ділиться на $(x - \alpha_2)^{k_2}$ (але не на $(x - \alpha_2)^{k_2+1}$), тобто

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1} (x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2.

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2. Продовжуючи так міркувати

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2. Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції),

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2. Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} \cdots (x - \alpha_m)^{k_m} g_m(x), \qquad (5)$$

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2. Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} \cdots (x - \alpha_m)^{k_m} g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s,

Доведення.

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2. Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2}\cdots(x-\alpha_m)^{k_m} g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s, для якого жодний з елементів α_1, α_2, ..., α_m не є коренем.

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2.
Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} \cdots (x - \alpha_m)^{k_m} g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s, для якого жодний з елементів α_1, α_2, ..., α_m не є коренем.
З рівності (5) випливає,

Доведення.

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2}g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2.
Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2}\cdots(x-\alpha_m)^{k_m}g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s, для якого жодний з елементів α_1, α_2, ..., α_m не є коренем.
З рівності (5) випливає, що

$$n = k_1 + k_2 + \cdots + k_m + s,$$

Доведення.

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2.
Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2} \cdots (x - \alpha_m)^{k_m} g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s, для якого жодний з елементів α_1, α_2, ..., α_m не є коренем.
З рівності (5) випливає, що

$$n = k_1 + k_2 + \cdots + k_m + s,$$

тобто

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_m \leq n.$$

Доведення.

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, який не має своїми коренями α_1 та α_2.
Продовжуючи так міркувати (тобто застосовуючи метод математичної індукції), одержимо

$$f(x) = (x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2} \cdots (x-\alpha_m)^{k_m} g_m(x), \tag{5}$$

де $g_m(x)$ — многочлен деякого степеня s, для якого жодний з елементів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ не є коренем.
З рівності (5) випливає, що

$$n = k_1 + k_2 + \cdots + k_m + s,$$

тобто

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_m \leq n.$$

Теорему доведено. □

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x),\ g(x) \in P[x]$,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, *степені яких не перевищують натуральне число* n,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x),\ g(x) \in P[x]$*, степені яких не перевищують натуральне число* n*, мають рівні значення більш ніж при* n *різних значеннях невідомої,*

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, *степені яких не перевищують натуральне число* n, *мають рівні значення більш ніж при* n *різних значеннях невідомої, то* $f(x) = g(x)$.

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x), g(x) \in P[x]$*, степені яких не перевищують натуральне число* n*, мають рівні значення більш ніж при* n *різних значеннях невідомої, то* $f(x) = g(x)$*.*

Доведення.

Нехай $f(x), g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а α_1,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, *степені яких не перевищують натуральне число* n, *мають рівні значення більш ніж при* n *різних значеннях невідомої, то* $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а α_1, α_2,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots,$

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n.

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq \neq g(x)$.

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, *степені яких не перевищують натуральне число* n, *мають рівні значення більш ніж при* n *різних значеннях невідомої, то* $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq$ $\neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом,

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ldots, f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq \neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом, степінь якого не перевищує n

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом, степінь якого не перевищує n і за умовою теореми має у полі P більш ніж n коренів.

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а α_1, α_2, ..., α_m — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq \neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом, степінь якого не перевищує n і за умовою теореми має у полі P більш ніж n коренів. Через те, що

$$h(\alpha_1) = f(\alpha_1) - g(\alpha_1) = 0, \quad \ldots, \quad h(\alpha_m) = f(\alpha_m) - g(\alpha_m) = 0.$$

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq$ $\neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом, степінь якого не перевищує n і за умовою теореми має у полі P більш ніж n коренів. Через те, що

$$h(\alpha_1) = f(\alpha_1) - g(\alpha_1) = 0, \quad \ldots, \quad h(\alpha_m) = f(\alpha_m) - g(\alpha_m) = 0.$$

Це суперечить теоремі 2.

Наслідок 2

Якщо многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$, степені яких не перевищують натуральне число n, мають рівні значення більш ніж при n різних значеннях невідомої, то $f(x) = g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ і їх степені не перевищують натуральне число n, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ — елементи поля P такі, що

$$f(\alpha_1) = g(\alpha_1), \quad f(\alpha_2) = g(\alpha_2), \ \ldots, \ f(\alpha_m) = g(\alpha_m),$$

де m — деяке натуральне число більше n. Припустимо, що $f(x) \neq \neq g(x)$. Тоді $h(x) = f(x) - g(x)$ є ненульовим многочленом, степінь якого не перевищує n і за умовою теореми має у полі P більш ніж n коренів. Через те, що

$$h(\alpha_1) = f(\alpha_1) - g(\alpha_1) = 0, \quad \ldots, \quad h(\alpha_m) = f(\alpha_m) - g(\alpha_m) = 0.$$

Це суперечить теоремі 2. Отже, наше припущення, що $f(x) \neq g(x)$, неправильне. $\square$

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P.

