

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра системного аналізу та теорії оптимізації

**А.Ю.Брила, М.М. Ломага, А.С. Вощепинець**

## **ФУНКЦІЇ У PYTHON**

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Програмування»

**Ужгород 2023**

Функції у Python. (Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Програмування»). /Укладачі: А.Ю. Брила, М.М. Ломага, А.С. Вощепинець. – Ужгород, 2023.– 22 с.

Навчальний матеріал методичних вказівок призначений для аудиторної і самостійної підготовки студентів при вивченні дисципліни «Програмування».

Основна мета самостійної роботи студента – закріплення теоретичних відомостей, які викладаються на лекціях, та вміння їх застосувати, розв’язуючи задачі, що виникають на практиці. Завдання розроблених методичних матеріалів полягає в чіткій, цілеспрямованій допомозі студентам в організації самостійної підготовки до практичних занять з дисципліни «Програмування».

Методичні вказівки призначені для студентів різних напрямків підготовки.

**Рецензенти:**

к.ф.-м.н., доц. Погоріляк О.О.,

к.ф.-м.н., доц. Млавець Ю.Ю.

*Рекомендовано до друку:*

*Кафедрою системного аналізу та теорії оптимізації (Протокол №10 від 18 травня 2023 року);*

*Науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій, (Протокол № 9 від 23 травня 2023 року);*

*Вченою радою факультету математики та цифрових технологій ДВНЗ “Ужгородський національний університет”, (Протокол №9 від 25 травня 2023 року).*

# ФУНКЦІЇ У PYTHON

## Допоміжні алгоритми у Python

Функції є реалізацією допоміжних алгоритмів. Вони є основою структурного підходу до розробки алгоритмів. При цьому складна задача розбивається на більш прості підзадачі (принцип *декомпозиції*), а кожна із підзадач розв'язується за допомогою відповідної функції.

Розглянемо загальний вигляд опису функції

Загальний вигляд	<code>def &lt;ім'я функції&gt; (&lt;список формальних параметрів&gt;): &lt;тіло функції (оператори)&gt;</code>
Приклад	<pre><b>def</b> get_max(number_1, number_2):     <b>if</b> number_1&gt;number_2:         <b>return</b> number_1     <b>else</b>:         <b>return</b> number_2</pre>

Список формальних параметрів – це список позначень величини, які є необхідними для роботи функції. Так у наведеному прикладі для знаходження найбільшого серед двох чисел необхідно мати ці два числа `number_1`, `number_2`. Формально, ми могли б позначити ці величини довільними іменами, але на практиці потрібно намагатися позначати величини таким чином, щоб з назви було зрозуміло їх призначення. Зауважимо при цьому, що при розробці функції ми абстрагуємось від конкретних значень, для яких буде викликано дану функцію (застосовуємо принцип *абстракції*). Функцію потрібно розробляти так, щоб її можна було використати для довільних значень формальних параметрів.

У процесі свого виконання функція може обчислювати деякі величини, які є результатами роботи (у даному випадку найбільше серед двох чисел). Результати роботи функції можуть бути повернені у точку виклику за допомогою службового слова `return`

```
return <результат>
```

Якщо функція не повертає результату за допомогою `return`, то вважається, що функція повертає значення `None`, яке у логічному виразі приводиться до значення `False`.

Виклик функції здійснюється за її ім'ям. При цьому у дужках необхідно вказати список фактичних параметрів. Значення цих фактичних параметрів буде скопійовано у відповідні формальні параметри.

Загальний вигляд	<ім'я функції> (<список фактичних параметрів>)
Приклад	<pre># ----- Опис функції ----- def <b>get_max</b>(number_1, number_2):     if number_1&gt;number_2:         return number_1     else:         return number_2 # ----- Виклик функції ----- result_1=<b>get_max</b>(2,6) print("result_1=",result_1) a=8 b=7 result_2=<b>get_max</b>(a,b) print("result_2=",result_2)</pre>

Слід зазначити, що у Python можна повернути не тільки одне значення, а декілька значень розділених комою (кортеж значень)

