

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ

В.Ю. Лазур, В.В. Рубіш, Р.М. Плекан, С.М. Кузьма

ПЕРЕДАЧА КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ
НА ДОВІЛЬНІ ВІДСТАНІ
ВІД ОДНОГО ДВОРІВНЕВОГО АТОМА ДО ІНШОГО

Навчально-методичний посібник

УЖГОРОД–2023

Лазур В.Ю., Рубіш В.В., Плекан Р.М., Кузьма С.М. Передача квантової інформації на довільні відстані від одного дворівневого атома до іншого: навчально-методичний посібник. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2023. – 58 с.

Посібник створено для студентів фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ» спеціальностей 125 «Кібербезпека» та 172 «Електронні комунікації та радіотехніка». В ньому досліджується процес передачі квантової інформації на довільні відстані від одного дворівневого атома до іншого. Такі системи з двох однакових дворівневих атомів, що селективно взаємодіють з полем реальних фотонів можуть використовуватися для фізичної реалізації двокубітового квантового комп'ютера. Однокубітовий логічний елемент NOT можна виконати шляхом впливу на окремий атом-кубіт зовнішніми короткими оптичними імпульсами. Для виконання двокубітової логічної операції CNOT необхідно врахувати взаємодію кубітів між собою в полі зовнішнього випромінювання.

Посібник розраховано на студентів фізико-математичних та інженерних спеціальностей університетів.

Розробники:

Лазур Володимир Юрійович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ».

Рубіш Василь Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ».

Плекан Руслан Мар'янович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ».

Кузьма Світлана Михайлівна, аспірантка кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ».

Рецензент:

доктор фізико-математичних наук, професор,
провідний науковий співробітник відділу електронних процесів і
елементарних взаємодій ІЕФ НАН України

Гайсак М.І.

Відповідальний за випуск:

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики
фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ» Карбованець М.І.

*Рекомендовано до друку методичною комісією фізичного факультету
(протокол № 10 від 28 червня 2023 року)*

©Лазур В.Ю., Рубіш В.В., Плекан Р.М., Кузьма С.М., 2023 р.

©ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2023 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ДВОАТОМНИХ СИСТЕМ	7
1.1 Оператор електричної диполь-дипольної взаємодії двох нейтральних атомів на довільній відстані один від одного	7
1.2 Енергія резонансної взаємодії атомів на довільних відстанях . .	9
1.3 Ширини симетричного і антисиметричного станів двох тотожних атомів	19
1.4 Лінійні стаціонарні оптичні розмірні резонанси в ближньопольній взаємодії атомів	25
2 ЧАС ПЕРЕДАЧІ КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ	28
2.1 Система часових рівнянь для амплітуд станів у дворівневому наближенні	28
2.2 Квантова телепортація і резонансна передача інформації від одного атома-кубіта до іншого	39
ВИСНОВКИ	53
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	54

ВСТУП

Одною з основних фізичних проблем, пов'язаних з реалізацією ідеї квантового комп'ютера і квантових обчислень, слід виділити пошук фізичних процесів, що виконують логічні операції [1]. У роботах [2–4] було запропоновано принцип дії квантового комп'ютера на основі електричних дипольних переходів у спектрі дворівневих атомів, що селективно взаємодіють з короткими інтенсивними оптичними імпульсами.

Стандартною моделлю для опису процесів резонансної передачі квантової інформації на довільній відстані слугує система з двох однакових дворівневих атомів, один з яких опромінюється полем реальних фотонів. Вивчення різних режимів динаміки такої модельної системи при її взаємодії з полем реальних фотонів може послужити основою для створення елементної бази квантових комп'ютерів. Елегантне теоретичне доведення принципової можливості передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого було дано А. С. Давидовим [5], а також О.Н. Гадамським і К.К. Алтуніним у згаданій вище праці [2].

Однією з ключових проблем у розумінні процесів резонансної передачі квантової інформації на довільній відстані є проблема двох взаємодіючих електронів, що належать двом різним атомам, які знаходяться на довільній відстані один від одного. Її вивченню присвячено значне число праць (див. [2, 6–15] і цитовані там посилання). Основний результат вказаних праць полягає в тому, що присутність другого атома може істотно змінити час життя збудженого стану даного атома; ця зміна часу життя залежить від взаємної орієнтації дипольних моментів переходу атомів і від відстані між ними. Незважаючи на наявні численні публікації з дослідження резонансної взаємодії атомів, багато аспектів цієї взаємодії залишаються до цього часу маловивченими, особливо для двох нейтральних атомів, що знаходяться на довільних відстанях один від одного.

У зв'язку з бурхливим розвитком квантової оптики останнім часом усе більший інтерес викликають багаточастинкові задачі, що описують системи кубітів, керовані зовнішніми полями [1]. Існує безліч різних квантових систем, що моделюють кубіти – носії одиниці квантової інформації [1, 16]. Одним з можливих варіантів є використання в цій якості дворівневих атомів. Зазвичай зв'язок атомів у задачах квантової оптики і квантової інформатики здійснюється за допомогою запізнюючої взаємодії атомів між собою, а когерентний контроль системи здійснюється за рахунок їх взаємодії з полем реальних фотонів [1, 17, 18]. Дослідження квантових переходів при взаємодії двоатомної системи з полем реальних фотонів є добре відомим способом вивчення проблем, від успішного вирішення яких залежить створення повномасштабного квантового комп'ютера. Розмаїття фізичних явищ, які відбуваються в таких системах, дозволяє, з одного боку, з'ясувати тонкі деталі міжатомної взаємодії, а з іншого – зрозуміти механізми передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого на довільній міжатомній відстані, які мають винятково важливе практичне значення (на-

приклад, для реалізації двокубітової логічної операції CNOT).

Результати останніх експериментів групи М. Саффмана [19] показують, що підвищення точності двокубітових квантових логічних операцій з нейтральними холодними атомами вимагає глибшого вивчення фізичних процесів, які відбуваються в системі двох кубітів при селективному збудженні одного з них полем реальних фотонів. Перспективні схеми реалізації двокубітових квантових логічних операцій з нейтральними атомами можуть ґрунтуватися на ефекті резонансної передачі квантової інформації між двома віддаленими кубітами з урахуванням запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів у полі реальних фотонів. У цих схемах у якості квантових інформаційних каналів зв'язку можуть використовуватися сплутані колективні (симетричний та антисиметричний) стани системи з двох однакових дворівневих атомів. Завдяки своїм кореляційним властивостям [20], сплутані стани відіграють фундаментальну роль у процесах маніпулювання квантовою інформацією. По суті, явище сплутування станів є парадигмою квантової інформатики. У даний час ці стани продовжують залишатися об'єктом інтенсивних експериментальних та теоретичних досліджень [1, 16–18, 21].

У зв'язку з проблемою передачі квантової інформації на довільні міжатомні відстані слід згадати передусім про так звану квантову телепортацію. Процес квантової телепортації був запропонований у праці [20] і за своєю фізичною суттю зводиться до перенесення невідомого квантового стану з однієї частинки на іншу без прямої взаємодії між ними. Для здійснення такого перенесення необхідно мати заздалегідь приготований сплутаний квантовий стан пари частинок (наприклад, ЕПР-пара [22]), а також звичайний класичний канал зв'язку, що дозволяє передавати класичні повідомлення між передавачем і приймачем (які зазвичай називають Алісою та Бобом). На певному етапі процедури квантової телепортації ключова інформація про стан, що телепортується, виявляється зашифрованою в класичному повідомленні, яке передається звичайним класичним інформаційним каналом. Використовуючи цю інформацію (два класичні біти на один телепортований кубіт), на останньому етапі можна відновити вихідний квантовий стан, що підлягає телепортації [23].

Процес передачі квантової інформації від одного атома до іншого за рахунок резонансної взаємодії атомів досліджувався раніше [2, 5] при досить жорсткій умові, що час τ обміну збудженнями між атомами значно менший часу життя Γ_n^{-1} атома у збудженому стані $|n\rangle$. Проте такий підхід прийнятний лише в тому випадку, коли міжатомна відстань R є значно меншою характерної довжини хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ ($\omega_0 = (E_n - E_0)/\hbar$) у спектрі взаємодіючих дворівневих атомів ($R \ll \lambda_0$). Чим ближче атоми один до одного, тим швидше відбувається перехід енергії збудження від одного атома до іншого. Тому в працях [2, 5] затухання станів у процесі передачі квантової інформації між кубітами не враховувалося. Однак у міру віддалення атомів один від одного роль ефектів затухання станів усе більше зростає. Істотним є також те, що вже при $R \gtrsim \lambda_0$ починають проявлятися і ефекти запізнювання взаємодії. Тому спеціального дослідження потребують досить загальні

питання про роль затухання станів і ефектів запізнювання взаємодії в процесі передачі квантової інформації від одного атома-кубіта до іншого при довільних міжатомних відстанях.

Приведені в даній магістерській роботі результати є кроком до узагальнення традиційної постановки задачі [2, 5] про квантові переходи в системі двох однакових дворівневих атомів у трьох напрямках: а) стаціонарним (або метастабільним) вважається лише один із рівнів, тоді як другий володіє заданим затуханням Γ (скажімо, радіаційним); б) поряд з миттєвою кулонівською будемо брати до уваги і запізнюючу взаємодію атомів; в) крім взаємодії атомів між собою врахуємо також взаємодію їх з полем реальних фотонів. Внутрішня узгодженість та доречність такого узагальнення пояснюється тим, що в ньому поєднується врахування затухання станів ($\Gamma_{s(a)} \neq 0$) з урахуванням ефектів запізнювання взаємодії. Тут доречним буде підкреслити, що для коректного опису релаксаційної динаміки системи з двох однакових дворівневих атомів, один з яких опромінюється полем реальних фотонів, принципово важливо (див. [21]) враховувати не просто диполь-дипольну взаємодію атомів саму по собі, але також і її запізнювання, пов'язане зі скінченністю швидкості поширення сигналу.

Розглянута в даній роботі задача про час τ передачі квантової інформації від одного атома до іншого розпадається на два етапи. Перший етап (Розділ 1) полягає у дослідженні впливу запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів на оптичні властивості енергетичних рівнів системи з двох однакових дворівневих атомів, а другий (Розділ 2) – у розв'язанні динамічної задачі – системи часових рівнянь (2.13) для амплітуд ймовірності при резонансному (нерезонансному) поглинанні фотона одним із атомів цієї системи.

Даний посібник побудовано наступним чином. У першій частині на основі детального вивчення парної взаємодії [6, 8–11] двох водневоподібних атомів, що знаходяться на довільній відстані один від одного, одержано загальні аналітичні вирази для ширин і зсувів розглядуваних нижче колективних (симетричного і антисиметричного) станів системи двох дипольно-взаємодіючих дворівневих атомів. При розв'язанні динамічної частини поставленої вище задачі отримано точні аналітичні вирази для амплітуд ймовірності можливих станів компаунд-системи “атом $A(1)$ +атом $A(2)$ +електромагнітне поле F ” та обчислені їх значення як функції часу. Показано, що можливою є така ситуація, коли значення квадрата модуля однієї з амплітуд максимальне, а значення квадрата модуля іншої амплітуди мінімальне. Потім, через деякий інтервал часу, їх значення міняються місцями, що можна інтерпретувати як ефект резонансної передачі квантової інформації між двома однаковими дворівневими атомами.

У другій частині досліджено процес наведення поляризованого поля на одному з атомів розглянутої системи при нерезонансному поглинанні фотона в місці розташування іншого атома. В цій частині одержано систему нестационарних рівнянь, що описують часову еволюцію можливих станів компаунд-системи “атом $A(1)$ + атом $A(2)$ + електромагнітне поле F ” у си-

метричному і антисиметричному каналах взаємодії при поглинанні резонансного фотона одним з атомів цієї системи. Окремо розібрано три граничні випадки отриманих точних розв'язків системи часових рівнянь для амплітуд імовірності при резонансному (нерезонансному) поглинанні фотона і при різних міжатомних відстанях, які дозволяють детально досліджувати вплив різних фізичних факторів (поляризуючих полів, квантових кореляцій, ефектів запізнювання, параметрів впливу реальних фотонів на атоми тощо) на процес резонансної передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого.

1 ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ДВОАТОМНИХ СИСТЕМ

1.1 Оператор електричної диполь-дипольної взаємодії двох нейтральних атомів на довільній відстані один від одного

Резонансна взаємодія виникає між збудженим атомом і атомом, що знаходиться в основному стані, якщо енергія переходу у збуджений стан в обох атомах однакова (атоми знаходяться в резонансі). Подібна ситуація завжди має місце при взаємодії двох однакових дворівневих атомів.

Існує кілька причин, через які теорія резонансної взаємодії атомів, що знаходяться на довільних відстанях один від одного, заслуговує подальшого розвитку. Перш за все, для експериментальної реалізації двокубітових квантових операцій з холодними нейтральними атомами необхідно вміти керувати взаємодією між кубітами [18]. Саме тому ретельне теоретичне вивчення всіх можливих типів взаємодій атомів є ключовим моментом для створення квантового комп'ютера з кубітами на нейтральних атомах в оптичних пастках. Залежно від конкретних квантових станів атомів, що беруть участь у процесі передачі квантової інформації в системі двох кубітів, це може бути або взаємодія Ван-дер-Ваальса, або резонансна диполь-дипольна взаємодія, які характеризуються різними залежностями від міжатомної відстані R (R^{-6} і R^{-3} відповідно при нехтуванні запізнюванням). Диполь-дипольна взаємодія атомів виявляється сильнішою на великих (порівняно з їх власними розмірами) відстанях, і тому її використання є пріоритетним для збільшення точності квантових операцій з нейтральними атомами.

Стандартне квантово-механічне обчислення енергії резонансної взаємодії двох тотожних атомів (див., наприклад, [5]) стає, однак, непридатним на надто великих відстанях R між ними. Річ у тому, що в цьому обчисленні враховувалася лише миттєва кулонівська взаємодія зарядів (член $\sim 1/R^3$ у операторі взаємодії (1.2) без фактора запізнювання $\exp(i|\omega_{fi}|R/c)$). Такий розгляд справедливий лише доти, поки міжатомна відстань R залишається малою порівняно з характерними довжинами хвиль λ_0 у спектрах взаємодіючих атомів.

Послідовна теорія резонансної взаємодії атомів, яка правильно описує поведінку сил дипольної взаємодії атомів як на близьких, так і на далеких відстанях, може бути побудована, тільки якщо в цій теорії з самого початку враховуються всі типи взаємодії атомних електронів, що проявляються на різних просторових масштабах. Тому при описі резонансної взаємодії атомів, що знаходяться на довільних відстанях один від одного, поряд з миттєвою кулонівською взаємодією необхідно враховувати також і запізнюючу взаємодію атомів, залежну від швидкості світла c і зникаючу при $c \rightarrow \infty$. Так, у випадку сил дипольної взаємодії атомів урахування запізнювання якісно змінює їх залежність від міжатомної відстані R .

Такий загальний розгляд було проведено в роботах [6, 8–11], де на основі ефектів 2-го і 3-го порядків КЕД було побудовано оператор $\hat{V}_{LL}^{(\pm)}$ запізнюючої взаємодії двох електронів, що належать двом різним водневоподібним атомам на довільній відстані один від одного. Обидві частини побудованого в працях [6, 8–11] оператора міжелектронної взаємодії – запізнюючу $\hat{V}_{LL}^{(\pm)}$ і кулонівську V_C – зручно для подальшого записати у вигляді:

$$\hat{V}^{(\pm)} = \hat{V}_C + \hat{V}_{LL}^{(\pm)} = \exp\left(\frac{i}{c}|\omega_{fi}^{(1)}|R\right) \left\{ \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{2m^2c^2} \left[\frac{\hat{p}_1\hat{p}_2 + \vec{n}(\vec{n}\hat{p}_1)\hat{p}_2}{r_{12}} + R^2 \frac{\hat{p}_1\hat{p}_2 - 3\vec{n}(\vec{n}\hat{p}_1)\hat{p}_2}{r_{12}^3} \right] \pm \frac{e^2R}{2mc} \frac{\vec{n}\hat{p}_1 + \vec{n}\hat{p}_2}{r_{12}^2} \right\}. \quad (1.1)$$

Тут c – швидкість світла, $e = -|e|$ і m – заряд і маса електрона, $r_{12} = |\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2|$ – відстань між електронами атомів 1 і 2, $\vec{n} = (\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)/r_{12}$, \vec{r}'_1 і \vec{r}'_2 – радіус-вектори електронів 1 і 2 в довільній системі координат, \hat{p}_1 і \hat{p}_2 – оператори імпульсів 1-го та 2-го атомних електронів відповідно. У виразі (1.1), як і надалі, нижні індекси 1 і 2 розрізняють величини, що відносяться до двох різних атомів; індекси i і f характеризують початковий і кінцевий стани взаємодіючих електронів; $|\omega_{fi}^{(j)}| = |\omega_f^{(j)} - \omega_i^{(j)}| \equiv \omega_0$ – резонансна частота переходу у спектрі дворівневих атомів; $\omega_i^{(j)}$ і $\omega_f^{(j)}$ – частоти початкового і кінцевого станів j -го електрона. У виразі (1.1) знак “+” перед доданком, що містить множник R , відповідає випадку $\omega_f^{(1)} > \omega_i^{(1)}$, а знак “–” – випадку $\omega_f^{(1)} < \omega_i^{(1)}$. Осцилюючий експоненційний множник (т. з. фактор запізнювання) $\exp(i\omega_0 R/c)$ у формулі (1.1) визначає роль запізнювання за часом розглядуваного типу взаємодії атомів [24].

Надалі нехай між'ядерна вісь \vec{R} двоатомної квантової системи спрямована уздовж осі Z . Ми вважатимемо далі, що один дворівневий атом знаходиться на початку системи координат ($\vec{R}_1 = 0$), а інший – в точці \vec{R}_2 з координатами $(0, 0, R)$. На великих відстанях R оператор $\hat{V}^{(\pm)}$, що описує взаємодію між атомами, можна розглядати як мале збурення. Отже, ми можемо порівняно легко оцінити енергію резонансного обміну збудженнями між двома віддаленими один від одного атомами за звичайною теорією збу-

рень. Як впливає з виведення (див., наприклад, [8,10]) формули (1.1), оператор $\hat{V}^{(\pm)}$ враховує переходи в спектрі атомів довільної мультипольності. В цьому розділі ми обмежимося розглядом тільки електричних дипольних переходів, для яких оператор $\hat{V}^{(\pm)}$ записується у вигляді:

$$\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} = \exp\left(\frac{i}{c}\omega_0 R\right) \left\{ \frac{\vec{d}_1 \vec{d}_2 - 3(\vec{n}_R \vec{d}_1)(\vec{n}_R \vec{d}_2)}{R^3} \pm \frac{e}{2mc} \left[\frac{\vec{d}_1 \hat{p}_2 - 3(\vec{n}_R \vec{d}_1)(\vec{n}_R \hat{p}_2)}{R^2} - \frac{\hat{p}_1 \vec{d}_2 - 3(\vec{n}_R \hat{p}_1)(\vec{n}_R \vec{d}_2)}{R^2} \right] - \frac{e^2}{m^2 c^2} \frac{\hat{p}_1 \hat{p}_2 - (\vec{n}_R \hat{p}_1)(\vec{n}_R \hat{p}_2)}{R} \right\}, \quad (1.2)$$

де $\vec{n}_R = \vec{R}/R$ – одиничний вектор у напрямку між'ядерної осі \vec{R} , $\omega_0 \equiv \omega_{n0} = (E_n - E_0)/\hbar$ – резонансна частота у спектрі дворівневих атомів, $\vec{d}_1 = e\vec{r}_1$ і $\vec{d}_2 = e\vec{r}_2$ – оператори електричних дипольних моментів окремих атомів, а \vec{r}_1 і \vec{r}_2 – радіус-вектори електронів 1 і 2 відносно ядер атомів $A(1)$ і $A(2)$ відповідно. Даний оператор відомий як узагальнений оператор електричної диполь-дипольної взаємодії двох нейтральних атомів, що знаходяться на довільній відстані один від одного.

1.2 Енергія резонансної взаємодії атомів на довільних відстанях

Розглянемо систему двох тотожних атомів, що знаходяться на довільній відстані R один від одного. У кожному атомі нас цікавитиме перехід між однією і тією ж парою рівнів, а інші рівні не проявлятимуться в розгляданому нижче процесі резонансної передачі енергії збудження від одного атома до іншого. Насправді, в природі практично не існує атомних систем, що мають лише два енергетичні рівні. Але якщо взаємодія з полем носить яскраво виражений резонансний характер, то впливом інших рівнів, як правило, можна нехтувати. Таким чином, дворівневий атом представляє собою певну математичну модель кубіта – носія квантової інформації. Наявності в атомній квантовій системі двох виділених внутрішніх базисних станів та принципу суперпозиції цілком достатньо для зберігання одного біта квантової інформації – кубіта. Кожен атом-кубіт ми характеризуємо двома рівнями енергії E_0 і E_n з резонансною частотою переходу $\omega_0 = \omega_{fi}^{(1)} = -\omega_{fi}^{(2)} = (E_n - E_0)/\hbar$ і хвильовими функціями $\varphi_0(j)$ і $\varphi_n(j)$. Індекси 0 і n позначають відповідно основний і збуджений стани атома, індекс $j = (1, 2)$ в аргументі хвильової функції вказує номер електрона (і номер атома), до якого вона належить.

Класичні комп'ютери оперують з бістабільними транзисторними схемами, що володіють нелінійною залежністю між вхідною і вихідною напругами [1]. Такій бістабільній транзисторній схемі в квантовому комп'ютері протиставляється дворівневий атом, між двома ортогональними станами

$|0\rangle$ і $|n\rangle$ якого дозволений електричний одноелектронний дипольний перехід з резонансною частотою ω_0 . Стану $|0\rangle$ з хвильовою функцією $\varphi_0(j)$ і енергією E_0 припишемо значення логічного “0” $\equiv |0\rangle$, а стану $|n\rangle$ з хвильовою функцією $\varphi_n(j)$ і енергією E_n ($E_n > E_0$) – значення логічної “1” $\equiv |n\rangle$. Переходам “0” \leftrightarrow “1” у бістабільній транзисторній схемі відповідатимуть дипольні переходи $|0\rangle \leftrightarrow |n\rangle$ з рівня на рівень $E_0 \leftrightarrow E_n$ з матричним елементом дипольного моменту переходу атома $(\vec{d}_j)_{n0} = \langle n|\vec{d}_j|0\rangle$. Як зазначалося в [1], квантовий бістабільний елемент (кубіт) володіє новою (в порівнянні з класичною) властивістю суперпозиції станів: він може бути у будь-якому суперпозиційному стані $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|n\rangle$, де α і β – комплексні числа, які задовольняють умову $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Саме квантовий принцип суперпозиції станів дозволяє надати квантовому комп’ютеру принципово нових можливостей.

