підйому, або спуску цільової функції, яку необхідно оптимізувати. Логістична функція $1/(1+e^{-\kappa z})$ з великим додатнім κ є апроксимацією для індикаторної функції $\Lambda(z>0)$. Очевидно, що недостатньо велике значення κ призведе до неточної апроксимації [2]. Однак, дуже велике значення κ призведе до досить точної апроксимації, але числова оптимізація на основі найбільш швидкого підйому, або спуску буде чисельно нестійкою. Встановлено, що високий коефіцієнт чисельної стійкості в оптимізаційному алгоритмі може бути отриманий навіть для дуже великого значення t. Це стало можливим, коли всі вимірювані величини були нормалізовані до процесу апроксимації.

На основі практичних експериментів було встановлено, що якщо використовується значення $5 \le \kappa \le 10$ після процесу нормалізації вимірюваних величин, середні коефіцієнти помилкової кваліфікації для отриманих алгоритмів залишаються майже однаковими та незначними. В результаті, були отримані найбільш відповідні значення, отримані в даному діапазоні. У двовимірному випадку для лінійних методів статистичного аналізу для задач розпізнавання, де точне визначення $\Phi_m(\varphi)$ та $\Psi_m(\varphi,\gamma)$ є достатньо простим, був проведений порівняльний аналіз ефективності точних та наближених глибинних методів класифікації, де було встановлено, що вони досягають практично однакових середніх коефіцієнтів помилкової класифікації. Починаючи з різних випадкових початкових даних, наближені реалізації оптимізаційних алгоритмів виконувалися декілька разів для вирішення проблеми можливої наявності кількох локальних мінімумів [3,4].

Щодо застосування класифікатора на основі напівпросторової глибини, була оцінена величина γ з навчальної вибірки після оцінки φ. Це стало можливим в результаті перерахунку порядкових статистик спроектованих даних $\overline{\varphi}'_{hsd} t_{1i}$ та $\overline{\varphi}'_{hsd} t_{2j}$ $(1 \le i \le m_1,\ 1 \le j \le m_2)$ уздовж оціненого напрямку $\overline{\varphi}_{hsd}$. В результаті було визначено, що обчислювальна складність при отриманні оцінки $\overline{\gamma}_{hsd}$ не збільшується з розмірністю l через використання лінійних проекцій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Holmes C.C. A probabilistic nearest neighbor method for statistical pattern recognition / C.C. Holmes, N.M. Adams // Journal of the Royal Statistical Society. – 2002. – 64. – P. 295-306.
2. Mizera I. On depth and deep points: a calculus / I. Mizera // The Annals of Statistics. – 2002. – 30. – P. 1681-1736.
3. Serfling R. A depth function and a scale curve based on spatial quantiles / R. Serfling. – Statistics and Data Analysis based on L_1 -Norm and Related Methods. – 2002. – Birkhaeuser, Boston. – P. 25-38.
4. Godtliebsen F. Significance in scale space for bivariate density estimation / F. Godtliebsen, J.S. Marron, P. Chaudhuri // Journal of Computational and Graphical Statistics. – 2002. – 11. – P. 1-22.

НЕОБХІДНІ УМОВИ РЕАЛІЗОВАНОСТІ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ОДНИМ НЕЙРОННИМ ЕЛЕМЕНТОМ З УЗАГАЛЬНЕНОЮ ПОРОГОВОЮ ФУНКЦІЄЮ АКТИВАЦІЇ

Гече Ф.Е., Коцовський В.М., Вашкеба М.М., Шпеник Т.Б.

ДВНЗ «УжНУ», вул. Університетська, 14, fgeche@hotmail.com

Актуальність дослідження властивостей булевих функцій, які реалізуються одним нейронним елементом (НЕ) з узагальненою пороговою функцією активації та розробка методів синтезу таких нейронних елементів полягається в тому, що функціональні можливості цих елементів суттєво перевищують функціональні можливості класичних НЕ з пороговою функцією активації. Це дає можливість будувати більш ефективні нейромережі (менша кількість нейронів, простіша топологія тощо), які призначені для прогнозування часових рядів, для класифікації сигналів і розпізнавання об'єктів, представлених у просторі булевих векторів.

