УДК 621.396.62

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ МИНИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ

к.т.н. В.Е. Саваневич
(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

В статье приводится постановка задачи синтеза алгоритмов минимальной сложности, являющаяся обобщением дискретных задач последовательного анализа, поиска и дискретизации. Ограничение затрат решающих правил при этом основано на ограничении пространства наблюдений до минимально достаточного. Дополнительно рассматриваются численные методы решения поставленной задачи, не требующие ни имитационного моделирования, ни составления и численного решения больших систем нелинейных уравнений.

Несмотря на прогрессирующий рост производительности вычислительных средств, существует достаточно большой пласт практически значимых задач, точное решение которых не может быть достигнуто за какое-либо допустимое время. К числу таких задач в локации следует отнести в первую очередь задачи оценки целевой обстановки на этапе вторичной обработки локационной информации в нетривиальных случаях. К сожалению задача одновременного синтеза оптимальных алгоритмов статистических решений и стабилизации их затрат крайне редко находит своё решение. Часто до синтеза алгоритмов не известны даже операции, которые следует выполнить над выборкой. Интуитивно понятно, что сложность, затраты решающих алгоритмов определяются характе-ристиками пространства наблюдений (ПН). В связи с этим в статье задача стабилизации затрат алгоритмов статистических выводов решается путем ограничения ПН, т.е. входных воздействий данных алгоритмов. При такой постановке задачи достаточно естественным выглядит привлечение в процессе её решения понятий и методов теории информации.

Итак, система $\mathbf{X}$ находится в одном из $\mathbf{J}+1$ возможных состояний. Состояние системы $\mathbf{x_j}$ считается неизвестной случайной величиной. Априорные вероятности состояний $\mathbf{P_a(x_j)}$, $\mathbf{j=\overline{0,J}}$ известны. Задано пространство решений (гипотез) $\mathbf{U}$ в общем случае с $\mathbf{K}+1$ элементами. Для принятия решения предполагается использовать наблюдения $\mathbf{y}$. Все возможные результаты наблюдений составляют пространство наблюдений (ПН) $\mathbf{Y}$. ПН дискретно. Заданы условные вероятности появления конкретной выборки $\mathbf{y_i}$ при условии, что система находится в состоянии $\mathbf{x_j}$ в виде матрицы $\mathbf{P(Y/X)}$ с элементами $\mathbf{P(y_i/x_j)}$.

Представления о качестве принимаемых решений сформулированы в виде заданной матрицы потерь с элементами $\mathbf{П_{jk}}$. Элемент матрицы потерь $\mathbf{П_{jk}}$ характеризует потери, возникающие при принятии решения $\mathbf{u_k}$ в состоянии $\mathbf{x_j}$. В качестве показателя качества оценки состояния системы (решения) выступает средний риск – среднее значение потерь

$$\mathbf{R} = \sum_{j=0}^{J} \sum_{k=0}^{K} \mathbf{P}\left(\mathbf{x_j}, \mathbf{u_k}\right) \mathbf{П_{jk}} \,, \tag{1}$$

где $\mathbf{P(x_j, u_k)}$ - совместная вероятность состояния $\mathbf{x_j}$ и решения $\mathbf{u_k}$.

Требованием к данному показателю является условие $\mathbf{R} \le \mathbf{R}^*$, где $\mathbf{R}^*$ – заранее заданное значение допустимого среднего риска.

Предполагается, что затраты, сложность решающего правила (РП), системы оценки параметра состояния, при заданном пространстве гипотез, полностью определяются используемым пространством наблюдений и только через него зависят от операций, выполняемых решающим правилом

$$\mathbf{Z} = \sum_{i=1}^{I} \mathbf{P(y_i)} \cdot \mathbf{z(y_i)} \,, \tag{2}$$

где $\mathbf{P(y_i)} = \sum_{j=0}^{J} \mathbf{P_a(x_j)\, P\,(y_i / x_j)}$ – безусловная вероятность попадания выборки в $\mathbf{i}$-ю точку пространства наблюдений;

$\mathbf{z(y_i)}$ – затраты РП, связанные с обработкой выборки $\mathbf{y_i}$;

$\mathbf{I}$ – количество возможных вариантов результатов наблюдений.