Для системи двох взаємодіючих дворівневих атомів, кожен з яких має по одному електрону, оператор Гамільтона \hat{H} може бути зображений у вигляді суми гамільтоніанів невзаємодіючих атомів $\hat{H}_0 = \hat{H}_1(\vec{r}_1) + \hat{H}_2(\vec{r}_2)$ і оператора їх електричної диполь-дипольної взаємодії $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} = \hat{H}_1(\vec{r}_1) + \hat{H}_2(\vec{r}_2) + \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; R). \quad (1.3)$$

Нехай $E_{n_1 n_2} = E_{n_1} + E_{n_2}$ – власні значення і $|n_1 n_2\rangle$ – власні функції оператора енергії $\hat{H}_0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2$ невзаємодіючих атомів. У відповідності з розбиттям (1.3) позначимо далі через $|00\rangle$ хвильову функцію стану системи, в якому обидва невзаємодіючих між собою атоми знаходяться в основному стані, тобто

$$|00\rangle = \varphi_0(1)\varphi_0(2) \exp(-iE_0 t_1/\hbar) \exp(-iE_0 t_2/\hbar) \equiv \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2). \quad (1.4)$$

Тут E_0 – енергія початкових станів першого $A(1)$ і другого $A(2)$ атомів, а цифри 1 і 2 відповідають координатам і часу атомів $A(1)$ і $A(2)$. Для нейтральних атомів, що не мають постійних дипольних моментів, поправка до енергії двоатомної системи дорівнює нулю, оскільки $\langle 00|\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}|00\rangle = 0$. В той же час ефективна на близьких відстанях диполь-дипольна взаємодія між атомами певним чином спотворює хвильові функції атомних станів. Так, у першому наближенні теорії збурень за міжатомною взаємодією $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ (1.2) збурена хвильова функція системи двох тотожних атомів в основному стані має стандартний вигляд (див., наприклад, [5, 25]):

$$\begin{aligned} \Psi_0(1)\Psi_0(2) = & \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2) + \\ & + \sum_{n_1 n_2} \frac{\langle \tilde{\varphi}_{n_1}(1)\tilde{\varphi}_{n_2}(2)|\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}|\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2) \rangle}{2E_0 - E_{n_1} - E_{n_2}} \tilde{\varphi}_{n_1}(1)\tilde{\varphi}_{n_2}(2), \end{aligned} \quad (1.5)$$

де підсумовування проводиться за всіма можливими проміжковими станами атомів, за винятком стану $|00\rangle$. Згідно з представленням (2.4), відмінна від

нуля поправка до енергії системи двох нейтральних атомів у основному стані з'явиться тільки в другому порядку теорії збурень [5,24,25]. Стан $\Psi_0(1)\Psi_0(2)$ (див. (2.4)) розглядатимемо надалі як початковий стан пари атомів при їх взаємодії з полем реальних фотонів.

Нехай кінцевий стан системи $|n0\rangle$ двох резонансних атомів відповідає збудженому стану $|n\rangle$ атома $A(1)$ з хвильовою функцією $\tilde{\varphi}_n(1) = \varphi_n(1) \times \exp(-iE_n t_1/\hbar)$ та енергією E_n і незбудженому стану $|0\rangle$ атома $A(2)$ з хвильовою функцією $\tilde{\varphi}_0(2) = \varphi_0(2) \exp(-iE_0 t_2/\hbar)$ та енергією E_0 . Стан такої системи за відсутності міжатомної взаємодії описується хвильовою функцією $\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2)$ і енергією $E_n + E_0$. За умовою резонансу такій же енергії відповідає стан $|0n\rangle$, що описується хвильовою функцією $\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)$. Отже, незбурена система (два ізольовані тотожні атоми) володіє тут додатковим виродженням, пов'язаним з можливістю перестановки станів між атомами. В першому наближенні теорії збурень маємо енергетичну матрицю другого порядку. Вона діагоналізується при побудові з вихідних хвильових функцій окремих атомів симетричної і антисиметричної лінійних комбінацій:

$$\Phi_s(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) + \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)], \quad (1.6)$$

$$\Phi_a(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) - \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)]. \quad (1.7)$$

У випадку складних атомів $A(1)$ і $A(2)$ з довільним числом електронів взаємодія між ними на малих відстанях R відіграє суттєву роль, при цьому гамільтоніани \hat{H}_1 і \hat{H}_2 , рівно як і функції нульового наближення Φ_s (1.6) і Φ_a (1.7), слід трактувати в наближенні самоузгодженого поля для двоцентрового потенціала [26], а $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ в цьому випадку являє собою кореляційну взаємодію атомів один з одним. Перехід до відповідного оператора електричної диполь-дипольної взаємодії $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ атомів з багатьма електронами може бути здійснений шляхом переходу в (1.2) від оператора імпульсу \hat{p}_j j -го електрона до оператора дипольного моменту \vec{d}_j [5] і подальшою заміною операторів \vec{d}_1 і \vec{d}_2 на оператори дипольних моментів атомів $A(1)$ і $A(2)$.

Для одержання поправок до енергії симетричного (1.6) і антисиметричного (1.7) станів системи двох резонансних атомів у першому порядку теорії збурень необхідно обчислити середні значення оператора збурення $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ (1.2) в цих станах, тобто:

$$\Delta E_s = \langle \Phi_s | \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} | \Phi_s \rangle, \quad \Delta E_a = \langle \Phi_a | \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} | \Phi_a \rangle. \quad (1.8)$$

Підставляючи в (1.8) явні вирази (1.2), (1.6) і (1.7) для $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$, Φ_s і Φ_a відповідно, отримуємо після нескладних перетворень з використанням відомого співвідношення [5]

$$\langle n | \hat{p}_j | 0 \rangle = i \frac{m\omega_0}{e} \langle n | \vec{d}_j | 0 \rangle$$

наступний кінцевий вираз:

$$\begin{aligned} \Delta E_s(R) &= -\Delta E_a(R) = \omega_0^3 e^{i\omega_0 R/c} |\langle n | \vec{d} | 0 \rangle|^2 \times \\ &\times \left[\left(\frac{1}{\omega_0^3 R^3} - \frac{i}{c\omega_0^2 R^2} \right) \Phi(1, 2) - \frac{\Phi'(1, 2)}{c^2 \omega_0 R} \right] \equiv \Delta E_{AA}(R). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Тут

$$\Phi(1, 2) \equiv \cos \theta_1^x \cos \theta_2^x + \cos \theta_1^y \cos \theta_2^y - 2 \cos \theta_1^z \cos \theta_2^z,$$

і

$$\Phi'(1, 2) \equiv \cos \theta_1^x \cos \theta_2^x + \cos \theta_1^y \cos \theta_2^y$$

– геометричні фактори, залежні від орієнтації дипольних переходів в обох атомах. При цьому $\theta_1^x, \theta_1^y, \theta_1^z$ – кути, утворені з осями Ox, Oy, Oz напрямом дипольного моменту переходу в першому атомі $A(1)$; $\theta_2^x, \theta_2^y, \theta_2^z$ – відповідні кути для другого атома $A(2)$. При записі виразу (1.9) враховано, що атомікубіти розглядуваної квантової системи тотожні, тобто мають однакові за абсолютною величиною матричні елементи оператора дипольного моменту між основним $|0\rangle$ і збудженим $|n\rangle$ станами:

$$|\langle n | \vec{d}_1 | 0 \rangle| = |\langle n | \vec{d}_2 | 0 \rangle| = |\langle n | \vec{d} | 0 \rangle| \equiv |(\vec{d})_{n0}|.$$

Ми звертаємо увагу на те, що величина ΔE_s (ΔE_a) являє собою комплексний зсув енергії E_s (E_a) симетричного (антисиметричного) стану Φ_s (Φ_a) пари тотожних атомів. Для подальшого аналізу зручно явно виділити у формулах (1.9) для ΔE_s і ΔE_a дійсні і уявні частини:

$$\Delta E_s = \delta E_s - \frac{i}{2} \hbar \gamma_s, \quad \Delta E_a = \delta E_a - \frac{i}{2} \hbar \gamma_a. \quad (1.10)$$

Комплексність зсувів ΔE_s і ΔE_a відображає в першу чергу чисто релятивістські ефекти запізнювання взаємодії (1.1) двох резонансних атомів, що знаходяться на довільній відстані один від одного. Поява в $\Delta E_{s(a)}$ (1.10) уявних доданок $-i\hbar\gamma_s/2$ і $-i\hbar\gamma_a/2$, що виникають за рахунок запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів, була вперше простежена в праці [27], а потім незалежно і в більш систематичному підході в праці [14].

Поправки першого наближення теорії збурень до енергії $E_n + E_0$ спочатку вироджених колективних станів (1.6) і (1.7) дають лише дійсні частини δE_s і δE_a комплексних зсувів (1.8):

$$\delta E_{s,a}(R) = \pm \text{Re} \Delta E_{AA}(R) = \pm e^2 |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2 F(1, 2; R). \quad (1.11)$$

Залежність зсувів $\delta E_{s(a)}(R)$ від міжатомної відстані R повністю визначається множником $F(1, 2; R)$. Для скорочення запису у виразі (1.11) використовується позначення:

$$F(1, 2; R) = \left[\frac{\Phi(1, 2)}{R^3} - \frac{\omega_0^2 \Phi'(1, 2)}{c^2 R} \right] \cos \left(\frac{\omega_0 R}{c} \right) + \frac{\omega_0 \Phi(1, 2)}{c R^2} \sin \left(\frac{\omega_0 R}{c} \right), \quad (1.12)$$

де знаки плюс і мінус в (1.11) відповідають симетричній Φ_s і антисиметричній Φ_a хвильовим функціям пари тотожних атомів. Як видно з (1.11), для станів різної симетрії (Φ_s (1.6) і Φ_a (1.7)) відносно перестановок атомів розглянута тут запізнююча диполь-дипольна взаємодія дає зсуви δE_s і δE_a протилежного знаку: $\delta E_s = -\delta E_a$. При цьому з ростом R зсуви $\delta E_{s(a)}$ енергетичних рівнів системи дипольно взаємодіючих атомів зменшуються по модулю і прямують до нуля в границі роз'єднаних ($R \rightarrow \infty$) атомів як $1/R$.

Дослідимо поведінку $\delta E_{s(a)}(R)$ в граничних випадках великих і малих R . Так, вирази (1.11) для δE_s і δE_a суттєво спрощуються при $\omega_0 R/c \rightarrow 0$, коли лінійні розміри даної двоатомної системи малі в порівнянні з характерною довжиною хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ у спектрі взаємодіючих атомів ($R \ll \lambda_0$). У цьому граничному випадку можна нехтувати запізнюванням у диполь-дипольній взаємодії атомів, що дозволяє у виразі (1.12) для $F(1, 2; R)$ покласти $\cos(\omega_0 R/c) = 1$ і не брати до уваги складові, пропорційні $1/R$ і $1/R^2$. Тоді замість (1.11) одержимо

$$\delta E'_{s,a} = \pm \frac{e^2}{R^3} |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2 \Phi(1, 2). \quad (1.13)$$

Цей вираз, як і повинно бути, збігається із загальновідомою формулою [5] для енергії резонансного обміну збудженнями між двома близько розташованими нейтральними атомами.

Розглянемо тепер протилежний граничний випадок $\omega_0 R/c \gg 1$, коли відстань між атомами значно більша довжини хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$. Як видно з (1.1) і (1.2), основну роль у взаємодії між атомами (при $R \gg \lambda_0$) відіграє лише найбільш далекодіючий запізнюючий доданок, пропорційний $1/R$. З цієї причини у формулі (1.12) для фактора $F(1, 2; R)$ можна знехтувати доданками, які спадають з відстанню як $1/R^2$ і $1/R^3$. В результаті при достатньо великих R ($R \geq 0$) вираз (1.11) набуде наступного вигляду:

$$\delta E_s = -\delta E_a = -\frac{e^2 \omega_0^2 \Phi'(1, 2)}{c^2 R} |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2 \cos\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right). \quad (1.14)$$

Цей вираз узгоджується з відповідною формулою праці [27] для енергії резонансного обміну збудженнями між двома віддаленими ($R \gg \lambda_0$) нейтральними атомами.

Звернімо увагу на наступну важливу обставину, пов'язану з відмінністю формул (1.11) і (1.13). Наявність дійсної $\cos(\omega_0 R/c)$ і уявної $\sin(\omega_0 R/c)$ частин фактора запізнювання $\exp(i\omega_0 R/c)$ в різних членах виразу (1.12) вказує на складну періодичну залежність матричного елемента передачі збудження $\delta E_{s(a)}(R)$ від міжатомної відстані R . Саме ця властивість осцилюючої поведінки $\delta E_{s,a}(R)$ на фоні більш повільного, ніж (1.13), степеневого ($\sim 1/R$) спадання зі зростанням між'ядерної відстані R є найбільш характерною особливістю отриманої формули (1.11) для енергії резонансного обміну збудженнями між двома нейтральними атомами. Зміна характеру

залежності $\delta E_{s,a}(R)$ порівняно з (1.13) зумовлена запізнюючою частиною диполь-дипольної взаємодії атомів.

Отже, ми бачимо, що при врахуванні диполь-дипольної взаємодії атомів (1.2) симетричний і антисиметричний стани пари атомів мають різні значення енергії:

$$E_s = E_n + E_0 + \delta E_s = E_n + E_0 + e^2 |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2 F(1, 2; R), \quad (1.15)$$

$$E_a = E_n + E_0 + \delta E_a = E_n + E_0 - e^2 |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2 F(1, 2; R). \quad (1.16)$$

Двом початково виродженим по енергії колективним станам системи двох резонансних атомів: симетричному s і антисиметричному a – відповідають два типи хвильових функцій Φ_s (1.6) і Φ_a (1.7), які з урахуванням поправок δE_s , δE_a до енергії $E_n + E_0$ можна записати у вигляді

$$\Psi_s = \Phi_s \exp(-i\delta E_s t_1 / \hbar), \quad \Psi_a = \Phi_a \exp(-i\delta E_a t_1 / \hbar), \quad (1.17)$$

де Φ_s і Φ_a визначені в (1.6) і (1.7), а t_1 – локальний час для пари атомів, пов'язаний з місцем розташування першого атома $A(1)$.

Як видно з (1.15) і (1.16), диполь-дипольна взаємодія між атомами призводить до розщеплення спочатку виродженого (по енергії) рівня $E_0 + E_n$ на два колективні рівні енергії E_s (1.15) і E_a (1.16), віддалені один від одного на величину $\Delta E = E_s - E_a = 2\delta E_s$, яка характеризує процес резонансної передачі енергії збудження від одного атома до іншого. При цьому внаслідок резонансної взаємодії атомів рівень енергії E_s (1.15) лежить вище рівня E_a (1.16) на $\delta E = 2\delta E_s$.

Таким чином, для розрахунку енергії симетричного E_s (1.15) і антисиметричного E_a (1.16) станів системи двох резонансних атомів необхідно обчислити матричні елементи дипольних переходів $\langle n | \vec{r} | 0 \rangle$. При цьому хвильова функція має враховувати вплив електронів атомного остова на некулонівську добавку до потенціалу, що діє в атомі на валентний електрон.

Така модифікація присутня, наприклад, в модельному потенціалі Фьюса, який одночасно враховує дію поляризаційного попотенціалу на стани з великими орбітальними квантовими числами l і дію принципу Паулі, що “витісняє” з кора валентний електрон в станах з малими l [28]. Потенціал Фьюса для руху електрона в полі іонного залишку із зарядом Z_i має вигляд

$$V(r) = -\frac{Z_i}{r} + \sum_l \frac{B_l(E)}{r^2} \hat{P}_l, \quad (1.18)$$

де \hat{P}_l – оператор проектування на підпростір станів з орбітальним моментом l , $B_l(E)$ – константа, яка змінює відцентровий потенціал в цьому підпросторі так, щоб власні значення $E_{nlj} = -Z^2 / (2\nu_{nlj}^2)$ відповідного радіального рівняння Шредінгера, які визначаються ефективним головним квантовим числом [28, 29]

$$\nu_{nlj} = n_r + \lambda_{nl} + 1, \quad \lambda_{nl} = \sqrt{(l + 1/2)^2 + 2B_l(E_{nl})} - 1/2 \quad (1.19)$$

(λ – ефективний орбітальний момент, $n_r = 0, 1, 2, \dots$ – радіальне квантове число), в точності співпадали з енергіями реального атома.

Власні функції радіального гамільтоніана з потенціалом (1.18), нормовані умовою

$$\int_0^{\infty} |\langle r|nlj\rangle|^2 r^2 dr = 1$$

можуть бути записані за допомогою виродженої гіпергеометричної функції ${}_1F_1(a; c; x)$ у вигляді

$$\begin{aligned} \langle r|nlj\rangle &= \frac{2Z_i^{3/2}}{\nu_{nl}^2} \sqrt{\frac{(2\lambda+2)_{n_r}}{n_r! \Gamma(2\lambda+2)}} \left(\frac{2Z_i r}{\nu_{nl}}\right)^\lambda \times \\ &\times \exp\left(-\frac{Z_i r}{\nu_{nl}}\right) {}_1F_1\left(-n_r; 2\lambda+2; \frac{2Z_i r}{\nu_{nl}}\right); \end{aligned} \quad (1.20)$$

тут використано стандартні позначення для гамма-функції $\Gamma(x)$ і символу Похгаммера $(a)_n = a \cdot (a+1) \cdot \dots \cdot (a+n-1)$ [30]. Очевидно, що цей розв'язок задовольняє стандартним вимогам неперервності, однозначності і обмеженості на всій числовій півосі, яка представляє відстань електрона від атомного ядра $r \in [0; \infty)$. Тому після інтегрування радіальний матричний елемент $R_{nn'}$ диполь-дипольної взаємодії в (1.15) та (1.16) можна представити в аналітичному вигляді за допомогою узагальненої гіпергеометричної функції двох змінних F_2 [30, 31]:

$$\begin{aligned} R_{nn'} &= \frac{1}{4Z_i} \frac{\Gamma(\lambda + \lambda' + 4)}{\sqrt{\Gamma(2\lambda+2)\Gamma(2\lambda'+2)}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(2\lambda+2)_{n_r} (2\lambda'+2)_{n'_r}}{n_r! n'_r!}} \left(\frac{2\nu}{\nu+\nu'}\right)^{\lambda_l+2} \left(\frac{2\nu'}{\nu+\nu'}\right)^{\lambda_l+2} \times \\ &\times F_2\left(\lambda + \lambda' + 4; -n_r, -n'_r; 2\lambda+2; 2\lambda'+2; \frac{2\nu'}{\nu+\nu'}, \frac{2\nu}{\nu+\nu'}\right), \end{aligned} \quad (1.21)$$

де штриховані величини відносяться до кінцевого, а не штриховані – до початкового стану.

Дуже корисними для з'ясування фізичної суті логічного оператора CNOT є оцінки відносних вкладів в енергію резонансної взаємодії атомів різних типів міжатомної взаємодії. Зокрема, щоб оцінити роль нових доданків (пропорційних $1/R$ і $1/R^2$) в операторі диполь-дипольної взаємодії атомів (1.2), ми обговоримо результати числового дослідження формул (1.11), (1.13) для енергій δE_s , $\delta E'_s$ резонансної взаємодії двох нейтральних атомів натрію, один з яких знаходиться в основному $3S$ -стані, а інший – у збудженому $3P$ -стані. Довжина хвилі переходу $3S - 3P$ рівна $\lambda_0 = 5890 \text{ \AA}$ (жовта лінія атома натрію).

На рис. 1.1 для порівняння представлені залежності енергій $\delta E_s(R, \theta^z)$ і $\delta E'_s(R, \theta^z)$ резонансного обміну збудженнями між нейтральними атомами

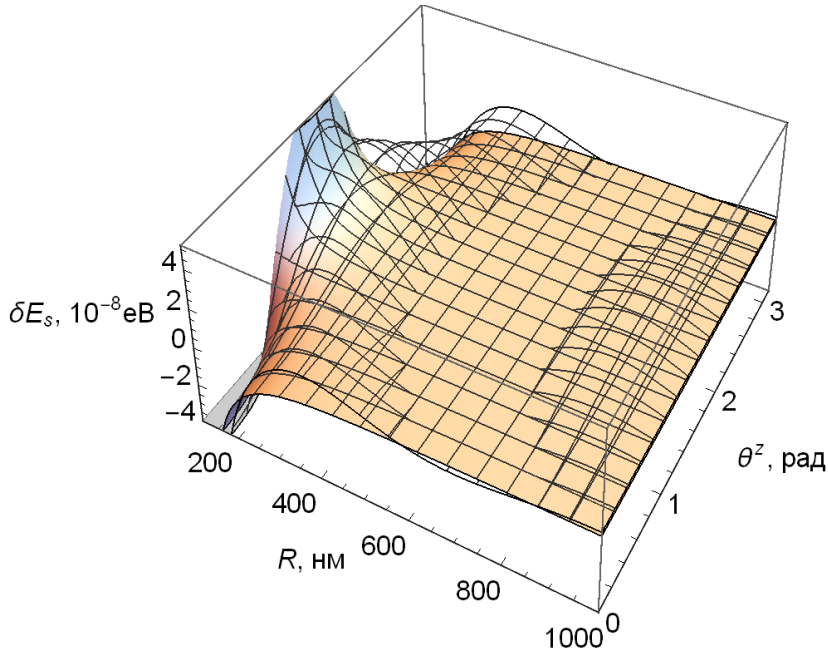


Рис. 1.1. Розраховані за формулами (1.11) і (1.13) залежності енергетичних зсувів $\delta E_s(R, \theta^z)$ і $\delta E'_s(R, \theta^z)$ (прозора і непрозора поверхні, відповідно) від міжатомної відстані R і кута $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z$ орієнтації паралельних один одному дипольних моментів переходу атомів відносно між'ядерної осі \vec{R} ($\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$).

натрію від міжатомної відстані R і від кута $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z$ орієнтації паралельних один одному ($\vec{d}_1 = \vec{d}_2$) дипольних моментів переходу атомів відносно осі Oz . Як видно з цього рисунка, енергія резонансної взаємодії атомів δE_s істотно анізотропна, тобто володіє сильною залежністю від просторової орієнтації дипольних моментів переходу в атомах. Це призводить до помітної відмінності в значеннях δE_s , розрахованих за формулами (1.11) і (1.13) для паралельної (рис. 1.2) і перпендикулярної (рис. 1.3) орієнтації дипольних моментів переходу атомів ($\vec{d}_1 = \vec{d}_2$) відносно осі Oz . При зближенні атомів ($R \rightarrow 0$) величини $\delta E_s(R, \theta^z)$ і $\delta E'_s(R, \theta^z)$ мають однаковий характер залежності від R і θ^z , і приблизно збігаються, а осциляції $\delta E_s(R, \theta^z)$ поступово згладжуються. Проте зі зростанням R усе більш далекодіючі члени фактора $F(1, 2; R)$ дають домінуючий вклад в енергію δE_s резонансної взаємодії атомів. Природно, що при $\omega_0 R/c \gg 1$ величина запізнюючої взаємодії в (1.11) буде більшою величини миттєвої. Якісну зміну характеру залежності $\delta E_s(R)$ за рахунок ефектів запізнювання взаємодії наочно демонструють рисунки 1.2 і 1.3: помітне відхилення енергії резонансної взаємодії атомів $\delta E_s(R)$ від величини $\delta E'_s(R)$ починається зі значення міжатомної відстані порядку довжини хвилі λ_0 вибраного робочого переходу $|0\rangle \rightarrow |n\rangle$.