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$.

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Індукцією визначається k-ва похідна $f^{(k)}(x)$ многочлена $f(x)$,

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Індукцією визначається k-ва похідна $f^{(k)}(x)$ многочлена $f(x)$, тобто

$$f^{(k)}(x) = \left[f^{(k-1)}\right]'(x) \qquad (k = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Індукцією визначається k-ва похідна $f^{(k)}(x)$ многочлена $f(x)$, тобто

$$f^{(k)}(x) = \left[f^{(k-1)}\right]'(x) \qquad (k = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Очевидно, що

$$f^{(n)}(x) = n!a_0$$

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Індукцією визначається k-ва похідна $f^{(k)}(x)$ многочлена $f(x)$, тобто

$$f^{(k)}(x) = \left[f^{(k-1)}\right]'(x) \qquad (k = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Очевидно, що

$$f^{(n)}(x) = n!a_0$$

і тому $f^{(n+1)}(x) = 0$,

Означення 5

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий многочлен над полем P. Многочлен

$$f'(x) = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} + \cdots + 2a_{n-2}x + a_{n-1}$$

називається похідною (або першою похідною) многочлена $f(x)$. Похідна від многочлена нульового степеня і від нульового многочлена вважається рівною нульовому многочлену.

Індукцією визначається k-ва похідна $f^{(k)}(x)$ многочлена $f(x)$, тобто

$$f^{(k)}(x) = \left[f^{(k-1)}\right]'(x) \qquad (k = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Очевидно, що

$$f^{(n)}(x) = n!a_0$$

і тому $f^{(n+1)}(x) = 0$, тобто $(n+1)$-ша похідна від будь-якого многочлена степеня n дорівнює нулю.

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ *і* $g(x)$ *над полем* P

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x), \tag{6}$$

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ *і* $g(x)$ *над полем* P

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x)+g'(x), \tag{6}$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x). \tag{7}$$

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x), \tag{6}$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x). \tag{7}$$

Формули (6) і (7) не складно узагальнити на довільне число відповідно доданків та множників,

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x)+g'(x), \tag{6}$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x). \tag{7}$$

Формули (6) і (7) не складно узагальнити на довільне число відповідно доданків та множників, зокрема для довільного натурального k

Теорема 3

Для довільних многочленів $f(x)$ *і* $g(x)$ *над полем* P

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x), \tag{6}$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x). \tag{7}$$

Формули (6) і (7) не складно узагальнити на довільне число відповідно доданків та множників, зокрема для довільного натурального k справджується рівність

$$\left[f^k(x)\right]' = kf^{k-1}(x)f'(x). \tag{8}$$

Теорема 4

Нехай елемент c *поля* P *є* k*-кратним коренем многочлена* $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$.

Теорема 4

Нехай елемент c *поля* P *є* k*-кратним коренем многочлена* $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. *Для довільного натурального числа* s

Теорема 4

Нехай елемент c *поля* P *є* k*-кратним коренем многочлена* $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. *Для довільного натурального числа* s *меншого* k

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$.

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми.

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем.

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ ($k \in \mathbb{N}$). Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x)$$

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$
$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$,

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$, то за властивостями подільності многочлен $g_1(x) = kg(x) + (x-c)g'(x)$ також не ділиться на $x-c$.

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$, то за властивостями подільності многочлен $g_1(x) = kg(x) + (x-c)g'(x)$ також не ділиться на $x-c$. Це означає, що многочлен $f'(x)$ ділиться на $(x-c)^{k-1}$

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ ($k \in \mathbb{N}$). Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$, то за властивостями подільності многочлен $g_1(x) = kg(x) + (x-c)g'(x)$ також не ділиться на $x-c$. Це означає, що многочлен $f'(x)$ ділиться на $(x-c)^{k-1}$ і не ділиться на $(x-c)^k$,

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ ($k \in \mathbb{N}$). Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$, то за властивостями подільності многочлен $g_1(x) = kg(x) + (x-c)g'(x)$ також не ділиться на $x-c$. Це означає, що многочлен $f'(x)$ ділиться на $(x-c)^{k-1}$ і не ділиться на $(x-c)^k$, тобто, що якщо $k > 1$, то c є $(k-1)$-кратним коренем многочлена $f'(x)$,

