

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

СУСЛІКОВ Л.М., СТУДЕНЯК І.П.

## **ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ**

Навчально-методичний посібник  
для самостійного вивчення дисципліни

Ужгород – 2011

Сусліков Л.М., Студеняк І.П. Основи метрології: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. — Ужгород: УжНУ, 2011. — 185 с.

Посібник містить розгорнуту деталізовану програму з дисципліни „Основи метрології” згідно кредитно-модульної організації навчального процесу (за вимогами ECTS), яка читається для студентів 1–го курсу фізичного факультету спеціальності 8.070203 „Прикладна фізика” Ужгородського національного університету. Висвітлюється тематичний план курсу, плани практичних занять, зміст програми за темами. Наведений перелік питань для самостійного опрацювання. Приведено перелік питань, які виносяться на підсумковий контроль, критерії оцінювання знань студентів з дисципліни, а також список навчальної літератури для поглибленого вивчення курсу.

Згідно тематичного плану в посібнику викладено основний матеріал курсу "Основи метрології", дано методичні поради щодо самостійного вивчення дисципліни.

Розрахований на студентів природничих вузів і факультетів III—IV рівнів акредитації, які навчаються за навчальними планами підготовки бакалаврів і спеціалістів відповідних фахових спрямувань, і має сприяти покращанню організації навчального процесу, забезпеченню умов оптимального оволодіння навчальною дисципліною фахової підготовки студентів, організації самостійної роботи та якісному засвоєнню програмового матеріалу. Буде корисним слухачам магістерських програм, які не мають базової фізико-технічної освіти.

Рецензенти:

Пуга П.П. – провідний науковий співробітник інституту електронної фізики НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Онопко В.В. – доцент кафедри електронних систем УжНУ, к.ф.-м.н.

Рекомендовано редакційно-видавничою Радою Ужгородського національного університету (протокол № від 2011 р. )

© Ужгородський національний університет, 2011

© Сусліков Л.М., Студеняк І.П., 2011

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ 1. Пояснювальна записка.....	6
Розділ 2 Типова навчальна програма курсу.....	6
Розділ 3. Мета вивчення навчальної дисципліни.....	8
Розділ 4. Зміст навчальної програми.....	10
4.1. Тематичний план лекцій.....	10
4.2. Тематичний план практичних занять.....	12
4.3. Тематичний план самостійної (індивідуальної) роботи студентів..	13
4.4. Наявність і повнота робочих програм.....	15
Розділ 5. Розподіл балів між модулями та видами робіт.....	16
Розділ 6. Переведення академічних успіхів студентів УжНУ, виражених в балах, у національну шкалу та шкалу ECTS.....	17
Розділ 7. Перелік питань, які виносяться на підсумковий контроль.....	18
Розділ 8. Перелік навчально-методичної літератури.....	21
Розділ 9. Навчально-методичне забезпечення до тем курсу.....	22
Тема 1. Метрологія – наука про вимірювання.....	22
Тема 2. Вимірювання фізичних величин.....	43
Тема 3. Засоби вимірювальної техніки.....	57
Тема 4. Одиниці фізичних величин.....	79
Тема 5. Система забезпечення єдності вимірювань.....	98
Тема 6. Похибки вимірювань фізичних величин.....	108
Тема 7. Випадкові похибки.....	124
Тема 8. Обробка результатів вимірювань, вільних від систематичних похибок.....	147
ДОДАТКИ.....	173

## ВСТУП

Метрологія - наука про вимірювання, а вимірювання - один з найважливіших шляхів пізнання. У сучасних умовах будь-який вид діяльності людини – наука, виробництво, оборона, охорона здоров'я тощо – просто неможливий без виконання вимірювань. Вони відіграють величезну роль в сучасному суспільстві. Наука, промисловість, економіка і комунікації не можуть існувати без вимірювань. Кожну секунду в світі виконуються мільярди вимірювальних операцій, результати яких використовуються для забезпечення якості і технічного рівня продукції, що випускається, безпечної і безаварійної роботи транспорту, обґрунтування медичних і екологічних діагнозів, аналізу інформаційних потоків. Практично немає жодної сфери діяльності людини, де б інтенсивно не використовувалися результати вимірювань, випробувань і контролю. Приблизно 15% витрат суспільної праці витрачається на проведення вимірювань. За оцінками експертів, від 3 до 9% валового національного продукту передових індустріальних країн припадає на вимірювання і пов'язані з ними операції.

Метрологія займає особливе місце серед технічних наук, оскільки, з одного боку, вона увібрала і вбирає в себе найостанніші наукові досягнення і це виражається в досконалості її еталонної бази і способів обробки результатів вимірювань, а з іншого - вона сприяє розвитку технічних наук, оскільки вдосконалення метрології вимірювань приводить до отримання нових достовірних наукових результатів.

Науково-технічний прогрес прямо пов'язаний з інтенсивним розвитком метрології і точних вимірювань, необхідних як для розвитку природничих і точних наук, так і для створення нових технологій та вдосконалення засобів технічного контролю.

Метрологія вже давно стала наукою, без знання якої не може обійтися жоден фахівець, що займається як розробкою, виготовленням і експлуатацією різних технічних засобів, так і питаннями менеджменту, статистики, економіки, культури тощо.

Все це ставить до майбутніх спеціалістів у будь-якій сфері суспільно корисної діяльності суворі вимоги щодо досконалого знання методів виконання точних вимірювань та прийомів грамотної обробки отриманих результатів.

Даний посібник призначений для студентів природничих вузів і факультетів III—IV рівнів акредитації, які навчаються за навчальними планами підготовки бакалаврів і спеціалістів відповідних фахових спрямувань, і покликаний сприяти кращому оволодінню матеріалу курсу та набуттю практичних навичок розв'язання прикладних задач, пов'язаних з вимірюваннями. Він містить типову навчальну програму курсу "Основи метрології", тематичний план лекцій, тематичний план практичних занять,

тематичний план самостійної (індивідуальної) роботи студентів, комплекс навчально-методичного забезпечення до кожної теми курсу (методичні поради щодо вивчення теоретичного матеріалу, план практичного заняття, список систематизованої літератури, тести), критерії оцінювання знань студентів з дисципліни, перелік питань, які виносяться на підсумковий контроль, а також список навчальної літератури для поглибленого вивчення курсу.

Буде корисним слухачам магістерських програм, які не мають базової фізико-технічної освіти.

## РОЗДІЛ 1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс "Основи метрології" належить до базових навчальних дисциплін закладів природничого спрямування, оскільки будь-яка наука, як технічна, економічна або гуманітарна (соціологія, політологія, психологія тощо) обов'язково містить етап досліджень, пов'язаний з вимірюваннями, отриманням результатів та оцінкою їх достовірності. Цей курс є основою для вивчення та засвоєння фундаментальних знань з фізики, хімії, біології, медицини, екології, економіки, стандартизації та сертифікації тощо.

Концепція організації навчального процесу з дисципліни "Основи метрології" розроблена на основі "Тимчасового положення МОН України про організацію навчального процесу в кредитно-модульній системі підготовки фахівців"

Однією з необхідних умов організації навчального процесу за кредитно-модульною системою є наявність робочої навчальної програми з кожної дисципліни, виконаної за модульно-рейтинговими засадами і доведеної до відома викладачів та студентів.

Рейтингова система оцінювання (PCO) є невід'ємною складовою робочої навчальної програми і передбачає визначення якості виконаної студентом усіх видів аудиторної та самостійної навчальної роботи, рівня набутих ним знань та вмінь шляхом оцінювання в балах результатів цієї роботи під час поточного, модульного та семестрового контролю, з наступним переведенням оцінки в балах у оцінки за традиційною національною шкалою та шкалою ECTS (European Credit Transfer System).

## РОЗДІЛ 2. ТИПОВА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА КУРСУ

Програма з курсу "Основи метрології" для студентів фізичного факультету спеціальності 8.07.02.03 "Прикладна фізика" Ужгородського національного університету приведена у відповідність до нормативних документів МОН України щодо реалізації положень Болонської декларації в системі вищої освіти та згідно рекомендацій, затверджених наказами Міністерства освіти і науки України від 23 січня 2004 року за №48, від 20 жовтня 2004 року за № 812, від 20 січня 2005 року за № 30 від 30 грудня 2005 року за № 774

Згідно з навчальним планом вивчення курсу "Основи метрології" здійснюється студентами на I курсі в першому семестрі.

Кількість кредитів – 1.

Організація навчального процесу здійснюється за кредитно-модульно-рейтинговою системою відповідно до вимог Болонської декларації.

Програма дисципліни “Основи метрології” структурована на два модулі, які містять вісім змістових модулів.

**Модуль 1. Основи вимірювання фізичних величин.**

Змістові модулі:

1. Метрологія – наука про вимірювання.
2. Вимірювання фізичних величин.
3. Засоби вимірювальної техніки.
4. Одиниці фізичних величин.
5. Система забезпечення єдності вимірювань.

**Модуль 2. Оцінка результатів вимірювань фізичних величин.**

Змістові модулі:

1. Похибки вимірювань фізичних величин.
2. Випадкові похибки.
3. Обробка результатів вимірювань, вільних від систематичних похибок.

Видами навчальних занять згідно з навчальним планом є: а) лекції; б) практичні заняття; в) самостійна робота студентів; г) консультації.

Теми лекційного курсу розкривають основні питання відповідних розділів метрології.

На практичних заняттях шляхом розв’язання конкретних задач відбувається більш глибоке засвоєння та закріплення пройденого матеріалу, набуваються навички практичного застосування теоретичних знань.

Застосовуються такі види перевірки рівня підготовки студентів:

- тестові завдання;
- усні опитування при перевірці готовності до практичних занять.

Підсумковий контроль засвоєння модулів здійснюється по їх завершенню на підсумкових контрольних заняттях. Оцінка успішності студента з курсу "Основи метрології" є рейтинговою і виставляється за 100 – бальною шкалою з урахуванням оцінок засвоєння окремих модулів.

### СТРУКТУРА ЗАЛІКОВОГО КРЕДИТУ

Структура навчальної дисципліни “Основи метрології”	Кількість годин, із них				Рік навчання, семестр	Вид контролю
	Всього годин/кредити	Аудиторних		СРС		
		Л	ПЗ			
	<b>36/1</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		
Модуль 1 Змістових модулів 5	<b>16,0/0,5</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>1-й, I</b>	Підсумковий контроль
1		1		2		Письмові завдання
2		2	2	4		Практичні навички
3		2	4	6		
4		2	1	2		
5		1	1	2		
Модуль 2 Змістових модулів 3	<b>20,0/0,5</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>1-й, I</b>	Підсумковий контроль
6		2	2	4		Письмові завдання
7		4	4	8		Практичні навички
8		4	4	8		
Підсумковий контроль засвоєння модулів	<b>6</b>					

**Примітка:** 1 кредит ECTS – 30 годин; аудиторне навантаження – 50 %, СРС – 50 %.

Л – лекції; ПЗ – практичні заняття; СРС – самостійна робота студента;

### РОЗДІЛ 3. МЕТА ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Кінцева мета навчальної дисципліни "Основи метрології" впливає із цілей освітньої-професійної програми підготовки випускників вищого навчального закладу та визначається змістом тих системних знань і умінь, котрими повинен оволодіти фахівець в галузі природничих наук. Знання, які студенти отримують із навчальної дисципліни "Основи метрології" є базовими для блоку дисциплін, що забезпечують природничо-наукову і професійно-практичну підготовку.



**Мета курсу** “Основи метрології” - ознайомити студентів з основними принципами точних вимірювань фізичних величин, методами і засобами забезпечення їх єдності та способами досягнення необхідної точності.

**Завдання курсу** “Основи метрології” - формування у студентів комплексу знань і навиків, необхідних для обґрунтованого вибору методу та засобу вимірювання при розв’язанні конкретної вимірної задачі, оцінки їх точності та похибок, а також відповідних знань про систему забезпечення єдності вимірювань та принципи повірки засобів вимірювань.

**Після вивчення курсу “Основи метрології” студенти повинні знати:**

- основні метрологічні поняття й визначення;
- системи передачі розмірів одиниць фізичних величин від еталонів до робочих засобів;
- основні принципи точних вимірювань фізичних величин;
- методи оцінки точності вимірювань,
- добре орієнтуватися в одиницях та системах одиниць фізичних величин,
- розумітися в системі забезпечення єдності вимірювань,
- знати критерії вибору того чи іншого методу та засобу вимірювання для конкретної вимірювальної задачі,
- володіти навиками математичної обробки результатів вимірювань та оцінки похибки вимірюваної фізичної величини.

**Після вивчення курсу “Основи метрології” студенти повинні вміти:**

- самостійно вибирати оптимальні методи і засоби вимірювання заданих фізичних величин і здійснювати контроль якості;
- раціонально планувати і виконувати вимірювальний експеримент;
- здійснювати обробку й оцінювати похибки отриманих результатів та вносити корективи;
- визначати метрологічні характеристики вимірювальних приладів та виконувати їхню повірку;
- основні принципи регламентації метрологічних характеристик;
- методи обробки результатів вимірювань і їх похибки;
- конструкції й метрологічні характеристик засобів вимірювань та особливості їх використання;
- структуру і задачі державних систем і служб стандартизації й забезпечення єдності вимірювання;
- зробити обґрунтований вибір методу та засобів вимірювань, виходячи із заданої точності отриманих результатів;

- володіти навиками математичної обробки результатів вимірювань та оцінки похибки вимірюваної фізичної величини.

## **РОЗДІЛ 4. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ПРОГРАМИ**

Програма побудована за модульним принципом. Кожний з модулів є логічно завершеною часткою системи знань та умінь, що визначені як необхідні для формування фахівця в галузі прикладної фізики.

### **4.1 ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ.**

#### **Модуль 1. Основи вимірювання фізичних величин.**

##### **Змістовий модуль 1. Метрологія – наука про вимірювання.**

Вступ. Метрологія, її розділи та функції. Основні метрологічні поняття і терміни. Фізична величина. Одиниця фізичної величини. Розмір фізичної величини. Значення фізичної величини. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві. Міжнародні метрологічні організації. Державні метрологічні організації. Актуальні проблеми метрології.

##### **Змістовий модуль 2. Вимірювання фізичних величин.**

Основні поняття про вимірювання. Види вимірювань. Принципи та методи вимірювань. Метод безпосередньої оцінки. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод. Нульовий метод. Метод співпадань. Електричні методи вимірювання неелектричних величин. Планування та організація вимірювань.

##### **Змістовий модуль 3. Засоби вимірювальної техніки.**

Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки. Характеристики засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювальної техніки. Показники якості засобів вимірювань. Похибки засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювань по точності. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки. Умови вимірювань.

##### **Змістовий модуль 4. Одиниці фізичних величин.**

Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин. Системи одиниць фізичних величин. Міжнародна система одиниць. Основні одиниці системи СІ. Основні переваги системи одиниць СІ. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення. Відносні і логарифмічні величини і одиниці. Позасистемні одиниці. Найменування і позначення одиниць фізичних величин. Правила

написання найменувань і позначення одиниць. Розмірність фізичних величин.

### **Змістовий модуль 5. Система забезпечення єдності вимірювань.**

Єдність вимірювань. Загальні поняття про еталони. Класифікація еталонів. Зразкові і робочі засоби вимірювань. Державний метрологічний нагляд.

## **Модуль 2. Оцінка результатів вимірювань фізичних величин.**

### **Змістовий модуль 6. Похибки вимірювань фізичних величин.**

Загальні поняття про похибки вимірювань. Точність вимірювання. Вірогідність результату вимірювань. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика. Характеристики результатів вимірювань. Види систематичних похибок. Характер прояву систематичних похибок. Виключення систематичних похибок. Усунення джерел похибок до початку вимірювання. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання. Внесення відомих поправок в результат вимірювання. Оцінка границь систематичних похибок.

### **Змістовий модуль 7. Випадкові похибки.**

Значення теорії ймовірності для вивчення випадкових похибок. Основні поняття теорії випадкових похибок. Випадкова похибка. Ймовірність. Закони розподілу випадкових величин. Дискретні і неперервні випадкові величини. Розподіл дискретних величин. Розподіл неперервних випадкових величин. Закон нормального розподілу випадкових величин. Математичний вираз закону нормального розподілу. Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок. Довірчі границі випадкових похибок.

### **Змістовий модуль 8. Обробка результатів вимірювань, вільних від систематичних похибок.**

Загальні зауваження. Обробка результатів прямих вимірювань. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань. Похибки середнього арифметичного. Довірчі інтервали та довірчі ймовірності для середнього арифметичного значення. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань. Наближені обчислення: правила заокруглення і дій з наближеними числами, похибки заокруглення. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії. Оцінка результатів непрямих вимірювань. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань. Визначення ваги результату вимірювання. Оцінка похибки середнього зваженого. Промахи і грубі похибки. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки. Критерій Романовського. Виключення грубих похибок. Вибір кількості вимірювань.

## 4.2. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ.

### Модуль 1. Основи вимірювання фізичних величин.

**Змістовий модуль 1.** Основні метрологічні поняття і терміни. Фізична величина. Одиниця фізичної величини. Розмір фізичної величини. Значення фізичної величини.

#### Змістовий модуль 2. Вимірювання фізичних величин.

Види вимірювань. Принципи та методи вимірювань. Метод безпосередньої оцінки. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод. Нульовий метод. Метод співпадань.

#### Змістовий модуль 3. Засоби вимірювальної техніки.

Засоби вимірювань та їх похибки. Характеристики засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювальної техніки. Показники якості засобів вимірювань. Похибки засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювань по точності. Класи точності засобів вимірювань.

#### Змістовий модуль 4. Одиниці фізичних величин.

Системи одиниць фізичних величин. Міжнародна система одиниць. Основні одиниці системи СІ. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення. Відносні і логарифмічні величини і одиниці. Позасистемні одиниці. Найменування і позначення одиниць фізичних величин. Правила написання найменувань і позначення одиниць. Розмірність фізичних величин.

#### Змістовий модуль 5. Система забезпечення єдності вимірювань.

Єдність вимірювань. Загальні поняття про еталони. Класифікація еталонів. Зразкові і робочі засоби вимірювань.

### Модуль 2. Оцінка результатів вимірювань фізичних величин.

#### Змістовий модуль 6. Похибки вимірювань фізичних величин.

Точність вимірювання. Вірогідність результату вимірювань. Класифікація похибок вимірювань. Характеристики результатів вимірювань. Види систематичних похибок. Характер прояву систематичних похибок. Виключення систематичних похибок. Оцінка границь систематичних похибок.

#### Змістовий модуль 7. Випадкові похибки.

Основні поняття теорії випадкових похибок. Закони розподілу випадкових величин. Дискретні і неперервні випадкові величини. Розподіл дискретних величин. Розподіл неперервних випадкових величин. Закон нормального розподілу випадкових величин. Довірчі границі випадкових похибок.

### **Змістовий модуль 8. Обробка результатів вимірювань, вільних від систематичних похибок.**

Обробка результатів прямих вимірювань. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань. Похибки середнього арифметичного. Довірчі інтервали та довірчі ймовірності для середнього арифметичного значення. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань. Наближені обчислення. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії. Оцінка результатів непрямих вимірювань. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань. Визначення ваги результату вимірювання. Оцінка похибки середнього зваженого. Промахи і грубі похибки. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки. Критерій Романовського. Виключення грубих похибок.

### **4.3. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН САМОСТІЙНОЇ (ІНДИВІДУАЛЬНОЇ) РОБОТИ СТУДЕНТІВ**

№ п/п	Тема	Кількість годин
	<b>Модуль 1.</b>	
1.	<b>Підготовка до практичних занять</b> – теоретична підготовка та опрацювання практичних навичок.	4
2.	<b>Опрацювання тем, які не входять до плану аудиторних занять</b>	
2.1	Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.	1
2.2.	Міжнародні метрологічні організації. Державні метрологічні організації. Актуальні проблеми метрології.	1
2.3.	Електричні методи вимірювання неелектричних величин.	1
2.4.	Планування та організація вимірювань.	1
2.5.	Показники якості засобів вимірювань.	1
2.6.	Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки. Умови вимірювань.	1
2.7.	Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин. Системи одиниць фізичних величин.	1
2.8.	Найменування і позначення одиниць фізичних величин. Правила написання найменувань і позначення	1

	одиниць. Розмірність фізичних величин.	
2.9.	Зразкові і робочі засоби вимірювань. Державний метрологічний нагляд.	1
	<b>Підготовка до підсумкового контролю засвоєння модуля 1</b>	3
	<b>Разом</b>	<b>16</b>
	<b>Модуль 2.</b>	
1.	<b>Підготовка до практичних занять</b> – теоретична підготовка та опрацювання практичних навичок.	4
2.	<b>Опрацювання тем, які не входять до плану аудиторних занять</b>	
2.1.	Точність вимірювання. Вірогідність результату вимірювань.	1
2.2.	Характер прояву систематичних похибок. Виключення систематичних похибок. Усунення джерел похибок до початку вимірювання. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання. Внесення відомих поправок в результат вимірювання.	1
2.3.	Значення теорії ймовірності для вивчення випадкових похибок. Основні поняття теорії випадкових похибок.	2
2.4.	Дискретні і неперервні випадкові величини. Розподіл дискретних величин.	2
2.5.	Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.	2
2.6.	Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань. Похибки середнього арифметичного.	1,5
2.7.	Наближені обчислення: правила заокруглення і дій з наближеними числами, похибки заокруглення.	1,5
2.8.	Промахи і грубі похибки. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки. Критерій Романовського. Виключення грубих похибок. Вибір кількості вимірювань.	2
	<b>Підготовка до підсумкового контролю засвоєння модуля 2</b>	3
	<b>Разом</b>	<b>20</b>

#### 4.4 НАЯВНІСТЬ І ПОВНОТА РОБОЧИХ ПРОГРАМ

№№ п/п	Назва дисцип- ліни за навчаль- ним планом	Інформація про									
		потребу					наявність				
		Плани семінар занять	Плани практ. занять	Плани (завд.) для лабор. Робіт	Завдан- ня для самоств. підготов ки	Метод. розр. з вик. к.р. для студ- заочн.	План и семін ар. занят ь	Плани практ. занять	Плани (завд.) для лабор. робіт	Завдання для самоств. підготовк и	Метод. розр. з вик. к.р. для студ- заочн.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Основи метрології	немає потре- би	30	30	30	немає потре- би -	-	30	30	30	-

## РОЗДІЛ 5. РОЗПОДІЛ БАЛІВ МІЖ МОДУЛЯМИ ТА ВИДАМИ РОБІТ

Бали по модулям (максимальна кількість)	Модуль 1					Модуль 2			Разом за семестр
	ЗМ1	ЗМ2	ЗМ3	ЗМ4	ЗМ5	ЗМ6	ЗМ7	ЗМ8	
Бали за видами робіт									
Відвідування	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	6
Бліц - опитування	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Виконання практичних робіт	2		6			2	4	4	18
Самостійна робота	4					4			8
Контрольні (модульні) роботи	30					30			60
Разом	50					50			100

**Примітка:** Зазначені бали присвоюються студенту при засвоєнні теми, у випадку відсутності засвоєння ставиться “0” балів.

Загальна кількість балів за кожний модуль становить 50 балів, що є 100 %. Результуюче підсумкове оцінювання засвоєння навчального матеріалу (тобто за курс “Основи метрології” в цілому) визначається як інтегрована оцінка засвоєння всіх змістових модулів і кількісно дорівнює арифметичній сумі балів, отриманих за кожний модуль.



**РОЗДІЛ 6. ПЕРЕВЕДЕННЯ АКАДЕМІЧНИХ УСПІХІВ  
СТУДЕНТІВ УЖНУ, ВИРАЖЕНИХ В БАЛАХ, У НАЦІОНАЛЬНУ  
ШКАЛУ ТА ШКАЛУ ECTS**

Переведення результатів, отриманих за 100-бальною шкалою оцінювання в національну 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється за наступною схемою:

Оцінка за шкалою балів	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою	ECTS		Оцінка
		Оцінка	Характеристика	
90-100	<b>відмінно</b>	A	<b>Відмінно</b> - Відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими, незначними недоліками	5
80-89	<b>добре</b>	B	<b>Дуже добре</b> - достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок	4,5
65-79		C	<b>Добре</b> - в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок	4
55-64	<b>задовільно</b>	D	<b>Задовільно</b> - посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності	3,5
50-54		E	<b>Достатньо</b> - мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)	3

35-49	<b>незадовільно</b>	<b>FX</b>	<b>Незадовільно з можливістю повторного перескладання - незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання</b>	<b>2</b>
1-34	<b>неприйнятно</b>	<b>F</b>	<b>незадовільно з обов'язковим повторним навчанням - дуже поганий рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни</b>	<b>1</b>

Студент, який отримав за результатами підсумкового контролю оцінку «незадовільно» (0 - 29 балів, F), зобов'язаний пройти повторний курс вивчення дисципліни (під час додаткового семестру) і скласти іспит.

Результати підсумкового контролю знань із навчальних дисциплін, з яких передбачено іспит, заносяться до екзаменаційної відомості.

## **РОЗДІЛ 7. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ, ЯКІ ВІНОСЯТЬСЯ НА ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ.**

1. Метрологія, її розділи та функції. Основні метрологічні поняття і терміни.
2. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.
3. Міжнародні метрологічні організації. Державні метрологічні організації. Актуальні проблеми метрології.
4. Основні поняття про вимірювання. Види вимірювань.
5. Основні метрологічні поняття. Фізична величина. Одиниця фізичної величини.
6. Розмір і числове значення фізичної величини. Основне рівняння вимірювання. Істинне і дійсне значення фізичної величини.
7. Принципи та методи вимірювань. Метод безпосередньої оцінки.
8. Принципи та методи вимірювань. Метод порівняння з мірою.
9. Принципи та методи вимірювань. Диференціальний метод.
10. Принципи та методи вимірювань. Нульовий метод.
11. Принципи та методи вимірювань. Метод співпадань.

12. Електричні методи вимірювання неелектричних величин.
13. Планування та організація вимірювань.
14. Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки. Характеристики засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювальної техніки.
15. Показники якості засобів вимірювань. Похибки засобів вимірювальної техніки. Класифікація засобів вимірювань по точності.
16. Клас точності засобів вимірювань, його чисельне представлення. Знаходження похибки приладу по його класу точності.
17. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки. Умови вимірювань.
18. Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин.
19. Системи одиниць фізичних величин. Міжнародна система одиниць. Основні одиниці системи СІ. Основні переваги системи одиниць СІ. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення.
20. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення. Відносні і логарифмічні величини і одиниці. Позасистемні одиниці.
21. Найменування і позначення одиниць фізичних величин. Правила написання найменувань і позначення одиниць. Розмірність фізичних величин.
22. Єдність вимірювань. Загальні поняття про еталони. Класифікація еталонів.
23. Зразкові і робочі засоби вимірювань та їх класифікація. Державний метрологічний нагляд.
24. Загальні поняття про похибки вимірювань. Точність вимірювання. Вірогідність результату вимірювань. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика.
25. Характеристики результатів вимірювань: точність, правильність, сходимість, відтворюваність.
26. Види систематичних похибок та причини їх появи. Характер прояву систематичних похибок.
27. Виключення систематичних похибок. Оцінка границь систематичних похибок.
28. Основні поняття теорії випадкових похибок. Випадкова похибка. Ймовірність.
29. Закони розподілу випадкових величин. Дискретні і неперервні випадкові величини. Розподіл дискретних величин.
30. Розподіл неперервних випадкових величин. Закон нормального розподілу випадкових величин. Математичний вираз закону нормального розподілу.

31. Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.
32. Знаходження середнього арифметичного дискретних і неперервних випадкових величин з врахуванням імовірності їх появи.
33. Математичне очікування, дисперсія, середньоквадратичне відхилення.
34. Довірчі границі випадкових похибок.
35. Імовірність попадання випадкової величини, розподіленої по нормальному закону, в заданий інтервал.
36. Причини виникнення випадкових і систематичних похибок. Профілактичні дії по їх усуненню.
37. Обробка результатів прямих вимірювань. Похибки середнього арифметичного. Довірчі інтервали та довірчі ймовірності для середнього арифметичного значення.
38. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань, вільних від систематичних похибок.
39. Наближені обчислення: правила заокруглення і дій з наближеними числами, похибки заокруглення.
40. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії.
41. Оцінка результатів непрямих рівноточних вимірювань. Середнє арифметичне значення і середня квадратична похибка.
42. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань. Визначення ваги результату вимірювання. Середнє зважене. Оцінка похибки середнього зваженого.
43. Промахи і грубі похибки. Причини появи промахів та грубих похибок та методи їх усунення.
44. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки. Критерій Романовського.

## **РОЗДІЛ 8. ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

### **I. Основна література**

1. Сусліков Л.М. Основи метрології: Навчальний посібник.- Ужгород.: Видавництво УжНУ „Говерла”. 2006. – 158 с.
2. Цюцюра В.Д., Цюцюра С.В. Метрологія та основи вимірювань: Навч. посіб. – К.: Знання-Прес, 2003. – 180 с.
3. Тюрин Н.И. Введение в метрологию - М.: Изд-во стандартов, 1985.- 304 с.
4. Поліщук Є.С., Дорожовець М.М., Яцук В.О., та ін. Метрологія та вимірювальна техніка: Підручник / Є.С.Поліщук, М.М.Дорожовець,

- В.О.Яцук, В.М.Ванько, Т.Г.Бойко; За ред. проф. Є. С. Поліщука. – Львів.: Видавництво «Бескід Біт», 2003. – 544 с.
5. Токар Ю.С., Караван Ю.В. Основи стандартизації, метрології та сертифікації: Посібник. – Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 2002. – 247 с.
6. Бирдун Г.Д., Марков Б.М. Основы метрологии.- М.: Изд-во стандартов, 1975.- 336с.

## II. Додаткова література

1. Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф. Качество измерений: Метрологическая справочная книга.- Л.: Лениздат, 1987.- 295с.
2. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб.- М.: Изд-во стандартов, 1986.- Книга 1, 352с.
3. Маликов С.Ф., Тюрин Н.И. Введение в метрологию. - М.: Изд-во стандартов, 1966.-248с.
4. Селиванов М.Н., Фридман А.Э. Законодательная метрология. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 72 с.
5. Вайсбанд М.Д., Проненко В.И. Техника выполнения метрологических работ. – К.: Техника, 1986. – 168 с.
6. Шаблин С.А. Прикладная метрология в вопросах и ответах. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 189 с.

## РОЗДІЛ 9. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДО ТЕМ КУРСУ

### ТЕМА 1. МЕТРОЛОГІЯ – НАУКА ПРО ВИМІРЮВАННЯ

#### Методичні поради до вивчення теми

При вивченні цієї теми слід особливу увагу звернути на визначення метрології та її роль в сучасному світі. Для цього слід усвідомити, що метрологія як наука містить три складові: науково-теоретичну, законодавчу та прикладну, кожна з яких має свої специфічні функції та завдання. Про важливість метрологічного забезпечення вимірювань свідчить наявність розгалуженої системи міжнародних метрологічних організацій. Необхідно звернути увагу на структуру міжнародних інституцій, що займаються питаннями метрології, а також організацію метрологічної служби в Україні.

Вкрай важливо з'ясувати зміст основних метрологічних понять та важливість грамотної метрологічної термінології.

І, звичайно, слід розуміти, що метрологія – це не статична наука, вона знаходиться в постійному розвитку. В зв'язку з цим необхідно з'ясувати, які актуальні проблеми, що вимагають вирішення, постають перед цією наукою на сучасному етапі розвитку.

#### План лекції

1. Роль метрології в сучасному природознавстві.
2. Метрологія, її розділи та функції.
3. Основні метрологічні поняття і терміни.
4. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.
5. Міжнародні метрологічні організації.
6. Державні метрологічні організації.
7. Актуальні проблеми метрології.

#### 1. Роль метрології в сучасному природознавстві

Слово метрологія походить від грецьких слів “метрон” - міра та “логос” - наука (вчення).

Метрологія - це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності.

Пізнання довкілля, вивчення закономірностей явищ природи, розвиток науки і техніки нерозривно пов'язані з вимірюваннями. Вимірювання як засіб отримання інформації сприяють поглибленню наших знань, дають змогу проникати у сутність досліджуваних явищ.

При розробці, виробництві, експлуатації технічних систем, контролі стану навколишнього середовища, в медицині, торгівлі, при обліку витрат матеріально-технічних ресурсів, а також в інших видах діяльності

суспільства вимірювання були, є і будуть одними з найважливіших умов досягнення поставлених цілей. Позбутися них не вдається нікому. В той же час багато хто не може позбутися неприємностей, пов'язаних з невірними виконаними вимірюваннями.

Що стосується фізики, то закони природи відображають певні зв'язки між різними явищами, процесами, ефектами. Фізичні закони фіксують ці зв'язки у вигляді математичних співвідношень між величинами, які кількісно характеризують властивості об'єктів, їхню зміну у часі. Кількісну оцінку здійснюють шляхом вимірювань фізичних величин. Процес вимірювання є експериментальним порівнянням фізичної величини з невідомим кількісним значенням з деяким її значенням, прийнятим за одиницю порівняння - міру. З метою забезпечення належної якості технічних виробів необхідно здійснювати вимірювання їхніх параметрів і характеристик, число яких сягає іноді тисяч. У світі щоденно здійснюють близько 100 млрд вимірювань, частка витрат на які становить 10-15% від загальних витрат суспільної праці, використовуючи у цьому випадку понад декілька мільярдів засобів вимірювальної техніки.

Результати вимірювань є основою щодо ухвалення відповідальних рішень, тому вони мають бути точними, достовірними і своєчасними незалежно від того, де, коли та хто їх виконав. Рівень вимог до точності вимірювань у сучасних технічних комплексах проілюструє приклад американської навігаційної космічної системи, яка визначає місце знаходження на поверхні Землі рухомого об'єкта (корабля, літака тощо) з похибкою не більше 20-30 м, використовуючи квантові генератори частоти з точністю  $1 \cdot 10^{-13}$ . Високої точності вимагає ракетно - космічна та безліч інших видів військової техніки, апаратура для наукових досліджень, а у випадку реалізації високих технологій необхідно здійснювати високоточні вимірювання іноді за соті долі секунди. Задовольняють подібні потреби за рахунок наукової та практичної метрологічної діяльності.

Кожне нове покоління різноманітної вимірювальної техніки у зв'язку із зростанням вимог до точності, достовірності, швидкодії, глибини пізнання об'єкта вимірювань стає більш складним, насиченим електронікою. Це потребує від тих, хто планує і проводить вимірювання, значно глибших знань порівняно з тим, що вимагалось знати 20-25 років назад. Особливо чіткі та багатогранні знання основ метрології та вимірювальної техніки необхідні спеціалістам, що працюють в галузі приладобудування, структурах метрологічного забезпечення виробництва, технічних пристроїв.

Динамічний розвиток економіки України неможливий без зростання конкурентоздатності вітчизняних товарів та послуг як на внутрішньому, так і зовнішньому ринках. Визначальним для споживачів всіх країн є якість. Очевидно, виробники повинні знати вимоги споживачів до якості

товарів, що випускаються, та вивчати їх. А це означає, що якістю продукції та послуг необхідно керувати, вміти кількісно оцінювати.

Все це є предметом дослідження метрології.

Метрологія - це наука про вимірювання, предметом вивчення якої є:

- одиниці фізичних величин та їх системи;
- еталони та способи передачі розмірів одиниць від еталонів до зразкових і робочих засобів вимірювань;
- засоби вимірювань;
- методи здійснення вимірювань,
- загальні методи обробки результатів вимірювань та оцінки їх точності і вірогідності;
- основи забезпечення єдності вимірювань.

Метрологія ґрунтується на досягненнях майже усіх наук про природу. Розвиток метрології підвищує науковий і технічний рівень вимірювань, що сприяє подальшому розвитку наукового і технічного прогресу. Майже усі форми людської діяльності вимагають метрологічного забезпечення.

З метрологією дуже тісно пов'язаний ще один напрям наукової і практичної діяльності людства - стандартизація.

Науково-технічний прогрес у науці та техніці значно посилив роль метрології як науки про вимірювання. Це пояснюється тим, що без випереджувачого розвитку метрології неможливий прогрес багатьох напрямків науки і техніки і передусім розробка нових сучасних засобів вимірювання та їх практичне використання. Одним із важливих завдань метрології як науки про вимірювання є забезпечення єдності вимірювання та достовірності їх результатів, оскільки останнім часом різко підвищилися вимоги до точності вимірювань, збільшилася кількість вимірюваних величин.

Роль вимірювань неперервно зростає у всіх галузях науки і техніки. І це природньо, бо кожному прогресу в галузі природніх і технічних наук, кожному відкриттю, створенню нових машин, виробів і матеріалів передують велика кількість різноманітних вимірювань. Великого значення набуває також вірогідність і надійність вимірювань.

Однак багато спеціалістів, які широко застосовують вимірювання у своїй практичній діяльності, не надають належної уваги питанням метрології. Невміння правильно використовувати засоби вимірювань, оцінити результати вимірювань часто буває причиною помилкових висновків, погіршення якості продукції, тощо.

## **2. Метрологія, її розділи та функції.**

Як наука про вимірювання метрологія є частиною, розділом технічної фізики і містить три розділи:



1. науково-теоретична метрологія;
2. законодавча метрологія;
3. прикладна метрологія.

Науково-теоретична метрологія покликана вирішувати науково-теоретичні проблеми вимірювальної техніки. Її основні завдання полягають у розробленні теоретичних основ єдиної системи одиниць, що об'єднують всі вимірювані фізичні величини, у створенні методів їх відтворення на рівні еталонів та передаванні значень цих одиниць з найвищою для сьогодення точністю. Дослідження в галузі теорії похибок, передавання інформації, надійності засобів вимірювальної техніки, теорії вимірювальних перетворень - все це сфера науково-теоретичної метрології.

Основні завдання та зміст **науково-теоретичної метрології** визначені такими напрямками:

1. Розроблення та удосконалення теоретичних основ метрології, в тому числі загальної теорії вимірювань, теорії похибок, теорії надійності засобів вимірювальної техніки, теорії вимірювальних перетворень та теорії передавання вимірювальної інформації.

2. Розроблення нових принципів та методів вимірювань, в тому числі фізичні дослідження з метою використання найновіших досягнень науки для створення нових методів вимірювань та засобів вимірювальної техніки, підвищення точності вимірювань.

3. Створення та удосконалення наукових основ єдності мір та вимірювань, в тому числі удосконалення еталонів, удосконалення мір фізичних величин та засобів вимірювань, створення наукових основ державних випробувань вимірювальних засобів, розроблення та удосконалення нормативної документації в галузі вимірювальної техніки (стандарти, технічні умови, інструкції та методичні вказівки).

4. Створення та удосконалення наукових основ державної служби стандартних довідкових даних та стандартних зразків, в тому числі розроблення методик експериментального визначення найбільш достовірних значень фізичних констант, розроблення і удосконалення системи збору, апробації, зберігання та розповсюдження стандартних довідкових даних.

5. Створення та удосконалення наукових основ державної служби атестації якості продукції, в тому числі критеріїв оцінки якості продукції.

Всі розроблені засоби вимірювальної техніки, відокремлені від метрологічної бази, перетворилися б у беззмістовний набір механізмів, які не мали би практичної цінності. Тому метрологія не може обмежуватись лише науковими дослідженнями - принципово важливі результати цих досліджень повинні бути доведені до практичного втілення і стати обов'язковими для всіх. Звідси випливають законодавчі функції в діяльності метрологічних організацій.

**Законодавча метрологія** - це частина метрології, що містить законодавчі акти, правила, вимоги та норми, які регламентуються та контролюються державою для забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань. Завдання та зміст законодавчої метрології полягають у створенні та удосконаленні законодавчих основ вимірювальної техніки, зокрема:

- узаконенні (стандартизації) термінів та їх означень, систем чи сукупності одиниць, системи еталонів, мір фізичних величин та засобів вимірювань;

- узаконенні класів точності засобів вимірювальної техніки та методик оцінювання їх точності;

- узаконенні стандартних довідкових даних, методик повірки та контролю вимірювальних засобів, методик контролю та атестації якості продукції (атестація - офіційне підтвердження визнаним компетентним органом відповідності певних характеристик продукції встановленим кваліфікаційним ознакам).

Практичною стороною метрології, що тісно пов'язана з її законодавчими правилами, є повірочна діяльність, що забезпечує передавання правильних значень одиниць від еталонів до робочих мір та вимірювальних приладів. Висока точність відтворення одиниць та методів вимірювань різних фізичних величин, досягнених у метрологічних закладах, набувають величезного практичного значення тільки в тому випадку, коли створені умови, що забезпечують передавання правильних значень цих величин вимірювальним засобам, які використовуються в різних галузях народного господарства. Це досягається періодичною повіркою робочих засобів вимірювальної техніки (ЗВТ).

Передавання значень фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювань здебільшого багатоступінчаста, та в кожному конкретному випадку підпорядкована повірочним схемам.

Завданням та змістом **прикладної метрології** є такі питання:

- організація державної служби єдності мір та вимірювань, включно з організацією та здійсненням періодичної повірки засобів вимірювальної техніки, які знаходяться в експлуатації, організація та здійснення державних випробувань нових засобів вимірювальної техніки, контроль за станом вимірювального господарства підприємств;

- організація державної служби стандартних довідкових даних та стандартних зразків, в тому числі видання офіційних довідників зі значеннями констант та властивостей речовин і матеріалів;

- виготовлення та випуск стандартних зразків та організація служби їх атестації;

- організація та здійснення служби контролю за дотриманням стандартів та технічних умов під час виробництва, державних випробувань та атестації якості продукції.

Функції всіх трьох розділів метрології науково-теоретичної, законодавчої та прикладної взаємопов'язані і націлені на вирішення завжди актуальних проблем забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань.

Отже, метрологія є науковою основою сучасної вимірювальної техніки, причому **функції** прикладної і законодавчої метрологій підпорядковані положенням теоретичної метрології. В свою чергу, положення теоретичної метрології знаходять практичну перевірку під час реалізації функцій прикладної та законодавчої метрологій.

### 3. Основні метрологічні поняття і терміни

Метрологія, як і будь-яка інша наука, оперує поняттями. До основних них відносяться:

1. фізичні величини;
2. одиниці фізичних величин;
3. засоби вимірювань (еталони, зразкові і робочі засоби вимірювань);
4. вимірювання;
5. методи і методики вимірювань;
6. результати вимірювань;
7. похибки вимірювань і засобів вимірювань та ряд інших.

**Уявлення** – це відображення в свідомості раніше сприйнятих фактів. Більш високий ступінь відображення – **поняття** – відображення в свідомості загальних, суттєвих сторін предмета. Основою виникнення поняття є практика, яка узагальнює діяльність розуму.

Поняття передаються шляхом слів і словосполучень, які називаються **термінами**:

**Термін** – це слова або словосполучення, які є точними позначеннями предметів, явищ, властивостей, відношень, процесів тощо в будь-якій спеціальній області виробництва, техніки, науки, мистецтва, суспільного життя тощо.

В свідомості людини, яка почула або прочитала будь-який термін, виникає поняття, яке відповідає тому чи іншому факту. Однак, внаслідок різного досвіду або сприйняття, один і той же термін у різних людей може викликати різні уявлення про факти. Різне тлумачення одних і тих же понять може призвести до серйозних негативних наслідків, оскільки в різних областях науки і техніки одним і тим же словом позначаються цілком різні поняття.

Тому точна термінологія набуває особливо важливого значення в метрології. Мова метрології має бути єдиною для всіх галузей знань і не допускати будь-яких жаргонів.

Розглянемо основні і деякі похідні поняття метрології.

Уявлення про основні метрологічні поняття дає схема, яка логічно поєднує елементи, що беруть участь у вимірюваннях (рис.1.1).

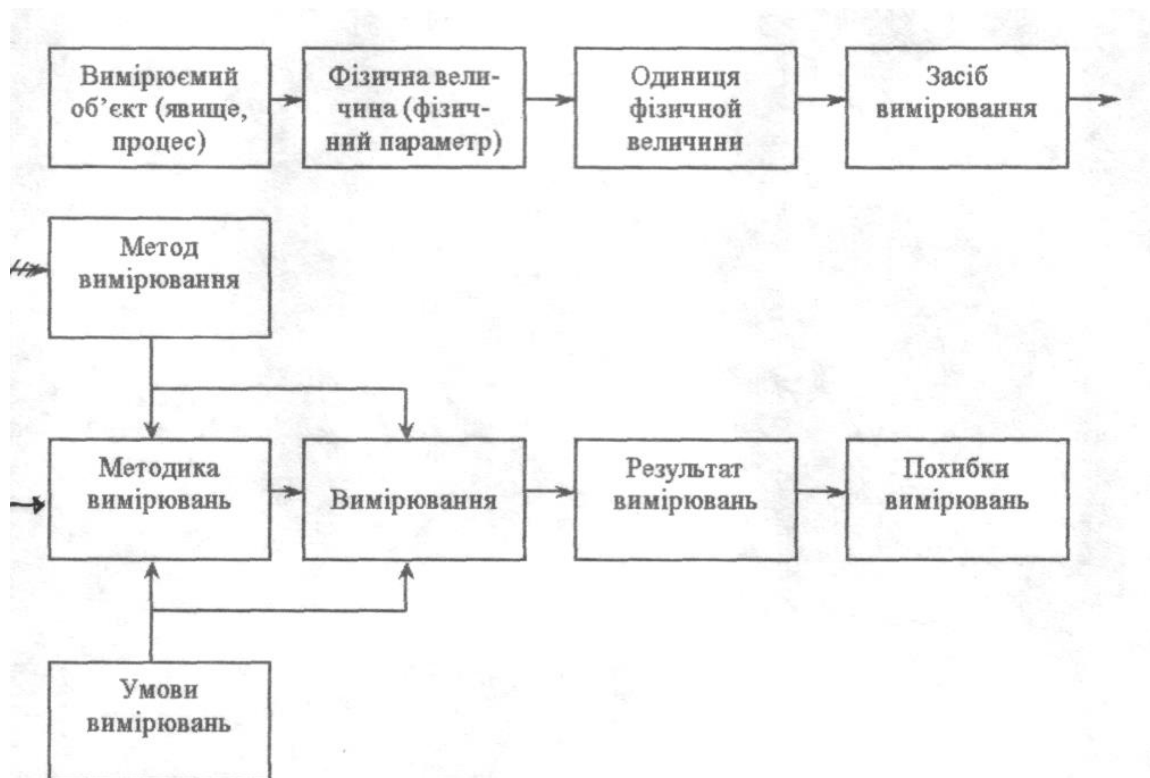


Рис. 1.1. Основні елементи, що беруть участь у вимірюваннях.

