Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Лектор — доц. Ігор Шапочка

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

22 травня 2023 року

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \ldots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \ldots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n.
Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n.
Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$).

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \ldots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \ldots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n,

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ. Нехай

$$\varphi(b_1) = \beta_1 b_1,$$

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ. Нехай

$$\varphi(b_1) = \beta_1 b_1, \quad \varphi(b_2) = \beta_2 b_2,$$

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ. Нехай

$$\varphi(b_1) = \beta_1 b_1, \quad \varphi(b_2) = \beta_2 b_2, \quad \dots, \quad \varphi(b_n) = \beta_n b_n,$$

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм.
Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ. Нехай

$$\varphi(b_1) = \beta_1 b_1, \quad \varphi(b_2) = \beta_2 b_2, \quad \dots, \quad \varphi(b_n) = \beta_n b_n,$$

для деяких дійсних чисел β_1, β_2, ..., β_n.

У подальшому ми застосуємо теорію скінченновимірних евклідових просторів та їх лінійних операторів до вивчення дійсних квадратичних форм. Нехай f — деяка дійсна квадратична форма від змінних x_1, x_2, ..., x_n, а

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

— її матриця, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.
Розглянемо деякий скінченновимірний евклідовий простір L розмірності n. Виберемо довільним чином ортонормований базис e_1, e_2, ..., e_n в L (наприклад, за L можна взяти $\mathbb{R}^n$, а за базис — канонічний базис простору $\mathbb{R}^n$). Нехай φ — лінійний оператор евклідового простору L, який задається матрицею A у базисі e_1, e_2, ..., e_n. Оскільки A — симетрична матриця, то φ є симетричним оператором евклідового простору L. За основною теоремою про симетричні оператори в L існує ортонормований базис b_1, b_2, ..., b_n, який складається з власних векторів симетричного оператора φ. Нехай

$$\varphi(b_1) = \beta_1 b_1, \quad \varphi(b_2) = \beta_2 b_2, \quad \dots, \quad \varphi(b_n) = \beta_n b_n,$$

для деяких дійсних чисел β_1, β_2, ..., β_n. Зауважимо, що серед цих чисел можуть бути однакові.

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно.

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$,

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n.

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda - \beta_1)(\lambda - \beta_2)\cdots(\lambda - \beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A - \lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_n \end{pmatrix}.$$

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda - \beta_1)(\lambda - \beta_2)\cdots(\lambda - \beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A - \lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_n \end{pmatrix}.$$

Далі, нехай Q — матриця переходу від базису e_1, e_2, ..., e_n до базису b_1, b_2, ..., b_n.

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B=\begin{pmatrix}\beta_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \beta_2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \beta_n\end{pmatrix}.$$

Далі, нехай Q — матриця переходу від базису e_1, e_2, ..., e_n до базису b_1, b_2, ..., b_n. Тоді для матриць A і B,

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B=\begin{pmatrix}\beta_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \beta_2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \beta_n\end{pmatrix}.$$

Далі, нехай Q — матриця переходу від базису e_1, e_2, ..., e_n до базису b_1, b_2, ..., b_n. Тоді для матриць A і B, як матриць одного й того ж лінійного оператора φ скінченновимірного лінійного простору L

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B=\begin{pmatrix}\beta_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \beta_2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \beta_n\end{pmatrix}.$$

Далі, нехай Q — матриця переходу від базису e_1, e_2, ..., e_n до базису b_1, b_2, ..., b_n. Тоді для матриць A і B, як матриць одного й того ж лінійного оператора φ скінченновимірного лінійного простору L у різних базисах цього простору,

Всі вони є власними значеннями симетричного оператора φ і визначаються цим оператором однозначно. Також нагадаємо, що многочлен

$$(-1)^n(\lambda-\beta_1)(\lambda-\beta_2)\cdots(\lambda-\beta_n)$$

є характеристичним многочленом лінійного оператора φ і, отже, дорівнює $|A-\lambda E|$, де E — одинична матриця порядку n. Матриця B симетричного оператора φ у базисі b_1, b_2, ..., b_n має вигляд

$$B=\begin{pmatrix}\beta_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \beta_2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \beta_n\end{pmatrix}.$$

Далі, нехай Q — матриця переходу від базису e_1, e_2, ..., e_n до базису b_1, b_2, ..., b_n. Тоді для матриць A і B, як матриць одного й того ж лінійного оператора φ скінченновимірного лінійного простору L у різних базисах цього простору, справджується рівність

$$B=Q^{-1}AQ. \tag{1}$$

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

З іншого боку, позаяк обидва базиси e_1, e_2, $\ldots$, e_n та b_1, b_2, $\ldots$, b_n є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q,

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, З іншого боку, позаяк обидва базиси e_1, e_2, ..., e_n та b_1, b_2, ..., b_n є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних x_1, x_2, ..., x_n, а Y — стовпець змінних y_1, y_2, ..., y_n.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим,

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \dots, e_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \dots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями. Виконаємо це перетворення у квадратичній формі f.

