

## СИНТЕЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ ОБЪЕКТА ПО БИНАРНО КВАНТОВАННЫМ СИГНАЛАМ

к.т.н. В.Е. Саваневич

(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

*Рассматривается использование метода синтеза алгоритмов минимальной сложности при синтезе последовательного обнаружителя. Обсуждается применение двух численных методов для получения решения поставленной задачи.*

Обнаружение объектов должно не только удовлетворять требованиям по показателям качества принимаемых решений, но и должно быть осуществлено за ограниченное время. Достаточно естественно использование в качестве научно-методического аппарата решения задач оперативного обнаружения последовательного анализа [1]. Однако, существующие в его рамках методы синтеза последовательных правил либо носят чисто теоретический характер, либо приводят к большим потерям информации [2]. В работе [3] предложен метод синтеза алгоритмов классификации данных и обнаружения объектов минимальной сложности. Идея данного метода основана на ограничении “сложности” пространства наблюдений (пространства входных воздействий) обнаружителя путем целенаправленной редукции данного пространства. При этом формально игнорируются затраты обнаружителя в ходе его функционирования. В рамках данного метода осуществляется выбор экстремальных пространств наблюдения (ПН) и синтез решающих правил над ними. При этом для контроля достаточности выборки (для принятия решений с заданными характеристиками) используются понятия и методы теории информации [4], что дает достаточные основания назвать указанный подход информационным. Все это существенно упрощает задачу синтеза, в том числе и последовательных решающих правил обнаружения. Ограниченность объема статьи [3] не позволила привести в ней полное решение какой-либо задачи. Настоящая работа восполняет указанный пробел. В статье приводится синтез последовательного обнаружителя по серии бинарно квантованных сигналов методом синтеза алгоритмов минимальной сложности.

Итак, заданы априорные вероятности наличия и отсутствия цели  $P_a(x_1) = p$ ,  $P_a(x_0) = q = 1 - p$ . Заданы условные вероятности превышения порога квантования в одном зондировании при наличии  $P(y_{1n}/x_1) = D$  и отсутствии  $P(y_{1n}/x_0) = F$  объекта. Данные вероятности для любого зондирования либо изменяются, либо остаются неизменными. Число сигналов не фиксировано, но не может быть больше  $N$ . Необходимо принять решение о

наличии (отсутствии) объекта. Для серии зондирований заданы требуемые условные вероятности ложной тревоги  $F_3^*$  и правильного обнаружения  $D_3^*$ .

Оценить значение условных вероятностей для конкретного варианта выборки, а также затраты по ее формированию можно с помощью выражений:

$$F^* = \sum_{i=1}^I P(u_1/y_i)P(y_i/x_0) = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M P(u_1/\tilde{y}_m)P(\tilde{y}_m/y_i)P(y_i/x_0); \quad (1)$$

$$D^* = \sum_{i=1}^I P(u_1/y_i)P(y_i/x_1) = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M P(u_1/\tilde{y}_m)P(\tilde{y}_m/y_i)P(y_i/x_1), \quad (2)$$

где  $P(u_1/\tilde{y}_m) = \begin{cases} 1 & \text{— при попадании } \tilde{y}_m \text{ в критическую область;} \\ 0 & \text{— в противном случае;} \end{cases}$

$P(\tilde{y}_m/y_i)$  – элементы матрицы коммутации  $P(\tilde{Y}/Y)$ , осуществляющей редукцию ПН  $Y$  в ПН  $\tilde{Y}$ ;

$P(y_i/x_0)$ ,  $P(y_i/x_1)$  – условные вероятности появления выборки  $y_i$  при отсутствии и наличии объекта соответственно.

В качестве функции затрат  $Z$  может быть использована средняя длина серии бинарно квантованных сигналов. Также по необходимости возможно использование средневзвешенной длины. Данный формальный прием позволит учесть требования по оперативности обнаружения объекта путем введения степенной или какой-либо другой функции от числа зондирований  $z = f(n(\tilde{Y}_m))$ .

Итак, необходимо решить оптимизационную задачу вида

$$F^* = F_3^*, D^* \geq D_3^*, Z \rightarrow \min. \quad (3)$$

Задача (3) соответствует любому обнаружителю при любых редукциях выборки. Сведение к ней решаемой задачи осуществляется за счет введения ограничений на матрицу коммутации  $P(\tilde{Y}/Y)$ .