Загальний вигляд	<pre>def &lt;ім'я функції&gt; (&lt;список формальних параметрів&gt;):     . . . . .     return &lt;величина 1&gt;,&lt;величина 2&gt;,. . .,&lt;величина N&gt;</pre>
Приклад	<pre>Більше число помножити на 2, а менше - поділити на 2 # ----- Опис функції ----- def <b>numbers_processing</b>(number_1, number_2):     if number_1&gt;number_2:         number_1 *=2         number_2 /=2     else:         number_2 *=2         number_1 /=2     <b>return number_1,number_2</b> # ----- Виклик функції ----- a=8 b=7 <b>a , b = number_processing (a,b)</b> print("a={0}, b={1}".format(a,b))</pre>

Зауважимо, що таким чином можна реалізувати зміну декількох значень за допомогою функції (у функцію передаємо копію вихідних значень, а потім у основній програмі у змінні записуємо нові (змінені) значення).

## Документування функцій

Для вставки довідкової інформації щодо функції необхідно одразу після заголовку функції вставити коментар, поміщений у потрійні лапки (одинарні чи подвійні)

Загальний вигляд	<pre>def &lt;ім'я функції&gt; (&lt;список формальних параметрів&gt;):     ''' коментар до функції '''     &lt;тіло функції (оператори)&gt;</pre>
Приклад	<pre><b>def</b> get_max(number_1, number_2):     ''' returns the maximum of two numbers '''     if number_1&gt;number_2:         <b>return</b> number_1     else:         <b>return</b> number_2</pre>

Дану довідкову інформацію можна отримати шляхом виклику функції `help`

Загальний вигляд	<pre>help (&lt;ім'я функції&gt;)</pre>
Приклад	<pre>help (get_max)</pre>
На екрані	<pre>Help on function get_max in module __main__:  get_max(number_1, number_2)     <b>returns the maximum of two numbers</b></pre>

## Локальні і глобальні змінні

Область видимості змінної – це частина програми, де до цієї змінної можна звернутись. Блок – це послідовність операторів тіла функції або всього файлу. Область видимості змінної обмежується блоком, у якому цю змінну було ініціалізовано деяким значенням а також усіма вкладеними у даний блоками.

Значення, які ініціалізовано в тексті програми (за межами функції) є *глобальними* змінними і можуть бути використані у будь-якому вкладеному блоці (будь-якій функції). Змінні, які ініціалізовані в межах функції є *локальними* змінними. Їх областю видимості є функція, у якій вони були ініціалізовані.

Приклад.

```
a=5          ← глобальна змінна
def func():
    print(a)  ← звертання до глобальної змінної
    b=3       ← опис локальної змінної
    print(b)  ← виведення значення локальної змінної (3)
func()       ← виклик функції
print(b)     ← ПОМИЛКА !!! Змінної b не існує у даній області видимості
```

Слід також пам'ятати, що у функції можна перевизначити глобальну змінну (описати локальну з таким же іменем, як і глобальна). У цьому випадку значення глобальної змінної буде недоступним і без попереднього присвоєння локальній змінній значення цієї локальної змінної використовувати не можна.

Приклад.

```
a=5          ← глобальна змінна
def func():
    print(a)  ← Помилка!!! Звертання до локальної змінної,
              яку ще не ініціалізовано
    a=3       ← опис локальної змінної, яка перевизначає глобальну
```

Слід відмітити, що не важливо, у якому саме місці функції міститься ініціалізація локальної змінної. Можливо ініціалізація знаходиться у фрагменті функції, який ніколи не буде виконано. Тут головним є фактор наявності ініціалізації новим значенням.

## Приклад.

```
a=5                ← глобальна змінна
def func():
    print(a)       ← Помилка!!! Звертання до локальної змінної,
                   яку ще не ініціалізовано
    if False:
        a=3        ← опис локальної змінної, яка перевизначає глобальну
```

Зауважимо, що формальні параметри також вважаються локальними змінними функції.

## Значення за замовчуванням

При описі функції можна задавати так звані «значення за замовчуванням». Це значення, які використовуються у випадку, коли під час виклику не було вказано значення відповідного фактичного параметру. Формальні параметри зі значенням за замовчуванням обов'язково повинні бути в кінці списку формальних параметрів після параметрів без значень за замовчуванням (параметрів, які обов'язково потрібно вказати).