### **Фізична величина.**

Поняття фізичної величини – це найзагальніше поняття у фізиці та метрології.

**Фізична величина** - це властивість спільна в якісному відношенні для багатьох об'єктів, але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного об'єкту.

Приклади фізичних величин: довжина, швидкість, сила електричного струму, температура і т.ін.

Індивідуальність в кількісному відношенні слід розуміти так, що властивість може бути для одного об'єкта в декілька разів більша або менша, ніж для другого.

Наприклад, фізична величина „довжини” є властивістю як будь-якого виробу, так і Землі як планети - це в якісному відношенні. В кількісному відношенні довжина виробу і лінійні розміри Землі суттєво розрізняються. Усі об'єкти мають масу і температуру, проте для кожного окремого об'єкта як маса, так і температура різні та конкретні за певних обставин.

Розрізняють скалярні та векторні фізичні величини. Скалярні величини можуть бути неполярними, тобто мати лише розмір (маса, об'єм), або полярними, тобто мати, крім розміру, ще й знак (електричний заряд).

Векторні величини (сила, швидкість, прискорення) поряд з розміром мають напрям.

Як правило, термін “величина” ми використовуємо по відношенню до тих властивостей або їх характеристик, які вміємо оцінювати кількісно, тобто вимірювати. Але існують такі властивості і характеристики, які ми ще не вміємо оцінювати кількісно, наприклад: смак, запах та інші. Їх ми не називаємо величинами, а називаємо властивостями.

В широкому розумінні слово “величина” - поняття багатовидове. Наприклад: ціна, вартість товарів виражається в грошових одиницях. Другий приклад: біологічна активність лікарських речовин виражається в міжнародних одиницях біологічної активності.

Метрологія має справу з фізичними величинами, які можна виміряти.

В стандарті є лише термін “фізична величина”, а слово “величина” дано як стислу форму основного терміну, яку дозволяється використовувати в випадках, виключаючих можливість іншого тлумачення.

Словом “величина” часто намагаються виразити розмір даної конкретної фізичної величини. Кажуть, наприклад, величина тиску, величина швидкості, величина напруги. Це невірно, оскільки тиск, швидкість, напруга в правильному розумінні цих слів є величинами, і казати про величину величини не можна. Застосування слова “величина” в цих випадках є зайвим. Дійсно, навіщо говорити про велику або малу “величину” тиску, коли можна сказати великий або малий тиск.

### **Одиниця фізичної величини.**

**Одиниця фізичної величини** - фізична величина, якій за визначенням надано значення, рівне одиниці.

Можна також сказати, що одиниця фізичної величини - це таке її значення, яке приймають за основу для порівнянь з ним фізичних величин того ж роду при їх кількісній оцінці. Наприклад, 1 м - одиниця довжини, 1 Па - одиниця тиску.

**Система одиниць фізичних величин** - сукупність основних і похідних одиниць фізичних величин системи, утворена у відповідності з прийнятими принципами.

Прикладом є Міжнародна система одиниць, прийнята в 1960р. Одинадцятю Генеральною Конференцією з мір та ваги (ГКМВ). - система СІ (System International).

**Системна одиниця фізичної величини** (системна одиниця) - одиниця фізичної величини, яка входить в прийняту систему одиниць.

Наприклад, 1м, 1с, 1м/с, 1Н і т.д. є системними одиницями, які входять в систему СІ.

**Позасистемна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини, яка не входить ні в одну з прийнятих систем одиниць.

**Основна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, вибрана довільно при побудові системи одиниць.

Основними одиницями СІ є: метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела, моль.

**Додаткова одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини Міжнародної системи одиниць, яка входить в групу додаткових одиниць.

До числа додаткових одиниць СІ відносяться: радіан - одиниця плоского кута і стерadian - одиниця тілесного кута.

**Похідна одиниця системи одиниць** - одиниця фізичної величини, утворена у відповідності з рівнянням, яке пов'язує її з основними одиницями або з основними, похідними і додатковими одиницями.

Наприклад, одиниця лінійної швидкості  $v = l / t$  [м/с], одиниця прискорення  $a = l / t^2$  [м/с<sup>2</sup>].

**Кратна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини в ціле число разів більша системної або позасистемної одиниці.

Наприклад, одиниця частоти 1 МГц = 10<sup>6</sup> Гц є кратною герцу, одиниця довжини 1 км = 10<sup>3</sup> м - кратною метру.

**Дольна одиниця фізичної величини** - одиниця фізичної величини у ціле число разів менша системної або позасистемної одиниці.

Наприклад, одиниця довжини 1 мкм = 10<sup>-6</sup> м є дольною одиницею метра, одиниця електричної ємності 1 пФ = 10<sup>-12</sup> Ф є дольною одиницею фаради.

**Когерентна одиниця фізичної величини** - похідна одиниця фізичної величини, пов'язана з іншими одиницями системи рівнянням, в якому числовий коефіцієнт прийнятий рівним 1.

Наприклад, одиницю швидкості утворюють за допомогою рівняння, яке визначає швидкість прямолінійного і рівномірного руху точки:  $v = l / t$ , де  $v$  - швидкість,  $l$  - довжина шляху за час  $t$ . Підстановка замість  $l$  і  $t$  їх одиниць СІ дає:  $[v] = [l] / [t] = 1\text{м} / 1\text{с} = 1\text{ м/с}$ . Отже, когерентною похідною одиницею швидкості в СІ є м/с.

### **Розмір фізичної величини. Значення фізичної величини.**

В тих випадках, коли необхідно підкреслити, що мова йде про кількісний вміст в даному об'єкті фізичної величини слід вживати слово "розмір".

Відомо, що кожному предметові властиві свої розміри, тому предмети можна розрізняти по довжині, масі та іншим властивостям, тобто розрізняти по розміру тої чи іншої величини.

**Кількісна оцінка** конкретної фізичної величини, яка виражається у вигляді деякої кількості одиниць даної величини, називається **значенням фізичної величини**. Число, яке входить в "значення" величини, називається числовим значенням.

Між розміром і значенням величини є принципова різниця. **Розмір величини** існує реально, незалежно від того знаємо ми його або ні. Виразити розмір величини ми можемо за допомогою будь-якої одиниці даної величини, іншими словами, за допомогою **числового значення**.

Для числового значення характерно, що при застосуванні іншої одиниці воно змінюється, тоді як фізичний розмір величини лишається незмінним.

В процесі вимірювань експериментатор прагне отримати значення величини, яке відповідає тому чи іншому розміру величини. Таким значенням є **істинне значення фізичної величини**. Однак внаслідок похибок засобів та методів вимірювань, які застосовуються, внаслідок коливань зовнішніх умов, які вносять в результат вимірювань додаткові похибки, отримане значення величини, строго кажучи, не буде дорівнювати істинному значенню. Істинне значення залишиться невідомим. Однак це поняття введено в теорію вимірювань, оскільки воно дає можливість більш повно розкрити зміст поняття “похибка вимірювань”.

**Істинне значення фізичної величини** (стисло - істинне значення величини або істинне значення) - це числове значення, яке виражає істинний розмір величини в даних одиницях вимірювання.

В результаті вимірювань отримують значення фізичної величини, близьке до істинного, яке називається **дійсним значенням фізичної величини**.

**Дійсне значення фізичної величини** - це числове значення величини, яке отримується в результаті вимірювання і лише наближено відповідає істинному розміру. Ступінь наближення залежить від точності метода і засобів вимірювання. Його визначають як значення фізичної величини, знайдене експериментальним шляхом і настільки близьке до істинного, що для поставленої задачі воно може його замінити. За дійсне значення при багаторазових вимірюваннях приймають середнє арифметичне значення, при одноразових вимірюваннях - значення величини, отримане в результаті вимірювання найбільш точним технічним засобом.

При виконанні точних вимірювань оперують поняттями “вимірювана фізична величина” і “впливова фізична величина”

**Вимірювана фізична величина** - фізична величина, яка підлягає вимірюванню у відповідності з основною метою вимірювальної задачі.

**Впливова фізична величина** - фізична величина, яка не вимірюється даним засобом вимірювання, але яка впливає на нього і об'єкт вимірювань таким чином, що це призводить до викривлення результату вимірювань.

Для запобігання викривлень, наприклад, при точних вимірюваннях довжини предмета враховують його температуру, яка в даному випадку є

впливовою величиною. При відхиленні температури від встановленого значення вводиться поправка на температуру.

**Фізичний параметр** - фізична величина, яка характеризує приватну особливість вимірюваної фізичної величини. Наприклад, при вимірюванні напруги змінного струму, амплітуду і частоту розглядають як параметри напруги.

**Рід фізичної величини** - якісна визначеність фізичної величини. Наприклад, довжина і діаметр є величина одного роду або однорідними величинами, а довжина і маса - різнорідними величинами.

**Змінна величина** - фізична величина, яка змінюється по розміру в процесі вимірювання.

**Стала величина** - фізична величина, розмір якої можна вважати незмінним.

#### **4. Роль метрології та вимірювальної техніки в наукових дослідженнях і промисловому виробництві.**

**Вимірювання** є одним з шляхів пізнання природи людиною, які поєднують теорію з практичною діяльністю людини. Вони є основою наукових знань, дають можливість розкрити діючі в природі закономірності, урахувати матеріальні ресурси, визначити якість продукції, слугують для вдосконалення технології, автоматизації виробництва, стандартизації, охорони здоров'я й забезпечення безпеки праці й для багатьох інших галузей людської діяльності. Вимірювання кількісно характеризують навколишній матеріальний світ.

Вимірювання фізичних величин усе ширше застосовується не тільки в технічних науках і в промисловості, але й біології, медицині, сільському господарстві, в охороні довкілля. Вимірювання є гарантом забезпечення ефективності технологічних процесів та високої якості продукції. Без вимірювань немислимі всі дослідження науки й техніки.

Менделєєв Д.І. казав: “Наука починається відтоді, як починають вимірювати”.

Відомий аналогічний вираз основоположника англійської метрології Томсона: “Кожна річ відома лише до такого ступеня, до якого її можна виміряти”.

Метрологія має важливе значення для науково-технічного прогресу, оскільки без вимірювань, без постійного підвищення їх точності неможливий розвиток жодної з галузей науки і техніки. Завдяки точним вимірюванням стали можливими численні фундаментальні відкриття. Наприклад, вимірювання густини води з підвищеною точністю обумовило відкриття у 1932 р. важкого ізотопу водню — **дейтерію**, мізерний вміст якого у звичайній воді здатний збільшувати її густину.



Розвиток науки і промисловості стимулював розвиток вимірювальної техніки, а удосконалення вимірювальної техніки, у свою чергу, активно впливали на розвиток багатьох галузей науки і техніки.

Жодне наукове дослідження чи процес виробництва не може обійтися без вимірювань, без вимірювальної інформації. Ні в кого немає сумніву відносно того, що без розвитку методів і засобів вимірювання прогрес у науці і техніці неможливий.

Сучасні досягнення у галузі радіоелектроніки були б неможливі без нових технологій і високоточних вимірювань товщини шарів напilenня у мікросхемах і чистоти напівпровідників. Впровадження нових технологій ґрунтується на нових засобах вимірювань, принципи роботи яких розроблені з урахуванням останніх наукових досягнень і відкриттів.

Розвиток сучасного наукового експерименту при дослідженні космосу, елементарних частинок матерії, складних технологічних процесів і об'єктів залежить від своєчасного і якісного збору вимірювальної інформації, від необхідного рівня і випереджаючого розвитку засобів вимірювання.

Поряд з метрологією формувалися теоретичні основи вимірювальної техніки в цілому та окремих видів вимірювань, наприклад, електричні, оптичні, механічні. Нові засоби вимірювальної техніки розробляються на основі сучасних досягнень у галузі математики, фізики, радіоелектроніки, біології, теорії автоматичного управління, теорії зв'язку тощо. Перелічені галузі науки у свою чергу використовують досягнення теорії вимірювань, метрології, вимірювальної техніки. Так, спеціалісти обчислювальної техніки розробляють аналогово-цифрові перетворювачі, вимірювальні комутатори і відповідне метрологічне забезпечення.

До недавнього часу засоби вимірювальної техніки обмежувалися показувальними та автоматичними приладами для вимірювання окремих технологічних параметрів. В останні роки у зв'язку з різним рівнем інтенсифікації і автоматизації сучасних технологічних процесів підхід до вимірювань суттєво змінився. Виникла потреба у своєчасному одержанні, опрацюванні й записах потоків вимірювальної інформації, що зумовило виникнення інформаційно - вимірювальних систем, здатних відтворювати на екранах дисплея повну інформацію про стан об'єкта, давати поради оператору, відображати значення того чи іншого параметра і прогнозувати подальшу його зміну.

Для забезпечення науково-технічного прогресу метрологія повинна випереджати у своєму розвитку інші галузі науки, бо для кожної з них точні вимірювання і достовірна інформація є основоположними.

Особливо важлива роль електричних вимірювань, які завдяки ряду переваг над неелектричними вимірюваннями стали основними. А перевага

електричних вимірювань полягає в універсальності, тобто в можливості вимірювань не тільки електричних величин, але й неелектричних, попередньо перетворених на електричні; дистанційності, що визначається можливістю передавання вимірювальної інформації у вигляді електричних сигналів на практично довільні відстані від досліджуваного об'єкта; можливості вимірювань швидкозмінних величин за допомогою малоінерційних електричних засобів вимірювальної техніки; можливості забезпечення високої чутливості та потрібної точності, можливості комп'ютеризації вимірювань.

Державний стандарт України ДСТУ 2681-94 "Метрологія. Терміни та визначення" лаконічно визначає метрологію як науку про вимірювання. Деталізуючи це визначення, можна сказати, що метрологія - це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення єдності вимірювань та способи досягнення потрібної точності. Під єдністю вимірювань розуміють такий їх стан, при якому результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, а їх похибки відомі з заданою ймовірністю.

Вимірювання забезпечують зв'язок з об'єктом досліджень чи керування в тій чи іншій галузі техніки. На першому етапі розвитку вимірювань діяли, головним чином, тенденції диференціації: кожна галузь вимірювань розвивалась відокремлено. Виникли окремі галузі вимірювальної техніки - техніка вимірювань механічних величин, електричних величин і т.д. Метрологія об'єднує єдиною теорією, єдністю понять, методів і засобів різні галузі вимірювальної техніки. Сьогодні, коли створюються складні вимірювальні інформаційні системи, для оптимального розв'язання непростих вимірювальних задач необхідне широке узагальнення результатів, отриманих у різних галузях вимірювань. Ці обставини і сприяють посиленню інтеграції в сучасній метрології та вимірювальній техніці.

Метрологія розвивається як єдина наука, що охоплює філософські питання вимірювань і вирішує такі основні завдання: створення еталонів та мір, вимірювальних приладів і вимірювальних інформаційних систем, розроблення методів вимірювальних перетворень, методів оцінювання точності результатів вимірювань тощо. Такий розвиток метрології об'єднує набутий досвід всіх метрологів, працівників приладобудівних вимірювальних служб і відображає тенденції до інтеграції.

Предметом метрології є отримання кількісної та якісної інформації про властивість фізичних об'єктів та процесів, встановлення та застосування наукових і організаційних основ, правил та норм, необхідних для досягнення єдності та необхідної точності.

Методи метрології - сукупність фізичних та математичних методів, що використовуються для одержання вимірювальної інформації із заданими точністю та достовірністю (методів вимірювальних перетворень, методів

вимірювань та опрацювання результатів спостережень, планування вимірювального експерименту).

Засоби метрології - це сукупність засобів вимірювальної техніки та засобів контролю, які вдосконалюються і розвиваються на основі об'єктивних законів.

Під **вимірювальною технікою** в широкому розумінні мають на увазі як всі технічні засоби, за допомогою яких виконують вимірювання, так і техніку виконання вимірювань. У всьому світі кожен день виконуються сотні, тисячі, мільярди вимірювань. В інтересах кожної країни, у взаємовідносинах між країнами дуже важливо, щоб результати вимірювань, де б вони не виконувалися, були узгоджені.

Для цього, в першу чергу необхідна єдність вимірювальних одиниць і мір. **Єдність мір** є однією з умов забезпечення співставленості результатів вимірювань. Окрім цього, необхідне виконання ряду інших умов для того, щоб забезпечити всі ті якості результатів вимірювань, які потрібні для їхньої співставленості і правильного використання. Все це в цілому називається **єдністю вимірювань**.

Метрологія як раз і займається питаннями теорії і практики забезпечення єдності вимірювань.

Метрологія є теоретичною основою вимірювальної техніки. І чим більше розвивається вимірювальна техніка, тим більшого значення набуває метрологія, яка створює і вдосконалює теоретичні основи вимірювань, узагальнює практичний досвід в області вимірювань і спрямовує розвиток вимірювальної техніки.

Для забезпечення високого рівня вимірювань не досить мати теоретичну базу та засоби вимірювальної техніки, необхідно також вміти правильно користуватись ними. Тому метрологія виступає в двох аспектах - **науково-технічному та законодавчому**. В науково-технічному аспекті змістом метрології є вирішення наукових і технічних задач, які забезпечують створення сучасних еталонів, засобів та методів вимірювань, методів оцінювання точності вимірювань тощо, а в законодавчому - створення регламентованих державою загальних правил, вимог та норм, які забезпечували б високий рівень вимірювальної справи, мали би наукову основу і забезпечували єдність вимірювань. Метрологія як раз і відрізняється від інших природничих наук тим, що її фундаментальні положення приймаються за угодою, а не диктуються об'єктивними закономірностями.

Необхідно відзначити взаємний зв'язок метрології та стандартизації. **Стандартизація** - це діяльність, що полягає у розробленні та встановленні вимог, правил, норм, чи то характеристик з метою досягнення оптимальної узгодженості в певній галузі, результатом чого є підвищення ступеня відповідності продукції її функціональному призначенню. Стандарти

встановлюють відповідні вимоги до матеріалів, виробів, технічної та технологічної документації, методів досліджень тощо.

Взаємозв'язок метрології та стандартизації проявляється в тому, що вимірювання, з одного боку, пронизані різними стандартами (на засоби вимірювальної техніки, методики і ін.), а, з іншого боку, стандарти забезпечуються методами та засобами контролю їх виконання. Тому метрологія і стандартизація в Україні об'єднані в єдину державну службу, якою є Державний комітет України зі стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

В Україні діють Державні стандарти України (ДСТУ), Міждержавні (більшості країн СРСР, які підписали угоду про взаємопогоджену політику в галузі стандартизації) стандарти (ГОСТ - ДСТУ), а також чинними до моменту прийняття ДСТУ є деякі стандарти (ГОСТ) Радянського Союзу.

Стандартизація і метрологія, особливо останніми роками у зв'язку з успішним розвитком міжнародного співробітництва, набувають міжнародного характеру. Україна є активним членом багатьох міжнародних організацій: Міжнародної організації зі стандартизації, Міжнародної організації законодавчої метрології, Міжнародного комітету мір та ваг, Міжнародної електротехнічної комісії.

Сучасна інформаційно-вимірювальна техніка дає можливість вимірювати найрізноманітніші величини: електричні, магнітні, механічні, теплові, світлові, акустичні та ін. І у переважній більшості неелектричні величини вимірюються електричними вимірювальними приладами після попереднього перетворення неелектричної величини в електричну як найзручнішу для передачі, підсилення, порівняння, точного вимірювання.

Існує багато різноманітних підприємств, які виготовляють засоби вимірювань. Ще більше підприємств, установ і організацій, які виконують вимірювання і використовують їх результати.

Заслуга метрології в тому, що вона створила і здійснила систему, спрямовану на всезагальне забезпечення єдності мір і єдності вимірювань.

## **5. Міжнародні метрологічні організації.**

Розширення культурних і економічних зв'язків між державами світу потребувало вирішення одного із невідкладних завдань — забезпечення міжнародної єдності вимірювань і одноманітності мір.

Першим кроком до вирішення цієї проблеми стало впровадження наприкінці XVIII ст. у Франції метричної системи мір. На думку її творців, вона мала слугувати "на всі часи, для всіх народів".

У 1870 році в Парижі з ініціативи Петербурзької академії наук відбулося засідання, на якому пропонувалося організувати комісію з виготовлення прототипів міри довжини та маси (метра і кілограма). Така комісія була організована, і в 1872 році нею було прийнято рішення про

створення платино-іридієвих еталонів метра та кілограма як основних одиниць метричної системи.

20 травня 1872 р. 17 держав Європи та Америки, у тому числі й Росія, на Міжнародній дипломатичній конференції, присвяченій мірі довжини - метру, з метою забезпечення міжнародної єдності і вдосконалення метричної системи підписали Метричну конвенцію.

Вищим органом Міжнародної метричної конвенції є Генеральна конференція з мір і ваги (ГКМВ), яка збирається один раз на 6 років для обговорення наукових проблем з метрології та прийняття необхідних заходів щодо розповсюдження та вдосконалення метричної системи. Структурна схема органів міжнародної метричної конвенції наведена на рис. 1.2.

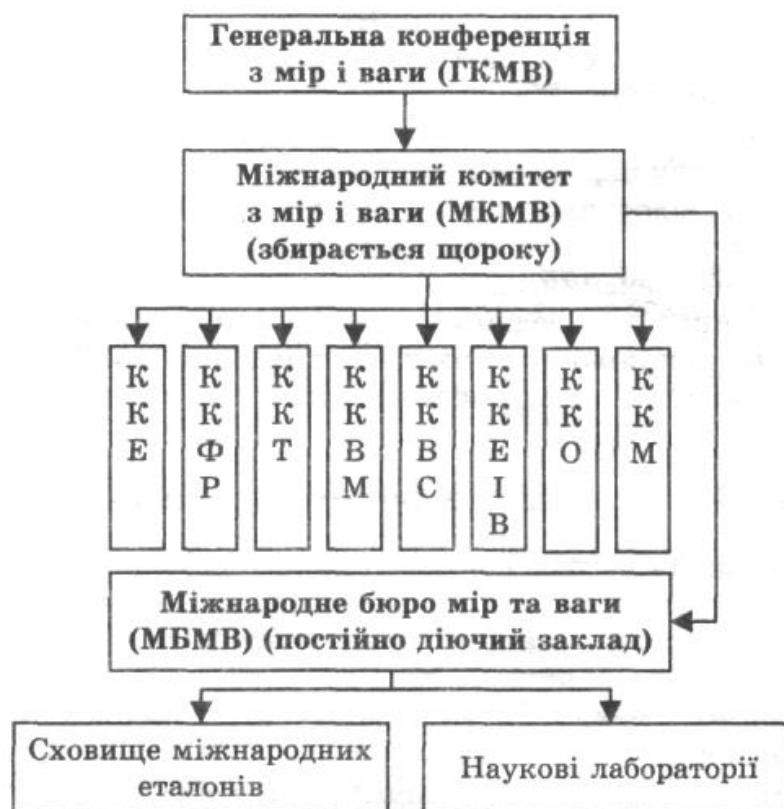


Рис.1.2. Органи міжнародної метричної конвенції:  
 консультативні комітети: ККЕ — з електрики; ККФР — фото- і радіометрії; ККТ — з термометрії; ККВМ — з визначення метра; ККВС — з визначення секунди; ККЕІВ – еталонів іонізуючого випромінювання; ККО – з одиниць; ККМ – з визначення маси.

Одним із важливих положень Метричної конвенції є затвердження нею згоди держав на утворення Міжнародного бюро мір і ваги (МБМВ) як наукового постійно діючого метрологічного закладу для наукової роботи та сприяння поширенню метричної системи мір у міжнародному масштабі.

Діяльністю МБМВ керує Міжнародний комітет мір і ваги (МКМВ), який щороку заслуховує і затверджує звіт про роботу бюро, його плани та фінансування тощо. При МКМВ працюють 8 консультативних комітетів (рис. 1.2).

Міжнародне бюро мір і ваги розташоване у Севрі (поблизу Парижа). В його спеціальних приміщеннях зберігаються міжнародні еталони метра, кілограма, електричних і світлових одиниць, радіоактивності тощо. Бюро організовує регулярні міжнародні звіряння національних еталонів довжини, маси, електрорушійної сили, електричного опору, сили світла, світлового потоку, джерела іонізаційного випромінювання та інших зразків мір.

У 1956 році була утворена Міжнародна організація законодавчої метрології (МОЗМ) з метою вирішення таких завдань:

—створення центру документації й інформації про національні служби контролю за вимірювальними приладами та з метою їх повірки;

—уніфікація методів і правил вирішення завдань законодавчої метрології;

—переклад і випуск текстів законодавчих правил про вимірювальні засоби та їх використання;

—складання типових проектів законів і регламентів щодо вимірювальних засобів та їх використання;

—розробка проекту матеріальної організації типової служби для повірки вимірювальних приладів і контролю за ними;

—розробка характеристик та якості вимірювальних приладів, які використовуються у міжнародному масштабі.

У складі Міжнародної організації законодавчої метрології є Міжнародне бюро законодавчої метрології, розташоване у Парижі. Його роботою керує комітет законодавчої метрології. У Міжнародній організації законодавчої метрології функціонує 66 секретаріатів - доповідачів, які розробляють як загальні питання законодавчої метрології, так і питання щодо окремих видів приладів (ваги, тахометри, нометри, спиртометри та ін.).

Нині Міжнародну Метричну конвенцію підписали 44 держави, а метрична система мір визнана й узаконена 129 державами.

## **6. Державні метрологічні організації.**

Першим науковим метрологічним закладом на теренах бувшого Радянського Союзу була закладена у Росії Д.І. Менделєєвим Головна палата

мір і ваги у Петербурзі. Її головним завданням було збереження одноманітності, вірності і взаємовідповідності державних мір. Головна палата здійснила велику роботу щодо організації метрологічної служби у державі і переходу до метричної системи. Згодом на базі Головної палати мір та ваги був створений Науково-дослідний інститут метрології імені Д.І. Менделєєва (1927р.). У лабораторіях Інституту розробляються і зберігаються державні еталони основних одиниць вимірювання, нові методи точних вимірювань, сучасні засоби вимірювання та ін.

Верховна Рада України Постановою від 12 вересня 1991 р. № 1545-12 "Про порядок тимчасової дії на території України окремих актів законодавства СРСР" продовжила чинність постанов Раді Міністрів колишніх СРСР та УРСР з питань організації робіт щодо стандартизації та метрології.

Центри стандартизації і метрології в Україні забезпечують державний метрологічний нагляд, експертизу, контроль за дотриманням метрологічних норм і правил та єдність вимірювання і одноманітність засобів вимірювання в нашій державі.

Враховуючи міжнародний характер стандартизації, метрології та сертифікації і необхідність взаємозамінності продукції, вузлів та елементів, а також усвідомлюючи важливість економічного та науково-технічного співробітництва всіх держав, 13 березня 1992 р. держави СНД підписали угоду про проведення узгодженої політики в галузі стандартизації, метрології та сертифікації. Відповідно до цієї угоди на території України вважаються чинними стандарти колишнього СРСР.

#### **Угода, укладена між державами СНД, передбачає:**

- використання і розвиток основних положень чинних систем стандартизації і метрології;
- визнання чинних стандартів ГОСТ як міжнародних;
- збереження абрєвіатури ГОСТу за повними міжнародними стандартами;
- визнання існуючих державних еталонів одиниць фізичних величин як міжнародних;
- проведення робіт з питань сертифікації на підставі загальних організаційно-методичних положень;
- створення міждержавної ради з проблем стандартизації, метрології та сертифікації.

Міжнародна рада з питань стандартизації, метрології та сертифікації координує і розробляє рішення щодо проведення організаційних, методичних і науково-дослідних робіт з питань стандартизації, метрології та сертифікації. До її складу входять представники держав-учасниць, які від імені держав наділяються правом бути членами ради і уповноваженими представниками держав для виконання функцій, покладених на Раду.

Робочим органом Ради є постійно діючий технічний секретаріат, який знаходиться у Мінську.

Вищим органом України з питань стандартизації, метрології та якості продукції є Державний комітет України з питань стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

У структурі Держстандарту України нараховується 35 центрів стандартизації, метрології та сертифікації, в тому числі 26 обласних, 9 міських. Крім того, до складу Держстандарту України входять декілька науково-дослідних інститутів, два навчальних заклади: вище училище метрології та якості у м. Одесі та український навчально-науковий центр у м. Києві, заводи "Еталон" (у Києві, Харкові, Донецьку, Умані, Білій Церкві); дослідні заводи "Прилад" (у Вінниці та Полтаві) і магазини стандартів (у Києві та Харкові).

Держстандарт України здійснює державне управління забезпеченням єдності вимірювань в Україні і організовує проведення фундаментальних досліджень в галузі метрології, створення та функціонування еталонної бази України, проведення повірок засобів вимірювальної техніки та ін.

Рішення Держстандарту України з питань метрології є обов'язковими для виконання центральними та місцевими органами виконавчої влади, органами місцевого самоврядування, підприємствами, організаціями, громадянами — суб'єктами підприємницької діяльності та іноземними виробниками.

На початку ХХІ століття Україна реалізує свій державний суверенітет з метою визначення свого місця серед міжнародного товариства і забезпечення миру, стабільності, добробуту українському народу, а також заради активної участі у світовій торгівлі та науковому співробітництві.

Україні є що запропонувати своїм партнерам — від космічних технологій, продукції суднобудування до ліків і продуктів харчування. Якість вітчизняної продукції базується більш ніж на 200-річному досвіді, вона закріплена відповідними стандартами та сертифікатами.

Україна вступила до Світової організації торгівлі (СОТ), сьогодні багато видів вітчизняної продукції з успіхом конкурують із кращими світовими зразками. Просування України на світовому ринку потребує подальшого розвитку та удосконалення національної системи стандартизації, метрології та сертифікації у напрямку зближення з міжнародними і європейськими стандартами, угодами і підходами. Цьому сприятиме участь України у Міжнародній організації з питань стандартизації (ISO), Міжнародній електротехнічній комісії (IEC), Міжнародній організації законодавчої метрології (OIML) та інших міжнародних організаціях, де її представляє Держстандарт.



Законодавчою основою національної метрологічної системи є Закон України "Про метрологію та метрологічну діяльність" від 11 лютого 1998 року № 113/98-ВР, який визначає правові основи забезпечення єдності вимірювань у нашій державі, регулює суспільні відносини у сфері метрологічної діяльності та спрямований на захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювання.

Технічною основою національної метрологічної системи є система Державних еталонів одиниць фізичних величин. Еталонна база України складається з 28 Державних еталонів одиниць фізичних величин, а саме: маси, довжини, температури, сили світла, часу, частоти, енергії згорання, тиску, об'єму рідини, прискорення сили тяжіння, магнітної індукції, молярної частки компонентів у газовому середовищі тощо.

З метою підвищення ефективності метрологічної діяльності створюється наукова, технічна та організаційно-правова база метрології. За станом на 1998 рік у сфері метрології діє понад 40 національних нормативних документів (ДСТУ) і понад 350 Міжнародних стандартів (ГОСТів).

## **7. Актуальні проблеми метрології.**

Науково-технічний прогрес прямо пов'язаний з інтенсивним розвитком метрології і точних вимірювань, необхідних як для розвитку природних і точних наук, так і для створення нових технологій та вдосконалення засобів технічного контролю. Все це ставить перед метрологією низку важливих і невідкладних завдань:

1. У галузі одиниць вимірювань одним із важливих завдань є уніфікація їх на базі широкого впровадження Міжнародної системи одиниць (СІ). Незважаючи на універсальність цієї системи, ще багато одиниць вимірювання є позасистемними і потребують систематизації та уніфікації.

2. Значно підвищуються вимоги до засобів вимірювання найвищого рівня — еталонів. Точність вимірювання у промисловості у багатьох випадках наближається до граничних технічних меж. На черзі використання знань фундаментальних наук, атомних сталей (енергетичних переходів, випромінювань та ін.), які характеризуються високою стабільністю, для розробки нових, більш досконалих і точних еталонів, а також засобів вимірювальної техніки.

3. Зросли вимоги до самої системи передачі розміру одиниці фізичної величини від еталона зразковим засобам вимірювання, а від них — технічним засобам за умови найменшої втрати точності, особливо у промислових процесах. Сучасні еталони і способи передачі розміру одиниці фізичної величини мають бути бездоганними і відповідати вимогам еталона.

4. Невідкладним завданням є забезпечення точних вимірювань досить малих і достатньо великих значень тиску, температури, частоти, витрат та інших параметрів.

5. Розвиток інформаційно-вимірювальних систем на базі електронно-обчислювальних машин потребує розробки нового метрологічного забезпечення таких систем і розробки теорії вимірювання такими системами.

6. Актуальною сьогодні є проблема розробки інтелектуальних датчиків і на їх базі систем автоматичного контролю, прогнозування та діагностики складних технологічних процесів та наукових досліджень.

Як наукова основа вимірювальних систем метрологія повинна забезпечувати надійність, достовірність і правильність вимірювальної інформації, а також законодавчо регламентувати єдність вимірювань у державі, єдність методів і одноманітність засобів контролю за технологічними процесами і продукцією. Метрологія, узагальнюючи практичний досвід вимірювань, регулює розвиток вимірювальної техніки та методів вимірювань.

Одним із важливих завдань метрології є впровадження методів кваліметрії для контролю за якістю виготовлюваної продукції.

## ТЕМА 2. ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

### Методичні поради до вивчення теми

При оволодінні матеріалом цієї теми слід чітко розуміти, в чому полягає процес вимірювання. Надзвичайно важливо розібратися в класифікації видів вимірювань за різними ознаками. Особливо слід звернути увагу на відмінності між прямими та непрямими вимірюваннями, а також сукупними та сумісними. Оскільки вимірювання здійснюються з використанням різних методів та методик, необхідно ретельно з'ясувати такі поняття як принцип вимірювання, метод та методика вимірювань, процедура (алгоритм) вимірювання. У зв'язку з цим важливо усвідомити різницю між прямими та непрямими методами вимірювань та розібратися в особливостях існуючих прямих методів вимірювань. І, насамкінець, треба усвідомити важливість такого етапу як планування та організація вимірювань та з'ясувати зміст цих понять.

### План лекції.

1. Основні поняття про вимірювання.
2. Види вимірювань.
3. Принципи та методи вимірювань.
  - 3.1. Метод безпосередньої оцінки.
  - 3.2. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод.
  - 3.3. Нульовий метод.
  - 3.4. Метод співпадань.
4. Електричні методи вимірювання неелектричних величин.
5. Планування та організація вимірювань.

### 1. Основні поняття про вимірювання.

Вимірювання є одним із важливих шляхів пізнання навколишнього середовища, зв'язків між подіями, закономірностей явищ природи.

**Вимірювання** — це процес експериментального знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

Точні й вірогідні вимірювання фізичних величин, технологічних параметрів мають велике значення для науки, техніки та управління технологічними процесами.

Відповідно до стандарту ДСТУ 2681—94:

**Вимірювання** є відображенням вимірюваних величин, їх значень шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів.

Вимірювання фізичної величини полягає в співставленні будь-якої величини з однорідною величиною, прийнятою за одиницю. Тільки так можна отримати число і кількісно оцінити ту чи іншу фізичну величину.

Метрологія повинна забезпечувати єдність вимірювань фізичних величин, тому розглянемо не поняття “вимірювання” взагалі, а поняття “вимірювання фізичної величини”.

Вимірювання фізичної величини - сукупність операцій по застосуванню технічного засобу, що зберігає одиницю фізичної величини, які полягають в порівнянні (в явному або неявному вигляді) розміру вимірюваної величини з її одиницею з метою отримання значення фізичної величини (або інформації про нього) в формі, найбільш зручній для використання.

Наприклад, прикладаючи лінійку з поділками до предмета, порівнюють його розмір з одиницею довжини, що зберігається лінійкою.

Або за допомогою приладу порівнюють розмір величини, що перетворюється в переміщення покажчика (стрілки), з одиницею, яка зберігається шкалою цього приладу.

В технічній літературі, присвяченій вимірюванням або засобам вимірювань, іноді можна прочитати про вимірювання процесів або залежностей. Це невірно. Процес, як і об’єкт, виміряти не можна. Вимірюються фізичні величини, що їх характеризують. Наприклад, не можна казати: “виміряти деталь”. Слід уточнити, які саме фізичні величини, що властиві деталі, треба виміряти (довжину, діаметр, масу тощо). Це ж саме відноситься і до процесів. Так, при знаходженні залежності зміни довжини тіла від зміни температури вимірюваними величинами будуть приріст температури і видовження тіла, по значенням яких знаходиться потрібна залежність.

Число, яке виражає відношення вимірюваної величини до одиниці вимірювання, називається **числовим значенням вимірюваної величини**. Воно може бути цілим або дробовим, але обов’язково абстрактним числом. Значення величини, прийняте за одиницю вимірювання, називається **розміром цієї одиниці**.

Якщо позначимо вимірювану фізичну величину через  $Q$ , одиницю фізичної величини - через  $U$ , а їх відношення через  $n$ , то маємо:

$$Q = n U \quad (2.1)$$

Рівняння (2.1) називається **основним рівнянням вимірювання**, а  $n$  – числовим значенням вимірюваної величини.

Права частина рівняння (2.1.) називається **результатом вимірювання** і завжди має розмірність одиниці фізичної величини, а число  $n$  показує, скільки разів одиниця вимірювання  $U$  вміщується у вимірюваній величині  $Q$ . Тому при написанні результату вимірювання

поряд з числовим значенням вимірюваної величини слід ставити позначення відповідної одиниці.

Наприклад: тиск  $p = 10$  МПа, температура  $T = 300$  К, довжина  $L = 100$  м, струм  $I = 30$  А. Цифрові значення відповідних вимірюваних величин є результатами вимірювань, а скорочені позначення при них — одиниці вимірюваних величин.

Розмір величини  $Q$  не залежить від вибору одиниці. Але числове значення  $n$  цілком визначається вибором одиниці. Якщо для виразу розміру величини  $Q$  замість одиниці  $U$  застосувати одиницю  $U_1$  ( $U_1 \neq U$ ), то незмінний розмір  $Q$  буде виражатися іншим значенням:

$$Q = n_1 U_1, \quad (2.2)$$

де ( $n_1 \neq n$ ).

## 2. Види вимірювань.

Вимірювання класифікуються за наступними ознаками:

1. за способом одержання числового значення вимірюваної величини вимірювання поділяються на:

- а) прямі;
- б) непрямі (посередні)
- в) сукупні;
- г) сумісні;

2. за точністю вимірювання числових значень вимірюваної величини вимірювання поділяються на:

- а) метрологічні вимірювання або вимірювання з максимально можливою точністю;
- б) контрольно-повірочні вимірювання;
- в) технічні вимірювання;

3. за умовами вимірювань вимірювання поділяються на:

- а) рівноточні;
- б) нерівноточні;

4. за кількістю вимірювань вимірювання поділяються на:

- а) однократні;
- б) багатократні;

5. за характером зміни вимірюваної величини в часі вимірювання поділяються на:

- а) статичні;
- б) динамічні;

б. за відбиттям результатів вимірювань (залежно від одиниць вимірювання) на:

- а) абсолютні;
- б) відносні.

7. за формою одержаного значення вимірюваної величини вимірювання поділяються на:

- а) аналогові;
- б) цифрові;
- в) графічні.

8. за ступенем достатності вимірювання поділяються на:

- а) необхідні;
- б) надлишкові;

**I. Прямими** називаються такі вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначається безпосередньо за експериментальними даними.

Наприклад, вимірювання температури термометром, сили струму - амперметром, проміжку часу – секундоміром, довжини – метром, тиску - манометром та ін.). Прямі вимірювання найпростіші і найпоширеніші у промисловості.

**Непрямими** (посередніми) називаються такі вимірювання, за яких значення вимірюваної величини визначають на основі результатів прямих вимірювань інших фізичних величин, функціонально пов'язаних з вимірюваною.

Наприклад, об'єм прямокутного паралелепіпеда можна визначити по результатам вимірювань довжини, ширини і висоти:  $V=abc$  електричний опір - по результатам вимірювань спаду напруги і сили струму:  $R=U/I$ .

У загальному вигляді вимірювана величина визначається за формулою

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2.3)$$

де  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  — значення величин, виміряних прямим способом;

$f$  - функціональна залежність.

Знаходити значення деяких величин легше і простіше шляхом непрямих вимірювань, ніж шляхом прямих вимірювань. Іноді прямі вимірювання практично неможливо здійснити. Наприклад, не можна виміряти густину твердого тіла, яка визначається по результатам вимірювань об'єму і маси:  $\rho = m/V$ .

Непрямі вимірювання виконують тоді, коли значення величин неможливо або складно виміряти прямо, або коли непрямі вимірювання дозволяють одержати набагато більш точні результати, ніж прямі вимірювання.

**Сукупними** називаються непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують шляхом розв'язання системи рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин,

значення яких, в свою чергу, отримуються прямими або непрямими вимірюваннями.

Прикладом сукупних вимірювань може бути визначення опорів  $R_1, R_2, R_3$  резисторів, що сполучені трикутником. При цьому вимірюють опори між кожною парою вершин трикутника і одержують систему рівнянь:

$$R_{12} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{23} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{31} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3},$$

Розв'язок цієї системи рівнянь дає можливість визначити опори  $R_1, R_2, R_3$ .

Сукупними також є вимірювання, при яких маси окремих гирь набору знаходять по відомій масі однієї з них і по результатам прямих порівнянь мас різних сполучень гирь.

**Сумісними** називаються непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано.

Наприклад, відомо що опір терморезистора  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ , де  $R_0$  - опір резистора при температурі  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурний коефіцієнт опору. Якщо значення  $R_0$  та  $\alpha$  не можна знайти прямими чи опосередкованими вимірюваннями, то вимірюють опір  $R_{t1}$  при температурі  $t_1$  та  $R_{t2}$  при температурі  $t_2$  і складають систему рівнянь:

$$R_{t1} = R_0(1 + \alpha t_1),$$

$$R_{t2} = R_0(1 + \alpha t_2),$$

розв'язуючи яку знаходять

$$R_0 = \frac{R_{t2}t_1 - R_{t1}t_2}{t_1 - t_2} \text{ Ом},$$

$$\alpha = \frac{R_{t1} - R_{t2}}{R_{t2}t_1 - R_{t1}t_2} \text{ } 1/^\circ\text{C}.$$

Сумісні вимірювання використовуються також для визначення залежності між величинами.

Наприклад, на основі ряду одночасних вимірювань приросту довжини  $\Delta l$  зразка в залежності від зміни його температури  $\Delta t$  визначають коефіцієнт розширення зразка  $k = \Delta l / \Delta t$ .

**II. Метрологічні вимірювання або вимірювання з максимальною можливою точністю** відповідно до наявного технічного рівня - це вимірювання за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювання з метою відтворення встановлених одиниць фізичних величин або передачі їх розміра робочим засобам вимірювань. Крім того, такі вимірювання необхідні при наукових дослідженнях високого рівня та розробках сучасних технологій в електроніці, атомній енергетиці тощо.

Наприклад, при повірці зразкових мір магнітної індукції (3-го розряду) на повірочній установці здійснюється вимірювання зразковим тесламетром.

Ці вимірювання проводяться з метрологічною метою, тобто є метрологічними.

**Контрольно-повірочні вимірювання** – це вимірювання, похибки яких не перевищують деяких наперед заданих значень. До них відносять лабораторні вимірювання фізичних величин за допомогою зразкових і технічних засобів високих класів точності. Такі вимірювання проводяться у метрологічних лабораторіях Держстандарту України та науково-дослідних інститутах.

**Технічні вимірювання** — вимірювання, які проводяться у промисловості і визначаються невисоким класом точності засобів вимірювання.

Технічні вимірювання – це вимірювання за допомогою робочих засобів вимірювань.

Технічні вимірювання виконуються з метою контролю і управління науковими експериментами, контролю параметрів виробів, керування рухом різних видів транспорту, діагностики захворювань тощо.

Наприклад, вимірювання тиску пара в котлі за допомогою манометра, вимірювання ряду фізичних величин, що характеризують технологічний процес.

**III. Рівноточні вимірювання** - ряд вимірювань деякої величини, виконаних однаковими по точності засобами вимірювань в одних і тих же умовах.

**Нерівноточні вимірювання** - ряд вимірювань будь-якої величини, виконаних різними по точності засобами вимірювань і (або) в різних умовах.

**IV. Однократне вимірювання** - вимірювання, виконане один раз.

Наприклад, вимірювання конкретного моменту часу по годиннику. Коли потрібна більша впевненість в отриманому результаті, одного вимірювання буває недостатньо. Тоді виконуються два, три і більше вимірювань однієї і тієї ж конкретної величини. В таких випадках



користуються виразами “двократне вимірювання”, “трьохкратне вимірювання” і т.д.

**Багатократне вимірювання** - вимірювання однієї і тієї ж фізичної величини, результат якого отримують з декількох наступних один за другим вимірювань, тобто це вимірювання, яке складається з ряду однократних вимірювань.