Матрица коммутации  $P(\tilde{Y}/Y)$  является [3] матрицей размера  $M \times I$  ( $M < I$ ), каждая строка которой соответствует точке из  $\tilde{Y}$ , а каждый столбец – точке из  $Y$ . В  $m$ -й строке матрицы  $P(\tilde{Y}/Y)$  указывается, какие точки  $Y$  объединяются в  $m$ -ую точку ПН  $\tilde{Y}$ .

В задаче последовательной проверки результатов зондирований объединение двух точек пространства наблюдений  $Y$  в пространстве  $\tilde{Y}$  технически означает отказ от очередного (например, последнего – см. пример матрицы (4)) зондирования. Соответствующие ограничения на  $P(\tilde{Y}/Y)$  предписывают объединять две точки  $Y$ , являющиеся бинарным результатом какого-либо зондирования, в одну. Или, по такому же принципу,  $2^k$  точек в одну. Любые другие объединения являются недопусти-

мыми. Таким образом, в каждом столбце матрицы  $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$  находится ровно одна единица, остальные ее элементы являются нулевыми. В каждой строке матрицы  $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$ , начиная с  $(\mathbf{n} \cdot 2^{\mathbf{k}} + 1)$ -го столбца, находится ровно  $2^{\mathbf{k}}$  единиц подряд, где  $\mathbf{n} = \overline{0, \mathbf{N}}$ ;  $\mathbf{k} = \overline{0, \mathbf{N}^2}$ ;  $\mathbf{k}$  – число объединяемых точек. Так матрица  $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$ , осуществляющая редукцию серии из  $\mathbf{N} = 4$  опытов до серии из  $\tilde{\mathbf{N}} = 3$  опытов, имеет размерность  $4 \times 8$  и выглядит следующим образом:

$$\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Дискретное пространство наблюдений удобно представлять в виде графов [5]. Последовательной серии бинарно квантованных сигналов соответствует бинарное дерево с внутренними бинарными вершинами. Любая из вершин дерева является точкой пространства наблюдений. Точкам ПН, в которых принимается решение о продолжении наблюдений, соответствуют внутренние вершины графа (рис. 1). Точки ПН, соответствующие прекращению наблюдений, соответствуют висячим вершинам графа. В дальнейшем именно висячие вершины считаются точками пространства наблюдений  $\tilde{\mathbf{Y}}$ . В рамках последовательного анализа можно сказать, что дерево, соответствующее последовательной процедуре, определяет правило останова. Правило принятия решения синтезируется на множестве висячих вершин.

Для определенности будет считаться, что правой ветви дерева соответствует единица (превышение порога квантования в очередном сигнале), а левой – ноль (принятие решения об отсутствии сигнала). При этом результат проведенной серии наблюдений можно однозначно определить указанием номера висячей вершины, которой соответствуют результаты данной серии, а технически допустимая редукция висячих вершин графа (пространства наблюдений)  $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$  однозначно определяет новое редуцированное дерево.

Следует отметить, что для однозначного представления конкретного бинарного дерева с внутренними бинарными вершинами достаточно хранить уровни всех висячих вершин. Так, деревья, приведенные на рис. 1, могут быть соответственно представлены следующим образом: 11, 122, 1332, 22332.

Задача поиска наилучшего преобразования  $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$  и задача поиска соответствующего ей графа полностью эквивалентны. При этом использование графов позволяет визуализировать процесс получения экстремального пространства наблюдений. Кроме того, при больших  $\mathbf{N}$  хранение матрицы коммутации в памяти ЭВМ превращается в сложную задачу, чего нельзя сказать о хранении существенно неполных деревьев.

**Нахождение наилучшего преобразования  $P(\tilde{Y}/Y)$  дивизивным методом целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой.** Согласно разработанному алгоритму [3] на первом этапе необходимо найти множество Парето-оптимальных преобразований относительно  $D_3^*$ - квадрантов средних частных взаимных информаций для  $F_3^*$ ,  $F_3^* + dF_3^*$ , где  $(F_3^* + dF_3^*)$  несколько больше  $F_3^*$ , а значений  $dF_3^*$  может быть не одно. Для этого предварительно целесообразно найти набор  $D_3^*$ - квадрантов, для чего, в свою очередь, для  $D^*$  от  $D_{\min}^*$  до 1 и выбранного  $F^*$  необходимо найти требуемое количество средних частных взаимных информаций [4]:

$$I_{x0\tilde{Y}}(D^*) = (1 - F^*) / \log \frac{1 - F^*}{q(1 - F^*) + p(1 - D^*)} + F^* / \log \frac{F^*}{qF^* + pD^*}; \quad (5)$$

$$I_{x1\tilde{Y}}(D^*) = (1 - D^*) / \log \frac{1 - D^*}{q(1 - F^*) + p(1 - D^*)} + D^* / \log \frac{D^*}{qF^* + pD^*}.$$