В частном случае $\mathbf{z(y_i) = -\mathit{l}og\ P(y_i)}$. При этом $\mathbf{Z}$ является энтропией пространства наблюдений.

Изменить затраты $\mathbf{Z}$ можно только при изменении пространства наблюдений. Предполагается наличие некоего детерминированного матричного преобразования $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ с элементами $\mathbf{P(\tilde{y}_m/y_i)}$, которое осуществляет редукцию пространства наблюдений $\mathbf{Y}$ в ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$. Исходя из соображений теории информации, класс $\mathbf{P(\tilde{y}_m/y_i)}$ ограничен преобразованиями, которые объединяют несколько точек ПН $\mathbf{Y}$ в одну точку ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$ при соблюдении условия технической допустимости такого объединения. В связи с этим матрицу $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ можно назвать матрицей коммутации. При отсутствии редукции данных $\mathbf{\tilde{Y} \equiv Y}$ матрица $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ является единичной размера $\mathbf{I \times I}$. В любом другом случае $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ является матрицей размера $\mathbf{M \times I}$ ($\mathbf{M < I}$), каждая строка которой соответствует точке из $\mathbf{\tilde{Y}}$, а каждый столбец – точке из $\mathbf{Y}$. В $\mathbf{m}$-й строке матрицы

$\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ указывается, какие точки $\mathbf{Y}$ объединяются в $\mathbf{m}$-ю точку ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$. Без дополнительного требования соблюдения технической допустимости всегда будет иметь место тривиальное решение: ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$ будет совпадать с пространством решений $\mathbf{U}$.

Оптимальное решающее правило также является [1] детерминированной функцией от пространства наблюдений $\mathbf{Y}$. Следовательно, соответствующий этому правилу средний риск $\mathbf{R_Y}$ полностью определяется используемым ПН $\mathbf{Y}$. Считается, что пространство наблюдений $\mathbf{Y}$ задается максимально широким и его использование обеспечивает выполнение условия $\mathbf{R_Y \le R^*}$.

С учётом введённого ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$ можно записать выражение для среднего риска $\mathbf{R}$ и затрат $\mathbf{Z}$ в виде:

$$\mathbf{R} = \sum_{j=0}^{J} \sum_{k=0}^{K} \sum_{i=1}^{I} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{P(u_k/\tilde{y}_m)\, P(\tilde{y}_m/y_i)\, P(\tilde{y}_m/y_i)\, \Pi_{jk} P_a(x_j)}; \qquad (3)$$

$$\mathbf{Z} = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{z(\tilde{y}_m)} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=0}^{J} \mathbf{P(\tilde{y}_m/y_i)\, P(y_i/x_j)\, P_a(x_j)}, \qquad (4)$$

где $\mathbf{I}$, $\mathbf{M}$ – число точек ПН $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{\tilde{Y}}$ соответственно.

Итак, необходимо найти пространство наблюдений $\mathbf{\tilde{Y}}$ и решающее правило над ним, которые обеспечивают заданный средний риск $\mathbf{R^*}$ при минимально возможных затратах $\mathbf{Z}$:

$$\mathbf{R \le R^*}; \qquad \mathbf{Z \to min}. \qquad (5)$$

С учетом выражений (3), (4) задача (5) может быть конкретизирована: найти матричное преобразование $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$, редуцирующее ПН $\mathbf{Y}$ в ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$, и решающее правило над ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$, которые обеспечивают $\mathbf{R \le R^*}$ при $\mathbf{Z \to min}$.