Теорема 4

Нехай елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ $(k \in \mathbb{N})$. Для довільного натурального числа s меншого k елемент c є $(k-s)$-кратним коренем s-ї похідної многочлена $f(x)$. Елемент c не є коренем k-ї похідної многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми. Тоді

$$f(x) = (x-c)^k g(x),$$

де $g(x)$ — многочлен, для якого c не є коренем. Обчислимо першу похідну многочлена $f(x)$, використовуючи при цьому формули (6)–(8):

$$f'(x) = k(x-c)^{k-1}g(x) + (x-c)^k g'(x) =$$

$$= (x-c)^{k-1}\left[kg(x) + (x-c)g'(x)\right].$$

Оскільки $g(x)$ не ділиться на $x-c$, то за властивостями подільності многочлен $g_1(x) = kg(x) + (x-c)g'(x)$ також не ділиться на $x-c$. Це означає, що многочлен $f'(x)$ ділиться на $(x-c)^{k-1}$ і не ділиться на $(x-c)^k$, тобто, що якщо $k > 1$, то c є $(k-1)$-кратним коренем многочлена $f'(x)$, якщо ж $k = 1$, то c не є коренем многочлена $f'(x)$.

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x)$$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$

$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] =$$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$

$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$,

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1}g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2}g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$,

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$

$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2} \left[(k-1) g_1(x) + (x-c) g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.

Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k,

Доведення.

Якщо $2 \le k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2} [(k-1) g_1(x) + (x-c) g_1'(x)] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.
Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.

Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$.

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1}g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2}g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.
Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. □

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.

Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. $\square$

Наслідок 3

Елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x)$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1}g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2}g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x-c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.
Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. $\square$

Наслідок 3

Елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.
Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. $\square$

Наслідок 3

Елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді,

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1}g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2}g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x-c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.

Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. □

Наслідок 3

Елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(c) = f'(c) = f''(c) = \ldots = f^{(k-1)}(c) = 0,$$

Доведення.

Якщо $2 \leq k$, тоді обчислимо другу похідну многочлена $f(x)$:

$$f''(x) = [f']'(x) = \left[(x-c)^{k-1} g_1(x)\right]' =$$
$$= (x-c)^{k-2}\left[(k-1)g_1(x) + (x-c)g_1'(x)\right] = (x-c)^{k-2} g_2(x).$$

Многочлен $g_2(x)$ не ділиться на $x - c$, а тому із попередньої рівності слідує, що якщо $k > 2$, то c є $(k-2)$-кратним коренем многочлена $f''(x)$, якщо ж $k = 2$, то c не є коренем многочлена $f''(x)$.
Якщо, тепер, s довільне натуральне число, менше ніж k, тоді міркуючи аналогічно методом математичної індукції можна показати, що c є $(k-s)$-кратним коренем многочлена $f^{(k-s)}(x)$ і не є коренем многочлена $f^{(k)}(x)$. Теорему доведено. □

Наслідок 3

Елемент c поля P є k-кратним коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ тоді і тільки тоді, коли

$$f(c) = f'(c) = f''(c) = \ldots = f^{(k-1)}(c) = 0, \quad f^{(k)}(c) \neq 0.$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три,

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку,

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) =$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Далі обчислимо перші три похідні многочлена $f(x)$,

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Далі обчислимо перші три похідні многочлена $f(x)$, а потім відповідно значення цих похідних при значенні невідомої $x = 1$:

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Далі обчислимо перші три похідні многочлена $f(x)$, а потім відповідно значення цих похідних при значенні невідомої $x = 1$:

$$f'(x) = 2nx^{2n-1} - n(n+1)x^n + (n-1)nx^{n-2},$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Далі обчислимо перші три похідні многочлена $f(x)$, а потім відповідно значення цих похідних при значенні невідомої $x = 1$:

$$f'(x) = 2nx^{2n-1} - n(n+1)x^n + (n-1)nx^{n-2},$$

$$f''(x) = (2n-1)2nx^{2n-2} - n^2(n+1)x^{n-1} + (n-2)(n-1)nx^{n-3},$$

Приклад застосування похідної для знаходження кратності кореня многочлена.