З вигляду (1.17) функцій Ψ_s і Ψ_a , які описують колективні стани взає-

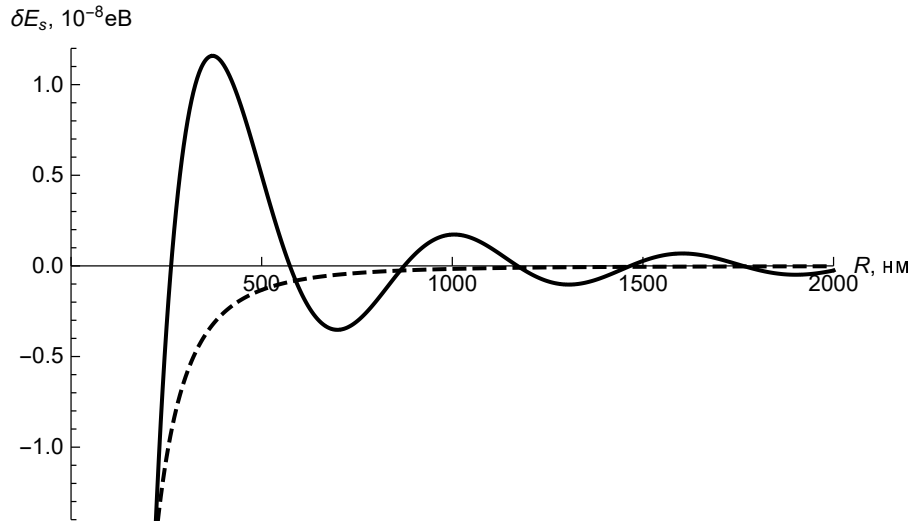


Рис. 1.2. Розраховані за формулами (1.11) і (1.13) залежності енергетичних зсувів δE_s і $\delta E'_s$ (суцільна і пунктирна лінії, відповідно) від міжатомної відстані R при орієнтації дипольних моментів переходу атомів уздовж осі Oz : $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = 0$.

модіючої системи, впливає, що в кожному з них енергія збудження у будь-який момент часу з однаковою ймовірністю розподілена між обома атомами. Якщо допустити, що в даний момент часу збуджений лише один атом, то такий стан буде нестаціонарним, і в результаті резонансної взаємодії атоми будуть обмінюватися збудженням.

Стани (1.17) являють собою приклад типових максимально сплутаних беллівських станів (entangled states) системи з двох тотожних дворівневих атомів. У цих станах окремий атом-кубіт не має певного значення енергії. Точніше, якщо нам відомо, що розглядувана двоатомна квантова система знаходиться в симетричному (антисиметричному) квантовому стані $\Psi_s(\Psi_a)$, то в якому з двох можливих чистих станів, $|n\rangle$ або $|0\rangle$, знаходиться кожен з дворівневих атомів, нічого сказати не можна. Проте, якщо в результаті наступного вимірювання над 1-м атомом буде встановлено, що він знаходиться у збудженому стані $|n\rangle_1$, то з ймовірністю одиниця можна передбачити, що при вимірюванні над 2-м атомом ми його виявимо в основному стані $|0\rangle_2$.

Такий стан речей у квантово-механічній теорії вимірювань закріплений у вигляді так званого проєкційного принципу [32]. Згідно з цим принципом будь-яке вимірювання, проведене над частиною досліджуваної фізичної системи, неминуче приводить до зміни (редукції) квантового стану всієї системи. При цьому можуть змінюватися характеристики не лише тієї частини системи, яка піддалася впливу вимірювального приладу, але й іншої частини, котра такій дії не піддавалася. Так в розглянутому вище випадку в результаті вимірювання характеристик 1-го атома спільний стан $\Psi_s(\Psi_a)$ системи з двох однакових дворівневих атомів редукується (колапсує) в но-

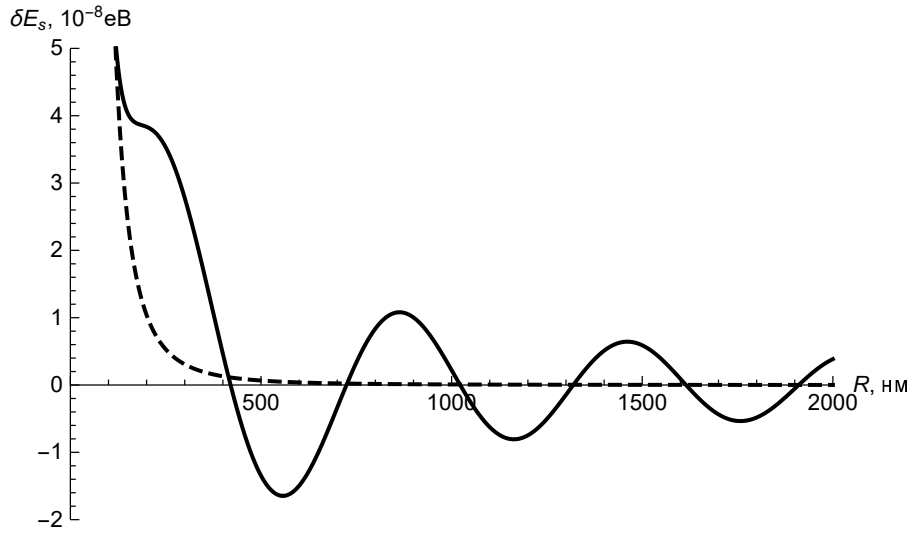


Рис. 1.3. Розраховані за формулами (1.11) і (1.13) залежності енергетичних зсувів δE_s і $\delta E'_s$ (суцільна і пунктирна лінії, відповідно) від міжатомної відстані R при перпендикулярному розташуванні між'ядерної осі \vec{R} відносно напрямку дипольних моментів $\vec{d}_1 \parallel \vec{d}_2$ переходу атомів: $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$.

вий стан $|n0\rangle = |n\rangle_1|0\rangle_2$. По суті, в момент квантового вимірювання між колапсуючими хвильовими функціями атомів, які складають систему, встановлюється миттєво кореляційний (або свого роду інформаційний) зв'язок, що якраз і визначає зміст сплутаних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) як особливого нелокального квантового ресурсу, якому є безліч застосувань. Насправді ж квантові кореляції у двочастинкових сплутаних станах $\Psi_{s(a)}$ (1.17) кодують зв'язки між різними внутрішніми квантовими станами $|n\rangle_1|0\rangle_2$ і $|0\rangle_1|n\rangle_2$, в яких збуджений тільки один атом. Так, поєднання згаданих вище незвичних (за класичними мірками) властивостей сплутаних станів з проєкційним принципом породило великі надії на можливість принципово нового способу передачі інформації на будь-які відстані за допомогою квантових кореляцій (див., наприклад, [1, 2, 4, 33–35]). Зокрема, квантові кореляції є основним ресурсом квантового комп'ютера [1] і квантових інформаційних процесів, таких як телепортація, де використовуються сплутані стани. Тому вивчення сплутаних станів у квантово-механічних системах окрім теоретичного інтересу до основ квантової механіки набуло і практичного змісту. Мабуть, в недалекому майбутньому слід очікувати здобуття нових цікавих результатів у цій області досліджень, що швидко розвивається [16].

1.3 Ширини симетричного і антисиметричного станів двох тотожних атомів

Оптичні властивості енергетичних рівнів E_s (1.15) і E_a (1.16) є найважливішими характеристиками систем, що складаються з двох однакових дипольно взаємодіючих дворівневих атомів, і, без сумніву, мають прикладний інтерес у таких сферах, як наноелектроніка, оптична передача інформації та квантові обчислення [1, 18]. Для вивчення можливостей маніпулювання двоатомною системою поряд зі зсувами $\delta E_{s(a)}$ і енергією резонансної взаємодії атомів $\Delta E = E_s - E_a = 2\delta E_s$ необхідне знання енергетичних ширин $\Gamma_{s(a)}$, які визначають час життя (симетричного і антисиметричного) колективних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) пари атомів.

При записі формул (1.17) припускалося, що рівні енергії E_s (1.15) і E_a (1.16) є ідеально вузькими, тобто часи життя обох колективних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) є практично нескінченними. Насправді скінченний час життя цих рівнів призводить до того, що систему з двох тотожних атомів у симетричному і антисиметричному станах вже не можна описувати хвильовими функціями (1.17), що володіють певною енергією.

Врахування скінченності часу життя симетричного і антисиметричного станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) зводиться до процедури Брейта-Вігнера (див. [25] §134), яку можна здійснити формальним переходом у формулах (1.17) до комплексних енергій:

$$\delta E_s \rightarrow \delta E_s - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_s = \delta E_s - \frac{i}{2}\hbar\Gamma_s = \delta E_s - \frac{i}{2}\hbar(\gamma_0 + \gamma_s), \quad (1.22)$$

$$\delta E_a \rightarrow \delta E_a - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_a = \delta E_a - \frac{i}{2}\hbar\Gamma_a = \delta E_a - \frac{i}{2}\hbar(\gamma_0 + \gamma_a). \quad (1.23)$$

Слід зазначити, що така заміна носить досить загальний характер у тому сенсі, що ширини енергетичних рівнів не обов'язково є радіаційними, а являють собою суму всіх можливих ширин. У нашому ж випадку повна ширина $\tilde{\Gamma}_{s(a)} = \hbar\Gamma_{s(a)}$ симетричного (антисиметричного) стану $\Psi_{s(a)}$ (1.17) складається з двох частин $\tilde{\gamma}_0 = \hbar\gamma_0$ і $\tilde{\gamma}_{s(a)} = \hbar\gamma_{s(a)}$, відповідних двом можливим джерелам розширення колективних енергетичних рівнів E_s (1.15), E_a (1.16) системи двох дипольно-взаємодіючих дворівневих атомів. При цьому за допомогою $\tilde{\gamma}_0 = \hbar\gamma_0$ позначена радіаційна ширина збудженого рівня E_n ізольованого атома [5]:

$$\gamma_0 = \frac{4\omega_0^3 e^2}{3\hbar c^3} |\langle n | \vec{r} | 0 \rangle|^2. \quad (1.24)$$

Ця ширина пов'язана зі спонтанним радіаційним переходом $|n\rangle \rightarrow |0\rangle$ дворівневого атома зі збудженого стану в основний з випромінюванням одного фотона. Як відомо [24], причиною спонтанних переходів є взаємодія атомної системи з вакуумним станом електромагнітного поля.

Визначена формулою (1.24) ширина рівня $\tilde{\gamma}_0 = \hbar\gamma_0$ відповідає вільним атомам і називається "природною". У присутності ж другого атома енер-

енергетичні рівні збуджених станів атома відчують додаткове розширення $\tilde{\gamma}_{s(a)} = \hbar\gamma_{s(a)}$, викликане запізнюючою міжатомною взаємодією.

Згідно зі змістом отриманих вище формул (1.9), (1.10) вклад в повну ширину $\tilde{\Gamma}_{s(a)} = \hbar\Gamma_{s(a)}$ від запізнюючої дипольної взаємодії атомів визначається уявною частиною $\tilde{\gamma}_{s(a)} = \hbar\gamma_{s(a)}$ подвоєного комплексного зсуву $2\Delta E_{s(a)}$ (1.8):

$$\gamma_s(R) = -\gamma_a(R) = -\frac{2}{\hbar}\text{Im}\Delta E_{AA}(R) = -\frac{2\omega_0^3 e^2 |\langle n|\vec{r}|0\rangle|^2}{\hbar} \tilde{F}(1, 2; R). \quad (1.25)$$

Величина $\tilde{F}(1, 2; R)$, що входить сюди, виділяє в явному вигляді залежність $\gamma_{s(a)}(R)$ від міжатомної відстані R :

$$\tilde{F}(1, 2; R) = \left[\frac{\Phi(1, 2)}{\omega_0^3 R^3} - \frac{\Phi'(1, 2)}{c^2 \omega_0 R} \right] \sin\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right) - \frac{\Phi(1, 2)}{c \omega_0^2 R^2} \cos\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right). \quad (1.26)$$

Виразивши в правій частині (1.25) квадрат матричного елемента дипольного переходу $|\langle n|\vec{r}|0\rangle|^2$ через радіаційну ширину γ_0 (1.24), одержимо

$$\gamma_s(R) = -\gamma_a(R) = -\frac{3}{2}\gamma_0 c^3 \tilde{F}(1, 2; R). \quad (1.27)$$

Вирази (1.26), (1.27) мають порівняно простий універсальний вигляд, справедливі для довільної системи двох однакових дворівневих атомів з дозволеними дипольними переходами і, як уже було зазначено вище, застосовні при будь-яких, у тому числі як завгодно великих, міжатомних відстанях R .

Зауважимо важливий окремий випадок виразу (1.27), коли матричні елементи оператора дипольного моменту між основним і збудженим станами кожного атома є однаковими для обох атомів і рівними $\langle n|\vec{d}|0\rangle = \langle n|\vec{d}_1|0\rangle = \langle n|\vec{d}_2|0\rangle$. В цьому випадку величини $\tilde{\gamma}_s$ і $\tilde{\gamma}_a$ як функції від R і від кута $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z$ між \vec{R} і \vec{d} мають вигляд

$$\gamma_s = -\gamma_a = \frac{3}{2}\gamma_0 \left\{ \frac{c}{\omega_0 R} \sin^2 \theta^z \sin\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right) + (2 \cos^2 \theta^z - \sin^2 \theta^z) \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{c}{\omega_0 R}\right)^3 \sin\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right) - \left(\frac{c}{\omega_0 R}\right)^2 \cos\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right) \right] \right\}.$$

Механізм розширення енергетичних рівнів E_s (1.15), E_a (1.16) за допомогою запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів, як видно з (1.25) і (1.26), володіє наступними основними властивостями: 1) сильною залежністю від дипольних моментів переходу атомів, а також від їх взаємної орієнтації та від відстані між атомами; 2) резонансним характером запізнюючої диполь-дипольної взаємодії. Ці властивості дають можливість (за допомогою зміни міжатомної відстані і орієнтації дипольних моментів переходу

атомів) керувати розширенням колективних енергетичних рівнів E_s (1.15), E_a (1.16) і навіть домогтися (про це йдеться нижче) повного зникнення розширення антисиметричного стану Ψ_a пари дипольно-взаємодіючих дво-рівневих атомів. Для квантових обчислень потрібні максимально сплутані, стійкі стани з великими часами декогеренції. У зв'язку з цим, виявлення фізичних факторів, що сприяють збереженню довгоживучих квантових кореляцій у двоатомних системах, є пріоритетним завданням фізики квантових обчислень.

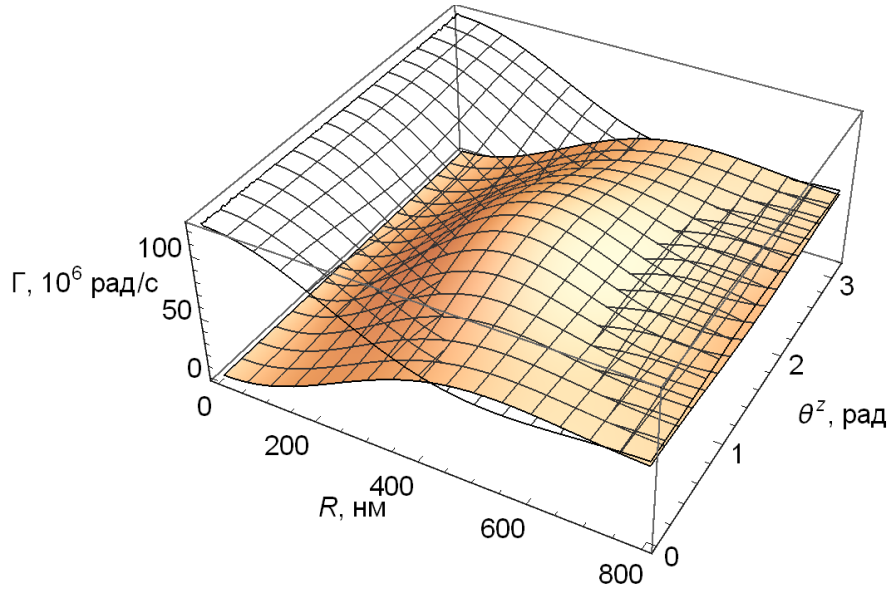


Рис. 1.4. Розраховані за формулами (1.22), (1.23) і (1.25) залежності ширин $\Gamma_s(R, \theta^z)$ і $\Gamma_a(R, \theta^z)$ (прозора і непрозора поверхні, відповідно) від міжатомної відстані R і кута θ^z орієнтації паралельних один одному дипольних моментів переходу атомів відносно осі Oz .

Таким чином, запізнююча міжатомна взаємодія призводить не тільки до зміщення $\delta E_{s(a)}$, але і до додаткового розширення $\tilde{\gamma}_{s(a)} = \hbar \gamma_{s(a)}$ енергетичних рівнів атомів порівняно з радіаційною (1.24). Згідно з отриманими формулами (1.22), (1.23) і (1.25), константи розпаду Γ_s і Γ_a можуть, взагалі кажучи, істотно відрізнитися одна від одної, оскільки містять крім радіаційного згасання вклади від запізнюючої взаємодії, γ_s і γ_a , протилежного знаку: $\gamma_s(R) = -\gamma_a(R)$.

Загальні вирази (1.27) для $\gamma_{s(a)}$ можна суттєво спростити в граничних випадках “великих” ($R \gg \lambda_0$) і “малих” ($a < R \ll \lambda_0$) міжатомних відстаней. Так, у хвильовій зоні при $R \gg \lambda_0$ внаслідок вкладів від поперечних віртуальних фотонів величина запізнюючої взаємодії атомів буде більшою від величини миттєвої. Тому при великих $R \gg \lambda_0$ основний вклад в $\gamma_{s(a)}(R)$ вносить лише найбільш далекодіючий (запізнюючий) доданок, спадаючий з

відстанню як $1/R$. Тоді для констант затухання $\gamma_{s(a)}(R)$ отримаємо вирази

$$\gamma_s(R) = -\gamma_a(R) = \frac{3\gamma_0 c}{2\omega_0 R} \Phi'(1, 2) \sin\left(\frac{\omega_0 R}{c}\right), \quad (1.28)$$

в яких геометричний фактор $\Phi'(1, 2)$ визначений в (1.26). Варто, проте, зазначити, що при необмеженому зростанні міжатомної відстані ширини $\gamma_{s(a)}(R)$ асимптотично прямують до нуля, і відмінний від нуля вклад в $\Gamma_{s(a)}$ дає тільки радіаційна ширина γ_0 (1.24) збуджених рівнів ізольованих атомів, які складають систему.

Вивчимо питання про відносну роль радіаційного і диполь-дипольного механізмів руйнування симетричного і антисиметричного станів пари близько розташованих атомів. У цьому випадку при виконанні умови $\omega_0 R/c \ll 1$ і орієнтації дипольних моментів переходу в обох атомах уздовж осі системи \vec{R} загальні вирази (1.27) набувають вигляду асимптотичного ряду за степенями малого параметра $\omega_0 R/c$:

$$\gamma_s^{(\parallel)}(R) = -\gamma_a^{(\parallel)}(R) = \gamma_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2 R^2}{10c^2}\right), \quad (1.29)$$

де ведучий (нульовий) член розкладу $\gamma_s^{(\parallel)}(0) = -\gamma_a^{(\parallel)}(0) = \gamma_0$ з точністю до знака збігається з радіаційною шириною (1.24) збудженого рівня ізольованого атома. Ця відома формула для залежності вкладів у $\Gamma_{s(a)}$ від дипольної взаємодії атомів була вперше отримана в [27], а потім у праці [14] у більш зручному коваріантному формалізмі, базованому на використанні рівнянь Бете-Солпітера.

Аналогічні асимптотичні розклади для ширин $\gamma_{s(a)}(R)$ в ряд за малим параметром $\omega_0 R/c$ можна отримати з (1.27) і у тому випадку, коли напрями дипольних моментів переходу в обох атомах перпендикулярні до між'ядерної осі \vec{R} . Кінцевий результат для $\gamma_{s(a)}$ можна представити у наступному вигляді:

$$\gamma_s^{(\perp)}(R) = -\gamma_a^{(\perp)}(R) = \gamma_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2 R^2}{5c^2}\right). \quad (1.30)$$

Порівняння формул (1.29) і (1.30) показує, що нульові члени в обох розкладах збігаються, а наступні поправки відрізняються лише числовими множниками в коефіцієнтах. Очевидно, що для цих висновків несуттєвим є припущення про орієнтацію дипольних моментів переходу атомів щодо між'ядерної осі \vec{R} .

Підставляючи в (1.22) і (1.23) асимптотичні розклади (1.29), (1.30) для $\gamma_s(R)$ і $\gamma_a(R)$, отримуємо для повних ширин $\Gamma_{s(a)}^{(\parallel)}$ і $\Gamma_{s(a)}^{(\perp)}$ наступні оцінки:

$$\Gamma_s^{(\parallel)} = \gamma_0 + \gamma_s^{(\parallel)} \approx 2\gamma_0, \quad \Gamma_a^{(\parallel)} = \gamma_0 + \gamma_a^{(\parallel)} \approx \frac{\gamma_0 \omega_0^2 R^2}{10 c^2}, \quad (1.31)$$

$$\Gamma_s^{(\perp)} = \gamma_0 + \gamma_s^{(\perp)} \approx 2\gamma_0, \quad \Gamma_a^{(\perp)} = \gamma_0 + \gamma_a^{(\perp)} \approx \frac{\gamma_0 \omega_0^2 R^2}{5 c^2}. \quad (1.32)$$

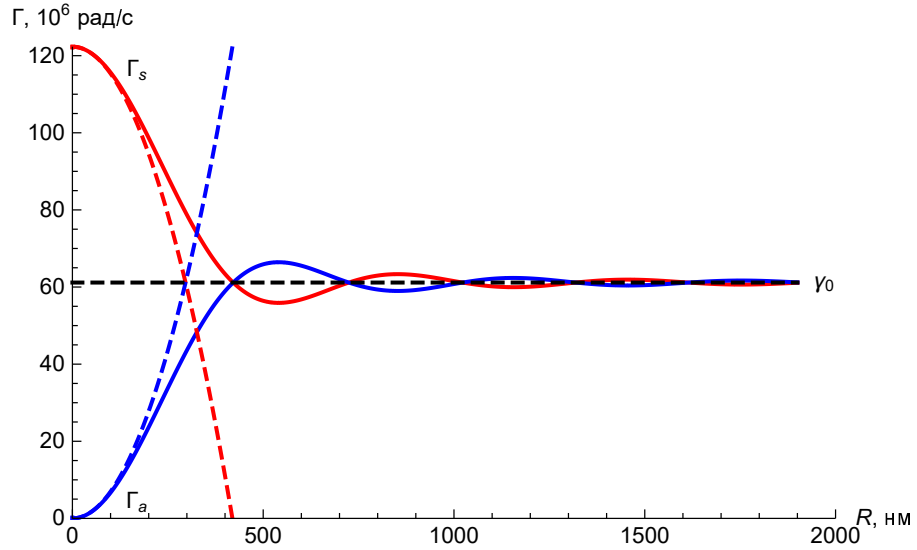


Рис. 1.5. (Кольоровий онлайн.) Розраховані за формулами (1.22), (1.23) і (1.25) залежності ширин Γ_s і Γ_a (суцільні лінії) від міжатомної відстані R при орієнтації дипольних моментів переходу атомів вздовж осі Oz : $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = 0$; пунктирні лінії – розрахунок $\Gamma_s^{(\parallel)}$ і $\Gamma_a^{(\parallel)}$ за асимптотичними формулами (1.29) і (1.31).

