

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
Кафедра геодезії, землеустрою та геоінформатики**

І.В. Калинич, М.Р. Ничвид

ВИЩА ГЕОДЕЗІЯ. ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

Навчальний посібник

**Ужгород
2025**

УДК 528(076.5)(075.8)

В 55

Вища геодезія. Лабораторний практикум: навчальний посібник /
Укладачі: І.В. Калинич, М.Р. Ничвид. Ужгород: Видавництво УжНУ
«Говерла», 2025. 128 с. ISBN 978-617-8321-45-1

Навчальний посібник складено з метою полегшення самостійної роботи студентів під час підготовки та проведення лабораторних робіт. Метою практикуму є вивчення майбутніми фахівцями методів визначення взаємного положення точок земної поверхні та навіколоземного простору, в яких в якості вихідної координатної поверхні прийнята поверхня земного еліпсоїда, а виміряні величини, що використовуються в цих методах вільні від впливу відхилення виска.

Наведено приклади вирішення завдань з Вищої геодезії в частині Сфероїдна геодезія.

Призначений для студентів, які навчаються за спеціальністю 193 Геодезія та землеустрій.

Укладачі:

Калинич Іван Васильович, к.т.н., доцент кафедри геодезії, землеустрою та геоінформатики ДВНЗ «Ужгородський національний університет»;

Ничвид Марія Романівна, старший викладач кафедри геодезії, землеустрою та геоінформатики ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

Рецензенти:

Жиган Марія, заступник директора Закарпатської регіональної філії ДП «УкрДАГП»;

Савчук Степан, д.т.н., професор кафедри вищої геодезії та астрономії НУ «Львівська політехніка».

Рекомендовано до друку та опублікування

Вченою радою ДВНЗ «УжНУ»

(протокол № 8 від 2 липня 2024 р.)

Редакційно видавничою радою ДВНЗ «УжНУ»

(протокол № 4 від 1 липня 2024 р.)

ISBN 978-617-8321-45-1

© ДВНЗ «УжНУ», 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	4
Лабораторна робота №1. Визначення основних параметрів земного еліпсоїда	5
Лабораторна робота №2. Зв'язок між системами координат	8
Лабораторна робота №3. Розв'язування прямої і оберненої геодезичних задач	15
Лабораторна робота №4. Обчислення довжин дуг меридіана та паралелі	27
Лабораторна робота №5. Обчислення довжин сторін і площі сферичної трапеції	34
Лабораторна робота №6. Розв'язування сферичних трикутників	40
Лабораторна робота №7. Перетворення координат із однієї зони в іншу без таблиць з врахуванням повороту осей	54
Лабораторна робота №8. Вирахування перевищень квазігеоїда за астрономо-геодезичними даними	75
ДОДАТКИ.....	78

ВСТУП

Сфероїдна геодезія – один із основних розділів вищої геодезії, предметом якого є вивчення геометрії поверхні земного еліпсоїда, методів розв'язку геодезичних задач на цій поверхні та зображення її на кулі або площині.

Основними задачами сфероїдної геодезії є:

1. Вивчення властивостей кривих на поверхні земного еліпсоїда та визначення взаємного розташування точок на цій поверхні або в просторі;
2. Вибір найбільш вигідної проекції для зображення елементів поверхні еліпсоїда на сфері та площині;
3. Розробка методики переходу з еліпсоїда на площину та навпаки.

Трикутники триангуляції є сфероїдними або еліпсоїдальними трикутниками, оскільки вони утворені на поверхні еліпсоїда. На практиці зазвичай мають справу із трикутниками, сторони яких не перевищують 40-50 км і в деяких випадках 70-80 км. Таким чином, розв'язання трикутників триангуляції зводиться до розв'язування сферичних трикутників.

Кінцевою метою основних геодезичних робіт є визначення координат геодезичних пунктів. Так як в геодезичних обчисленнях фігура Землі приймається за еліпсоїд обертання, то задача зводиться до обчислення координат окремих точок поверхні еліпсоїда обертання.

Положення геодезичних пунктів може бути визначено в різних системах координат; кожній системі координат відповідають свої методи обчислення. В даних методичних вказівках розглянуто методи обчислення геодезичних координат.

Метою даного практикуму є вивчення майбутніми фахівцями методів визначення взаємного положення точок земної поверхні та навколосемного простору, в яких в якості вихідної координатної поверхні прийнята поверхня земного еліпсоїда, а виміряні величини, що використовуються в цих методах вільні від впливу відхилення виска.