Постає питання: з якого числа вимірювань можна вважати вимірювання багатократним? Оскільки відомо, що при кількості окремих вимірювань  $n \geq 4$ , ряд вимірювань може бути оброблений у відповідності з вимогами математичної статистики, то при чотирьох і більше вимірюваннях, вимірювання можна вважати багатократним. За результат багатократного вимірювання звичайно приймають середнє арифметичне значення із результатів однократних вимірювань.

**V. Статичне вимірювання** - вимірювання фізичної величини, яка приймається у відповідності з конкретною вимірювальною задачею за незмінну на протязі часу вимірювання.

Наприклад, вимірювання довжини деталі при нормальній температурі, вимірювання розмірів земельної ділянки.

**Динамічне вимірювання** - вимірювання фізичної величини, розмір якої змінюється з часом. Швидка зміна розміру вимірюваної величини потребує її вимірювання з точною фіксацією моменту часу.

Наприклад, вимірювання відстані до рівня землі з літака, що йде на посадку.

**VI. Абсолютні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані в абсолютних одиницях фізичних величин.

Наприклад, при вимірюванні сили електричного струму амперметром або довжини деталі мікрометром результат вимірювання виражається в одиницях вимірюваних величин (в амперметрах і мікрометрах).

**Відносні вимірювання** - вимірювання, значення яких подані як відношення вимірюваної величини до одноіменної величини, умовно прийнятої за одиницю, або у відсотках.

**VII. Поділ вимірювань на аналогові і цифрові** обумовлений формою вимірювальної інформації, яка міститься у вихідних сигналах аналогових та цифрових вимірювальних приладів. В **аналогових** приладах вихідним сигналом є переміщення стрілки вздовж шкали, в **цифрових** – зображення числового значення вимірюваної величини цифровими знаками.

**Графічні вимірювання** – вимірювання, в яких вихідний сигнал відображається у вигляді графіка (самопишущі прилади, відображення графічної інформації на дисплеї комп'ютера).

### 3. Принципи та методи вимірювань.

Для точних вимірювань фізичних величин у метрології розроблені способи використання принципів і засобів вимірювальної техніки, застосування яких дозволяє вилучити із результатів вимірювань ряд систематичних і випадкових похибок і позбавити експериментатора необхідності вводити поправки для їх компенсації, а в деяких випадках взагалі одержувати вірогідні результати. Багато способів використання так і залишаються лише способами, їх застосовують лише в окремих, небагатьох випадках. Проте є такі способи використання, які необхідні при численних вимірюваннях багатьох величин. Коли вони стають загальними, їх називають **методами вимірювань**.

Вибір того чи іншого методу вимірювань залежить від вимірювальної задачі, яку необхідно розв'язати (точність результату вимірювань, швидкість його одержання та інші). Кожну фізичну величину можна виміряти декількома методами, які можуть відрізнятися один від одного особливостями як технічного, так і методичного характеру.

У відношенні технічних особливостей можна сказати, що існує багато методів вимірювань, і з розвитком науки і техніки число їх збільшується.

З методичної сторони всі методи вимірювань піддаються систематизації та узагальненню по загальним характерним ознакам. Розгляд і вивчення цих ознак допомагає не тільки правильному вибору метода та його співставлення з іншими, але й суттєво полегшує розробку нових методів вимірювань.

Введемо деякі поняття.

**Принцип вимірювання** — фізичне явище або сукупність фізичних явищ, які покладені в основу вимірювання певної величини.

Наприклад, вимірювання температури за допомогою використання термоелектричного ефекту, зміни електричного опору терморезисторного перетворювача чи зміни тиску термометричної речовини газового термометра та ін.

**Засіб вимірювальної техніки** — технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

**Метод вимірювання** — сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципів вимірювань для створення вимірювальної інформації.

**Вимірювальна інформація** — інформація про вимірювані величини та залежності між ними у вигляді сукупності їх значень.

**Процедура вимірювань** — це послідовність вимірювальних операцій, що забезпечує вимірювання згідно з обраним методом.

**Алгоритм вимірювання** — це послідовність операцій вимірювання.

**Методика вимірювань** – це сукупність процедур і правил, виконання яких забезпечує одержання результатів з потрібною точністю, або **методика вимірювання** – це поєднання методу та алгоритму вимірювань.

Якщо **метод вимірювань** передбачає розробку основних прийомів застосування засобів вимірювань, то **методика вимірювань** – це по суті технологія виконання вимірювань з метою найкращої реалізації вибраного методу вимірювань.

Методика вимірювань визначає вимоги до засобів вимірювань, порядок виконання операцій, необхідність дотримання встановлених умов вимірювань, числа вимірювань, способів обробки їх результатів.

У метрології в процесі вимірювань найширше застосовуються **прямі методи** вимірювання, що забезпечують визначення шуканої величини за експериментальними даними.

До **прямих методів** вимірювання відносяться:

1. метод безпосередньої оцінки (відлік по годиннику, амперметру);
2. диференціальний метод;
3. нульовий метод;
4. метод співпадань.

Три останні методи об'єднуються під загальною назвою **метод порівняння з мірою**.

При **непрямих вимірюваннях** широко застосовується перетворення вимірюваної величини в процесі вимірювання

### **3.1. Метод безпосередньої оцінки.**

**Метод безпосередньої оцінки** полягає в тому, що вимірювана величина визначається безпосередньо за показниками шкали вимірювального приладу (наприклад, зважування на циферблатних вагах, вимірювання тиску пружинним манометром).

Метод безпосередньої оцінки дає значення вимірюваної величини безпосередньо без будь-яких додаткових дій і без обрахувань, окрім множення його показів на сталу вимірювального приладу або ціну поділки.

**Перевага методу:** вимірювання цим методом проводяться дуже швидко, просто і не вимагають високої кваліфікації, оскільки не потрібно ускладнювати вимірювальний прилад і виконувати складні обчислення.

**Недоліки:** точність таких вимірювань невисока через вплив зовнішнього середовища та розмірів шкали приладу.

Засобами вимірювань для методу безпосередньої оцінки є показуючі прилади, в тому числі, стрілочні прилади.

До показуючих вимірювальних приладів безпосередньої оцінки відносяться манометри, динамометри, барометри, амперметри, вольтметри, ватметри, фазометри та інші.

Вимірювання за допомогою інтегруючого вимірювального приладу - лічильника також є методом безпосередньої оцінки.

В ряді випадків засіб вимірювань приводиться в контакт з вимірюваною величиною, коли виникає необхідність знати значення цієї величини. Наприклад, вимірювання довжини за допомогою лінійки з поділками або рулетки.

Вимірювання за допомогою самопишучих вимірювальних приладів - це також метод безпосередньої оцінки.

### 3.2. Метод порівняння з мірою. Диференціальний метод.

При проведенні точніших вимірювань слід користуватися **методом порівняння з мірою**, суть якого полягає в тому, що вимірювана величина порівнюється з величиною, відтвореною мірою. Результат вимірювання визначається як сума значень порівняльної міри та показів вимірювального приладу або приймається рівним значенню міри (наприклад, вимірювання маси на аналітичній вазі).

Метод порівняння з мірою має ряд різновидів.

**Диференціальний** (різницевий) метод полягає в тому, що вимірювальним приладом визначається різниця між вимірюваною величиною і величиною-мірою (тобто величиною, значення якої відомо). Наприклад, вимірювання надмірного тиску в апаратах відносно атмосферного за допомогою диференціального манометра.

Диференціальний метод дозволяє отримати результати з високою точністю навіть при використанні відносно грубих засобів для вимірювання різниці.

Розглянемо такий приклад. На рис. 2.1 поряд з тілом, довжину „ $x$ ” якого треба виміряти розміщена міра довжини. Розмір „ $l$ ” міри відомий з достатньою точністю. Вимірявши невелику різницю „ $a$ ” між довжинами цих двох предметів, ми можемо визначити довжину  $x = l + a$ .

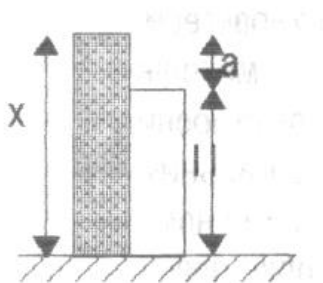


Рис. 2.1. Схема вимірювання довжини диференціальним методом.

Припустимо, що похибка вимірювання розміру „ $a$ ” не перевищує  $\alpha$ . Тоді результат вимірювання можна представити виразом:

$$x = l + a \pm \alpha = a (1 \pm \alpha/a), \quad (2.4)$$

де  $\alpha/a$  – відносна похибка вимірювання „а”.

Визначимо відносну похибку вимірювання величини „х”:

$$x = l + a \pm \alpha = (1 + a) \pm \alpha = (1 + a) [1 \pm \alpha/(1+a)] \quad (2.5),$$

де  $\alpha/(1+a)$  – відносна похибка вимірювання „х”.

Оскільки  $l \gg a$ , то  $\alpha/(1+a) \ll \alpha/a$ . Наприклад, нехай  $l = 500$  мм;  $a = 5$  мм;  $\alpha/a = 0,01$  (1%), тоді  $\alpha/(1+a) = 0,0001$  (0,01%).

Отже, для того, щоб досягти такої високої точності, ми можемо скористатися порівняно грубим приладом. Правда, при цьому ми використали дуже точну міру, значення „l” якої визначено ще з меншою (ніж 0,01%) похибкою.

Переваги цього методу безсумнівні, оскільки виготовити точну міру і порівняно грубий прилад для вимірювання невеликих величин легше, ніж засіб вимірювань високої точності для вимірювання всієї величини в цілому.

Наведений приклад ілюструє схему диференціального методу в загальному вигляді. Цей метод набуває все більшого поширення у багатьох областях вимірювань.

### 3.3. Нульовий метод.

В історії розвитку техніки точних вимірювань нульовий (компенсаційний) метод є одним з перших. Зважування грузів на ричажній вазі – характерний приклад нульового методу вимірювань.

В загальному вигляді сутність нульового методу полягає у наступному. Вимірювану величину порівнюють з величиною, значення якої відомо. Останню вибирають таким чином, щоб різниця між вимірюваною і відомою величинами дорівнювала нулю. Співпадання значень цих величин відмічають за допомогою нульового покажчика (нуль-індикатор).

Цей метод широко використовується в автоматичних вимірювальних приладах: мостах, потенціометрах, аналізаторах рідин, газів та інших, наприклад вимірювання електричної напруги компенсатором. На результати вимірювань, як правило, майже не впливають зовнішні чинники і джерело живлення вимірювальних електричних схем.

Між диференціальним методом і нульовим методом є дещо спільного. Якщо в диференціальному методі ми вимірюємо різницю між двома величинами, то в нульовому методі ми практично зводимо цю різницю до нуля.

Нульовим є компенсаційний метод вимірювань, який використовується в основному для вимірювань фізичних явищ в тих випадках, коли важливо виміряти їх, не порушуючи умов, в яких відбувається вимірюване явище.

### **3.4. Метод співпадань.**

**Метод співпадань(збіжності)** є різновидом методу порівняння з мірою і полягає в тому, що різниця між шуканою і відтвореною мірою величинами вимірюється за збігом шкал або періодичних сигналів. Цей метод використовується при вимірюванні точних сигналів часу, частоти обертання тощо.

Цей метод використовує співпадання відміток шкал або періодичних сигналів. Наприклад, прикладемо лінійку з міліметровими поділками до лінійки з дюймовими поділками і сполучимо їх нульові позначки. При цьому виявиться, що точно співпадають позначки, які відповідають 127 мм і 5 дюймів; 254 мм і 10 дюймів і т.д. Звідси можна визначити, що 1 дюйм = 25,4 мм.

По принципу метода співпадань побудован ноніус штангенциркуля та ряду інших приладів.

Крім перелічених методів, у метрологічній практиці використовуються багато інших: інтерферентний — для точних вимірювань лінійних величин, фотоелектричний – у машинобудуванні та ін.

Вибір методу вимірювань залежить від його теоретичної обґрунтованості, наявності необхідних засобів вимірювань, їх виду (міра, вимірювальний прилад тощо) і конструктивних особливостей.

### **4. Електричні методи вимірювання неелектричних величин.**

Електричні методи вимірювань неелектричних величин належать до **непрямих методів вимірювань**, оскільки передбачають перетворення вимірюваної величини в електричний сигнал.

При метрологічних роботах і технологічних вимірюваннях параметрів широко використовуються електричні методи вимірювань неелектричних величин: температури, рівня, тиску, витрат, різних показників якості готової продукції і сировини. Це пов'язано з тим, що у більшості випадків технологічні лінії виготовлення продукції мають досить велику протяжність, і здійснювати одночасний контроль основних параметрів просто неможливо. Тому вимірювані технологічні параметри перетворюють в електричні величини-сигнали, які можна передавати на значні відстані. Перетворення неелектричних величин в електричні дозволяє спростити сам процес вимірювання, підвищити його точність і навіть виміряти величини, які раніше ніколи не вимірювалися. Перетворення неелектричних величин в електричні сигнали проводиться

за допомогою вимірювальних перетворювачів. Лінійні переміщення, деформації чутливих елементів, перетворені в електричні сигнали, передаються на значну відстань і за допомогою відтворюючих засобів перетворюються у вимірювану величину.

Для вимірювання неелектричних величин досить широко використовуються такі електричні методи, як тензоелектричні, індукційні, фотоелектричні, п'єзоелектричні та ін.

Тензометричний метод ґрунтується на використанні тензорезисторів, які змінюють свій опір під дією деформацій механічних чутливих елементів (наприклад, мембран).

П'єзоелектричний метод ґрунтується на використанні властивостей деяких кристалічних матеріалів утворювати електричні заряди на їх поверхні під дією прикладеної сили. Це явище називається п'єзоефектом.

Ємнісний метод базується на зміні ємності датчика за рахунок діелектричних властивостей самого середовища.

Поряд з описаними широко застосовуються індукційні, омичні, термоелектричні та інші методи вимірювання неелектричних величин.

## **5. Планування та організація вимірювань.**

Вимірювання фізичних величин є основою як наукового експерименту, так і масових вимірювань в усіх галузях народного господарства. Досліджувані процеси та об'єкти є багатограними. Досліджуючи об'єкт чи технологічний процес, доводиться вимірювати ряд фізичних величин та параметрів технологічних процесів. Як і будь-яке інше експериментальне дослідження, вимірювання має певні стадії організації та виконання. Це зокрема:

1. формування мети;
2. складання програми експерименту, методична та матеріальна підготовка експерименту;
3. проведення експерименту;
4. опрацювання результатів вимірювань та оцінка похибки вимірювань;
5. аналіз отриманих результатів та формулювання оцінки проведених вимірювань.

Загалом вимірювання фізичних величин є багатоступінчастим процесом, що поєднує як саму процедуру вимірювань з її типовими вимірювальними операціями, так і ряд підготовчих та заключних процедур, які необхідно виконати до і після самих вимірювань.

Отже процес вимірювання можна розділити на три етапи:

1. підготовка та планування вимірювань;
2. виконання вимірювань;
3. опрацювання та аналіз отриманих даних.

Означення основних термінів з планування вимірювального експерименту дає ГОСТ 24026-80 „Исследовательские испытания. Планирование эксперимента”. Згідно з цим стандартом план експерименту – це сукупність даних, що визначають кількість, умови та послідовність виконання дослідів.

Мета планування – підвищення ефективності одержання інформації про об’єкт дослідження, що потрібно для побудови його моделі, яка виражає залежність його вихідних величин від вхідних факторів, або для оцінки параметрів моделі, якщо вона заздалегідь вибрана.



## ТЕМА 3. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.

### Методичні поради до вивчення теми

Пристрої, за допомогою яких виконують вимірювання, називаються засобами вимірювальної техніки (ЗВТ). При вивченні даної теми треба усвідомити, що засобивимірювальної техніки поділяються на два великі класи: засоби вимірювань і вимірювальні пристрої. Кожен з цих класів, в свою чергу, містить певний перелік специфічних пристроїв, які слід навчитися розрізняти за їхнім функціональним призначенням. Кожний засіб вимірювальної техніки володіє певною сукупністю характеристик, знання яких значно полегшує процес вимірювань і дає можливість робити усвідомлений вибір того чи іншого засобу вимірювальної техніки для розв'язання конкретної прикладної задачі. Для цього потрібно також знати класифікацію ЗВТ. Необхідно також усвідомити, що точність отриманих результатів безпосередньо залежить від похибок засобів вимірювальної техніки. У зв'язку з цим варто звернути особливу увагу на класифікацію похибок ЗВТ та класифікацію ЗВТ по точності. Слід ретельно розібратися за якою похибкою визначається клас точності ЗВТ в залежності від співвідношення адитивної та мультиплікативної похибки ЗВТ.

### План лекції.

1. Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки.
2. Характеристики засобів вимірювальної техніки.
3. Класифікація засобів вимірювальної техніки.
4. Показники якості засобів вимірювань.
5. Похибки засобів вимірювальної техніки.
6. Класифікація засобів вимірювань по точності.
7. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки.
8. Умови вимірювань.

### 1. Загальні поняття про засоби вимірювальної техніки.

Вимірювання фізичних величин зазвичай здійснюється шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів. Залежно від виду вимірюваних величин, необхідної точності їх, умов проведення експерименту та виду потрібної інформації використовуються різноманітні засоби вимірювальної техніки, що видають відповідні сигнали вимірювальної інформації. Будь-яка фізична вимірювана величина завдяки засобам вимірювання перетворюється на відповідний сигнал, який спостерігач сприймає безпосередньо на шкалі приладу, або ж після перетворення і опрацювання передається через канали зв'язку на інші засоби вимірювання у вигляді сигналу зовсім іншої фізичної величини. Наприклад, вимірювання температури, тиску, густини супроводжуються перетворенням вимірюваної величини

на сигнал (електричний, пневматичний, механічний), який за допомогою засобів відтворення видає значення вимірюваної величини на шкалі приладу.

**Засобом вимірювальної техніки** називають технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

Згідно з ДСТУ 2681-94 до засобів вимірювальної техніки належать:

**1. засоби вимірювань;**

**2. вимірювальні пристрої.**

**1. Засіб вимірювань** – це засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань. Від засобів вимірювань залежить правильне визначення вимірюваної величини в процесі вимірювання. До засобів вимірювань відносяться вимірювальні прилади, реєструвальні прилади, вимірювальні канали, вимірювальні установки, вимірювальні системи, кодові засоби вимірювань.

**А) Вимірювальний прилад** - це засіб вимірювання, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття. Як правило, вимірювальний прилад має пристрої для перетворення вимірюваної величини в сигнал вимірювальної інформації і його індикації у формі найбільш доступній для сприйняття.

За формою видачі інформації прилади поділяються на **аналогові**, покази яких є неперервною функцією вимірюваної величини, та **цифрові**, покази яких дискретні, а інформація подається у цифровій формі.

Прилади бувають показові, самописні, сигнальні, регульовальні з лічильниками, з нормувальними перетворювачами та іншими додатковими функціональними засобами.

Розрізняють наступні типи приладів:

1. прилади, які показують – показуючі;
2. прилади, які реєструють – реєструючі;
3. прилади, які інтегрують - інтегруючі;
4. прилади, які сумують – сумуючі;
5. прилади прямої дії;
6. прилади порівняння.

Наприклад, мікрометр і цифровий вольтметр відносяться до показуючих приладів; барограф - до реєструючих, амперметр і скляний ртутний термометр до приладів прямої дії; компаратор для лінійних мір - до приладів порівняння.

**Реєструвальний прилад** - засіб вимірювань, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації

**Б) Вимірювальний канал** – це сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів зв'язку та інших технічних засобів, призначених для створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину.

**В) Вимірювальна установка** - сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки та допоміжних технічних засобів (стабілізуючих, перемикаючих, регулівних), розміщених в одному місці і призначених для вимірювань однієї або декількох фізичних величин та для формування сигналів вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприймання спостерігачем.

Наприклад, установка для вимірювань опору електротехнічних матеріалів, установка для досліджень феромагнітних матеріалів, установка для перевірки амперметрів тощо

Вимірювальна установка із зразковими засобами вимірювань називається **повірочною установкою**. Вимірювальна установка, яка входить до складу еталона називається **еталонною**.

**Г) Вимірювальна система (ВС)** – це сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювальної техніки, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, розміщених в різних точках досліджуваного простору (середовища, об'єкта тощо) з метою вимірювання однієї або декількох фізичних величин, властивих цьому простору, та формування (створення) сигналів вимірювальної інформації про вимірювані фізичні величини у формі, доступній для автоматичного опрацювання, зберігання, передачі й використання в автоматичних системах управління.

Наприклад, вимірювальна система теплоелектростанції дозволяє отримувати вимірювальну інформацію про ряд фізичних величин в різних енергоблоках.

**2. Вимірювальний пристрій** – це засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань. Він має відокремлену конструкцію і самостійне призначення.

Наприклад, реєструючий пристрій вимірювального приладу містить стрічку для запису, стрічкопротягувальний механізм і пишучий елемент, або вимірювальний перетворювач (термопара в термоелектричному термометрі).

До **вимірювальних пристроїв** відносяться міри (фізичних величин), компаратори, вимірювальні перетворювачі, обчислювальні компоненти.

**А) Міра фізичної величини** (або міра) – засіб вимірювання у вигляді тіла або устрою, призначений для відтворення та зберігання фізичної величини заданого розміру, значення якого відомо з необхідною для вимірювань точністю. Наприклад, ваги – міри маси: 1 кг; 0,5 кг; 0,2 кг тощо.

Розрізняють:

1. однозначні міри (наприклад, плоскопаралельна кінцева міра довжини, вимірювальні колби);
2. багатозначні міри (наприклад, конденсатор змінної ємності);
3. набори мір (наприклад, набір гирь, калібрів);
4. магазини мір (наприклад, магазин електричних резисторів).

Калібр - спеціальна міра, з якою порівнюються розміри різних деталей.

**Б) Компаратор** – вимірювальний пристрій, що здійснює порівняння однорідних фізичних величин.

Компаратор – широко поширений засіб порівняння (наприклад, потенціометр або ричажна вага).

**В) Вимірювальний перетворювач** – засіб вимірювання, який має нормовані метрологічні характеристики та призначений для перетворення вимірюваної величини в іншу величину або сигнал вимірювальної інформації, зручний для обробки, зберігання, подальших перетворень, індикації та передачі на відстань.

Вимірювальний перетворювач входить до складу вимірювального приладу, вимірювальної установки або вимірювальної системи як найважливіший пристрій, від якого залежать характеристики точності. Самостійного значення вимірювальний перетворювач не має.

Засіб вимірювань, в якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації називається кодовим засобом вимірювань або **аналого – цифровим перетворювачем**.

**Г) Обчислювальний компонент** – це сукупність засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення, призначена для виконання обчислювальних операцій під час вимірювань.

**Допоміжні засоби вимірювання** (вимірювальне приладдя) – це засоби (пристрої) для забезпечення необхідних зовнішніх умов при виконанні вимірювань.

До них, наприклад, належать термостат, барокамера, вимірювальні підсилювачі, пристрої для екранування впливу магнітного поля, звичайна лупа. Покази допоміжних засобів вимірювання використовуються для обчислення поправок до результатів вимірювання приладами прямого призначення. Наприклад, використання термометра для вимірювання температури навколишнього середовища при вимірюванні тиску вагопоршневим манометром або ж використання допоміжних засобів вимірювання для стабілізації величин, що впливають на точність вимірювання основних величин.

Вимірювальне приладдя дає можливість підвищити чутливість вимірювальних пристроїв.

## **2. Характеристики засобів вимірювальної техніки.**

Основними параметрами засобів вимірювань є: показ, шкала, поділка шкали, ціна поділки шкали, чутливість, поріг чутливості, роздільна здатність, діапазон вимірювань, стабільність, варіація показів.

Значення вимірюваної величини відраховується за показами на шкалі засобу вимірювальної техніки. Під **показом** розуміють

значення вимірюваної величини, визначене за допомогою відлікового пристрою і виражене в одиницях цієї величини.

**Шкалою засобу вимірювання** називається частина показового пристрою у вигляді упорядкованої сукупності позначок разом із пов'язаною з нею певною послідовністю чисел, а позначкою шкали може бути риска або інший знак на шкалі, що відповідає одному або декільком значенням вимірюваної величини. Числа, як правило, відповідають значенню вимірюваної величини, вид якої вказується на шкалі (температура, густина, швидкість тощо), а також зазначається клас точності та градування.

Шкали бувають: прямолінійні, дугові, рівномірні, нерівномірні, кругові, профільні, з нулем на початку і посередині шкали та ін.

**Поділка шкали** — частина шкали між двома сусідніми позначками.

**Ціною поділки**  $C_{\text{под.}}$  називається найменше значення вимірюваної величини, яке відповідає одній поділці.

**Ціна поділки шкали**  $C_{\text{под.}}$  визначається як відношення максимального значення величини, яке можна виміряти за допомогою даного приладу  $X_{\text{max}}$ , до повного числа поділок шкали  $N$ :

$$C_{\text{под.}} = X_{\text{max}}/N \quad (3.1)$$

При визначенні вимірюваної величини кількість поділок перемножують на її ціну. Наприклад, якщо відлік на шкалі міліамперметра відповідає 15-ти поділкам, а ціна поділки дорівнює 2 мА, то покази приладу відповідають 30 мА. Слід пам'ятати, що найменший відлік вимірюваної величини на шкалі приладу дорівнює половині поділки.

**Постійною (сталю) приладу**  $C$  називається відношення максимального значення величини  $X_{\text{max}}$ , яке можна виміряти за допомогою даного приладу, до значення максимальної поділки шкали  $N_{\text{max}}$  :

$$C = X_{\text{max}} / N_{\text{max}} \quad (3.2)$$

Постійна приладу  $C$  і ціна поділки  $C_{\text{под.}}$  співпадають тоді, коли кількість поділок дорівнює відліку.

**Чутливістю засобу вимірювань** називається відношення зміни вихідної величини засобу вимірювань до зміни вхідної величини, яка спричинила цю зміну.

$$S = \frac{\Delta L}{\Delta x} \quad \text{або} \quad S = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \quad (3.3)$$

де  $\Delta L$  і  $\Delta \varphi$  - зміни відповідно лінійної чи кутової вихідної величини засобу вимірювань в мм, поділках, градусах повороту;

$\Delta x$  - зміна вхідної вимірюваної величини у відповідних одиницях.

Якщо чутливість постійна в діапазоні всієї шкали, тобто не залежить від значення вимірюваної величини, то вона чисельно дорівнює відношенню лінійного переміщення покажчика (стрілки, світлового зайчика) приладу  $n$ , вираженого в поділках шкали, до вимірюваної величини:

$$S = \frac{n}{x} \quad (3.4)$$

У приладів з постійною чутливістю переміщення покажчика пропорційне вимірюваній величині, тобто шкала приладу - рівномірна.

Чутливість не слід плутати з порогом чутливості.

**Поріг чутливості** – найменше значення вимірюваної величини, здатне викликати помітне відхилення індикатора приладу.

Поріг чутливості має розмірність вимірюваної величини, тоді як розмірність чутливості визначається відношенням розмірностей вихідної і вхідної величин.

Будь-який прилад характеризується **діапазоном і границею вимірювань**. Найменше і найбільше значення шкали засобу вимірювань називаються відповідно **початковим і кінцевим значеннями шкали**.

Значення величини, обмежені початковим і кінцевим значеннями шкали, називаються **діапазоном вимірювання**.

**Роздільна здатність** – це мінімальна зміна вимірюваної величини, яка може бути зафіксована приладом і спостерігачем.

**Стабільність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка відбиває незмінність у часі його метрологічних властивостей.

**Нестабільність засобу вимірювань** – зміна однієї або декількох метрологічних характеристик засобу вимірювань на протязі встановленого проміжку часу.

Наприклад, нестабільність  $v$  нормального елемента характеризується зміною дійсного значення е.р.с. за рік:  $v = 2$  мкВ/рік.

**Варіація показів** – найбільша різниця показів приладу при одному і тому ж значенні вимірюваної величини і незмінних зовнішніх умовах.

Вона характеризує ступінь стійкості показів приладу і обумовлена тертям в опорах рухомої частини приладу.

### 3. Класифікація засобів вимірювальної техніки.

Залежно від призначення, будови, принципу дії та інших характерних ознак засоби вимірювальної техніки застосовуються для різних видів вимірювань.

Засоби вимірювань класифікують за різноманітними ознаками. До їх числа відносять:

1. принцип дії;
2. спосіб утворення показів;
3. спосіб отримання числового значення вимірюваної величини;
4. точність;
5. умови використання;
6. ступінь захищеності від зовнішніх магнітних і електричних полів;
7. міцність та стійкість проти механічних впливів і перевантажень;
8. стабільність;
9. чутливість;
10. границі та діапазони вимірювань.

Основна класифікація передбачає розподіл засобів вимірювань за родом вимірюваних величин. Для найбільш поширених засобів вимірювання умовно прийняті такі назви:

**для засобів вимірювання температури** — термометри і пірометри;

**тиску** — манометри, вакуумметри, мановакуумметри, тягоміри, напороміри, барометри;

**витрати та кількості** — витратоміри, лічильники та витратоміри з лічильниками;

**рівня** — рівнеміри та показчики рівня;

**складу димових та інших газів** — газоаналізатори, киснеміри та ін.;

**аналізу та складу рідини** — аналізатори рідини, кондуктометри, рН-метри, густиноміри, рефрактометри та ін.;

**вологості** - вологоміри, психрометри, гігрометри тощо. Додатково засоби вимірювань поділяються на групи за такими ознаками:

**за принципом дії та використанням енергії** - механічні, електричні, рідинні, пневматичні, гідравлічні, хімічні, ультразвукові, інфрачервоні, радіоізотопні та ін.;

**за формою показань** — аналогові та цифрові;

**за характером відображення** — показуючі, самописні, реєструючі, інтегруючі;

**за призначенням** — промислові (технічні), лабораторні, зразкові, еталонні;

**за місцем розташування** — щитові, місцеві, дистанційні;

**за габаритами** — мініатюрні, малогабаритні, нормальні, великогабаритні.

Майже кожний засіб вимірювань можна віднести до будь-якої групи. Наприклад, термометр може бути промисловим, самописним, електричним, щитовим, малогабаритним та ін.

**По метрологічному призначенню** засоби вимірювань поділяються на еталони, зразкові засоби вимірювань і робочі засоби вимірювань.

#### **4. Показники якості засобів вимірювань.**

Систематичному покращенню якості продукції, у тому числі засобів вимірювань, надається велике значення. Від якості продукції залежать ефективність суспільного виробництва, експорт продукції, економія матеріальних ресурсів.

Що ж розуміти під якістю продукції?

В кваліметрії – науці про вимірювання якості – дається таке визначення цього поняття.

**Якість продукції** – це сукупність властивостей продукції, які обумовлюють її придатність задовольняти певні потреби у відповідності з її призначенням.

З цього визначення випливає, що не всі властивості продукції входять в поняття “якість”, а тільки ті, які відповідають її призначенню.

В нашій країні якість продукції регулюється на державному рівні методами стандартизації. З цією метою на кожний тип продукції і окремі її види розробляються державні стандарти, які містять повну номенклатуру показників якості даної продукції. Ці стандарти входять в комплекс стандартів „Система показників якості продукції”. Такі стандарти розробляються і на засоби вимірювань.

Встановлено наступні показники якості будь-яких видів продукції:

1. показники призначення;
2. показники надійності;
3. показники економного використання сировини, матеріалів, палива, енергії і трудових ресурсів;
4. показники технологічності;
5. ергономічні показники;
6. естетичні показники;
7. показники транспортабельності;
8. показники стандартизації і уніфікації;
9. патентно-правові показники;
10. екологічні показники;
11. показники безпеки.

#### **5. Похибки засобів вимірювальної техніки.**

Найважливішими властивостями засобів вимірювань є ті, від яких залежить якість одержуваної за їх допомогою вимірюваної інформації.



Вимірювання фізичних величин не можна виконати абсолютно точно через недосконалість методів і засобів вимірювальної техніки, а також через вплив зовнішнього середовища та залежно від індивідуальних особливостей спостерігача.

Від похибок, які властиві засобам вимірювань, залежить похибка результату вимірювань будь-якої фізичної величини, тобто похибка засобів вимірювань є важливою складовою, яка суттєво впливає на якість вимірювань.

Теоретично похибка засобу вимірювань – це є різниця між значенням величини, отриманим за допомогою цього засобу і істинним значенням. Оскільки істинне значення величини невідомо, на практиці замість нього користуються значенням величини, отриманим за допомогою більш точного засобу вимірювань.

Для робочого засобу вимірювань більш точним є зразковий засіб вимірювань, для зразкового – еталон. Державний еталон звіряють з міжнародним еталоном.

В загальному вигляді різницю в показах повіряемого і зразкового засобів вимірювань вважають похибкою повіряемого засобу вимірювань, тобто

$$\Delta x_{\Pi} = x_{\Pi} - x_0, \quad (3.5)$$

де  $\Delta x_{\Pi}$  – похибка повіряемого засобу вимірювань;

$x_0$  – значення величини, отримане за допомогою зразкового засобу вимірювань або еталона (дійсне значення);

$x_{\Pi}$  – значення величини, знайдене за допомогою повіряемого засобу вимірювань.

**Похибки засобів вимірювань** класифікують за наступними ознаками:

1. за характером прояву – систематичні і випадкові;
2. за умовами виникнення – основні і додаткові;
3. по відношенню до вимірюваної величини – динамічні і статичні;
4. за способом вираження – абсолютні, відносні і приведені;
5. за способом сумування – адитивні і мультиплікативні.

Розрізняють похибки мір і вимірювальних приладів, похибки первинних і вторинних еталонів, вимірювальних перетворювачів і вимірювальних систем (або установок), стабільність, нестабільність, точність і класи точності засобів вимірювань.

Важливими поняттями є “границя допустимої похибки” і “нормовані метрологічні характеристики”.

**Границя допустимої похибки засобів вимірювальної техніки (ЗВТ)** – найбільше значення похибки засобу вимірювань, яке

встановлюється нормативно-технічним документом для даного типу засобів вимірювань, при якому він ще вважається придатним до застосування.

При перевищенні встановленої границі похибки засіб вимірювань вважається непридатним до застосування. Звичайно встановлюються границі допустимої похибки. Наприклад, для амперметрів 1-го класу точності вказуються границі допустимої приведенної похибки, які дорівнюють  $\pm 1\%$  від верхньої границі вимірювань; для 100-міліметрової кінцевої міри довжини 1-го класу точності встановлено границю значення похибки, яка дорівнює  $\pm 50$  мкм.

**Нормовані метрологічні характеристики ЗВТ** – це є найбільш раціональна сукупність складових похибки конкретного типу засобів вимірювань, яка встановлюється нормативно-технічними документами на засоби вимірювань.

**Систематична похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка приймається сталою або змінною по будь-якому закону. Тому її завжди можна врахувати при кінцевих результатах досліджень.

Систематичні похибки у загальному випадку є функцією вимірюваної величини, чинників впливу (температури, тиску, вологості та ін.) конструктивних характеристик засобів вимірювань та методів вимірювань.

Систематичні похибки визначаються при повірках та атестаціях зразкових та робочих ЗВТ, а в результатах вимірювань враховуються як поправки з протилежним знаком.

**Випадкова похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка змінюється випадковим чином.

У загальному випадку випадкові похибки слід розглядати як випадкову функцію часу, вимірюваної величини та зовнішніх чинників.

**Основна похибка ЗВТ** – похибка засобу вимірювань, яка визначається при нормальних умовах його використання.

Під нормальними розуміють такі умови використання засобів вимірювань, при яких величини, що впливають на процес вимірювання (температура, тиск, вологість, частота, напруга, зовнішні магнітні поля, вібрація тощо) мають нормальні значення. Останні встановлюються стандартами або вказуються у технічних умовах для відповідних засобів вимірювання як номінальні значення з відхиленнями.

Наприклад, температура навколишнього середовища повинна становити  $20 \pm 2^\circ\text{C}$ ; атмосферний тиск  $1 \cdot 10^5$  Па (760 мм.рт.ст.); вологість повітря – не перевищувати 80%; напруга –  $220 \pm 10\text{В}$  та інші.

**Додаткова похибка ЗВТ** – складова похибки засобу вимірювань, яка виникає внаслідок відхилення будь-якої із впливаючих величин від нормального її значення.

**Статична похибка ЗВТ** – похибка засобу вимірювань, який використовується при вимірюванні фізичної величини в статичному режимі.

Статичні похибки мають місце при вимірюванні величини після закінчення перехідних процесів в елементах та перетворювачах засобу вимірювання.

**Динамічна похибка ЗВТ** – похибка засобу вимірювань, яка виникає при вимірюванні змінної фізичної величини. Динамічні похибки зумовлені інерційними властивостями засобів вимірювань

**Адитивна похибка ЗВТ** – складова систематичної похибки засобу вимірювань, однакова на всьому діапазоні вимірювань.

**Мультиплікативна похибка ЗВТ** – складова систематичної похибки засобу вимірювань, яка змінюється пропорційно значенню вимірюваної величини.

**Абсолютна похибка засобу вимірювань** (позначається  $\Delta$ ) – похибка засобу вимірювань, виражена в одиницях вимірюваної величини.

Абсолютною похибкою засобу вимірювань називається різниця між показом засобу вимірювань та істинним (дійсним) значенням вимірюваної величини за відсутності методичних похибок і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання:

$$\Delta = x_0 - x_d, \quad (3.6)$$

де  $x_0$  - покази засобу вимірювань;

$x_d$  - дійсне значення вимірюваної величини.

**Відносна похибка засобу вимірювань**  $\varepsilon$  – похибка засобу вимірювань, виражена відношенням абсолютної похибки засобу вимірювань до істинного або дійсного значення вимірюваної величини в межах діапазону вимірювань:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{x_d} \cdot 100\% \quad (3.7)$$

**Приведена похибка засобу вимірювань**  $\gamma$  – відносна похибка, яка визначається відношенням абсолютної похибки до умовно прийнятого значення величини, сталого на всьому діапазоні вимірювань або в частині діапазону:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100\%, \quad (3.8)$$

де  $X_N$  - умовно прийняте значення величини.

Умовно прийняте значення величини називають **нормуючим значенням**. За нормуюче значення часто приймають верхню границю вимірювань або розмах шкали засобу вимірювань.

Наприклад, приведена похибка показів вольтметра з верхньою границею вимірювань 150,0 В при показі 100,9 В і дійсному значенні напруги 100,0 В складає:  $\gamma = [(100,9-100,0)/150,0] \cdot 100 = 0,6 \%$ .

**Похибка вимірювального приладу** – алгебраїчна різниця між показами приладу і дійсним значенням вимірюваної величини, визначеним більш точним методом.

Похибки вимірювальних приладів є однією з найважливіших метрологічних характеристик приладів. Вони відбивають недосконалість вимірювального пристрою і виникають внаслідок багатьох причин, а саме:

- недосконалість конструкцій, матеріалів і технології виготовлення;
- незадовільної якості виготовлення;
- похибки градування та інших.

**Похибка міри** – алгебраїчна різниця між номінальним і дійсним значенням міри.

Похибки мір є результатом неточностей, допущених при виготовленні мір. Вони залишаються сталими на протязі тривалого часу. Точність міри розглядається і визначається при суворо визначених умовах.

**Номінальне значення міри** – це значення даної фізичної величини, присвоєне мірі, і яке нею відворюється. Номінальне значення міри позначається на мірі (або її футлярі). Це визначення відноситься головним чином до однозначних мір.

Якщо, наприклад, номінальне значення маси гирі 1 кг, а її дійсне значення 0,999 кг, то похибка міри гирі становить + 0,001 кг.

**Дійсне значення міри** – це значення міри, знайдене вимірюванням з точністю, яка дозволяє використати його замість істинного значення.

**Варіація показів** – це найбільша різниця між показами, отриманими при багатократних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

**Відносна похибка міри або вимірювального приладу** - похибка, яка виражається відношенням похибки міри або вимірювального приладу до значення самої вимірюваної величини.

**Поправка** – значення, яке додається алгебраїчно до результату вимірювань, отриманого за допомогою засобу вимірювань, з метою виключення систематичних похибок. По знаку поправка протилежна похибці.

Наприклад, якщо абсолютна похибка приладу  $\Delta x$  – це різниця між показами приладу  $x$  і істинним значенням  $x_0$  вимірюваної величини, то поправка  $\Pi = - \Delta x$ .

## **6. Класифікація засобів вимірювань по точності.**

**Точність вимірювань** – це найважливіша характеристика результатів вимірювань, яка визначає можливість використання отриманих результатів для тих цілей, заради яких вони були виконані.

Одним з вирішальних факторів, які визначають точність вимірювань є точність використаних засобів вимірювань.

**Точність засобу вимірювань** – характеристика якості засобу вимірювань, яка вказує на близькість його похибки до нуля. Вважається, що, чим менша похибка, тим точніше засіб вимірювань.

Точність засобів вимірювань залежить не тільки від точності їх градуїровки, але і від деяких властивостей, які визначаються наявністю рухомої частини. Однією з причин варіації показів є тертя в опорах рухомої частини приладу.

Точність вимірювальних приладів характеризується сумарною похибкою, тобто похибкою, в яку входить похибка градуїровки і подгонки, а також змінні похибки, варіації та інші. Оскільки змінні похибки змінюються в певних границях, то можна визначити границі сумарних похибок вимірювальних приладів.

**Похибки засобів вимірювань**, які виявляються при “нормальних” зовнішніх умовах, називаються **основними**.

За нормальні умови приймають температуру навколишнього середовища  $t = 20^{\circ}\text{C}$ , атмосферний тиск  $1 \cdot 10^5$  Па (760 мм.рт.ст.) і вологість повітря до 80%.

**Основна похибка** – головна ознака класифікації засобів вимірювань по точності.

Усі засоби вимірювань, крім кутових та довжин, поділяються на **класи точності** в залежності від значень **граничних допустимих похибок**.

**Під граничною допустимою похибкою** розуміють найбільшу з допустимих похибок, або **гранична допустима похибка** – це похибка, яку не перевищує ні випадкова, ні систематична похибки, ні їх поєднання.

Отже, **клас точності засобу вимірювальної техніки** – це узагальнена характеристика, що визначається границями його допустимої основної і додаткової похибок, а також іншими характеристиками, що впливають на його точність, значення яких регламентуються стандартами на окремі види засобів вимірювань.

Клас точності дає можливість зробити висновок про границі похибки засобу вимірювань і відіграє важливу роль при виборі засобів вимірювань.

Наприклад, клас точності нормальних елементів 0,001 свідчить про те, що їх нестабільність за рік не перевищує 0,001%.

Клас точності засобу вимірювань, хоча і характеризує його властивості щодо точності, але не є безпосереднім показником точності

вимірювань, які виконані з його допомогою, оскільки точність залежить від методу, умов проведення вимірювань, розмаху шкали приладу та ін.

Класи точності конкретного засобу вимірювань визначаються технічними умовами.

Для кожного виду засобу вимірювань встановлюється ряд класів точності і їм привласнюються різні позначення: номери, числа, літери та інші. Класи точності відповідно до стандарту, як правило, виводяться на шкалу приладів.

Метрологічні характеристики, які визначаються класами точності, нормують наступним чином.

**1.** Границі допустимих основної і додаткової похибок виражають у формі приведених, відносних або абсолютних похибок в залежності від характеру зміни похибок, призначення і умов застосування засобів вимірювань.

**А.** Якщо похибку результатів вимірювань виражають в одиницях вимірюваної величини (наприклад, при вимірюванні маси, довжини) або в поділках шкали приладу, то границі допустимих похибок виражають в формі абсолютних похибок.

**Б.** Якщо границі абсолютних похибок засобу вимірювань залишаються практично незмінними, використовують форму приведенних похибок.

**В.** Якщо границі абсолютних похибок не можна вважати сталими використовують форму відносних похибок.

Різноманітність засобів вимірювань ускладнює можливість єдиного підходу до вибору критерію для їх групування на класи по точності вимірювань.

**2.** В основу всіх класифікацій покладено значення гранично допустимої **основної похибки**: абсолютної, відносної і приведеної.

Найбільш обґрунтованою і широко вживаною є класифікація засобів вимірювань не по граничній абсолютній, а по відносній або приведеній основній похибці.

**А.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ не змінюється в межах діапазону вимірювань, то її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = x_0 - x_d = \pm a \quad (3.9),$$

де  $x_0$  - покази засобу вимірювань;

$x_d$  - дійсне значення вимірюваної величини;

$a$  – деяке додатне число.

**Б.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ лінійно змінюється в межах діапазону вимірювань, то її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = \pm bx \quad (3.10),$$

де  $b$  – деяке додатне число.

**В.** Якщо абсолютна основна похибка ЗВТ має як сталу, так і лінійно змінну компоненти, її граничне значення визначають за формулою:

$$\Delta = \pm (a + bx) \quad (3.11),$$

де  $x$  – значення вимірюваної величини на вході або виході засобі вимірювань;

$a$  і  $b$  – додатні числа, незалежні від  $x$ .

$a$  – адитивна похибка;

$bx$  – мультиплікативна похибка.

Наприклад, для генератора низької частоти ГЗ-36

$$\Delta = \pm (0,03f + 2) \text{ Гц.}$$

3. Граничне значення допустимої **приведеної основної похибки** ( у відсотках) в загальному випадку визначають за формулою:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 \% = \pm \frac{(a + bx)}{X_N} \cdot 100\% = \pm p \% \quad (3.12),$$

де  $X_N$  – нормуюче значення (значення, яке підлягає нормуванню);

$p$  – будь-яке додатне число з ряду  $(1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6;) \cdot 10^n$ , де  $n = 1, 0, -1, -2, -3 \dots$

$\Delta$  - граничне значення абсолютної похибки визначене за формулою (3.11).