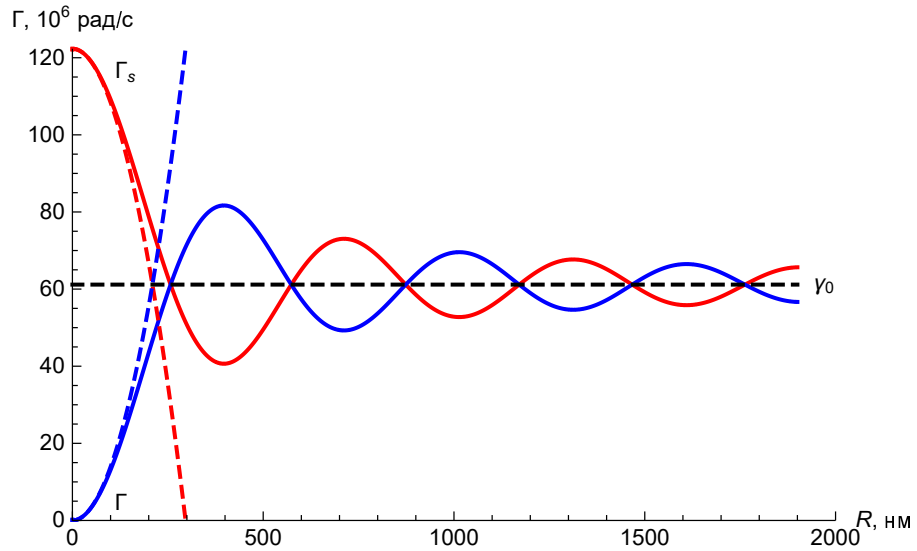


Рис. 1.6. (Кольоровий онлайн.) Розраховані за формулами (1.22), (1.23) і (1.25) залежності ширин Γ_s і Γ_a (суцільні лінії) від міжатомної відстані R при орієнтації дипольних моментів переходу атомів перпендикулярно осі Oz : $\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$; пунктирні лінії – розрахунок $\Gamma_s^{(\perp)}$ і $\Gamma_a^{(\perp)}$ за асимптотичними формулами (1.30) і (1.32).

Критерій застосовності формул (1.29)-(1.32) фактично являє собою умову малості $\omega_0 R/c$ (цю умову можна записати також у вигляді $R \ll \lambda_0$).

Отже, приведені вище оцінки показують, що при зближенні атомів на малу відстань ($R \ll \lambda_0$) вклад $\tilde{\gamma}_s(R)$ у сумарну ширину $\tilde{\Gamma}_s(R)$, зобов'язаний врахуванню запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів, зрівнюється за величиною з вкладом $\tilde{\gamma}_0$ від радіаційного згасання. Отже, запізнююча взаємодія атомів, що знаходяться в симетричному колективному стані Ψ_s (1.17), приводить до подвоєння природної ширини рівнів окремих атомів, із яких утворена двоатомна система. Зовсім інша ситуація має місце для антисиметричного стану Ψ_a (1.17) пари близько розташованих атомів. У цьому випадку константи затухання γ_0 і $\gamma_a(R)$ частково гасять (компенсують) одна одну і стабілізують антисиметричний стан Ψ_a , зменшуючи швидкість його розпаду в міру зближення атомів. Це означає, що максимально сплутаний антисиметричний стан пари атомів виявляється нечутливим до процесу колективної релаксації, що в свою чергу свідчить, що в антисиметричному стані система з двох однакових близько розташованих атомів не випромінює електромагнітні хвилі. Фізичне походження цього явища зумовлене тим, що при виконанні умови $R \ll \lambda_0$ запізнююча взаємодія атомів повністю компенсує радіаційний розпад збудженого стану атома в двоатомній системі. Ця властивість взаємного впливу близько розташованих атомів один на одного інтерпретована в праці [7] як ефект ближнього поля. Даний ефект зазвичай трактується як прояв сил ближньопольної взаємодії атомів у полі зовнішнього випромінювання. З фізичної точки зору сили між двома атомними частинками виникають у результаті самоузгодженої взаємодії наведених дипольних моментів атомів. З квантово-механічної точки зору наведені дипольні моменти атомів виникають у результаті наведення зовнішнім полем атомної когерентності.

Прояв ефекту ближнього поля наочно ілюструється на рис. 1.4, де показано розраховані за формулами (1.22), (1.23) і (1.25) залежності ширин симетричного $\Gamma_s(R, \theta^z)$ і антисиметричного $\Gamma_a(R, \theta^z)$ станів двох взаємодіючих атомів натрію, один з яких знаходиться в основному $3S$ -стані, а інший – у збудженому $3P$ -стані. При взаємодії атомів за рахунок ближнього поля повинна дотримуватися умова $\omega_0 R/c \ll 1$. Тому в ближній зоні на відстанях між взаємодіючими атомами порядку або меншими від довжини хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ колективні стани $\Psi_{s(a)}$ (1.17) розпадаються (див. рис. 1.4) з істотно різними константами розпаду $\Gamma_s(R, \theta^z)$ і $\Gamma_a(R, \theta^z)$. Як показали розрахунки, ці константи володіють сильною залежністю від міжатомної відстані і від кута орієнтації дипольних моментів переходу атомів відносно осі Oz . При досить великих міжатомних відстанях R ширини $\Gamma_{s(a)}$ колективних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) стають близькими до природної ширини γ_0 лінії переходу $3S - 3P$ в ізольованому атомі натрію, а їх осциляції поступово згладжуються, що продемонстровано на рисунках 1.5 і 1.6 для паралельної ($\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = 0$) і перпендикулярної ($\theta^z = \theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$) орієнтації дипольних моментів переходу атомів відносно між'ядерної осі. При зближенні атомів помітне відхилення $\Gamma_{s(a)}(R)$ від природної ширини γ_0 починається

зі значення міжатомної відстані R порядку довжини хвилі λ_0 обраного робочого переходу $|0\rangle \rightarrow |n\rangle$. В границі об'єднаного атома ($R \rightarrow 0$) ширина $\Gamma_a(R)$ прямує до нуля і антисиметричний стан Ψ_a (1.17) пари атомів стає все більш стабільним.

У праці [36] ефект ближнього поля було покладено в основу запису квантової інформації на окремих дворівневих атомах двокубітового квантового комп'ютера за допомогою інтенсивного квазірезонансного випромінювання при зміні кута падіння зовнішньої хвилі. Зчитування квантової інформації (після виконання обчислень) може бути проведене за допомогою малоінтенсивного пробного випромінювання на основі отриманого в [7] розв'язку системи рівнянь для дипольних осциляторів. Як було показано в [7, 36], ефект ближнього поля має місце і при дії слабкої світлової хвилі на систему дворівневих атомів, які розглядалися як лоренцівські осцилятори.

1.4 Лінійні стаціонарні оптичні розмірні резонанси в ближньопольній взаємодії атомів

Як показує дослідження формул (1.11) і (1.27), система з двох тотожних атомів володіє двома лінійними стаціонарними оптичними розмірними резонансами в залежності від напрямку дипольних переходів у атомах відносно між'ядерної осі \vec{R} двоатомної системи. Так, при виконанні умови $\omega_0 R/c \ll 1$ і орієнтації дипольних переходів у обох атомах уздовж осі системи \vec{R} частота розмірного резонансу подається виразом:

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{2|(\vec{d})_{n0}|^2}{\hbar R^3} = \omega_0 - \frac{3e^2 f_{n0}}{m\omega_0 R^3}. \quad (1.33)$$

Якщо ж дипольні моменти переходу атомів спрямовані перпендикулярно до осі \vec{R} , то частота розмірного резонансу визначається рівністю

$$\omega_2 = \omega_0 + \frac{|(\vec{d})_{n0}|^2}{\hbar R^3} = \omega_0 + \frac{3e^2 f_{n0}}{2m\omega_0 R^3}. \quad (1.34)$$

Завдяки запізнюючій взаємодії атомів ширина цих резонансів у ближній зоні ($R \ll \lambda_0$) збільшується приблизно вдвічі порівняно з природною шириною рівнів ізольованих атомів, з яких складена система. Це безпосередньо випливає з виразів для $\Gamma_s^{(\parallel)}$ (1.31) і $\Gamma_s^{(\perp)}$ (1.32). При резонансних частотах ω_1 і ω_2 наведені дипольні моменти першого і другого атомів досягають своїх максимальних значень [7].

Уперше оптичні розмірні резонанси в системі взаємодіючих нерухомих дворівневих атомів аналізувалися в працях [7, 36]. Експериментальним підтвердженням існування таких резонансів є праця [37], де у спектрах анізотропного відбивання світла від поверхні арсеніду галію, реконструйованої

миш'яком, спостерігаються характерні максимуми, які, як з'ясувалося незабаром в розрахунках [38], недвозначно вказують на наявність оптичних розмірних резонансів в димерах миш'яку.

Як зазначено в [7, 36, 38], частоти розмірних резонансів істотно відрізняються від частоти переходу ω_0 у спектрі ізольованих атомів, що складають систему, і сильно залежать від міжатомної відстані та від величини і орієнтації дипольних моментів переходу в атомах відносно між'ядерної осі \vec{R} . Підтвердимо сказане чисельними розрахунками частот ω_1 і ω_2 для системи з двох взаємодіючих "дворівневих" атомів натрію, що резонансно поглинають випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 589$ нм на переході з основного стану $3s$ у збуджений стан $3p$ (жовта лінія атома натрію). Природна ширина лінії переходу $3s \rightarrow 3p$ рівна 10 МГц. У результаті обчислень за формулами (1.33) і (1.34) одержимо для частот ω_1, ω_2 при міжатомній відстані $R = 0.5 \times 10^{-7}$ см наступні числові значення:

$$\omega_1 = (3.197 \times 10^{15} - 9.4 \times 10^{13}) \text{ рад/с}, \quad \omega_2 = (3.197 \times 10^{15} + 4.64 \times 10^{13}) \text{ рад/с}.$$

Оскільки зсуви резонансних частот ω_1 (1.33) і ω_2 (1.34), зумовлені дипольною взаємодією атомів, обернено пропорційні кубу відстані між ними, то мала зміна R приводить до істотної перебудови частотного спектра пари взаємодіючих атомів.

Проте слід зазначити, що вирази (1.33) і (1.34) враховують тільки кулонівську частину взаємодії між атомами (члени $\sim 1/R^3$ в операторі (1.2)) і залишаються справедливими лише доти, поки не є суттєвими ефекти запізнювання. Для цього відстань R між атомами має бути достатньо малою порівняно з характерною довжиною хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$. Більш строгий кількісний опис розмірних резонансів з урахуванням ефектів запізнювання взаємодії можна одержати (провести) за допомогою загальних виразів для зсувів (1.11) і ширин (1.22), (1.23) при відповідних (вказаних вище) орієнтаціях дипольних моментів переходу атомів відносно осі \vec{R} двоатомної квантової системи. При цьому замість простих формул (1.33), (1.34) тут з'являються дещо громіздкі вирази, за допомогою яких у разі потреби може бути отримана детальніша інформація про властивості розмірних резонансів. Тому ми не будемо приводити тут відповідні формули. Відзначимо лише, що врахування ефектів запізнювання в системі взаємодіючих близько розташованих атомів одночасно уточнює частоти розмірних резонансів і змінює якісно їх ширину.

Може скластися хибне враження, що врахування ефектів запізнювання взаємодії є суттєвим тільки на досить великих міжатомних відстанях ($R \gg \lambda_0$), а в протилежному граничному випадку, коли $R \ll \lambda_0$, призводить лише до малих поправок в розглянутому колі явищ. Насправді це, звичайно, не так. Перш за все звернемо увагу, що завдяки запізнюючій диполь-дипольній взаємодії атомів енергетичні зсуви $\Delta E_{s(a)}(R)$ розпадних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) набувають уявної частини $-i\hbar\gamma_{s(a)}/2$, що наочно проявляється в істотній трансформації (див. (1.31) і (1.32)) природної ширини рівнів близько розташованих атомів. З формул (1.1) і (1.2) ми бачимо, що джере-

лом уявних вкладів у комплексні зсуви $\Delta E_{s(a)}$ (1.9) поряд із запізнюючими складовими $\sim 1/c^2 R$ і $1/cR^2$, що мають чисто релятивістське походження, є також і перший доданок в (1.2), який пропорційний $1/R^3$ і вносить у зсуви $\Delta E_{s(a)}$ (1.9) уявну частину протилежного знаку. Відзначимо також, що в нерелятивістській границі $c \rightarrow \infty$ в операторі міжатомної взаємодії (1.2) “виживає” лише миттєва кулонівська взаємодія (доданок $\sim 1/R^3$ без фактора запізнювання $\exp(i\omega_0 R/c)$). В цій границі величини $Im \Delta E_{s(a)} \equiv -\hbar\gamma_{s(a)}/2$ прямують до нуля і вирази (1.9) для зсувів рівнів $\Delta E_{s(a)}$ вироджуються до чисто дійсних значень. Це, в свою чергу, означає, що миттєва кулонівська взаємодія атомів не позначається реально на ширинах розмірних резонансів, проте проявляється з максимальною повнотою (на малих відстанях) у зсувах резонансних частот ω_1 (1.33) і ω_2 (1.34).

Уже з цих міркувань зрозуміло, що ширини розглянутих колективних станів Ψ_s і Ψ_a виявляються нечутливими до миттєвої кулонівської взаємодії атомів (члени $\sim 1/R^3$ в операторі (1.2) без фактора запізнювання $\exp(i\omega_0 R/c)$). Насправді для трансформації природного розширення атомних рівнів у даній квантовій системі необхідно враховувати і кулонівську (з фактором запізнювання $\exp(i\omega_0 R/c)$), і запізнюючі (члени, пропорційні $1/R$ і $1/R^2$ в операторі (1.2)) взаємодії атомів, завдяки яким і з’являються уявні добавки $-i\hbar\gamma_{s(a)}/2$ у комплексних зсувах $\Delta E_{s(a)}$ (див. (1.10)). Більше того, проведене в розділі 1.3 дослідження показує, що запізнююча взаємодія атомів може призводити при виконанні умови $\omega_0 R/c \ll 1$ до значного зменшення (приблизно в $(3c/\omega_0 R)^2$ рази) швидкості розпаду антисиметричного стану Ψ_a і, навпаки, до істотного збільшення (приблизно в два рази) швидкості розпаду симетричного стану Ψ_s . Тому при $\omega_0 R/c \ll 1$ антисиметричний стан майже стабільний, а симетричний розпадається вдвічі швидше. Це явище зумовлене запізнюючою взаємодією атомів і має аналогію в задачі Дікке [39] про кооперативне спонтанне випромінювання багатоатомної системи, розташованої в об’ємі з лінійними розмірами, набагато меншими від довжини хвилі випромінювання $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$.

У наступному розділі ми дослідимо поведінку квантової системи, що складається з двох нерухомих однакових дворівневих атомів, один з яких опромінюється полем реальних фотонів. При послідовному вивченні таких систем не можна обійтися без квазістаціонарного трактування колективних (симетричного Ψ_s і антисиметричного Ψ_a) станів, здатних спонтанно розпадатися. Відмінною особливістю вказаного підходу є те, що математичний опис квазістаціонарних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) характеризується введенням комплексних енергій (1.22) і (1.23). Відповідна цим формулам залежність хвильових функцій Ψ_s і Ψ_a від часу t_1 описується наступними виразами:

$$\Psi_s = \Phi_s \exp \left\{ -i \left(\delta E_s - i \frac{\hbar\Gamma_s}{2} \right) \frac{t_1}{\hbar} \right\}; \Psi_a = \Phi_a \exp \left\{ -i \left(\delta E_a - i \frac{\hbar\Gamma_a}{2} \right) \frac{t_1}{\hbar} \right\}. \quad (1.35)$$

Розгляд станів Ψ_s і Ψ_a в термінах комплексних енергій зумовлює появу у виразах (1.35) експоненціальних множників виду $\exp \left(-\frac{\Gamma_{s(a)}}{2} t_1 \right)$. Ці множники

є природним наслідком затухання станів $\Psi_{s(a)}$ протягом часу спостереження за еволюцією системи.

Введення комплексних рівнів енергії порушує, проте, один з основних постулатів квантової теорії, згідно з яким спектр власних значень будь-якого ермітового оператора має бути дійсним, а відповідні власні функції – нормованими. Аналітичні продовження стаціонарних розв'язків у комплексну площину енергій набуває, отже, принципово нового змісту. Вони дають найпростішу і найбільш зручну апроксимацію нестационарних розв'язків в основній області зміни змінних, там, де точні хвильові функції найбільш близькі до функцій квазістаціонарних зв'язаних станів (1.35), причому $\Gamma_{s(a)} \ll E_{s(a)}$.

Уточнення області застосовності вихідних представлень теорії квазістаціонарних станів і вдосконалення розрахункових методів тривалий час складала основне завдання досліджень цього напрямку. Це завдання залишається актуальним і зараз, особливо в застосовності до конкретних систем. Разом з тим внутрішня логіка розвитку теорії розпадних станів диктує, очевидно, постановку цілого ряду якісно нових завдань, аналогічних тим, які раніше вирішувалися лише для дійсних стаціонарних рівнів. Природним чигном виникають питання про вплив на властивості слабозпадних станів найрізноманітніших фізичних чинників – зовнішніх електромагнітних полів, ефектів запізнювання взаємодії, зв'язки з іншими (зовнішніми і внутрішніми) степенями вільності тощо.

Результати, отримані при розв'язанні подібних завдань, мають не лише суто теоретичний інтерес. Зокрема, вони привертають увагу у зв'язку з питанням про вплив затухання станів на процес передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого.

2 ЧАС ПЕРЕДАЧІ КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

2.1 Система часових рівнянь для амплітуд станів у дворівневому наближенні

У цьому розділі ми вивчимо взаємодію двох однакових, зосереджених в точках $\vec{R}_1 = 0$ та $\vec{R}_2 = (0, 0, R)$ дворівневих атомів $A(1)$ та $A(2)$ з вільним електромагнітним полем в електродипольному наближенні. Всюди нижче використовується концепція складного (“компаунд”) об'єкта [40], а саме “атом $A(1)$ + атом $A(2)$ + поле F ”. У відповідності з цією концепцією при аналізі процесів передачі квантової інформації між кубітами $A(1)$ та $A(2)$ зручно розглядати поле як систему з визначеним числом квантів n_ω і включати його у незбурений гамільтоніан \hat{H} . Стан двоатомної квантової системи “ $A(1) + A(2)$ ” розглядатимемо в координатному представленні, а стан поля фотонів у представленні чисел заповнення, яке є зручним при дослідженні систем зі змінним числом частинок. Надалі будемо вважати, що атоми перебувають на довільній відстані один від одного. У цьому випадку

ку необхідно враховувати запізнюючу диполь-дипольну взаємодію атомів. Без урахування взаємодії атомів з полем оператор Гамільтона $\hat{\mathcal{H}}_0$ повної компаунд-системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” складається з гамільтоніана вільних квантів \hat{H}_F та гамільтоніана \hat{H} системи двох взаємодіючих між собою дво-рівневих атомів $A(1)$ та $A(2)$:

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \hat{H} + \hat{H}_F = \hat{H}_1(\vec{r}_1) + \hat{H}_2(\vec{r}_2) + \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; R) + \hat{H}_F. \quad (2.1)$$

Тут \hat{H}_1, \hat{H}_2 – гамільтоніани ізольованих атомів $A(1)$ і $A(2)$ відповідно; \vec{R} – вектор відстані між ядрами атомів; $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; R)$ – оператор взаємодії атомів $A(1)$ і $A(2)$ на довільній відстані один від одного в електричному дипольному наближенні (див. [21]); радіус-вектори електронів \vec{r}_1 і \vec{r}_2 відносяться до першого $A(1)$ і другого $A(2)$ атома відповідно. У представленні вторинного квантування гамільтоніан \hat{H}_F і енергія E_ω вільного поля фотонів визначаються стандартними виразами

$$\hat{H}_F = \sum_{\omega} \hbar\omega \hat{a}_{\omega}^+ \hat{a}_{\omega}, \quad E_{\omega} = \sum_{\omega} \hbar\omega n_{\omega}, \quad (2.2)$$

де n_{ω} – число фотонів частоти ω у нормувальному об’ємі V_R , \hat{a}_{ω}^+ і \hat{a}_{ω} – оператори породження і знищення фотонів у представленні чисел заповнення n_{ω} фотонних станів $|n_{\omega}\rangle$. Нижче скрізь розглядатимуться переходи, які супроводжуються зміною числа фотонів конкретної польової моди, тому індекси, що характеризують поляризацію α ($\alpha = 1, 2$) і напрям хвильового вектора \vec{k} , всюди опускаються. Гамільтоніан поля \hat{H}_F (2.2) записано в стандартній формі з відкинутою за допомогою відповідного вибору початку відліку нульовою енергією.

У якості базису для запису часової хвильової функції компаунд-системи виберемо добутки власних хвильових функцій гамільтоніанів \hat{H} і \hat{H}_F . Нехай у початковий момент часу $t_1 = 0$ стан компаунд-системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” (за відсутності взаємодії атомів з полем) описується хвильовою функцією

$$\tilde{\Psi}_m^{(0)} = |n_{\omega}\rangle \Psi_m^{(0)} \equiv |n_{\omega}\rangle \Psi_0(1) \Psi_0(2); \quad (2.3)$$

тут власна функція поля $|n_{\omega}\rangle$ відповідає певному числу фотонів, а хвильова функція $\Psi_m^{(0)}$ початкового стану пари тотожних атомів дається виразом [21]

$$\begin{aligned} \Psi_0(1) \Psi_0(2) = & \tilde{\varphi}_0(1) \tilde{\varphi}_0(2) + \\ & + \sum_{n_1 n_2} \frac{\langle \tilde{\varphi}_{n_1}(1) \tilde{\varphi}_{n_2}(2) | \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} | \tilde{\varphi}_0(1) \tilde{\varphi}_0(2) \rangle}{2E_0 - E_{n_1} - E_{n_2}} \tilde{\varphi}_{n_1}(1) \tilde{\varphi}_{n_2}(2). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Початковий стан j -го атома $A(j)$ визначається тут індексом 0 з енергією E_0 і хвильовою функцією $\tilde{\varphi}_0(j)$. Підсумовування в (2.4) проводиться за всіма можливими проміжними станами у спектрі взаємодіючих атомів, за винятком

початкового стану $|00\rangle$. Другий доданок у правій частині виразу (2.4) збігається з поправками першого порядку нерелятивістської теорії збурень до хвильових функцій системи двох атомів з невідродженими рівнями енергії, де в якості збурення береться взаємодія між атомами з оператором запізнюючої диполь-дипольної взаємодії $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ з [21]. У працях [7, 13] було показано, що врахування взаємодії між атомами за допомогою електронних проміжних станів рівносильне врахуванню деякого додаткового внутрішнього поля, що діє на j -ий атом $A(j)$. Величина цього поля збігається з так званим “полем диполів”, яке обчислюється в квантовій теорії дисперсій [7].

Процес поглинання фотона одним з атомів системи $A(1) + A(2)$ можна формально розглядати як квантовий перехід $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_n^{(0)}$ повної компаунд-системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” в новий стан

$$\tilde{\Psi}_n^{(0)} = |n_\omega - 1\rangle \Psi_n^{(0)} \equiv |n_\omega - 1\rangle \Psi_{s(a)} \equiv \tilde{\Psi}_{s(a)}^{(0)}, \quad (2.5)$$

де функція $|n_\omega - 1\rangle$ визначає стан поля фотонів, а функція $\Psi_{s(a)}$ описує симетричний (антисиметричний) стан (1.17) пари однакових дворівневих атомів. Найвні в (1.17) $\Phi_s(a)(1, 2)$, які даються виразами (1.6) та (1.7) є суперпозиціями різних когерентних станів пари атомів, в яких один із атомів знаходиться в основному $|0\rangle$, а інший – у збудженому $|n\rangle$ станах; t_1 – локальний час для пари атомів, пов’язаний з місцем розташування першого атома $A(1)$. Стани Φ_s (1.6) та Φ_a (1.7) зазвичай розглядаються при обговоренні парадокса Ейнштейна-Подольського-Розена [22] і часто використовуються при перевірці нерівностей Белла, в експериментах з квантової телепортації, у низці протоколів квантової криптографії та інших напрямках квантової оптики [1, 16, 17, 20].