Результатом засвоєння даного матеріалу є набуття навичок у обчисленні довжин дуг меридіана та паралелі, довжин сторін і площі сфероїдальної трапеції, а також у розв'язанні сферичних трикутників та головних геодезичних задач.

СФЕРОЇДНА ГЕОДЕЗІЯ

Лабораторна робота №1

Визначення основних параметрів земного еліпсоїда

Навчальна мета: Визначення основних параметрів земного еліпсоїда

Обладнання: калькулятор, обчислювальний папір, ручка.

Завдання: Індивідуальні завдання по варіантах подано в додатку 1.

Дано:

Велика піввісь еліпсоїда,

Полярне стиснення еліпсоїда

Визначити:

а) малу піввісь;

б) лінійний ексцентриситет;

в) перший ексцентриситет

меридіанного еліпса;

г) другий ексцентриситет меридіанного еліпса;

д) полярний радіус кривини.

Результати розрахунків вписують у таблицю вказану в додатку 1.

Теоретичні відомості

1.1. Основні параметри земного еліпсоїда

Еліпсоїдом обертання називається геометричне тіло, утворене обертанням еліпса навколо його малої осі.

Меридіаном називається перетин поверхні еліпсоїда площиною, що проходить через малу піввісь еліпсоїда. Меридіани являють собою еліпс. Наприклад, $PE_1EP'E''_1$ і $PC'_1C'P'SS_1$ – меридіани.

Паралеллю називається перетин поверхні еліпсоїда площиною, перпендикулярної до осі обертання еліпсоїда. Паралель являє собою окружність. Наприклад, ECE'' і $E_1C_1E'_1C'_1$ – паралелі.

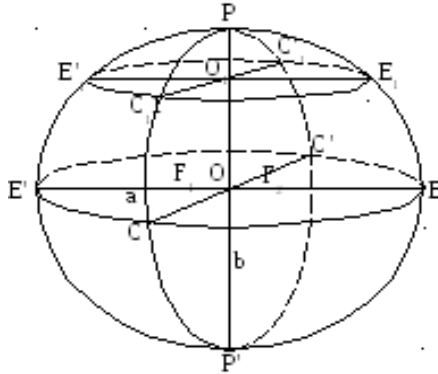


Рис.1.1 Еліпсоїд обертання

Позначення: O – центр еліпсоїда; P – північний полюс; P' – південний полюс; PP' – вісь обертання еліпсоїда; F_1 і F_2 – точки фокуса еліпсоїда; a – велика піввісь; b – мала піввісь; ECE'' – екватор; $E_1C_1E'_1C'_1$ – паралель; $PE_1EP'E''_1$ і $PC'_1C'P'CC_1$ – меридіани.

Найбільша паралель (ECE''), площина якої проходить через центр еліпсоїда ПРО, називається **екватором**. Екватор є окружністю радіуса a , де a – велика піввісь еліпсоїда.

Лінійним ексцентриситетом називається відстань від центра еліпсоїда O до кожного з його фокусів F_1 або F_2 . Лінійний ексцентриситет обчислюється за формулою:

$$OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 - b^2},$$

де a – велика піввісь; b – мала піввісь.

Відношення лінійного ексцентриситету до великої піввісі називається **першим ексцентриситетом** меридіанного еліпса:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a},$$

де e – перший ексцентриситет.

Відношення лінійного ексцентриситету до малої піввісі називається **другим ексцентриситетом** меридіанного еліпса:

$$e^1 = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b},$$

де e^1 – другий ексцентриситет.

Полярне стиснення еліпсоїда обчислюється за формулою:

$$\alpha = \frac{a-b}{a},$$

де **a** і **b** – велика і мала півосі еліпсоїда.

Лінійні величини **a** і **b** (велика й мала піввісі) визначають розміри еліпсоїда.

Відносні величини **α** , **e** і **e^1** (полярне стиснення, перший і другий ексцентриситети) визначають форму еліпсоїда.

Земний еліпсоїд – еліпсоїд, що характеризує фігуру й розміри Землі.

Референц-еліпсоїд – це земний еліпсоїд, прийнятий у конкретній країні для обробки геодезичних вимірів і встановлення системи геодезичних координат.