Довести, що для довільного натурального числа n більшого за три, 1 є трикратним коренем многочлена

$$f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Розв'язання. Переконаємося спочатку, що 1 є коренем многочлена $f(x)$:

$$f(1) = 1^{2n} - n \cdot 1^{n+1} + n \cdot 1^{n-1} - 1 = 0.$$

Далі обчислимо перші три похідні многочлена $f(x)$, а потім відповідно значення цих похідних при значенні невідомої $x = 1$:

$$\begin{aligned}
f'(x) &= 2nx^{2n-1} - n(n+1)x^{n} + (n-1)nx^{n-2}, \\
f''(x) &= (2n-1)2nx^{2n-2} - n^2(n+1)x^{n-1} + (n-2)(n-1)nx^{n-3}, \\
f'''(x) &= (2n-2)(2n-1)2nx^{2n-3} - (n-1)n^2(n+1)x^{n-2} + \\
&\quad +(n-3)(n-2)(n-1)nx^{n-4};
\end{aligned}$$

$$f'(1) = 2n - n(n+1) + (n-1)n = 0,$$

$$f'(1) = 2n - n(n+1) + (n-1)n = 0,$$
$$f''(1) = (2n-1)2n - n^2(n+1) + (n-2)(n-1)n = 0,$$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= 2n - n(n+1) + (n-1)n = 0,\\
f''(1) &= (2n-1)2n - n^2(n+1) + (n-2)(n-1)n = 0,\\
f'''(1) &= (2n-2)(2n-1)2n - (n-1)n^2(n+1) +\\
&\quad +(n-3)(n-2)(n-1)n = 2n^3 - n^2 \neq 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= 2n - n(n+1) + (n-1)n = 0,\\
f''(1) &= (2n-1)2n - n^2(n+1) + (n-2)(n-1)n = 0,\\
f'''(1) &= (2n-2)(2n-1)2n - (n-1)n^2(n+1) +\\
&\qquad +(n-3)(n-2)(n-1)n = 2n^3 - n^2 \neq 0.
\end{aligned}
$$

Звідси і з наслідку 3 випливає, що -1 є трикратним коренем многочлена $f(x)$.

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Наслідок 4

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Наслідок 4

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Наслідок 4

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел має n коренів,

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Наслідок 4

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел має n коренів, якщо кожний із коренів рахувати стільки разів,

Теорема 5 (основна теорема алгебри)

Будь-який многочлен натурального степеня над полем комплексних чисел має хоча б один корінь.

Наслідок 4

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел має n коренів, якщо кожний із коренів рахувати стільки разів, яка його кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня,

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом,

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Оскільки $\xi_1 \neq \xi_2$

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Оскільки $\xi_1 \neq \xi_2$ і $g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$,

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Оскільки $\xi_1 \neq \xi_2$ і $g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$, то добуток $(x - \xi_1)^{k_1} \times$ $\times g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Оскільки $\xi_1 \neq \xi_2$ і $g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$, то добуток $(x - \xi_1)^{k_1} \times$ $\times g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$. Звідси і рівності (9) випливає,

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ натурального степеня n. Тоді за основною теоремою алгебри цей многочлен в полі $\mathbb{C}$ має корінь ξ_1. За наслідком теореми Безу многочлен $f(x)$ ділиться на $x - \xi_1$. Нехай k_1 — кратність кореня ξ_1 многочлена $f(x)$. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} g_1(x),$$

де $g_1(x)$ — многочлен, для якого ξ_1 не є коренем. Якщо $g_1(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто $n - k_1$ є натуральним числом, то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_2 в полі $\mathbb{C}$. Нехай k_2 — кратність кореня ξ_2 многочлена $g_1(x)$. Тоді

$$g_1(x) = (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x),$$

де $g_2(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2 не є коренями. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1} (x - \xi_2)^{k_2} g_2(x). \tag{9}$$

Оскільки $\xi_1 \neq \xi_2$ і $g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$, то добуток $(x - \xi_1)^{k_1} \times$ $\times g_2(x)$ не ділиться на $x - \xi_2$. Звідси і рівності (9) випливає, що ξ_2 є також k_2-кратним коренем многочлена $f(x)$.

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня,

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня.

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен,

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто
$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$
то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді
$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$
де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює
$$n - k_1 - k_2 - k_3$$
і т. д.

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число,

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться.

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня,

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P.

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P. Порівнюючи старші коефіцієнти а також степені многочленів,

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P. Порівнюючи старші коефіцієнти а також степені многочленів, що знаходять у лівій і правій частинах рівності (10),

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P. Порівнюючи старші коефіцієнти а також степені многочленів, що знаходять у лівій і правій частинах рівності (10), одержимо, що

$$g_s(x) = a_0,$$

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \tag{10}$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P. Порівнюючи старші коефіцієнти а також степені многочленів, що знаходять у лівій і правій частинах рівності (10), одержимо, що

$$g_s(x) = a_0, \qquad n = k_1 + k_2 + \cdots + k_s.$$

Доведення.