Визначимо енергію переходу $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_n^{(0)}$ рівняннями

$$E_m^{(0)} - E_n^{(0)} = E_0 - E_n \mp \delta E_s = -\hbar(\omega + \Delta), \quad (2.6)$$

де верхній знак мінус відповідає симетричному стану Ψ_s пари атомів, а нижній знак плюс – антисиметричному стану Ψ_a ; ω – частота реального фотона; $\Delta = \omega - \omega_0$ – зсув частоти поля ω від частоти атомного переходу ω_0 , а зміщення енергетичних рівнів симетричного (1.6) і антисиметричного (1.7) станів пари атомів визначається виразами (див. [21]) (1.11) та (1.12). Знаки плюс та мінус у виразі (1.11) відповідають симетричній Φ_s і антисиметричній Φ_a хвильовим функціям пари тотожних атомів.

Нехай квантовий перехід $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_n^{(0)}$ відповідає елементарному актові зникнення одного реального фотона в місці перебування атома $A(2)$. Оператор векторного потенціалу $\hat{\vec{A}}$, що зв’язує атом $A(2)$ і поле, задамо в одномодовому наближенні у вигляді стандартної лінійної форми за операторами породження $\hat{a}_\omega^+(t_1)$ та знищення $\hat{a}_\omega(t_1)$ фотонів, тобто

$$\hat{\vec{A}} = \vec{A}_0 \left[e^{i\vec{k}\vec{r}'_2} \hat{a}_\omega(t_1) + e^{-i\vec{k}\vec{r}'_2} \hat{a}_\omega^+(t_1) \right], \quad (2.7)$$

де \vec{r}'_2 – радіус-вектор електрона в атомі $A(2)$, а фотонні оператори у представленні Гайзенберга описуються вільною еволюцією: $\hat{a}_\omega^+(t_1) = \hat{a}_\omega^+(0) \times \exp(i\omega t_1)$, $\hat{a}_\omega(t_1) = \hat{a}_\omega(0) \exp(-i\omega t_1)$, тож оператори $\hat{a}_\omega(0)$ і $\hat{a}_\omega^+(0)$ не залежать від координат і часу. У виразі (2.7) для зручності введено позначення

$$\vec{A}_0 = \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{\omega V_R}} \vec{e},$$

де \vec{e} – одиничний вектор поляризації фотона даної моди. Орієнтуючись на електричні дипольні переходи і обмежуючись однофотонними процесами, представимо гамільтоніан взаємодії одноелектронного атома $A(2)$ з полем реальних фотонів у наступному вигляді:

$$\hat{H}_{int} = -\frac{e}{mc} \hat{p}_2 \vec{A}, \quad (2.8)$$

де \hat{p}_2 – оператор імпульсу електрона атома $A(2)$. Тоді повний гамільтоніан $\hat{\mathcal{H}}$ компаунд-системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” має вигляд:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{H}_{int} = \hat{H} + \hat{H}_F + \hat{H}_{int}. \quad (2.9)$$

Отримаємо рівняння, що описують квантовий перехід $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_n^{(0)} = \tilde{\Psi}_{s(a)}^{(0)}$. У цьому випадку в якості базису для запису часової хвильової функції компаунд-системи “атом $A(1)$ + атом $A(2)$ + поле F ” можна обрати набір атом-польових функцій вигляду (2.3) і (2.5). Позначимо через $a_m(t_1)$ амплітуду ймовірності перебування пари атомів $A(1) + A(2)$ в основному стані $\Psi_m^{(0)}$ (2.4), а поля – в стані $|n_\omega\rangle$. Тоді $a_n(t_1) \equiv a_{s(a)}(t_1)$ набуває змісту амплітуди ймовірності виявити компаунд-систему в симетричному (антисиметричному) стані $\Psi_{s(a)}$ (2.5) за атомними ступенями вільності і в стані $|n_\omega - 1\rangle$ за польовими ступенями вільності. Врахуємо надалі, що взаємодія атома $A(2)$ з полем реальних фотонів визначається оператором (2.8), що має певний тип симетрії по відношенню до перестановок атомів. Відповідно до цього, стани з різною симетрією, $\tilde{\Psi}_s^{(0)}$ і $\tilde{\Psi}_a^{(0)}$, не пов’язані між собою, оскільки повний гамільтоніан \hat{H} (2.1) системи двох однакових атомів (і зокрема запізнююча диполь-дипольна взаємодія атомів $\hat{V}_{дип}^{(\pm)}$) симетричний відносно перестановки ядер. Таким чином, динаміку симетричного $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_s^{(0)}$ і антисиметричного $\tilde{\Psi}_n^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_a^{(0)}$ каналів взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів можна розглядати окремо один від одного. У випадку симетричного каналу $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_s^{(0)}$ для амплітуд станів $a_m(t)$ і $a_n(t)$ (тобто коефіцієнтів при базисних функціях $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ (2.3) і $\tilde{\Psi}_s^{(0)}$ (2.5)) з нестационарного рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (2.9) отримаємо звичним чином ([25], стор.

173) наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{da_m}{dt_1} &= F_{mn} \exp[i(\omega_{mn} + \omega + i\gamma_n)t_1] a_n = F_{mn} \exp(i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)t_1) a_n, \\ i\hbar \frac{da_n}{dt_1} &= F_{nm} \exp(-i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)t_1) a_m, \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

де $\varepsilon_+ = (\delta E_s - \hbar\Delta)/\hbar$, $\gamma_n = \Gamma_n/2$, а константи затухання $\Gamma_n = \Gamma_{s(a)} = \gamma_0 + \gamma_{s(a)}$ симетричного (антисиметричного) стану пари атомів визначаються формулами (20)-(24) з праці [21]. Специфіка впливу запізнюючої міжатомної взаємодії $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ на оптичні властивості двоатомних систем $A(1) + A(2)$ полягає в тому, що у викликаних цією взаємодією зсувах $\Delta E_{s(a)} = \delta E_{s(a)} - i\hbar\gamma_{s(a)}/2$ енергетичних рівнів $E_{s(a)}$ колективних станів $\Psi_{s(a)}$ з'являються уявні добавки, які, як відомо [21], призводять до додаткового розширення $\gamma_{s(a)}$ рівнів $E_{s(a)}$ порівняно з радіаційним γ_0 . У системі рівнянь (2.10) F_{mn} – матричний елемент переходу $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_s^{(0)}$, який шляхом запровадження ефективного дипольного моменту атома $A(2)$ можна записати у вигляді

$$F_{mn} = -\frac{i}{c} \sqrt{\frac{n_\omega}{2}} \omega_0 \vec{A}_0 \vec{d}_{n0}^{\text{eff}}(R) \exp(i\vec{k}\vec{R}). \quad (2.11)$$

Тут \vec{A}_0 – амплітуда векторного потенціалу, \vec{k} – хвильовий вектор реального фотона ($k = \omega/c$), який поглинається в місці розташування атома $A(2)$ з радіус-вектором \vec{R} ; $\vec{d}_{n0}^{\text{eff}}(R)$ – матричний елемент оператора електричного дипольного моменту атома $A(2)$, обчислений з урахуванням усіх доданків хвильової функції (2.4) початкового стану:

$$\begin{aligned} \vec{d}_{n0}^{\text{eff}}(R) &= \vec{d}_{n0} + \vec{d}_{n0}^{\prime}(R) = \vec{d}_{n0} + \\ &+ \sum_{n_2} \frac{(E_{n_2} - E_0)}{\hbar\omega_0} \frac{\vec{d}_{0n_2} \langle \tilde{\varphi}_n(1) \tilde{\varphi}_{n_2}(2) | \hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)} | \tilde{\varphi}_0(1) \tilde{\varphi}_0(2) \rangle}{E_n + E_{n_2} - 2E_0}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Перший доданок \vec{d}_{n0} в (2.12) позначає матричний елемент оператора електричного дипольного моменту окремого атома між станами $|n\rangle$ і $|0\rangle$. Конкретний вигляд залежності $\vec{d}_{n0}^{\prime}(R)$ пов'язаний з типом взаємодії атомів $A(1)$ і $A(2)$ між собою. У розглядуваному тут випадку дипольної взаємодії атомів $\vec{d}_{n0}^{\prime}(R)$ степеневим чином спадає зі збільшенням міжатомної відстані R . Таким чином, другий доданок $\vec{d}_{n0}^{\prime}(R)$ у правій частині (2.12) враховує вплив на процес поглинання реального фотона взаємодії атомів $A(1)$ і $A(2)$ через поле віртуальних фотонів. Ця взаємодія, як показано в [7, 15, 41], приводить до наведення так званого електронного поляризуючого поля з відповідним векторним потенціалом у місці розташування атома-спостерігача $A(1)$. Детальніше фізична суть цього явища пояснюватиметься в наступному розділі. Тут ми відзначимо лише, що загальні формули для поляризуючих полів

були отримані в працях [7, 15, 41] для кулонівської ($\sim 1/R^3$) і запізнюючих ($\sim 1/R$ і $1/R^2$) складових у взаємодії $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$ двох резонансних атомів.

За допомогою підстановки $\tilde{a}_n(t_1) = a_n(t_1)e^{-\gamma_n t_1}$ вихідна система диференціальних рівнянь (2.10) для амплітуд ймовірностей \tilde{a}_n і a_m набуває добре відомого вигляду (див., наприклад, [40, 42]):

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{da_m}{dt_1} &= F_{mn} \exp[i(\omega_{mn} + \omega)t_1] \tilde{a}_n = F_{mn} \exp(i\varepsilon_+ t_1) \tilde{a}_n, \\ i\hbar \frac{d\tilde{a}_n}{dt_1} &= -i\gamma_n \hbar \tilde{a}_n + F_{nm} \exp(-i\varepsilon_+ t_1) a_m. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Систему (2.13) слід розв'язувати при початковій умові $a_m(0) = 1$, $\tilde{a}_n(0) = 0$. Форма рівнянь (2.13) є єдиною для обох каналів взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів; для антисиметричного каналу $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_a^{(0)}$ потрібно в системі (2.13) провести заміни Γ_s на Γ_a і ε_+ на ε_- , де $\varepsilon_- = -(\delta E_s + \hbar\Delta)/\hbar$. На основі системи рівнянь (2.13) можна досить повно описати взаємний вплив атомів $A(1)$ і $A(2)$ у полі реальних фотонів. При цьому окремі доданки в (2.13) мають наступний фізичний зміст: 1) член $-i\hbar\gamma_n \tilde{a}_n$ описує затухання симетричного (антисиметричного) станів $\tilde{\Psi}_{s(a)}^{(0)}$ компаунд-системи; 2) інші доданки в (2.13), пропорційні матричним елементам F_{mn} і F_{nm} , описують поглинання квантів одним з атомів системи.

Система рівнянь (2.13) адекватна дворівневному наближенню в системі атомів ([25], с. 175), коли у хвильовому рівнянні Шредінгера найбільш суттєвий ефект виникає від резонансних ($\omega = \omega_0$) членів $\sim \exp[\pm i(\omega_0 - \omega)t_1]$, в яких залежність від часу визначається малою різницею частот $\omega_0 - \omega$. Аналогічну систему рівнянь без урахування затухання станів ($\gamma_n = 0$) отримано в [2] (див. також книгу [25]).

Певним недоліком побудованої системи рівнянь (2.13) (як і вихідної системи (2.10)) є її неермітовість, що приводить до незбереження нормування амплітуд $a_m(t_1)$, $\tilde{a}_n(t_1)$ колективних станів $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ (2.3) і $\tilde{\Psi}_n^{(0)}$ (2.5) внаслідок їх розпаду в континуум. Фізично це пояснюється тим, що змінне зовнішнє збурення (2.8) може йонізувати зв'язані атомні стани. Ці процеси можна врахувати [40, 42] шляхом введення в $\Gamma_{s(a)}$ додаткового затухання: $\Gamma_{s(a)} \rightarrow \tilde{\Gamma}_{s(a)} = \Gamma_{s(a)} + \gamma'_{s(a)}$, де $\gamma'_{s(a)}$ – ефективна ширина, що враховує зазначені процеси, а $\tilde{\Gamma}_{s(a)}$ – це повна ширина, складена із вкладів від усіх можливих способів “розпаду” даного квазістаціонарного стану. В результаті виходить та сама система рівнянь (2.13), в якій від станів неперервного спектру присутньою є лише додаткова ширина $\gamma'_{s(a)}$. Таким чином, труднощі з незбереженням нормування амплітуд дискретних станів можна обійти так само, як це зроблено в працях [40, 42]. Проте нижче ми будемо вважати, що $\gamma'_{s(a)} t_1 \ll 1$, і тому опускати $\gamma'_{s(a)}$.

Звернемося до загального розв'язку системи (2.13). Зрозуміло, що одержати точний розв'язок цієї системи при довільному вигляді $F_{mn}(t_1)$ і при тому для $\gamma_n \neq 0$ представляє, очевидно, нерозв'язку в аналітичному вигляді

ді задачу. За відсутності затухання ($\gamma_n = 0$) періодичне за часом збурення з частотою ω приводило б просто до періодичних осциляцій амплітуд обох станів $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ (2.3), $\tilde{\Psi}_n^{(0)}$ (2.5) з частотами $\omega^{(1,2)}$, які визначаються коренями відповідного секулярного рівняння [25]. Врахування затухання ($\gamma_n \neq 0$) приводить до появи уявних частин в частотах $\omega^{(1,2)}$ і, тим самим, до затухання амплітуд колективних станів $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ і $\tilde{\Psi}_n^{(0)}$. Не зупиняючись на проміжкових розрахунках, приведемо одразу кінцевий результат для амплітуд a_m і \tilde{a}_n у випадку періодичного за часом збурення (вигляду (2.7), (2.8)):

$$a_m = \exp\left(-\frac{\gamma_n - i\varepsilon_+}{2}t_1\right) \times$$

$$\times \left\{ \cos((\Omega_+ + i\beta_+)t_1) - \frac{i(\varepsilon_+ + i\gamma_n)}{2(\Omega_+ + i\beta_+)} \sin((\Omega_+ + i\beta_+)t_1) \right\},$$

$$\tilde{a}_n = a_n e^{-\gamma_n t_1} = -\frac{iF_{nm}}{(\Omega_+ + i\beta_+)\hbar} \exp\left(-\frac{\gamma_n + i\varepsilon_+}{2}t_1\right) \sin((\Omega_+ + i\beta_+)t_1). \quad (2.14)$$

Тут Ω_+ і β_+ – дійсні числа, що визначаються співвідношенням:

$$\Omega_+ + i\beta_+ = \left\{ \frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{(\varepsilon_+ + i\gamma_n)^2}{4} \right\}^{1/2}.$$

Розв'язок (2.14) для симетричного (і аналогічний розв'язок для антисиметричного) каналу взаємодії складним чином залежить від трьох параметрів: ε_+ , F_{nm} , $\gamma_n = \Gamma_s/2$ і часу t_1 . Можна перекоонатися, проте, що загальний характер залежності $|a_m(t_1)|^2$ і $|a_n(t_1)|^2$ від часу має вигляд

$$\exp^{-\gamma_n t_1} (A \exp^{-\beta_+ t_1} + B \exp^{-i\Omega_+ t_1} + C \exp^{\beta_+ t_1}),$$

де сталі A , B , C визначаються параметрами ε_+ , F_{nm} , Γ_s . Залежно від співвідношення між трьома параметрами Γ_s , β_+ і Ω_+ інформаційна система з двох резонансних атомів у полі реальних фотонів характеризується тим чи іншим режимом роботи.

Насамперед для будь-яких співвідношень між Γ_s , β_+ і Ω_+ є початкова стадія процесу, коли $t_1 \ll \Gamma_s^{-1}$, β_+^{-1} , Ω_+^{-1} . У цьому випадку можна залишити в системі (2.13) лише доданки, що містять F_{nm} і F_{mn} . При цьому розв'язки (2.14), при нехтуванні затуханням ($\Gamma_s = \beta_+ = 0$), переходять у відомі формули книги [25] на стор. 176. Якщо ж $\Gamma_s \gg \Gamma_s - \beta_+$, $\Gamma_s^{-1} \ll t_1 \ll (\Gamma_s - \beta_+)^{-1}$, то реалізується квазістаціонарний режим. У реальній ситуації цей режим відповідає достатньо великим часам ($\Gamma_s t_1 \gg 1$) спостереження за компаунд-системою. При цьому відстань R між атомами може бути значно більшою або порівнюваною з довжиною хвилі зовнішнього випромінювання $\lambda = 2\pi c/\omega$. У цьому випадку затухання станів вельми нетривіальним чином впливає на часовий хід амплітуд ймовірностей $a_m(t_1)$

та $\tilde{a}_n(t_1)$ (див. (2.14)); ефект затухання тим більший, чим більшою є константа затухання Γ_s і чим меншим відношення $(\Gamma_s - \beta_+)/\Gamma_s$.

Інший тип режиму – осциляторний – можливий при $\Omega_+ \gg \Gamma_s$, $\Omega_+^{-1} \ll t_1 \ll \Gamma_s^{-1}$. Цей режим часової еволюції системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” характеризується формулами (2.14), де слід покласти $\Omega_+ = \Omega_0 = \sqrt{\varepsilon_+^2/4 + |F_{nm}|^2/\hbar^2}$ і $\beta_+ = \beta_0 = \varepsilon_+ \Gamma_s / 8\Omega_0$. Осциляторний режим у випадку $\Gamma_s = 0$ досить детально розглянуто в праці [2].

Усі згадані тут режими часової еволюції компаунд-системи мають місце і для антисиметричного каналу взаємодії. Змінюючи параметри, що характеризують компаунд-систему “ $A(1) + A(2) + F$ ”, можна простежити неперервний перехід від одного режиму до іншого.

Особливістю розв’язуваної задачі є необхідність врахування обміну збудженнями між резонансно взаємодіючими атомами. Проведене в [5] дослідження цієї задачі показує, що при врахуванні диполь-дипольної взаємодії атомів без запізнювання обмін збудженнями між атомами визначається характерним часом обміну $\hbar/\delta E'_s$, де $\delta E'_s$ дається виразом

$$\delta E'_{s,a} = \pm \frac{e^2}{R^3} |\langle n|r|0 \rangle|^2 \Phi(1, 2). \quad (2.15)$$

Якщо в деякий момент часу система, що складається з двох однакових атомів, знаходиться в стані, в якому збудженим є тільки один атом, то це збудження, як показано в [5], внаслідок резонансної взаємодії через час $\tau' = \hbar/\delta E'_s$ передається іншому атому. Чим ближче атоми один до одного, тим швидше відбувається перехід енергії збудження від одного атома до іншого. При цьому час τ' передачі збудження значно менший часу життя Γ_n^{-1} атома у збудженому стані. Тому в праці [5] затухання станів у процесі передачі збудження від атома до атома не враховувалось.

Як видно з розв’язку (2.14) системи (2.13), врахування затухання одного з рівнів призводить до “перекидання” цього затухання на інший рівень. Так, наприклад, якщо в початковий момент часу ($t_1 = 0$) стан $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ був стабільним, то в наступні моменти часу ($t_1 > 0$) він може розпадатися з константою, рівною половині константи затухання стану $\tilde{\Psi}_n^{(0)}$. Цей ефект має аналогію в задачі про руйнування метастабільного рівня $2S_{1/2}$ атома водню зовнішнім полем [42]. Визначальним для цього ефекту параметром є величина $\Gamma_{s(a)}\tau_{12}$, де τ_{12} – ефективний час передачі енергії збудження від атома $A(2)$ до атома $A(1)$. Виявлений ефект втрати когерентності квантових станів перешкоджає квантовим обчисленням і тому повинен бути вкрай мінімізований. У зв’язку з цим найбільш перспективним в якості кубітів квантового комп’ютера бачиться використання ультрахолодних електронейтральних атомів у високозбуджених станах з головним квантовим числом $n \gg 1$. Така реалізація квантового комп’ютера стає можливою завдяки швидкому розвитку останніми роками техніки лазерного охолодження і захоплення нейтральних атомів у оптичні решітки або дипольні пастки [16, 18, 43, 44]. Високозбуджені стани атома, названі рідбергівськими, мають цілу низку

унікальних властивостей, включаючи великі часи життя і здатність відчувати один одного на значній міжатомній відстані [18]. Ці властивості дозволяють проводити квантові обчислення за умови відсутності спонтанної релаксації рівнів.

У відповідності з поставленими початковими умовами $a_m(0) = 1$, $\tilde{a}_n(0) = 0$ в момент часу $t_1 = 0$ розглядувана компаунд-система знаходиться в стані $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$. Проте уже в наступні моменти часу t_1 під впливом збурення (2.8) вона еволюціонує в суперпозиційний стан:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_s(t_1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4}t_1 + i\frac{\varepsilon_+}{2}t_1\right) \times \\ &\times \left[\cos((\Omega_+ + i\beta_+)t_1) - \frac{i(\varepsilon_+ + i\Gamma_s/2)}{2(\Omega_+ + i\beta_+)} \sin((\Omega_+ + i\beta_+)t_1) \right] \times \\ &\times \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle - \frac{iF_{nm}}{\hbar(\Omega_+ + i\beta_+)} \exp\left(-\frac{\Gamma_s}{4}t_1 - i\frac{\varepsilon_+}{2}t_1\right) \times \\ &\times \sin((\Omega_+ + i\beta_+)t_1) \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) + \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)] \times \\ &\times \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar)|n_\omega - 1\rangle. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ця хвильова функція відповідає симетричному каналу взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів. У випадку антисиметричного каналу взаємодії явний вираз для часової хвильової функції $\tilde{\Psi}_a(t_1)$ розглядуваної компаунд-системи можна одержати з (2.16) замінами $\Omega_+ \rightarrow \Omega_-$, $\beta_+ \rightarrow \beta_-$, $\Gamma_s \rightarrow \Gamma_a$ та $\varepsilon_+ \rightarrow \varepsilon_-$:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_a(t_1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4}t_1 + i\frac{\varepsilon_-}{2}t_1\right) \times \\ &\times \left[\cos((\Omega_- + i\beta_-)t_1) - \frac{i(\varepsilon_- + i\Gamma_a/2)}{2(\Omega_- + i\beta_-)} \sin((\Omega_- + i\beta_-)t_1) \right] \times \\ &\times \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle - \frac{iF_{nm}}{\hbar(\Omega_- + i\beta_-)} \exp\left(-\frac{\Gamma_a}{4}t_1 - i\frac{\varepsilon_-}{2}t_1\right) \times \\ &\times \sin((\Omega_- + i\beta_-)t_1) \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2) - \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)] \times \\ &\times \exp(+i\delta E_s t_1/\hbar)|n_\omega - 1\rangle. \end{aligned}$$

Тут для спрощення запису формул використано наступні позначення:

$$\varepsilon_\pm = (\pm\delta E_s - \hbar\Delta)/\hbar, \quad \Omega_\pm + i\beta_\pm = \left\{ \frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{(\varepsilon_\pm + i\Gamma_{s(a)}/2)^2}{4} \right\}^{1/2}. \quad (2.17)$$

Таким чином, кінцевий стан компаунд-системи “ $A(1) + A(2) + F$ ” є суперпозицією (лінійною комбінацією) станів $\tilde{\Psi}_s(t_1)$ та $\tilde{\Psi}_a(t_1)$:

$$\tilde{\Psi}(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\tilde{\Psi}_s(t_1) + \tilde{\Psi}_a(t_1) \right]. \quad (2.18)$$

Нормувальний множник у (2.18) вибрано так, щоб забезпечити рівномірне збудження обох станів $\tilde{\Psi}_s$ та $\tilde{\Psi}_a$ у суперпозиційному стані, що описується хвильовою функцією $\tilde{\Psi}(t_1)$. Після моменту $t_1 = 0$ компаунд-система розвивається незалежно по симетричному і антисиметричному каналах взаємодій, кожен з яких, взагалі кажучи, розпадається зі своєю константою розпаду. Ці два канали взаємодії можуть бути особливо корисними для виконання двокубітових логічних операцій і в низці інших застосувань [1].