Определение решающего правила – всех элементов матрицы $\mathbf{p(U/\tilde{Y})}$ при заданном ПН $\mathbf{\tilde{Y}}$ является известной задачей [1]:

$$\mathbf{p(u_k/y_m)} = \begin{cases} \mathbf{1,\ \text{при}\ k = \hat{k} = \arg\min_{n} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=0}^{J} P(\tilde{y}_m/y_i)\, P(y_i/x_j)\, P_a(x_j) \Pi_{jn};} \\ \mathbf{0,\ \text{при}\ k \ne \hat{k}.} \end{cases} \qquad (6)$$

Будет считаться, что в каждом столбце матрицы $\mathbf{p(U/\tilde{Y})}$ только один элемент равен 1, а остальные являются нулевыми:

$$\sum_{k=0}^{K} \mathbf{P(u_k/\tilde{y}_m) = 1}.$$

От указанного правила могут быть отклонения, связанные, например, с расщеплением граничных точек ПН путём их рандомизации [1] для обеспечения заданной условной вероятности ложной тревоги.

С учётом ограничений на затраты (сложность) в поставленной задаче, особо не сужая класс допустимых преобразований, предполагается, что вероятности $\mathbf{P(x_j, u_k)}$, входящие в оптимизационную задачу (5), должны быть экстремальными в следующем смысле [2].

При заданном среднем риске (2) и условии неизменности априорных вероятностей состояний

$$\sum_{j=0}^{K} \mathbf{P(x_j, u_k) = P_a(x_j)}\,, \tag{7}$$

вероятности, являющиеся элементами матрицы **P(X,U)**, обеспечивают минимум средней взаимной информации между пространствами состояний **X** и решений **U**:

$$\mathbf{I_{XU}} = \sum_{j=0}^{J} \sum_{k=0}^{K} \mathbf{P(u_k/x_j)\, P_a(x_j)}\, \mathbf{\mathit{l}og} \frac{\mathbf{P(u_k/x_j)}}{\mathbf{P(u_k)}} \to \mathbf{min}\,, \tag{8}$$

где $\mathbf{P(u_k)} = \sum_{j=0}^{J} \mathbf{P(u_k/x_j)\, P_a(x_j)}$ - безусловная вероятность принятия **k**-го решения.

Минимально необходимое значение средней взаимной информации $\mathbf{I_{XU}}$ для обеспечения среднего риска $\mathbf{R} = \boldsymbol{\varepsilon}$ называют [2] $\boldsymbol{\varepsilon}$ - энтропией $\mathbf{I^*_{XU}}$ (в рамках принятых обозначений $\mathbf{R^*}$ - энтропией).

Методика нахождения экстремальных (2), (7), (8) вероятностей $\mathbf{P^*(X, U)}$ известна [2]. Дополнительным результатом указанной методики является совокупность частных средних информаций между состоянием $\mathbf{x_j}$ и решениями **U**:

$$\mathbf{I^*_{xjU}} = \sum_{k=0}^{K} \mathbf{P(u_k/x_j)}\, \mathbf{\mathit{l}og} \frac{\mathbf{P(u_k/x_j)}}{\mathbf{P(u_k)}}\ . \tag{9}$$

Именно при таких значениях частных информаций обеспечивается заданный средний риск $\mathbf{R^*}$ при минимально возможном значении общей средней взаимной информации

$$\mathbf{I_{XU}} = \sum_{j=0}^{J} \mathbf{P_a(x_j)\, I^*_{xjU}}\,. \tag{10}$$

Известно, что ни одно преобразование не увеличивает ни общей, ни частных средних информаций. Следовательно, для обеспечения заданного среднего риска $\mathbf{R^*}$ частные средние взаимные информации между состояниями $\mathbf{x_j}$ и пространством наблюдений $\mathbf{\tilde{Y}}$ должны быть не меньше $\mathbf{I^*_{xjU}}$:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{x0\tilde{Y}}} \geq \mathbf{I}^*_{\mathbf{x0U}}\,; \quad \mathbf{I}_{\mathbf{x1\tilde{Y}}} \geq \mathbf{I}^*_{\mathbf{x1U}}\,; \quad \ldots; \quad \mathbf{I}_{\mathbf{xJ\tilde{Y}}} \geq \mathbf{I}^*_{\mathbf{xJU}}\,, \tag{11}$$