Знову, якщо $g_2(x)$ — многочлен натурального степеня, тобто

$$n - k_1 - k_2 \in \mathbb{N},$$

то за основною теоремою алгебри він має корінь ξ_3 в полі $\mathbb{C}$ і нехай k_3 — кратність цього кореня. Тоді

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2}(x - \xi_3)^{k_3} g_3(x),$$

де $g_3(x)$ — многочлен, для якого ξ_1, ξ_2, ξ_3 не є коренями і його степінь дорівнює

$$n - k_1 - k_2 - k_3$$

і т. д. Оскільки n — фіксоване натуральне число, то цей процес на деякому s-му кроці зупиниться. Це означає, що

$$f(x) = (x - \xi_1)^{k_1}(x - \xi_2)^{k_2} \cdots (x - \xi_s)^{k_s} g_s(x), \qquad (10)$$

де $g_s(x)$ є многочленом нульового степеня, тобто деяким ненульовим елементом поля P. Порівнюючи старші коефіцієнти а також степені многочленів, що знаходять у лівій і правій частинах рівності (10), одержимо, що

$$g_s(x) = a_0, \qquad n = k_1 + k_2 + \cdots + k_s.$$

Доведення.

Таким чином, комплексними числами $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_s$ — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$.

Доведення.

Таким чином, комплексними числами $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s$ — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність,

Доведення.

Таким чином, комплексними числами $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_s$ — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. □

Доведення.

Таким чином, комплексними числами $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_s$ — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. □

Безпосередньо із доведення попереднього наслідку випливає наступне твердження.

Доведення.

Таким чином, комплексними числами ξ_1, ξ_2, $\ldots$, ξ_s — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. $\square$

Безпосередньо із доведення попереднього наслідку випливає наступне твердження.

Наслідок 5

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел представляється у вигляді добутку n лінійних множників

Доведення.

Таким чином, комплексними числами ξ_1, ξ_2, ..., ξ_s — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. □

Безпосередньо із доведення попереднього наслідку випливає наступне твердження.

Наслідок 5

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел представляється у вигляді добутку n лінійних множників

$$f(x) = a_0(x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n), \quad (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n \in \mathbb{C})$$

Доведення.

Таким чином, комплексними числами ξ_1, ξ_2, $\ldots$, ξ_s — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. $\square$

Безпосередньо із доведення попереднього наслідку випливає наступне твердження.

Наслідок 5

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел представляється у вигляді добутку n лінійних множників

$$f(x) = a_0(x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n), \quad (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n \in \mathbb{C})$$

де a_0 — старший коефіцієнт многочлена $f(x)$.

Доведення.

Таким чином, комплексними числами $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_s$ — вичерпуються всі попарно різні корені многочлена $f(x)$. Якщо кожен із цих коренів лічити відповідно стільки разів яка його кратність, то одержимо, що число коренів многочлена $f(x)$ дорівнює n. $\square$

Безпосередньо із доведення попереднього наслідку випливає наступне твердження.

Наслідок 5

Будь-який многочлен $f(x)$ натурального степеня n над полем комплексних чисел представляється у вигляді добутку n лінійних множників

$$f(x) = a_0(x-\xi_1)(x-\xi_2)\cdots(x-\xi_n), \quad (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n \in \mathbb{C})$$

де a_0 — старший коефіцієнт многочлена $f(x)$. Цей розклад є однозначним з точністю до порядку слідування множників.

Нехай $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел

Нехай $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1)

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай ξ_1, ξ_2, ..., ξ_n — всі його корені

Нехай $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай ξ_1, ξ_2, $\ldots$, ξ_n — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів).

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$,

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени,

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),$$

$$a_2 = \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2)\cdots(x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),$$

$$a_2 = \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,$$

$$a_3 = -(\xi_1\xi_2\xi_3 + \xi_1\xi_2\xi_4 + \cdots + \xi_{n-2}\xi_{n-1}\xi_n),$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),$$

$$a_2 = \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,$$

$$a_3 = -(\xi_1\xi_2\xi_3 + \xi_1\xi_2\xi_4 + \cdots + \xi_{n-2}\xi_{n-1}\xi_n),$$

. . . .

