λ-матриці. Еквівалентність λ-матриць

Лектор — доц. Ігор Шапочка

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

3 квітня 2023 року

Нехай P — деяке поле,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці.

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати **многочленною матрицею** або ж **λ-матрицею**.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I),

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.

Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати **многочленною матрицею** або ж **λ-матрицею**.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.

Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою **елементарного перетворення типу (I)**, якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.

Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці),

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці), крім i-го, ті ж самі, що і в λ-матриці A,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці), крім i-го, ті ж самі, що і в λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) матриці B є сумою i-го рядка (стовпця) λ-матриці A

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці), крім i-го, ті ж самі, що і в λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) матриці B є сумою i-го рядка (стовпця) λ-матриці A та деякого її іншого рядка (стовпця) помноженого на деяке многочлен із $P[\lambda]$,

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.
Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці), крім i-го, ті ж самі, що і в λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) матриці B є сумою i-го рядка (стовпця) λ-матриці A та деякого її іншого рядка (стовпця) помноженого на деяке многочлен із $P[\lambda]$, то будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (II).

Нехай P — деяке поле, $P[\lambda]$ — кільце многочленів над полем P від невідомої λ.

Означення 1

Матрицю, елементами якої є многочлени із $P[\lambda]$, будемо називати многочленною матрицею або ж λ-матрицею.

Надалі будемо розглядати тільки квадратні λ-матриці. Аналогічно, як у випадку з матрицями над числовими полями, введемо в розгляд елементарні перетворення над рядками чи стовпцями λ-матриць.

Будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (I), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го та j-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий та j-ий рядки (стовпці) помінялися місцями.

Якщо в λ-матриці B всі рядки (стовпці), крім i-го, ті ж самі, що і в λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) матриці B є сумою i-го рядка (стовпця) λ-матриці A та деякого її іншого рядка (стовпця) помноженого на деяке многочлен із $P[\lambda]$, то будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (II).

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A,

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A,

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається **еквівалентною** λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A,

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць задовольняє рефлексивній,

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць задовольняє рефлексивній, симетричній

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць задовольняє рефлексивній, симетричній та транзитивній властивостям.

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць задовольняє рефлексивній, симетричній та транзитивній властивостям. Тому множина всіх квадратних λ-матриць порядку n над полем P

Нарешті, будемо говорити, що λ-матриця B отримана із λ-матриці A за допомогою елементарного перетворення типу (III), якщо всі рядки (стовпці) λ-матриці B, крім i-го, такі ж як відповідні рядки (стовпці) λ-матриці A, а i-ий рядок (стовпець) λ-матриці B є добутком деякого ненульового елемента поля P на i-ий рядок (стовпець) λ-матриці A.

Означення 2

λ-матриця B називається еквівалентною λ-матриці A, якщо її можна одержати із λ-матриці A шляхом скінченного числа елементарних перетворень над рядками або стовпцями λ-матриці A.

Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то писатимемо $B \sim A$.

Зауваження 1

Бінарне відношення еквівалентності λ-матриць задовольняє рефлексивній, симетричній та транзитивній властивостям. Тому множина всіх квадратних λ-матриць порядку n над полем P розбивається на класи еквівалентності, що не перетинаються.

Означення 3

Канонічною λ-матрицею

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \ldots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або **нормальною формою Сміта** називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \dots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

   де $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\ldots$, $e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

   де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \dots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \dots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_{n-1}(\lambda)$

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

   де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \dots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda), e_2(\lambda), \dots, e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний, розміщений за ним на діагоналі,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний, розміщений за ним на діагоналі, тобто для довільного $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, якщо $e_i(\lambda) \neq 0$,

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду
$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$
де $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;
2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний, розміщений за ним на діагоналі, тобто для довільного $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, якщо $e_i(\lambda) \neq 0$, то $e_i(\lambda) | e_{i+1}(\lambda)$;

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

де $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний, розміщений за ним на діагоналі, тобто для довільного $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, якщо $e_i(\lambda) \neq 0$, то $e_i(\lambda) | e_{i+1}(\lambda)$;

3) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_n(\lambda)$ має старший коефіцієнт 1.