В качестве начального приближения искомой матрицы  $P(\tilde{Y}/Y)$  следует выбрать матрицу, соответствующую наличию одного единственного наблюдения. При  $N = 4$  она имеет вид

$$P(\tilde{Y}/Y)_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

В дальнейшем на каждом шаге необходимо формировать все матрицы, которые являются допустимыми, число строк в которых на единицу больше, чем на предыдущем шаге. Так на первом шаге таких матриц две:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Начальное приближение искомой матрицы соответствует первому графу, приведенному на рис. 1. Там же приведен граф, соответствующий левой матрице первого шага алгоритма.

Данный процесс прекращается при увеличении числа строк матрицы до  $I = 2^N$ . Таким образом общее число шагов алгоритма составит  $I - 2$ .

Так как на каждом шаге число строк матрицы увеличивается на единицу (проводится только одно зондирование), то допустимым преобразованием над матрицей является разбиение одной ее строки на две, причем, первая половина единиц исходной строки попадает на те же позиции в первой вновь сформированной строке, а вторая – на те же позиции во второй. Остальные элементы данных строк являются нулевыми.

Для каждой матрицы, сформированной на очередном шаге, следует вычислить средние частные взаимные информации (СЧВИ)  $I_{x_0\tilde{Y}}$ ,  $I_{x_1\tilde{Y}}$  и затраты  $Z$  (например, среднюю длину серии  $n_{cp}$ ). Далее последовательно для каждой матрицы в цикле по  $D^*$ -квадрантам от  $D^* = D_{min}$  до 1 необходимо проверять условия:

$$I_{x_0\tilde{Y}} \geq I_{x_0\tilde{Y}}(D^*); \quad I_{x_1\tilde{Y}} \geq I_{x_1\tilde{Y}}(D^*). \quad (6)$$

В дальнейшем процесс поиска множества Парето-оптимальных преобразований осуществляется в полном соответствии с известной методикой [3]. На втором этапе по всем матрицам данного списка синтезируется решающее правило и выбирается лучшая. Можно сказать, что первый этап соответствует выбору правила останова последовательной процедуры, а второй – синтезу решающего правила.

При синтезе 4-усеченного последовательного правила при  $D^* \geq 0.8$ ;  $F^* = 0.01$ ;  $D = 0.9$ ;  $F = 0.1$  список Парето-оптимальных матриц коммутации относительно  $D_3^*$ -квадрантов средних частных взаимных информаций формировался для  $F^* = 0.01$  и  $F^* = 0.005$ . Для каждого значения  $F^*$  было создано по 20 квадрантов с  $D^* = 0.8 \dots 0.995$ . При этом был получен список из 21 графа останова. Из них 5 соответствуют оптимальным решающим правилам (табл. 1) и были отобраны на втором этапе синтеза.

Таблица 1

Характеристики графов, отобранных на втором этапе синтеза

Граф	$D^*$	$n_{cp}$	$I_{0B}$	$I_{1B}$	$I_{0P}$	$I_{1P}$
122	0.81	1.5	0.7096	0.5635	0.6857	0.4851
134433	0.8748	2.045	0.7977	0.6148	0.7652	0.5906
1344443	0.882	2.09	0.8137	0.6177	0.7744	0.6044
234434433	0.9396	2.68	0.894	0.8441	0.8496	0.7368
2344344443	0.954	2.725	0.9109	0.847	0.8692	0.779

В колонках 4 – 7 табл. 1 приведены значения количества информации об отсутствии  $I_{0B}$ ,  $I_{0P}$  и наличии  $I_{1B}$ ,  $I_{1P}$  объекта, содержащиеся в выборке  $I_{0B}$ ,  $I_{1B}$  и в принимаемом решении  $I_{0P}$ ,  $I_{1P}$ .

Правильность полученного решения проверена путем глобального перебора вариантов.