Загальний вигляд	<pre>def &lt;ім'я функції&gt; ( &lt;обов'язкові форм. парам.&gt;,                     &lt;парам.1&gt; = &lt;знач.1&gt;,                     &lt;парам.2&gt; = &lt;знач.2&gt;, . . . ):     &lt;тіло функції (оператори)&gt;</pre>
Приклад	<pre>def func(a, b=0, c=0):     return a+b+2*c</pre>
Приклад виклику	<pre>print (func(2))           ← Результат 2 (a=2, b=0, c=0) print (func(2,7))        ← Результат 9 (a=2, b=7, c=0) print (func(2,7,4))      ← Результат 17 (a=2, b=7, c=4)</pre>

Зауважимо, що значення параметрів можна вказувати і з використанням іменованого присвоєння формальним параметрам фактичних. Для цього під час виклику функції необхідно явно вказати формальний параметр, якому присвоюється значення.

Загальний вигляд	<pre>&lt;ім'я функції&gt;(&lt;форм.парам.1&gt; = &lt;факт.парам.1&gt;,                 &lt;форм.парам.2&gt; = &lt;факт.парам.2&gt;, ...):     &lt;тіло функції (оператори)&gt;</pre>
Приклад	<pre>#----- Опис функції ----- def func(a, b=0, c=0):     return a+b+2*c #----- Виклик функції ----- print (func(2,c=4))           ← a=2, b=0, c=4 print (func(c=4,a=2))        ← a=2, b=0, c=4 print (func(b=8,a=2))        ← a=2, b=8, c=0</pre>



## Передача довільної кількості параметрів

У Python також є можливість описати функції з довільною кількістю параметрів (під час виклику можна передавати довільну кількість фактичних параметрів). Для цього необхідно описати формальний параметр, перед яким стоїть знак «\*».

Загальний вигляд	<code>&lt;ім'я функції&gt;( . . . інші формальні параметри . . . , * &lt;формальний параметр кортеж&gt; , . . . інші формальні параметри . . . ): &lt;тіло функції (оператори)&gt;</code>
------------------	---

Приклад.

```
#----- Опис функції з довільної кількостю параметрів -----  
def get_sum(*arguments):  
    sum=0  
    for x in arguments:  
        sum+=x  
    return sum  
  
#----- Виклик функції з довільної кількостю параметрів -----  
print (get_sum(2))                ← Результат 2  
print (get_sum(2,7))              ← Результат 9  
print (get_sum(2,3,67,5))         ← Результат 77  
print (get_sum(11,4,22,6,45,76)) ← Результат 164
```

Зауважимо, що опису такого формального параметра можуть бути описані і інші формальні параметри.

Приклад. Створити функцію для підрахунку кількості входжень деякого заданого елемента (`search_element`) у послідовності елементів (`*arguments`).

```
#----- Опис -----  
def count_of_elements(search_element, *arguments, last):  
    count=0  
    for x in arguments:  
        if search_element==x:  
            count+=1  
    return count  
  
#----- Виклик -----  
print (count_of_elements(2,4,2,6,5,2,3, 8))  
print (count_of_elements('a','s', 'd','a','f','a','a'))
```

До того ж він може бути не тільки в кінці списку а й у середині списку формальних параметрів. При цьому під час виклику значення формальних параметрів, які описано після формального параметра – кортежа (для довільної кількості фактичних параметрів) необхідно задавати явно (через імена), або ж такі формальні параметри повинні мати значення за замовчуванням.

## Передача довільної кількості іменованих параметрів

Для передачі довільної кількості іменованих формальних параметрів (у вигляді словника) необхідно описати формальний параметр, перед яким необхідно написати дві зірочки.