Збираючи разом одержані для $\tilde{\Psi}_s(t_1)$ і $\tilde{\Psi}_a(t_1)$ формули, представимо хвильову функцію $\tilde{\Psi}(t_1)$ у вигляді лінійної комбінації:

$$\tilde{\Psi}(t_1) = A_1 \tilde{\varphi}_0(1) \tilde{\varphi}_0(2) |n_\omega\rangle + A_2 \tilde{\varphi}_n(1) \tilde{\varphi}_0(2) |n_\omega - 1\rangle + A_3 \tilde{\varphi}_0(1) \tilde{\varphi}_n(2) |n_\omega - 1\rangle, \quad (2.19)$$

де амплітуди ймовірності можливих станів компаунд-системи даються виразами

$$A_1 = \frac{1}{2} \left\{ \exp \left(-\frac{\Gamma_s}{4} t_1 + i \frac{\varepsilon_+}{2} t_1 \right) \left[\cos((\Omega_+ + i\beta_+) t_1) - \frac{i(\varepsilon_+ + i\Gamma_s/2)}{2(\Omega_+ + i\beta_+)} \sin((\Omega_+ + i\beta_+) t_1) \right] + \exp \left(-\frac{\Gamma_a}{4} t_1 + i \frac{\varepsilon_-}{2} t_1 \right) \left[\cos((\Omega_- + i\beta_-) t_1) - \frac{i(\varepsilon_- + i\Gamma_a/2)}{2(\Omega_- + i\beta_-)} \sin((\Omega_- + i\beta_-) t_1) \right] \right\}, \quad (2.20)$$

$$A_2 = -\frac{iF_{nm}}{2\hbar} \left[\frac{\sin((\Omega_+ + i\beta_+) t_1)}{\Omega_+ + i\beta_+} \exp \left(-\frac{\Gamma_s}{4} t_1 - i \frac{\varepsilon_+}{2} t_1 \right) \times \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar) + \frac{\sin((\Omega_- + i\beta_-) t_1)}{\Omega_- + i\beta_-} \exp \left(-\frac{\Gamma_a}{4} t_1 - i \frac{\varepsilon_-}{2} t_1 \right) \exp(i\delta E_s t_1/\hbar) \right], \quad (2.21)$$

$$A_3 = \frac{iF_{nm}}{2\hbar} \left[-\frac{\sin((\Omega_+ + i\beta_+) t_1)}{\Omega_+ + i\beta_+} \exp \left(-\frac{\Gamma_s}{4} t_1 - i \frac{\varepsilon_+}{2} t_1 \right) \times \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar) + \frac{\sin((\Omega_- + i\beta_-) t_1)}{\Omega_- + i\beta_-} \exp \left(-\frac{\Gamma_a}{4} t_1 - i \frac{\varepsilon_-}{2} t_1 \right) \exp(i\delta E_s t_1/\hbar) \right]. \quad (2.22)$$

Для часів $\Gamma_{s(a)} t_1 \ll 1$ амплітуди ймовірностей (2.20)-(2.22) нормовані умовою: $|A_1(t_1)|^2 + |A_2(t_1)|^2 + |A_3(t_1)|^2 = 1$. Звідси та з формул (2.20)-(2.22) випливає збереження нормування повної хвильової функції $\tilde{\Psi}(t_1)$ при $\Gamma_{s(a)} t_1 \rightarrow 0$. Резонансна передача квантової інформації від атома $A(2)$ до атома $A(1)$ характеризується зміною амплітуд $A_1(t_1)$, $A_2(t_1)$ та $A_3(t_1)$ при селективному збудженні атома $A(2)$ полем реальних фотонів.

Зважаючи на обертання в нуль матричного елемента оператора (2.8), що зв'язує стани $\tilde{\Psi}_s^{(0)}$ та $\tilde{\Psi}_a^{(0)}$, амплітуди ймовірностей виявити компаунд-систему в тому чи іншому стані представляються у вигляді суми двох груп доданків. Доданки в (2.20)-(2.22) з множником $\exp(-\Gamma_s t_1/4 + i\varepsilon_+ t_1/2)$ відповідають розпаду системи по симетричному каналу взаємодії, а доданки з множником $\exp(-\Gamma_a t_1/4 + i\varepsilon_+ t_1/2)$ – по антисиметричному. При розведенні атомів на великі відстані ($R \gg \lambda_0$) вклад у $\Gamma_{s(a)}$ за рахунок диполь-дипольної взаємодії атомів прямує до нуля. В цьому випадку константи затухання $\Gamma_{s(a)}$ станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) з достатнім ступенем точності можна вважати рівними їхнім асимптотичним значенням (при $R \rightarrow \infty$): $\Gamma_s = \Gamma_a = \gamma_0$, де γ_0 – стала радіаційного розпаду окремого атома. Співпадіння констант затухання Γ_s та Γ_a призводить до квантових осциляцій між станами $|0n\rangle$ і $|n0\rangle$, в яких збуджено тільки один атом $A(1)$ або $A(2)$.

При тісному зближенні атомів, коли $\omega_0 R/c \rightarrow 0$, розпад системи можливий лише (див. [21]) по симетричному каналу, оскільки в цій границі антисиметричний стан Ψ_a пари атомів стає стабільним ($\Gamma_a = 0$), а симетричний Ψ_s розпадається вдвічі швидше ($\Gamma_s = 2\gamma_0$). Тому при $R \ll \lambda_0$ стани різної симетрії по відношенню до перестановок атомів по-різному беруть участь у релаксаційній динаміці розглядуваної компаунд-системи. А саме, антисиметричний стан Ψ_a пари дипольно-взаємодіючих атомів еволюціонує унітарним чином, у той час як динаміка симетричного стану є неунітарною.

З приводу формул (2.20)-(2.22) зауважимо ще наступне. Передусім звернемо увагу на те, що ці формули дають можливість виявляти та контролювати точно усі ефекти, пов'язані з впливом запізнюючої взаємодії атомів і затухання станів на процес передачі квантової інформації між двома атомами-кубітами. З обмінно-резонансної природи переносу енергії збудження від одного атома до іншого випливає, що ефективність передачі квантової інформації повинна сильно залежати від міжатомної відстані та взаємної орієнтації дипольних моментів переходу атомів. При цьому взаємодія дворівневих атомів між собою, що описується оператором $\hat{V}_{\text{дип}}^{(\pm)}$, і взаємодія одного з них з полем реальних фотонів складають набір простих інструментів для керування внутрішніми квантовими станами $\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle$, $\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega-1\rangle$ і $\tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_n(2)|n_\omega-1\rangle$ компаунд-системи “ $A(1)+A(2)+F$ ”, що представляє безперечний інтерес з точки зору їх практичного застосування для реалізації квантових логічних операцій NOT і CNOT.

Звичайний підхід до опису резонансної передачі інформації від одного атома до іншого, розвинений в книзі [5] та вдосконалений в [2], відповідає розв'язку системи (2.13) для $\gamma_n = 0$. За відсутності затухання станів ($\Gamma_s = \Gamma_a = 0$) часова залежність амплітуд (2.20)-(2.22) істотно спрощується:

$$A_1 = \frac{1}{2} \left\{ \exp(i\varepsilon_+ t_1/2) \left[\cos(\Omega_+ t_1) - \frac{i\varepsilon_+}{2\Omega_+} \sin(\Omega_+ t_1) \right] + \exp(i\varepsilon_- t_1/2) \left[\cos(\Omega_- t_1) - \frac{i\varepsilon_-}{2\Omega_-} \sin(\Omega_- t_1) \right] \right\}, \quad (2.23)$$

$$A_2 = -\frac{iF_{nm}}{2\hbar} \left[\frac{\sin(\Omega_+ t_1)}{\Omega_+} \exp(-i\varepsilon_+ t_1/2) \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar) + \frac{\sin(\Omega_- t_1)}{\Omega_-} \exp(-i\varepsilon_- t_1/2) \exp(i\delta E_s t_1/\hbar) \right], \quad (2.24)$$

$$A_3 = \frac{iF_{nm}}{2\hbar} \left[-\frac{\sin(\Omega_+ t_1)}{\Omega_+} \exp(-i\varepsilon_+ t_1/2) \exp(-i\delta E_s t_1/\hbar) + \frac{\sin(\Omega_- t_1)}{\Omega_-} \exp(-i\varepsilon_- t_1/2) \exp(i\delta E_s t_1/\hbar) \right]. \quad (2.25)$$

Відмінність формул (2.23)-(2.25) від аналогічних формул (17) зі статті [2] зумовлена допущеною у формулі (3) на стор. 176 книги [25] розрахунковою помилкою.

Формули (2.20)-(2.22) являють собою основний підсумок проведеного дослідження. З цих формул випливає, що при $t_1 = 0$ компаунд-система знаходиться в стані $\tilde{\Psi}(t_1 = 0) = \tilde{\varphi}_0(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega\rangle$, в якому обидва атоми мають енергію E_0 , а в полі знаходиться n_ω квантів, тобто $A_1 = 1$, $A_2 = A_3 = 0$. У наступному розділі простежимо часову еволюцію амплітуд (2.20)-(2.22) у наступні моменти часу.

2.2 Квантова телепортація і резонансна передача інформації від одного атома-кубіта до іншого

Амплітуди (2.20)-(2.22) складним чином залежать від відповідних фізичних параметрів симетричного та антисиметричного каналів взаємодії пари атомів з полем реальних фотонів. Певне спрощення формул (2.20)-(2.22) виникає в граничних випадках великих ($R \gg \lambda_0$) і малих ($R \ll \lambda_0$) міжатомних відстаней, що дозволяє детально дослідити вплив різних фізичних факторів на процес резонансної передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого. При цьому в кожному конкретному випадку вдається простежити в аналітичній формі за часовим ходом амплітуд $A_1(t_1)$, $A_2(t_1)$, $A_3(t_1)$ та, зокрема, визначити час передачі квантової інформації від одного атома-кубіта до іншого з урахуванням ефектів затухання станів і запізнювання взаємодії.

А. Точний резонанс.

Великі міжатомні відстані. Розглянемо випадок точного резонансу, коли $\Delta = 0$, тобто частота реального фотона ω збігається з частотою переходу $(E_m^{(0)} - E_n^{(0)})/\hbar$. Насамперед зазначимо, що в наведених вище формулах (2.20)-(2.22) константи затухання $\Gamma_s = \gamma_0 + \gamma_s(R)$ і $\Gamma_a = \gamma_0 + \gamma_a(R)$ можуть, взагалі кажучи, суттєво відрізнитися одна від одної, оскільки містять (крім радіаційного затухання γ_0) однакові за величиною і протилежні

за знаком вклади γ_s та γ_a від запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів [21]: $\gamma_s(R) = -\gamma_a(R)$. Як показує порівняння констант затухання $\gamma_{s,a}$ і γ_0 (див. рис. 5 і 6 у праці [21]), є велика область зміни міжатомних відстаней: $\lambda_0 \ll R < \infty$, в якій вкладом $\gamma_{s(a)}$ в $\Gamma_{s(a)}$ від запізнюючої взаємодії атомів можна знехтувати. Тоді при точному резонансі ($\omega = \omega_0$, $\Delta = 0$) і досить великих $R \gg \lambda_0$ константи затухання $\Gamma_s = \Gamma_a = \gamma_0$, а величини ε_{\pm} , Ω_{\pm} і β_{\pm} набувають наступних значень: $\varepsilon_+ = -\varepsilon_- = \delta E_s/\hbar$,

$$\Omega_{\pm} = \Omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\rho^2 + \frac{\gamma_0^2 (\delta E_s)^2}{16\hbar^2}} + \rho \right]^{1/2}, \quad \rho = \frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{(\delta E_s)^2 - \hbar^2 \gamma_0^2/4}{4\hbar^2}, \quad (2.26)$$

$$\beta_+ = -\beta_- = \beta = \frac{\text{sgn } \delta E_s}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\rho^2 + \frac{\gamma_0^2 (\delta E_s)^2}{16\hbar^2}} - \rho \right]^{1/2}. \quad (2.27)$$

Тут і далі $\text{sgn } x = x/|x|$ – знак x . У точному резонансі ($\Delta = 0$) при виконанні умови $R \gg \lambda_0$ амплітуди (2.20)-(2.22) набувають наступних значень (тут використано позначення $\tilde{\Omega}_{\pm} = \Omega \pm i\beta$):

$$A_1 = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \left\{ \exp\left(\frac{i\delta E_s t_1}{2\hbar}\right) \left[\cos(\tilde{\Omega}_+ t_1) + \frac{\gamma_0/2 - i\delta E_s/\hbar}{2\tilde{\Omega}_+} \sin(\tilde{\Omega}_+ t_1) \right] + \exp\left(-\frac{i\delta E_s t_1}{2\hbar}\right) \left[\cos(\tilde{\Omega}_- t_1) + \frac{\gamma_0/2 + i\delta E_s/\hbar}{2\tilde{\Omega}_-} \sin(\tilde{\Omega}_- t_1) \right] \right\}, \quad (2.28)$$

$$A_{2,3} = -\frac{iF_{nm}}{2\hbar} \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \times \left[\frac{\sin(\tilde{\Omega}_+ t_1)}{\tilde{\Omega}_+} \exp\left(-\frac{3i\delta E_s t_1}{2\hbar}\right) \pm \frac{\sin(\tilde{\Omega}_- t_1)}{\tilde{\Omega}_-} \exp\left(\frac{3i\delta E_s t_1}{2\hbar}\right) \right], \quad (2.29)$$

де верхній знак відповідає амплітуді A_2 , а нижній – A_3 . Числові розрахунки для реальних атомів (наприклад, атома натрію) показують, що при $R \gg \lambda_0$ добре виконується умова $\beta \ll \Omega$ ($|\delta E_s| \ll \hbar\gamma_0 \ll |F_{nm}|$). Тому наближено амплітуди (2.28), (2.29) можна представити наступним чином:

$$\begin{aligned} A_1 &= \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \left\{ \cos(\Omega t_1) \cos(\delta E_s t_1/2\hbar) + \frac{\delta E_s \sin(\Omega t_1)}{2\hbar\Omega} \sin(\delta E_s t_1/2\hbar) + \frac{\gamma_0 \sin(\Omega t_1)}{4\Omega} \cos(\delta E_s t_1/2\hbar) \right\}, \\ A_2 &= -\frac{iF_{nm} \sin(\Omega t_1)}{\hbar\Omega} \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \cos(3\delta E_s t_1/2\hbar), \\ A_3 &= -\frac{F_{nm} \sin(\Omega t_1)}{\hbar\Omega} \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \sin(3\delta E_s t_1/2\hbar). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Як впливає з (2.30), амплітуда ймовірності A_2 (A_3) досягає свого максимального (мінімального) значення в момент часу

$$t'_1 = 2\pi\hbar/3|\delta E_s|. \quad (2.31)$$

Величині t'_1 (2.31) можна приписати зміст ефективного часу передачі квантової інформації від одного дворівневого атома до іншого. Як видно з (2.31), у точному резонансі ($\Delta = 0$) значення t'_1 не залежать від констант затухання і параметрів впливу реальних фотонів на атоми, проте залежать від типу та енергії δE_s резонансної взаємодії атомів, міжатомної відстані R та взаємної орієнтації дипольних моментів переходу атомів.

Далі ми вивчимо вплив різних фізичних факторів на резонансну взаємодію атомів у полі реальних фотонів і на часову еволюцію амплітуд можливих станів розглядуваної двоатомної системи, що дозволить нам одержати певне уявлення про те, як можна реалізувати логічний оператор CNOT в системі взаємодіючих дворівневих атомів. Насамперед зазначимо, що можна виділити два різних типи взаємодії атомів з полем випромінювання [15, 24]. Перший з них відповідає переходу реальних фотонів від збуджених атомів до незбуджених. При цьому час переносу випромінювання від одного атома до іншого визначається міжатомною відстанню. Такий тип взаємодії реалізується в розглянутому вище резонансному випадку ($\Delta = 0$), коли поглинання реального фотона здійснюється тим атомом (атомом $A(2)$), який змінює свій енергетичний стан, тобто переходить з основного стану в збуджений. Другий тип взаємодії базується на введенні поняття поляризуючих полів [7, 15] і розглядається нижче (див. пункт В) у випадку нерезонансного поглинання фотона.

Як видно з формул (1.11) і (1.12) при $R \gg \lambda_0$ основну роль у взаємодії між атомами відіграють доданки, пропорційні $1/R$. Тому для великих відстаней між атомами характерний час передачі квантової інформації t'_1 збільшується зі зростанням R за лінійним законом: $t'_1 \sim R$. Як показує числовий аналіз формули (2.31), урахування ефектів запізнювання взаємодії призводить при досить великих R до значного збільшення часу t'_1 (2.31) передачі квантової інформації між кубітами у порівнянні з відповідним часом $t'_1 = 2\pi\hbar/3|\delta E'_s|$, обчисленим раніше [2] без урахування ефектів запізнювання.

Вивчимо властивості амплітуд ймовірностей при великих міжатомних відстанях $R \gg \lambda_0$. Як приклад розглянемо два атома натрію, один з яких поглинає випромінювання з довжиною хвилі $\lambda_0 = 589$ нм на переході з основного стану $3S$ в збуджений стан $3P$ (жовта лінія). Дипольний момент переходу $3S \rightarrow 3P$ дорівнює $d_0 = 1,15 \times 10^{-17}$ од. СГСЕ, природна ширина $3P$ -рівня $\gamma_0 = 61,2$ МГц. На рис. 2.1 показано часову залежність ймовірності $|A_2(t_1)|^2$ знайти збудженим атом $A(1)$ з урахуванням ефектів затухання станів і запізнювання взаємодії. Ми бачимо, що ймовірність $|A_2(t_1)|^2$ швидко (експоненціально) зменшується зі збільшенням часу t_1 спостереження за системою і при $t_1 \gg \Gamma_{s(a)}^{-1}$ обертається в нуль, що відповідає випадку, в якому обидва атоми знаходяться в основному стані. Тим самим на великих міжатомних відстанях R , коли час обміну збудженнями t'_1 (2.31) також великий, резонансна передача енергетичної квантової інформації між двома атомами-кубітами є малоефективною.

Явний вигляд амплітуд (2.30) дозволяє зробити деякі загальні висновки

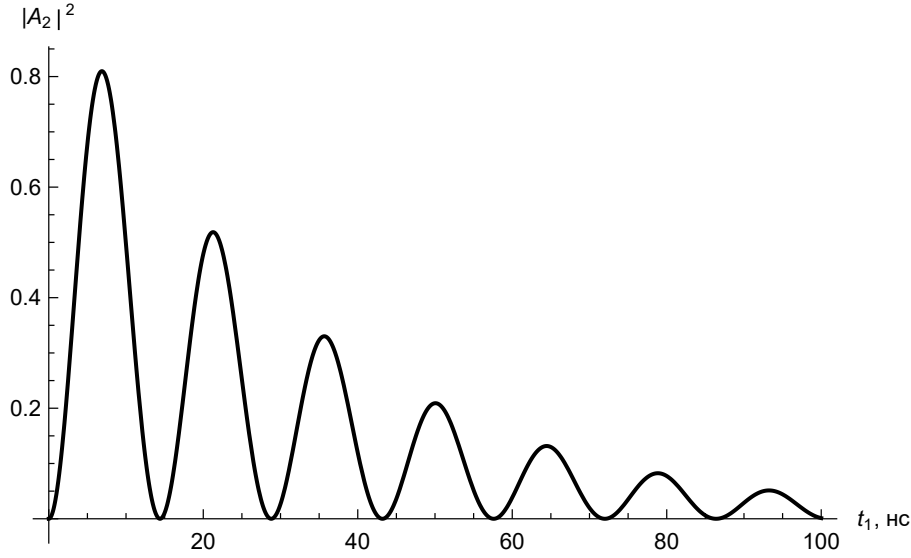


Рис. 2.1. Залежність ймовірності $|A_2(t_1)|^2$ виявити збудження на першому атомі $A(1)$ від часу t_1 при $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$, $\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$ та $R = 10\lambda_0$.

про поведінку компаунд-системи у часі. Після поглинання реального фотона атомом $A(2)$ ймовірність залишитися збудженню біля цього атома дорівнює

$$|A_3|^2 = \exp\left(-\frac{\gamma_0}{2}t_1\right) \frac{|F_{nm}|^2}{2\hbar^2(\Omega^2 + \beta^2)} (\text{ch } 2\beta t_1 - \cos 2\Omega t_1) \sin^2(3\delta E_s t_1 / 2\hbar), \quad (2.32)$$

а ймовірність збудженню перейти до іншого атома $A(1)$:

$$|A_2|^2 = \exp\left(-\frac{\gamma_0}{2}t_1\right) \frac{|F_{nm}|^2}{2\hbar^2(\Omega^2 + \beta^2)} (\text{ch } 2\beta t_1 - \cos 2\Omega t_1) \cos^2(3\delta E_s t_1 / 2\hbar). \quad (2.33)$$

Якщо байдуже на котрому з атомів залишиться збудження, то ймовірність полонення фотона системою двох резонансних атомів можна визначити як

$$|A_2|^2 + |A_3|^2 = \exp\left(-\frac{\gamma_0}{2}t_1\right) \frac{|F_{nm}|^2}{2\hbar^2(\Omega^2 + \beta^2)} (\text{ch } 2\beta t_1 - \cos 2\Omega t_1). \quad (2.34)$$

Таким чином, якщо резонансне поглинання фотона атомом $A(2)$ відбувається в присутності іншого атома $A(1)$ того ж хімічного елемента, то виникає можливість “блукання” фотона всередині такої системи з ймовірністю, яка визначається формулою (2.30). При цьому уявна частина β комплексної частоти $\Omega \pm i\beta$ визначає поряд з γ_0 затухання компаунд-системи, а дійсна частина Ω визначає частоту загасаючих осциляцій збудженого стану всієї складеної системи; іншими словами, під впливом збурення (2.8) компаунд-система періодично переходить зі стану $\tilde{\Psi}_m^{(0)}$ в стан $\tilde{\Psi}_n^{(0)}$. Як можна бачити з (2.17), ця частота залежить від міжатомної відстані і від параметрів взаємодії атомів між собою та з полем реальних фотонів; при нехтуванні затуханням станів ($\gamma_0 = 0$) комплексна частота $\Omega \pm i\beta$ вироджується до

дійсного значення $\Omega_0 = \{|F_{nm}|^2 + (\delta E_s)^2/\hbar^2\}^{1/2}$. Пряма електромагнітна (диполь-дипольна) взаємодія між атомами приводить до періодичного перекачування енергії збудження від одного атома до іншого і назад. Частота осциляцій збудження між атомами визначається енергією δE_s резонансної взаємодії атомів. Характерною загальною особливістю отриманих формул (2.32)-(2.34) є те, що при великих відстанях між атомами ($R \gg \lambda_0$) врахування затухання станів і запізнювання взаємодії зменшує ймовірність пологнення фотона.