**Дивизимный градиентный метод поиска экстремального ПН.** Для реализации данного метода предварительно определяется требуемый  $D_3^*$ -квадрант в соответствии с выражениями (5). На каждом шаге алгоритма строится вектор, начало которого характеризуют частные средние взаимные информаций ПН  $\tilde{Y}$ , сформированного к данному шагу. Конец

вектора находится в начале  $\mathbf{D}_3^*$ -квадранта. Далее находится точка ПН (висячая вершина дерева останова), расщепление которой соответствует наибольшей проекции удельного информационного приращения на введенный вектор. Данная процедура повторяется вплоть до попадания выборки в заданный  $\mathbf{D}_3^*$ -квадрант. Затем над выбранным ПН  $\tilde{\mathbf{Y}}$  синтезируется решающее правило [6]. На каждом шаге градиентного метода выбора ПН используются [3] следующие выражения для приращения информации о наличии и отсутствии объекта:

$$\Delta I_0 = \frac{\tilde{q}}{q} P(y_i) \left[ (1-F) \log \frac{1-F}{\tilde{p}(1-D) + \tilde{q}(1-F)} + F \log \frac{F}{\tilde{p}D + \tilde{q}F} \right];$$

$$\Delta I_1 = \frac{\tilde{p}}{p} P(y_i) \left[ (1-D) \log \frac{1-D}{\tilde{p}(1-D) + \tilde{q}(1-F)} + D \log \frac{D}{\tilde{p}D + \tilde{q}F} \right],$$

где  $\tilde{p} = \frac{p l(y_i)}{p l(y_i) + q}$ ;  $\tilde{q} = \frac{q}{p l(y_i) + q}$ ;  $l(y_i) = \frac{P(y_i/1)}{P(y_i/0)}$  – отношение правдоподобия в точке  $y_i$ .

В работе [3] выполнен анализ зависимости данного приращения от априорной вероятности наличия цели, отношения правдоподобия в точке зондирования на графе останова и вероятности попадания в нее. На рис. 1 приведен пример результатов синтеза оптимального 4-усеченного

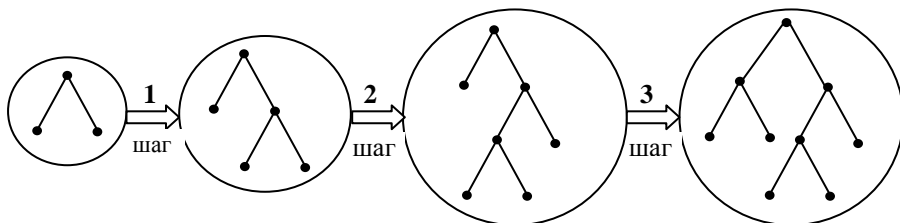


Рис. 1. Градиентный выбор экстремального ПН

последовательного правила проверки простой гипотезы против простой альтернативы при  $\mathbf{D}^* \geq 0.922$ ,  $\mathbf{F}^* = 0.05$ ,  $\mathbf{D} = 0.9$ ,  $\mathbf{F} = 0.1$ . Градиентный дивизимный метод за 3 шага дает экстремальное ПН (правило останова последовательной процедуры). Синтез решающего правила над ним подтверждает выполнение заданных требований по показателям качества. Анализ результатов глобального перебора вариантов свидетельствует, что полученное решение является наилучшим с точки зрения минимума требуемых зондирований для обеспечения необходимых показателей качества.

К сожалению, градиентные методы без дополнительных модификаций не всегда дают лучшие решения. Возможны случаи, когда, несмотря

на то, что проекция удельного приращения максимальна, само приращение мало. И его недостаточно, чтобы достичь пределов  $\varepsilon$ -квадранта (рис. 2, шаг 8). Приращением на следующем шаге градиентный метод также может не дать требуемого результата (рис. 2, шаг 9).