Загальний вигляд	<pre>&lt;ім'я функції&gt;( . . . інші формальні параметри . . . ,                 ** &lt;формальний параметр словник&gt; ,                 . . . інші формальні параметри . . . ):                 &lt;тіло функції (оператори)&gt;</pre>
Приклад	<pre>У заданому рядку вказані букви замінити на нові #----- Опис функції ----- def g(row, **kwargs):     for letter in kwargs:         row=row.replace(letter, kwargs[letter])     return row #----- Виклик функції ----- print( g("Hello", o='y', e='o', l='b') ) #----- Результат ----- Hobby</pre>
Приклад 2	<pre>#----- Опис функції ----- def g(**kwargs):     print(kwargs) #----- Виклик функції ----- g(a=11, s="Hello", m=3.5) #----- Результат ----- {'a': 11, 's': 'Hello', 'm': 3.5}</pre>

## Використання одночасно і формального параметра-кортежа і формального параметра-словника

При описі функцій можна одночасно використовувати як формальний параметр-кортеж, так і формальний параметр-словник. При цьому можна у функцію передавати довільну кількість як неіменованих, так і іменованих параметрів.

Загальний вигляд	<pre>&lt;ім'я функції&gt;( . . . інші формальні параметри . . . ,                 * &lt;формальний параметр кортеж&gt; ,                 . . . інші формальні параметри . . . ,                 ** &lt;формальний параметр словник&gt; ,                 . . . інші формальні параметри . . . ): &lt;тіло функції (оператори)&gt;</pre>
Приклад	<pre>#----- Опис функції ----- def g(a, b, *args, name='default', **kwargs):     print(a, b, args, name, kwargs) #----- Виклик функції ----- g(1,2,3,4,5,6,7,name="Hello", s=11,w="World") #----- Результат ----- 1 2 (3, 4, 5, 6, 7) Hello {'s': 11, 'w': 'World'}</pre> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">*args</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">**kwargs</div> </div>

Приклад. Визначити скільки з переданих елементів належать до наперед визначених множин

Приклад	<pre>#----- Опис функції ----- def g(*users_keys, **users_groups):     return {group:     len(set(users_groups[group])&amp;set(users_keys)) ) for group in users_groups} #----- Виклик функції ----- print(g(11,2,3,44,12,33, guests=(1,2,3,4,5), managers=(11,22,33,44,55)) ) #----- Результат ----- {'guests':2, 'managers': 3}</pre>
---------	---

## ЛЯМБДА ВИРАЗИ

За допомогою лямбда виразів маємо можливість робити скорочені описи функцій. Особливо це є корисним при передачі функції як аргументу (наприклад при сортуванні списків).

Загальний вигляд	<code>lambda &lt;список аргументів&gt; : &lt;результат функції&gt;</code>
Приклад	<pre>Функція для знаходження суми двох чисел #----- Опис функції ----- f= <b>lambda</b> a,b:a+b  #----- Виклик функції ----- print(f(3,7))  #----- Результат ----- 10</pre>
Приклад 2	<pre>Упорядкувати елементи списку чисел за останньою цифрою #----- Використання функції як аргументу ----- listV=[22,93,12,45,61] listV.sort(key= <b>lambda item:item%10</b>) print(listV) #----- Результат ----- [61, 22, 12, 93, 45]</pre>

## РЕКУРСІЯ

**Рекурсія** – це такий спосіб організації обчислювального процесу, за якого функція звертається сама до себе. Такі звернення називаються *рекурсивними викликами*, а функція, що містить рекурсивні виклики, – *рекурсивною*.

Рекурсію використовують у ситуаціях, коли легко звести вихідну задачу до задачі того ж виду, але з іншими вихідними даними. Найпростішим прикладом такої задачі може стати обчислення факторіала. Так обчислення факторіала може бути здійснене у відповідності до наступного рекурентного правила:

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n, & \text{якщо } n > 0; \\ 1, & \text{якщо } n = 0. \end{cases}$$

Реалізуємо це рекурентне правило у вигляді рекурсивної функції:

Приклад	<pre>Функція для знаходження суми двох чисел #----- Опис функції ----- def <b>factorial</b>(n):     if n==0:         return 1     else:         return <b>factorial</b>(n-1)*n #----- Виклик функції ----- print(factorial(5)) #----- Результат ----- 120</pre>
---------	---

Будь-яке рекурентне правило, яке визначає деяку рекурсію повинно містити умову зупинки, що називається *умовою завершення рекурсії*. Для випадку задачі обчислення факторіала  $n!$  умовою завершення рекурсії є умова  $n=0$ .