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$\begin{aligned}
&a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),\\
&a_2 = \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,\\
&a_3 = -(\xi_1\xi_2\xi_3 + \xi_1\xi_2\xi_4 + \cdots + \xi_{n-2}\xi_{n-1}\xi_n),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{n-1} = (-1)^{n-1}(\xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-1} + \xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-2}\xi_n + \cdots + \xi_2\xi_3\cdots\xi_n),
\end{aligned}$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай ξ_1, ξ_2, $\ldots$, ξ_n — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x-\xi_1)(x-\xi_2)\cdots(x-\xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x-\xi_1)(x-\xi_2)\cdots(x-\xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$\begin{aligned}
&a_1 = -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),\\
&a_2 = \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,\\
&a_3 = -(\xi_1\xi_2\xi_3 + \xi_1\xi_2\xi_4 + \cdots + \xi_{n-2}\xi_{n-1}\xi_n),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{n-1} = (-1)^{n-1}(\xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-1} + \xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-2}\xi_n + \cdots + \xi_2\xi_3\cdots\xi_n),\\
&a_n = (-1)^n \xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-1}\xi_n.
\end{aligned}$$

Нехай $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — довільний многочлен натурального степеня n над полем комплексних чисел (підкреслимо, що старший коефіцієнт його дорівнює 1) і нехай $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — всі його корені (кожен кратний корінь тут береться відповідне число разів). Тоді $f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n)$, тобто

$$x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \cdots (x - \xi_n).$$

Перемноживши множники правої частини цієї рівності і звівши подібні члени, одержимо

$$\begin{aligned}
a_1 &= -(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n),\\
a_2 &= \xi_1\xi_2 + \xi_1\xi_3 + \cdots + \xi_1\xi_n + \xi_2\xi_3 + \cdots + \xi_{n-1}\xi_n,\\
a_3 &= -(\xi_1\xi_2\xi_3 + \xi_1\xi_2\xi_4 + \cdots + \xi_{n-2}\xi_{n-1}\xi_n),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
a_{n-1} &= (-1)^{n-1}(\xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-1} + \xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-2}\xi_n + \cdots + \xi_2\xi_3\cdots\xi_n),\\
a_n &= (-1)^n\xi_1\xi_2\cdots\xi_{n-1}\xi_n.
\end{aligned}$$

Ці співвідношення називають формулами Вієта.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ *— многочлен з дійсними коефіцієнтами.*

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — *многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число* α

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ *— многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число* α *є коренем многочлена* $f(x)$,

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ *— многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число* α *є коренем многочлена* $f(x)$*, тоді комплексно спряжене до нього число* $\bar{\alpha}$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена,

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — *многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число* α *є коренем многочлена* $f(x)$, *тоді комплексно спряжене до нього число* $\bar{\alpha}$ *є також коренем цього многочлена, причому корені* α *і* $\bar{\alpha}$ *мають однакову кратність.*

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами.

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися,

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел.

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$.

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$.

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$f(\bar{\alpha}) =$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$f(\bar{\alpha}) = a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned} f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\ &= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n \end{aligned}$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned} f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\ &= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n \end{aligned}$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$
\begin{aligned}
f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\
&= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \overline{a_0\alpha^n} + \overline{a_1\alpha^{n-1}} + \cdots + \overline{a_{n-1}\alpha} + \bar{a}_n =
\end{aligned}
$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned}
f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\
&= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \overline{a_0\alpha^n} + \overline{a_1\alpha^{n-1}} + \cdots + \overline{a_{n-1}\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \overline{a_0\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\alpha + a_n}
\end{aligned}$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned} f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\ &= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \overline{a_0\alpha^n} + \overline{a_1\alpha^{n-1}} + \cdots + \overline{a_{n-1}\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \overline{a_0\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\alpha + a_n} = \overline{f(\alpha)} \end{aligned}$$

Многочлени з дійсними коефіцієнтами.

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned} f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\ &= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \overline{a_0\alpha^n} + \overline{a_1\alpha^{n-1}} + \cdots + \overline{a_{n-1}\alpha} + \bar{a}_n = \\ &= \overline{a_0\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\alpha + a_n} = \overline{f(\alpha)} = \bar{0} \end{aligned}$$

Теорема 6

Нехай $f(x)$ — многочлен з дійсними коефіцієнтами. Якщо комплексне число α є коренем многочлена $f(x)$, тоді комплексно спряжене до нього число $\bar{\alpha}$ є також коренем цього многочлена, причому корені α і $\bar{\alpha}$ мають однакову кратність.

Доведення.

