Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова

ПРАЦІ МІЖНАРОДНОЇ
МОЛОДІЖНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ШКОЛИ

ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ
(ПОО – XXXVII)

Київ – 2011

УДК 517:518:519:533:534

Праці міжнародної молодіжної математичної школи “Питання оптимізації обчислень (ПОО – XXXVII)” – Київ: Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2011. – 214 с.

Розглядаються питання побудови оптимальних за складністю (та близьких до них) алгоритмів розв’язання наступних класів задач обчислювальної та прикладної математики: цифрова обробка сигналів, відновлення функцій і функціоналів, розв’язування різних класів рівнянь, системний аналіз і математичне програмування, методи захисту інформації.

Відмінною рисою праць школи є їх спрямованість на побудову ефективних за різними критеріями алгоритмів, оцінок їх характеристик, порівняльний аналіз за цими характеристиками та розв’язання широкого спектра прикладних задач. Певна увага приділена комп’ютерній технології розв’язання задач прикладної та обчислювальної математики із заданими значеннями характеристик якості.

Збірник праць розрахований на спеціалістів у галузі обчислювальної та прикладної математики.

Рецензент: член-кореспондент НАН України А.О. Чикрій

ISBN 978-966-02-5965-2

УДК 517.927

Н.И. РОНТО, Е.В. МАРИНЕЦ

Institute of Mathematics, University of Miskolc, matronto@gold.uni-miskolc.hu
Ужгородский национальный университет, Ужгород, katya_marinets@ukr.net

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Рассматривается нелинейная краевая задача с нелинейными граничными условиями:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t)), \tag{1}$$

$$g(x(0), x(T)) = 0, \tag{2}$$

где функции $f : [0,T] \times D \to R^n$, $g : D \times D \to R^n$, $(n \geq 2)$ непрерывные, $D \subset R^n$ – замкнутая ограниченная область.

Для применения ранее разработанных численно–аналитических схем для построения приближенного решения краевых задач [1, 2], заменим значения компонент решения в точках $t = 0$, $t = T$ параметрами z и λ:

$$x(0) = z, \quad x(T) = \lambda, \tag{3}$$

где $z = col(z_1, z_2, ..., z_n)$, $\lambda = col(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$.

Используя параметризацию (3), преобразуем нелинейные граничные условия (2):

$$Ax(0) + Cx(T) = d(z, \lambda), \tag{4}$$

где $d(z, \lambda) := Az + C\lambda + g(z, \lambda)$, $A \equiv 0$, $C \equiv I_n$, I_n – единичная $n \times n$ – матрица.

Тогда нелинейная краевая задача (1), (2) с нелинейными граничными условиями трансформируется в краевую задачу с линейными краевыми условиями следующего вида:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t)), \tag{5}$$

$$x(T) = \lambda + I_n g(z, \lambda). \tag{6}$$

Для построения приближенного решения краевой задачи (5), (6) используем рекуррентное соотношение:

$$x_m(t, z, \lambda) = z + \int_0^t f(s, x_{m-1}(s, z, \lambda))ds - \frac{t}{T}\int_0^T f(s, x_{m-1}(s, z, \lambda))ds + \frac{t}{T} I_n(d(z, \lambda) - z), \tag{7}$$

$m = 1,2,3,....$

В качестве нулевого приближения выступает: $x_0(t, z, \lambda) = z + \frac{t}{T} I_n(d(z, \lambda) - z)$.

Численные значения введенных в (3) параметров являются решениями системы определяющих уравнений:

$$\begin{cases} \Delta(z, \lambda) = \dfrac{1}{T}\left[I_n(d(z, \lambda) - z) - \int_0^t f(s, x_m(s, z, \lambda))ds \right] = 0, \\ x(T) = \lambda. \end{cases} \tag{8}$$

При подстановке этих значений в (7), получим приближенное решение исходной краевой задачи (1), (2).

1. Ronto M. On non-linear boundary-value problems containing parameters // Archivum Mathematicum (Brno). – 2000. – Vol. 36. – P. 585–593.
2. Самойленко А.М., Ронто М.Й. Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1992. – 279 с.