## Питання для самоконтролю

1. Що таке функція у Python?
2. Як створити функцію у Python?
3. Які типи аргументів можуть бути у функції?
4. Як викликати функцію у Python?
5. Як передати аргументи у функцію?
6. Що таке аргументи за замовчуванням у функції?
7. Як обробити виняткові ситуації у функції?
8. Що таке рекурсивна функція і як її використовувати?
9. Які є вбудовані функції у Python?
10. Як створити анонімну функцію (lambda-функцію)?
11. Які є особливості області видимості змінних у функціях?

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

### Завдання 1.

1	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = f(a, b) + f(2, a) + 2,$ <p>де <math>f(x, y) = \begin{cases} x^3 + \sqrt{x^2 + y^4}, &amp; x &gt; y, \\ \frac{x^2 - 2x + \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x^3}}, &amp; \text{інакше.} \end{cases}</math></p>
2	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = f(a, b) + f(2, a) + 2,$ <p>де <math>f(x, y) = \begin{cases} x^3 + \sqrt{x^2 + y^4}, &amp; x &gt; 0 \text{ і } y &gt; 0, \\ \frac{x^2 - 2x + \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x^3}}, &amp; x &gt; 0 \text{ і } y &lt; 0, \\ \sin(x * y), &amp; \text{інакше.} \end{cases}</math></p>
3	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = f(a) + f(2) + f(b),$ <p>де <math>f(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^5 x^i, &amp; x &gt; 0, \\ \prod_{i=1}^5 x^i, &amp; \text{інакше.} \end{cases}</math></p>
4	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = \min \{f(a), f(b)\},$ <p>де <math>f(x) = \begin{cases} \sin x + \sin x^2 + \dots + \sin x^6, &amp; x &gt; 3, \\ -\cos x + \cos \cos x + \dots + (-1)^5 \underbrace{\cos \dots \cos x}_5, &amp; \text{інакше.} \end{cases}</math></p>
5	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = \max \{f(a), f(b)\},$ <p>де <math>f(x) = \begin{cases} \sin x + \sin^3 x + \sin^5 x + \dots + \sin^{17} x, &amp; x &gt; 3, \\ 15 + \text{tg} x + \text{tg} \text{tg} x + \dots + \underbrace{\text{tg} \dots \text{tg} x}_5, &amp; \text{інакше.} \end{cases}</math></p>
6	<p>За даними дійсними числами <math>a</math> і <math>b</math> обчислити</p> $u = \max \{f(a), f(b)\} - f(3),$ <p>де <math>f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \dots + \frac{x^8}{8!}, &amp; x &lt; 0, \\ 15 + \sqrt{\cos^6 x}, &amp; 0 \leq x \leq 5, \\ \min \{1, 2 * \sin(x)\}, &amp; x &gt; 5. \end{cases}</math></p>



7	Дано дійсні числа $x, y, z$ . Обчислити $u = \frac{\max\{x, z\} + \max\{x + y, xy\}}{\max^2\{x + y, xy\}}.$
8	Дано дійсні числа $x, y, z$ . Обчислити $u = \frac{\max\{x, y, z\} + \max\{x + y, xy, 4z\}}{\max\{\max^2\{x + y, xy, x^2\}, 7, z^2\}}.$
9	Використовуючи підпрограму для знаходження коренів квадратного рівняння, знайти розв'язок наступної системи рівнянь $\begin{cases} ax^2 + 2x + 7 = 0, \\ bx^2 - 5x + 2 = 0. \end{cases}$ Числа $a, b \in R$ .
10	Використовуючи підпрограму для знаходження найбільшого спільного дільника (НСД), знайти значення виразу $S = (\text{НСД}(a, b) + \text{НСД}(a, 4)) + \text{НСД}(24, b)$
11	Використовуючи підпрограму для знаходження коренів квадратного рівняння, знайти розв'язок наступної системи рівнянь $\begin{cases} ax^2 + 2x + 7 = 0, \\ bx^2 - 5x + 2 = 0. \end{cases}$ Числа $a, b \in R$ .
12	Дано три дійсних числа: $a, b, c$ . Використовуючи підпрограми для знаходження максимального та мінімального серед двох дійсних чисел знайти $\max(a, b) + (\max(a, b) + \min(b, c))^2.$
13	Обчислити значення виразу $f(2, a, 4) - 5 * f(a, b, -c),$ де $f(x, y, z) = \begin{cases} \lg(x + y - z), & \text{якщо } x + y - z > 10, \\ ( x + y  + 1)^z, & \text{якщо } z - 10 < x + y < z + 1, \\ x^2 + y^2 - z^3, & \text{якщо } x + y - z = 1, \\ \cos^2 x + \sin y - e^{2z+1}, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$
14	Обчислити значення виразу $f(4) + 2f(a) - f(b),$ де $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 23; \\ 1, & x = 23; \\ -1, & x > 23. \end{cases}$