Нормуюче значення  $X_N$  залежить від багатьох факторів і приймається рівним:

1) кінцевому значенню шкали приладу, якщо нульова відмітка знаходиться на краю шкали або поза нею;

2) сумі кінцевих значень шкали приладу (без врахування знаків), якщо нульова відмітка знаходиться всередині шкали;

3) номінальному значенню вимірюваної величини, якщо таке встановлено ( наприклад, для частотомірів з діапазоном вимірювання 45-55 Гц і номінальною частотою 50Гц, нормуюче значення  $X_N = 50 \text{ Гц}$ );

4) для вимірювальних приладів з суттєво нерівномірною шкалою  $X_N$  приймають рівним всій довжині шкали або її частині, яка відповідає діапазону вимірювань - в цьому випадку похибку і довжину шкали виражають в одних одиницях, наприклад, в одиницях довжини;

5) діапазону вимірювань для багат шкальних приладів, або якщо шкала приладу проградуєвана в одиницях величини, для якої прийнята шкала з умовним нулем (наприклад, температура в °C).

**А.** У приладів, для яких адитивна складова похибки переважає над мультиплікативною ( $|a| \gg |bx|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.9), **основна приведена похибка** виявляється сталою в будь-якій точці шкали (діапазону вимірювань), її граничне значення приймається за **клас точності засобів вимірювань**:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 \% = \pm \frac{|a|}{X_N} \cdot 100 \% = \pm p \% \quad (3.13)$$

В цьому випадку клас точності приладу позначається на шкалі приладу одним числом з наведеного вище ряду, наприклад, 1,5.

**Б.** У приладів, для яких мультиплікативна похибка перевищує адитивну ( $|bx| \gg |a|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.10), за клас точності засобу вимірювань приймається граничне значення **основної відносної похибки**, виражене в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \% = \pm \frac{|bx|}{x} \cdot 100 \% = \pm q \quad (3.14),$$

де  $q$  – будь-яке додатне число з ряду  $(1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6) \cdot 10^n$ ,  $n = 1, 0, -1, -2, -3 \dots$

В цьому випадку клас точності приладу позначається на шкалі приладу одним числом з наведеного вище ряду, розташованим у колі.

**В.** У приладів, для яких адитивна і мультиплікативна похибки – величини одного порядку ( $|bx| \approx |a|$ ), тобто абсолютна похибка визначається виразом (3.11), клас точності визначається також **основною відотною похибкою** за формулою:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \pm \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \% = \pm \left[ \frac{(a + bx)}{x} \right] \cdot 100 \% = \pm \left[ \frac{a}{x} + \frac{a}{X_k} - \frac{a}{X_k} + b \right] \cdot 100 \% = \\ &= \pm \left[ \left( b + \frac{a}{X_k} \right) + \frac{a}{X_k} \left( \left| \frac{X_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \cdot 100 \% = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \% \quad (3.15) \end{aligned}$$



де  $\Delta$  - границя допустимої абсолютної основної похибки, що визначається за виразом (3.11);

$x$  – значення вимірюваної величини;

$X_k$  – більша по модулю границя вимірювань, або кінцеве значення діапазону вимірювань приладу;

$c$  і  $d$  – додатні числа, також виражені в процентах.

Клас точності в цьому випадку позначається відношенням  $c/d$ , де числа  $c$  і  $d$  вибираються з того ж ряду, що і  $p$ .

Для цього типу засобів вимірювань завжди повинна виконуватися умова  $c/d > 1$ . До приладів, клас точності яких виражається двома числами, відносяться цифрові показуючі прилади і прилади порівняння. Отже, якщо адитивна і мультиплікативна складові похибки одного порядку, **клас точності приладу позначається двома числами, розділеними косою рисою, наприклад, 0,1/0,05.**

Виходячи з того, що граничне значення основної приведенної похибки  $\gamma$ , яке визначається по класу точності засобу вимірювань, не повинно бути менше граничного значення відносної похибки  $\varepsilon$ , із (3.12) і (3.15) отримуємо

$$\left( \frac{|a|}{x} + |b| \right) \cdot 100 \% \leq c - d + \frac{|X_k|}{x} \cdot d \quad (3.16)$$

звідки маємо

$$|b| \leq \frac{(c - d)}{100 \%}; \quad |a| \leq \frac{|X_k| \cdot d}{100 \%} \quad (3.17).$$

Числа  $c$  і  $d$  повинні задовольняти умові (3.17) і приймають значення у відповідності з держстандартом 8.401-80 для класів точності засобів вимірювань.

Наприклад, для деякого засобу вимірювань, використовуючи умову (3.17), отримали  $c = 0,90$  і  $d = 0,017$ . Виходячи з вимог стандарту, такому засобу вимірювань привласнюється клас точності 1,0/0,02, тобто у формулу для граничної відносної основної похибки (3.15) ми маємо підставити  $c = 1,0 \%$ ; і  $d = 0,02 \%$ .

Оскільки граничні значення абсолютної, відносної і приведенної основних похибок засобів вимірювань взаємопов'язані, то достатньо знайти одну з них, щоб визначити інші.

Для визначення дійсного значення вимірюваної величини нам необхідно знати **абсолютну похибку** її вимірювання, а клас точності інформує нас про граничне значення **приведеної основної похибки**.

Засобам вимірювань, які призначені для вимірювання декількох фізичних величин (наприклад, тестер) дозволяється надавати різні класи точності для кожної вимірюваної величини.

Класи точності засобів вимірювальної техніки встановлюють, як зазначалось вище, за величиною граничного значення допустимої основної похибки (нормальні умови експлуатації). Існує 4 типи позначень класів точності:

1. Позначення великими буквами латинського алфавіту (L, M, C тощо) або римськими цифрами (I, II, III тощо). Зміст таких позначень розтлумачено у нормативних документах на ЗВТ.

2. Позначення числами, які дорівнюють значенням  $p$  (%).



3. Позначення числами в колі, які відповідають значенням  $q$  (%).

4. Позначення числами  $c$  і  $d$  (у відсотках), розділеними косою рисою.

В таблиці 3.1 наведені приклади позначення точності засобів вимірювань відповідно до державного стандарту ГОСТ 8.401 – 80.

Таблиця 3.1.

## Класи точності засобів вимірювальної техніки

Формула для границь допустимих похибок	Приклади границь допустимої основної похибки	Позначення класу точності		Примітка
		в документації	на засобах вимірювань	
$\Delta = \pm a$	-	Клас точності М	М	-
$\Delta = \pm(a + bx)$	-	Клас точності С	С	-
$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100 = \pm p$	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5	1,5	Якщо $X_N$ виражається в одиницях вимірюваної величини
	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5		Якщо $X_N$ визначається довжиною шкали
$\varepsilon = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 = \pm q$	$\varepsilon = \pm 0,5$	Клас точності 0,5		-
$\varepsilon = \pm \left[ c + d \left( \left  \frac{X_k}{x} \right  - 1 \right) \right]$	$\varepsilon = \pm \left[ 0,02 + 0,01 \left( \left  \frac{X_k}{x} \right  - 1 \right) \right]$	Клас точності 0,02/0,01	0,02/0,01	-

Похибку, обумовлену класом точності, розглядають стосовно нормальних умов роботи приладу. Більш суворі, але ще допустимі умови роботи (підвищена температура, вологість, підвищені механічні навантаження тощо) приводять до появи додаткових похибок.

Межі допустимої додаткової похибки засобу вимірювань вказуються тільки в технічній документації.

Похибки показуючих вимірювальних приладів, які мають шкалу і показчик, нормують шляхом встановлення одного значення допустимої похибки для всієї шкали або для її частини, яку називають робочою частиною шкали.

Наприклад, нехай допустима похибка вольтметра дорівнює 1,5 % від верхньої границі вимірювання. Це означає, що для вольтметра з верхньою границею вимірювання 15 В похибка не повинна перевищувати 0,225 В на всій робочій частині шкали; для приладу з верхньою границею вимірювання 150; 300; 1000 В похибка не повинна перевищувати 2,25; 4,5; 15 В відповідно.

Говорячи про класифікацію засобів вимірювань по точності слід підкреслити, що ніколи їх точність не може визначатися тільки основними похибками. Для кожного класу точності встановлюється рівень точності для різних діапазонів умов використання.

Наприклад, на рис. 3.1 приведено діаграми зміни похибок вимірювань двох приладів при зміні температури.

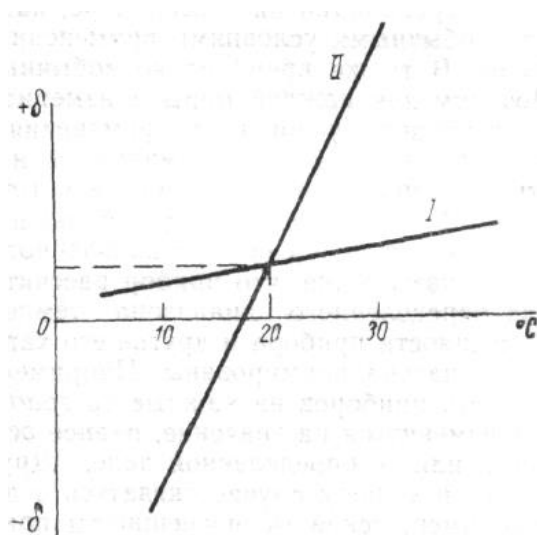


Рис. 3.1. Залежність похибок від температури.

Як бачимо при 20° С похибки обох приладів однакові. Але при зміні температури покази приладу 1 змінюються порівняно мало. Зміна ж показів приладу 2 від температури настільки значна, що прилад може виявитися практично непридатним для вимірювань.

Засоби вимірювань, які використовуються як зразкові при повірці менш точних засобів вимірювань, класифікують по розрядам. До 1-го розряду відносять найбільш точні зразкові засоби вимірювань, які повіряються по робочим еталонам. По зразковим засобам вимірювань 1-го розряду повіряють зразкові засоби вимірювань 2-го розряду і т.д.

### **7. Метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки.**

Технічні характеристики, які впливають на результати і точність вимірювань, називають **метрологічними характеристиками ЗВТ**.

Виокремлюють такі групи метрологічних характеристик:

1. Градувальні характеристики - визначають співвідношення між сигналами на вході і виході ЗВТ у статичному режимі (статичний режим роботи ЗВТ реалізується, коли вихідний сигнал є незмінним під час вимірювань).

2. Динамічні характеристики - відображають інерційні властивості ЗВТ внаслідок дії на них змінних у часі зовнішніх впливів, вхідного сигналу, навантаження (притаманні ЗВТ у динамічному режимі роботи, коли вхідний сигнал змінюється під час вимірювань).

3. Показники точності.

4. Функції впливу, тобто залежність зміни метрологічних характеристик від зміни зовнішніх умов.

Щоб оцінити точність вимірювання, порівняти ЗВТ між собою з метою вибору тих, які забезпечать необхідну точність, здійснити взаємозаміну ЗВТ, на метрологічні характеристики встановлено норми.

Нормування метрологічних характеристик – це встановлення номінальних значень і границь допустимих відхилень реальних метрологічних характеристик ЗВТ від їхніх номінальних значень.

Номенклатура нормованих метрологічних характеристик є більшою для приладів з підвищеною точністю. Норми на характеристики наведено у експлуатаційній документації на прилад.

Відповідність метрологічних характеристик за визначеними нормами необхідно перевіряти. Метрологічні характеристики контролюються щодо відповідності регламентованих значень як експериментальними, так і розрахунковими методами.

Перевірка метрологічною установою відповідності метрологічних характеристик нормам і встановлення на цій підставі придатності ЗВТ до застосування називають **повіркою**.

До **нормованих метрологічних характеристик** відносять такі:

1. Розмах шкали засобу вимірювальної техніки. Він вибирається зі стандартного ряду шкал для відповідних вимірюваних величин.

2. Межі допустимої похибки засобу вимірювальної техніки нормуються приведеною похибкою, яка відповідає його класу точності.

3. Основні похибки засобу вимірювальної техніки відповідно до нормативно-технічної документації для відповідного засобу.

4. Додаткові похибки. Вони визначаються для кожної з величин, що впливають на вимірювання, відповідно до нормативно-технічної документації, а також регламентуються межі цих похибок.

Додаткові похибки регламентуються зазвичай для нових або закордонних засобів вимірювань, які використовуються у промисловості.

5. Час проведення вимірювання фізичної величини чи технологічного параметра.

6. Термін експлуатації засобів вимірювальної техніки.

Облік усіх нормованих метрологічних характеристик здійснюють тільки для засобів особливо високої точності. Для робочих засобів користуються узагальненою характеристикою всіх засобів цього типу, яка встановлює оцінку знизу точності їхніх показів (граничне значення допустимої похибки). Цю характеристику називають **класом точності ЗВТ**.

### **8. Умови вимірювань.**

На якість вимірювань фізичної величини суттєво впливають такі зовнішні фактори як температура навколишнього середовища, атмосферний тиск, вологість повітря, амплітуда і частота коливань при вібрації, напруга і частота мережі змінного струму та інші. Вони називаються **впливаючими величинами**.

Зміни впливаючих величин можуть настільки викривити результати вимірювань, що їх буде неможливо використати. Особливо це проявляється при коливаннях температури в процесі вимірювань розмірів деталей, виготовлених з матеріалів з великим температурним коефіцієнтом лінійного розширення.

Для підвищення точності вимірювань значення впливаючих величин нормують.

**Нормальні умови вимірювань** (нормальні умови) – умови вимірювань, які характеризуються сукупністю нормальних значень впливаючих величин.

Нормальні умови вимірювань встановлюються нормативно-технічними документами на засоби вимірювань конкретного виду.

Наприклад, нормальними умовами при повірці нормальних елементів класа точності 0,005 є: відносна вологість повітря не більше 80 %, температура в термостаті з нормальними елементами – від 18 до 22° С.

**Нормальне значення впливаючої величини** – значення впливаючої величини, прийняте за номінальне.

При вимірюваннях багатьох величин, наприклад, нормується нормальне значення температури 20°С або 293К.

На нормальне значення впливаючої величини розраховують основну похибку засобу вимірювань, до нього приводять результати вимірювань, виконаних в різних умовах.

**Нормальна область значень впливаючої величини** – область значень впливаючої величини, в межах якої зміною результату вимірювань під її впливом можна нехтувати у відповідності із встановленими нормами похибки.

Наприклад, нормальна область значень температури в термостаті для нормальних елементів класа точності 0,005 не повинна змінюватися більше, ніж на  $\pm 0,05^{\circ}\text{C}$  від встановленої температури. Якщо встановлено температуру  $20^{\circ}\text{C}$ , це означає, що вона не має виходити за межі від  $19,95$  до  $20,05^{\circ}\text{C}$ .

## ТЕМА 4. ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

### Методичні поради до вивчення теми.

Вивчення цієї теми логічно розпочати з розгляду історичних аспектів виникнення та розвитку одиниць фізичних величин, створення різноманітних систем одиниць, і усвідомлення необхідності створення єдиної міжнародної системи одиниць СІ. Необхідно зосередити увагу на перевагах системи СІ порівняно з попередніми системами, принципах її утворення, а також основних, додаткових та похідних одиницях СІ. Важливе значення має розуміння правил утворення та написання найменувань одиниць СІ, прийнятих правил позначення одиниць СІ, а також поняття розмірності фізичних величин.

### План лекції.

1. Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин.
2. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір.
3. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин.
4. Системи одиниць фізичних величин.
5. Міжнародна система одиниць.
6. Основні одиниці системи СІ.
  - 6.1. Основні переваги системи одиниць СІ.
  - 6.2. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення.
  - 6.3. Кратні і дільні одиниці. Правила їх утворення.
7. Відносні і логарифмічні величини і одиниці.
8. Позасистемні одиниці.
9. Найменування і позначення одиниць фізичних величин.
10. Правила написання найменувань і позначення одиниць.
11. Розмірність фізичних величин.

### 1. Виникнення і розвиток одиниць фізичних величин.

Одиниці фізичних величин почали з'являтися з того моменту, коли у людини виникла необхідність виразити будь-що кількісно. Це могла бути кількість предметів, і в цьому випадку одиницею виступав один предмет. Але далі задача ускладнилася, оскільки виникла необхідність визначити кількість таких об'єктів, які не піддавалися поштучному обліку – рідин, сипучих тіл та інших. З'явилась міра об'єму. Ці міри були одночасно і одиницями об'єму при вимірюваннях. Потреба вимірювання довжини викликала появу мір довжини.

Першими мірами довжини були частини тіла людини: крок, локоть, стопа. Вони були одночасно і одиницями довжини.

Масу речовини визначали по її вазі. Різницю між вагою і масою встановили тоді, коли виявили, що в різних точках земної кулі вага однієї і тієї ж маси неоднакова і залежить від сили земного тяжіння. Однак звичка

ототожнювати масу і вагу, називати масу вагою залишилась і на даний час і є причиною багатьох непорозумінь і похибок.

Окрім кількісного визначення властивостей тіла і речовини виникла необхідність кількісно характеризувати і процеси. Так виникла потреба вимірювати час. Першою одиницею часу була доба – зміна дня і ночі.

На першому етапі свого розвитку одиниці тієї чи іншої величини, як правило, були безпосередньо пов'язані з мірами. Розмір одиниці вимірюваної величини дорівнював розміру величини, який відтворювався мірою.

Другий етап розвитку одиниць був пов'язаний з розвитком науки і прогресом техніки наукового експерименту. Було виявлено, що властивості фізичних об'єктів, які було покладено в основу створення мір, не володіють тим ступенем постійності і відтворюваності, яких потребує наука і техніка. Тому другий етап характеризується відмовою від одиниць величин, відтворюваних природою, і закріпленням їх в речових зразках. Найбільш характерною для переходу від першого етапу до другого є історія створення метричних мір, яка завершилася створенням речових, предметних еталонів одиниці довжини і маси – метра і кілограма.

Третій етап розвитку одиниць фізичних величини був наслідком подальшого бурного розвитку науки і зростання вимог до точності вимірювань. Виявилось, що виготовлені людиною речові еталони фізичних величин не в змозі забезпечити зберігання і передачу цих одиниць з тією точністю, яка стала необхідною. Відкриття нових фізичних явищ, виникнення і розвиток атомної та ядерної фізики дозволили знайти шляхи більш точного і надійного відтворення одиниць ряду фізичних величин.

Відмінність третього етапу – відрив одиниць фізичних величин від міри, від кількісних характеристик властивостей фізичних об'єктів. Одиниці вимірювань залишилися такими, якими вони були встановлені на другому етапі. Характерним прикладом є одиниця довжини – метр. Відкриття можливості точного відтворення довжини з використанням довжини хвилі монохроматичного світла не змінило одиницю довжини. Метр лишився метром, але використання довжини світлової хвилі дозволило підвищити точність його відтворення на один десятичний знак.

## **2. Уніфікація одиниць фізичних величин. Створення метричних мір.**

З основного рівняння вимірювання (2.1) випливає, що числові значення вимірюваних величин залежать від використаних одиниць вимірювання. Якщо здійснювати довільний вибір одиниць, то результати вимірювань буде важко зіставляти. Отже, порушиться єдність вимірювань.

Для забезпечення єдності вимірювань важливе значення має уніфікація одиниць фізичних величин.



Спочатку одиниці фізичних величин вибиралися довільно, без будь-якого зв'язку між собою, що створювало великі труднощі. Значна кількість довільних одиниць однієї величини ускладнювала порівняння результатів вимірювань, виконаних різними спостерігачами.

В кожній країні, а іноді і місті, створювались свої одиниці. Перевід одних одиниць в інші був досить складним і приводив до суттєвого зниження точності результатів вимірювань.

Наприклад, використовувались такі одиниці довжини:

1 аршин = 16 вершкам = 28 дюймам = 0,71120 м

1 дюйм = 25,4 мм

1 сажень = 3 аршинам = 7 фунтам = 2,1336 м

1 верста = 500 саженям = 1,0668 км

По мірі розвитку науки і техніки, а також міжнародних зв'язків труднощі використання результатів вимірювань зростали і гальмували подальший науково-технічний прогрес.

Історично першою системою одиниць фізичних величин була ухвалена 7 квітня 1795 року Національними зборами Франції метрична система мір. До її складу увійшли одиниці довжини, площі, об'єму та ваги, в основу яких було покладено дві одиниці: метр та кілограм.

Було запропоновано вважати одиницею довжини довжину 10-мільйонної частини чверті меридіана Землі, який проходить через Париж. Цю одиницю назвали метром.

За одиницю маси було взято масу  $0,001 \text{ м}^3$  ( $1 \text{ дм}^3$ ) чистої води при температурі її найбільшої густини ( $+4^\circ\text{C}$ ). Цю одиницю назвали кілограмом.

При введенні метричної системи була також прийнята десятична система утворення кратних і дольних одиниць. Десятичність метричної системи є однією з найважливіших її переваг.

Оскільки при більш точних вимірюваннях земного меридіана були отримані різні значення основної одиниці довжини, в 1872 р. Міжнародна комісія по прототипам метричної системи прийняла рішення перейти від одиниць довжини і маси, заснованих на природніх еталонах, до одиниць, заснованих на умовних матеріальних еталонах.

В 1875 р. у Парижі було скликано дипломатичну конференцію, на якій 17 держав, у тому числі і Росія, підписали Метричну конвенцію. У відповідності з цією конвенцією:

1. встановлювались міжнародні прототипи метра і кілограма;
2. створювалось Міжнародне бюро мір і ваг;
3. створювався Міжнародний комітет мір і ваг, який складався з вчених різних країн (18 чоловік), однією з функцій якого було керівництво діяльністю Міжнародного бюро мір і ваг;

4. встановлювалося скликання 1 раз на 6 років Генеральних конференцій з мір і ваг.

Були виготовлені зразки метра і кілограма із сплаву платини і іридію.

### 3. Принципи утворення системи одиниць фізичних величин.

Вперше поняття про систему одиниць фізичних величин ввів німецький вчений К. Гаус. По його методу побудови системи одиниць різних величин спочатку:

1. встановлюють або вибирають довільно декілька основних фізичних величин, незалежних одна від одної;

2. одиниці цих величин називають основними, оскільки вони є основою побудови системи одиниць інших величин;

3. основні одиниці вибирають таким чином, щоб користуючись закономірним зв'язком між величинами, можна було би утворювати одиниці інших величин. Під закономірним зв'язком між величинами мають на увазі можливість математично виразити залежність однієї величини від інших.

4. одиниці, виражені через основні одиниці, називаються похідними.

Повна сукупність основних і похідних одиниць, встановлених таким шляхом, і є **системою одиниць фізичних величин**.

Вибір основних величин і розмірів їх одиниць під час побудови системи одиниць теоретично довільний, але він продиктований певними вимогами практики, а саме:

1. кількість основних величин має бути невеликою;

2. за основні мають бути вибрані величини, одиниці яких легко відтворити з високою точністю;

3. розміри основних одиниць мають бути такі, щоб на практиці значення всіх величин системи виражались ні надто малими, ні надто великими числами;

4. похідні одиниці мають бути когерентні, тобто входити в рівняння, що пов'язують їх з іншими одиницями системи, з коефіцієнтом 1.

Одиниці, які не належать ні до основних, ні до похідних одиниць цієї системи, називаються **додатковими** (радіан - рад; стеррадіан - ср), а одиниці, що не входять в цю систему, є **позасистемними** (літр - л; тонна - т; градус - ° та ін.).

До позасистемних належать також відносні одиниці: відсоток - %; промілле - ‰, мільйонна частка – млн<sup>-1</sup>.

Позасистемними є також логарифмічні одиниці, що визначаються із відношення двох значень величин: бел – Б; децибел – дБ; октава – окт; декада – дек.

Звернемо увагу на три особливості описаного метода утворення системи одиниць величин:

1. Метод утворення системи не пов'язаний з конкретними розмірами основних одиниць. Встановлюються або вибираються величини, одиниці яких повинні стати основою системи. Розміри похідних одиниць залежать від розмірів основних одиниць.

Наприклад, як одну з основних одиниць ми можемо вибрати одиницю довжини, але яку саме не має значення. Це може бути або метр, або аршин, або дюйм, або будь-яка інша довжина. Але похідна одиниця площі, яка визначається як площа квадрата, довжина кожної сторони якого дорівнює вибраній одиниці довжини, буде залежити від того, яка одиниця довжини вибрана в якості основної. Отже це буде квадратний метр, квадратний аршин, квадратний дюйм і так далі.

2. В принципі утворення системи одиниць можливе для будь-яких величин, між якими існує зв'язок, який виражається в математичній формі у вигляді рівняння.

3. Вибір величин, одиниці яких мають стати основними, обмежується міркуваннями раціональності і, в першу чергу, тим, що оптимальним є вибір мінімальної кількості основних одиниць, які дали б змогу утворити максимальну кількість похідних одиниць.

Величини, одиниці яких приймають за основні, і величини, одиниці яких утворюються як похідні, називаються відповідно основними і похідними.

Існує ще одна вимога до системи одиниць: вона повинна бути когерентною.

**Когерентність** (узгодженність) системи одиниць полягає в тому, що у всіх формулах, які визначають похідні одиниці в залежності від основних, коефіцієнт завжди рівний одиниці.

Це дає ряд суттєвих переваг, спрощує утворення одиниць різних величин, а також виконання обрахунків з ними.

Технічні засоби, що використовуються для вимірювання, повинні бути проградуйовані в вибраних одиницях з достатньою точністю. Робиться це шляхом порівняння з більш точним засобом вимірювань, яким звичайно слугує **зразковий засіб вимірювань**, проградуйований в тих же одиницях. **Зразковий засіб вимірювання** порівнюється із **вторинним еталоном**, який, в свою чергу, порівнюється з **державним еталоном**, що відтворює дану одиницю.

Важливою метрологічною вимогою є періодичний контроль незмінності розміру одиниці, яка зберігається як робочим засобом вимірювання, так і державним еталоном.

**Робочий засіб вимірювання** в процесі експлуатації підлягає періодичній повірці, при цьому його покази або дійсні значення (якщо це міра) порівнюються з показами або дійсними значеннями зразкового засобу вимірювання.

В процесі повірки визначають похибки робочого засобу вимірювання, і по їх величині роблять висновок про його придатність до подальшого використання. Якщо похибка засобу вимірювання вийшла за встановлене значення, що свідчить про недопустиму зміну одиниці, його бракують, оскільки таким засобом вимірювання не можна отримати результат необхідної якості.

Одиниці, обов'язкові для застосування в нашій країні, встановлені державним стандартом.

#### 4. Системи одиниць фізичних величин.

Спочатку були утворені системи одиниць, основані на трьох одиницях. Ці системи охоплювали велике коло величин, умовно одержавших назву **механічних**.

Серед всіх цих систем перевага віддається системам, утвореним на одиницях довжини – маси – часу як основних. Однією із систем, побудованих по цій схемі для метричних одиниць, є система метр – кілограм – секунда (МКС).

В наукових працях по фізиці до цього часу застосовується система сантиметр – грам – секунда (СГС), розроблена ще в 1861-1870 рр. Системи МКС і СГС в частині одиниць механічних величин є когерентними.

На протязі деякого часу застосовували так звану **технічну систему одиниць**, побудовану по схемі довжина – сила – час. При застосуванні метричних одиниць основними одиницями цієї системи є метр – кілограм – сила – секунда (МКГСС). Кілограм-сила – це сила, яка надає масі в один кілограм прискорення  $9,80665 \text{ м/с}^2$ .

Зручність цієї системи полягала в тому, що застосування як основної – одиниці сили – спрощувало розрахунки і отримання залежностей для багатьох величин, що застосовуються в техніці. Недолік її полягає в тому, що одиниця маси в ній виявлялася похідною і чисельно рівною 9,81 кг, що порушує метричний принцип десятичності мір.

Другий недолік – подібність найменування одиниці сили – кілограм – сила і метричної одиниці маси – кілограма, що приводить до плутанини.

Третій недолік системи МКГСС – її неузгодженість з електричними одиницями.

Оскільки системи механічних одиниць охоплювали не всі фізичні величини, для окремих галузей науки і техніки системи одиниць розширювались шляхом додавання ще однієї основної одиниці. Так з'явилась система теплових одиниць метр – кілограм – секунда – градус температурної шкали (МКСГ).

Система одиниць для електричних і магнітних вимірювань отримана додаванням одиниці сили струму – ампера (МКСА).

Система світлових одиниць містить як четверту основну одиницю – канделу – одиницю сили світла.

Серйозні труднощі викликає застосування системи СГС для вимірювання електричних і магнітних величин. Всього було утворено сім видів систем одиниць СГС електричних і магнітних величин.

### **5. Міжнародна система одиниць.**

Наявність численних систем одиниць фізичних величин, а також велика кількість позасистемних одиниць, незручності, виникаючі на практиці у зв'язку з перерахунками при переході від одної системи до іншої, викликали необхідність утворення єдиної універсальної системи одиниць, яка б охоплювала всі галузі науки і техніки і була прийнята в міжнародному масштабі.

В 1948 р. на IX Генеральній конференції з мір і ваги було запропоновано прийняти для міжнародних зносин єдину практичну систему одиниць. За основні рекомендувались: метр, кілограм (одиниця маси), секунда і одна з електричних одиниць.

У 1954 році X Генеральна конференція з мір і ваги встановила шість основних одиниць (метр, кілограм, секунда, ампер, градус Кельвіна, свічка) практичної системи одиниць для міжнародних відносин. На цей час членами Метричної конференції стали близько 40 найрозвинутіших держав. Одночасно Міжнародний комітет з мір і ваги створив комісію щодо розробки єдиної Міжнародної системи одиниць. Система одержала назву **Міжнародної системи одиниць**, скорочено СІ (SI — початкові букви французької *Systeme International*).

Після X Генеральної конференції Міжнародний комітет з мір і ваг підготував перелік похідних одиниць нової системи і запропонував назвати її Міжнародною системою одиниць.

В 1960 р. XI Генеральна конференція остаточно прийняла нову систему, надавши їй назву Міжнародна система одиниць (*System International*) із скороченим позначенням „SI”, в українській транскрипції „СІ”.

Міжнародна система одиниць фізичних величин є найбільш досконалою і універсальною серед всіх, що були раніше. Вона охоплює фізичні величини механіки, електродинаміки, термодинаміки і оптики, які пов'язані між собою фізичними законами.

Потреба в єдиній Міжнародній системі одиниць настільки велика, а переваги її настільки переконливі, що за короткий час вона набула широкого міжнародного визнання і поширення.

Організація об'єднаних націй з освіти, науки і культури (ЮНЕСКО) закликала усі країни ухвалити Міжнародну систему одиниць. Сьогодні 115 держав приєдналися до Метричної конвенції, і в більшості країн система СІ визнана чинною законодавчо.

У 1981 році в СРСР уведено в дію стандарт ГОСТ 8.417—81 „Одиниці фізичних величин“, у якому за основу взято Міжнародну систему одиниць, і затверджено до обов'язкового виконання.

Міжнародна організація по стандартизації також прийняла рекомендації щодо переходу на одиниці Міжнародної системи одиниць.

У 1997 році Держстандарт України ухвалив постанову про введення у державі Міжнародної системи одиниць ДСТУ 3651.097 "Метрологія. Одиниці фізичних величин Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні назви, положення та позначення".

## **6. Основні одиниці системи СІ.**

У 1954 році X Генеральна конференція з мір і ваги затвердила основні одиниці Міжнародної системи одиниць, які мають охоплювати всі галузі науки і техніки, бути основою для утворення похідних одиниць, забезпечувати зручність для практичних вимірювань і відтворюватися за допомогою установок і еталонів з найбільшою точністю.

На даний час система СІ складається з семи основних одиниць, двох додаткових і ряду похідних, кількість яких не обмежена.

**Основними одиницями СІ** є метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела, моль (остання одиниця прийнята в 1971 р.).

**Додаткові одиниці СІ:** одиниця плоского кута - **радіан** і одиниця тілесного кута - **стерадіан**, необхідні для утворення похідних одиниць, пов'язаних з кутовими величинами.

Основні одиниці системи СІ зі скороченими позначеннями українськими та латинськими буквами наведені у табл. 4.1.

Визначення основних одиниць відповідно до рішення Генеральної конференції з мір і ваги:

**Метр** — довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за  $1/29979245$  долю секунди;

**Кілограм** — одиниця маси, що дорівнює масі Міжнародного прототипу кілограма;

**Секунда** —  $9192631770$  періодів випромінювання переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133;

**Ампер** — сила незмінного струму, який, проходячи через два паралельних прямолінійних провідники нескінченної довжини і нехтуючи малої площі поперечного перерізу, що розміщені в вакуумі на відстані  $1\text{ м}$  один від одного, утворив би між провідниками силу взаємодії, яка дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}$  на кожний метр довжини;

**Кельвін** - одиниця термодинамічної температури —  $1/273,16$  частина термодинамічної температури потрійної точки води;

Кандела — сила світла в заданому напрямку джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц з енергетичною силою у цьому напрямку  $\frac{1 \text{ Вт}}{683 \text{ ср}}$ .

Моль — кількість речовини, яка містить стільки ж структурних елементів (молекул, атомів, частинок), скільки міститься атомів у вуглеці-12 масою 0,012 кг.

Радіан – кут між двома радіусами кола, дуга між якими дорівнює радіусу.

Стерадіан – тілесний кут з вершиною в центрі сфери, який вирізає на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, яка дорівнює радіусу сфери.

Крім температури Кельвіна (позначення T), допускається вживання також температури Цельсія (позначення t), яка визначається як  $t = T - T_0 = T - 273,15$  і виражається в градусах Цельсія  $^{\circ}\text{C}$ , тоді, коли температура Кельвіна виражається в кельвінах K.

Таблиця 4.1.

#### Основні та додаткові одиниці системи СІ

Величина	Одиниця вимірювання	Скорочені позначення одиниць	
		Українські	Латинські
Довжина	метр	м	М
Маса	кілограм	кг	Kg
Час	секунда	с	S
Сила електричного струму	ампер	A	A
Термодинамічна температура	кельвін	K	K
Сила світла	кандела	кд	Kd
Кількість речовини	моль	моль	Mol
Плоский кут	радiан	рад	Rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	Sr

### 6.1. Основні переваги системи одиниць СІ.

Перевагами Міжнародної системи одиниць СІ слід визначити такі:

1. Універсальність – що забезпечує її використання в науці, техніці і господарстві, тобто охоплення всіх галузей науки і техніки.

2. Уніфікація одиниць для всіх областей і видів вимірювань (механічних, теплових, електричних, магнітних, акустичних, світлових тощо).

Наприклад, замість ряду одиниць роботи і енергії: кгс·м, ерг, кал., Вт·с, Дж та інших, які застосовувались раніше, в СІ передбачена одна системна одиниця джоуль (Дж) як одиниця роботи, енергії, кількості теплоти;

замість декількох одиниць тиску (ат, атм, кгс/м<sup>2</sup>, мм рт. ст., бар, дин/см<sup>2</sup>, Н/м<sup>2</sup>, Торр, Па) введено одну одиницю – паскаль (Па), як універсальну системну одиницю тиску, механічної напруги, модуля пружності.

3. Когерентність (узгодженість) одиниць - всі похідні одиниці в СІ отримують з рівнянь зв'язку між величинами, в яких коефіцієнти дорівнюють одиниці.

4. Використання зручних для практичних вимірювань основних та похідних одиниць;

5. Можливість відтворення одиниці з високою точністю у відповідності з їх визначенням.

6. Спрощений запис рівнянь і формул в фізиці, хімії та інших науках, а також в технічних розрахунках в зв'язку з відсутністю коефіцієнтів перерахунку.

7. Зменшення кількості допускаємих до використання одиниць.

8. Єдина система утворення кратних і дільних одиниць для одиниць, що мають власні найменування.

9. Полегшення процесу навчання.

10. Сприяння розвитку міждержавних науково-технічних та економічних зв'язків.

### 6.2. Похідні одиниці системи СІ. Правила їх утворення.

Крім основних одиниць СІ є велика (близько 160) група похідних одиниць (додаток 1). Похідні одиниці СІ утворюються з основних, додаткових і раніше утворених похідних одиниць СІ за допомогою рівнянь зв'язку між фізичними величинами, в яких числові коефіцієнти дорівнюють 1.

Наприклад, для визначення похідної одиниці швидкості в системі СІ записують рівняння зв'язку між швидкістю  $v$  прямолінійного і рівномірного руху точки, довжиною  $l$  пройденого шляху і часом  $t$  руху точки:

$$v = l / t \quad (4.1)$$



Потім рівняння (4.1) записують у вигляді рівняння одиниць

$$[v] = [l] / [t] \quad (4.2)$$

Замість символів  $l$  і  $t$  підставляють їх одиниці  $1\text{ м}$  і  $1\text{ с}$  і отримують

$$[v] = 1\text{ м} / 1\text{ с} = 1\text{ м/с} \quad (4.3)$$

Це означає, що одиницею швидкості в СІ є метр за секунду.

Ряду похідних одиниць системи СІ надано найменування на честь відомих вчених.

Наприклад, одиниця тиску  $P=F/S$ ;

$$[P] = [F] / [S] = 1\text{ Н} / 1\text{ м}^2 = 1\text{ Н/м}^2 = 1\text{ Па} \quad (4.4)$$

дістала назву паскаль (Па) на честь французького вченого Блеза Паскаля.

Правила утворення похідних одиниць системи СІ викладено в державному стандарті.

### **6.3. Кратні і дольні одиниці. Правила їх утворення.**

Розміри метричних одиниць, у тому числі і одиниць Міжнародної системи (СІ), для багатьох випадків незручні: або дуже великі, або дуже малі. Тому користуються кратними і дольними одиницями, тобто одиницями, в ціле число разів більшими або меншими основної одиниці даної системи.

Одиниця, що в ціле число разів більша за системну або позасистемну, називається кратною одиницею.

Одиниця, що в ціле число разів менша за системну або позасистемну, називається дольною (частковою) одиницею.

Найпрогресивнішим способом утворення кратних та дольних одиниць є прийнята у метричній системі мір десяткова кратність між великими і малими одиницями. Десяткові кратні та дольні одиниці від одиниць СІ утворюються шляхом використання множників та приставок від  $10^{18}$  до  $10^{-24}$ .

В таблиці 4.2 приведено список десяткових множників і відповідних приставок, які використовують на даний час.

Таблиця. 4.2.

Найменування і позначення приставок системи одиниць СІ для утворення десяткових кратних і дільних одиниць та їх множників.

Приставка		Множник	Приклади
Найменування	Позначення		
	Міжна-родне	Українське	
екса	E	Е	$10^{18}$ ексабеккерель – ЕБк
пета	P	П	$10^{15}$ петаджоуль – ПДж
тера	T	Т	$10^{12}$ Терагерц – ТГц
гіга	G	Г	$10^9$ гігават – ГВт
мега	M	М	$10^6$ мегаом – МОм
кіло	k	к	$10^3$ кілометр - км
гекто	h	г	$10^2$ гектолітр - гл
дека	da	да	$10^1$ декалітр - дал
деци	d	д	$10^{-1}$ дециметр - дм
санти	c	с	$10^{-2}$ сантиметр - см
мілі	m	м	$10^{-3}$ мілівольт - мВ
мікро	μ	мк	$10^{-6}$ Мікроампер - мкА
нано	n	н	$10^{-9}$ Наносекунда – нс
піко	p	п	$10^{-12}$ пікафарад - пФ
фемто	f	ф	$10^{-15}$ фемтокулон - фКл
атто	a	а	$10^{-18}$ аттограм – аг
зенто	z	зп	$10^{-21}$ Зентофарада - зпФ
йокто	y	й	$10^{-24}$ йоктограм - йг

При утворенні кратних і дільних одиниць дотримуються певних правил:

1. Позначення приставки пишеться разом з позначенням одиниці, до якої вона приєднується.

2. Приставки можна приєднувати тільки до простих найменувань одиниці, які не містять приставок. Приєднання двох і більше приставок не дозволяється.

Наприклад, замість найменування одиниці „мікромікрофарад” слід використовувати найменування “пікофарад”.

3. Якщо одиниця, до якої вибирається приставка, утворена як добуток або відношення одиниць, приставку приєднують до найменування першої одиниці.

Наприклад, для одиниці паскаль-секунда на метр (Па·с/м) правильно писати: кілопаскаль-секунда на метр (кПа·с/м), неправильно: Па·кс/м.

Для ряду одиниць, отримавших широке поширення, приставка застосовується у другому сомножнику.

Наприклад, Вт/см<sup>2</sup>, А/мм<sup>2</sup>.

4. Якщо одиниці піднесені в степінь, приставку приєднують до найменування вихідної одиниці.

Наприклад, приставку “кіло” для одиниці об’єму (м<sup>3</sup>) приєднують до слова “метр”, в результаті утворюється кратна одиниця: кубічний кілометр (км<sup>3</sup>).

5. Вибір десятичної кратної або дольної одиниці від одиниці СІ або іншої одиниці диктується зручністю її використання.

Наприклад, немає необхідності користуватися одиницею см (10<sup>-2</sup> м), якщо вимірюються розміри в сто разів менші (10<sup>-4</sup> м). В данному випадку більше підійдуть мкм (10<sup>-6</sup> м) або мм (10<sup>-3</sup> м).

На практиці кратні і дольні одиниці вибирають таким чином, щоб числове значення вимірюваної величини знаходилось в межах від 0,1 до 1000. При виборі мм переміщення в 10<sup>-4</sup> м отримує значення 0,1 мм, при виборі мкм – 100 мкм. Отже, обидві одиниці задовольняють прийнятим правилам. Якій одиниці віддати перевагу залежить від діапазона вимірювань, точності відліку показів та інших факторів.

В різних областях вимірювань склалися свої кратні і дольні одиниці, однак державний стандарт містить рекомендації по їх вибору і охоплює понад 100 фізичних величин.

## **7. Відносні і логарифмічні величини і одиниці.**

Широке поширення в науці і техніці мають відносні і логарифмічні величини та їх одиниці, якими характеризують склад і властивості матеріалів, відношення енергетичних і силових величин тощо.

Такими характеристиками є, наприклад, відносне видовження, відносна густина, відносні діелектрична і магнітна проникність, посилення і послаблення потужностей тощо.

Відносна величина уявляє собою безрозмірне відношення фізичної величини до одноіменної фізичної величини, яка приймається за вихідну.

Відносні величини виражаються:

1. в безрозмірних одиницях – коли відношення двох одноіменних величин дорівнює 1.

2. в процентах - коли відношення дорівнює 10<sup>-2</sup>.

3. в промілле – коли відношення дорівнює 10<sup>-3</sup>.

4. в мільйонних долях – коли відношення дорівнює  $10^{-6}$ .

Логарифмічна величина уявляє собою логарифм (десятичний, натуральний, або при основі 2) безрозмірного відношення двох одноіменних фізичних величин.

У вигляді логарифмічних величин виражаються рівні звукового тиску, підсилення, послаблення, частотний інтервал тощо.

Одиницею логарифмічної величини є бел (Б), який визначається наступним відношенням

$$1 \text{ Б} = \lg (P_2/P_1) \quad \text{при } P_2 = 10 P_1, \quad (4.5)$$

де  $P_{1,2}$  - одноіменні енергетичні величини (потужності, енергії, густини енергії тощо).

У випадку, коли береться логарифмічна величина для відношення двох одноіменних “силових” величин – напруги, сили струму, тиску тощо – бел визначається по формулі:

$$1 \text{ Б} = 2 \lg (F_2/F_1) \quad \text{при } F_2 = \sqrt{10} \cdot F_1 \quad (4.6)$$

Дольною одиницею від бела є децибел, рівний 0,1 Б. Так, при відношенні одержаної потужності  $P_2$  до вихідної  $P_1$ , яке дорівнює 10, підсилення буде складати 1Б або 10 дБ; при зміні потужності в 1000 разів підсилення буде 3 Б або 30 дБ.

## 8. Позасистемні одиниці.

**Позасистемними** називаються ті одиниці фізичних величин, які не входять в систему одиниць ні як основні, ні як похідні. Кратні і дольні одиниці також розглядаються як позасистемні.

По відношенню до одиниць системи СІ всі позасистемні одиниці поділяються на три групи:

1. одиниці, що допускаються до використання на рівні з одиницями системи СІ (додаток 2);
2. одиниці, що тимчасово допускаються до використання;
3. одиниці, що підлягають вилученню із використання.

Перша група – позасистемні одиниці, відмова від використання яких не має сенсу. До них належать кратні і дольні одиниці, а також одиниці, що характеризують відношення двох одноіменних фізичних величин: процент (%), бел (Б), децибел (дБ).

Вони поділяються на два види:

1. одиниці, поширені на рівні з одиницями системи СІ та в сполученні з ними (тонна - одиниця маси; хвилина, година – одиниця часу;

градус, хвилина, секунда – кутові одиниці; літр – одиниця об'єму; градус Цельсія – одиниця температури тощо).

2. одиниці, поширені в спеціальних областях науки і техніки (світловий рік, парсек – одиниця довжини; діоптрія – одиниця сили світла; гектар – одиниця площі; еВ – одиниця енергії тощо).

Друга група – позасистемні одиниці різного походження, які підлягають поступовому вилученню у відповідності з рішеннями міжнародних організацій. Це такі одиниці як морська міля (1852 м), карат ( $2 \cdot 10^{-4}$  кг), вузол (0,514 м/с), бар ( $10^5$  Па) тощо.

Третя група – позасистемні одиниці, які підлягають вилученню із використання і розглядаються як недопустимі до використання. Вилученню підлягають 40 позасистемних одиниць біля 30 фізичних величин, які замінено одиницями СІ або взагалі відмінено. Це такі одиниці, як ангстрем (Å), мікрон ( $10^{-6}$  м), центнер (100 кг), оборот ( $2\pi$  рад), діна ( $10^{-5}$  Н), кілограм-сила (9.8 Н), ерг ( $10^{-7}$  Дж), калорія (4,187 Дж), максвел ( $10^{-8}$  Вб) - одиниця магнітного потоку; гаус ( $10^{-4}$  Тл)-одиниця магнітної індукції.

## 9. Найменування і позначення одиниць фізичних величин.

**I.** Основні і деякі похідні одиниці системи СІ, а також чимало позасистемних мають найменування. Найменування похідних одиниць, які власних найменувань не мають, є складними і утворюються від найменувань основних, додаткових і тих похідних одиниць, які мають власні найменування, за визначеними правилами.