Означення 3

Канонічною λ-матрицею або нормальною формою Сміта називається λ-матриця порядку n, що задовольняє наступним умовам:

1) λ-матриця є діагональною, тобто матрицею вигляду

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_{n-1}(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & e_n(\lambda) \end{pmatrix},$$

   де $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_n(\lambda) \in P[\lambda]$;

2) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_{n-1}(\lambda)$ ділить наступний, розміщений за ним на діагоналі, тобто для довільного $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, якщо $e_i(\lambda) \neq 0$, то $e_i(\lambda) | e_{i+1}(\lambda)$;

3) кожен ненульовий многочлен серед многочленів $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_n(\lambda)$ має старший коефіцієнт 1.

Приклади канонічних λ-матриць над полем $\mathbb{R}$.

Приклади канонічних λ-матриць над полем $\mathbb{R}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Приклади канонічних λ-матриць над полем $\mathbb{R}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Приклади канонічних λ-матриць над полем $\mathbb{R}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda+3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^2-9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)) ,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)) ,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.
Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.
Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.

Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.

Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею, то вона вже є канонічною матрицею.

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.
Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.
Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею, то вона вже є канонічною матрицею. Нехай A — ненульова матриця,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.
Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.
Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею, то вона вже є канонічною матрицею. Нехай A — ненульова матриця, тобто деякий, скажімо, елемент матриці, що знаходиться в i-му рядку та j-му стовпцю,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda))\,,$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.

Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею, то вона вже є канонічною матрицею. Нехай A — ненульова матриця, тобто деякий, скажімо, елемент матриці, що знаходиться в i-му рядку та j-му стовпцю, не дорівнює нулю,

Теорема 1

Будь-яка квадратна λ-матриця над полем P є еквівалентною деякій канонічній λ-матриці.

Доведення.

Теорему будемо доводити методом математичної індукції за порядком n, розглядуваних λ-матриць. Розглянемо довільну λ-матрицю порядку 1:

$$A = (a(\lambda)),$$

де $a(\lambda)$ — деякий многочлен із $P[\lambda]$. Якщо $a(\lambda) = 0$ або ж, у протилежному випадку, старший коефіцієнт многочлена $a(\lambda)$ дорівнює 1, то A вже є канонічною λ-матрицею. У іншому випадку помножимо рядок матриці A на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $a(\lambda)$ і ми одержимо за допомогою елементарного перетворення канонічну λ-матрицю.

Припустимо, що твердження теореми справджується для всіх λ-матриць, порядок яких менший за деяке фіксоване натуральне число n.

Розглянемо довільну λ-матрицю A порядку n. Якщо A є нульовою матрицею, то вона вже є канонічною матрицею. Нехай A — ненульова матриця, тобто деякий, скажімо, елемент матриці, що знаходиться в i-му рядку та j-му стовпцю, не дорівнює нулю, де $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.
Позначимо через Ω

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.
Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.
Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного,

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного i

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного $i \in \{2, 3, \dots, n\}$

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ та $b_{1i}(\lambda)$

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ та $b_{1i}(\lambda)$ діляться на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Якщо поміняти спочатку 1-й та i-ий рядки λ-матриці A, а потім у одержаній матриці — 1-й та j-ий стовпці, ми отримаємо матрицю, що еквівалентна λ-матриці A і яка містить у першому рядку і першому стовпцю ненульовий елемент.