Нехай $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ — деякий довільний многочлен з дійсними коефіцієнтами. Очевидно, на многочлен $f(x)$ можна дивитися, як на многочлен над полем комплексних чисел. Нехай α — деякий корінь многочлена $f(x)$. Обчислимо $f(\bar{\alpha})$. За властивістю спряжених комплексних чисел маємо:

$$\begin{aligned}
f(\bar{\alpha}) &= a_0(\bar{\alpha})^n + a_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\bar{\alpha} + a_n = \\
&= \bar{a}_0(\bar{\alpha})^n + \bar{a}_1(\bar{\alpha})^{n-1} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \bar{a}_0\overline{\alpha^n} + \bar{a}_1\overline{\alpha^{n-1}} + \cdots + \bar{a}_{n-1}\bar{\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \overline{a_0\alpha^n} + \overline{a_1\alpha^{n-1}} + \cdots + \overline{a_{n-1}\alpha} + \bar{a}_n = \\
&= \overline{a_0\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\alpha + a_n} = \overline{f(\alpha)} = \bar{0} = 0.
\end{aligned}$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k.

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами,

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$,

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) =$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}})$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})}$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути.

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) =$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha})$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha})$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha})$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0,$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0, \quad f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0.$$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0, \quad f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0.$$

Це означає, що число $\bar{\alpha}$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0, \quad f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0.$$

Це означає, що число $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0, \quad f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0.$$

Це означає, що число $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$ кратності k.

Доведення.

Отже, $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$.
Нехай α є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Тому

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, \quad f^{(k)}(\alpha) \neq 0.$$

Оскільки всі похідні многочлена $f(x)$ з дійсними коефіцієнтами є також многочленами з дійсними коефіцієнтами, то за вище доведеним

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0.$$

Крім того, $f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0$, бо інакше $f^{(k)}(\alpha) = f^{(k)}(\bar{\bar{\alpha}}) = \overline{f^{(k)}(\bar{\alpha})} = 0$, чого не може бути. Отже,

$$f(\bar{\alpha}) = f'(\bar{\alpha}) = f''(\bar{\alpha}) = \ldots = f^{(k-1)}(\bar{\alpha}) = 0, \quad f^{(k)}(\bar{\alpha}) \neq 0.$$

Це означає, що число $\bar{\alpha}$ є коренем многочлена $f(x)$ кратності k. Теорему доведено. $\square$

Нехай α — будь-яке комплексне число

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$)

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число.

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними.

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha})$$

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами,

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \qquad (11)$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників)

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта,

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта, деякого числа m лінійних многочленів вигляду $x - \alpha$,

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта, деякого числа m лінійних многочленів вигляду $x - \alpha$, що відповідають дійсним кореням $f(x)$

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \qquad (11)$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта, деякого числа m лінійних многочленів вигляду $x - \alpha$, що відповідають дійсним кореням $f(x)$ та $\frac{n-m}{2}$ многочленів другого степеня

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \tag{11}$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта, деякого числа m лінійних многочленів вигляду $x - \alpha$, що відповідають дійсним кореням $f(x)$ та $\frac{n-m}{2}$ многочленів другого степеня вигляду (11),

Нехай α — будь-яке комплексне число з відмінною від нуля уявною частиною (тобто $\alpha \notin \mathbb{R}$) і $\bar{\alpha}$ — спряжене з ним число. Як відомо, числа $\alpha + \bar{\alpha}$ і $\alpha\bar{\alpha}$ є дійсними. Отже, многочлен

$$\varphi_\alpha(x) = (x - \alpha)(x - \bar{\alpha}) = x^2 - (\alpha + \bar{\alpha})x + \alpha\bar{\alpha} \qquad (11)$$

є многочленом з дійсними коефіцієнтами, коренями якого є числа α і $\bar{\alpha}$.

Теорема 7

Будь-який многочлен над полем дійсних чисел натурального степеня n однозначно (з точністю до порядку слідування множників) представляється у вигляді добутку свого старшого коефіцієнта, деякого числа m лінійних многочленів вигляду $x - \alpha$, що відповідають дійсним кореням $f(x)$ та $\frac{n-m}{2}$ многочленів другого степеня вигляду (11), що відповідають парам спряжених комплексних коренів.

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена.

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n), \tag{12}$$

Доведення.

Нехай
$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$
— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай
$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$
— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,
$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n), \tag{12}$$
причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один.

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n), \tag{12}$$

причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ можуть бути як дійсні,

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)\cdots(x - \alpha_n), \tag{12}$$

причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ можуть бути як дійсні, так і недійсні комплексні числа.

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)\cdots(x - \alpha_n), \tag{12}$$

причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ можуть бути як дійсні, так і недійсні комплексні числа. Вважатимемо, що дійсними ж є перші m коренів

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_m,$$

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n), \tag{12}$$

причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ можуть бути як дійсні, так і недійсні комплексні числа. Вважатимемо, що дійсними ж є перші m коренів

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_m,$$

де $m \in \{0, 1, \ldots, n\}$

Доведення.