где

$$\mathbf{I}_{\mathbf{xj\tilde{Y}}} = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{y}}_m/\mathbf{x}_j)\, \mathbf{log}\frac{\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{y}}_m/\mathbf{x}_j)}{\mathrm{P}(\tilde{\mathbf{y}}_m)}; \qquad \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{y}}_m) = \sum_{j=1}^{M} \mathbf{P}\,(\tilde{\mathbf{y}}_m/\mathbf{x}_j)\,\mathbf{P}_a(\mathbf{x}_j)\,.$$

В данном контексте можно сказать, что все отображения матриц $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{X})$, удовлетворяющих условиям (11), в пространстве частных средних информаций лежат в так называемом $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадранте. Тем самым, область поиска наилучшей редукции ПН $\mathbf{Y}$ в ПН $\tilde{\mathbf{Y}}$ ограничена данным $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадрантом.

При решении оптимизационной задачи (5) в классе экстремальных, в смысле вариационной задачи (2), (7), (8), вероятностей $\mathbf{P(X,\ U)}$ можно сузить класс допустимых преобразований. В новом классе можно оставить только преобразования, которые обеспечивают попадание выборки в соответствующий $\boldsymbol{\varepsilon}$ ($\mathbf{R}$)-гиперквадрант средних частных взаимных информаций при наименьших затратах хотя бы для одного значения среднего риска из диапазона его возможных значений ($\mathbf{R} \in [\mathbf{R_{min}},\ \mathbf{R_{max}}]$). Класс таких преобразований выборки можно назвать классом Парето-оптимальных преобразований относительно $\mathbf{R}$-гиперквадрантов средних частных взаимных информаций.

В общем случае, процесс принятия статистических решений содержит два последовательных во времени подпроцесса: накопления информации до необходимого количества и непосредственного решения. Результатом первого, в самом общем виде, являются апостериорные вероятности состояний; результатом второго – решение, оценка параметра состояния.

Если в первом случае потери информации отсутствуют, то процесс принятия решений почти всегда приводит к потере информации. Известно [3], что оптимальное решение является достаточной статистикой (потери информации при переходе от апостериорных вероятностей к решению отсутствуют), если для всех точек пространства наблюдений (ПН), которые соответствуют одному решению, апостериорные вероятности (плотности) совпадают. В этой связи уместно вспомнить о правиле Вальда [4] последовательной проверки простой гипотезы против простой альтернативы при отсутствии перескоков через пороги принятия решения. В остальных случаях решение почти всегда является предельно упрощенной, минимальной по объему, но никак не достаточной статистикой. При этом картина принятия решения в плоскости частных средних информаций $\mathbf{I_{x0U}} : \mathbf{I_{x1U}}$ схематично представлена на рис. 1.

Таким образом, попадание пространства наблюдений $\tilde{\mathbf{Y}}(\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{X}))$ в $\mathbf{R}^*$-гиперквадрант является необходимым, но не достаточным условием обеспечения среднего риска на уровне, не превышающем $\mathbf{R}^*$. Причина –

потери информации при переходе от апостериорных вероятностей к решениям. Данные потери без синтеза решающего правила контролировать достаточно трудно.