В Україні в цей час застосовуються референц-еліпсоїд Красовського (**a** = 6378245 м, **α** = 1:298,3) та загальноземний еліпсоїд (**a** = 6378137 м, **α** = 1:298,2572221).

ПРИКЛАД. Обчислення параметрів земного еліпсоїда

Завдання 1. По основних параметрах референц-еліпсоїда Красовського (**a** = 6378245 м, **α** = 1:298,3) обчислити **b**, **e^2** , **e'^2** .

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \rightarrow b = a \cdot (1-\alpha) = 6378245,00000 \cdot \left(1 - \frac{1}{298,3}\right) =$$

$$= 6378245,00000 \cdot \left(\frac{298,3-1}{298,3}\right) = 6356863,01877$$

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \rightarrow e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{6378245^2 - 6356863,01877^2}{6378245^2} =$$

$$0,00663421623$$

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \rightarrow e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{6378245^2 - 6356863,01877^2}{6356863,01877^2} =$$

$$0,006738525415$$

Питання для самоконтролю

1. Що називається еліпсоїдом обертання?
2. Що називається лінійним ексцентриситетом?
3. Що називається першим ексцентриситетом?
4. Що називається другим ексцентриситетом?
5. Що називається полярним стисненням?

Лабораторна робота №2

Зв'язок між системами координат

Навчальна мета: Вивчення систем координат у вищій геодезії та зв'язок між ними.

Обладнання: калькулятор, обчислювальний папір, ручка.

Завдання:

- **Дано:**

Геодезичні координати точки $B i L$

Визначити:

а) Прямокутні прямолінійні координати $x i y$, які віднесені до площини меридіана точки.

б) Геоцентричні координати точки $\Phi i L$.

в) Координати з приведеною широтою точки $u i L$.

г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .

2. Дано:

Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана:

L, x, y .

Визначити:

а) Геодезичну широту точки B .

б) Геоцентричну широту точки Φ .

в) Приведену широту точки u .

г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z

Теоретичні відомості

2.1. Системи координат у вищій геодезії

2.1.1. Система прямокутних просторових координат X, Y, Z

Початок координат - центр еліпсоїда O .

Вісь OZ розташовується по полярній осі еліпсоїда OP ;

Вісь OX – у площині екватора в меридіані PEP , що приймають за початковий;

Вісь OY – у площині екватора, але в меридіані RKP , площина якого становить із площиною початкового меридіана кут в 90° . Положення точки M поверхні еліпсоїда визначається координатами : $X = M_0 M_2$, $Y = M_1 M_0$, $Z = M_0 M$

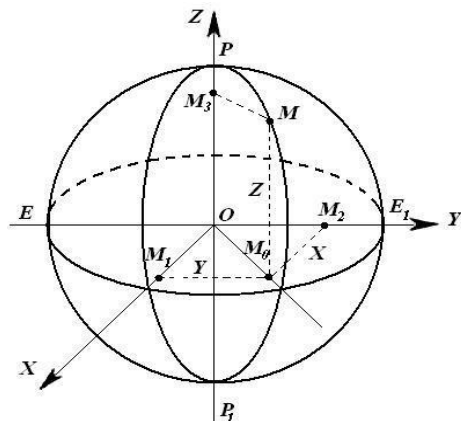


Рис. 2.1. Система прямокутних просторових координат

2.1.2. Система прямокутних прямолінійних координат x, y , віднесених до площини меридіана даної точки

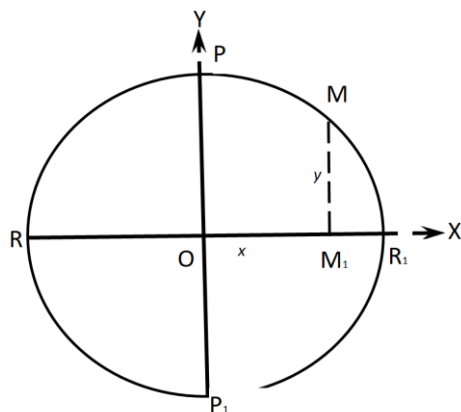


Рис. 2.2 Система прямокутних прямолінійних координат x, y

У цій системі спочатку визначається меридіан, на якому перебуває точка PR_1P_1 – меридіанний еліпс, що проходить через точку M . Початок координат – центр еліпса O . Вісь Ox напрямку по великій півосі, вісь Oy – по малій півосі. Положення точки M визначається координатами: $x = OM_1$, $y = MM_1$.