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями. Виконаємо це перетворення у квадратичній формі f. З рівності (1)

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \dots, e_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \dots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями. Виконаємо це перетворення у квадратичній формі f. З рівності (1) і закону зміни квадратичної форми слідує,

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями. Виконаємо це перетворення у квадратичній формі f. З рівності (1) і закону зміни квадратичної форми слідує, що в результаті ортогонального перетворення (3)

З іншого боку, позаяк обидва базиси $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ є ортонормованими базисами, то матриця Q є ортогональною. Отже, $Q^{-1} = Q^T$. Тому рівність (1) можна переписати у вигляді

$$B = Q^T AQ. \tag{2}$$

Розглянемо тепер лінійне перетворення змінних

$$X = QY \tag{3}$$

з матрицею Q, де X — стовпець змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а Y — стовпець змінних $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Це лінійне перетворення змінних є невиродженим, бо матриця цього перетворення є ортогональною. Такі лінійній перетворення змінних називають ортогональними перетвореннями. Виконаємо це перетворення у квадратичній формі f. З рівності (1) і закону зміни квадратичної форми слідує, що в результаті ортогонального перетворення (3) ми одержимо квадратичну форму канонічного вигляду

$$\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2.$$

Нами доведено наступну теорему.

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$.

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A,

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A, кожний з яких повторюється у канонічному вигляді стільки раз,

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A, кожний з яких повторюється у канонічному вигляді стільки раз, яка його кратність.

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A, кожний з яких повторюється у канонічному вигляді стільки раз, яка його кратність.

Приведений вище алгоритм знаходження квадратичної форми канонічного вигляду,

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A, кожний з яких повторюється у канонічному вигляді стільки раз, яка його кратність.

Приведений вище алгоритм знаходження квадратичної форми канонічного вигляду, що еквівалентна деякій даній дійсній квадратичній формі

Нами доведено наступну теорему.

Теорема 1

Будь-яку дійсну квадратичну форму від n змінних з матрицею A деяким ортогональним перетворенням змінних можна звести до канонічного вигляду $\beta_1 y_1^2 + \beta_2 y_2^2 + \cdots + \beta_n y_n^2$. Коефіцієнтами цього вигляду є корені характеристичного многочлена $|A - \lambda E|$ матриці A, кожний з яких повторюється у канонічному вигляді стільки раз, яка його кратність.

Приведений вище алгоритм знаходження квадратичної форми канонічного вигляду, що еквівалентна деякій даній дійсній квадратичній формі називається зведенням дійсної квадратичної форми до головних осей.

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей.

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми,

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо корені характеристичного многочлена матриці A

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо корені характеристичного многочлена матриці A

$$\begin{vmatrix} 11-\lambda & 2 & -8 \\ 2 & 2-\lambda & 10 \\ -8 & 10 & 5-\lambda \end{vmatrix}$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо корені характеристичного многочлена матриці A

$$\begin{vmatrix} 11-\lambda & 2 & -8 \\ 2 & 2-\lambda & 10 \\ -8 & 10 & 5-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 18\lambda^2 + 81\lambda - 1458$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо корені характеристичного многочлена матриці A

$$\begin{vmatrix} 11-\lambda & 2 & -8 \\ 2 & 2-\lambda & 10 \\ -8 & 10 & 5-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 18\lambda^2 + 81\lambda - 1458 =$$
$$= -(\lambda - 9)(\lambda - 18)(\lambda + 9).$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Знайдемо канонічний вигляд квадратичної форми

$$11x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xy - 16xz + 20yz,$$

зведенням її до головних осей. Для цього випишемо матрицю цієї квадратичної форми, зважаючи на наступний природний порядок змінних x, y, z

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Знаходимо корені характеристичного многочлена матриці A

$$\begin{vmatrix} 11-\lambda & 2 & -8 \\ 2 & 2-\lambda & 10 \\ -8 & 10 & 5-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 18\lambda^2 + 81\lambda - 1458 =$$

$$= -(\lambda - 9)(\lambda - 18)(\lambda + 9).$$

Таким чином задана квадратична форма еквівалентна квадратичній формі

$$9X^2 + 18Y^2 - 9Z^2.$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$,

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми.

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Тому матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Тому матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

є матрицею ортогонального перетворення невідомих x, y, z

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Тому матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

є матрицею ортогонального перетворення невідомих x, y, z у нові невідомі X, Y, Z,

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Тому матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

є матрицею ортогонального перетворення невідомих x, y, z у нові невідомі X, Y, Z, за допомогою якого можна одержати квадратичну форму канонічного вигляду

Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей

Далі знаходимо ортонормований базис евклідового простору $\mathbb{R}^3$, який складається з власних векторів симетричного оператора, який у канонічному базисі $\mathbb{R}^3$ має матрицю, що співпадає з матрицею даної квадратичної форми. Таким базисом, наприклад, є наступна система векторів

$$i' = \left(\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}\right), \qquad j' = \left(-\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right), \qquad k' = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{2}{3}, \tfrac{2}{3}\right).$$

Тому матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

є матрицею ортогонального перетворення невідомих x, y, z у нові невідомі X, Y, Z, за допомогою якого можна одержати квадратичну форму канонічного вигляду із даної квадратичної форми.