В найменуванні одиниць можна виділити декілька типів.

1. В першу чергу це найменування, які лаконічно відображають фізичну сутність величини.

Наприклад, метр (міра), кандела (свіча), діна (сила), калорія (від слова теплота) тощо. Такі найменування найбільш зручні.

2. Далі йдуть найменування похідних одиниць, утворених в точній відповідності з фізичними законами.

Наприклад, джоуль на кілограм-кельвін [ $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ] - одиниця питомої теплоємності; кілограм-метр в квадраті за секунду ( $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ )-одиниця моменту кількості руху, тощо. Такі одиниці записуються у вигляді скорочених позначень, причому назву одиниць, утворену від добутку інших записують через дефіс. Важливо вміти правильно читати такі позначення.

У назві одиниці, утвореної діленням однієї одиниці на іншу, спочатку пишуть найменування одиниці чисельника, а потім - найменування одиниці знаменника з прийменником "на". Наприклад, ампер на квадратний метр.

Проте, похідні одиниці, що визначають швидкість протікання процесу, пишуть з прийменником "за". Наприклад, метр за секунду.

3. Громіздкість найменувань похідних одиниць привела до того, що було прийнято рішення привласнювати таким одиницям найменування по

призвищам видатних вчених. Вибір обумовлювався тим, що вчений вніс великий вклад у вивчення даної фізичної величини.

Наприклад, кельвін, ампер, вольт, ватт, герц тощо.

4. Найменування деяких одиниць пов'язані з градуіровкою шкали. До таких одиниць відноситься температурний градус, кутовий градус(хвилина, секунда), мм рт. ст.

5. Найменування деяких одиниць є абрєвіатурами, тобто скороченнями по початковим літерам.

Наприклад, одиниця реактивної потужності називається “вар” від перших букв слів вольт-ампер реактивний. Одиниця еквівалентної дози опромінення називається “бер” від перших букв слів біологічний еквівалент рада.

**II.** На основі вихідних одиниць за допомогою префіксів (табл.4.2) утворюють десяткові дільні та кратні одиниці за такими правилами:

1. У назві дозволено використовувати тільки один префікс.

2. Префікси "гекто", "дека", "деци", "санти" дозволено застосовувати тільки у найменуваннях кратних і часткових одиниць, які вже отримали широке застосування (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр).

3. Найменування префіксів і їхнє позначення пишуть разом з найменуванням одиниць або їхніми позначеннями, до яких префікси належать.

4. У найменуванні, яке відповідає добутковій одиниць, префікс приєднують до найменування першої одиниці добутку.

5. Найменування, утворене відношенням одиниць, має префікс, приєднаний до першої одиниці чисельника.

6. Найменування кратних і часткових одиниць від одиниці, піднесеної до степеня, необхідно утворювати приєднанням префіксів до найменування вихідної одиниці.

7. При складному найменуванні одиниці, утвореної шляхом сполучення одиниць з кратною або частковою одиницею довжини, площі чи об'єму, можна застосовувати префікси у другому та наступних множниках чисельника або у знаменнику. Наприклад, ампер-квадратний сантиметр, ват на квадратний метр.

8. При утворенні найменування кратної або частинної одиниці маси у системі СІ префікс приєднують до найменування "грам". Наприклад, мегаграм, а не кілокілограм.

9. З метою позначення одиниць фізичних величин (табл. 4.2) застосовують букви або спеціальні символи (...°, ...!',...", %,  $\frac{\%}{\text{оо}}$ ,  $\frac{\%}{\text{ооо}}$ , °С).

Для використання одиниць на практиці слід користуватися таблицями, приведеними у відповідних стандартах, і таблицями, які приводяться в довідниках.

## 10. Правила написання найменувань і позначення одиниць.

Для позначення одиниць після числового виразу застосовують скорочені позначення одиниць. Ці скорочення складаються з однієї, двох або трьох перших букв найменування одиниці. Позначення похідних одиниць складаються з позначень інших одиниць за формулою їх утворення.

Слід пам'ятати:

1. Скорочені позначення одиниць необхідно вживати тільки після числових значень величини і розташовувати в рядок з ними без перенесення у наступний рядок;

2. Скорочені позначення одиниць друкують прямим шрифтом малими буквами, крім одиниць, названих на честь вчених, які пишуть з великої букви. Наприклад, ампер-А; кулон-Кл; ньютон-Н; джоуль-Дж, тощо.

3. Користуватися скороченими позначеннями в тексті не можна. Найменування одиниць, включаючи спеціальні найменування в честь видатних вчених, пишуть з малої букви: наприклад, один ампер (1А).

4. В позначеннях одиниць крапка як знак скорочення не застосовується, за виключенням таких скорочень як мм рт. ст., л.с.

5. Скорочені позначення одиниць, які утворюють добуток, розділяють крапкою на середній лінії строки (Па·с, Ом·м, А·м<sup>2</sup>, Н·с/м<sup>2</sup>).

6. Для відношення одиниць в скорочених позначеннях використовують тільки одну косу або горизонтальну риску. Наприклад: м/с, кг/м<sup>3</sup>.

Застосовувати косу або горизонтальну риску заборонено, якщо у відношенні є позначення у вигляді від'ємного степеня (с<sup>-1</sup>, м<sup>-1</sup>, К<sup>-1</sup> тощо).

7. При застосуванні косої риски позначення одиниць у чисельнику та знаменнику розташовують у рядок, добуток позначень одиниць у знаменнику беруть у дужки. Наприклад, Дж/(кг·м), Вт/(м·К), Дж/(кг·°С).

8. Дозволяється представлення одиниці у вигляді добутку позначень одиниць підведених в додатні або від'ємні степені.

Наприклад: Вт/м<sup>2</sup>·К = Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>; м/с = м·с<sup>-1</sup>.

9. Якщо записують декілька числових значень фізичної величини, то позначення одиниці ставлять після останньої цифри, наприклад, від 10 до 50 кг; 3, 5, 8 кг.

10. Під час запису інтервальних значень величини ці значення беруть у дужки, після яких проставляють позначення одиниці, або після числового значення величини і після її максимального відхилення. Наприклад, (20 ± 5)°С; 20°С ± 5°С (однак не 20 ± 5°С).

11. В розрахунках при повторенні знака рівності приводять позначення одиниці тільки в кінцевому результаті.

Наприклад: 1 ккал/г = 4,1863·10<sup>3</sup>/3600 = 1,163 Вт.

## 11. Розмірність фізичних величин.

Кожна з основних величин має своє "ім'я" - якісну відміну величини від інших, яку називають **розмірністю** і позначають відповідною великою латинською літерою. Наприклад, розмірність часу -  $T$ , маси -  $M$ , довжини -  $L$ . Замість запису "розмірність фізичної величини  $A$ " вживають скорочення  $\dim A$  (dimension в перекладі з латинської мови - розмірність). Отже,  $\dim l = L$ ;  $\dim m = M$ ;  $\dim t = T$ . Символьне позначення одиниці фізичної величини прийнято записувати у квадратних дужках. Наприклад, одиниця часу -  $[t]$ , маси -  $[m]$  тощо. Отже, замість виразу "одиниця довжини - 1 м" маємо запис  $[l] = 1\text{м}$ .

Визначення основних одиниць вимірювання дає змогу встановлювати похідні одиниці, використовуючи зв'язки і залежності між фізичними величинами у вигляді математичних співвідношень. Ці співвідношення називають **визначальними або дефінітивними рівняннями**. Останні можуть відображати закони природи:  $F = m \cdot a$  (2-й закон Ньютона),  $U = I \cdot R$  (закон Ома для ділянки кола), або бути визначеннями одних фізичних величин через інші (наприклад, густина  $\rho = \frac{m}{V}$ , де  $m$  - маса,  $V$  - об'єм),  $v = l/t$ ;  $P = F/S$  тощо.

Розмірності похідних величин встановлюють з використанням дефінітивних рівнянь. Будь-яке з цих рівнянь можна перетворити так, що у лівій його частині буде знаходитися величина, для якої необхідно визначити похідну одиницю, а в правій - величини, одиниці яких є основними у вибраній системі одиниць. В залежності від встановленого співвідношення величини, що знаходяться в правій частині рівняння, мають бути записані з тим чи іншим показником степені. В загальному вигляді сказане може бути представлене наступним рівнянням:

$$Z = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\epsilon Q^\eta J^\lambda N^\tau \quad (4.7)$$

де  $Z$  - фізична величина, для якої визначається похідна одиниця;  
 $L, M, T, I, Q, J, N$  - фізичні величини, одиниці вимірювання яких прийняти за основні;  
 $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon, \eta, \lambda, \tau$  - показники степені, в якій дана величина входить в рівняння.

Кожен з показників степені може бути додатнім або від'ємним цілим або дробовим числом або нулем.

Вираз (4.7) називається розмірністю фізичної величини.

Слід дуже чітко розуміти різницю між **розміром і розмірністю**.

**Розмірність** дає уявлення про вид, про природу величини, про співвідношення деякої величини з іншими, одиниці яких ми приймаємо за основні, тобто є **якісною характеристикою**.



**Розмір** визначає кількісний зміст речовини або одиниці, тобто є їх **кількісною характеристикою**.

В принципі вираз (4.7) може бути застосований для будь-якої системи одиниць. Кількість фізичних величин може бути довільною (і 3, і 5, і 6 і більше і менше).

В нашому випадку символи, використані в (4.7), співпадають з символами величин, одиниці яких є основними в СІ, а саме: L – довжина; M – маса; T – час; I – сила струму; Q – температура; J – сила світла, N – кількість речовини.

Тим не менше рівняння (4.7) визначає розмірності в будь-якій системі, в тому числі і в СІ. Тільки тоді, коли ми кожній з величин надамо певний розмір, тобто конкретні одиниці, вираз (4.7) є формулою визначення розміру похідних одиниць Z.

Ця формула придатна і в випадку, якщо прийняти за одиницю довжини - дюйм, за одиницю маси - фунт, за одиницю температури – градус Фаренгейта тощо. Розмірність Z не зміниться, зміниться тільки її розмір.

Наведемо приклади розмірності похідних одиниць системи СІ:

Для одиниці площі  $\dim S = L^2 M^0 T^0 I^0 Q^0 J^0 = L^2$

Для одиниці швидкості  $\dim v = LT^{-1}$ .

Для одиниці прискорення  $\dim a = LT^{-2}$ .

Для одиниці потужності  $\dim p = L^2 MT^{-3}$ .

Розмірності визначають зв'язки між фізичними величинами, але вони не визначають характер величини. Є ряд величин, розмірності похідних одиниць яких співпадають, хоча по своїй природі ці величини різні.

Наприклад, розмірності роботи (енергії) і моменту сили однакові і виражаються як  $L^2 MT^{-2}$ .

Поняття розмірності дає велику користь при перевірці складних виразів. Отримавши те чи інше рівняння залежності між фізичними величинами, в першу чергу визначають розмірності лівої і правої частин рівняння. Їх розмірності мають бути однакові. Якщо вони не однакові, то в процесі отримання було зроблено помилку або в рівнянні не врахований розмірний коефіцієнт.

## ТЕМА 5. СИСТЕМА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЄДНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ

### Методичні поради до вивчення теми.

Для того, щоб результати вимірювань однієї і тієї ж величини, виконаних в різних місцях, в різний час могли бути співставлені і порівняні, необхідно щоб результати виражалися в однакових узаконених одиницях, тобто щоб виконувалась єдність вимірювань. Тому розуміння змісту поняття "єдність вимірювань" є надзвичайно важливим для всіх, хто займається вимірюваннями. При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу на засоби, за допомогою яких забезпечується єдність вимірювань, а саме на еталони та їх класифікацію, а також добре усвідомити процес відтворення, зберігання та передачі розмірів одиниць вимірювань. А для цього потрібно зрозуміти, що всі засоби вимірювань за метрологічним призначенням поділяються на зразкові і робочі.

Необхідно звернути увагу на механізм здійснення державного метрологічного нагляду, види повірок, їх зміст та завдання.

### План лекції.

- 1.Єдність вимірювань.
2. Загальні поняття про еталони.
3. Класифікація еталонів.
4. Зразкові і робочі засоби вимірювань.
5. Державний метрологічний нагляд.

### 1.Єдність вимірювань.

У відповідності з державним стандартом під єдністю вимірювань розуміють такий стан вимірювань, при якому їх результати виражаються в узаконених одиницях і похибки вимірювань відомі із заданою імовірністю.

Для забезпечення єдності вимірювань необхідна тотожність (подібність) одиниць, в яких були б проградуйовані всі засоби вимірювань однієї і тієї ж фізичної величини.

Єдність вимірювань досягається шляхом точного відтворення та збереження встановлених одиниць фізичних величин і передачі їх розмірів засобам вимірювань.

Інакше кажучи, найважливішою умовою забезпечення єдності вимірювань є застосування однакових по розміру "метрів", "кілограмів", "секунд" та інших одиниць. Але і це ще не все. Часто, використовуючи однакові по розміру одиниці і виконуючи ретельні вимірювання в різних місцях, неможливо досягти їх єдності. Необхідна ще єдина уніфікована методика вимірювань, яка встановлює єдиний метод, однакову кількість вимірювань, єдині вимоги до умов вимірювань, до кваліфікації оператора тощо.

З урахуванням сказаного можна дати слідуєче визначення поняття “єдність вимірювань”.

Єдність вимірювань – це характеристика якості вимірювань, яка полягає в тому, що результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, розміри яких у встановлених межах дорівнюють розмірам відтворених одиниць, а похибки результатів вимірювань відомі з заданою імовірністю і не виходять за встановлені межі.

З цього визначення випливає, що поняття “єдність вимірювань” є достатньо містким.

Відтворення, збереження та передача розмірів одиниць проводиться за допомогою еталонів та зразкових засобів вимірювань. Вищою ланкою у метрологічному забезпеченні передачі розмірів одиниць вимірювання фізичних величин є еталони.

Створення державних еталонів, які відтворюють одиниці з найвищою точністю, і розробка методів передачі розмірів одиниць з встановленою точністю є запорукою рівності розмірів одиниць при використанні робочих засобів вимірювань. Відповідність розмірів одиниць, відтворених державними еталонами, міжнародним еталонам – основа єдності вимірювань на міжнародному рівні.

Із міркувань єдності вимірювань розробляють загальні вимоги до засобів вимірювань (по точності, діапазону вимірювань). Таким чином, єдність вимірювань тісно пов’язана з потрібною точністю вимірювань.

Забезпечення єдності вимірювань – це діяльність метрологічних та інших служб, спрямована на досягнення єдності вимірювань при потрібній народному господарству точності.

Наприклад, з метою забезпечення єдності вимірювань в країні створено метрологічні служби, діяльність яких в цьому напрямку регламентується стандартами і іншими нормативно-технічними документами державної системи забезпечення єдності вимірювань.

Метрологічне забезпечення – діяльність метрологічних та інших служб, спрямована на створення в країні необхідних еталонів, зразкових і робочих засобів вимірювань, розробку і встановлення метрологічних правил і норм, виконання ряду інших метрологічних робіт, необхідних для забезпечення потрібної якості вимірювань на робочому місці, на підприємстві, в міністерстві, в народному господарстві.

## **2. Загальні поняття про еталони.**

Розміри одиниць відтворюються, зберігаються і передаються за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювань.

Вищою ланкою в метрологічному ланцюгу передачі розмірів одиниць вимірювань є **еталони**.

**Еталони** – особливий клас засобів вимірювань вищої точності, за допомогою яких відтворюється і зберігається одиниця фізичної величини з

метою передачі розміра одиниці зразковим, а через них робочим засобам вимірювань.

**Еталон одиниці фізичної величини** – засіб вимірювальної техніки (комплекс засобів вимірювань), призначений для відтворення і зберігання одиниці фізичної величини з метою передачі розміру одиниці іншим засобам вимірювань, що стоять нижче за повірочною схемою, і офіційно затверджений в якості еталона у встановленому порядку.

Всі основні одиниці фізичних величин відтворюються з найвищою точністю за допомогою міжнародних еталонів відповідних одиниць і зберігаються у Міжнародному бюро мір та ваги у спеціальних лабораторіях у м. Севра поблизу Парижа. Програмою діяльності Міжнародного бюро мір та ваги передбачені систематичні міжнародні зіставлення національних еталонів великих метрологічних лабораторій різних держав з міжнародними еталонами та між собою.

Еталони метра та кілограма зв'язуються раз на 25 років, електричні та світлові еталони (ампера, вольта, ома, кандели та інші) — раз на 3 роки. Проводяться також епізодичні міжнародні зв'язання еталонів джерел іонізаційного випромінювання, платинових ламп та ін.

Основне призначення еталонів — бути матеріальною базою для відтворення та збереження одиниць фізичних величин.

### 3. Класифікація еталонів.

Відповідно до поділу фізичних величин міжнародної системи одиниць розрізняють еталони **одиниць основних та похідних величин** (наприклад, еталон одиниці тиску, еталон одиниці електричного опору та інші), а за точністю їх відтворення та призначенням - **первинні і вторинні**.

**Первинним** називається еталон, за допомогою якого відтворюється одиниця фізичної величини з найвищою точністю відповідно у світі й державі. За точністю відтворення одиниці він є найточнішим. Первинні еталони одиниць основних фізичних величин відтворюють одиниці відповідно до їхнього визначення, прийнятого Міжнародною конференцією з мір та ваги.

Прикладом первинного еталону є комплекс засобів вимірювань для відтворення метра в довжинах світлових хвиль випромінювання криптона – 86 (ізоотоп криптона).

Для відтворення одиниць в особливих умовах, в яких пряма передача розміру одиниці від еталонів технічно неможлива із заданою точністю (високий тиск, температура, частота та ін.), розробляються та затверджуються **спеціальні еталони**, які є різновидом первинних еталонів.

Первинні та спеціальні еталони офіційно затверджуються для держави як первинні і називаються **державними еталонами**.

Еталони, що належать до певної групи країн, називаються **міжнародними**.

Державні еталони затверджуються держстандартом, і на кожний з них ухвалюється державний стандарт.

Державні еталони зберігаються у метрологічних інститутах або центрах держави, а для проведення робіт з ними призначаються відповідальні вчені, зберігачі еталонів.

Отже, державні еталони бувають двох видів:

1. первинні;
2. спеціальні.

В метрологічній практиці широко використовують **вторинні еталони**, значення яких встановлюється за первинними еталонами.

**Вторинні еталони** є частиною сукупності підпорядкованих засобів зберігання одиниць і передачі їх розміра.

Прикладом вторинного еталону є еталон-копія одиниці маси - кілограма у вигляді платино-іридієвої гіри №26 і робочий еталон кілограма, виготовлений з нержавіючої сталі.

За своїм метрологічним призначенням **вторинні еталони** поділяються на:

1. еталони-копії;
2. еталони передавання (порівняння);
3. еталони-свідки;
4. робочі еталони.

**Еталон - копія** є вторинним еталоном, призначеним для зберігання одиниці і передачі її розміру робочим еталонам. Він не завжди є фізичною копією державного еталону.

**Еталон передавання (порівняння)** – вторинний еталон, який використовується для зіставлення еталонів, що по фізичним причинам не можуть бути безпосередньо зіставленні один з одним.

Приклад: група нормальних елементів, яка використовується для зіставлення державного еталона вольт з еталоном вольт Міжнародного бюро мір та ваги.

**Еталон-свідок** - вторинний еталон, призначений для перевірки державного еталона і для заміни його у випадку пошкодження або втрати. Еталон - свідок має найвищу серед вторинних еталонів точність і використовується лише тоді, коли державний еталон не відтворюється.

**Робочий еталон** – вторинний еталон, призначений для зберігання одиниці і передачі її розміру зразковим засобам вимірювальної техніки, а в окремих випадках – робочим засобам вимірювальної техніки найвищої точності.

**Державні еталони** завжди здійснюються у вигляді комплексу засобів вимірювань та допоміжних пристроїв, що забезпечують відтворення одиниці фізичної величини, її зберігання, а також передачу розміру одиниці вторинним еталонам.

**Вторинні еталони** можуть здійснюватись у вигляді:

1. комплексу засобів вимірювань;
2. поодиноких еталонів;
3. групових еталонів;
4. еталонних наборів.

**Поодинокий еталон** складається з одного вимірювального засобу (міри або одного вимірювального приладу, або однієї вимірювальної установки), який забезпечує відтворення та зберігання одиниці самостійно без участі інших засобів вимірювання того ж типу.

Приклади: вторинний еталон одиниці маси - кілограма у вигляді платино-іридієвої і сталевий гирі.

**Груповий еталон** складається із сукупності однотипних засобів вимірювань (мір, вимірювальних приладів або інших засобів вимірювань), які використовуються як одне ціле для підвищення надійності зберігання одиниці.

Приклад: еталон-копія вольт, що уявляє собою групу із 20 нормальних елементів.

Групові еталони бувають постійного і змінного складу. В групові еталони змінного складу входять міри і вимірювальні прилади, які періодично замінюються новими.

**Еталонний набір** уявляє собою еталон у вигляді набору мір або набору вимірювальних приладів, які дозволяють зберігати одиницю або вимірювати величину між певними межами, в яких окремі міри або вимірювальні прилади набору призначені для різних значень або різних областей значень вимірюваної величини.

Приклад: робочий еталон одиниці густини рідини, у вигляді набору денсиметрів, слугуючих для визначення густини рідини на різних ділянках діапазону.

Еталонні набори можуть бути постійного і змінного складу.

Вторинні еталони (робочі) використовуються у метрологічних інститутах, метрологічних територіальних органах Держстандарту України, а з дозволу Держстандарту України допускається їх зберігання та використання в органах відомчої метрологічної служби.

#### **4. Зразкові і робочі засоби вимірювань.**

По метрологічному призначенню засоби вимірювань поділяються на **зразкові і робочі**.

Передавання розмірів одиниць фізичних величин від еталонів робочим засобам вимірювань проводиться за допомогою **зразкових засобів вимірювальної техніки**, точність яких значно вища, ніж робочих засобів.

**Зразкові засоби вимірювань** — це затверджені в установленому порядку міри, вимірювальні прилади або ж вимірювальні перетворювачі, які призначені для перевірки та градування за ними інших засобів

вимірювальної техніки як робочих, так і зразкових менш високої точності. Це задача чисто метрологічного характеру.

**Зразковим засобом вимірювальної техніки (засобом вимірювань)** називається засіб, який використовується для перевірки інших засобів вимірювальної техніки і затверджений як зразковий.

На зразкові засоби вимірювань видаються свідоцтва з вказаними метрологічними характеристиками та розрядом за повірочною схемою.

Зразковими можуть бути тільки ті засоби вимірювальної техніки, які своєчасно пройшли метрологічну атестацію і визнані придатними для використання їх як зразкові.

За точністю зразкові засоби поділяються на чотири розряди, а засоби, які відповідають найвищому ступеню повірочної схеми, називаються **вихідними зразковими засобами вимірювань**.

Процес передачі розміру одиниць від зразкового засобу вимірювань найвищої точності робочим і зразковим засобом вимірювань меншої точності уявляє собою перевірку засобів вимірювань. Тому всі зразкові засоби вимірювань є засобами перевірки.

Передача розміру одиниці фізичної величини від первинного еталона до робочих засобів вимірювальної техніки здійснюється за схемою, наведеною на рис.5.1.

Передача розмірів одиниць фізичних величин відбувається в такій послідовності:

1. від первинних еталонів – робочим еталонам;
2. від робочих еталонів – розрядним зразковим засобам вимірювань;
3. від зразкових засобів вимірювань – робочим засобам вимірювань

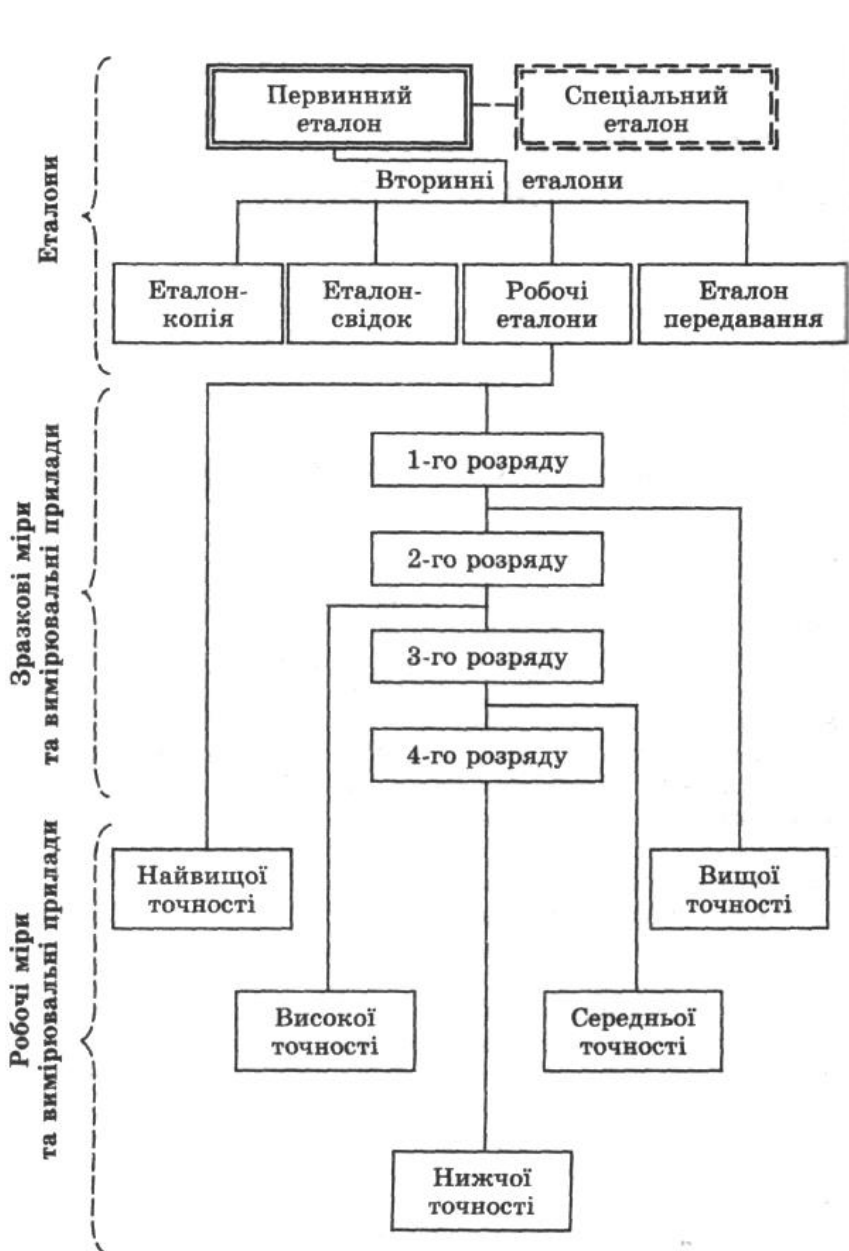


Рис. 5.1 Метрологічна послідовність передачі розмірів одиниць фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювальної техніки.

Для забезпечення правильної передачі розміру одиниць фізичних величин в усіх ланках метрологічного ланцюга (від еталонів до зразкових засобів, а від них до робочих) повинні дотримуватися певного порядку та послідовності. Цей порядок забезпечується за допомогою повірочних схем.

**Повірочна схема** — нормативний документ, що регламентує метрологічну підпорядкованість засобів вимірювальної техніки, які



використовуються для передавання розміру одиниці фізичної величини від еталона або вихідного зразкового засобу вимірювальної техніки до інших засобів вимірювальної техніки із встановленням методів та похибок передавання.

Повірочна схема — це вихідний документ, який встановлює метрологічну підпорядкованість еталонів, зразкових засобів вимірювальної техніки та порядок передавання розміру одиниці фізичної величини зразковим і робочим засобам вимірювань. Вихідні положення та основи відомості про повірочні схеми наведені у державному стандарті "Державна система забезпечення єдності вимірювань. Повірочні схеми (основні положення)".

**Робочі засоби вимірювань** застосовуються для вимірювань, які слугують конкретній меті в різноманітній діяльності людини.

Сутність поділу засобів вимірювань на зразкові і робочі полягає не в конструкції і не в точності, а в їх **призначенні**.

Один і той же засіб вимірювань може бути призначений для практичних вимірювань як робочий засіб вимірювань, і як зразковий засіб вимірювань.

До зразкових засобів вимірювань ставляться більш високі вимоги у відношенні відтворюваності показів, ніж до аналогічних робочих засобів вимірювань.

Заборона використовувати зразкові засоби вимірювань для практичних вимірювань є одним з найважливіших правил метрології.

## **5. Державний метрологічний нагляд.**

Державний метрологічний нагляд - це діяльність спеціально уповноважених органів державної метрологічної служби з метою перевірки дотримання метрологічних норм та правил. Аналогічна діяльність на підприємствах (організаціях) здійснюється акредитованими метрологічними службами цих підприємств.

Система метрологічного нагляду - це комплекс правил, положень і вимог технічного, економічного і правового характеру, що визначають організацію і порядок здійснення робіт з повірки, метрологічної ревізії та експертизи засобів вимірювальної техніки.

Повірку засобів вимірювальної техніки здійснюють для визначення похибок цих засобів та встановлення їх придатності для застосування за призначенням. Державна повірка здійснюється органами державної метрологічної служби (або за їх дорученням) засобів вимірювальної техніки, які використовуються в сферах, що підлягають державному метрологічному нагляду. Повірка ЗВТ, що не підлягають державній повірці, здійснюється акредитованими метрологічними службами підприємств.

Передбачено **первинну, періодичну, позачергову, інспекційну та експертну повірки.**

**Первинна** повірка засобів вимірювальної техніки проводиться при їх випуску із виробництва або після ремонту, а також при імпорті партіями.

**Періодичній** повірці підлягають засоби вимірювальної техніки, що знаходяться в експлуатації через відповідні проміжки часу, міжповірочні інтервали, що встановлюються з розрахунком забезпечення справності засобів вимірювань на період між повірками.

**Позачергова** повірка проводиться при пошкодженні клейма чи пломби, втрат документів про періодичну повірку, при введенні в експлуатацію засобів вимірювань, що імпортуються, а також в інших випадках, коли необхідно впевнитися у справності засобів вимірювань.

**Експертна** повірка виконується у випадку виникнення спірних питань стосовно метрологічних характеристик, придатності та правильності використання ЗВТ.

**Інспекційна** повірка проводиться при метрологічній ревізії, яку виконують, здійснюючи державний нагляд. Метрологічна ревізія засобів вимірювань здійснюється на підприємствах, що їх виготовляють, ремонтують чи експлуатують, і в організаціях, що їх зберігають та продають.

**Мета ревізії** - удосконалення парку засобів вимірювань і підвищення ефективності метрологічного забезпечення виробництва. Під час ревізії контролюють наявність і правильність технічної документації на засоби вимірювань і на контрольні - вимірювальні операції, технічний рівень і правильність експлуатації, якість засобів вимірювань тощо. На підставі результатів метрологічної ревізії органи метрологічної служби вживають заходів щодо усунення виявлених недоліків, вносять пропозиції удосконалення метрологічного забезпечення.

Метрологічна експертиза здійснюється при виникненні спірних питань щодо оцінки стану засобів вимірювань, методів і засобів повірки та правильності їх застосування.

Основні правила повірки засобів вимірювань такі. Всі засоби вимірювань підлягають обов'язковій державній чи відомчій перевірці. Винятком є індикатори, які призначені для спостережень за зміною фізичних величин без оцінки їх значень з нормованою точністю, а також навчальні засоби вимірювань.

Повірку засобів вимірювань можуть проводити тільки органи метрологічної служби, що мають відповідний на це дозвіл. Такий дозвіл видається їм, якщо вони мають умови, необхідні для забезпечення належної якості повірки, - засоби, кадри, нормативні документи, приміщення. До виконання повірки засобів вимірювань допускаються особи, які пройшли спеціальне навчання і здали екзамени у навчальних закладах

Держстандарту. Державну повірку можуть виконувати тільки особи, які мають кваліфікацію державного верифікатора.

Основні операції повірки засобів вимірювальної техніки полягають у визначенні їх похибок та встановлення їх придатності до застосування. Перелік характеристик і вимог, які контролюються при перевірці, регламентується нормативно-технічними документами на засоби вимірювання, зокрема технічними умовами.

Результати повірки оформляють протоколом, в який вносять формальні дані (назва, тип, завод-виробник, рік випуску, номер) і номінальні характеристики засобу вимірювань, а також умови проведення повірки (температура, тиск, вологість), результати вимірювань при перевірці, висновки про придатність чи непридатність засобу вимірювань для застосування його за призначенням. Засоби вимірювань, які не задовольняють вимоги технічних умов, хоча би за однією з ознак, що підлягають контролю, визнаються непридатними для застосування.

## ТЕМА 6. ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН.

### Методичні поради до вивчення теми.

Тема надзвичайно важлива, оскільки стосується похибок, що неминуче виникають при виконанні будь-яких вимірювань. Це, в свою чергу, впливає на точність вимірювань, а отже і на достовірність отриманих результатів. В зв'язку з цим слід зосередити особливу увагу на класифікації похибок вимірювань, зокрема за характером прояву та за способом представлення. Треба усвідомлювати, що є систематичні похибки, які можна попередити, усунути або оцінити, і врахувати в кінцевому результаті вимірювань. А є похибки випадкові, причини виникнення яких неможливо передбачити, і які неможливо усунути з результатів вимірювань. Але можна зменшити їх вплив на кінцевий результат шляхом відповідної обробки результатів вимірювань. Матеріал цієї теми присвячений, головним чином, розгляду систематичних похибок. Отже, при вивченні цієї теми слід з'ясувати види систематичних похибок, характер їх прояву в результатах вимірювань і розібратися в сутності існуючих методів виключення систематичних похибок.

### План лекції.

1. Загальні поняття про похибки вимірювань.
2. Точність вимірювання.
3. Вірогідність результату вимірювань.
4. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика.
5. Характеристики результатів вимірювань.
6. Види систематичних похибок.
7. Характер прояву систематичних похибок.
8. Виключення систематичних похибок.
  - 8.1. Усунення джерел похибок до початку вимірювання.
  - 8.2. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання.
  - 8.3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання.
  - 8.4. Оцінка границь систематичних похибок.

### 1. Загальні поняття про похибки вимірювань.

На даний час вимірювання є неодмінною складовою частиною будь-якого процесу в діяльності людини від дуже складного до дуже простого. Вимірювання самі по собі є процесом, завершальним етапом якого є “результат вимірювання”.

Поняття “результат вимірювання” не має однозначного визначення. Одні вважають, що “результат вимірювання” – це значення величини плюс оцінка похибки вимірювання, інші вважають, що результат вимірювання - це значення величини, знайдене шляхом її вимірювання. Останнє положення закріплено Державним стандартом.

Отже, **результат вимірювання фізичної величини** – це значення фізичної величини, отримане шляхом її вимірювання.

Наприклад, оператор зняв покази амперметра – 100 А, тобто виконав відлік. Цей відлік і є результатом вимірювання  $R$ , тобто  $R =$  відліку.

Наприклад, при вимірюванні довжини відрізка  $L$  за допомогою штрихового метра виконано два відліки, які відповідають кінцям відрізка:  $Q_1 = 11,1$  мм, і  $Q_2 = 85,6$  мм. Різниця відліків  $Q_2 - Q_1 = 74,5$  мм є результатом вимірювання відрізка  $L$ , тобто  $R = Q_2 - Q_1$ .

Процедура вимірювання складається із таких головних етапів: прийняття моделі об'єкта вимірювання, вибору методики, вибору ЗВТ, проведення експерименту з метою отримання числового значення результату вимірювання.

Кожному етапові притаманні недоліки, які спричиняють відмінність результату від істинного значення вимірюваної величини (похибки). Залежно від причини виникнення розрізняють:

1. Похибки моделі і методики, тобто неточність співвідношень між вимірюваною величиною і вихідним сигналом (недосконалість вибраного методу, вплив вимірювальної апаратури на вимірювану фізичну величину). Це методологічні похибки.

2. Похибки, зумовлені недосконалістю ЗВТ, які називають інструментальними.

3. Похибки, зумовлені впливом зовнішніх причин, внаслідок чого прилад працює не в нормальному режимі або не за тих умов, за яких здійснювалось його калібрування.

4. Суб'єктивні похибки, спричинені недосконалістю органів почуттів оператора, недостатнім досвідом, неухважністю при знятті відліків тощо.

Основними характеристиками якості результату вимірювань є точність і вірогідність, або степінь довіри, на яку цей результат заслуговує.

## **2. Точність вимірювання.**

Говорячи про точність, ми завжди маємо на увазі неточності, які прийнято називати похибками. Намагаючись підвищити точність результату вимірювань, ми прагнемо зменшити неточності, похибки, та якомога ближче підійти до істинного значення вимірюваної величини. Ці похибки є наслідком багатьох причин. В числі цих причин можна назвати недосконалість засобу вимірювань, недосконалість методів вимірювань, недостатність старанності проведення і обробки результатів вимірювань операторами, вплив зовнішніх умов. Для зменшення похибок необхідно усувати або зменшувати вплив кожної з причин їх появи.

Отже, **точність вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля похибки його результату (чим менша похибка вимірювання, тим більша точність результату вимірювання).

**Точність вимірювань** означає максимальну наближеність їх результатів до істинного значення вимірюваної величини. Чим ближче результат до істинного значення, тим точніше вимірювання. Спеціального кількісного визначення точність не має.

Рівень точності, до якої слід прагнути, визначається критерієм доцільності.

### **3. Вірогідність результату вимірювань.**

Як би старанно ми не виконували вимірювання, які б точні засоби вимірювань не застосовували, ми ніколи не можемо узнати істинне значення вимірюваної величини. На практиці ми завжди істинне значення вимірюваної величини замінюємо більш близьким до нього значенням, більш точним, ніж отримане при вимірюванні. Це значення, більш близьке до істинного, називається **дійсним значенням вимірюваної величини**.

**Дійсне значення вимірюваної величини** – це таке значення вимірюваної величини, яке завідомо точніше, ніж отримане при вимірюванні.

При виконанні повторних вимірювань ми кожен раз отримуємо декілька відмінні результати. Який же з них найбільш близький до істинного?

Кожен з результатів містить якусь похибку, яку можна виразити наступним рівнянням:

$$\Delta_i = x_i - a \quad (6.1)$$

де  $\Delta_i$  – похибка результату  $i$ -го вимірювання;

$i$  – умовне позначення номера вимірювання;

$x_i$  – результат  $i$ -го вимірювання;

$a$  – істинне значення вимірюваної величини.

Оскільки істинне значення вимірюваної величини залишається невідомим, то і числове значення похибки залишається невідомим.

Теорія імовірностей дає метод оцінки степені наближення результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини. Однак оцінка ця дається не з безумовною, 100 % - ною вірогідністю, а з декілька меншою.

Вірогідність вимірювань характеризує степінь довіри до результатів вимірювань. Вірогідність визначають, використовуючи закони теорії імовірностей і прийоми математичної статистики.

### **4. Класифікація похибок вимірювань. Загальна характеристика.**

**Похибка результату вимірювання** - це відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини.

Оскільки на практиці користуються дійсним значенням величини, яке заміняє істинне значення, то похибка вимірювання  $\Delta x$  знаходиться за формулою:

$$\Delta x = x_{\text{вим}} - x_{\text{дійсне}} \quad (6.2),$$

де  $x_{\text{вим}}$  - значення величини, отримане на основі вимірювань;

$x_{\text{дійсне}}$  - значення величини, прийняте за дійсне

За дійсне значення при однократних вимірюваннях приймають значення, отримане за допомогою зразкового засобу вимірювань; при багатократних вимірюваннях - середнє арифметичне із значень окремих вимірювань, які входять в даний ряд.

Похибки вимірювань класифікують за наступними ознаками:

1. за характером прояву – систематичні, випадкові, грубі похибки і промахи;
2. за способом виразу – абсолютні і відносні;
3. за умовами зміни вимірюваної величини – статичні і динамічні;
4. за способом обробки результатів вимірювань - середні арифметичні і середні квадратичні;
5. за повнотою охоплення вимірювальної задачі – часткові і повні;
6. по відношенню до одиниці фізичної величини – похибки відтворення одиниці, зберігання одиниці і передачі розміру одиниці.

Залежно від закономірності прояву похибки класифікуються на систематичні, випадкові, грубі похибки і промахи.

**Систематична похибка вимірювань** – складова похибки результату вимірювання, яка лишається постійною для даного ряду вимірювань, або змінюється по певному закону (закономірно змінюється) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Систематичні похибки спричинені впливом на вимірювання різних ефектів, дію яких не розпізнано і не враховано. Систематичні похибки можуть бути вивчені і результат вимірювання може бути уточнений або шляхом внесення поправок або, використовуючи такі способи вимірювання, які дають можливість виключити вплив систематичних похибок без їх визначення.

Отже, систематичні похибки допускаються.

**Випадкова похибка вимірювань** – складова похибки результату вимірювання, яка змінюється випадковим чином (по знаку і значенню) при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

Випадкові похибки проявляються як нерегулярні розходження результатів вимірювання в останніх двох-трьох значущих цифрах. Ці похибки виникають під дією багатьох незалежних чинників, кожний з яких здійснює незначний вплив на процес вимірювання

Оскільки випадкові похибки спричинені впливом на вимірювання чималої кількості другорядних чинників, то, на відміну від причин

систематичних похибок, ці чинники практично неможливо розпізнати та врахувати. Тому випадкові похибки не можуть бути усунені з результатів вимірювань як систематичні похибки.

Незначну величину випадкових похибок засвідчує близькість результатів повторних вимірювань.

Причини випадкових похибок:

- похибки заокруглення при відліку показів;
- варіації показів;
- зміна умов вимірювань випадкового характеру та інші.

В основу теорії похибок покладено два положення, які підтверджує практика:

1. при великій кількості вимірювань випадкові похибки однакового числового значення, але різні по знаку, зустрічаються однаково часто;

2. великі (по абсолютному значенню) похибки зустрічаються рідкіше, ніж малі.

**Грубими похибками і промахами** називаються похибки, які суттєво перевищують систематичні або випадкові похибки.

Грубі похибки і промахи, як правило, відкидаються і при обробці результатів вимірювань не враховуються.

Причинами грубих похибок можуть бути: несправність вимірювальної апаратури, різка зміна умов вимірювань та інші випадкові впливи.

Причинами промахів є помилки спостерігача.

**Абсолютна і відносна похибки вимірювання.**

В залежності від форми представлення розрізняють абсолютну і відносну похибки вимірювання.

**Абсолютною** називається похибка вимірювання  $\Delta x$ , виражена в тих же одиницях, що і вимірювана величина.

Наприклад.,  $\Delta x = 0,4В$ ;  $\Delta x = 2,5$  мкм.

Абсолютну похибку визначають за формулою:

$$\Delta x = x_{\text{вим}} - x_{\text{дійсне}},$$

де  $x_{\text{вим}}$  - результат вимірювання;

$x_{\text{дійсне}}$  – дійсне значення вимірюваної величини

**Відносна** похибка вимірювання є уявляє собою відношення абсолютної похибки вимірювання до істинного (дійсного) значення вимірюваної величини і виражається в процентах або долях вимірюваної величини.

Відносну похибку визначають за формулами:



$$\varepsilon = \frac{(x_{\text{ВИМ.}} - x_{\text{Д}})}{x_{\text{Д}}} = \frac{\Delta x}{x_{\text{Д}}} \quad (6.3)$$

$$\varepsilon = \frac{(x_{\text{ВИМ.}} - x_{\text{Д}})}{x_{\text{Д}}} \cdot 100 \% = \frac{\Delta x}{x_{\text{Д}}} \cdot 100 \% \quad (6.4)$$

### **Статична і динамічна похибки вимірювання.**

В залежності від умов і режимів вимірювання розрізняють статичну і динамічну похибки.

**Статичною** називається похибка, яка не залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі.

Статична похибка засобу вимірювань виникає при вимірюванні з його допомогою постійної величини. Якщо в паспорті на засіб вимірювання визначено граничні похибки вимірювань в статичних умовах, то вони не можуть характеризувати точність його роботи в динамічних умовах.

**Динамічною** називається похибка, яка залежить від швидкості зміни вимірюваної величини в часі.

Виникнення динамічної похибки обумовлено інерційністю елементів вимірювального кола засобу вимірювань, тобто тим, що перетворення у вимірювальному колі відбуваються не миттєво, а потребують деякого часу.

### **5. Характеристики результатів вимірювань.**

Виходячи з приведених характеристик різних по природі похибок, введемо деякі терміни, які характеризують результати вимірювань в залежності від виду похибок.

**Невиправлений результат вимірювання** – значення фізичної величини, отримане за допомогою засобу вимірювань до введення поправок.

**Виправлений результат вимірювання** – значення фізичної величини, отримане за допомогою засобу вимірювань і уточнене шляхом введення в нього необхідних поправок.

**Збіжність (сходимість) результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, виконуваних повторно одними і тими ж засобами вимірювань, одним і тим же методом, в однакових умовах.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, отриманих в різних місцях, різними методами і засобами, різними операторами, в різний час, але приведених до одних і тих же умов (температура, тиск, вологість та інші).

**Правильність результату вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість до нуля систематичних похибок в їх результатах.

На практиці правильним вважається той результат вимірювань, похибка якого не перевищує встановленого значення.

### **6. Види систематичних похибок.**

Систематичні похибки при повторних вимірюваннях залишаються сталими або змінюються по певному закону. Вони не залежать від числа вимірювань.

Систематичні похибки можуть бути визначені експериментально. Іноді їх можна розрахувати на основі характеристик вимірювальних пристроїв, які використовуються для вимірювань. І в першому, і в другому випадках результат покращують шляхом введення поправок.