Нехай
$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$
— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай
$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$
— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,
$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n), \tag{12}$$
причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів α_1, α_2, ..., α_n можуть бути як дійсні, так і недійсні комплексні числа. Вважатимемо, що дійсними ж є перші m коренів
$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_m,$$
де $m \in \{0, 1, \ldots, n\}$ (цього завжди можна досягти, змінивши нумерацію коренів),

Доведення.

Нехай

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

— довільно вибраний многочлен з дійсними коефіцієнтами і нехай

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

— всі комплексні корені цього многочлена. Тоді, як доведено раніше,

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)\cdots(x - \alpha_n), \tag{12}$$

причому розклад такого вигляду, з точністю до порядку множників, існує тільки один. Серед коренів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ можуть бути як дійсні, так і недійсні комплексні числа. Вважатимемо, що дійсними ж є перші m коренів

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_m,$$

де $m \in \{0, 1, \ldots, n\}$ (цього завжди можна досягти, змінивши нумерацію коренів), а решта коренів

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами.

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \dots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел. Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.
Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників,

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.
Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників, дістанемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\times$$
$$\times\left[(x-\beta_1)(x-\bar{\beta}_1)\right]\left[(x-\beta_2)(x-\bar{\beta}_2)\right]\cdots\left[(x-\beta_s)(x-\bar{\beta}_s)\right].$$

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.
Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників, дістанемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\times$$
$$\times\left[(x-\beta_1)(x-\bar{\beta}_1)\right]\left[(x-\beta_2)(x-\bar{\beta}_2)\right]\cdots\left[(x-\beta_s)(x-\bar{\beta}_s)\right].$$

Перемноживши лінійні многочлени, що стоять у квадратних дужках,

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.
Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників, дістанемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\times$$
$$\times\left[(x-\beta_1)(x-\bar{\beta}_1)\right]\left[(x-\beta_2)(x-\bar{\beta}_2)\right]\cdots\left[(x-\beta_s)(x-\bar{\beta}_s)\right].$$

Перемноживши лінійні многочлени, що стоять у квадратних дужках, матимемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\varphi_{\beta_1}(x)\varphi_{\beta_2}(x)\cdots\varphi_{\beta_s}(x),$$

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \ldots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел.
Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \ldots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників, дістанемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\times$$
$$\times\left[(x-\beta_1)(x-\bar{\beta}_1)\right]\left[(x-\beta_2)(x-\bar{\beta}_2)\right]\cdots\left[(x-\beta_s)(x-\bar{\beta}_s)\right].$$

Перемноживши лінійні многочлени, що стоять у квадратних дужках, матимемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\varphi_{\beta_1}(x)\varphi_{\beta_2}(x)\cdots\varphi_{\beta_s}(x),$$

де нагадаємо (див. (11)) $\varphi_{\beta_i}(x) = x^2 - (\beta_i + \bar{\beta}_i)x + \beta_i\bar{\beta}_i$ $(i = 1, \ldots, s)$.

Доведення.

$$\alpha_{m+1}, \quad \alpha_{m+2}, \quad \dots, \quad \alpha_n$$

є недійсними комплексними числами. Недійсні комплексні корені, як відомо, можна розбити по парам взаємно спряжених чисел. Позначимо у розкладі (12) комплексно спряжені корені символами

$$\beta_1, \quad \bar{\beta}_1, \quad \beta_2, \quad \bar{\beta}_2, \quad \dots, \quad \beta_s, \quad \bar{\beta}_s,$$

де $s = \frac{n-m}{2}$. Далі, змінивши у разі потреби порядок співмножників, дістанемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\times$$
$$\times\left[(x-\beta_1)(x-\bar{\beta}_1)\right]\left[(x-\beta_2)(x-\bar{\beta}_2)\right]\cdots\left[(x-\beta_s)(x-\bar{\beta}_s)\right].$$

Перемноживши лінійні многочлени, що стоять у квадратних дужках, матимемо

$$f(x) = a_0(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_m)\varphi_{\beta_1}(x)\varphi_{\beta_2}(x)\cdots\varphi_{\beta_s}(x),$$

де нагадаємо (див. (11)) $\varphi_{\beta_i}(x) = x^2 - (\beta_i + \bar{\beta}_i)x + \beta_i\bar{\beta}_i$ $(i = 1, \dots, s)$. Теорему доведено. $\square$