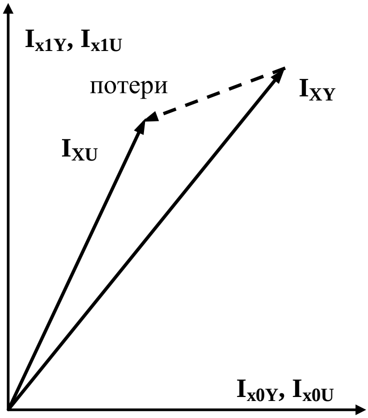

Рис. 1. Информационная характеристика процесса принятия решения

В связи с возможным наличием потерь информации при переходе от апостериорных вероятностей к решениям, границы **R**-гиперквадрантов следует сдвигать вправо и вверх. Причем целесообразно использовать несколько вариантов таких сдвигов. Данный тезис уточним на примере обнаружителя. Множеству решений с заданной условной вероятностью ложной тревоги $\mathbf{F}^*$ в плоскости $\mathbf{I}_{\mathbf{x0}\tilde{\mathbf{Y}}} : \mathbf{I}_{\mathbf{x1}\tilde{\mathbf{Y}}}$ соответствуют кривая (рис. 2) и множество **ε**-квадрантов средних частных взаимных информаций. При уменьшении $\mathbf{F}^*$ на величину $\mathbf{dF}^*$ будет иметь место новая кривая, проходящая правее первой, и новое множество **ε**-квадрантов. В связи с тем, что прогнозировать потери информации трудно, необходимо использовать несколько таких кривых с различными значениями $\mathbf{dF}^*$. Все варианты преобразований, которые попадают хотя бы в один из таких **ε**-квадрантов, обладая минимальными затратами, включаются в класс Парето-оптимальных преобразований.

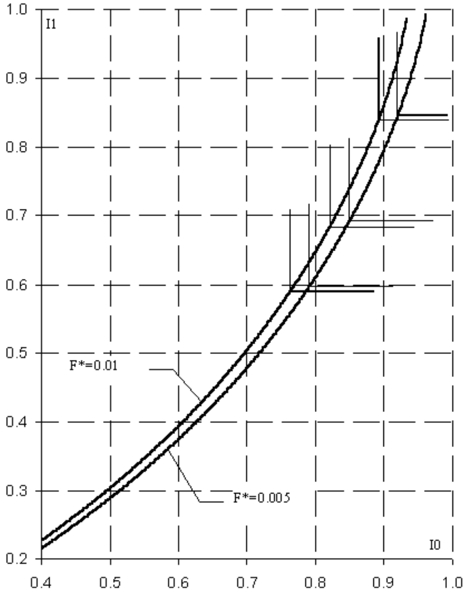

Рис. 2. Множество **D***- квадрантов средних частных взаимных информаций

В дальнейшем внутри множества Парето-оптимальных преобразований путем перебора находится наилучшее. Для чего осуществляется синтез решающих правил согласно выражения (6).

Множество Парето-оптимальных преобразований может быть найдено с использованием градиентных методов, или путём целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой заведомо «плохих» пространств наблюдений $\tilde{\mathbf{Y}}$ (преобразований $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$) и отказом от их дальнейшего наращивания. В ряде случаев уместно использование задачи о склейке вершин на двудольном графе.

Существуют два метода получения экстремального пространства наблюдений: агломеративный и дивизимный [5]. Агломеративный метод основан на принципе объединения (склеивания) нескольких точек ПН в одну. При этом поиск экстремального ПН осуществляется от максимально широкого ПН **Y**. В свою очередь, дивизимный метод основан на расщеплении одной точки ПН на несколько. В роли стартового ПН здесь выступает пустое множество.

Дивизимный градиентный метод поиска экстремального пространства наблюдений основан на разбиении на каждом шаге той точки ПН, для которой соответствующее удельное приращение информации, в необходимых пропорциях относительно частных информаций, максимально. Реализация градиентного метода может быть следующей. Определяется требуемый $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадрант. На каждом шаге алгоритма строится вектор, начало которого находится в точке, характеризующей частные средние взаимные информации ПН $\tilde{\mathbf{Y}}$, сформированного к данному шагу. Конец вектора находится в начале $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадранта. Далее находится точка, расщепление которой соответствует наибольшей проекции удельного информационного приращения на введённый вектор. Данная процедура повторяется вплоть до попадания выборки в заданный $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадрант. Можно показать, что при точном попадании в начало $\boldsymbol{\varepsilon}$-гиперквадранта (а в некоторых случаях и при более мягких условиях) такое решение будет наилучшим. Случаю точного попадания в начало ε-квадранта соответствует, например, последовательный критерий Вальда при отсутствии перескоков через пороги принятия решений.