Позначимо через Ω множину всіх матриць, що еквівалентні λ-матриці A. А через ω — множину всіх степенів ненульових многочленів, що знаходиться у першому рядку і першому стовпцю всеможливих λ-матриць із множини Ω. Оскільки

$$\omega \subset \mathbb{N} \cup \{0\},$$

тобто множина ω є підмножиною множини невід'ємних цілих чисел, то в ній існує найменший елемент k. Нехай B — матриця із множини Ω, яка містить у першому рядку і першому стовпцю многочлен степеня k і

$$B = \begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & b_{12}(\lambda) & \dots & b_{1n}(\lambda) \\ b_{21}(\lambda) & b_{22}(\lambda) & \dots & b_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(\lambda) & b_{n2}(\lambda) & \dots & b_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Покажемо від протилежного, для довільного $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ та $b_{1i}(\lambda)$ діляться на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Припустимо, що для деякого i

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda),$$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.
Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого i

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.
Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.
Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.
Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.
Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.
Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен,

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{31}(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{31}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.
Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.
Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{31}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$ і т. д.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{31}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$ і т. д. Аналогічні перетворення виконаємо над стовпцями.

Доведення.

Припустимо, що для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{i1}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$. Нехай $q(\lambda)$ — частка, а $r(\lambda)$ — остача при діленні $b_{i1}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Тоді

$$b_{i1}(\lambda) = b_{11}(\lambda)q(\lambda) + r(\lambda), \qquad r(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $r(\lambda)$ менша за k. Додамо до i-го рядка λ-матриці B перший, помножений на $-q(\lambda)$, а далі у одержаній матриці поміняємо місцями перший та i-ий рядки. Одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} r(\lambda) & \ldots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці B, а отже, і A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Аналогічно одержимо суперечність, якщо для деякого $i \in \{2, 3, \ldots, n\}$ многочлени $b_{1i}(\lambda)$ не ділиться на $b_{11}(\lambda)$.

Далі додамо до 2-го рядка λ-матриці B перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{21}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$. Потім у одержаній матриці додамо 3-го рядка перший, помножений на многочлен, протилежний до частки при діленні $b_{31}(\lambda)$ на $b_{11}(\lambda)$ і т. д. Аналогічні перетворення виконаємо над стовпцями.

Доведення.

У результаті одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Доведення.

У результаті одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Помножимо перший рядок цієї матриці на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $b_{11}(\lambda)$.

Доведення.

У результаті одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Помножимо перший рядок цієї матриці на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $b_{11}(\lambda)$. Одержимо матрицю

$$C = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega,$$

Доведення.

У результаті одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Помножимо перший рядок цієї матриці на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $b_{11}(\lambda)$. Одержимо матрицю

$$C = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega,$$

де $e_1(\lambda)$ — многочлен степеня k із $P[\lambda]$ із старшим коефіцієнтом 1.

Доведення.

У результаті одержимо матрицю вигляду

$$\begin{pmatrix} b_{11}(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Помножимо перший рядок цієї матриці на обернений елемент до старшого коефіцієнта многочлена $b_{11}(\lambda)$. Одержимо матрицю

$$C = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega,$$

де $e_1(\lambda)$ — многочлен степеня k із $P[\lambda]$ із старшим коефіцієнтом 1.

Доведення.

За індуктивним припущенням λ-матриця порядку $n-1$

$$\begin{pmatrix} b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}$$

еквівалентна деякій канонічній матриці

$$\begin{pmatrix} e_2(\lambda) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_n(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Доведення.

За індуктивним припущенням λ-матриця порядку $n-1$

$$\begin{pmatrix} b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}$$

еквівалентна деякій канонічній матриці

$$\begin{pmatrix} e_2(\lambda) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_n(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Здійснимо ці ж елементарні перетворення

Доведення.

За індуктивним припущенням λ-матриця порядку $n-1$

$$\begin{pmatrix} b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}$$

еквівалентна деякій канонічній матриці

$$\begin{pmatrix} e_2(\lambda) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_n(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Здійснимо ці ж елементарні перетворення над відповідними рядками та стовпцями λ-матриці C.

Доведення.