Малі міжатомні відстані. Розглянемо систему з двох близько розташованих дворівневих атомів у полі реальних фотонів, яке селективно збуджує атом $A(2)$. Нехай, як і в попередньому випадку (великих R), поле реальних фотонів знаходиться в резонансі ($\Delta = 0$) з квантовим переходом $\tilde{\Psi}_m^{(0)} \rightarrow \tilde{\Psi}_n^{(0)}$. Особливість розглядуваного випадку полягає в тому, що резонансне поле фотонів виділяє в кожного атома $A(2)$ та $A(1)$ тільки два рівні E_n та E_0 , чого цілком достатньо для зберігання одного біта квантової інформації – кубіта. Оскільки на близьких відстанях (при $\omega_0 R/c \ll 1$) антисиметричний стан пари атомів стає стабільним відносно радіаційного затухання, то розпад системи можливий лише по симетричному каналу взаємодії з константою затухання $\Gamma_s = 2\gamma_0$ (див. [21]). У досить реалістичному припущенні, що при $\omega_0 R/c \ll 1$ характерний час t'_1 обміну збудженнями між атомами набагато менший від часу життя Γ_s^{-1} симетричного стану Ψ_s пари атомів, можна знехтувати можливістю його розпаду протягом усього часу спостереження t_1 за розглядуваною квантовою системою (при цьому повинна виконуватися умова $t_1 \ll \Gamma_s^{-1}$). При виконанні цієї умови можна покласти в (2.20)-(2.22) $\Gamma_{s(a)} = \beta_{\pm} = 0$, $\varepsilon_+ = -\varepsilon_- = \delta E_s/\hbar$ і замінити Ω_{\pm} на $\Omega_0 = \sqrt{|F_{nm}|^2 + (\delta E_s)^2/\hbar^2}$. У результаті амплітуди ймовірностей A_1 , A_2 та A_3 можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} A_1 &= \cos(\Omega_0 t_1) \cos(\delta E_s t_1/2\hbar) + \frac{\delta E_s \sin(\Omega_0 t_1)}{2\hbar \Omega_0} \sin(\delta E_s t_1/2\hbar), \\ A_2 &= -\frac{i F_{nm} \sin(\Omega_0 t_1)}{\hbar \Omega_0} \cos(3\delta E_s t_1/2\hbar), \\ A_3 &= -\frac{F_{nm} \sin(\Omega_0 t_1)}{\hbar \Omega_0} \sin(3\delta E_s t_1/2\hbar). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Звідси легко зробити висновок, що амплітуда A_2 (A_3) досягає максимального (мінімального) значення у момент часу $t'_1 = 2\pi\hbar/3|\delta E_s|$. Цей результат узгоджується з виразом (2.31) попереднього пункту. Таким чином, повна передача квантової інформації від атома $A(2)$ до атома $A(1)$ відбувається за час t'_1 (2.31). Ця двокубітова квантова операція відповідає виконанню логічного оператора CNOT. При виконанні цієї операції у квантовому комп'ютері прагнуть зменшити її тривалість. При цьому важливим моментом є співвідношення $t'_1 \ll \Gamma_s^{-1}$ між часом передачі квантової інформації t'_1 і часом життя Γ_s^{-1} симетричного стану пари тотожних атомів. Підставимо

значення $\Gamma_s = 2\gamma_0$ в умову $t'_1 \ll \Gamma_s^{-1}$, враховуючи вираз (1.13) для енергії $\delta E'_s$ резонансного обміну збудженнями між двома близько розташованими атомами. В результаті одержимо, що для досягнення максимального значення амплітуди A_2 , коли атом $A(1)$ знаходиться у збудженому стані, а атом $A(2)$ – в основному, необхідно, щоб міжатомна відстань R була значно меншою від довжини хвилі фотона $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$.

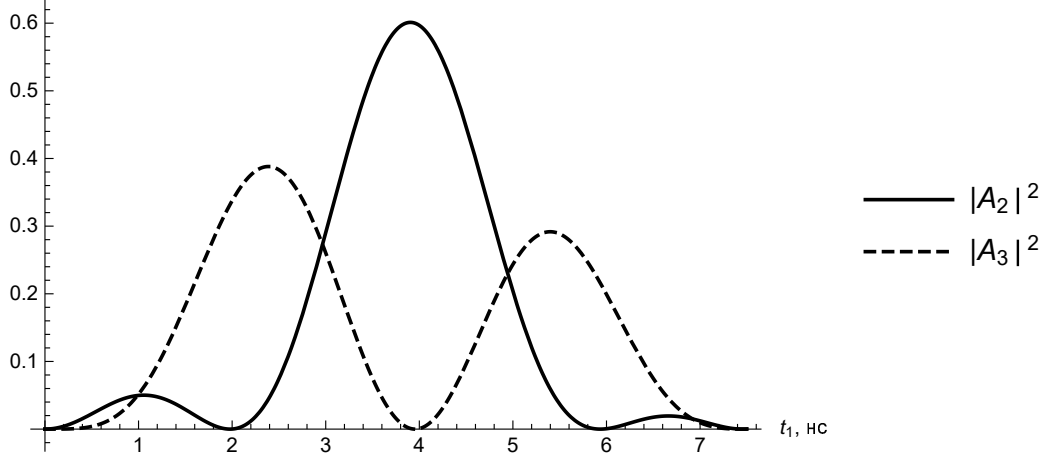


Рис. 2.2. Залежність ймовірності $|A_2(t_1)|^2$ ($|A_3(t_1)|^2$) виявити збудження на першому (другому) атомі $A(1)$ ($A(2)$) від часу t_1 при $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$, $\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$ та $R = 0,1\lambda_0$.

На рис. 2.2 показано результати числових розрахунків часової залежності ймовірності $|A_2(t_1)|^2$ ($|A_3(t_1)|^2$) виявити збудження на першому (другому) атомі $A(1)$ ($A(2)$) при кутах орієнтації дипольних моментів переходу атомів $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$, $\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$ та $R = 0,1\lambda_0$. У розрахунках використовувалися такі значення параметрів системи з двох атомів натрію: $\lambda_0 = 589$ нм, $d_{0n} = 1,15 \times 10^{-17}$ од. СГСЕ, $\gamma_0 = 61,2$ МГц, $|F_{nm}| = 2d_{0n}\mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_0 = 10^{-2}$ од. СГСЕ. Як видно з рис. 2.2, максимальне значення $|A_2(t_1)|^2$, рівне 0,6, спостерігається при $t'_1 \approx 4$ нс, що відповідає оцінці часу передачі квантової інформації $t'_1 = 3,96$ нс, обчисленої за формулою (2.31). Цей час значно менший часу від життя Γ_s^{-1} симетричного стану системи двох дипольно-взаємодіючих атомів натрію. Тим самим симетричний і антисиметричний канали (1.17) взаємодії можуть виконувати роль шини в квантовому комп'ютері, за допомогою якої два близько розташовані дворівневі атоми можуть когерентно взаємодіяти один з одним, тобто ефективно обмінюватися квантовою інформацією.

Як зазначалося в [1], для роботи квантового комп'ютера доцільно обирати квантові переходи в спектрі дворівневих атомів з великою довжиною хвилі (наприклад, довжину хвилі $\lambda_0 = 589$ нм, що відповідає квантовому переходу $3S \rightarrow 3P$ в атомі натрію), щоб значною мірою виключити роль ефектів запізнювання. На рис. 2.3 зображено залежність часу передачі квантової інформації t'_1 від міжатомної відстані R при перпендикулярній орієнтації дипольних моментів переходу атомів (тобто при $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$,

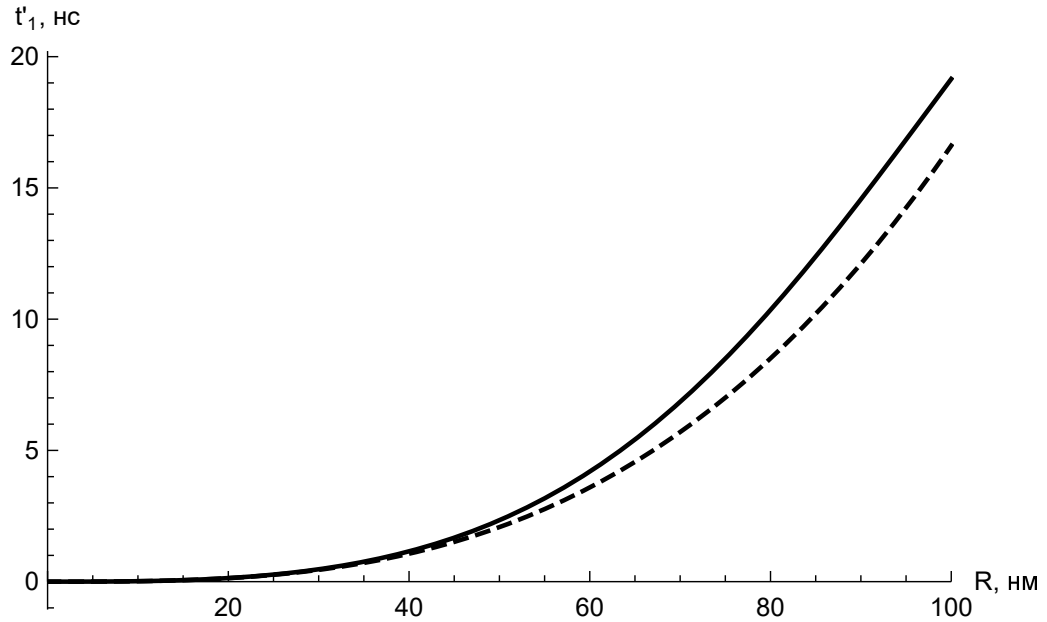


Рис. 2.3. Залежність часу передачі t'_1 від міжатомної відстані R при $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$, $\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$. Суцільна лінія – з урахуванням ефектів запізнювання, пунктирна – без.

$\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$). Як видно з рисунка, зі зростанням R відмінність між часами передачі квантової інформації t'_1 з урахуванням (суцільна лінія) і без урахування (пунктирна лінія) ефектів запізнювання взаємодії істотно збільшується. Ступінь зазначеної відмінності залежить також від взаємної орієнтації дипольних моментів переходу атомів і досягає максимального значення, коли $\theta_1^x = \theta_2^x$, $\theta_1^y = \theta_2^y$, $\theta_1^z = \theta_2^z = \pi/2$.

Для квантових обчислень важливо, щоб час t'_1 (2.31) передачі збудження між атомами був набагато меншим від часу життя $\Gamma_{s(a)}^{-1}$ белівських колективних станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17). Тому потрібно так підібрати атоми і відстань між ними, щоб $t'_1 \ll \Gamma_{s(a)}^{-1}$. Наприклад, якщо взяти атоми натрію, для яких $d_{0n} = 1,15 \times 10^{-17}$ СГСЕ, і розташувати їх на відстані $R = 10$ нм, то час передачі збудження $t'_1 = 1,67 \times 10^{-11}$ с. Для випадку $R = 1$ нм маємо $t'_1 = 1,66 \times 10^{-14}$ с.

Як показує числовий аналіз формул (2.30) та (2.35), отримані результати сильно залежать від міжатомної відстані R , причому значення R визначає, в яку з областей часової еволюції – (2.30) чи (2.35) – потрапляє компаунд-система “ $A(1) + A(2) + F$ ”. Крім розглянутих вище граничних випадків великих ($R \gg \lambda_0$) і малих ($R \ll \lambda_0$) міжатомних відстаней формули (2.20)-(2.22) дозволяють простежити поведінку компаунд-системи і в проміжковій області $R \sim \lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$. Хоча деталі поведінки $|A_2(t_1)|^2$ і $|A_3(t_1)|^2$ у всіх трьох випадках $R \ll \lambda_0$, $R \sim \lambda_0$ та $R \gg \lambda_0$ відрізняються, основні якісні закономірності збігаються. Для повноти картини слід також зазначити, що і в проміжковому випадку, коли $R \sim \lambda_0$, оцінки часу передачі квантової інформації можна здійснювати за формулою (2.31).

Порівняльний аналіз ефективності процесу передачі квантової інформації між двома дворівневими атомами натрію при $R \gg \lambda_0$ і $R \ll \lambda_0$ показує, що реалізація цього процесу можлива лише на малих міжатомних відстанях порівняно з довжиною хвилі спонтанних фотонів λ_0 . Через досить сильне експоненціальне спадання амплітуд ймовірностей $A_{2,3} \sim \exp(-\gamma_0 t_1/4)$ з плином часу t_1 внутрішні (електронні) стани розглядуваної системи можуть швидко руйнуватися, і тоді інформація, яка кодується цими станами, буде втрачена. Вказана обставина обмежує можливості реальних квантових комунікацій в системі двох віддалених дворівневих атомів. Один із шляхів, що дозволяє вирішити цю проблему, полягає у використанні ультрахолодних атомів у високозбуджених (рідбергівських) станах. Такі атоми, як відомо [18, 44], володіють унікальними властивостями завдяки великим часам життя та значенням дипольних моментів переходів порядку декількох тисяч атомних одиниць і більше. Так, наприклад, час життя рідбергівського атома з головним квантовим числом $n \gg 1$ залежить від n як n^3 [44]. При великих n ширини деяких рідбергівських резонансів можуть виявитися меншими 1 Гц, що дозволяє говорити про унітарну динаміку системи з двох однакових дворівневих атомів, один з яких селективно опромінюється полем реальних фотонів. Аналіз процесів, що відбуваються в таких системах, вимагає окремого розгляду.

В. Нерезонансне поглинання фотона.

Великі міжатомні відстані. Розглянемо тепер процес передачі квантової інформації між двома віддаленими атомами-кубітами, збуджуючи атом $A(2)$ полем реальних фотонів з нерезонансною частотою $\omega \neq \omega_0 = (E_m^{(0)} - E_n^{(0)})/\hbar$. Більш того, припустімо, що відхилення Δ від резонансу настільки велике, що крім нерівності $\omega \neq \omega_0$ виконується умова:

$$\Delta \gg \delta E_s/\hbar. \quad (2.36)$$

Вирази (2.20)-(2.22) для амплітуд ймовірностей $A_1(t_1)$, $A_2(t_1)$ та $A_3(t_1)$ мають у загальному випадку (при довільних R) надзвичайно громіздкий вигляд. Для одержання якісної картини розглянемо граничний випадок $R \gg \lambda_0$, коли запізнююча диполь-дипольна взаємодія атомів може дати лише несуттєві поправки до швидкості радіаційного розпаду γ_0 збудженого стану атома. Це дозволяє з достатньою точністю вважати константи згасання рівними їх асимптотичним значенням при $R \rightarrow \infty$: $\Gamma_s = \Gamma_a = \gamma_0$. В рамках зроблених наближень вирази (2.17) для параметрів Ω_{\pm} та β_{\pm} набувають вигляду:

$$\Omega_{\pm} = \Omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\left(\frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{\Delta^2 - \gamma_0^2/4}{4} \right)^2 + \frac{\gamma_0^2 \Delta^2}{16}} + \frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{\Delta^2 - \gamma_0^2/4}{4} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

$$\beta_{\pm} = \beta = -\frac{\text{sgn } \Delta}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\left(\frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} + \frac{\Delta^2 - \gamma_0^2/4}{4} \right)^2 + \frac{\gamma_0^2 \Delta^2}{16} - \frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} - \frac{\Delta^2 - \gamma_0^2/4}{4}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.37)$$

Тоді вирази для амплітуд ймовірностей(2.20)-(2.22) можуть бути представлені у наступному вигляді:

$$A_1 = \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1 - i\frac{\Delta}{2}t_1\right) \left[\cos((\Omega + i\beta)t_1) + \frac{(i\Delta + \gamma_0/2)}{2(\Omega + i\beta)} \sin((\Omega + i\beta)t_1) \right],$$

$$A_2 = -\frac{iF_{nm}}{\hbar(\Omega + i\beta)} \sin((\Omega + i\beta)t_1) \exp\left[-\frac{\gamma_0}{4}t_1 + i\frac{\Delta}{2}t_1\right], \quad A_3 = 0. \quad (2.38)$$

Отже, ми бачимо, що при нерезонансному поглинанні фотона реалізуються лише два з трьох можливих станів системи. Стан з амплітудою A_2 реалізується в результаті поглинання фотона в місці розташування атома $A(2)$ (атом-поляризатор) і електродипольного переходу атома $A(1)$ (атом-спостерігач) з основного стану в збуджений. Амплітуда ймовірності A_2 цього стану досягає максимального значення у момент часу

$$t_1'' = \frac{\pi}{2\Omega}. \quad (2.39)$$

Таким чином, час передачі квантової інформації за допомогою наведення поляризуючих полів [7] у місці розташування атома-спостерігача $A(1)$ дорівнює t_1'' . Згідно з (2.37) і (2.39), врахування затухання станів при достатньо великих γ_0 може приводити до значного збільшення (на декілька порядків) часу передачі збудження порівняно з t_1'' (див. нижче формулу (2.41)) у випадку, коли величиною γ_0 можна знехтувати. При цьому величина Ω згідно з (2.37) суттєво залежить від величини поля реальних фотонів та від відхилення Δ частоти від резонансу. Як показує числовий аналіз формул (2.37)-(2.39), ефективна передача квантової інформації між двома атомами-кубітами при великих відхиленнях Δ від резонансу можлива лише при достатньо малих міжатомних відстанях порівняно з довжиною хвилі фотона $\lambda = 2\pi c/\omega$, коли з найбільшою повнотою проявляється виявлений в працях [36, 41] ефект ближнього поля.

Малі міжатомні відстані.

Інший граничний випадок, коли амплітуди (2.20)-(2.22) мають порівняно простий вигляд, відповідає малим міжатомним відстаням ($R \ll \lambda_0$). Крім того, вважатимемо, що виконується умова (2.36). У цьому випадку можна знехтувати в (2.17) затуханням станів ($\Gamma_s = \Gamma_a = \beta_{\pm} = 0$) і прийняти $\Omega_{\pm} = \Omega_0 = \sqrt{(\Delta^2/4) + |F_{nm}|^2/\hbar^2}$. Тоді протягом малого порівняно з Γ_s^{-1} інтервалу часу амплітуди (2.20)-(2.22) набувають наступних значень:

$$A_1 = \exp\left(-i\frac{\Delta}{2}t_1\right) \left[\cos(\Omega_0 t_1) + \frac{i\Delta}{2\Omega_0} \sin(\Omega_0 t_1) \right],$$

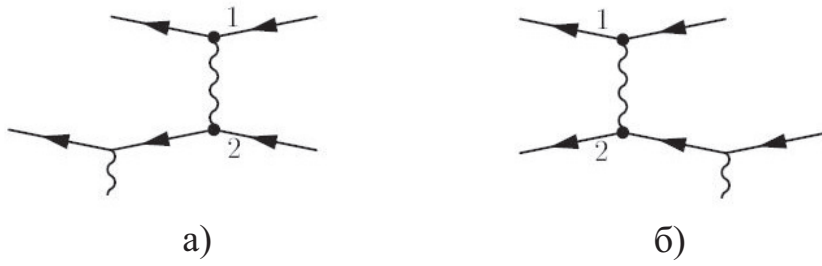


Рис. 2.4. Діаграми Фейнмана радіаційної взаємодії двох водневоподібних атомів $A(1)$ та $A(2)$ з поглинанням реального фотона.

$$A_2 = -\frac{iF_{nm}}{\hbar\Omega_0} \sin(\Omega_0 t_1) \exp\left(i\frac{\Delta}{2}t_1\right), \quad A_3 = 0. \quad (2.40)$$

Як і очікувалося, ситуація подібна до тієї, що має місце при великих міжатомних відстанях: з трьох можливих станів компаунд-системи реалізуються тільки два з відмінними від нуля амплітудами A_1 та A_2 . При цьому амплітуда A_2 набуває максимального значення в момент часу

$$t_1'' = \frac{\pi}{2\Omega_0}. \quad (2.41)$$

Таким чином, при зникненні фотона в місці розташування атома-поляризатора $A(2)$ квантовий перехід відбувається між основним і збудженим станами атома-спостерігача $A(1)$. Нашою подальшою метою є короткий аналіз процесів, що відбуваються в місці розташування атома-спостерігача $A(1)$ при нерезонансному поглинанні фотона в місці розташування атома-поляризатора $A(2)$.

Центральну роль у розглядуваній схемі електродипольного збудження атома $A(1)$ відіграють поляризуючі поля, які виникають в системі двох взаємодіючих атомів при нерезонансному поглинанні (випромінюванні) реальних фотонів атомом $A(2)$. Загальне поняття поляризуючого поля було введено в працях [7, 15, 45] на основі ефектів третього порядку квантової електродинаміки, які включають у себе віртуальні процеси обміну фотонами між взаємодіючими атомами і випромінювання (поглинання) реального фотона одним з атомів системи. У цих ефектах виокремлено дві частини взаємодії, кожна з яких враховує в спектрі взаємодіючих атомів проміжні стани або з додатніми, або з від'ємними енергіями. Відповідно до типу проміжних станів можна виділити електронні та позитронні поляризуючі поля.

Схема квантових переходів в обговорюваному процесі наведення поляризуючого поля у системі двох взаємодіючих тотожних атомів така (див. діаграму а) рис. 2.4). У результаті взаємодії атомів через поле віртуальних фотонів один з атомів, наприклад, атом $A(2)$ (атом-поляризатор), переходить у деякий проміжний стан $|n_2\rangle$ з енергією E_{n_2} , а потім знову повертається у вихідний стан $|0\rangle$ з енергією E_0 . При цьому атом $A(1)$ (атом-спостерігач)

переходить у збуджений стан $|n\rangle$ з енергією $E_n > E_0$. Це означає, що в системі двох однакових дворівневих атомів поглинувся один реальний фотон у місці розташування атома $A(2)$. На сьогоднішній час такий процес добре вивчений і, як вказувалося в працях [7, 13, 15], еквівалентний наведенню електронного поляризуючого поля з відповідним векторним потенціалом у місці перебування атома-спостерігача $A(1)$. При цьому в [15] було проведено порівняння фізичної природи цього поля, що розглядається як поле віртуальних фотонів, та іншого поля, яке також є ефектом третього порядку квантової електродинаміки, але залежить лише від поля реальних фотонів. На відміну від поляризуючого поля, передача енергії збудження від одного атома до іншого через поле реальних фотонів відбувається з характерним часом $t_p = R/c$. Поляризує ж поле не пов'язане з передачею енергії і, як було зазначено в [15], наводиться з іншим характерним часом на одному з атомів розглядуваної системи при збудженні другого атома полем реальних фотонів. Цим, по суті, виражається той факт (що також є проявом ефекту ближнього поля), що поглинання (випромінювання) реальних фотонів у системі двох однакових взаємодіючих атомів носить нелокальний характер, а саме акт зникнення (породження) фотона може відбуватися в місці розташування одного атома, а квантовий перехід відбуватиметься між станами $|0\rangle$ та $|n\rangle$ іншого атома. Слід очікувати, що виявлений ефект надає ще одну цікаву можливість для розробки нових способів передачі інформації від одного атома-кубіта до іншого протягом малого інтервалу часу.

Як зазначалося вище, передача квантової інформації у вигляді наведення індукованого дипольного моменту в місці розташування атома-спостерігача $A(1)$ виявляється найбільш ефективною на відстані порядку довжини хвилі λ_0 , або меншої цієї величини, коли з найбільшою повнотою проявляється ефект ближнього поля [7, 15, 45]. Експериментальні дослідження (див., наприклад, [16, 18, 19, 46, 47]) показують, що в даний час в магнітооптичних пастках вдається утримувати нейтральні атоми на відстанях порядку довжини хвилі $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ обраного робочого переходу, яка може варіюватися від 1 мкм для дипольно дозволених переходів з основного стану лужних металів до кількох міліметрів у разі використання рідбергівських атомів. На таких відстанях дворівневі атоми в пастках можуть бути індивідуально адресовані при записі або зчитуванні квантової інформації, що є необхідним для реалізації базисних логічних операцій у двокубітовому квантовому комп'ютері.

Будь-яке обмеження на міжатомні відстані знімається при перенесенні квантової інформації за рахунок ефекту квантової телепортації в системі двох кубітів, що знаходяться в сплутаних станах (1.6), (1.7).