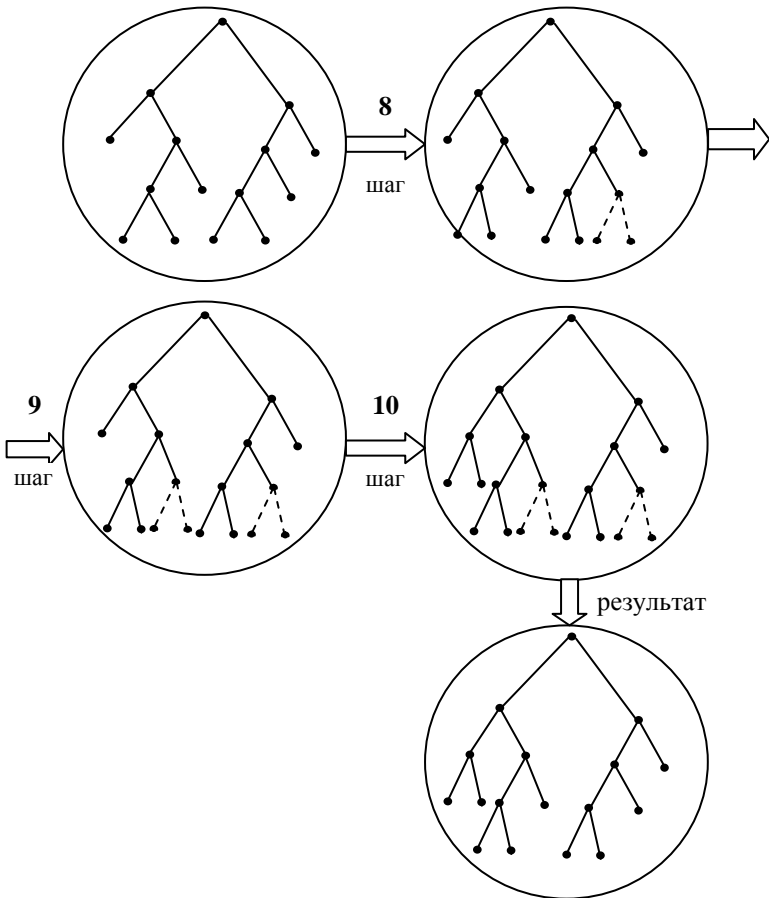


Рис. 2. Пример работы градиентного метода ( $\mathbf{D} = 0.9$ ,  $\mathbf{F} = 0.1$ ) при поиске  $\varepsilon$ -квадранта с характеристиками  $\mathbf{I}_{\mathbf{0}\tilde{\mathbf{Y}}}^* = 0.876$ ,  $\mathbf{I}_{\mathbf{1}\tilde{\mathbf{Y}}}^* = 0.899$

И только потом алгоритм берет для расщепления точку ПН  $y_i$ , у которой меньшее удельное приращение, но большая вероятность попадания в нее  $\mathbf{p}(y_i)$  и за счет выбранного приращения  $\varepsilon$ -квадрант достигается (рис. 2, шаг 10). При этом оказывается, что приращения дерева останова последовательного РП на двух предыдущих шагах являются лишними. Справедливости ради следует сказать, что такие недоразумения, во-первых, могут быть

удалены модификацией алгоритма, во-вторых, не всегда являются абсолютно недопустимыми (при необходимости синтеза в адаптивных системах квазиоптимальных решающих правил в реальном масштабе времени).

Наличие практически неконтролируемых потерь информации при переходе от апостериорных вероятностей к решениям требует [3] введения целого семейства  $\epsilon$ -квадрантов, пусть даже в ограниченном количестве.

Можно сказать, что градиентные методы сводятся к последовательному наращиванию одной из висячих вершин уровня не больше  $N$  до бинарной, т.е. к превращению очередной висячей вершины во внутреннюю. При этом они позволяют почти всегда найти правильные решения и всегда решения, близкие к ним. И это при том, что они требуют вычислений на несколько порядков менее всех прочих, особенно связанных с глобальным перебором вариантов.

Итак, в статье рассмотрена задача синтеза последовательного обнаружителя объекта по серии бинарно квантованных сигналов путем синтеза алгоритмов минимальной сложности [3]. Тем самым показана работоспособность данного (информационного) подхода к решению задач последовательного анализа. Как видно, разработка таким образом последовательных правил не требует ни широкомасштабного статемоделирования [2], ни составления (с последующим численным решением) больших систем нелинейных уравнений [1]. Предложенные численные методы [3] были легко адаптированы к решению поставленной задачи и, как показывают исследования, легко адаптируются к решению практически любой задачи последовательного анализа, поиска и дискретизации, возникающих при обработке локационной информации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тартаковский А.Г. *Последовательные методы в теории информационных систем*. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.
2. Сосулин Ю.Г. *Последовательное обнаружение сигналов: проблемы и перспективы* // *Радиотехника*. – 1998. – Т. 53, № 10. – С. 39 – 47.
3. Саваневич В.Е. *Постановка задачи синтеза алгоритмов минимальной сложности* // *Системи обробки інформації*. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 4(20). – С. 69 – 79.
4. Стратонович Р.Л. *Теория информации*. – М.: Сов. радио, 1975. – 424 с.
5. Оре О. *Теория графов*. – М.: Наука, 1968. – 352 с.
6. Леман Э. *Проверка статистических гипотез*. – М.: Наука, 1979. – 408 с.

Поступила 24.06.2002

**Саваневич Вадим Евгеньевич**, канд. техн. наук, доцент, докторант ХВУ. В 1986 году окончил Харьковское ВУРЭ. Область научных интересов – обработка локационной информации, информметрия.