**Завдання 2.**

1	Використовуючи підпрограму для знаходження скалярного добутку, обчислити значення виразу $s = 2\langle a, b \rangle - 3\langle a, c \rangle$ де $a, b, c \in R^n$ , $\langle x, y \rangle$ – скалярний добуток векторів.
2	Використовуючи підпрограму наближеного знаходження визначеного інтегралу за формулою лівих прямокутників, обчислити значення виразу $s = \int_a^3 \sqrt{4x + \sin \sqrt{x^3}} dx + \int_a^b \sqrt{4x + \sin \sqrt{x^3}} dx$
3	Використовуючи підпрограму наближеного знаходження визначеного інтегралу за формулою правих прямокутників, обчислити значення виразу $s = \int_a^3 \sqrt{4x + \sin \sqrt{x^3}} dx + \int_a^b \sqrt{4x + \sin \sqrt{x^3}} dx$
4	Використовуючи підпрограми для додавання векторів та множення вектора на число, знайти вектор $c = a - 3 * b + 2c$ , де $a, b, c \in R^n$ .
5	Використовуючи підпрограму визначення паралельності двох прямих на площині, визначити, скільки взаємно паралельних пар прямих є серед вказаних $n$ прямих: $A_i x + B_i y + C_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ .
6	Використовуючи підпрограму визначення перпендикулярності двох прямих на площині, визначити, скільки взаємно перпендикулярних пар прямих є серед вказаних $n$ прямих: $A_i x + B_i y + C_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ .
7	Два трикутники задано координатами вершин. Використовуючи підпрограму визначення належності точки внутрішності трикутника, з'ясувати, чи лежить один з трикутників у середині іншого.
8	Трикутник задано координатами своїх вершин на площині. Використовуючи підпрограму для знаходження кута між векторами на площині, встановити тип трикутника (гострокутний, прямокутний, тупокутний).
9	Дано послідовність натуральних числень $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Використовуючи підпрограму, яка дозволяє встановити, чи є послідовність із чотирьох чисел арифметичною прогресією, знайти кількість послідовно розміщених четвірок чисел, які утворюють арифметичну прогресію.
10	Дано послідовність натуральних числень $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Використовуючи підпрограму, яка дозволяє встановити, чи є послідовність із чотирьох чисел геометричною прогресією, знайти кількість послідовно розміщених четвірок чисел, які утворюють геометричну прогресію.
11	Використовуючи відповідні підпрограми, з'ясувати, що є більшим, середнє арифметичне чи середнє геометричне чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ .
12	Дано послідовність натуральних числень $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Використовуючи відповідні підпрограми знаходження суми та добутку цифр, знайти натуральне число, у якого найбільша сума цифр та найменший добуток цифр.
13	Дано послідовність натуральних числень $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Використовуючи підпрограму знаходження найбільшої та найменшої цифри, знайти число, у яке містить найбільшу цифру та число, яке містить найменшу цифру.
14	Використовуючи підпрограму для знаходження $n$ -того числа Фібоначчі. Обчислити значення виразу $s = f_3 + f_8$ , де $f_i - i$ -тве число Фібоначчі.