При использовании дивизимного метода целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой в качестве стартовой матрицы коммутации выступает строка с **I** единицами. В дальнейшем на каждом шаге алгоритма на базе исходной матрицы коммутации (любой из поступивших с предыдущего шага) формируется список матриц, каждая из которых порождается технически допустимым элементарным расщеплением соответствующей точки ПН. Так при синтезе последовательного обнаружителя по квантованным сигналам на **A** уровнях элементарным расщеплением является проведение очередного зондирования в одной из точек ПН. Последнему соответствует разбиение соответственной строки старой матрицы коммутации на **A** в новой. При этом выборка может попасть в данную точку при условии, что предыдущие зондирования дали соответствующий этой точке (строке старой матрицы) результат. Например, в случае бинарно квантованных сигналов допустимым преобразованием над матрицей коммутации является только разбиение одной её строки на две, причём, первая половина единиц исходной строки попадает на те же позиции в первой вновь сформированной строке, а вторая – на те же позиции во второй. Остальные элементы данных строк являются нулевыми.

Затем для каждой матрицы, сформированной на очередном шаге, следует вычислить средние частные взаимные информации (СЧВИ) и затраты $\mathbf{Z}$.

Далее последовательно для каждой матрицы в цикле по $\mathbf{R}^*$-гиперквадрантам от $\mathbf{R}^* = \mathbf{R}_{\mathbf{min}}$ до $\mathbf{R}_{\mathbf{max}}$ необходимо проверять условия (11).

При выполнении последних соответствующие затраты $\mathbf{Z}$ записывать в качестве характеристики соответствующего $\mathbf{R}^*$ - гиперквадранта. Если в данном $\mathbf{R}^*$-гиперквадранте уже записаны затраты и они превышают затраты, соответствующие данной матрице, то вместо них записывается новое значение, матрица записывается в список Парето-оптимальных, в данном $\mathbf{R}^*$-гиперквадранте выставляется указатель на нее. Указатель на «старую» матрицу ликвидируется. Если кроме того указатель на эту матрицу хранится только в данном $\mathbf{R}^*$-гиперквадранте – она исключается из списка Парето-оптимальных. Если старое значение затрат равно новому, то данная матрица записывается в список Парето-оптимальных, а в $\mathbf{R}^*$-гиперквадранте формируется указатель на нее. И, наконец, если старое значение затрат меньше нового – никаких операций не производится. Матрица, сформированная на текущем шаге, которая не была «занесена» ни в один из $\mathbf{R}^*$-гиперквадрантов, уничтожается. Все матрицы текущего шага, которые не были «уничтожены», поступают в качестве исходных на «вход» очередного, где по каждой из них осуществляются формирование новых допустимых матриц и все перечисленные выше операции. Дополнительно производится ликвидация двойников – матриц, порождённых на текущем шаге разными исходными матрицами и являющихся взаимно тождественными.

В результате работы алгоритма формируется список (множество) Парето-оптимальных преобразований $\mathbf{P}\left(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y}\right)$. Любая матрица из списка попадает хотя бы в один из $\mathbf{R}^*$-гиперквадрантов СЧВИ с минимальными затратами.

Агломеративные методы поиска множества Парето-оптимальных редукций ПН аналогичны.

Приведённая выше постановка задачи является существенно общей и включает в себя задачи последовательного анализа [4], [6], поиска и дискретизации при дискретной стилизации используемых в них переменных. Далее будет приведена постановка нескольких практически значимых задач. При этом априорные вероятности состояний и элементы матрицы $\mathbf{P(Y/X)}$ предполагаются заданными. Также считаются заданными условные вероятности решений при известных состояниях (условные вероятности ложной тревоги $\mathbf{F}_3^*$ и правильного обнаружения $\mathbf{D}_3^*$), что позволяет опустить решение оптимизационной задачи (2), (7), (8). Необходимо найти обнаружитель, у которого $\mathbf{F^* = F_з^*}$, $\mathbf{D^* \geq D_з^*}$ при минимальных затратах. При этом способ квантования задан, не может быть изменен и постоянен для любого сигнала.