С. Резонансне поглинання фотона.

Великі міжатомні відстані.

Для виявлення ролі квантових кореляцій у процесі передачі квантової інформації між двома віддаленими кубітами виключимо з розгляду диполь-дипольну взаємодію між атомами. Для цього у формулах (2.20)-(2.22) при нескінченному віддаленні атомів один від одного слід покласти $\delta E_s = 0$,

$\gamma_s = \gamma_a = 0$ і $\Delta = 0$. Тоді $\Gamma_s = \Gamma_a = \gamma_0$, $\beta_+ = \beta_- = 0$ і

$$\Omega_{\pm} = \Omega = \sqrt{\frac{|F_{nm}|^2}{\hbar^2} - \frac{\gamma_0^2}{16}}. \quad (2.42)$$

У цьому випадку амплітуди ймовірностей (2.20)-(2.22) набувають наступних значень:

$$\begin{aligned} A_1 &= \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right) \left[\cos(\Omega t_1) + \frac{\gamma_0}{4\Omega} \sin(\Omega t_1)\right], \\ A_2 &= -\frac{iF_{nm}}{\hbar\Omega} \sin(\Omega t_1) \exp\left(-\frac{\gamma_0}{4}t_1\right), \quad A_3 = 0. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Звідси безпосередньо випливає, що якщо в початковий момент $t_1 = 0$ обидва атоми знаходяться в одному і тому ж основному стані, а в полі є n_ω квантів, то вже в подальший нескінченно близький момент часу t_1 починає реалізовуватися стан $\tilde{\varphi}_n(1)\tilde{\varphi}_0(2)|n_\omega - 1\rangle$ із суперпозиції (2.19). У момент часу $t_1''' = \pi/2\Omega$ ймовірність $|A_2|^2$ перебування компаунд-системи в цьому стані досягає свого максимального значення, тобто відбувається передача одного кубіта інформації за час t_1''' від одного дворівневого атома до іншого при нескінченно великій міжатомній відстані. Нижче (слідом за працями [2, 48–50]) трактуватимемо цей ефект як ефект квантової телепортації в системі двох резонансних атомів. Цей ефект має чисто квантову природу, пов'язану з принципом суперпозиції, і відповідає квантовому каналу передачі інформації з характерним часом $t_1''' = \pi/2\Omega$, значно меншим від часу $t_p = R/c$ прольоту фотона міжатомної відстані R . У ролі квантового каналу для процесу телепортації в розглядуваному випадку виступають сплутані стани (1.6), (1.7) пари дворівневих атомів, які, як відомо [20, 48, 51], володіють квантовими кореляціями, що приводять до спостережуваних вище ефектів.

Якщо знехтувати затуханням станів ($\gamma_0 = 0$), то для обчислення часу t_1''' передачі збудження можна використовувати простіший (ніж (2.42)) вираз $t_1''' = \pi\hbar/2|F_{nm}|$. У відповідності до змісту цього наближення повинна виконуватися умова $t_1''' \ll \Gamma_{s(a)}^{-1}$. Ця умова виконується тим краще, чим більшою є амплітуда векторного потенціалу в (2.11). Використовуючи поняття резонансної частоти Рабі [52], одержимо, що час передачі інформації за допомогою квантових кореляцій визначається виразом $t_1''' = \hbar/|\langle \vec{d} \rangle_{n0}| \mathcal{E}_0$, де \mathcal{E}_0 – амплітуда напруженості електричного поля світлової хвилі, що впливає на атом $A(2)$. Звідси відразу ж випливає, що за рахунок збільшення інтенсивності світла (тобто напруженості електричного поля) цей час можна зробити як завгодно малим. Як випливає з (2.42), затухання станів ($\gamma_0 \neq 0$) збільшує час передачі одного кубіта інформації від одного дворівневого атома до іншого порівняно з випадком ($t_1''' = \pi\hbar/2|F_{nm}|$), коли константою радіаційного розпаду можна знехтувати.

У даний час у багатьох лабораторіях активно проводяться дослідження по розробці надійної експериментальної техніки для створення і маніпулювання сплутаними станами атомних частинок – насамперед атомів та іонів, захоплених у пастках відповідних типів (див., наприклад, [16, 18, 43, 44] і

наявні там посилання). Отриманню сплутаних квантових станів $\Psi_{s(a)}$ (1.17) системи з двох однакових дворівневих атомів присвячені недавні дослідження [48–51, 53, 54]. Як правило, вважається, що атоми взаємодіють між собою [48–50]. Тоді таке контрольоване сплутування атомних станів виглядає цілком природно. В праці [53] розглядаються не взаємодіючі між собою атоми, що розпадаються в полі загального термостата, роль якого можуть виконувати широкосмугові параметричні джерела світла, що генерують випромінювання в неklasичному стані типу стиснутого або сплутаного. В результаті в [53] встановлено факт, що здається досить парадоксальним, – релаксаційний процес, який зазвичай обумовлює втрату квантових кореляцій, призводить до виникнення сплутаності в системі не взаємодіючих між собою атомів. При цьому сплутаність атомних станів виявляється вельми чутливою до середнього числа фотонів у термостаті – зі збільшенням середнього числа фотонів область значень параметрів, при яких виникає сплутаність, звужується. У працях [53, 54] виявлено можливість створення в стиснутому вакуумному термостаті стаціонарного антисиметричного Ψ_a сплутаного стану пари тотожних атомів. У працях [51] доведено можливість перенесення квантових кореляцій зі світла на атоми при взаємодії двох дворівневих атомів з термостатом, утвореним двома широкосмуговими модами стиснутого світла в сплутаному стані.

Отже, припустимо, що ми вміємо готувати сплутані квантові стани $\Psi_{s(a)}$ (1.17) двох атомів-кубітів, віддалених один від одного на великі відстані. Тоді роботу інформаційної системи, складеної з двох однакових дворівневих атомів у полі реальних фотонів, представимо наступним чином. Початок роботи системи віднесемо до “запізнюючого” моменту часу $t_2 = R/c$ в місці перебування атома-поляризатора $A(2)$, коли цей атом опромінюється полем світлової хвилі з резонансною частотою $\omega = \omega_0$. У локальний момент часу $t_1 = 0$ обидва атоми знаходяться в одному і тому ж основному стані з енергією E_0 , а через час t_1''' атом-спостерігач $A(1)$ переходить з основного стану в збуджений з енергією $E_n = E_0 + \hbar\omega$. При цьому атом $A(2)$ залишається у колишньому (основному) стані з енергією E_0 , а середня енергія компаунд-системи, обчислена за допомогою хвильової функції (2.19) з амплітудами (2.43), визначається рівністю

$$\langle E \rangle = |A_1|^2(2E_0 + \hbar\omega n_\omega) + |A_2|^2(E_0 + E_n + \hbar\omega(n_\omega - 1)). \quad (2.44)$$

Кутовою дужкою тут позначена операція усереднювання. Відстань між атомами-кубітами вважатимемо фіксованою і рівною $R = 30$ м. Тоді при класичному способі передачі інформації час прольоту фотоном цієї відстані рівний $t_p = 10^{-7}$ с. Характерний час передачі інформації за допомогою квантових кореляцій визначається рівністю

$$t_1''' = \frac{\pi}{2} \left(\frac{4|\vec{d}_{n0}|^2 \mathcal{E}_0^2}{\hbar^2} - \frac{\gamma_0^2}{16} \right)^{-1/2}, \quad (2.45)$$

не залежною від міжатомної відстані. При $d_{n0} = 1,15 \times 10^{-17}$ од. СГ-

$\mathcal{C}\mathcal{E}$ і $\mathcal{E}_0 = 10^{-2}$ од. СГС \mathcal{E} однокубітний квантовий (суперпозиційний) стан $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ повністю відтворюється на атомі $A(1)$ за час $t_1''' = 7,20$ нс. Якщо в (2.45) знехтувати згасанням станів (покласти $\gamma_0 = 0$), то одержимо результат $t_1''' = \pi\hbar/(4|\vec{d}_{n0}|\mathcal{E}_0)$, що узгоджується з відомою формулою моделі [2]; для використаних вище значень параметрів d_{n0} , \mathcal{E}_0 і γ_0 одержимо $t_1''' = 7,18$ нс. Таким чином, швидкість передачі інформації за рахунок ефекту квантової телепортації $v_{QT} = R/t_1''' = 4,2 \times 10^9$ м/с значно більша швидкості світла. Чи можна при цьому говорити про передачу квантової інформації з надсвітловою швидкістю? Мабуть, ні. Річ у тім, що швидкість v_{QT} є фазовою швидкістю.

ВИСНОВКИ

На основі теорії резонансної взаємодії атомів через поле віртуальних фотонів [6, 8–11] досліджено вплив запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів на формування і розпад квазістаціонарних колективних (симетричного Ψ_s і антисиметричного Ψ_a) станів квантової системи, що складається з двох нерухомих однакових дворівневих атомів. Отримано замкнуті аналітичні вирази для зсувів і ширин розглянутих колективних станів Ψ_s і Ψ_a з урахуванням запізнюючої диполь-дипольної взаємодії атомів. Проведено теоретичний аналіз зміщення і розщеплення колективних рівнів енергій даної системи, викликаних міжатомною взаємодією. Вивчено асимптотичні розклади дійсних і уявних частин енергії квазістаціонарних беллівських станів Ψ_s і Ψ_a в границі великих і малих міжатомних відстаней.

У другому розділі даної роботи шляхом розв'язання рівняння Шредінгера у дворівневному наближенні вивчено динаміку квантових переходів у системі двох кубітів, один з котрих опромінюється полем реальних фотонів. При цьому на відміну від праці [2] ми не припускаємо малість часу передачі квантової інформації між двома віддаленими атомами-кубітами порівняно з часом життя атомів у збудженому стані $|n\rangle$.

Основний ефект, вивчений в даній магістерській роботі, полягає в тому, що в залежності від парності колективного стану $\Psi_{s(a)}$ (1.17) пари близько розташованих тотожних атомів запізнююча міжатомна взаємодія може приводити при певних умовах як до додаткового розширення енергетичних рівнів атомів порівняно з радіаційною, так і до протилежного ефекту – зуження природної ширини атомних рівнів. Тому в границі $\omega_0 R/c \rightarrow 0$ колективні рівні енергії E_s (1.15) і E_a (1.16) характеризують швидко розпадний симетричний Ψ_s і практично стабільний антисиметричний Ψ_a стани пари однакових дворівневих атомів з хвильовими функціями (1.35).

Ця властивість антисиметричного стану дозволяє проводити спектроскопічні дослідження в умовах відсутності спонтанної релаксації рівнів, що виключно важливо, наприклад, для експериментальної реалізації двокубітової квантової операції CNOT.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Valiev K.A. Quantum computers and quantum computations / K.A. Valiev // *Phys. Usp.* – 2005. – V. 48, No. 1. – P. 1–36.
2. Гадомский О.Н. Квантовая телепортация и резонансная передача информации от одного атома к другому при произвольных межатомных расстояниях / О.Н. Гадомский, К.К. Алтунин // *Известия высших учебных заведений. Физика.* – 2000. – Вып. 11. – С. 3–8.
3. Gadomsky O.N. On a physical implementation of logical operators NOT and CNOT in a two-qubit quantum computer controlled by ultrashort optical pulses / O.N. Gadomsky, Yu.Yu. Voronov // *J. Exp. Theor. Phys.* – 2002. – V. 94, Iss. 5. – P. 882–891.
4. Gadomskii O.N. Quantum computer based on activated dielectric nanoparticles selectively interacting with short optical pulses / O.N. Gadomskii, Yu.Ya. Kharitonov // *Quantum Electronics.* – 2004. – V. 34, Iss. 3. – P. 249–254.
5. Davydov A.S. *Quantum Mechanics*, 2nd Ed. / A.S. Davydov. – Oxford: Pergamon Press, 1976. – 704 p.
6. Lazur V.Yu. The quantum electrodynamic problem of two electrons / V.Yu. Lazur, S.I. Migalina, A.K. Reity // *Theoret. and Math. Phys.* – 2009. – V. 158, Iss. 3. – P. 333–343.
7. Gadomskii O.N. Two electron problem and the nonlocal equations of electrodynamics / O.N. Gadomskii // *Phys. Usp.* – 2000. – V. 43, No. 11. – P. 1071–1102.
8. Lazur V.Yu. Interaction of two quasimolecular electrons via the field of virtual photons as a second-order effect of quantum electrodynamics / V.Yu. Lazur, S.I. Myhalyna, O.K. Reity // *Phys. Rev. A.* – 2010. – V. 81, Iss. 6. – P. 062707(1–10).
9. Lazur V.Yu. The generalized Breit operator of the interaction between two quasimolecular electrons in the framework of the third-order effects of quantum electrodynamics / V.Yu. Lazur, O.K. Reity, O.F. Pavlyk // *Journal of Physics A.* – 2010. – V. 43, No. 17. – P. 175208(1–16).
10. Lazur V.Yu. The relativistic operator of interaction of two quasimolecular electrons as a third-order effect of quantum electrodynamics / V.Yu. Lazur, O.F. Pavlyk, O.K. Reity // *Theoret. and Math. Phys.* – 2010. – V. 165, Iss. 1. – P. 1293–1314
11. Lazur V.Yu. The generalized Breit operator of a long-range type in the framework of the second-order effects of quantum electrodynamics / V.Yu.

- Lazur, S.I. Myhalyna, O.K. Reity // Int. J. of Mod. Phys. A. – 2010. – V. 25, No. 25. – P. 4775–4800
12. Gadomskii O.N. Theory of Radiation from a System of Weakly Interacting Particles / O.N. Gadomskii, V.R. Nagibarov, N.K. Solovarov // Sov. Phys. JETP. – 1973. – V. 36, No. 3. – P. 426–429.
 13. Gadomskii O.N. Relativistic effects in superradiance processes / O.N. Gadomskii, V.R. Nagibarov, N.K. Solovarov // Sov. Phys. JETP. – 1976. – V. 43, No. 2. – P. 225–230.
 14. Chang C.S. Resonant Interaction between Two Neutral Atoms / C.S. Chang, P. Stehle // Phys. Rev. A. – 1971. – V. 4, Iss. 2. – P. 630–640.
 15. Gadomsky O.N. The problem of two electrons in an external field and the method of integral equations in optics / O.N. Gadomsky, K.K. Altunin // J. Exp. Theor. Phys. – 1998. – V. 87, Iss. 5. – P. 842–854.
 16. Вайнленд Д. Дж. О суперпозиции, перепутанности и о том, как вырастить кота Шрёдингера / Д. Дж Вайнленд. // УНФ. – 2014. – №184. – С. 1089 – 1100.
 17. Килин С. Я. Квантовая информация/ С. Я. Килин.// УНФ. – 1999. – №169. – С. 507–527.
 18. Ryabtsev I.I. Spectroscopy of cold rubidium Rydberg atoms for applications in quantum information / I.I. Ryabtsev, I.I. Beterov, D.B. Tretyakov, V.M. Entin, E.A. Yakshina // Phys. Usp. – 2016. – V. 59, No. 2. – P. 196–208.
 19. Rydberg-b lockade controlled-not gate and entanglement in a two-dimensional array of neutral-atom qubits / [K. M. Maller, M. T. Lichtman, T. Xia et al.]. // Phys. Rev. A. – 2015. – V. 92 – P. 022336.
 20. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels / [C. H. Bennet, G. Brassard, C. Crepeau et al.]. // Phys. Rev. Lett. – 1993. – №70.
 21. Matrix elements of the dipole-dipole interaction between two two-level atoms distanced arbitrarily from each other / [V.Yu. Lazur , S.I. Myhalyna , O.K. Reity et al.]. // Scientific Herald of Uzhhorod University. Series Physics. – 2019. – Iss. 45. – P. 73–84. [DOI: 10.24144/2415-8038.2019.45.73-84]
 22. Эйнштейн А. Можно ли считать, что квантово-механическое описание физической реальности является полным? / А. Эйнштейн, Б. Подольский, Н. Розен. // УФН. – 1936. – №16. – С. 436 – 457.
 23. Кулик С. П. О телепортации в системе тождественных частиц / С. П. Кулик, С. Н. Молотков, С. С. Страупе. // ЖЭТФ. – 2010. – №92. – С. 212–215.

24. Ахиезер А.И. Квантовая электродинамика / А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. – М.: Наука, 1981. – 428 с.
25. Landau L.D. Course of Theoretical Physics. V. 3. Quantum Mechanics – Non-Relativistic Theory / L.D. Landau, E.M. Lifshits. – London: Pergamon Press, 1965. – 616 p.
26. Лендъел В.И. Введение в теорию атомных столкновений / В.И. Лендъел, В.Ю. Лазур, М.И. Карбованец, Р.К. Янев. – Львов: Выща школа, 1989. – 192 с.
27. Stephen M.J. First-Order Dispersion Forces / M.J. Stephen // J. Chem. Phys. – 1964. – V. 40, Iss. 3. – P. 669–673.
28. Simons G. New Model Potential for Pseudopotential Calculations / G. Simons // J. Chem. Phys. – 1971. – V. 55, Iss. 2. – P. 756–761.
29. П'инова Е.У. Modified Fues potential for many-electron atoms / Е.У. П'инова, V.D. Ovsyannikov // Optics and Spectroscopy. – 2008. – V. 105, Iss. 5. – P. 647–656.
30. Bateman H. Higher Transcendental Functions (Based on notes left by H. Bateman), Vol. 3 / H. Bateman, A. Erdélyi. – New York: McGraw-Hill, 1955. – 300 p.
31. Овсянников В.Д. Время жизни ридберговского атома / В.Д. Овсянников, И.Л. Глухов // Вестник ВГУ, Серия: Физика. Математика. – 2006. – № 2. – С. 99–106.
32. Фон Нейман И. Математические основы квантовой механики / Фон Нейман И.; под ред. Н.Н. Боголюбова. – Москва: Наука, 1964. – 367 с.
33. Bouweester D. Experimental quantum teleportation / D. Bouweester, J-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger // Nature. – 1997. – V. 390. – P. 575–579. [<https://doi.org/10.1038/37539>]
34. Krenn G. Entangled entanglement / G. Krenn, A. Zeilinger // Phys. Rev. A. – 1996. – V. 54, Iss. 3. – P. 1793–1797. [<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.1793>]
35. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields / [L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune et al.]. // Phys. Rev. A. – 1994. – V. 50, Iss. 2. – P. R895–R898. [<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.50.R895>]
36. Гадомский О. Н. Эффект ближнего поля в квантовом компьютере / О. Н. Гадомский, Ю. Ю. Воронов. // Письма в ЖЭТФ. – 1999. – Т.69, N10. – С. 750–754.

37. Берковиц В.Л. Эффекты локального поля в спектрах анизотропного оптического отражения поверхности (001) арсенида галлия / В.Л. Берковиц, А.В. Гордеева, В.А. Кособукин // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43, Вып. 6. – С. 985–991.
38. Гадамский О.Н. Оптический микроскоп ближнего поля на основе оптических размерных резонансов взаимодействующих атомов / О.Н. Гадамский, К.Ю. Моисеев. // Оптика и спектроскопия. – 2002. – Т. 93, №1. – С. 163–171.
39. Dicke R.H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes / R.H. Dicke // Phys. Rev. – 1954. – V. 93, No. 1. – P. 99–110. [<https://doi.org/10.1103/PhysRev.93.99>]
40. Яковленко С. И. Поглощение мощного резонансного излучения при столкновительном уширении линии / С. И. Яковленко. // УНФ. – 1982. – №136. – С. 593–620.
41. Гадамский О. Н. Эффект ближнего поля и пространственное распределение спонтанных фотонов вблизи поверхности. / О. Н. Гадамский, К. В. Крутицкий. // ЖЭТФ. – 1994. – Т.106, N 10. – С. 936–955.
42. Kogan V. I. Two-level system with damping in a plasma / V. I. Kogan, V. S. Lisitsa, A. D. Selidovkin. // Sov. Phys.–JETP. – 1974. – Vol. 38, No. 1. – P. 75.
43. Арош С. Управление фотонами в ящике и изучение границы между квантовым и классическим / С. Арош. // УНФ. – 2014. – №184. – С. 1089–1100.
44. Browaeys A. Experimental investigations of the dipolar interactions between a few individual Rydberg atoms / A. Browaeys, D. Barredo, T. Lahaye. // J. Phys. – 2016. – V.48, Iss 9–11.–pp. 771–783.
45. Антипин Е. Л. Обобщенная модель Дикке: переходы $\Delta M = \pm 2$ / Е. Л. Антипин, О. Н. Гадамский. // ТМФ. – 1996. – №106. – С. 118–130.
46. Исследование холодных ридберговских атомов рубидия в магнитооптической ловушке / [Д. Б. Третьяков, И. И. Бетеров, В. М. Энтин и др.]. // ЖЭТФ. – 2009. – №135. – С. 428–439.
47. Design and characterization of a planar trap / [V. Tanaka, R. Naka, F. Iwata et al.]. // J. Phys. B. – 2009. – Vol.42, No.15. – P.154006.
48. Brennen G. K. Quantum Logic Gates in Optical Lattices / G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, I. H. Deutsch. // Phys. Rev. Lett. – 1999. – №82. – P.1060.

49. Coherent manipulation of two dipole-dipole interacting ions / [A. Beige, S. F. Huelga, P. L. Knight et al.]. // *J. Mod. Opt.* – 2000. – №47. – P. 401.
50. Bargatin I. V. Generation of Entanglement in a System of Two Dipole-Interacting Atoms by Means of Laser Pulses / I. V. Bargatin, B. A. Gri-shanin, V. N. Zadkov. // *Fortschr. Phys.*.. – 2000. – №48. – pp. 637–641.
51. Горбачев В. Н. Перенос квантовых корреляций при неунитарной эволюции / В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко. // *Письма в ЖЭТФ.* – 2010. – №89. – С. 571–576.
52. Аллен Л. Оптический резонанс и двухуровневые атомы / Л. Аллен, Д. Эберли. – Москва: Мир, 1978. – 222 с.
53. Башаров А. М. Декогерентность и перепутывание при радиационном распаде двухатомной системы / А. М. Башаров. // *ЖЭТФ.* – 2002. – №121. – С. 1249.
54. Palma G. M. Phase-sensitive population decay: The two-atom Dicke model in a broadband squeezed vacuum / G. M. Palma, P. L. Knight. // *Phys. Rev. A.* – 1989. – №39. – P. 1962.
55. Молотков С. Н. Релятивистская квантовая криптография / С. Н. Моло-тков // *ЖЭТФ.* – 2011. – №139. – С. 429–439.
56. DiVincenzo D. P. Quantum computation. / D. P. DiVincenzo // *Science.* – 1995. – V.270, Iss.5235. – pp.255–261.
57. DiVincenzo D. P. The Physical Implementation of Quantum Computation. / D. P. DiVincenzo. // *Fortschr. Phys.* – 2000. – V.48, Iss. 9–11. – pp.771-783.

Лазур В.Ю., Рубіш В.В., Плекан Р.М., Кузьма С.М.

ПЕРЕДАЧА КВАНТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ
НА ДОВІЛЬНІ ВІДСТАНІ
ВІД ОДНОГО ДВОРІВНЕВОГО АТОМА ДО ІНШОГО

Навчально-методичний посібник

Формат 60×84/16. Умовн. друк. арк. 9,28. Зам. № 66. Наклад 100 прим.

Видавництво УжНУ «Говерла». м. Ужгород, вул. Капітульна, 18.

Тел.: 3-32-48.

*Свідоцтво про внесення до державного реєстру видавців, виготівників і
розповсюджувачів видавничої продукції –
Серія 3т № 32 від 31 травня 2006 року*