Поправку можна ввести шляхом віднімання із результату вимірювання систематичної похибки, множення на коефіцієнт поправки тощо. В цьому випадку значення вимірюваної величини, найбільш близьке до істинного, визначають в 3 етапи:

1. проводять вимірювання, результат якого завідомо містить систематичну похибку;
2. визначають систематичну похибку;
3. вносять в результат вимірювання поправку.

Розглянемо класифікацію систематичних похибок, які відрізняються причинами виникнення. В основному розрізняють наступні групи систематичних похибок:

1. інструментальні похибки;
2. похибки внаслідок неправильної установки вимірювального пристрою;
3. похибки, виникаючі внаслідок зовнішніх впливів;
4. похибки методу вимірювання(теоретичні похибки);
5. суб'єктивні похибки.

#### **1. Інструментальні похибки.**

Інструментальні похибки вимірювання - це похибки, причини яких містяться у властивостях засобів вимірювань, що використовуються. Вони є наслідком ряду причин: зношування деталей приладу, зайве тертя в механізмі, неточне нанесення штрихів(поділок) на шкалу тощо.

#### **2. Похибки внаслідок неправильної установки засобів вимірювань.**

Правильність показів ряду засобів вимірювань визначається положенням їх рухомих частин відносно нерухомих. До них відносяться всі засоби вимірювань, принцип дії яких пов'язаний з механічною рівновагою. Відхилення такого засобу вимірювань від правильного

положення може привести до прямого або непрямого викривлення його показів.

Шкідливий вплив нахилу має місце і для ряду інших засобів вимірювань, в конструкцію яких входить маятник.

### 3. Похибки, виникаючі внаслідок зовнішніх впливів.

Ці похибки є наслідком неврахованих зовнішніх впливів. Ці впливи не враховуються по різним причинам: внаслідок недостатнього знання властивостей апаратури, внаслідок того, що джерело впливаючої величини невідомо оператору тощо.

Найбільшу небезпеку уявляють величини, які діють неперервно на протязі процесу вимірювання. Вони вносять систематичні похибки, які можуть лишатися непомітними внаслідок їх постійності.

До причин, які приводять до похибок цього виду відносять: вплив навколишньої температури, вплив магнітних і електричних полів, вплив атмосферного тиску і вологості повітря.

### 4. Похибки метода вимірювань або теоретичні похибки.

Якщо підходити строго, то в багатьох методах вимірювань можна виявити теоретичні похибки, які є наслідком тих чи інших припущень і спрощень, застосування емпіричних формул і функціональних залежностей.

В деяких випадках таких припущень виявляється незначна кількість, набагато менша, ніж допустимі похибки вимірювань; в інших вона перевищує ці похибки.

Прикладом похибки цього виду є похибки метода вимірювань електричного опору за допомогою амперметра і вольтметра (рис.6.1).

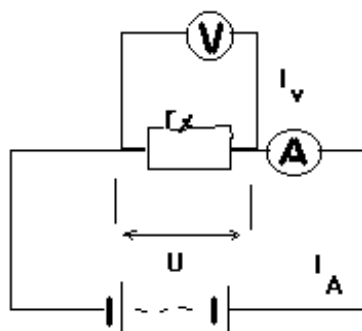


Рис. 6.1. Схема вимірювання опору за допомогою амперметра і вольтметра.

Якщо опір  $r_x$  визначають за формулою закону Ома

$$r_x = U / I_A,$$

де  $U$  – падіння напруги, виміряне вольтметром  $V$ ;

$I_A$  – сила струму, виміряна амперметром А;  
то буде допущено теоретичні похибки, оскільки сила струму  $I_A$  буде більша за силу струму в опорі  $r_x$  на значення сили струму  $I_V$  у вольтметрі, який включений паралельно опору.

Опір  $r_x$ , визначений за допомогою приведеної формули, виявиться меншим за дійсний. Поправку легко обрахувати, якщо знати опір вольтметра і амперметра.

До похибок методу можна віднести також вимірювання об'єму тіл, форма яких приймається геометрично правильною.

### **5. Суб'єктивні систематичні похибки.**

Ці похибки, як правило, є наслідком індивідуальних властивостей людини, обумовлених особливостями його організму або неправильними навичками.

В виникненні суб'єктивних систематичних похибок велику роль відіграє також швидкість реакції на отриманий сигнал. У різних осіб вона відмінна. Так, швидкість реакції людини на світловий сигнал коливається від 0,15 до 0,225 с, на звуковий сигнал - від 0,082, до 0,195 с.

### **7. Характер прояву систематичних похибок.**

За характером прояву систематичні похибки поділяються на **сталі і змінні**.

Змінні похибки, в свою чергу, поділяються на **прогресивні, періодичні і ті, які змінюються по складному закону**.

**Сталі систематичні похибки** - похибки, які тривалий час зберігають своє значення і знак (наприклад на протязі серії вимірювань).

Цей вид похибки зустрічається найчастіше. До сталих похибок належать похибки більшості мір, наприклад, гирь, кінцевих мір довжини та інші, а також похибки градуїровки шкал вимірювальних приладів та ряд інших.

**Прогресивні систематичні похибки** – це похибки, які в процесі вимірювань поступово убувають або зростають. Однією з причин їх виникнення може бути поступове падіння напруги джерела струму, живлячого вимірювальний пристрій.

**Періодичні систематичні похибки** – похибки, які періодично змінюють значення і знак.

Як приклад можна привести засоби вимірювань з круговою шкалою, стрілка яких при вимірюванні здійснює декілька обертів (секундоміри, індикатори годинникового типу). Періодична похибка в показах таких пристроїв виникає в тих випадках, коли вісь обертання стрілки не співпадає з центром кола шкали.

**Похибки, які змінюються по складному закону** можуть бути представлені у вигляді кривої або у вигляді формули. Одним з прикладів є

похибки електричних лічильників, залежність яких від нагрівки виражається кривою (рис.6.2).



Рис. 6.2. Залежність похибки електричних лічильників від зміни нагрівки.

## 8. Виключення систематичних похибок.

Систематичні похибки викривляють результат вимірювання найбільш суттєво. Тому виявлення і усунення їх джерел набуває важливого значення. Саме систематичні похибки неодноразово були причиною помилкових наукових висновків, встановлення помилкових фізичних законів.

Способи виключення і врахування систематичних похибок можна поділити на 4 основні групи:

1. Усунення джерел похибок до початку вимірювань – профілактика похибок;
2. Виключення похибок в процесі вимірювання (експериментальне виключення похибок) способами заміщення, компенсації похибки по знаку, протиставлення, симетричних спостережень;
3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання (виключення похибок обрахуванням);
4. Оцінка границь систематичних похибок, якщо їх неможливо виключити.

### 8.1. Усунення джерел похибок до початку вимірювання.

Цей спосіб виключення систематичних похибок є найбільш раціональним, оскільки він повністю або частково звільняє від необхідності усувати похибки в процесі вимірювань. Тобто усунення джерел похибок суттєво спрощує і прискорює процес вимірювання

Під усуненням джерела похибок слід розуміти як безпосереднє його усунення (наприклад, усунення джерела тепла), так і захист вимірювальної апаратури і об'єкта вимірювань від впливу цих джерел.

Джерела інструментальних похибок можуть бути усунені до початку вимірювань шляхом регулювання або ремонту, необхідність в яких

встановлюється при провірці. Таким чином, можна зробити висновок, що до початку вимірювань необхідно повірити засоби вимірювань.

#### **Усунення впливу температури.**

Для усунення температурної похибки широко застосовують термостатування, тобто забезпечення певної температури навколишнього середовища із допустимими коливаннями. Термостатують великі приміщення (цехи, лабораторії), невеликі приміщення (кімнати, камери), засоби вимірювань в цілому або окремі їх частини.

В залежності від жорсткості вимог щодо температурного режиму, застосовують різні способи термостатування.

#### **Усунення впливу магнітних полів.**

Вплив магнітних полів не завжди легко виявити. Розрізняється також ступінь впливу полів на покази різних вимірювальних приладів.

Єдиним засобом захисту приладів від впливу магнітного поля Землі є обладнання замкнених і неперервних екранів з магнітно-м'яких матеріалів (з великою магнітною проникністю і малою коерцитивною силою).

Слід мати на увазі, що екранування не є повним і зовнішні магнітні поля, утворені постійними і змінними струмами, все одно впливають на екрановані вимірювальні пристрої.

Набагато легше здійснити екранування від електромагнітних полів високої частоти. В цьому випадку використовують матеріали з високою електропровідністю. Ефект досягається за рахунок віхревих струмів і утворених ними зустрічних електромагнітних полів. До того ж такий екран краще захищає механізм від електричних полів.

#### **Усунення шкідливих вібрацій і струсів.**

Ці впливи усувають шляхом амортизації засобу вимірювань і його деталей.

Для амортизації використовують різні поглиначі коливань в залежності від частоти цих коливань і чутливості засобу вимірювань до них.

Наприклад, губчату гуму в поєднанні з різного роду еластичними підвісами (струни, пружини) та інші.

Вплив таких факторів як зміна атмосферного тиску простими засобами не можна усунути. Застосовують барокамери з регульованим тиском.

### **8.2. Виключення систематичних похибок в процесі вимірювання.**

Виключення систематичних похибок в процесі вимірювань є ефективним шляхом усунення ряду шкідливих факторів. При цьому немає потреби застосовувати будь-які спеціальні установки і приладдя.

Виключенню таким способом піддаються, в основному, інструментальні похибки, похибки від установки і похибки від зовнішніх

впливів. Характерним для цього способу є необхідність виконання повторних вимірювань.

### **1.Спосіб заміщення.**

Спосіб заміщення є одним з найбільш поширених способів виключення похибок. Він полягає в тому, що вимірюваний об'єкт заміняють відомою мірою, яка знаходиться в тих же умовах, в яких знаходився сам об'єкт.

Наприклад, точне зважування по методу Борда полягає у наступному. На одну чашу ваги кладуть зважувану масу. Вагу приводять в рівновагу, кладучи на другу чашку ваги будь-який вантаж, який в процесі вимірювань не змінюється, наприклад, дробинки. Коли рівновагу досягнуто зважувану масу знімають і на її місце ставлять гирі до досягнення рівноваги. Сумарне значення гирь, потрібних для відновлення рівноваги, відповідає значенню зважуваної маси. Таким чином виключається похибка, пов'язана з нерівністю плечей ваги.

Цей спосіб вдосконалив Д.І.Менделєєв. На чашку ваги, призначену для зважуваної маси, встановлюють повний комплект гирь і зрівноважують вагу довільним вантажем. Потім на чашку з гирями кладуть зважувану масу і знімають частину гирь для відновлення рівноваги. Сумарне значення маси знятих гирь відповідає значенню зважуваної маси.

Такий варіант способу заміщення дозволяє не тільки виключити похибку від нерівності плечей ваги, але і зберігти незмінною чутливість ваги, оскільки постійна чутливість ричажної ваги може бути забезпечена при одній нарузці.

Широко застосовують спосіб заміщення при вимірюваннях електричних параметрів – опору, ємності, індуктивності. Порядок виконання вимірювань в принципі той же. В більшості випадків при цьому користуються нульовими методами (мостові, компенсаційні та інші).

### **2. Спосіб компенсації похибки по знаку.**

Цей спосіб виключення похибки полягає в тому, що вимірювання виконують два рази так, щоб відома по природі, але невідома по розміру похибка входила в результати з протилежними знаками.

Похибка виключається при обрахуванні середнього значення.

Наприклад, нехай  $x_1$  і  $x_2$  – результати двох вимірювань  $\Delta$  - систематична похибка, природа якої відома, але невідомо її значення;  $x_d$  – значення вимірюваної величини, вільне від даної похибки.

Тоді

$$x_1 = x_d + \Delta; \quad x_2 = x_d - \Delta. \quad (6.5)$$

Середнє значення дорівнює:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(x_d + \Delta)(x_d - \Delta)}{2} = x_d \quad (6.6)$$

Для виключення указаної похибки необхідно обов'язково виконати **парне число вимірювань**, щоб всі похибки, додатні по знаку зрівноважились рівним числом від'ємних похибок.

Цей спосіб використовується обмежено.

### 3. Спосіб протиставлення.

Це спосіб має велику схожість із способом компенсації похибки по знаку. Він полягає в тому, що вимірювання виконують 2 рази, причому так, щоб причина, яка зумовлює похибку при першому вимірюванні, учинила протилежну дію на результат другого.

Як приклад можна привести зважування на рівноплечій вазі, запропоноване Гаусом для виключення похибки внаслідок залишкової нерівності плечей.

При першому зважуванні масу  $x$ , покладену на одну чашку ваги зрівноважують гирями загальною масою  $m_1$ , покладеними на другу чашку. Тоді

$$x = \frac{l_2}{l_1} m_1 \quad (6.7),$$

де  $\frac{l_2}{l_1}$  – дійсне відношення плечей.

Потім зважувану масу перекладають на ту чашку, де знаходились гирі, а гирі – на ту, де знаходилась маса. Оскільки відношення  $l_2/l_1$  не точно дорівнює 1, рівновага порушується, і для зрівноваження маси  $x$  треба використати гирі з загальною масою  $m_2$ :

$$m_2 = \frac{l_2}{l_1} x \quad (6.8).$$

Розділивши (6.7) на (6.8) отримуємо

$$x = \sqrt{m_1 \cdot m_2} \quad (6.9)$$

або, якщо  $m_1$  і  $m_2$  незначно відрізняються один від одного

$$x = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (6.10)$$



Основна область застосування способу протиставлення – виключення похибки при порівнянні вимірюваної величини з мірою майже рівного значення.

#### 4. Спосіб симетричних спостережень.

Цей спосіб використовується для виключення прогресивної похибки, яка є лінійною функцією часу (або другої величини).

Така функція може бути зображена у вигляді графіка (рис.6.3). По вісі абсцис відкладений час, по вісі ординат – прогресивна похибка.

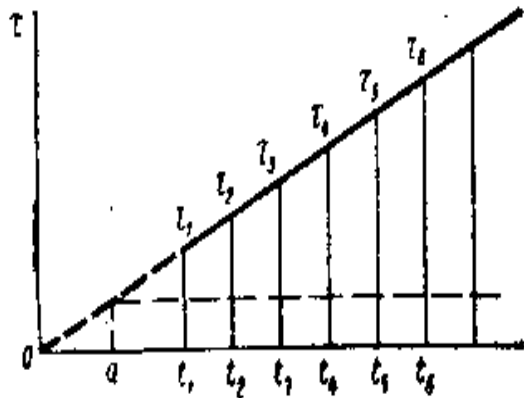


Рис. 6.3. Графік прогресивної похибки.

Спосіб симетричних спостережень полягає в тому, що вимірювання виконують послідовно через однакові проміжки часу. При обробці використовують властивість результатів будь-яких двох вимірювань, симетричних відносно середньої точки інтервалу спостережень. Ця властивість полягає в тому, що похибки результатів будь-якої пари симетричних спостережень дорівнюють похибці середньої точки інтервалу.

Наприклад, було виконано 5 вимірювань. Їх було почато в момент  $t_1$  (рис.6.3), коли похибка мала значення  $\tau_1$ .

Можна показати, що

$$\frac{\tau_1 + \tau_5}{2} = \frac{\tau_2 + \tau_4}{2} = \tau_3 \quad (6.11)$$

Число вимірювань може бути і парним.

Тоді

$$\frac{\tau_1 + \tau_6}{2} = \frac{\tau_2 + \tau_5}{2} = \frac{\tau_3 + \tau_4}{2} \quad (6.12)$$

Спосіб симетричних спостережень рекомендують використовувати і тоді, коли можливість існування прогресивної похибки не очевидна. Ряд вимірювань, виконаних у вказаному порядку, в поєднанні з будь-яким способом виключення постійної похибки дозволить виявити і виключити прогресивну похибку, якщо вона є.

### **8.3. Внесення відомих поправок в результат вимірювання.**

Результат вимірювання виправляють шляхом обрахування. Найбільш поширеним випадком внесення поправок є алгебраїчне додавання результату вимірювання і поправки. Поправка по числовому значенню дорівнює систематичній похибці і протилежна їй по знаку.

В інших випадках похибку виключають шляхом добутку результату вимірювання на поправочний множник, який може бути більше або менше 1. Розраховувати на високу точність виправленого результату можна тільки при умові, що поправка мала в порівнянні з вимірним значенням, або поправочний множник близький до 1. Поправочний множник 1,1 відповідає похибці 10%. Така похибка зустрічається рідко. Частіше поправочний множник буде рівний 1,01; 1,02; і т.д.

Наприклад, показ засобу вимірювань дорівнює 85, поправочний множник 1,02. Поправка дорівнює  $85 \cdot 0,02 = 1,70$ . Отже, результат вимірювання з урахуванням поправки буде  $85 + 1,7 = 86,7$ . Можна відразу знайти виправлений результат:  $85 \cdot 1,02 = 86,7$ .

Щоб внести поправки в результат вимірювань, треба передусім визначити ці поправки, для чого засоби вимірювань перевіряють.

Як правило, похибки засобів вимірювань, а також інші дані і залежності, необхідні для визначення і внесення поправок виявляють до виконання вимірювань. Однак їх можна визначити і після вимірювань, що не вважається неправильним.

### **8.4. Оцінка границь систематичних похибок.**

В ряді випадків виключення систематичних похибок є практично неможливим. Це відноситься до методів вимірювань, систематичні похибки яких недостатньо вивчені.

Наприклад, кутова швидкість диску лічильника електричної енергії в кожний даний момент часу пропорційна споживаній потужності. Однак, в дійсності, вона не строго пропорційна потужності, внаслідок чого виникають систематичні похибки, які є різними при різному навантаженні, тобто при різній потужності.

Якщо не можна виключити систематичні похибки, обмежуються оцінкою границь можливих систематичних похибок. Іноді вважають, що похибки лічильника випадкові, оскільки невідомі причини їх появи, але це невірно, оскільки кожному значенню споживаної потужності відповідає

певна похибка. Споживана потужність також не є випадковою величиною, а залежить від режиму роботи електричних пристроїв, які споживають енергію. При зміні навантаження може змінитися навіть знак похибки, що в результаті приведе до її часткової компенсації.

Таким чином, немає можливості визначити результуючу похибку, а отже і необхідну поправку. Можна тільки відзначити: якщо систематичні похибки лічильника не виходять за межі  $\pm 2\%$ , то похибки обліку енергії складають лише 2%.

## ТЕМА 7. ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ

### Методичні поради до вивчення теми.

Матеріал даної теми розрахований на два лекційних заняття. Він присвячений розгляду виключно випадкових похибок – причинам їх виникнення, законам по яких вони розподіляються та методам зменшення їх впливу на кінцевий результат вимірювань. Оскільки дані похибки змінюються випадковим чином, то, природно, що для їх аналізу застосовується апарат теорії ймовірностей. Тому треба добре усвідомити зміст поняття ймовірності і, виходячи з нього, навчитися розрізняти випадкові, рівноймовірні, незалежні та взаємно виключаючі події. Також необхідно ознайомитися з методами визначення ймовірності настання тієї чи іншої події.

Вивчаючи закони розподілу випадкових величин, необхідно розуміти, що всі випадкові величини поділяються на два класи: дискретні і неперервні. Але особливу увагу слід звернути на відмінності законів розподілу дискретних та неперервних випадкових величин, що впливає із змісту визначень цих величин.

Оскільки найбільш поширеним законом розподілу випадкових величин, а отже і випадкових похибок, є універсальний нормальний закон розподілу (закон Гауса), то в даній темі значну увагу приділено розгляду властивостей та характеристик саме цього закону.

Слід зазначити, що вивчення матеріалу даної теми потребує глибокого зосередження і підвищеної уваги.

### План лекції 1.

1. Значення теорії ймовірності для вивчення випадкових похибок.
2. Основні поняття теорії випадкових похибок.
3. Дискретні і неперервні випадкові величини.
4. Розподіл дискретних величин.

### 1. Значення теорії ймовірності для вивчення випадкових похибок.

При виконанні з однаковою старанністю і в однакових умовах повторних вимірювань однієї і тієї ж сталої величини ми отримуємо результати спостережень. Деякі з них відрізняються один від одного, а деякі співпадають.

Такі розходження в результатах вимірювань свідчать про наявність в них випадкових похибок.

Кожна випадкова похибка виникає при одночасній дії багатьох джерел. В кожний даний момент часу ці джерела виявляють себе по-різному, без закономірного зв'язку між собою, незалежно один від одного.

Такий характер впливу кожного із численних джерел веде до того, що і сумарна їх дія, тобто помітні розходження в результатах окремих спостережень, проявляється без закономірного зв'язку з попередніми і понаступними вимірюваннями. Це і дає підстави говорити про випадкові похибки.

Після усунення систематичних похибок та промахів результат вимірювання міститиме тільки випадкові похибки, які дослідним шляхом усунути неможливо. Вплив випадкових похибок розраховують на підставі математичної обробки результатів багатьох вимірювань.

При розгляді впливу випадкових похибок на результат вимірювань основна задача полягає в вивченні властивостей сукупності результатів окремих спостережень. Ці властивості не залежать від індивідуальних особливостей окремо кожного із джерел похибок.

Для характеристики випадкової величини необхідно знати сукупність можливих значень цієї величини та ймовірність, з якою ці значення виникають.

Із теорії ймовірностей відомо:

1. За значної кількості вимірювань похибки, рівні за величиною, однак протилежні за знаком, трапляються однаково часто.

2. Малі похибки трапляються частіше, ніж великі. Дуже великі похибки не трапляються.

3. Випадкові похибки мають певний, найчастіше - нормальний закон розподілу.

Якщо внаслідок багаторазових вимірювань деякої величини отримали  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  результатів, то кожному з них відповідає ймовірність виникнення  $p_1$ . Законом розподілу випадкової величини є співвідношення, яке встановлює зв'язок між можливими значеннями результату та ймовірностями їх появи.

Теорія імовірностей дає математичні методи вивчення властивостей випадкових подій в великих сукупностях. Теорія похибок використовує математичний апарат теорії імовірностей і математичної статистики, і базується на розгляді появи випадкових похибок при багаторазових спостереженнях як випадкових подій.

## **2. Основні поняття теорії випадкових похибок.**

Теорія імовірностей називає випадковою таку подію, яка при здійсненні певного комплексу умов може або відбутися або не відбутися.

В нашому випадку можна сказати, що при виконанні повторних спостережень (вимірювань) в однакових умовах кожна з численних можливих причин випадкових змін результатів може або з'явитися або не з'явитися. В результаті випадкові зміни при кожному вимірюванні можуть бути будь-якими як по величині, так і по знаку.

Якщо позначити істинне значення вимірюваної величини через «а», то можна записати

$$\Delta_i = x_i - a \quad (7.1)$$

де  $x_i$  - результат і-го спостереження;

$\Delta_i$  – випадкова похибка і-го вимірювання.

Введемо поняття ймовірності.

Ймовірність події є кількісною оцінкою (характеристикою) об'єктивної можливості її появи. Ймовірність достовірної події дорівнює 1, а ймовірність неможливої події – 0. Ці події є **невипадковими**.

Події, ймовірності появи яких більше нуля і менше одиниці, є подіями **випадковими**.

Події називаються **рівноімовірними**, якщо ймовірність їх настання однакова.

Події називаються **незалежними**, якщо ймовірність настання однієї з них не залежить від того здійснилась чи ні інша подія.

Події називаються **взаємно виключаючими**, якщо настання однієї події робить неможливим здійснення другої.

Існує два методи визначення ймовірності: метод безпосереднього розрахунку і статистичний метод

### Метод безпосереднього розрахунку

В деяких випадках можливо виконати розрахунок ймовірності появи тієї чи іншої події.

Розрахунок імовірностей розглянемо на прикладі кидання кубика, на кожній з шести граней якого нанесені точки від 1 до 6.

Поява при киданні кубика числа очок, рівного 1,2,3,4,5 або 6 є достовірною. Поява семи очок неможлива. Поява одного очка – подія можлива, але випадкова. Ймовірність появи одного очка (або іншої кількості очок в межах 6) можна розрахувати.

Загальна кількість можливих подій дорівнює 6 і оскільки вони рівноімовірні, ймовірність кожної з них складає 1/6. В символах теорії імовірностей цей результат можна записати у вигляді:

$$P(N) = 1/6. \quad (7.2)$$

Це означає, що ймовірність  $P$  появи заданого числа очок  $N$  дорівнює 1/6.

В загальному вигляді

$$P(A) = p, \quad (7.3)$$

тобто ймовірність події  $A$  дорівнює  $p$ .

Для будь-якого досліду, в якому можливі результати відомі і рівноімовірні, можна подібно до розглянутого прикладу безпосередньо розрахувати ймовірність того чи іншого результату. Якщо відомо, що із загальної кількості подій  $n$  поява бажаного результату  $A$  можлива  $m$  раз, то

$$P(A) = m/n \quad (7.4)$$

Наприклад, якщо в прикладі з кубиком необхідно визначити ймовірність випадання парного числа (тобто 2,4,6), то оскільки  $n=6$  і  $m=3$

$$P(A_{\text{парне}}) = 3/6 = 0,5 \quad (7.5)$$

Якщо є дві незалежні події  $A$  і  $B$ , ймовірності появи яких  $P(A)$  і  $P(B)$  відповідно, то ймовірність того, що відбудеться або подія  $A$  або подія  $B$ , визначається за формулою

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \quad (7.6)$$

де

$$P(AB) = N_{AB} / N = P(A) \cdot P(B) \quad (7.7)$$

ймовірність здійснення одночасно двох подій  $A$  і  $B$ .

Для взаємно виключаючих подій

$$P(AB) = 0. \quad (7.8)$$

Формула (7.6) визначає теорему додавання імовірностей.

Вираз (7.7) називається множенням імовірностей. Він визначає ймовірність того, що відбудеться і подія  $A$  і подія  $B$ .

Якщо відомі ймовірності  $P_i$  всіх  $m$  можливих взаємно виключаючих подій в даній системі, то

$$\sum_{i=1}^m P_i = 1. \quad (7.9)$$

Формула (7.9) називається умовою нормування імовірностей.

### Статистичний метод визначення ймовірності.

Визначити ймовірності розрахунком можливо лише в небагатьох випадках. Частіше застосовують статистичний метод визначення ймовірності події.

В результаті тривалих спостережень явищ масового характеру було встановлено, що та чи інша подія зберігає стійку частоту появи по відношенню до загальної кількості всіх розглядуваних явищ.

Стійкість частоти появи тієї чи іншої випадкової події перевірялася багатьма експериментаторами на подіях, ймовірність яких можна було розрахувати теоретично.

Наприклад, при киданні монети теоретична ймовірність випадання герба дорівнює 0,5.

Було проведено 3 експерименти. В одному кількість кидань була 4040, кількість випадань герба 2048, частота випадань герба – 0,5080.

В другому 12000 - 6019 – 0,5016

В третьому 24000 - 12012 – 0,5005.

Як бачимо частота випадань герба близька до теоретичної ймовірності і тим ближче до неї, чим більша кількість кидань.

Однак не можна категорично стверджувати, що при великій кількості дослідів частота подій не буде значно відхилятися від ймовірності. Можна тільки говорити, що ймовірність такого відхилення мала і тим менша, чим більша кількість дослідів.

Таким чином, ми логічно переходимо до розгляду законів розподілу випадкових величин.

### **3. Дискретні і неперервні випадкові величини.**

Всі випадкові величини поділяються на дві великі групи – дискретні та неперервні.

**Дискретною випадковою величиною** називається така величина, можливі значення якої уявляють собою **скінчену або нескінченну послідовність чисел**.

Наприклад, можливе число очок при киданні кубика, тобто 1,2,3,4,5,6; можливе число попадань в ціль при ста пострілах: 0,1,2,...99,100. і т.д.

Проміжки між значеннями дискретних величин **не заповнені**, тобто при киданні кубика не може випасти 2,5 або 3,25 і т.д.

**Неперервною випадковою величиною** називається величина, можливі значення якої утворюють **неперервний ряд чисел**.

Можливі значення неперервних величин заповнюють будь-який проміжок без розривів і скачків.

Наприклад, неперервними величинами є довжина відрізка лінії, проміжок часу, інтервал температури і т.д.

Більшість вимірюваних величин ми вважаємо неперервними. В ряді випадків це пов'язано з недостатньою чутливістю засобів вимірювань, які не дають можливості виконувати вимірювання шляхом підрахунку окремих частинок.

З іншого боку, неперервні величини іноді уявляють штучно як дискретні.



#### 4. Розподіл дискретних величин.

Для повної характеристики дискретної випадкової величини необхідно і достатньо знати можливі її значення і ймовірність появи кожного з цих значень.

Математичний вираз, який дає зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними імовірностями їх появи, називається **законом розподілу випадкових величин**.

Якщо випадкова величина  $x$  приймає ряд дискретних значень  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , то найбільш проста форма такого закону розподілу – це задання можливих значень величин імовірностей для кожного дискретного значення випадкової величини:  $p(x = x_1), p(x = x_2), p(x = x_3), \dots, p(x = x_n)$ . При цьому в загальному випадку  $x_i$  можуть набувати будь-яких значень, а на величину  $p(x = x_i)$  накладаються два обмеження:

$$1). 0 \leq p(x = x_i) \leq 1 \quad (7.10)$$

$$2). p(x = x_1) + p(x = x_2) + p(x = x_3) + \dots + p(x = x_n) = 1$$

або

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad \text{де } p_i = p(x = x_i) \quad (7.11)$$

В загальному випадку, позначив значення дискретної випадкової величини в порядку їх зростання через  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , а відповідні їм ймовірності через  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ , одержимо таблицю 7.1.

Таблиця 7.1.

Ряд розподілу дискретної випадкової величини.

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$\dots$	$X_n$
$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$\dots$	$p_n$

Така таблиця, якщо вона охоплює всі можливі значення дискретної випадкової величини, дає закон розподілу дискретної випадкової величини. Таблиця 7.1 називається **рядом розподілу**, який можна представити у вигляді графіка.

Припустимо, що інтервали між сусідніми значеннями  $x_i$  рівні між собою, тобто  $x_1 - x_2 = x_2 - x_3 = \dots = x_{n-1} - x_n$ . Тоді графік виглядатиме так, як показано на рисунку 7.1.

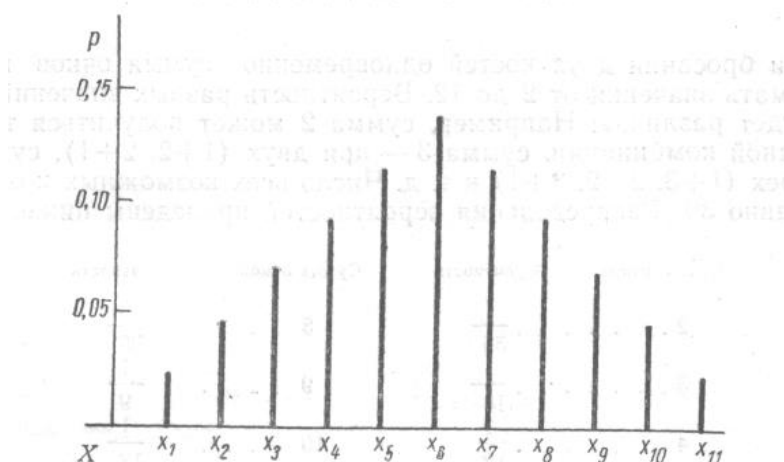


Рис. 7.1. Графік розподілу дискретної випадкової величини.

Сума всіх ординат дорівнює 1. Ми можемо взяти будь-який інтервал (наприклад,  $x_1 - x_4$ ) і визначити ймовірність того, що значення  $x$  лежить в його межах, просумувавши ординати графіка в межах заданого інтервалу, тобто

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \sum_{i=1}^4 p_i \quad (7.12)$$

В ряді випадків розподіл дискретних випадкових величин може виражатися математично. До них належать біномінальний розподіл, розподіл Пуасона та інші.

## План лекції 2.

1. Розподіл неперервних випадкових величин.
2. Закон нормального розподілу випадкових величин.
- 3 Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.
- 4 Довірчі границі випадкових похибок.

### 1. Розподіл неперервних випадкових величин.

Неперервні величини характеризуються нескінченною множиною можливих значень. Скласти таблицю всіх можливих значень та імовірностей їх появи не можна, оскільки кількість їх в будь-якому інтервалі безмежна.

Однак і в даному випадку існує закон розподілу випадкових величин, але форма його відрізняється від закону розподілу дискретних випадкових величин. Найбільш універсальним способом опису неперервних

випадкових величин є знаходження їх інтегральних або диференціальних функцій розподілу.

Коли ми маємо справу з неперервними випадковими величинами, часто нас цікавить не ймовірність  $p(x_i)$  появи певного конкретного значення  $x_i$ , а ймовірність події  $p(x_i < x)$ , що вимірювана величина прийматиме значення, менші за  $x$ . Ця ймовірність є деякою функцією

$$p(x_i \leq x) = F(x), \quad (7.13)$$

де  $x_i$  – довільне наперед задане значення величини  $x$ .

Функція  $F(x)$  називається функцією розподілу ймовірності неперервної випадкової величини, або **інтегральною функцією розподілу** неперервної випадкової величини.

Отже, під **інтегральною функцією розподілу результатів вимірювань** слід розуміти **залежність ймовірності** того, що результат вимірювання  $x_i$  в  $i$ -вому досліді буде меншим деякого значення  $X$ , від самої величини  $x$ :

$$F(x) = p(x_i \leq x) = p(-\infty < x_i \leq x) \quad (7.14)$$

Графік однієї з можливих інтегральних функцій розподілу  $F(x)$  для неперервної випадкової величини має наступний вигляд (рис.7.2):

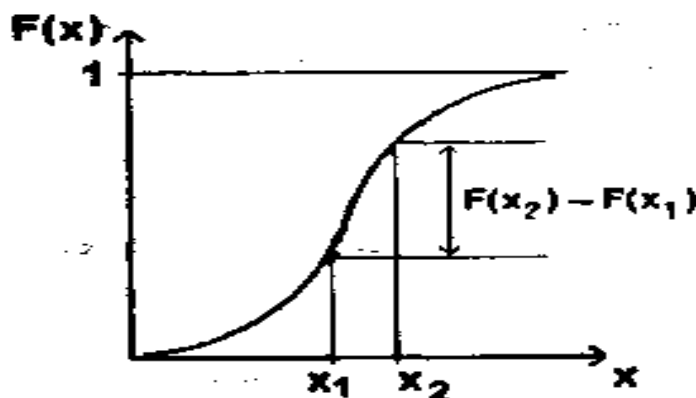


Рис. 7.2. Інтегральна функція розподілу для неперервної випадкової величини.

### Основні властивості функції $F(x)$ :

1.  $F(x) \geq 0$ , тобто  $F(x)$  не може приймати від'ємні значення (як і будь-яка ймовірність).

2. Якщо  $x_2 > x_1$ , то  $F(x_2) > F(x_1)$ , тобто  $F(x)$  неспадна функція свого аргументу.

3.  $F(-\infty) = 0$ , тобто  $p(x < -\infty) = 0$ .

4.  $F(+\infty) = 1$ .

Виходячи із властивостей функції  $F(x)$ , знайдемо ймовірність того, що вимірювана величина прийме значення в інтервалі від  $x_1$  до  $x_2$  ( $x_2 > x_1$ ). Із теореми про додавання імовірностей незалежних подій випливає, що

$$p(x < x_2) = p(x \leq x_1) + p(x_1 < x < x_2). \quad (7.15)$$

Із врахуванням (7.14) одержуємо

$$p(x_1 < x < x_2) = p(x < x_2) - p(x \leq x_1) = F(x_2) - F(x_1). \quad (7.16)$$

Далі, знайдемо ймовірність того, що вимірювана величина прийме конкретне значення, наприклад,  $x_1$ , тобто визначимо  $p(x = x_1)$ . Для цього знайдемо граничне значення (7.16)

$$\lim_{x \rightarrow x_1} p(x_1 < x < x_2) = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} [F(x_2) - F(x_1)] = p(x = x_1). \quad (7.17)$$

Якщо  $F(x)$  в точці  $x = x_1$  не терпить скачка і є неперервною диференційованою функцією, що є характерним для функції розподілу неперервних випадкових величин, то із (7.17) випливає

$$p(x = x_1) = 0 \quad (7.18)$$

Отже, **ймовірність появи при вимірюванні будь-якого конкретного значення неперервної випадкової величини дорівнює нулю.** У цьому випадку має зміст говорити про ймовірність попадання конкретного значення вимірюваної величини лише в певний інтервал значень  $x$ , наприклад, від  $x_1$  до  $x_2$ , але  $x_1 \neq x_2$ .

Щоб виявити розподіл імовірностей неперервної випадкової величини, розглядають ряд інтервалів значень величини і підраховують частоти (ймовірності) попадання значень величини на кожний інтервал.

Нехай  $I_i$  – ряд інтервалів значень величини  $x$ ;

$p_i$  - частота попадання значень величини  $x$  в  $i$ -тий інтервал.

Можна побудувати таблицю, в якій приведено інтервали в порядку їх розташування вздовж вісі абсцис і відповідні частоти попадання значень величини в дані інтервали (таблиця 7.2). Така таблиця називається **статистичним рядом.**

Таблиця 7.2.

Статистичний ряд неперервної випадкової величини.

$I_i$	$X_1;X_2$	$X_2;X_3$	$X_3;X_4$	$\dots$	$X_{n-1};X_n$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\dots$	$p_{n-1}$

Статистичний ряд графічно представляється в вигляді сходиноквої кривої – **гістограми** (рис.7.3).

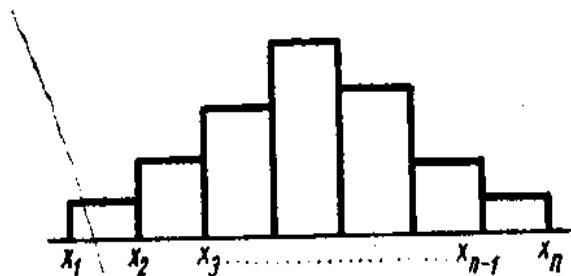


Рис. 7.3. Гістограма.

По вісі абсцис відкладаються інтервали, які є основою прямокутників. Площі прямокутників дорівнюють частотам відповідних інтервалів, тобто імовірностям попадання величини  $x$  в даний інтервал.

Таким чином, висота кожного прямокутника дорівнює частоті, поділеній на довжину інтервалу; лише при рівних інтервалах висоти пропорційні відповідним частотам, тобто імовірностям. Зі способу побудови гістограми впливає, що повна площа її дорівнює 1.

Якщо взяти дуже малі інтервали (від  $x_j$  до  $x_j + \Delta x$ ), то при зменшенні  $\Delta x$  крива втратить сходиноквий характер і перейде у плавну криву, яка описується функцією

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[ \frac{p(x_i \leq x \leq x_i + \Delta x)}{\Delta x} \right] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x_i + \Delta x) - F(x_i)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx} \quad (7.19)$$

Функція  $f(x)$  в формі (7.19) називається **густиною ймовірності неперервної випадкової величини або диференціальною функцією розподілу ймовірностей**. Диференціальна функція розподілу є похідною від інтегральної за своїм аргументом.

Крива  $f(x)$  називається кривою розподілу густини ймовірності для даної неперервної випадкової величини, а рівняння, яке її описує – законом розподілу випадкової величини.

Графік диференціальної функції розподілу має дзвіноподібну форму з максимумом при  $x = x_{\text{істинне}}$  (рис.7.4).

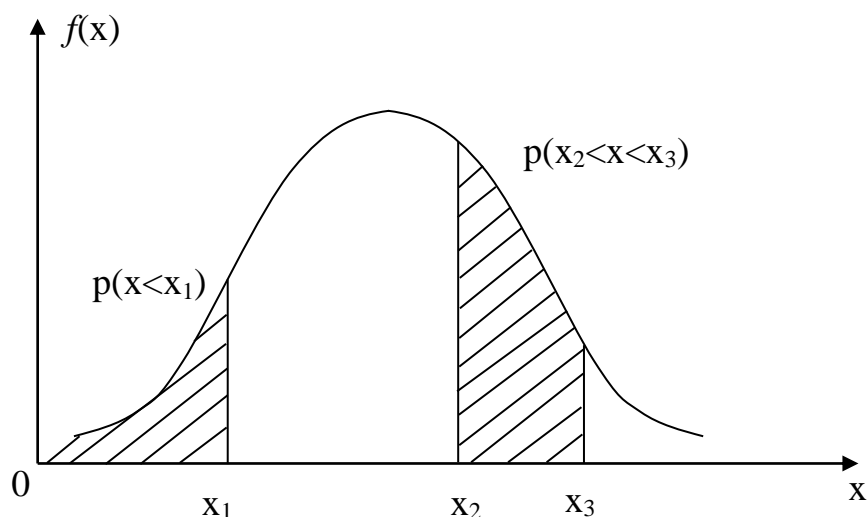


Рис. 7.4. Графік функції розподілу густини ймовірності випадкової неперервної величини

Значення функції  $f(x)$  в будь-якій точці називається густиною ймовірності в даній точці. Оскільки інтегральна функція  $F(+\infty) = 1$ , то площа, обмежена кривою диференціальної функції розподілу і віссю абсцис дорівнює 1, тобто ймовірність появи будь-якого з можливих значень  $x$  дорівнює одиниці. Це означає, що функція  $f(x)$  нормована на одиницю, тобто

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1. \quad (7.20)$$

Вираз  $f(x)dx$  називається **елементом ймовірності**. Він дорівнює ймовірності того, що випадкова величина  $x$  може прийняти деяке значення в інтервалі  $dx$ . Тому по формі кривої розподілу можна сказати про те, які інтервали значень випадкової величини більш чи менш імовірні. Для кривої розподілу випадкових величин більш імовірні значення, які лежать навколо  $x_0$  істинне.

Із виразу (7.19) випливають наступні рівності:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (7.21)$$

$$p(x < x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx \quad (7.22)$$

$$p(x_2 < x < x_3) = \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx \quad (7.23)$$

Крім умов (7.20) - (7.23) функція  $f(x)$  повинна задовольняти також наступним умовам:

1.  $f(x) \geq 0$ ;
2.  $f(-\infty) = 0$ ;
3.  $f(\infty) = 0$ .

Щоб визначити, яка ймовірність того, що значення  $x$  буде знаходитися в межах  $x_2 - x_3$ , визначають площу між вертикалями з точок  $x_2$  і  $x_3$  (заштрихована площа на рис.7.4). Ця площа пропорційна ймовірності для інтервалу  $x_2 - x_3$

Результати спостережень при багаторазових вимірюваннях можна розглядати як результати спостережень над деякою випадковою величиною.

Маючи ряд результатів можна побудувати гістограму, яка дає уявлення про характер розподілу випадкової величини (рис.7.3).

При збільшенні числа вимірювань і зменшенні інтервалів гістограма наближається до плавної кривої, яка, як ми побачимо далі, характеризує один з теоретичних розподілів неперервних випадкових величин.

## 2. Закон нормального розподілу випадкових величин.

Якщо на основі теоретичних міркувань і досліду можна передбачити **якісну форму** закону розподілу тієї чи іншої випадкової величини, то буває достатньо виконати невелику кількість вимірювань, щоб повністю визначити його **кількісно**.

Теоретично було знайдено закони розподілу, які можна очікувати для різних типів випадкових величин. Але для великої кількості випадкових величин, що зустрічаються на практиці, слід очікувати розподілу по так званому **закону нормального розподілу (закону Гаусса)**.

До числа випадкових величин, розподіл яких підлягає цьому закону (або, як іноді кажуть, розподілених нормально), належить більша частина випадкових похибок вимірювання.

Закон нормального розподілу для будь-якої випадкової величини описується рівнянням:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2\sigma^2}} \quad (7.24)$$

де  $f(x)$  – густина ймовірності (функція  $x$ );  
 $x$  – значення випадкової величини, для якої визначається  $f$ ;  
 $M(x)$  - математичне сподівання (очікування) результатів вимірювань;  
 $\sigma$  - середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань.  
 Графік нормального розподілу має вигляд (рис.7.5):

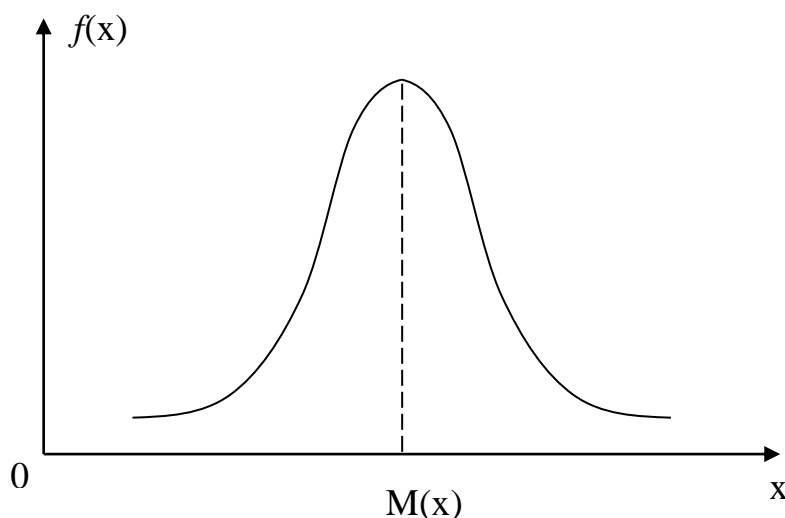


Рис. 7.5. Крива нормального розподілу випадкових величин.

По вісі абсцис відкладено результати спостережень над деякою величиною, яка містить випадкові похибки а по вісі ординат – густина ймовірності їх появи (результатів вимірювань).

При розгляді диференціальної функції розподілу було відзначено, що результати спостережень сконцентровані навколо істинного значення вимірюваної величини, і в міру наближення до нього елементи ймовірності їх виникнення зростають. Це дає право прийняти за оцінку істинного значення вимірюваної величини координату центру тяжіння фігури, утвореної кривою розподілу і віссю абсцис. Ця точка називається **математичним сподіванням (очікуванням) результатів спостережень.**

Теорія дає наступній висновок: якщо систематичні похибки повністю виключені, то істинне значення вимірюваної величини дорівнює математичному очікуванню результатів спостережень.