### Завдання 3. Рекурсії

1	Використовуючи підпрограму для знаходження n-того числа Фібоначчі. Обчислити значення виразу $s = f_3 + f_8$ , де $f_i$ – i-тве число Фібоначчі.
2	Використовуючи відповідну підпрограму знаходження $g_i$ , обчислити значення виразу $s = g_7 + g_9,$ де $g_i = \sin(g_{i-1} + \cos(g_{i-2}))$ , $g_0 = 9$ , $g_1 = 35$ .
3	Нехай $x_0 = 1$ , $x_i = x_{i-1} + 2i$ , де $i = 1, 2, \dots$ . Визначити $x_{10}$ .
4	Нехай $x_0 = x_1 = 1$ , $x_i = x_{i-1} + 2x_{i-2}$ , де $i = 2, 3, \dots$ . Визначити $x_n$ .
5	Нехай $x_0 = x_1 = 1$ , $x_i = x_{i-1} + x_{i-2}$ . Визначити $x_n$ .
6	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = 9$ , $x_i = 2x_{i-1} + 3x_{i-2}$ . Визначити $x_n$ .
7	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = x_2 = 9$ , $x_i = x_{i-1} + x_{i-2} + x_{i-3}$ . Визначити $x_n$ .
8	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = x_2 = 9$ , $x_i = x_{i-1} + 4x_{i-3}$ . Визначити $x_n$ .
9	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = 7$ , $x_i = x_{i-1}(1 + x_{i-2})$ . Визначити $x_n$ .
10	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = x_2 = x_3 = 7$ , $x_i = \frac{x_{i-1}(1 + x_{i-2}) + x_{i-3}}{x_{i-4}}$ . Визначити $x_n$ .
11	Нехай $x_0 = 0$ , $x_1 = x_2 = x_3 = 7$ , $x_i = \frac{x_{i-1} + 4x_{i-2}(1 + x_{i-2}) + x_{i-3}}{\sqrt{x_{i-4}}} + x_{i-4}$ . Визначити $x_n$ .
12	Нехай $x_0 = x_1 = 1$ , $x_i = \sin x_{i-1} + \frac{x_{i-2}}{\cos(x_{i-1})}$ . Визначити $x_n$ .
13	Нехай $x_0 = 2$ , $x_1 = 1$ , $x_i = \cos x_{i-1}^{x_{i-2}}$ . Визначити $x_n$ .
14	Нехай $x_0 = 2$ , $x_1 = x_2 = 3$ , $x_i = 7x_{i-1} - x_{i-2} * x_{i-3}$ . Визначити $x_n$ .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. The Python Tutorial [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу:  
<https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>.
2. Костюченко А.О. Основи програмування мовою Python: навчальний посібник. Чернігів: ФОП Баликіна С.М., 2020. 180 с.
3. Яковенко А. В. Основи програмування. Python. Частина 1 [Електронний ресурс]: підручник для студ. спеціальності 122 "Комп'ютерні науки", спеціалізації "Інформаційні технології в біології та медицині". – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 195 с.

## ЗМІСТ

<b>ФУНКЦІЇ У PYTHON</b> .....	3
Допоміжні алгоритми у Python .....	3
Документування функцій .....	5
Локальні і глобальні змінні .....	6
Значення за замовчуванням .....	7
Передача довільної кількості параметрів .....	8
Передача довільної кількості іменованих параметрів .....	9
Використання одночасно і формального параметра-кортежа і формального параметра-словника .....	11
<b>ЛЯМБДА ВИРАЗИ</b> .....	13
<b>РЕКУРСІЯ</b> .....	14
<b>ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ</b> .....	15
<b>ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ</b> .....	16
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ</b> .....	22

**Укладачі:** к. ф.-м. н., доц. Брила А.Ю.,  
ст.викл., Ломага М.М.,  
к. ф.-м. н., Вощепинець А.С.

**Рецензенти:** к.ф.-м.н., доц. Погоріляк О.О.,  
к.ф.-м.н., доц. Млавець Ю.Ю.

## ФУНКЦІЇ У PYTHON

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Програмування»