2.1.3. Система геодезичних координат B, L

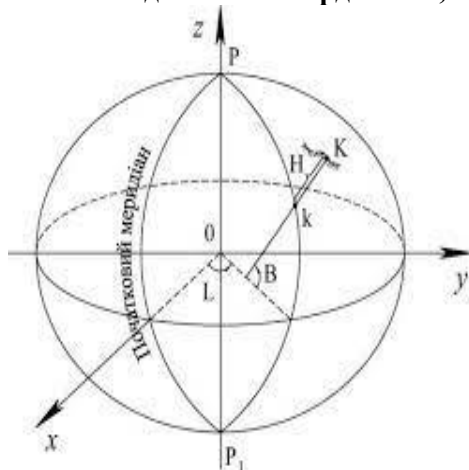


Рис.2.3. Система геодезичних координат B, L

Геодезична широта (B) визначається гострим кутом між нормаллю (Mn) до поверхні еліпсоїда й площиною екватора. Широта змінюється від 0^0 до 90^0 ($0^0 \leq B \leq 90^0$). Розрізняють північну широту й південну широту.

Геодезична довгота (L) дорівнює двогранному куту між площинами початкового меридіана (PEP_1) і меридіана даної точки (PRP_1). Довгота змінюється від 0^0 до 180^0 ($0^0 \leq L \leq 180^0$). Розрізняють східну довготу й західну довготу.

2.1.4. Система геоцентричних координат Φ, L

Однієї з координат у цій системі є **геодезична довгота L** .

Геоцентрична широта Φ визначається кутом між радіусом-вектором r точки M і площиною екватора.

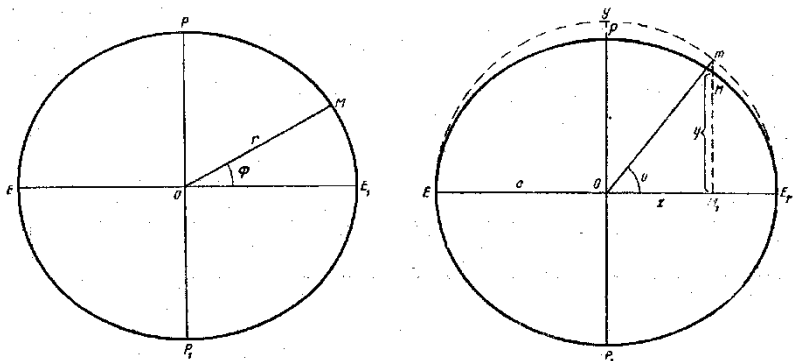


Рис.2.4. Система геоцентричних координат (зліва) та система координат з наведеною широтою (справа)

2.1.5. Система координат з наведеною широтою й геодезичною довготою u, L

Однієї з координат у цій системі є геодезична довгота L .

PE_1P_1E – меридіанний еліпс, що проходить через точку M ;

uE_1u_1E – окружність радіус якої дорівнює більшій півосі меридіанного еліпса;

x, y – прямокутні прямолінійні координати віднесені до площини меридіанного еліпса, що проходить через точку M ;

кут mOE_1 – **приведена широта** u точки M

2.1.6. Система прямокутних сфероїдних координат p і q

Осі сфероїдної системи координат розташовуються на поверхні еліпсоїда. Початок координат – точка A координати якої відомі. Меридіан точки A приймають за вісь абсцис із позитивним напрямком на північ. Через точку M проводять нормальний перетин перпендикулярно меридіану точки A . Положення точки M визначається координатами : $AM_1 = p(x)$ і $M_1M = q(y)$ (рис.2.5).

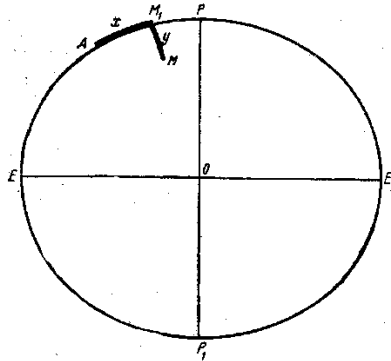


Рис. 2.5. Система прямокутних сфероїдних координат

2.1.7. Плоскі прямокутні координати.

У теперішній час у нашій країні прийнята проекція Гауса-Крюгера або система прямокутних плоских координат у конформній проекції Гаусса, у якій виконують обчислення всіх пунктів опорної геодезичної мережі.