Абсциса, яка відповідає математичному очікуванню, називається центром розподілу.

Перенесемо початок координат в центр розподілу, тобто по вісі абсцис будемо відкладати різницю  $\Delta = x - a$ , де  $a$  – істинне значення вимірюваної величини. В результаті отримаємо криву, зображену на рис.7.6.

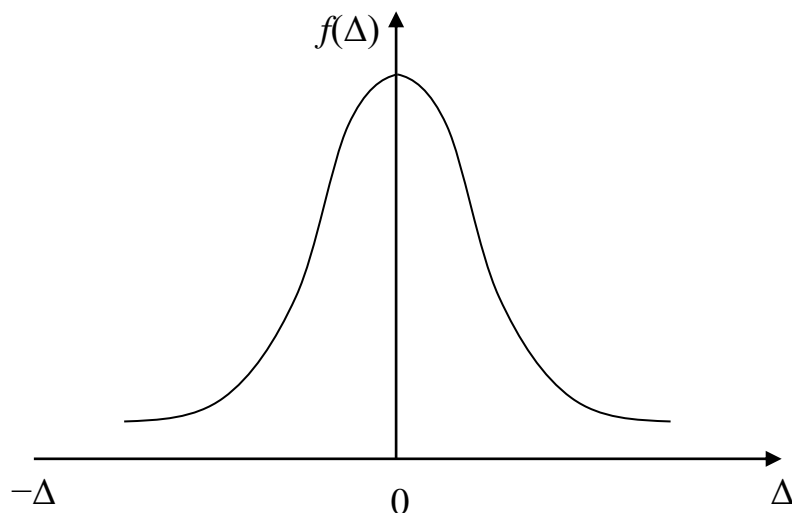


Рис. 7.6. Крива нормального розподілу випадкових похибок.

Криву  $f(\Delta)$  (рис.7.6) можна розглядати як **криву розподілу випадкових похибок**. Її аналітичний вираз має вигляд

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (7.25)$$

Крива розподілу має дзвоноподібну форму і симетрична відносно осі ординат. Максимальна величина ймовірності дорівнює  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  і досягається у точці 0. По мірі віддалення від точки 0 (вліво чи вправо) ймовірність  $f(\Delta)$  зменшується і асимптотично наближається до нуля.

### **3. Властивості і характеристики нормального розподілу випадкових похибок.**

При розгляді властивостей і характеристик розподілу випадкових похибок обмежимося тільки нормальним розподілом, оскільки випадкові похибки вимірювань частіше всього розподіляються нормально.

Будемо розглядати властивості і характеристики нормального розподілу, користуючись його графічним зображенням і рівнянням (7.25).

### Властивості нормального розподілу.

1. Найбільша густина ймовірності відповідає похибці  $\Delta = 0$ . При зростанні похибки як в сторону додатніх, так і в сторону від'ємних значень ордината кривої зменшується. Це означає: чим більше похибка  $\Delta$ , тим менша густина ймовірності її появи, тобто тим рідкіше можна очікувати її появи. При великих  $\Delta$  крива асимптотично наближається до вісі абсцис. Це означає, що густина ймовірності появи дуже великих похибок дуже мала.

2. Крива нормального розподілу симетрична відносно вісі ординат, тобто відносно вертикалі, що проходить через точку  $\Delta = 0$ . Це означає, що похибки однакові по модулю, але з різними знаками мають однакову густину ймовірності, тобто зустрічаються однаково часто, або, як кажуть, вони рівноімовірні.

### Характеристики нормального розподілу

**1. Математичне сподівання (очікування)** випадкової величини – це таке її значення, навколо якого групуються результати окремих спостережень.

**Математичне сподівання дискретної випадкової величини  $M(x)$**  визначається, як сума добутків всіх можливих значень випадкової величини на ймовірність появи цих значень:

$$M[x] = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i. \quad (7.26)$$

Для неперервних випадкових величин воно визначається як

$$M[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx. \quad (7.27)$$

Зазначимо, що математичне очікування дорівнює середньому арифметичному значенню.

Вираз (7.27) означає що математичне сподівання неперервної випадкової величини дорівнює сумі нескінченно великої кількості добутків всіх можливих значень випадкової величини  $x$  на нескінченно малі площі  $f(x)dx$ , де  $f(x)$  – ордината для кожного значення  $x$ , а  $dx$  – відрізки вісі абсцис.

Якщо спостерігається нормальний розподіл **випадкових похибок**, то математичне сподівання випадкової похибки дорівнює нулю (рис.7.6).

Якщо ж розглядати нормальний розподіл **результатів** вимірювань (рис.7.5), то математичне сподівання буде відповідати істинному значенню вимірюваної величини, яке ми позначаємо через „а”.

Похибка вимірювання  $\Delta = x_i - a$  в загальному випадку може містити дві складові – випадкову і систематичну:  $\Delta = \Delta_B + \Delta_C$ . Характер залежності функції густини ймовірності від значення фізичної величини  $x$  і від значення її похибки  $\Delta$  один і той же (лише максимум розподілу  $f(\Delta)$  зміщений вліво по вісі абсцис на величину „а”).

Враховуючи вираз (7.27) і однакову ймовірність виникнення випадкових похибок протилежних знаків і, отже рівність нулю їх математичного сподівання  $M[\Delta_B] = 0$ , отримуємо для похибки  $\Delta$  математичне сподівання у вигляді:

$$M[\Delta] = M[\Delta_C + \Delta_B] = M[\Delta_C] \quad (7.28)$$

Ми одержали, що математичне сподівання похибки вимірювання дорівнює систематичній похибці.

Виходячи з виразу математичного сподівання можна дати більш чітке визначення систематичної та випадкової похибок.

**Систематична похибка  $\Delta_C$**  – це відхилення математичного сподівання результатів вимірювань від істинного значення „а” вимірюваної величини:

$$\Delta_C = M[x] - a = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx - a \quad (7.29)$$

**Випадкова похибка  $\Delta_B$**  – це різниця між результатом одиночного вимірювання і математичним сподіванням результатів:

$$\Delta_B = x_i - M[x] = x_i - \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad (7.30)$$

Істинне значення вимірюваної величини тоді дорівнює:

$$x_{\text{істинне}} = M[x] \pm \Delta_C \pm \Delta_B \quad (7.31)$$

**2. Дисперсія розподілу випадкових похибок** дорівнює дисперсії розподілу результатів вимірювань і характеризує їх розсіювання відносно математичного сподівання.

Зобразимо декілька кривих нормального розподілу випадкових похибок (рис.7.7). Як ми говорили вище, вся площа під кривою розподілу для будь-якої кривої дорівнює 1.

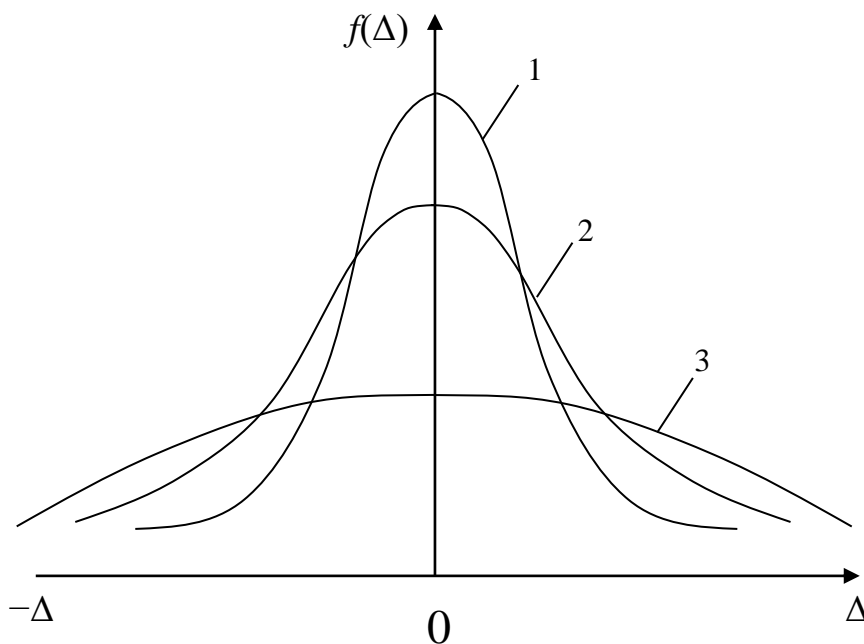


Рис. 7.7. Криві нормального розподілу випадкових похибок:  
 1-  $\sigma = 0,5a$ ; 2 -  $\sigma = 1a$ ; 3 -  $\sigma = 2a$ .

Це пов'язано з тим, що крива охоплює всі значення випадкової величини, тобто всі результати спостережень, а сума імовірностей будь-якого із всіх можливих результатів дорівнює 1.

Отже постає питання: як можна характеризувати криві нормального розподілу, рівні по площі, яку вони обмежують, і різні по вигляду?

Порівнюючи між собою криві на рис.7.7 бачимо, що для кривої 1 майже вся площа зосереджена біля ординати, яка відповідає  $\Delta = 0$ . Це значить, що більшість результатів мало відрізняються від математичного сподівання, тобто більшість похибок мало відрізняються від 0. В цьому випадку розсіювання (або розкиданість) результатів спостережень мале, і існує велика ймовірність появи значень, близьких до математичного сподівання.

Розподіл 2 характеризується більшим розсіюванням. Тут ймовірність появи великих похибок зросла, але і відповідно зменшилась ймовірність появи похибок, близьких до 0.

Розсіювання для розподілу 3 ще більше; ймовірність появи великих похибок помітно більша, ніж в розподілі 2.

Для характеристики таких кривих розподілу (рис. 7.7) вводиться параметр – міра розсіювання. Мірою розсіювання значень випадкової величини є дисперсія  $D[x] = \sigma^2$ .

Для дискретних (теоретичних) розподілів дисперсія відхилень від математичного сподівання визначається виразом:

$$\begin{aligned} D[x] &= [x_1 - a]^2 p_1 + [x_2 - a]^2 p_2 + \dots + [x_n - a]^2 p_n = \\ &= \sum_{i=1}^n [x_i - a]^2 p_i = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 p_i = \sigma^2 \end{aligned} \quad (7.32)$$

Для неперервних випадкових величин:

$$D[x] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - a]^2 f(x) dx = \sigma^2 \quad (7.33)$$

### 3. Середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань.

Дисперсія розподілу має розмірність квадрата вимірюваної величини, тому вона незручна для користування. Значно частіше в розрахунках використовується додатне значення квадратного корня з дисперсії, яке називається середнім квадратичним відхиленням результатів вимірювань:

$$\sigma = +\sqrt{D[x]} \quad (7.34)$$

Середнє квадратичне відхилення від істинного значення (або математичного сподівання) зручніше дисперсії, оскільки воно має ту ж саму розмірність, що сама випадкова величина, а в нашому випадку ту ж саму розмірність, що і випадкові похибки. Тому середнє квадратичне відхилення часто називають середньоквадратичною похибкою (або стандартною похибкою, стандартним відхиленням).

Середнє квадратичне відхилення відповідає характерній точці кривої нормального розподілу. Абсцисам  $+\sigma$ ,  $-\sigma$  відповідають точки перегину кривої (рис.7.8). Ймовірність того, що випадкові похибки вимірювання не вийдуть за межі  $\pm\sigma$  складає  $0,6826 \approx \frac{2}{3}$ . На рис. 7.8 це відповідає попаданню в заштриховану площу, яка приблизно в 2 рази більша за незаштриховану.

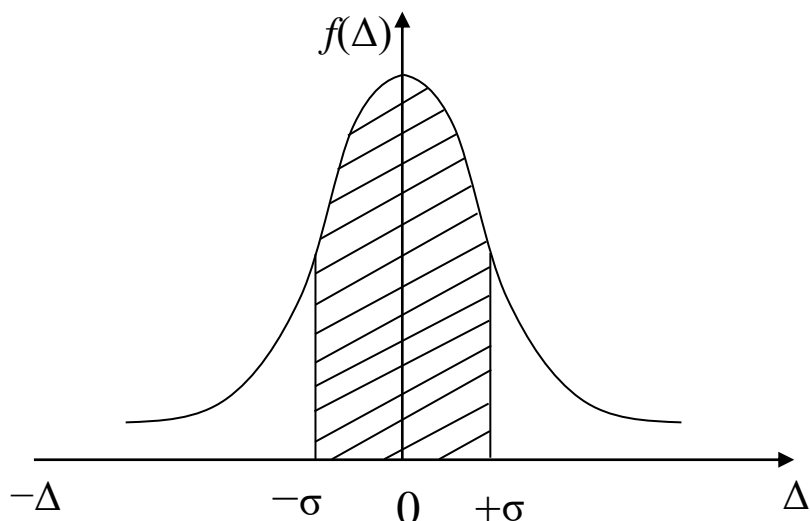


Рис.7.8. Крива нормального розподілу випадкових похибок і середня квадратична похибка  $\pm\sigma$ .

На рис.7.7 кривій 1 відповідає  $\sigma = 0,5a$ ; 2 –  $\sigma = 1a$ ; 3 –  $\sigma = 2a$ . Як бачимо, чим менша  $\sigma$ , тим більше ймовірність появи малих похибок і менша ймовірність появи великих похибок. Іншими словами, тим більша (або краща) сходимість результатів.

**Сходимість результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, виконуваних повторно одними і тими ж засобами вимірювань, одним і тим же методом, в однакових умовах.

В вираз (7.24) входять дві величини, значення яких повністю визначають закон розподілу для кожного конкретного випадку, а саме:  $a = M[x]$  і  $\sigma$ .

Для характеристики розсіювання результатів вимірювань найчастіше використовується математичне сподівання та дисперсія, оскільки вони визначають найважливіші ознаки розподілу: положення центру розподілу і степінь розсіювання результатів вимірювань відносно істинного значення вимірюваної величини.

Розглянутий нормальний розподіл випадкових величин, у тому числі і випадкових похибок, є теоретичним, тому його слід розглядати як “ідеальний”, тобто як теоретичну основу для вивчення випадкових похибок та їх впливу на результат вимірювань.

У практиці вимірювань застосовуються різні закони розподілу випадкових похибок: трикутний, трапецієподібний, прямокутний, симетричний, нормальний. Проте найбільше значення має нормальний закон розподілу (закон Гауса).

Головна особливість нормального закону розподілу полягає в тому, що він є **граничним** законом, до якого наближаються інші закони розподілу при типових для вимірювання умовах, при  $n \rightarrow \infty$ . Теорією ймовірностей доводиться, що густина ймовірностей суми незалежних малих складових при необмеженому збільшенні їх числа наближається до нормального закону розподілу незалежно від того, які закони розподілу мали ці складові. Якщо врахувати, що випадкова похибка є результатом дії великої кількості випадкових чинників, роль кожного з яких при точних вимірюваннях невелика, то стає зрозумілим значення нормального закону в теорії вимірювань.

Значне поширення нормального розподілу похибок у практиці вимірювань пояснюється центральною граничною теоремою теорії ймовірностей, яка є однією з визначних математичних теорем, розроблених видатними математиками: А. де Муавром, П. де Лапласом, К.Ф. Гауссом, П.Л. Чебишевим, А.М. Ляпуновим та ін.

**Центральна гранична теорема** стверджує, що розподіл випадкових похибок буде близьким до нормального кожного разу, коли результати спостережень формуватимуться під впливом великої кількості незалежних чинників, кожен з яких справляє лише незначний вплив порівняно із сумарним впливом інших.

Диференціальні функції при нормальному законі розподілу результатів спостережень мають дзвоноподібну симетричну форму і забезпечують добре уявлення про розсіювання результатів вимірювань та випадкових похибок.

При зменшенні середнього квадратичного відхилення  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$  межі розподілу результатів звужуються (рис.7.7), а вершина дзвону диференціальної функції піднімається вгору.

Ймовірність виникнення малих похибок збільшується, а великих — зменшується, тобто зменшується розсіювання результатів вимірювання відносно дійсної величини і зростає точність вимірювання. Чим точніше виконано вимірювання, тим вище підійматиметься крива розподілу випадкових похибок і зменшуватиметься значення середнього квадратичного відхилення.

Для повного уявлення про точність вимірювань та надійність оцінки випадкових відхилень результатів вимірювань, особливо при обмеженій кількості значень вимірюваної величини, необхідно задатися довірчими межами, довірчим інтервалом та довірчою ймовірністю.

#### **4. Довірчі границі випадкових похибок.**

Випадкова похибка, що має нормальний розподіл, може набувати довільних, в тому числі теоретично як завгодно великих значень (густина розподілу простягається від  $-\infty$  до  $+\infty$ ). Подібне характерно також і для інших розподів випадкових похибок. Оскільки густина розподілу при

великих за модулем значеннях похибки зменшується, то ймовірність появи таких похибок також зменшується. Основна частина значень похибок групується у порівняно невеликих границях. При експериментальних дослідженнях важливо мати впевненість, що випадкова похибка не виходить певні границі, або що поява похибок, більших за допустимі значення, у цьому експерименті є мало ймовірною. Ця проблема вирішується застосуванням такої інтервальної характеристики випадкової похибки, як її довірчі границі.

**Довірчі границі випадкової похибки** – це верхня та нижня границі інтервалу, в які похибки потрапляють із заданою ймовірністю  $P_{\text{дов}}$ . Сам інтервал називається **довірчим інтервалом**, а ймовірність, яка його характеризує – **довірчою ймовірністю**  $P_{\text{дов}}$ . Іноді її ще називають **вірогідністю**.

Для визначення довірчих границь похибок необхідно знати густину розподілу похибок та ймовірність попадання похибок у довірчі границі.

Раніше ми говорили, що ймовірність появи похибки  $\Delta$ , яка не виходить за межі  $\pm\sigma$ , дорівнює 0,6826 ( $\sim 2/3$ ). В цьому випадку  $+\sigma$  і  $-\sigma$  розглядають як границі інтервалу, в межах якого з імовірністю 0,6826 знаходяться значення випадкових похибок  $\Delta$ . Отже, довірча ймовірність для інтервалу від  $+\sigma$  до  $-\sigma$  дорівнює 0,6826. Сам довірчий інтервал має вигляд  $(\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma)$ , де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне значення результатів вимірювань.

Залежно від мети та точності вимірювань задаватися можуть будь-які границі довірчого інтервалу  $+\varepsilon$  і  $-\varepsilon$  (скорочено  $\pm\varepsilon$ ). При цьому вирішується задача про визначення довірчої ймовірності. Може вирішуватися і обернена задача: по заданій ймовірності визначити довірчий інтервал. Довірчий інтервал дає змогу судити про відтворюваність результатів вимірювань.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, яка відбиває близькість один до одного результатів вимірювань однієї і тієї ж величини, отриманих в різних місцях, різними методами і засобами, різними операторами, в різний час, але приведених до одних і тих же умов (температура, вологість, тиск та інші).

Ймовірність попадання випадкової похибки  $\Delta$  в симетричний інтервал  $\pm\varepsilon$  при нормальному розподілі виражається формулою:

$$P [-\varepsilon < \Delta < \varepsilon] = P [\Delta < |\varepsilon|] = \Phi(t),$$

де

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\Delta^2}{2}} d\Delta \quad (\text{при } t > 0) \quad (7.35)$$

Причому



$$\Phi(-t) = -\Phi(t);$$

Значення  $t$  визначається з виразу:

$$\varepsilon = t \cdot \sigma$$

звідки

$$t = \frac{\varepsilon}{\sigma}, \quad (7.36)$$

де  $\varepsilon$  - границя довірчого інтервалу.

Функція  $\Phi(t)$  називається **інтегралом імовірностей** (інтегралом Лапласа).

Ймовірність того, що випадкова похибка виявиться за межами інтервалу  $\pm\varepsilon$ , дорівнює:

$$P[-\varepsilon > \Delta > \varepsilon] = P[|\varepsilon| < \Delta] = 1 - \Phi(t) \quad (7.37).$$

Величина  $\Phi(t) = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$ , що відповідає даному довірчому інтервалу  $\pm\varepsilon$ , називається **довірчою імовірністю**, а значення  $1 - \Phi(t)$  – **рівнем значимості**.

Довірчі ймовірності і довірчі інтервали визначаються за допомогою таблиць значень інтеграла імовірностей  $\Phi(t)$  і  $\Phi(-t) = -\Phi(t)$ .

Змінна  $t$  має також назву **квантиль розподілу  $\Phi(t)$** . Її значення при відомій довірчій ймовірності  $\Phi(t)$  також знаходять із таблиці.

В довідковій літературі та посібниках по метрології наведено таблицю значень  $\Phi(t)$  при різних  $t$  (додаток 4) та таблицю значень  $t$  при заданих значеннях  $\Phi(t)$  (додаток 5).

Так, при нормальному розподілі похибок з ймовірністю 0,68, випадкові похибки  $\Delta$  знаходяться у довірчих межах  $\pm 1\sigma$  (додаток 5); з ймовірністю 0,95 — у межах подвійної середньої квадратичної похибки  $\pm 2\sigma$ ; з ймовірністю 0,9973 — у межах  $\pm 3\sigma$  (рис. 7.8).

Для звичайних технічних вимірювань, коли не вимагається високий ступінь надійності та точності, довірна ймовірність береться у межах 0,9—0,95.

На практиці довірчу ймовірність вибирають в залежності від конкретних умов. Наприклад, при виготовленні будь-якої деталі можна вважати цілком задовільним значення 0,995 для ймовірності того, що відхилення розміру не вийде за межі заданого інтервалу. В технічній практиці ймовірність часто виражають в %, тобто для даного випадку її приймають рівною 99,5%. Рівень значимості або ймовірності того, що розміри деталі не будуть задовільняти необхідним вимогам, буде складати 0,5%. Це значить, що в середньому бракуватиметься буде 1 деталь зі 200. Така ймовірність відповідає довірчому інтервалу від  $+2,81\sigma$  до  $-2,81\sigma$  (з

таблиці знаходимо значення  $t$  яке відповідає значенню  $1-\Phi(t)=0,005$ . Воно дорівнює  $t = 2,807$ . Звідси  $\pm\varepsilon = t \cdot \sigma = 2,81\sigma$ ).

Виходячи з нормального закону розподілу, можна розраховувати ймовірність виникнення випадкових похибок з різними значеннями. Припустимо, що  $\Delta = 3\sigma$ , і визначимо ймовірність  $P$  появи таких похибок.

За даними таблиці додатку 4, загальна сума результатів вимірювань з випадковими похибками до  $\Delta \leq |3\sigma|$  дорівнює 99,73 %. Звідси виникає

**правило  $3\sigma$** , за яким при нормальному розподілі результати вимірювань, випадкові похибки  $\Delta$  яких більші або рівні  $\pm 3\sigma$  ( $\Delta \geq |3\sigma|$ ), можна виключити з ряду результатів, оскільки ймовірність їх появи дуже мала. Якщо при виготовленні деталі прийняти допустиме відхилення від номінального її розміру до  $\pm 3\sigma$ , то в середньому одна бракована деталь буде приходиться на 370 виготовлених.

Оскільки така мала ймовірність браку економічно припустима в більшості випадків, то на практиці часто користуються довірчим інтервалом з границями  $\pm 3\sigma$ .

Якщо підвищити вимоги до точності виготовлення деталі, тобто звужити границі довірчого інтервалу до  $\pm 2\sigma$ , то довірна ймовірність зменшиться до 0,9544 (95,44%). В цьому випадку одна бракована деталь буде приходиться на 22 виготовлені.

## **ТЕМА 8. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ, ВІЛЬНИХ ВІД СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК.**

### **Методичні поради до вивчення теми.**

Матеріал даної теми присвячений розгляду процедури обробки результатів різних видів вимірювань. Слід добре усвідомити, що обробка результатів вимірювань здійснюється принципово різними способами для:

1. рівноточних та нерівноточних вимірювань;
2. прямих та непрямих вимірювань;
3. однократних та багатократних вимірювань.

Виходячи з цього необхідно ретельно засвоїти послідовність опрацювання результатів зазначених видів вимірювань, вираз для визначення похибки середнього арифметичного та довірчого інтервалу для нього. Особливу увагу рекомендується звернути на відмінності в опрацюванні результатів прямих та непрямих вимірювань, а також рівноточних та нерівноточних вимірювань. Варто усвідомити, що при малій кількості вимірювань ( $n < 40$ ) при визначенні довірчого інтервалу та довірчої ймовірності не можна користуватися формулами нормального розподілу, а необхідно користуватися розподілом Ст'юдента. Оскільки при виконанні вимірювань не можна виключати появу грубих похибок, необхідно вміти володіти механізмом визначення грубих похибок з метою їх виключення з результатів вимірювань. Критерій Романовського визначення грубих похибок є простим і ефективним методом, що використовується для вирішення цієї задачі. Необхідно досконально оволодіти алгоритмом його застосування.

### **План лекції.**

1. Загальні зауваження.
2. Обробка результатів прямих вимірювань.
  - 2.1. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань.
  - 2.2. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань.
3. Похибки середнього арифметичного.
4. Довірчі інтервали та довірчі ймовірності для середнього арифметичного значення.
5. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань.
6. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії.
7. Наближені обчислення: правила заокруглення і дій з наближеними числами, похибки заокруглення.
8. Оцінка результатів непрямих вимірювань.
9. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань.
10. Визначення ваги результату вимірювання.
11. Оцінка похибки середнього зваженого.

## 12. Промахи і грубі похибки.

### 1. Загальні зауваження.

Після проведених вимірювальних експериментів здійснюють опрацювання результатів первинних вимірювань (спостережень) для знаходження остаточного результату вимірювання - основної мети вимірювання. Основна мета обробки експериментальних даних – одержання результату вимірювання і оцінка його похибки.

Під час опрацювання результатів розв'язують дві задачі:

1. знаходять значення вимірюваної величини;
2. оцінюють характеристики точності результату вимірювання.

Результат вимірювання є повноцінним за умови, що він супроводжується оцінкою його точності. Крім того, разом з результатом вимірювання, доцільно вказати важливі дані, наприклад, такі, як кількість спостережень (первинних вимірювань) і їх статистичний розподіл, алгоритм опрацювання, характеристики вимірювальних засобів, умови вимірювань, способи корекції (усунення) систематичних похибок, імовірнісні показники, тощо. Наявність цих даних забезпечує можливість порівняння результатів вимірювань, виконаних за однаковими чи різними методиками, різними засобами, в різних установах.

Обсяг опрацювання та вибір методу обробки залежать від виду вимірювання, кількості експериментальних даних (багатократні, однократні вимірювання), вимог щодо точності вимірювання, наявної інформації про систематичні та випадкові похибки вимірювання, виду розподілу похибок вимірювань тощо.

Методи обробки експериментальних даних суттєво залежать від виду вимірювань – прямі, непрямі, сукупні, сумісні. Лише при прямих разових вимірюваннях отриманий результат спостереження може бути результатом вимірювання (за умови, що систематичні похибки вимірювання не коригують). В інших вимірюваннях обробка може здійснюватись за стандартизованими методиками (наприклад, статистичними методами), або вимагати створення спеціальних алгоритмів. У сукупних і сумісних вимірюваннях обов'язковим є розв'язування систем рівнянь найчастіше методом найменших квадратів.

У загальному випадку обробка результатів вимірювань передбачає такі етапи:

1. попередній аналіз результатів спостережень (первинних вимірювань), їх систематизація, відкидання явно недостовірних результатів;
2. корекція (усунення) впливу систематичних похибок (вивчення умов вимірювань, розрахунок і внесення поправок);
3. аналіз впливу випадкових похибок, перевірка гіпотез про їх розподіл, вибір найкращих оцінок шуканих величин;
4. оцінка характеристик точності числового алгоритму, його стійкості;
5. виконання розрахунків згідно з вибраним алгоритмом;

6. аналіз отриманих результатів;

7. подання результатів вимірювань та характеристик їх точності за відповідною формою.

При виборі методу обробки експериментальних даних важливого значення набувають швидкість одержання результату вимірювання та працездатність методу.

## **2. Обробка результатів прямих вимірювань.**

### **2.1. Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань.**

З погляду обробки результатів спостережень, пряме вимірювання - це вимірювання однієї величини, в якому її значення отримують безпосередньо за показом відповідного приладу без необхідних для знаходження значення вимірюваної величини додаткових обчислень. Приклади прямих вимірювань: вимірювання сили струму - амперметром, довжини - лінійкою, інтервалу часу - годинником, температури - термометром тощо.

Значення вимірюваної величини вважається знайденим прямо, коли шкала вимірювального засобу проградуєвана прямо у відповідних значеннях вимірюваної величини або безпосередньо через таблицю чи графік. Вимірювання є прямим навіть, якщо необхідно виконати додаткові вимірювання впливних величин, наприклад, щоб зробити корекцію систематичних похибок.

Разові вимірювання виконують за умови невеликих випадкових похибок, коли переважаючими є систематичні похибки. При цьому зазвичай виконують декілька вимірювань (3-4), щоб переконатись у стабільності результатів. Як результат вибирають один з них, не виконуючи якогось опрацювання. Основне рівняння такого вимірювання (залежність результату вимірювання у від результату спостереження  $x$ )

$$y = c \times x, \quad (8.1)$$

де  $c$  - відомий коефіцієнт, наприклад, масштабний.

Для оцінки характеристик похибки прямого разового вимірювання необхідно по можливості встановити всі складові похибки, оцінити характеристики кожної  $i$ , використовуючи їх, знайти характеристики сумарної похибки. Модель похибки вимірювання містить складові інструментальної похибки, а також, можливо, методичних і особистої (суб'єктивної), похибок експериментатора:

$$\Delta = \Delta_3 + \Delta_1 + \Delta_{\tilde{n}}, \quad (8.2)$$

де  $\Delta_3$  — інструментальна похибка;

$\Delta_1$  - методична похибка;

$\Delta_c$  - суб'єктивна (особиста) похибка, яка зумовлена зчитуванням показу зі шкали аналогового приладу (під час вимірювання цифровими приладами ця складова похибки відсутня).

## **2.2. Опрацювання результатів прямих багаторазових вимірювань.**

### **А. Зменшення впливу випадкових похибок.**

Виконавши декілька вимірювань, ми отримаємо ряд числових значень вимірюваної величини. Ці значення відрізняються одне від одного, але всі вони заслуговують однакової довіри, оскільки отримані в однакових умовах і з однаковою ретельністю.

Практично число спостережень (вимірювань) завжди обмежене, а це означає, що одержаний набір значень випадкової величини невеликий:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ; в більшості експериментів  $n < 100$ . Сукупність обмеженої кількості значень випадкової величини називається **вибіркою із генеральної сукупності**, а кожне конкретне значення  $x_i$ , що належить до вибірки – **елементом вибірки**.

**Генеральна сукупність** – повний набір всіх значень, які може в принципі приймати випадкова величина.

Основним методом зменшення впливу випадкових похибок є проведення вимірювань з **багаторазовими спостереженнями** і подальше статистичне опрацювання отриманих результатів. Методика статистичного опрацювання залежить від статистичних властивостей випадкових похибок, зокрема, їх розподілу, корельованості тощо. В переважній більшості практичних застосуваннях приймають **модель нормального розподілу** випадкових похибок, що дає можливість застосовувати для обробки результатів добре теоретично обґрунтовані статистичні методи.

Найбільш ефективним методом зменшення впливу на результат вимірювання нормально розподілених випадкових похибок є **усереднення результатів**.

Якщо в будь-якому конкретному вимірюванні заздалегідь невідомий розподіл випадкових похибок, то необхідно провести детальні дослідження на предмет встановлення форми розподілу. При цьому застосовують відповідні статистичні критерії і для досягнення заданого рівня впевненості про вид розподілу необхідно виконати великий обсяг вимірювальних експериментів, навіть кілька сотень і більше. Найчастіше на основі експериментальних даних спочатку будують гістограму і за її формою роблять попередній висновок про вид розподілу. Далі на основі певних критеріїв (критерій  $\chi^2$ , критерій Колмогорова тощо) перевіряють гіпотезу на приналежність даного розподілу до вибраного модельного. Слід зауважити, що ніякий критерій не дає гарантії про підпорядкованість сукупності

експериментальних даних тому чи іншому розподілу, лише отримується відповідь, що з такою ймовірністю такий розподіл не суперечить експериментальним результатам.

### **Б. Обробка результатів при нормально розподілених випадкових похибках.**

Найбільш поширена як в теоретичних дослідженнях, так і при практичному опрацюванні результатів вимірювань є модель нормального розподілу випадкових похибок.

Прийнято вважати, що кількість спостережень при багаторазових вимірюваннях не менша за 4-5 ( $n \geq 4-5$ ). В результаті почергових вимірювань даної величини отримують набір результатів  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , де  $n$  – кількість вимірювань.

Для зменшення впливу нормально розподілених випадкових похибок застосовується усереднення результатів вимірювань, тобто за результат вимірювання приймається їх середнє арифметичне значення:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (8.3)$$

де  $\bar{x}$  - середнє значення;

$x_i$  – результат  $i$  - тового вимірювання;

$n$  – кількість вимірювань.

При цьому припускається, що результати вимірювань вільні від систематичних похибок.

Розглянемо детальніше зміст середнього арифметичного значення. При вимірюванні сталого значення величини „а” вплив випадкових похибок  $\Delta_i$  проявляється у хаотичній нерегулярній зміні окремих послідовних в часі результатів  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), де  $n$  – кількість вимірювань.

Ряд результатів вимірювань можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= a + \Delta_1 \\
 x_2 &= a + \Delta_2 \\
 x_3 &= a + \Delta_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_n &= a + \Delta_n \\
 \hline
 \sum_{i=1}^n x_i &= na + \sum_{i=1}^n \Delta_i
 \end{aligned}
 \tag{8.4}$$

де  $a$  – істинне значення вимірюваної величини або математичне сподівання  $M(x)$  випадкової величини;

$\Delta_i$  - похибка  $i$ -го вимірювання.

Теорія імовірностей показує, що алгебраїчна сума всіх випадкових похибок прямує до 0.

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i \approx 0
 \tag{8.5}$$

Чим більша кількість виконаних вимірювань  $n$ , тим вірніша рівність (8.5).

Якщо (8.5) підставити у (8.4), то отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n x_i \approx na$$

звідки

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x} \approx a
 \tag{8.6}$$

тобто середнє значення є наближеним до істинного.

Введемо визначення:

**Розмах результатів вимірювань** – алгебраїчна різниця найбільшого і найменшого результатів окремих вимірювань з ряду  $n$  вимірювань:

$$R_n = x_{\max} - x_{\min}
 \tag{8.7}$$

де  $R_n$  – розмах результатів вимірювань;

$x_{\max}$  і  $x_{\min}$  – найбільше і найменше значення величини в даному ряді вимірювань.



Наприклад, із п'яти вимірювань діаметра  $d$  отвору значення  $d_5 = 25,56$  і  $d_1 = 25,51$  мм виявилися максимальним і мінімальним його значеннями. В цьому випадку  $R_n = d_5 - d_1 = 0,05$  мм. Це означає, що інші похибки даного ряду менші, ніж 0,05 мм.

### **В. Відхилення від середнього арифметичного.**

В виразі для похибки

$$\Delta_i = x_i - a$$

нам невідоме "а". Якщо взяти замість „а” середнє значення  $\bar{x}$ , то отримуємо:

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (8.8)$$

де  $v_i$  - відхилення  $i$  - тового результату вимірювання від середнього арифметичного.

Вираз

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (8.9)$$

називається **середньою арифметичною похибкою окремого вимірювання**.

Відзначимо дві властивості, характерні для відхилення від середнього арифметичного:

1. Алгебраїчна сума всіх відхилень від середнього арифметичного дорівнює 0:

$$\sum_{i=1}^n v_i = 0 \quad (8.10)$$

2. Сума квадратів відхилень від середнього має мінімальне значення:

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min \quad (8.11).$$

Перевага середньої арифметичної похибки – простота її обчислення. Але частіше визначають **середню квадратичну похибку**.

### **Г. Середнє квадратичне відхилення (СКВ).**

Обчислення середнього квадратичного (стандартного) відхилення **окремого вимірювання** при кількості вимірювань  $n$  виконується за формулою:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (8.12)$$

Дисперсія  $D = S_n^2$ . При наближеному обчисленні, коли замість істинного значення „а” беруть  $\bar{x}$ , середнє квадратичне відхилення позначають  $S$  замість  $\sigma$ .

### 3. Похибки середнього арифметичного.

Середнє значення результатів нескінченно великої кількості вимірювань ( $n \rightarrow \infty$ ) прямує до істинного значення вимірюваної величини. Практично ж ми обчислюємо середнє значення на основі скінченної кількості результатів. Воно, як вже вказувалося, відрізняється від істинного значення на величину  $\Delta_{\bar{x}}$ , яка є випадковою похибкою середнього значення. При збільшенні кількості вимірювань  $n$  значення  $\Delta_{\bar{x}}$  прямує до 0.

Якщо випадкові похибки результатів окремих вимірювань підлягають нормальному розподілу, то і похибки середніх значень їх повторних рядів підлягають тому ж закону, але з іншою дисперсією (розсіюванням). Розсіювання середніх значень менше, ніж розсіювання результатів окремих вимірювань.

Теорія дає наступний вираз для середнього квадратичного відхилення  $\sigma_0$  для середнього значення:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8.13)$$

При статистичному методі, замінивши  $\sigma$  на  $S$  в виразі (8.13) отримаємо:

$$S_0 = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (8.14)$$

Ймовірність того, що похибка середнього арифметичного значення не перевищує значення  $\pm \sigma_0$  складає 0,68, так само, як і для  $\sigma$ . Але границі довірчого інтервалу звужуються тобто результат вимірювань виявляється точніше. Оскільки  $\sigma_0$  в  $\sqrt{n}$  разів менше  $\sigma$ , то можна зробити висновок, що виконавши в 100 разів більше вимірювань ми отримаємо з тією ж імовірністю результат на один десятичний знак більш точний. Однак при цьому слід пам'ятати про одну важливу умову – забезпечення незмінності

умов вимірювань. Чим більша кількість вимірювань, тим важче виконувати цю умову.

100-кратне збільшення кількості вимірювань не виправдовується, але збільшення в 2, 4 рази безумовно підвищує точність і надійність результату вимірювань. Наприклад, при збільшенні кількості вимірювань в 4 рази випадкова похибка результату зменшиться в  $\sim 2$  рази при тій же довірчій ймовірності.

#### 4. Довірчі інтервали та довірчі ймовірності для середнього арифметичного значення.

Той факт, що випадкові похибки середнього значення  $\bar{x}$  також розподіляються по нормальному закону, дає можливість визначити для них довірчий інтервал  $\pm E$ , який відповідає вибраній довірчій ймовірності, за формулою:

$$P[(\bar{x} - a) < |E|] = \Phi(t)$$

де

$$E = tS_0 = \frac{tS_n}{\sqrt{n}} = t \frac{\sqrt{\sum v_i^2}}{\sqrt{n(n-1)}} = t \frac{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{n(n-1)}} \quad (8.15)$$

і скористатися таблицями значень функції  $\Phi(t)$  в залежності від  $t$ .

#### 5. Обробка результатів прямих рівноточних вимірювань.

Методика подальшої обробки, зокрема з метою оцінки довірчих границь отриманого результату, залежить від апріорної (наявної) інформації про характеристики похибок результатів спостережень.

Розглянемо обробку результатів при **рівноточних вимірюваннях**. **Рівноточними** вважаються почергові вимірювання незмінними засобами, в незмінних умовах, тим самим експериментатором.

Результати обробляються по-різному, залежно від того, мало ( $n < 40$ ) чи багато ( $n \geq 40$ ) проведено спостережень.

При великій кількості результатів ( $n \geq 40$ ) їх обробка проводиться в такій послідовності. Якщо дисперсія (чи стандартне відхилення) випадкових похибок заздалегідь невідомі, то:

1. Визначається оцінка істинного значення вимірюваної величини — середнє арифметичне значення результатів спостережень:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8.16)$$

2. Обчислюються випадкові відхилення результатів спостережень та їх квадрати:

$$\Delta_i = x_i - \bar{x}; \quad \Delta_i^2 = (x_i - \bar{x})^2 \quad (8.17)$$

3. Визначається середнє квадратичне відхилення результатів спостережень:

$$S_n = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8.18)$$

4. Перевіряється нормальність розподілу результатів спостережень.

5. Визначається наявність грубих похибок, які відповідають відношенню  $\Delta \geq 3\sigma$ . Результати з грубими помилками опускають і проводять обчислення для меншого числа спостережень з попередньою послідовністю.

6. Встановивши значення довірчої ймовірності залежно від точності вимірювань (додаток 4), визначаються довірчі границі  $\varepsilon$  випадкової похибки:

$$\varepsilon = t \frac{S_n}{\sqrt{n}} \quad (8.19)$$

7. Результат істинного значення записується у такому вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon; \quad \text{при } P_{\text{дов}} = 0,9 - 0,9973$$

або

$$x = \bar{x} \pm t \frac{S_n}{\sqrt{n}}; \quad \text{при } P_{\text{дов}} = 0,9 - 0,9973. \quad (8.20)$$

Тобто істинне значення вимірюваної величини з імовірністю  $P_{\text{дов}}$  знаходиться в межах:

$$\bar{x} - t \frac{S_n}{\sqrt{n}} < x_{\text{істинне}} < \bar{x} + t \frac{S_n}{\sqrt{n}} \quad (8.21)$$

Отже, для зменшення впливу випадкових похибок знаходять середнє значення з результатів спостережень. При цьому розкид середнього значення (стандартне відхилення) в  $\sqrt{n}$  разів менший за розкид окремого результату спостереження. Таким чином, для зменшення впливу випадкової похибки у  $n$  раз необхідно здійснити  $n^2$  спостережень, зокрема для зменшення випадкової похибки в 10 раз

необхідно провести  $10^2 = 100$  спостережень, а у 100 раз -  $100^2 = 10000$  спостережень. Очевидно, що збільшення кількості вимірювань зумовлює пропорційне зростання часу вимірювання.

### 6. Оцінка результатів при малій кількості вимірювань і невідомій дисперсії.

Середнє квадратичне відхилення  $S$  є лише деяким наближенням до дійсного значення середнього квадратичного відхилення  $\sigma$ . Чим менша кількість вимірювань, тим менш надійним є визначення ймовірності для того чи іншого довірчого інтервала описаним вище способом.

При малій кількості вимірювань ( $n < 40$ ) не можна користуватися формулами нормального розподілу. Ст'юдент вказав на можливість при малій кількості вимірювань визначити довірчу ймовірність або довірчий інтервал для середнього значення в тих випадках, коли  $\sigma$  невідома. Математичний вираз розподілу Ст'юдента через його складність приводити не будемо.

Послідовність обробки результатів при малій кількості вимірювань співпадає з наведеною вище. Але в цьому випадку довірчі границі випадкової похибки визначаються виразом:

$$\varepsilon = t_c \frac{S_n}{\sqrt{n}}, \quad (8.22)$$

де  $t_c$  - коефіцієнт Ст'юдента, який залежить від кількості вимірювань  $n$  і величини довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$ .

Для практичного використання цього розподілу користуються таблицями, в яких дано значення коефіцієнта Ст'юдента  $t_c$  для різних довірчих ймовірностей  $P_{\text{дов}}$  і різного числа вимірювань  $n$ , і навпаки – значення  $P_{\text{дов}}$  для різних довірчих інтервалів  $t_c$  і різного  $n$  (додатки 6 та 7).

Результат істинного значення записується у вигляді:

$$x = \bar{x} \pm t_c \frac{S_n}{\sqrt{n}} \text{ при } P_{\text{дов}} = 0,9 - 0,9973$$

або

$$\bar{x} - t_c \frac{S_n}{\sqrt{n}} < x_{\text{істинне}} < \bar{x} + t_c \frac{S_n}{\sqrt{n}} \quad (8.23)$$

Границі, визначені виразом (8.23), утворюють довірчий інтервал, величина якого зі збільшенням числа вимірювань  $n$  зменшується за тієї ж самої довірчої ймовірності.

При  $n \rightarrow \infty$  розподіл Ст'юдента приводиться до нормального.

В таблицях, які приводяться в підручниках по теорії імовірностей, частіше вказується не кількість вимірювань  $n$ , а кількість ступенів вільності  $k = n - 1$ .

Замість довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  в деяких джерелах вказується рівень значимості, рівний  $1 - P_{\text{дов}}$ .

Знаючи кількість вимірювань  $n$  і задавшись довірчою імовірністю  $P_{\text{дов}}$ , по таблицям можна знайти значення  $t_c$ . Помноживши його на  $S_0$ , можна визначити границі довірчого інтервалу.

## 7. Наближені обчислення: правила заокруглення і дій з наближеними числами, похибки заокруглення.

Таким чином, результат точного вимірювання визначають двома числами. Наприклад,  $R = (40,780 \pm 0,015)$  Ом. Похибку зазвичай подають однією-двома значущими цифрами, крім особливо відповідальних вимірювань. Заокруглюють результат так, щоб він закінчувався десятковим знаком того ж розряду, що і похибка. Зайві значущі цифри у цілих числах заміняють нулями, у десяткових дробах відкидають. Отже, результати вимірювань і їх похибок в записі кінцевого результату необхідно представляти наближеним числом з певною кількістю значущих цифр.

**Значущими цифрами** довільного числа називаються всі правильні і перша сумнівна цифри 1,2,3...,9, що входять в число, а також 0 (нуль, якщо він стоїть всередині або справа).

$k$ -та цифра наближеного числа є **правильною**, якщо абсолютна похибка не перевищує половини одиниці  $k$ -го розряду (якщо це розряд одиниць, то при  $\Delta \leq 0,5$ ; якщо це розряд десяткових, то при  $\Delta \leq 0,05$  і т.д.). В протилежному випадку цифра  $k$ -го порядку називається **сумнівною** (якщо  $\Delta \geq 0,5 \cdot 10^k$ ,  $k = 1, -1, -2, -3, \dots$ ).