Последовательный обнаружитель объекта по серии квантованных сигналов. Амплитуда отраженного сигнала квантуется на $\mathbf{a} \geq 2$ уровнях. Число зондирований не может быть больше **N**. Под затратами понимается среднее число зондирований.

Исходная матрица коммутации – единичная, размера $\mathbf{a^N} \times \mathbf{a^N}$. Отказ от последнего опыта соответствует объединению **a** соседних строк матрицы коммутации в одну. При необходимости отказаться от **k** опытов подряд, следует объединить в одну $\mathbf{a^k}$ строк матрицы $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$.Таким образом, допустимым преобразованием над исходной матрицей $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ является объединение $\mathbf{a^k}$ её строк в одну. При этом в каждой строке матрицы коммутации начиная с ($\mathbf{n \cdot a^k}$ + 1)-го столбца размещается ровно $\mathbf{a^k}$ единиц подряд, остальные элементы строки – нулевые, где **n** – целое число, $\mathbf{k \leq N}$. Нахождение наилучшей матрицы коммутации может осуществляться с использованием дивизимного метода целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой. При этом на каждом шаге число строк матрицы увеличивается на **a – 1**. Число столбцов не изменяется и равно $\mathbf{a^N}$.

Для визуализации и хранения промежуточных данных можно использовать аппарат теории графов. При этом каждой технически реализуемой матрице $\mathbf{P(\tilde{Y}/Y)}$ можно поставить в соответствие **a**-арное дерево [7] с **a**-арными внутренними вершинами и уровнем дерева не более **N**. Пример 4-арного дерева уровня 3 приведен на рис. 3.

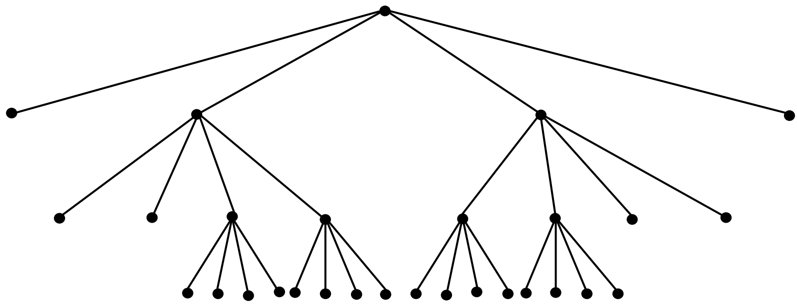

Рис. 3. Пример 4-арного дерева с 4-арными внутренними вершинами

Обнаружитель объекта по Маркусу-Сверлингу в L-канальной системе. Задана дискретная зона обзора с **L** дискретами. В зоне обзора находится не более одного объекта. Число зондирований в каждый (любой) дискрет зоны обзора не фиксировано, но не может быть больше **N**, либо общее число зондирований зоны обзора не может быть больше $\mathbf{N_L}$. Отражённый от объекта сигнал квантуется на А уровнях. Под затратами понимается среднее число зондирований $\mathbf{n_L}$. Оценки о местоположении объекта не выносятся и требования к ним не предъявляются.

Нередуцированное пространство наблюдений содержит в себе результаты всех $\mathbf{N_L}$ зондирований. Данному ПН соответствует единичная матрица коммутации $\mathbf{P_0(\tilde{Y}/Y)}$ размера $\mathbf{A} \times \mathbf{N_L}$. На каждом шаге поиска экстремального ПН допустимыми его расширениями являются результаты зондирования очередного сигнала (либо первого в конкретном дискрете, либо очередного в другом дискрете) при определённых значениях уровней квантования предыдущих отраженных сигналов в нем. Граф, отображающий процесс последовательного просмотра $\mathbf{L}$ дискрет зоны обзора с общим числом её зондирований $\mathbf{N_L}$ является $\mathbf{A}$-арным деревом с $\mathbf{A}$-арными $\mathbf{L}$-раскрашенными вершинами уровня $\mathbf{N_L}$. В случае $\mathbf{L = 2}$, $\mathbf{A} = 2$ и проведения поиска до первого превышения порога в одной из ячеек при $\mathbf{N} = 2$ имеет место 6 вариантов программы поиска. Соответствующие им графы представлены на рис. 4.