За індуктивним припущенням λ-матриця порядку $n-1$

$$\begin{pmatrix} b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}$$

еквівалентна деякій канонічній матриці

$$\begin{pmatrix} e_2(\lambda) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_n(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Здійснимо ці ж елементарні перетворення над відповідними рядками та стовпцями λ-матриці C. Очевидно, перший рядок і перший стовпець матриці C не зміняться.

Доведення.

За індуктивним припущенням λ-матриця порядку $n-1$

$$\begin{pmatrix} b'_{22}(\lambda) & \dots & b'_{2n}(\lambda) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n2}(\lambda) & \dots & b'_{nn}(\lambda) \end{pmatrix}$$

еквівалентна деякій канонічній матриці

$$\begin{pmatrix} e_2(\lambda) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e_n(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Здійснимо ці ж елементарні перетворення над відповідними рядками та стовпцями λ-матриці C. Очевидно, перший рядок і перший стовпець матриці C не зміняться. Тому одержимо матрицю

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & & & 0 \\ & e_2(\lambda) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e_n(\lambda) \end{pmatrix} \in \Omega.$$

Доведення.

Для завершення доведення теореми

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так,

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка,

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda),$$

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.
Додамо до першого рядка матриці K другий,

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший,

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.
Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці. Одержимо λ-матрицю

$$\begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці. Одержимо λ-матрицю

$$\begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці A.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці. Одержимо λ-матрицю

$$\begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці A. Тому ця матриця належить множині Ω, Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.

Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці. Одержимо λ-матрицю

$$\begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B.

Доведення.

Для завершення доведення теореми досить показати, що многочлен $e_1(\lambda)$ ділить многочлен $e_2(\lambda)$. Якщо це не так, то знову ж таки нехай Нехай $\bar{q}(\lambda)$ — частка, а $\bar{r}(\lambda)$ — остача при діленні $e_2(\lambda)$ на $e_1(\lambda)$. Тоді

$$e_2(\lambda) = e_1(\lambda)\bar{q}(\lambda) + \bar{r}(\lambda), \qquad \bar{r}(\lambda) \neq 0$$

і степінь многочлена $\bar{r}(\lambda)$ менша за k.
Додамо до першого рядка матриці K другий, а далі до другого стовпця нової матриці перший, помножений на $-\bar{q}(\lambda)$ і поміняємо місцями перший і другий стопці. Одержимо λ-матрицю

$$\begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) & \dots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

яка еквівалентна λ-матриці A. Тому ця матриця належить множині Ω, а це суперечить вибору матриці B. Теорема доведена. $\square$

Нехай A — деяка λ-матриця

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n.

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A.

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1.

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю,

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \dots, n-1\}$

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$,

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.

Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B —

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.

Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P.

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P. Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A,

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P. Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то для довільного $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P. Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то для довільного $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджується рівність

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P. Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то для довільного $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджується рівність

$$\mathcal{D}_k(B) = \mathcal{D}_k(A).$$

Нехай A — деяка λ-матриця порядку n над полем P, k — деяке натуральне число, не більше за n. Якщо хоча б один із мінорів k-го порядку λ-матриці A не дорівнює нулю, то позначимо через $\mathcal{D}_k(A)$ найбільший спільний дільник всіх мінорів k-го порядку λ-матриці A. Вважатимемо, що многочлен $\mathcal{D}_k(A)$ має старший коефіцієнт 1. Якщо ж всі мінори k-го порядку λ-матриці A дорівнюють нулю, то за означенням $\mathcal{D}_k(A) = 0$.
Очевидно, якщо для деякого $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ справджується рівність $\mathcal{D}_k(A) = 0$, то за теоремою Лапласа також справджуються рівності

$$\mathcal{D}_{k+1}(A) = \ldots = \mathcal{D}_n(A) = 0.$$

Теорема 2

Нехай A і B — деякі λ-матриці порядку n над полем P. Якщо λ-матриця B еквівалентна λ-матриці A, то для довільного $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджується рівність

$$\mathcal{D}_k(B) = \mathcal{D}_k(A).$$

Завдання для самостійної роботи.

Довести теорему.