Нехай $\mathbf{Z}_2 = \{0,1\}$ і $\mathbf{Z}_2^n$ – n-а декартова степінь множини $\mathbf{Z}_2$. Для частково визначеної булевої функції $f(x_1,\dots,x_n)(f:\mathbf{Z}_2^n \to \mathbf{Z}_2)$ введемо позначення $f^{-1}(1), f^{-1}(0), f^{-1}(*)$:

$f^{-1}(1) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{Z}_2^n \mid f(\mathbf{x}) = 1\}$, $f^{-1}(0) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{Z}_2^n \mid f(\mathbf{x}) = 0,\}$, $f^{-1}(*)$ – множина наборів на яких булева функція не визначена.

Під ядром $K(f)$ булевої функції $f(x_1,\ldots,x_n)$ будемо розуміти множину $f^{-1}(1)$, якщо $|f^{-1}(1)| \le |f^{-1}(0)|$ і $f^{-1}(0)$ у протилежному випадку[1], де $|f^{-1}(\mathrm{i})|$ – кількість елементів у множині $f^{-1}(\mathrm{i})$ $(\mathrm{i} \in \{0,1\})$.

Нехай $K(f) = \{\mathbf{a}_1,\ldots,\mathbf{a}_q\}$ – ядро частково визначеної булевої функції. Визначимо розширене ядро $K(f,s)$ цієї функції наступним чином: $K(f,s) = \{\mathbf{a}_1,\ldots,\mathbf{a}_q,\mathbf{b}_1,\ldots,\mathbf{b}_s\}$, де $\mathbf{b}_1,\ldots,\mathbf{b}_s$ – довільні елементи із $f^{-1}(*)$ і $q+s \le 2^{n-1}$. Очевидно, що $K(f,0) = K(f)$. Множина розширених зведених ядер визначається так:

$T(f,s) = \{K(f,s)_i = \mathbf{a}_i K(f,s) \mid i = 1,2,\ldots,q\}$.

За допомогою лінійних перетворень $x_i = 2y_i - 1$ $(y_i \in \{0,1\})$, $g_f(x_1,\ldots,x_n) = 2f(y_1,\ldots,y_n) - 1$

переходимо від алфавіту $\{0,1\}$ до алфавіту $\{-1,1\}$, тобто Z_2 переходить у циклічну мультиплікативну групу 2-го порядку $H_2 = \{-1,1\}$, а Z_2^n у мультиплікативну абелеву групу $G_n = H_2 \otimes \ldots \otimes H_2$ – прямий

добуток n циклічних груп H_2. Нехай $X(G_n)$ – група характерів [2] групи G_n над полем дійсних чисел R. На множині $R \setminus \{0\}$ визначимо функцію:

$$\mathrm{Rsign}\, x = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0, \\ -1, & \text{якщо } x < 0. \end{cases}$$

Із різних характерів $X(G_n)$, крім головного χ_0, побудуємо m-елементну множину $\{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$ і відносно вибраної системи характерів розглянемо математичну модель нейронного елемента з узагальненою пороговою функцією активізації

$$g_f(x_1(\mathrm{g}),\ldots,x_n(\mathrm{g})) = \mathrm{Rsign}\Big(\sum_{j=1}^{m}\omega_j\chi_{i_j}(\mathrm{g}) + \omega_0\Big), \tag{1}$$

де $\mathrm{w} = (\omega_1,\ldots,\omega_m;\omega_0)$ – вектор структури НЕ і $\mathrm{g} \in G_n$. Очевидно, що нейронний елемент відносно системи характерів $\{\chi_1,\chi_2,\ \chi_4,\ldots,\chi_{2^{n-1}}\}$ співпадає з пороговим елементом [3].

Булева функція $f : Z_2^n \to Z_2$ реалізується одним НЕ з узагальненою пороговою функцією активації відносно системи характерів $\{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$, якщо існує такий $m+1$- вимірний дійсний вектор $\mathrm{w} = (\omega_1,\ldots,\omega_m;\omega_0)$, що має місце рівність (1).