Це накладає обмеження на вибір числа значущих цифр при запису величини похибки  $\Delta x$ .

Розглянемо два випадки.

### 1. Число вимірювань $3 < n < 10$ :

при запису величини похибки  $\Delta x$  необхідно зберегти дві значущі цифри, якщо перша 1 або 2, і достатньо записати одну значущу цифру, якщо перша 3 і більше (в цьому випадку похибка заокруглення і відкидання другої значущої цифри буде менша, ніж похибка обчислення середньої квадратичної похибки).

### 2. Число вимірювань $n > 10$ :

при запису величини похибки  $\Delta x$  необхідно залишити дві значущі цифри, якщо перша з них 3 і менше і достатньо зберегти одну (першу) значущу цифру, якщо вона рівна або більше 4.

Для задоволення цього способу визначення числа правильних знаків проводять заокруглення чисел. Нехай після заокруглення в числі повинно залишитись  $k$  значущих цифр.

Тоді користуються такими правилами:

- якщо  $k+1$  цифра менше 5, то цифра  $k$  не змінюється;
- якщо  $k+1$  цифра більше 5, то цифра  $k$  збільшується на 1;
- якщо  $k+1$  цифра дорівнює 5, то можливі два випадки:

а) якщо серед цифр, що відкидаються, крім цифри 5, є відмінні від 0, то  $k$ -та цифра збільшується на 1.

б) але якщо ці цифри дорівнюють 0, то:  $k$ -ту цифру збільшують на 1, якщо вона непарна, і залишають без змін, якщо вона парна.

Наприклад:

$$x_1 = 1001,77 \pm 0,033 \Rightarrow 1001,77 \pm 0,03$$

$$x_2 = 237,465 \pm 0,127 \Rightarrow 237,46 \pm 0,13$$

$$x_3 = 123357 \pm 678 \Rightarrow 123400 \pm 700.$$

Якщо з наближеними числами ще будуть проводитись обчислення, то в них необхідно зберігати не більше двох сумнівних цифр.

Виконуючи математичні операції з наближеними числами, необхідно дотримуватися правила:

після виконання математичних операцій в кінцевому результаті необхідно залишити стільки значущих цифр після коми, скільки їх було в числі з найменшою кількістю таких значущих цифр.

Не слід вважати, що питання заокруглення вирішується приведеними правилами. Наприклад, якщо встановлено, що зазор між деталями не має перевищувати 4 мм, а вимірювання показали, що він дорівнює 4,4 мм, то заокруглювати до 4 мм неприпустимо. В даному випадку зазор не задовільняє встановленій вимозі, а зазор 3,6 мм цій вимозі задовільняє.

Обмеження може мати місце, якщо вимога формулюється словами „повинно бути не менше”. Наприклад, товщина ізолюючого шару повинна бути не менше 4 мм. В цьому випадку товщина ізоляції 3,6 мм неприпустима, і заокруглювати це число до 4 мм було б невірно.

Взагалі кажучи, у всіх випадках при заокругленні слід вказувати допустиму похибку вимірювання. Ця похибка і є критерієм можливості заокруглення, якщо воно необхідно.

До або в процесі обрахування рекомендується аналізувати заокруглені числа, оскільки необережно виконані заокруглення можуть викривити результат. Так, якщо перед множенням число 645,49 заокруглити до 645 і помножити на 9, то отримаємо 5805. При множенні без заокруглення отримаємо 5809,41, що після заокруглення дає 5809.

Важливість належного заокруглювання прикінцевих оцінок похибок і результатів вимірювань полягає в тому, що при надлишкових розрядах

похибки і результату (особливо це стосується результатів, отриманих при розрахунках на калькуляторі чи за допомогою програми комп'ютера) може створитися хибна думка про вищу, ніж справжня, точність вимірювання. Результат вимірювання заокруглюють так, щоб його молодший розряд відповідав молодшому розряду заокругленої абсолютної похибки.

Найчастішою похибкою є продовження ділення числа до великої кількості цифр після коми. Наприклад, при вимірюванні довжини кола циліндра отримано значення 798 см; треба визначити діаметр циліндра. Поділивши отримане число на  $\pi$  (3,14) отримуємо 254,14 см. Ділення можна продовжувати далі, але в дійсності треба було зупинитися раніше на 254, оскільки вимірявши довжину кола в см і взявши заокруглене до трьох цифр значення  $\pi$ , ми не можемо розраховувати, що діаметр можна визначити до мм і тим більше до долей мм.

### 8. Оцінка результатів непрямих вимірювань.

Значення багатьох величин визначаються не прямими вимірюваннями, а на основі вимірювань декількох величин, функцією яких є вимірювана величина:

$$Q = f(a, b, c, \dots), \quad (8.24)$$

де  $Q$ - вимірювана величина, значення якої визначається обчисленням на основі результатів прямих вимірювань інших величин;

$a, b, c$  - величини, значення яких визначаються прямими вимірюваннями.

Таким чином, непрямим вважається вимірювання, при якому іскоме значення величини знаходять на основі відомого рівняння вимірювань.

Прикладом опосередкованого вимірювання є визначення опору  $R$  за результатами прямих вимірювань напруги  $U$  вольтметром, та струму  $I$  амперметром за законом Ома

$$R = \frac{U}{I}.$$

Для запису результату вимірювання необхідно оцінити похибку його визначення.

**Похибки непрямих вимірювань величини  $Q$**  залежать від похибок вимірювань величин  $a, b, c \dots$ . Це положення дійсне для випадкових і для систематичних похибок.

Для оцінки результатів непрямих вимірювань величини  $Q$  будемо вважати, що систематичні похибки вимірювань величин  $a, b, c, \dots$  виключені, а випадкові похибки вимірювання цих величин не залежать одна від одної.

При непрямих вимірюваннях середнє значення вимірюваної величини знаходять за формулою:



$$\bar{Q} = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots), \quad (8.25)$$

де  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$  – середні арифметичні або середні зважені значення величин  $a, b, c, \dots$

В загальному вигляді середню квадратичну похибку  $\sigma_Q$  непрямого вимірювання величини  $Q$  визначають за формулою:

$$\sigma_Q = \sqrt{D_a^2 + D_b^2 + D_c^2} \quad (8.26)$$

де  $D_a, D_b, D_c$  - так звані часткові похибки непрямого вимірювання, які визначаються наступним чином:

$$D_a = \frac{\partial Q}{\partial a} \sigma_a; \quad D_b = \frac{\partial Q}{\partial b} \sigma_b; \quad D_c = \frac{\partial Q}{\partial c} \sigma_c; \dots$$

де  $\frac{\partial Q}{\partial a}; \frac{\partial Q}{\partial b}; \frac{\partial Q}{\partial c}$  - часткові похідні функції  $Q$  по безпосередньо вимірюваним величинам  $a, b, c$ ;

$\sigma_a; \sigma_b; \sigma_c$  - середні квадратичні відхилення результатів вимірювань величин  $a, b, c$ .

Довірчий інтервал непрямо вимірюваної величини, як і за умови прямих вимірювань, визначають із виразу:

$$\bar{Q} - t \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}} < Q_{\text{істинне}} < \bar{Q} + t \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}}.$$

Розглянемо деякі випадки застосування рівняння (8.26), коли функціональна залежність між величиною, що визначається непрямо вимірюванням, і безпосередньо вимірюваними величинами виражається формулою

$$Q = k a^\alpha b^\beta c^\gamma,$$

де  $k$  – числовий безрозмірний коефіцієнт .

В цьому випадку формула (8.26) матиме вигляд

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\alpha^2 \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2},$$

Якщо  $\alpha = \beta = \gamma = 1$  і  $Q = kabc$ , то формула середньоквадратичної похибки спрощується

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2}.$$

### 9. Оцінка результатів нерівноточних вимірювань.

Вище було розглянуто ряд рівноточних вимірювань, в якому ми однаково довіряли результату будь-якого одиничного вимірювання.

На практиці не завжди можна забезпечити повну відтворюваність умов повторних вимірювань. Буває так, що при виконанні декількох серій вимірювань, деякі з них виявляються менш надійними.

В усякому разі при розгляді результатів однієї серії вимірювань і співставленні їх з результатами другої серії виявляється, що результати останньої в більшій степені відрізняються один від одного (тобто мають більший розкид). Результати цих вимірювань при обробці не слід відкидати. Їх можна врахувати, зменшивши їх роль, їх “вагу” в сукупності результатів всіх вимірювань.

Кожну групу результатів вимірювань, що належать однаковим умовам (даний прилад, даний експериментатор), необхідно оцінити з точки зору ступені довіри, визначити їх „вагу” в загальній сукупності всіх результатів, які підлягають обробці, для одержання значення вимірюваної величини, найбільш близького до істинного. При спільній обробці результатів вимірювань декількох нерівноточних груп необхідно знайти відповідну для кожної групи статистичну вагу.

Таким чином поняття “вага” визначає степінь довіри до результату вимірювання. Чим більша степінь довіри до результату, тим більша його вага, тим більше число, що виражає цю вагу.

Дамо визначення ваги результату вимірювань:

**Вага результату вимірювання ( $p^*$ )** (вага вимірювання або просто вага) – додатне число, яке виражає оцінку довіри до того чи іншого окремого результату вимірювання, що входить в ряд (сукупність) нерівноточних вимірювань.

В цьому випадку значення вимірюваної величини, найбільш близьке до її істинного значення, визначається за формулою:

$$\bar{x}_0 = \frac{\bar{x}_1 p_1^* + \bar{x}_2 p_2^* + \dots + \bar{x}_m p_m^*}{p_1^* + p_2^* + \dots + p_m^*} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i p_i^*}{\sum_{i=1}^m p_i^*} \quad (8.27)$$

де  $m$  - кількість груп вимірювань;

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  - середні значення для окремих груп вимірювань, отримані тим чи іншим способом;

$p_1^*, p_2^*, \dots, p_m^*$  - їх вага.

**Значення  $\bar{x}_0$** , визначене за виразом (8.27) називається **середнім зваженим**.

**Середнє зважене значення** - середнє значення величини, одержане на основі ряду нерівноточних вимірювань із врахуванням ваги окремих результатів, прийнятих до обробки.

Позначення ваги тим же символом, що і ймовірність ( $p$ ) не випадково. Найбільш правильним значенням ваги для даного результату є його ймовірність. Якщо немає можливості визначити ймовірність, то числові значення ваги встановлюють, виходячи з умов вимірювань

Розглянемо деякі з методів визначення ваги результату вимірювань (вагу на відміну від ймовірності позначимо через  $p^*$ ).

## 10. Визначення ваги результату вимірювання.

Існують два методи визначення ваги результату вимірювання.

### Перший метод.

За основу обчислення ваги результату вимірювань можуть бути взяті середні квадратичні відхилення  $S_0$ .

Вагу відповідної групи вимірювань вважають обернено пропорційною  $S_{0i}^2$ , тобто  $p_i^* = \frac{1}{S_{0i}^2}$ .

Звідси

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* : \dots : p_m^* = \frac{1}{S_{01}^2} : \frac{1}{S_{02}^2} : \frac{1}{S_{03}^2} : \dots : \frac{1}{S_{0m}^2} \quad (8.28)$$

**Приклад.** Було проведено три групи вимірювань трьома операторами. Після обробки кожного ряду вимірювань було одержано наступні результати:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 20000,45; & S_{01} &= \pm 0.05 \\ \bar{x}_2 &= 20000,15; & S_{02} &= \pm 0.20 \\ \bar{x}_3 &= 20000,60; & S_{03} &= \pm 0.10 \end{aligned}$$

Визначаємо співвідношення ваг

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* = \frac{1}{(0.05)^2} : \frac{1}{(0.20)^2} : \frac{1}{(0.10)^2} = \frac{1}{0.0025} : \frac{1}{0.04} : \frac{1}{0.01} = \\ = 400 : 25 : 100 = 16 : 1 : 4$$

У відповідності з цією пропорцією приймаємо  $p_1^* = 16$ ,  $p_2^* = 1$ ,  $p_3^* = 4$ .

Середнє зважене згідно формули (8.27) дорівнює: 20000,46

### Другий метод.

Іншим критерієм для визначення ваги результату вимірювань є кількість вимірювань  $n$  в кожній групі ( $S_{0i} = \text{const}$ )

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* : \dots : p_m^* = n_1 : n_2 : n_3 : \dots : n_m \quad (8.29)$$

Підставляючи ці значення у формулу (8.27) отримуємо, що в даному випадку середнє зважене дорівнює середньому зі всіх вимірювань, які розглядаються як один ряд:

$$\bar{x}_0 = \frac{\bar{x}_1 p_1^* + \bar{x}_2 p_2^* + \dots + \bar{x}_m p_m^*}{p_1^* + p_2^* + \dots + p_m^*} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \dots + \bar{x}_m n_m}{n_1 + n_2 + \dots + n_m} \quad (8.30),$$

але  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m = n$ , де  $n$  – загальна кількість вимірювань в усіх групах.

Дійсно:

$$\bar{x}_1 \cdot n_1 = \sum_{i=1}^{n_1} x_i,$$

$$\bar{x}_2 \cdot n_2 = \sum_{i=1}^{n_2} x_i$$

і т.д.

Звідси

$$\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \bar{x}_3 n_3 + \dots + \bar{x}_m n_m = \sum_{i=1}^{i=n_1+n_2+\dots+n_m} x_i = \sum_{i=1}^n x_i.$$

Отже

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$$

**Приклад.** Було проведено три групи вимірювань з різною кількістю вимірювань в кожній групі. Відомі середні арифметичні значення, отримані в результаті вимірювань в кожній групі, і кількість виконаних вимірювань:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 999,9425; & n_1 &= 36 \\ \bar{x}_2 &= 999,9420; & n_2 &= 24 \\ \bar{x}_3 &= 999,9419; & n_3 &= 60\end{aligned}$$

На основі пропорції:

$$p_1^* : p_2^* : p_3^* = 36:24:60,$$

отримуємо наступні значення для ваги результатів

$$p_1^* = 3; p_2^* = 2; p_3^* = 5$$

При обчисленні середнього зваженого відокремлюємо незмінну частину значення вимірюваної величини і обчислення виконуємо тільки з тими її частинами, які змінюються. Таким чином

$$\bar{x}_0 = 999,94 + \frac{0,0025 \times 3 + 0,0020 \times 2 + 0,0015 \times 5}{2 + 3 + 5} = 999,94 + 0,0021 = 999,9421$$

### 11. Оцінка похибки середнього зваженого.

Для визначення середньої квадратичної похибки середнього зваженого користуються формулою:

$$S_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m p_i^* u_i^2}{m(m-1) \sum_{i=1}^m p_i^*}} \quad (8.31)$$

де  $p_i^*$  - вага кожного результату  $\bar{x}_i$ ;

$u_i = \bar{x}_i - \bar{x}_0$  ( $\bar{x}_0$  – середнє зважене);

$m$  – кількість результатів вимірювань (груп вимірювань);

$\sum_{i=1}^m p_i^*$  - сума ваг всіх результатів.

## 12. Промахи і грубі похибки.

Джерелами промахів є похибки операторів за час вимірювань.

Найбільш характерними є наступні промахи:

1. Невірний відлік по шкалі вимірювального приладу, який відбувається внаслідок невірного врахування ціни поділки шкали.

В деяких випадках невірно відраховують кількість поділок, або відлік роблять не в тому напрямку, в якому проградуйовано шкалу.

Останнє часто відбувається тоді, коли нуль шкали розташований з правої сторони шкали.

2. Невірний запис результату вимірювань (описка), невірний запис значень окремих мір використаного набору.

Наприклад, значення маси гир, покладених на чашку ваги.

Описки частіше відбуваються тоді, коли один з учасників досліду диктує другому відлік показань приладу.

3. Похибки при маніпуляціях з приладами або частинами вимірювальної установки. Якщо вони повторюються при вимірюваннях, то весь ряд результатів є невірним. В такому випадку правильніше говорити не про промах, а про недостатню компетенцію або кваліфікацію оператора.

Перераховані промахи особливо небезпечні при однократних вимірюваннях. Чим більший ряд повторних вимірювань, тим легше виявити промах.

Причинами великих, грубих похибок можуть бути раптові і короткочасні зміни умов вимірювань або несправності в апаратурі.

Теоретична крива розподілу випадкових похибок по мірі збільшення значення  $\Delta$  тільки асимптотично наближається до вісі абсцис. Незважаючи на те, що поява дуже великих випадкових похибок теоретично малоїмовірна, наприклад, 4 на  $10^6$  вимірювань, вони все ж можливі.

На практиці дуже великі похибки виключаються із ряду результатів як нехарактерні. Врахування їх при обмеженій кількості вимірювань викривить результат в значно більшій степені, ніж це відповідає дійсності.

## 13. Оцінка результатів, що містять промахи і грубі похибки.

Наявність в ряду вимірювань декількох результатів з грубими відхиленнями повинно занепокоїти оператора і потребує аналізу їх причин. При цьому під сумнів може бути поставлений увесь ряд вимірювань.

Між результатами, що містять грубі відхилення, і результатами, які заслуговують довіри, буває важко провести границю.

Запропоновано ряд прийомів і формул для визначення результатів, які підлягають відкиданню.

Найбільш простим прийомом є відкидання результатів, які містять похибки більші, ніж  $3\sigma$ ;  $3,5\sigma$ ;  $4\sigma$ .

Щоб визначити, які результати підлягають відкиданню, необхідно попередньо опрацювати ряд вимірювань, включаючи всі результати, тобто обчислити середнє квадратичне відхилення  $S$  даного ряду.

Якщо середнє квадратичне відхилення для даного методу вимірювання було визначено раніше на основі вивчення великого ряду вимірювань, то з ним порівнюють середнє квадратичне відхилення  $S$  нового ряду. Потім визначають результати, які підлягають відкиданню на основі вибраного критерія, використовуючи вже відоме для нього СКВ. Якщо ж цього відхилення немає, то використовують СКВ даного ряду. Потім обчислення проводять знову вже з очищеним рядом. Якщо СКВ методу відомо, то з ним порівнюють нове значення СКВ ряду.

Викладений метод можна застосовувати тоді, коли відоме  $\sigma$  або коли  $S$  визначається на основі достатньо великої кількості вимірювань.

При малій кількості вимірювань більш точні результати дає критерій Романовського, який базується на розподілі Ст'юдента.

#### 14. Критерій Романовського.

Нехай виконано  $n + 1$  вимірювань. При цьому  $n$  результатів не викликають сумніву у відношенні відповідності їх закономірному ряду, а один результат здається таким, що порушує цей ряд. Цей результат ми позначимо через  $x_{n+1}$ .

Послідовність обробки результатів вимірювання в цьому випадку наступна:

1. Знаходять середнє арифметичне значення для результатів від  $x_1$  до  $x_n$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

2. Знаходять середнє квадратичне відхилення (СКВ) окремого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

3. Виходячи зі ступеня вірогідності, який повинен бути забезпечений, задаються імовірністю  $p_k$  того, що значення  $(x_{n+1} - \bar{x})$  не перевищує деякого значення  $\varepsilon^*$ , яке потрібно визначити, тобто  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq \varepsilon^*$ .

4. Знаходять допустиме значення інтервалу  $\varepsilon^*$  (довірчий інтервал) з виразу:

$$\varepsilon^* = t' \cdot S$$

Для цього користуються таблицею, в якій приведено значення  $t'$  для різних  $p_k$  і  $n$  (таблиця 8.1).

5. Якщо  $|x_{n+1} - \bar{x}| > \varepsilon^*$ , то результат  $x_{n+1}$  підлягає виключенню з ряду результатів вимірювань.

**Приклад.** В додаток до 15-ти вимірювань, результати яких наведено, було виконане 16-те вимірювання, результат якого 772, а відхилення від середнього  $v_{16} = -27$ .

$x_i$ : 789; 791; 792; 794; 795; 796; 797; 798; 800; 801; 803; 804; 806; 807; 809

$$\bar{x} = 798.8$$

СКВ результатів 15 вимірювань

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} v_i^2}{15 - 1}} = 6.13$$

Задамося імовірністю  $p_k = 0.05$  і знаходимо по таблиці для  $n=15$ ,  $t' = 4.28$ . Звідси

$$\varepsilon^* = 4.28 \cdot 6.13 \approx 26.24.$$

Результат 16-го вимірювання, для якого  $v_{16} = -27$  підлягає виключенню із ряду, оскільки  $27 > 26.24$ .



Таблиця 8.1

Значення коефіцієнта  $t'$  для різних значень ймовірності  $p_k$  та кількості вимірювань  $n$ .

N	$t'$ при $p_k$ рівному			
	0.05	0.02	0.01	0.005
2	15.56	38.97	77.96	779.7
3	4.97	8.04	11.46	36.5
4	3.56	5.08	6.53	14.46
5	3.04	4.10	5.04	9.43
6	2.78	3.64	4.36	7.41
7	2.62	3.36	3.96	6.37
8	2.51	3.18	3.71	5.73
9	2.43	3.05	3.54	5.31
10	2.37	2.96	3.41	5.01
11	2.33	2.89	3.31	4.79
12	2.29	2.83	3.23	4.62
13	2.26	2.78	3.17	4.48
14	2.24	2.74	3.12	4.37
15	2.22	2.71	3.08	4.28
16	2.20	2.68	3.04	4.20
17	2.18	2.66	3.01	4.13
18	2.17	2.64	3.00	4.07
19	2.16	2.62	2.95	4.02
20	2.145	2.60	2.93	3.98
$\infty$	1.96	2.33	2.58	3.29

### 15. Виключення грубих похибок.

Промахи виключаються експериментатором.

Для того, щоб визначити містить чи ні дане експериментальне значення  $x_{\max}$  грубу похибку, по-перше обчислюють відношення:

$$Z_{\max} = \frac{|x_{\max} - \bar{x}|}{S} \quad (8.32)$$

де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне значення даних.

$S$  – СКВ експериментальних даних.

і, по-друге порівнюють обчислене значення  $Z_{\max}$  з теоретичним значенням  $Z_T$  при вибраному рівні значимості  $q$  по таблиці (додаток 8).

Якщо  $Z_{\max} > Z_T$ , то експериментальне значення  $x_{\max}$  слід виключити, оскільки воно містить грубу похибку. Якщо після виключення одного значення сумнів викликає будь-яке інше то процедуру слід повторити, але не враховуючи вже відкинутого значення  $x$ .

## 16. Вибір кількості вимірювань.

Обсяг роботи при виконанні вимірювань в значній мірі залежить від кількості вимірювань. Кількість вимірювань визначається головним чином вимогами до точності вимірювань. Шляхом збільшення кількості вимірювань можна зменшити випадкову похибку вимірювань. Однак в похибці результату вимірювань окрім випадкової складової міститься і систематична. Звичайно дія систематичної похибки зводиться до мінімуму шляхом введення поправок. Похибки поправок і систематичні похибки, які не піддаються виключенню, складають **невиключені систематичні похибки**. Тому, випадкову похибку має зміст зменшувати тільки до розумних значень, залежних від границь невиключених систематичних похибок.

Розглянемо задачу раціонального вибору кількості вимірювань в залежності від співвідношення невиключених систематичних і випадкових похибок.

При однократному вимірюванні похибку результату обчислюють за формулою:

$$\Delta = K \cdot \sqrt{S^2 + \frac{\theta^2}{3}} \quad (8.33)$$

де  $K$ - поправочний коефіцієнт, який залежить від довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  і виду розподілу сумарної похибки;

$S$  – СКВ випадкової складової похибки результату;

$\theta$  – границя невиключеної систематичної складової похибки вимірювань.

Припустимо, що випадкова похибка (середнє квадратичне відхилення  $S$ ) значна в порівнянні з невиключеною систематичною похибкою  $\theta$ . В такому випадку з метою підвищення точності вимірювань доцільно виконати багатократні вимірювання (при  $n \geq 4$ ) з тим, щоб зменшити випадкову складову, а отже, і сумарну похибку результату вимірювання.

Сумарну похибку результату багатократних вимірювань визначають за формулою:

$$\Delta' = K' \cdot \sqrt{\frac{S^2}{n} + \frac{\theta^2}{3}} \quad (8.34)$$

де  $n$  – кількість вимірювань;

Співставляючи формули (8.33) і (8.34), можна оцінити, як змінюється сумарна похибка багатократних вимірювань в порівнянні з похибкою однократного вимірювання. Відносна зміна похибки знаходиться за формулою:

$$\gamma(n) = \frac{K'}{K} \cdot \frac{\sqrt{\frac{S^2}{n} + \frac{\theta^2}{3}}}{\sqrt{S^2 + \frac{\theta^2}{3}}} \quad (8.35)$$

Коефіцієнти  $K$  і  $K'$  трохи відрізняються один від одного, але ця різниця не впливає суттєво на результат дослідження. Якщо припустити, що  $K = K'$ , то

$$\gamma(n) = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{S}\right)^2 + \frac{1}{n}}}{\sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{S}\right)^2 + 1}} \quad (8.36)$$

Криві  $\gamma(n)$  для різних  $\frac{\theta}{S}$  мають вид (рис.8.1):

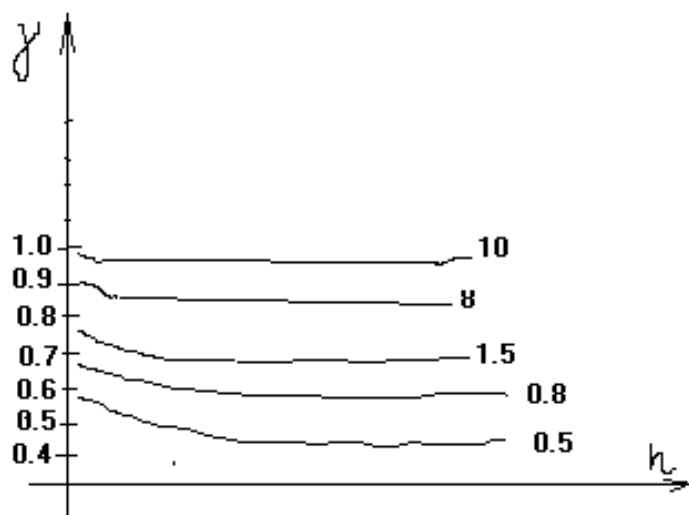


Рис. 8.1. Зміна похибки результату вимірювань при збільшенні числа вимірювань для різних співвідношень невиключених систематичних і випадкових похибок.

Із рисунку видно, що похибка результату вимірювань при збільшенні кількості вимірювань різко зменшується, і при деякому значенні  $n$  стабілізується.

Якщо подивитися на криву, що відповідає  $\frac{\theta}{S}=8$ , то вона практично не залежить від  $n$ . Отже при співвідношенні невиключених систематичних і випадкових похибок, яке дорівнює 8 і більше, немає сенсу виконувати багатократні вимірювання.

При  $\frac{\theta}{S}=1,5$  похибка результату при збільшенні кількості вимірювань до 5 різко зменшується. Це свідчить про те, що в похибку результату суттєвий вклад вносять випадкові похибки. В даному випадку доцільно виконувати багатократні вимірювання.

## ДОДАТКИ

## Додаток 1.

## Міжнародна система одиниць (СІ)

Величина		Одиниця		
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			Українськ	Міжнародн
1	2	3	4	5
Основні одиниці				
Довжина	L	метр	м	T
Маса	M	кілограм	кг	Kg
Час	T	секунда	с	S
Сила електричного струму	I	ампер	A	A
Термодинамічна температура	T	кельвін	K	K
Сила світла	J	кандела	кд	Cd
Кількість речовини	N	моль	моль	Mol
Додаткові одиниці				
Плоский кут	A	радіан	рад	rad
Тілесний кут	W	стерадіан	ср	Sr
Похідні одиниці простору і часу				
1	2	3	4	5
Площа	$L^2$	квадратний метр	$m^2$	$M^2$
Об'єм, місткість	$L^3$	кубічний метр	$m^3$	$M^3$
Швидкість	$LT^{-1}$	метр за секунду	м/с	m/s
Прискорення	$LT^{-2}$	метр за секунду в квадраті	$m/c^2$	$m/s^2$
Кутова швидкість	$T^{-1}$	радіан за секунду	рад/с	Rad/s
Кутове прискорення	$T^{-2}$	радіан за секунду в квадраті	рад/с <sup>2</sup>	Rad/s <sup>2</sup>
Період	T	секунда	C	S
Частота періодичного процесу	$T^{-1}$	герц	Гц	Hz
Частота обертання	$T^{-1}$	секунда у мінус першому степені	$c^{-1}$	$s^{-1}$
Коефіцієнт затухання	$T^{-1}$	секунда у мінус першому степені	$c^{-1}$	$s^{-1}$

## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Коефіцієнт послаблення	$L^{-1}$	метр у мінус першому степені	$m^{-1}$	$m^{-1}$
Похідні одиниці механічних величин				
Густина	$ML^{-3}$	кілограм на кубічний метр	$кг/м^3$	$kg/m^3$
Питомий об'єм	$L^3M^{-1}$	кубічний метр на кілограм	$м^3/кг$	$m^3/kg$
Момент інерції (динамічний)	$ML^2$	кілограм-метр у квадраті	$кг \cdot м^2$	$kg \cdot m^2$
Момент кількості руху	$ML^2T^{-1}$	кілограм-метр у квадраті за секунду	$кг \cdot м^2/с$	$kg \cdot m^2/s$
Кількість руху	$MLT^{-1}$	кілограм-метр за секунду	$кг \cdot м/с$	$kg \cdot m/s$
Момент інерції площі, площинної фігури, полярний, центробіжний	$L^4$	метр у четвертому степені	$м^4$	$m^4$
Сила	$MLT^{-2}$	ньютон	Н	Н
Сила тяжіння (вага)	$MLT^{-2}$	ньютон	Н	Н
Імпульс сили	$MLT^{-1}$	ньютон-секунда	Н·с	Н·с
Момент сили, момент пари сил	$ML^2T^{-2}$	ньютон-метр	Н·м	Н·м
Тиск	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Нормальна напруга	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Дотична напруга	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль поздовжньої пружності	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль зсуву	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Модуль об'ємного стиснення	$ML^{-1}T^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Робота	$ML^2T^{-2}$	джоуль	Дж	J
Енергія	$ML^2T^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потужність	$ML^2T^{-3}$	ват	Вт	W
Витрата масова	$MT^{-1}$	кілограм за секунду	$кг/с$	$kg/s$
Витрата об'ємна	$M^3T^{-1}$	метр кубічний за секунду	$м^3/с$	$m^3/s$
Динамічна в'язкість	$ML^{-1}T^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s
Кінематична в'язкість	$L^2T^{-1}$	квадратний метр на секунду	$м^2/с$	$m^2/s$

## Продовження дод.1

Похідні одиниці теплових величин				
1	2	3	4	5
Різниця температур	T	Кельвін	K	K
Кількість теплоти	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	Джоуль	Дж	J
Питома кількість теплоти	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	джоуль на кілограм	Дж/кг	J
Теплоємність	ML <sup>2</sup> T <sup>2</sup>	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Ентропія	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Питома ентропія	L <sup>2</sup> T <sup>2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Питома теплоємність	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Питома газова постійна	L <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> Θ <sup>-1</sup>	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	J/kg·K
Тепловий потік	L <sup>2</sup> MT <sup>3</sup>	ват	Вт	W
Теплопровідність	MLT <sup>3</sup> Θ <sup>-1</sup>	ват на метр-кельвін	Вт/м·К	W/m·K
Температуропровідність	L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup>	квадратний метр на секунду	м <sup>2</sup> /с	м <sup>2</sup> /s
Температурний градієнт	L <sup>-1</sup> Θ	кельвін на метр	К/м	K/m
Температурний коефіцієнт	Θ <sup>-1</sup>	кельвін у мінус першому степені	К <sup>-1</sup>	К <sup>-1</sup>
Коефіцієнт теплопередачі	MT <sup>-3</sup> Θ <sup>-1</sup>	ват на квадратний метр-кельвін	Вт/м <sup>2</sup> ·К	W/m <sup>2</sup> ·K
Похідні одиниці електричних і магнітних величин				
Електричний потенціал	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	Вольт	В	V
Електрорушійна сила	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	вольт	В	V
Різниця електричних потенціалів	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-1</sup>	вольт	В	V
Електричний опір	ML <sup>2</sup> T <sup>3</sup> I <sup>-2</sup>	ом	Ом	Ω

## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Питомий електричний опір	$ML^3T^3I^2$	ом · метр	Ом·м	$\Omega \cdot m$
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	Фарада	Ф	F
Електрична провідність	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	Сіменс	См	S
Питома електрична провідність	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$	сіменс на метр	См/м	S/m
Магнітний потік	$L^2MT^{-2}I^1$	вебер	Вб	Wb
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^1$	тесла	Тл	T
Магніторушійна сила	I	Ампер	A	A
Напруженість магнітного поля	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Густина електричного струму	$L^{-2}I$	ампер на квадратний метр	A/м <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
Лінійна густина електричного струму	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Кількість електрики (електричний заряд)	TI	кулон	Кл	C
Поверхнева густина електричного заряду	$L^{-2}TI$	кулон на квадратний метр	Кл/м <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
Просторова густина електричного заряду	$L^{-3}TI$	кулон на кубічний метр	Кл/м <sup>3</sup>	C/m <sup>3</sup>
Електричний момент диполя	LTI	кулон · метр	Кл·м	C·m
Індуктивність (взаємна індуктивність)	$L^2MN^{-2}I^2$	генрі	Гн	H
Намагніченість	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Магнітний опір	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	генрі у мінус першому степені	Гн <sup>-1</sup>	H <sup>-1</sup>
Електрична енергія	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Активна потужність	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Реактивна потужність	$L^2MT^{-3}$	вар	вар	var
Повна потужність	$L^2MT^{-3}$	вольт-ампер	В·А	V·A
Похідні одиниці світлових одиниць				
Світловий потік	J	Люмен	лм	Lm
Світлова енергія	TJ	люмен-секунда	лм·с	Lm·s



## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Похідні одиниці світлових одиниць				
Яскравість	$L^{-2}J$	Кандела на квадратний метр	кд/м <sup>2</sup>	cd/m <sup>2</sup>
Освітленість	$L^{-2}J$	Люкс	лк	Lx
Світність	$L^{-1}J$	люмен на квадратний метр	Лм/м <sup>2</sup>	lm/m <sup>2</sup>
Світлова експозиція	$L^{-2}TJ$	люкс-секунда	Лк·с	lx·s
Енергія випромінювання	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Енергетична експозиція	$MT^{-2}$	джоуль на квадратний метр	Дж/м <sup>2</sup>	J/m <sup>2</sup>
Потік випромінювання (потужність)	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Поверхнева густина випромінювання	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Похідні одиниці акустичних величин				
Звуковий тиск	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Звукова енергія	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потік звукової енергії (потужність)	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Густина звукової енергії	$L^{-1}MT^{-2}$	джоуль на кубічний метр	Дж/м <sup>3</sup>	J/m <sup>3</sup>
Довжина хвилі	L	метр	м	m
Частота звукових коливань	T <sup>-1</sup>	герц	Гц	Hz
Період звукових коливань	T	секунда	с	s
Швидкість коливання час- тинки	LT <sup>-1</sup>	метр на секунду	м/с	m/s
Швидкість звуку	LT <sup>-1</sup>	метр на секунду	м/с	m/s
Інтенсивність звуку	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Акустичний опір	$L^{-4}MT^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s

## Продовження дод.1

1	2	3	4	5
Енергія іонізуючого Випромінювання	$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж	J
Потік енергії іонізуючого Випромінювання	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт	W
Доза випромінювання	$L^2T^{-2}$	грей	Гр	Gy
Еквівалентна доза Випромінювання	$L^2T^{-2}$	зіверт	Зв	Sv
Потужність доз випромінювання	$L^2T^{-3}$	грей в секунду	Гр/с	Gy/s
Експозиційна доза рентгенівського і гама випромінювання	$M^{-1}TI$	кулон на кілограм	Кл/кг	C/kg
Інтенсивність випромінювання	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Потужність експозиційної дози рентгенівського і гама-випромінювання	$M^{-1}I$	ампер на кілограм	А/кг	A/kg
Активність радіонукліду	$T^{-1}$	бекерель	Бк	Bq

## Додаток 2

Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями системи СІ

Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Співвідношення з одиницями СІ
		Українське	Міжнародне	
1	2	3	4	5
Час	хвилина година доба	хв. год. д	min h d	$1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$ $1 \text{ год} = 3600 \text{ с}$ $1 \text{ д} = 24 \text{ год}$
Маса	тонна центнер уніфікована атомна одиниця маси	т ц а.о.м.	t z u	$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ $1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$ $1 \text{ а.о.м.} = 1,66054 \cdot 10^{-27}$
Об'єм, місткість	літр	л	l	$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$
Енергія	електрон-вольт	еВ	eV	$1 \text{ еВ} = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Плоский кут	градус хвилина секунда	... <sup>0</sup> ...' ..."	... <sup>0</sup> ...' ..."	$1^\circ = (\pi/180) \text{ рад}$ $1' = (1/60^\circ) = (\pi/10800) \text{ рад}$ $1'' = (1/60') = (\pi/648000) \text{ рад}$
Тиск	бар	Бар	bar	$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$
Маса дорогоцінних каменів	карат	Кар	Kt	$1 \text{ кар} = 0,2 \text{ г}$

## Додаток 3

## Найважливіші фізичні константи

Назва	Позначення	Значення констант в одиницях СІ
Абсолютний нуль температури	К	$K = -273,16^{\circ}\text{C}$
Потрійна точка води	$T_{\phi}$	$(273,160 \pm 0,0001)\text{K} =$ $(0,0100 \pm 0,0001)^{\circ}\text{C}$
Прискорення вільного падіння	G	$9,80665 \text{ м/с}^2$
Стала Больцмана	К	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Заряд електрона	Е	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,854188 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0$	$1,256637 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,99792510 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Планка	Н	$(6,62618 \pm 0,00023) \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Універсальна газова стала	R	$8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$

## Додаток 4

Значення інтегралу ймовірностей  $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\Delta^2}{2}} d\Delta$

при заданому значенні t.

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,95	0,6579	1,85	0,9357	2,75	0,9940
0,05	0,0399	1,00	0,6827	1,90	0,9426	2,80	0,9949
0,10	0,0797	1,05	0,7063	1,95	0,9488	2,85	0,9956
0,15	0,1192	1,10	0,7287	2,00	0,9545	<b>2,90</b>	0,9963
0,20	0,1585	1,15	0,7499	2,05	0,9596	2,95	0,9968
0,25	0,1974	1,20	0,7699	2,10	0,9643	3,0	0,99730
0,30	0,2358	1,25	0,7887	2,15	0,9684	3,1	0,99806
0,35	0,2737	1,30	0,8064	2,20	0,9722	3,2	0,99862
0,40	0,3108	1,35	0,8230	2,25	0,9756	3,3	0,99904
0,45	0,3473	1,40	0,8385	2,30	0,9786	3,4	0,99932
0,50	0,3829	1,45	0,8529	2,35	0,9812	3,5	0,99954
0,55	0,4177	1,50	0,8664	2,40	0,9836	3,6	0,99968
0,60	0,4515	1,55	0,8789	2,45	0,9857	3,7	0,99978
0,65	0,4843	1,60	0,8904	2,50	0,9876	3,8	ю, 99986
0,70	0,5161	1,65	0,9011	2,55	0,9892	3,9	0,99990
0,75	0,5467	1,70	0,9109	2,60	0,9907	4,0	0,999936
0,80	0,5763	1,75	0,9199	2,65	0,9920	4,5	0,999994
0,85	0,6047	1,80	0,9281	2,70	0,9931	5,0	0,9999994
0,90	0,6319						

## Додаток 5.

Значення  $t$  при заданих значеннях інтегралу ймовірностей  $\Phi(t)$

$\Phi(t)$	$1 - \Phi(t)$	$t$	$\Phi(t)$	$1 - \Phi(t)$	$t$
0,50	0,50	0,675	0,992	0,008	2,652
0,60	0,40	0,842	0,993	0,007	2,697
0,70	0,30	1,036	0,994	0,006	2,748
0,75	0,25	1,150	0,995	0,005	2,807
0,80	0,20	1,282	0,996	0,004	2,878
0,85	0,15	1,440	0,997	0,003	2,968
0,90	0,10	1,645	0,998	0,002	3,090
0,95	0,05	1,960	0,999	0,001	3,291
0,96	0,04	2,054	0,9995	$5 \cdot 10^{-4}$	3,481
0,97	0,03	2,170	0,9999	$1 \cdot 10^{-4}$	3,891
0,98	0,02	2,326	0,99999	$1 \cdot 10^{-5}$	4,417
0,99	0,01	2,576	0,999999	$1 \cdot 10^{-6}$	4,892
0,991	0,009	2,612	0,999999	$1 \cdot 10^{-7}$	5,327

## Додаток 6

Значення  $t_c$  для різних значень довірчої ймовірності  $P_{\text{дов}}$  та кількості вимірювань  $n$  (розподіл Ст'юдента)

$n \backslash P_{\text{дов}}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,000	1,376	1,963	3,08	6,31	12,71	31,8	63,7	31,6
3	0,816	1,061	1,336	1,886	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	0,765	0,978	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	0,741	0,941	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60	8,61
6	0,727	0,920	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03	6,86
7	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	4,71	5,96
8	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40
9	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04
10	0,703	0,883	1,110	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78
11	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17	4,59
12	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,20	2,72	3,11	4,49
13	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,18	2,68	3,06	4,32
14	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,16	2,65	3,01	4,22
15	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14
16	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95	4,07
17	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,58	2,92	4,02
18	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,11	2,57	2,90	3,96
19	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,10	2,55	2,88	3,92
20	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88
$\infty$	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

## Додаток 7.

Значення довірчої ймовірності  $P_{\text{ДОВ}}$  для різних значень коефіцієнта Ст'юдента  $t_c$  та кількості вимірювань  $n$ .

$n \backslash t_s$	2	2,5	3	3,5
2	0,705	0,758	0,795	0,823
3	0,816	0,870	0,905	0,928
4	0,861	0,912	0,942	0,961
5	0,884	0,933	0,960	0,975
6	0,898	0,946	0,970	0,983
7	0,908	0,953	0,976	0,987
8	0,914	0,959	0,980	0,990
9	0,919	0,963	0,983	0,992
10	0,923	0,966	0,985	0,993
11	0,927	0,969	0,987	0,994
12	0,929	0,970	0,988	0,995
13	0,931	0,972	0,989	0,996
14	0,933	0,974	0,990	0,996
15	0,935	0,974	0,990	0,996
16	0,936	0,975	0,991	0,997
17	0,937	0,976	0,992	0,997
18	0,938	0,977	0,992	0,997
19	0,939	0,978	0,992	0,997
20	0,940	0,978	0,993	0,997
$\infty$	0,955	0,988	0,997	0,9995



## Додаток 8.

Найбільші абсолютні значення нормованих відхилень  $Z_T$ .

Рівень значимості $q, \%$	Число результатів вимірювань $n$						
	4	6	8	10	12	15	18
1	1.73	2.16	2.43	2.62	2,75	2,90	3,00
2	1.72	2,13	2.37	2,54	2.66	2.80	2,90
5	1.71	2.10	2,27	2,41	2.52	2.64	2,72
10	1.69	2.00	2.17	2,29	2,39	2.49	2,58
Рівень значимості $q, \%$	Число результатів вимірювань $n$						
	20	25	30	35	40	45	50
1	3.08	3.20	3.29	3,36	3.42	3,47	3.52
2	2.96	3.07	3.16	3,22	3,28	3,33	3,37
5	2.78	2,88	2.96	3,02	3,08	3.12	3,16
10	2.62	2.72	2.79	2.85	2.90	2.95	2.99

## ЛІТЕРАТУРА

1. Сусліков Л.М. Основи метрології: Навчальний посібник.- Ужгород.: Видавництво УжНУ „Говерла”. 2006. – 158 с.
2. Цюцюра В.Д., Цюцюра С.В. Метрологія та основи вимірювань: Навч. посіб. – К.: Знання-Прес, 2003. – 180 с.
3. Тюрин Н.И. Введение в метрологию - М.: Изд-во стандартов, 1985.- 304 с.
4. Поліщук Є.С., Дорожовець М.М., Яцук В.О., та ін. Метрологія та вимірювальна техніка: Підручник / Є.С.Поліщук, М.М.Дорожовець, В.О.Яцук, В.М.Ванько, Т.Г.Бойко; За ред. проф. Є. С. Поліщука. – Львів.: Видавництво «Бескід Біт», 2003. – 544 с.
5. Токар Ю.С., Караван Ю.В. Основи стандартизації, метрології та сертифікації: Посібник. – Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 2002. – 247 с.
6. Бирдун Г.Д., Марков Б.М. Основы метрологии.- М.: Изд-во стандартов, 1975.- 336с.
7. Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф. Качество измерений: Метрологическая справочная книга.- Л.: Лениздат, 1987.- 295с.
8. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб.- М.: Изд-во стандартов, 1986.- Книга 1, 352с.
9. Маликов С.Ф., Тюрин Н.И. Введение в метрологию. - М.: Изд-во стандартов, 1966.-248с.
10. Селиванов М.Н., Фридман А.Э. Законодательная метрология. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 72 с.
11. Вайсбанд М.Д., Проненко В.И. Техника выполнения метрологических работ. – К.: Техника, 1986. – 168 с.
12. Шаблин С.А. Прикладная метрология в вопросах и ответах. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 189 с.
13. Седишев Є.С. Метрологія і стандартизація. - Харків: ХНАМГ, 2008. – 84 с.
14. Сергеев А.Г. Метрология: Учебник. - М.: Логос, 2005. - 272 с.
15. Пронкин Н.С. Основы метрологии: практикум по метрологии и измерениям. – М.: Логос, 2007. – 392 с.
16. Кузнецов В.А., Ялунина Г.В. Основы метрологии. – М.: Изд-во стандартов, 1995. – 280 с.