Теорема 3

Будь-яка λ*-матриця порядку* n *над полем* P

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці.

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця,

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A,

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A),$$

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)},$$

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \quad \dots, \quad e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},$$

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \quad \ldots, \quad e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},$$
$$e_{k+1}(\lambda) = \ldots = e_n(\lambda) = 0,$$

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \quad \dots, \quad e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},$$
$$e_{k+1}(\lambda) = \dots = e_n(\lambda) = 0,$$

де k — таке натуральне число,

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \quad \dots, \quad e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},$$
$$e_{k+1}(\lambda) = \dots = e_n(\lambda) = 0,$$

де k — таке натуральне число, що $\mathcal{D}_k(A) \neq 0$,

Теорема 3

Будь-яка λ-матриця порядку n над полем P еквівалентна єдиній канонічній матриці. Причому, якщо

$$K = \begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна λ-матриці A, то

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A), \quad e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \quad \dots, \quad e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},$$
$$e_{k+1}(\lambda) = \dots = e_n(\lambda) = 0,$$

де k — таке натуральне число, що $\mathcal{D}_k(A) \neq 0$, а $\mathcal{D}_{k+1}(A) = 0$.

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P.

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці.

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1).

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$.

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0,

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k —

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число,

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$,

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$, а $e_{k+1}(\lambda) = 0$.

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$, а $e_{k+1}(\lambda) = 0$. Тоді, оскільки

$$e_1(\lambda) \mid e_{j_1}(\lambda),$$

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\ldots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \ldots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$, а $e_{k+1}(\lambda) = 0$. Тоді, оскільки

$$e_1(\lambda) \mid e_{j_1}(\lambda), \quad e_2(\lambda) \mid e_{j_2}(\lambda),$$

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\dots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \dots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$, а $e_{k+1}(\lambda) = 0$. Тоді, оскільки

$$e_1(\lambda) \mid e_{j_1}(\lambda), \quad e_2(\lambda) \mid e_{j_2}(\lambda), \quad \dots, \quad e_i(\lambda) \mid e_{j_i}(\lambda)$$

для довільного натурального i, не більшого за k,

Доведення.

Нехай A — деяка задана λ-матриця порядку n над полем P. За теоремою 1 λ-матриця A еквівалентна деякій канонічній матриці. Нехай цією канонічною матрицею є матриця (1). За теоремою 2 для довільного натурального i не більшого за n справджується рівність $\mathcal{D}_i(K) = \mathcal{D}_i(A)$. Для будь-якого натурального i не більшого за n мінор i-го порядку матриці K або дорівнює 0, або дорівнює

$$e_{j_1}(\lambda)e_{j_2}(\lambda)\cdots e_{j_i}(\lambda),$$

для деяких натуральних j_1, j_2, $\dots j_i$ таких що

$$j_1 < j_2 < \dots j_i \leq n.$$

Нехай k — таке натуральне число, що $e_k(\lambda) \neq 0$, а $e_{k+1}(\lambda) = 0$. Тоді, оскільки

$$e_1(\lambda) \mid e_{j_1}(\lambda), \quad e_2(\lambda) \mid e_{j_2}(\lambda), \quad \dots, \quad e_i(\lambda) \mid e_{j_i}(\lambda)$$

для довільного натурального i, не більшого за k, то

$$\mathcal{D}_i(K) = e_1(\lambda)e_2(\lambda)\cdots e_i(\lambda).$$

Доведення.

Звідси

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K)$$

Доведення.

Звідси

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A),$$

Доведення.

Звідси

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A),$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)}$$

Доведення.

Звідси

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A),$$
$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)},$$

Доведення.

Звідси

$$
\begin{aligned}
e_1(\lambda) &= \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A), \\
e_2(\lambda) &= \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \\
&\quad \cdots\cdots \\
e_k(\lambda) &= \frac{\mathcal{D}_k(K)}{\mathcal{D}_{k-1}(K)}
\end{aligned}
$$

Доведення.