Якщо для функції $g_f(x_1(\mathrm{g}),\ldots,x_n(\mathrm{g}))$ ядро не існує, тоді відповідна їй функція $f(y_1,\ldots,y_n)$ не реалізується одним НЕ з узагальненою пороговою функцією активації відносно заданої системи характерів $\chi = \{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$. В протилежному випадку через $\mathrm{K}\chi(f)$ позначимо ядро булевої функції f відносно системи χ і наведемо необхідні умови її реалізованості одним НЕ з узагальненою пороговою функцією активації.

Теорема1. Якщо булева функція $f : Z_2^n \to Z_2$ реалізується одним НЕ з узагальненою порогово ю функцією активації відносно системи характерів $\chi = \{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$, то в множині розширених зведених ядер $T_\chi(f,s)$ знайдеться такий елемент $K\chi(f,s)_\mathrm{i}$, що для довільного $\mathrm{a} = (\alpha_1,\ldots,\alpha_\mathrm{n}) \in K\chi(f,s)_\mathrm{i}$ має місце: $\mathrm{a} = (\alpha_1,\ldots,\alpha_\mathrm{n}) \in K\chi(f,s)_\mathrm{i} \Rightarrow \bar{\mathrm{a}} = (\bar{\alpha}_1,\ldots,\bar{\alpha}_\mathrm{n}) \notin K\chi(f,s)_\mathrm{i}$.

Нехай $\mathrm{a} = (\alpha_1,\ldots,\alpha_n) \in Z_2^n$, $\mathrm{e_i}$ – орт вектор із Z_2^n, $O_\mathbf{a} = \{e_i \mid \alpha_i = 1\}$ і $\mathrm{S}(O_\mathbf{a})$ – адитивна група, яка порджується елементами $O_\mathbf{a}$ відносно операції $\oplus$ ($\oplus$ – покоординатна сума векторів за модулем 2).

Теорема2. Якщо булева функція $f : Z_2^n \to Z_2$ реалізується одним НЕ з узагальненою пороговою функцією активації відносно системи характерів $\chi = \{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$, то в множині розширених зведених ядер $T_\chi(f,s)$ знайдеться такий елемент $K\chi(f,s)_\mathrm{i}$, що для довільного $\mathrm{a} = (\alpha_1,\ldots,\alpha_\mathrm{n}) \in K\chi(f,s)_\mathrm{i}$ має місце: $\mathrm{a} = (\alpha_1,\ldots,\alpha_\mathrm{n}) \in K\chi(f,s)_\mathrm{i} \Rightarrow \mathrm{S}(\mathrm{O_a}) \subset K\chi(f,s)_\mathrm{i}$.

Визначимо відстань $\rho(\mathbf{a},\mathbf{b})$ між елементами $\mathbf{a}=(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$ і $\mathbf{b}=(\beta_1,\ldots,\beta_n)\in Z_2^n$ наступним чином:

$$\rho(\mathbf{a},\mathbf{b})=\sum_{i=1}^{n}|\alpha_i-\beta_i|.$$

Нехай $A\subseteq Z_2^n$, $\mathbf{a},\mathbf{b}$ – довільні елементи з A $(\mathbf{a}\neq\mathbf{b})$ і $O(\mathbf{a},\mathbf{b})$ – множина таких орт-векторів $\mathbf{e}_{i_1},\ldots,\mathbf{e}_{i_s}$, що $\mathbf{a}\oplus\mathbf{b}=\mathbf{e}_{i_1}+\mathbf{e}_{i_2}+\ldots+\mathbf{e}_{i_s}$. Позначимо через $H(\mathbf{a},\mathbf{b})$ підгрупу групи Z_2^n (Z_2^n утворює групу відносно операції $\oplus$), яка породжується елементами з $O(\mathbf{a},\mathbf{b})$, тобто $H(\mathbf{a},\mathbf{b})=S(O_{(a,b)})$).