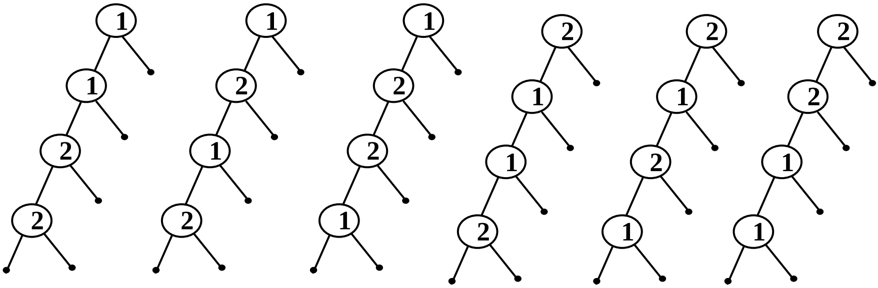

Рис. 4. Программы поиска при $\mathbf{L} = 2$, $\mathbf{A} = 2$, $\mathbf{N} = 2$

Матрицы коммутации для вариантов 1, 4 имеют вид:

$$\mathbf{P_1\left(\tilde{Y}/Y\right)} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{P_4\left(\tilde{Y}/Y\right)} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Обнаружитель объекта по фиксированной серии квантованных сигналов. Число сигналов в серии задано и равно **T**. Сигналы некоррелированы. Задано число уровней квантования сигнала **A**. Под затратами понимается число уровней квантования $\mathbf{a} \leq \mathbf{A}$. Уменьшение уровней квантования осуществляется за счёт объединения нескольких уровней квантования в один. Последнее ограничение может показаться не всегда правомочным. Однако при **A** >> 1 потери, связанные с его введением, будут незначительными.

В виду того, что метод квантования от сигнала к сигналу не изменяется, целесообразно искать матрицу коммутации $\mathbf{P}\left(\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathbf{t}}/\mathbf{Y}_{\mathbf{t}}\right)$, соответствующую не серии, а одному сигналу. Множество Парето - оптимальных преобразований в данном случае удобнее строить агломеративным методом, используя в качестве стартовой единичную матрицу коммутации $\mathbf{P_0}\left(\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathbf{t}}/\mathbf{Y}_{\mathbf{t}}\right)$ размера $\mathbf{A} \times \mathbf{A}$.

Таким образом, решение задачи синтеза статистических алгоритмов (обладающих заданным качеством принимаемых решений при минимальных затратах) может быть найдено путем выбора экстремального пространства наблюдений (ПН) и синтеза оптимального решающего правила над ним. При этом выбор наилучшего ПН производится с учётом использования экстремальных совместных вероятностей состояний и их оценок. А множество допустимых ПН ограничивается классом Парето-оптимальных относительно **R**-гиперквадрантов средних частных взаимных информаций. Для непосредственного поиска графов или матриц коммутации, соответствующих экстремальным ПН, могут быть использованы предложенные в статье численные методы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Леман Э. Проверка статистических гипотез: Пер. с англ. / Под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Наука, – 1979. – 408 с.*
2. *Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Сов. радио, – 1975. – 424 с.*
3. *Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений. – М.: Наука, – 1976. – 328 с.*
4. *Тартаковский А.Г. Последовательные методы в теории информационных систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.*
5. *Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности /Под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.*
6. *Сосулин Ю.Г. Последовательное обнаружение сигналов: проблемы и перспективы // Радиотехника. – 1998. – Т. 53. – № 10. – С. 39 - 47.*
7. *Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968. – 352 с.*

Поступила 15.07.2002

***Саваневич Вадим Евгеньевич**, канд. техн. наук, доцент, докторант ХВУ. В 1986 году окончил Харьковское ВУРЭ. Область научных интересов – обработка локационной информации, информметрия.*