Звідси

$$
\begin{aligned}
e_1(\lambda) &= \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A), \\
e_2(\lambda) &= \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \\
&\cdots\cdots\cdots \\
e_k(\lambda) &= \frac{\mathcal{D}_k(K)}{\mathcal{D}_{k-1}(K)} = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)},
\end{aligned}
$$

Доведення.

Звідси

$$\begin{gathered}
e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A), \\
e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \\
\cdots\cdots \\
e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(K)}{\mathcal{D}_{k-1}(K)} = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)}, \\
e_{k+1}(\lambda) = \mathcal{D}_k(A) = 0,
\end{gathered}$$

Доведення.

Звідси

$$\begin{gathered}
e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A), \\
e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \\
\dots\dots\dots \\
e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(K)}{\mathcal{D}_{k-1}(K)} = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)}, \\
e_{k+1}(\lambda) = \mathcal{D}_k(A) = 0, \\
\dots\dots\dots \\
e_n(\lambda) = \mathcal{D}_n(A) = 0.
\end{gathered}$$

Доведення.

Звідси

$$
\begin{gathered}
e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(K) = \mathcal{D}_1(A), \\
e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(K)}{\mathcal{D}_1(K)} = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}, \\
\dots\dots\dots \\
e_k(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_k(K)}{\mathcal{D}_{k-1}(K)} = \frac{\mathcal{D}_k(A)}{\mathcal{D}_{k-1}(A)}, \\
e_{k+1}(\lambda) = \mathcal{D}_k(A) = 0, \\
\dots\dots\dots \\
e_n(\lambda) = \mathcal{D}_n(A) = 0.
\end{gathered}
$$

Теорема доведена. □

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця,

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A порядку n над полем P.

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A порядку n над полем P. Многочлени $e_1(\lambda)$,

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A порядку n над полем P. Многочлени $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$,

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A порядку n над полем P. Многочлени $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, $\dots$, $e_n(\lambda)$

Означення 4

Нехай

$$\begin{pmatrix} e_1(\lambda) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2(\lambda) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e_n(\lambda) \end{pmatrix}$$

— канонічна λ-матриця, що еквівалентна деякій заданій λ-матриці A порядку n над полем P. Многочлени $e_1(\lambda)$, $e_2(\lambda)$, ..., $e_n(\lambda)$ називаються інваріантними множниками матриці A.

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці.

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ.

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ. Оскільки λ,

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ. Оскільки λ, очевидно, ділить всі інші елементи матриці A,

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ. Оскільки λ, очевидно, ділить всі інші елементи матриці A, то $\mathcal{D}_1(A) = \lambda$.
Обчислюємо всі мінори 2-го порядку матриці A:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda \end{vmatrix} = 2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2,$$

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ. Оскільки λ, очевидно, ділить всі інші елементи матриці A, то $\mathcal{D}_1(A) = \lambda$.
Обчислюємо всі мінори 2-го порядку матриці A:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda \end{vmatrix} = 2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5 + \lambda^4,$$

Теорема 3 вказує на один із методів знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Знайдемо канонічний вигляд наступної λ-матриці

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{pmatrix}.$$

Мінорами 1-го порядку матриці A є елементи матриці. Найбільшим спільним дільником многочленів λ^2 і $\lambda^2 - \lambda$ є многочлен λ. Оскільки λ, очевидно, ділить всі інші елементи матриці A, то $\mathcal{D}_1(A) = \lambda$.
Обчислюємо всі мінори 2-го порядку матриці A:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda \end{vmatrix} = 2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5 + \lambda^4,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5 - 6\lambda^4 - 4\lambda^3 + 3\lambda^2,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -3\lambda^3-3\lambda^2,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -3\lambda^3-3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = -2\lambda^4-2\lambda^3,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -3\lambda^3-3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = -2\lambda^4-2\lambda^3,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^5-2\lambda^4-\lambda^3,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \end{vmatrix} = \lambda^5-6\lambda^4-4\lambda^3+3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -3\lambda^3-3\lambda^2,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda \end{vmatrix} = -2\lambda^4-2\lambda^3,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^5-2\lambda^4-\lambda^3,$$

$$\begin{vmatrix} 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^5+4\lambda^4+5\lambda^3.$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.

Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4+\lambda^3-\lambda^2$ і $\lambda^5+\lambda^4$ є многочлен $\lambda^3+\lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3+\lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A)=\lambda^3+\lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6-2\lambda^5-\lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A)=\lambda^6+2\lambda^5+\lambda^4$.
За теоремою 3

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.

Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.

За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)} = \frac{\lambda^3 + \lambda^2}{\lambda}$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4+\lambda^3-\lambda^2$ і $\lambda^5+\lambda^4$ є многочлен $\lambda^3+\lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3+\lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A)=\lambda^3+\lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6-2\lambda^5-\lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A)=\lambda^6+2\lambda^5+\lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda)=\mathcal{D}_1(A)=\lambda,$$

$$e_2(\lambda)=\frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}=\frac{\lambda^3+\lambda^2}{\lambda}=\lambda^2+\lambda,$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)} = \frac{\lambda^3 + \lambda^2}{\lambda} = \lambda^2 + \lambda,$$

$$e_3(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_3(A)}{\mathcal{D}_2(A)}$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4+\lambda^3-\lambda^2$ і $\lambda^5+\lambda^4$ є многочлен $\lambda^3+\lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3+\lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A)=\lambda^3+\lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6-2\lambda^5-\lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A)=\lambda^6+2\lambda^5+\lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda)=\mathcal{D}_1(A)=\lambda,$$

$$e_2(\lambda)=\frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)}=\frac{\lambda^3+\lambda^2}{\lambda}=\lambda^2+\lambda,$$

$$e_3(\lambda)=\frac{\mathcal{D}_3(A)}{\mathcal{D}_2(A)}=\frac{\lambda^6+2\lambda^5+\lambda^4}{\lambda^3+\lambda^2}$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)} = \frac{\lambda^3 + \lambda^2}{\lambda} = \lambda^2 + \lambda,$$

$$e_3(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_3(A)}{\mathcal{D}_2(A)} = \frac{\lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4}{\lambda^3 + \lambda^2} = \lambda^3 + \lambda^2.$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Найбільшим спільним дільником многочленів $2\lambda^4 + \lambda^3 - \lambda^2$ і $\lambda^5 + \lambda^4$ є многочлен $\lambda^3 + \lambda^2$. Неважко показати, що $\lambda^3 + \lambda^2$ ділить всі інші мінори 2-го порядку матриці A. Тому $\mathcal{D}_2(A) = \lambda^3 + \lambda^2$.
Нарешті єдиним мінором 3-го порядку є детермінант матриці A

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2 - \lambda & 3\lambda^2 - \lambda & \lambda^3 + 4\lambda^2 - 3\lambda \\ \lambda^2 + \lambda & \lambda^2 + \lambda & 3\lambda^2 + 3\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^6 - 2\lambda^5 - \lambda^4.$$

Отже, $\mathcal{D}_3(A) = \lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4$.
За теоремою 3 елементарними дільниками λ-матриці A є многочлени:

$$e_1(\lambda) = \mathcal{D}_1(A) = \lambda,$$

$$e_2(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_2(A)}{\mathcal{D}_1(A)} = \frac{\lambda^3 + \lambda^2}{\lambda} = \lambda^2 + \lambda,$$

$$e_3(\lambda) = \frac{\mathcal{D}_3(A)}{\mathcal{D}_2(A)} = \frac{\lambda^6 + 2\lambda^5 + \lambda^4}{\lambda^3 + \lambda^2} = \lambda^3 + \lambda^2.$$

Приклад знаходження канонічної матриці.

Приклад знаходження канонічної матриці.

Шуканою канонічною матрицею є

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2+\lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^3+\lambda^2 \end{pmatrix}.$$