Нехай $\mathbf{a}=(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$, $\mathbf{b}=(\beta_1,\ldots,\beta_n)\in Z_2^n$. Покоординатну кон'юнкцію векторів $\mathbf{a}$ та $\mathbf{b}$ позначимо через $\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b}=(\alpha_1\,\&\,\beta_1,\ldots,\alpha_n\,\&\,\beta_n)$ і через $H(\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b})$ позначимо суміжний клас групи Z_2^n за підгрупою $H(\mathbf{a},\mathbf{b})$, що визначається елементом $\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b}$, тобто $H(\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b})=\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b}\oplus H(\mathbf{a},\mathbf{b})$.

Теорема3. Якщо булева функція $f:Z_2^n\to Z_2$ реалізується одним НЕ з узагальненою пороговою функцією активації відносно системи характерів $\chi=\{\chi_{i_1},\ldots,\ \chi_{i_m}\}$, то в множині розширених зведених ядер $T_\chi(f,s)$ знайдеться такий елемент $K\chi(f,s)_i$, що для будь-яких двох елементів $\mathbf{a},\mathbf{b}$ із $K\chi(f,s)_i$ для яких $|H(\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b})\cap K'_\chi(f,s)_i|\geq 2$ $(K'_\chi(f,s)_i=Z_2^n\setminus K_\chi(f,s)_i)$ і для будь-яких двох елементів $\mathbf{g},\mathbf{h}$ із $H(\mathbf{a}\,\&\,\mathbf{b})\cap K'_\chi(f,s)_i$ справджується нерівність $\rho(\mathbf{g},\mathbf{h})<\rho(\mathbf{a},\mathbf{b})$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гече Ф. Аналіз дискретних функцій та синтез логічних схем у нейробазисі: [Монографія] / Ф. Гече. – Ужгород: Видавництво В. Падяка, 2010. – 210 с.
2. Кертис Ч. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр / Ч. Кертис, И. Райнер. – М.: Наука, 1969. – 667 с.
3. Дертоузос М. Пороговая логика / М. Дертоузос. – М.: Мир, 1967. – 342 с.

ЗАСТОСУВАННЯ НЕЧІТКИХ КОГНІТИВНИХ КАРТ ПРИ ОЦІНЦІ РИЗИКІВ ПРИ ТЕСТУВАННІ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Гожий В.О., Калинина І.О.

Чорноморський державний університет ім.П.Могили, 54003, Николаев, 68 десантников 10.
gozhyi.v@gmail.com, kio1612@mail.ru

На сьогодні актуальним стає питання вирішення завдань управління та підтримки прийняття стратегічних рішень, для яких традиційні методи аналізу стають мало ефективними, і які можуть бути вирішені іншим більш якісним способом. Таким рішенням стають нечіткі множини та системи, а одним з найбільш ефективних інструментів є нечіткі когнітивні карти, які добре зарекомендували себе в задачах дослідження структури модельованої системи та отримання прогнозів її поведінки при різних керуючих впливах, з метою синтезу ефективних стратегій управління.[1]

Який би єфективний не був підхід для аналізу та для прогнозування стану системи, він часто не знаходить на практиці широкого застосування. Не винятком стає і застосування знакових графів. Це пов'язано з тим, що інформація, яка використовується в моделях знакових графів, повинна задовольняти ряду теорем про стійкість. При експертній побудові реальних моделей складних систем це практично неможливо. Але з такого становища можна знайти вихід, застосовуючи нечіткі графи, що припускають використання нечітких відображень, і в багатьох випадках зняти проблему стійкості "великих" моделей. Нечіткі графи мають перевагу над традиційними моделями у формі знакових графів: застосовуючи спеціальні алгоритми, можна на нечіткій когнітивної карті (заданої нечітким графом) "простежити" шлях впливу позитивних і негативних зв'язків на один або кілька когнітивних елементів. Зазначимо, що когнітивний аналіз є дуже специфічний і це виявляється в тому, що формальні методи аналізу застосовуються до моделей, що описують суб'єктивне бачення ситуації. І, що на кожному етапі формування моделі аналітик або експерт повинен приймати рішення, від яких залежить адекватність моделі, тому на експерта полягає дуже важливе завдання, саме його рішення формують подальший хід аналізу моделі. До таких рішень відносяться вибір самої моделі, формування набору чинників і зв'язків між ними, вибір шкал і ваг зв'язків, вибір методів обчислення впливів. Різні методи дадуть різні