2.2. Зв'язок між деякими системами координат

2.2.1. Зв'язок між геодезичною широтою B и координатами x и y , віднесеними до площини меридіана обумовленої точки

$$\operatorname{tg} B = \frac{1}{1 - e^2} \frac{y}{x} \quad x = r = \frac{a \cdot \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \quad y = \frac{a \cdot (1 - e^2) \cdot \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}}$$

r – радіус паралелі, що проходить через точку із широтою B .

2.2.2. Зв'язок між геодезичною широтою B і геоцентричною широтою Φ

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Phi &= \operatorname{tg} B (1 - e^2) \quad (B - \Phi)'' \approx \frac{1}{2} \rho'' e^2 \sin 2B \\ (B - \Phi)'' &= \rho'' \left[\frac{e^2}{2 - e^2} \sin 2B - \frac{e^4}{2(2 - e^2)^2} \sin 4B \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^6}{3(2 - e^2)^3} \sin 6B - \dots \right] \end{aligned}$$

2.2.3. Зв'язок між геоцентричною широтою Φ і координатами x і y , віднесеними до центра й осей еліпсоїда

$$tg\Phi = \frac{y}{x}, \quad x = \rho \cos\Phi, \quad y = \rho \sin\Phi, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\rho = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \Phi}}$$

$$x = \frac{a\sqrt{1-e^2} \cos\Phi}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \Phi}}$$

$$y = \frac{a\sqrt{1-e^2} \sin\Phi}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \Phi}}$$

$$\rho \approx a \left(1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 B + \frac{e^4}{2} \sin^2 B - \frac{5}{8} e^4 \sin^4 B - \dots \right)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2 = \frac{a^2 \cos^2 B}{1-e^2 \sin^2 B} + \frac{a^2 (1-e^2)^2 \sin^2 B}{1-e^2 \sin^2 B}.$$

2.2.4. Зв'язок між наведеною широтою u і геодезичною широтою B

($B - u$)

$$tgu = \sqrt{1-e^2} \cdot tgB \quad \cos B = \frac{\sqrt{1-e^2} \cos u}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 u}}$$

де:

$$n = \frac{a-b}{a+b} = \frac{tgB - tgu}{tgB + tgu}$$

2.2.5. Зв'язок між системою прямокутних просторових координат X, Y, Z і іншими системами координат

$$X = x \cos L$$

$$Y = x \sin L$$

$$Z = y$$

$$x = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$X = a \cos u \cos L$$

$$Y = a \cos u \sin L$$

$$Z = b \sin u = a \sqrt{1 - e^2} \sin u$$

$$X = \frac{a \cos B \cos L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$Y = \frac{a \cos u \sin L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$Z = \frac{a(1 - e^2) \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$X = \frac{a \cos B \cos L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$Y = \frac{a \cos u \sin L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$Z = \frac{a(1 - e^2) \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

Лабораторна робота №3

Розв'язування прямої і оберненої геодезичних задач

Мета роботи: ознайомитись із змістом прямої та оберненої геодезичних задач та розв'язати пряму геодезичну задачу методом допоміжної точки та методом із середніми аргументами (методом послідовних наближень).

Завдання: розв'язати пряму геодезичну задачу методом допоміжної точки та методом із середніми аргументами (методом послідовних наближень) (значення географічних координат B_1, L_1 деякої точки Q_1 , прямий азимут A_{12} і відстань S між точками Q_1 і Q_2 вибираються згідно індивідуального варіанту з додатку 3).

Теоретичні відомості

Головною геодезичною задачею є обчислення геодезичних координат пунктів, відстаней і азимутів напрямків між пунктами на поверхні референц – еліпсоїда.

Головну геодезичну задачу прийнято розглядати як дві задачі: пряма і обернена.

Розрізняють пряме і обернену геодезичну задачу залежно від того, які величини є відомими і якими величинами визначаються.

При розв'язанні **оберненої геодезичної задачі** відомі геодезичні координати двох точок (B_1, L_1) і (B_2, L_2), по яких обчислюються відстань між точками (S), прямий (A_{1-2}) і зворотний (A_{2-1}) азимути.

У **прямій геодезичній задачі** відомі координати вихідної точки (B_1, L_1), відстань до обумовленої точки (S) і азимут напрямку на обумовлену точку (A_{1-2}). Розв'язання прямої геодезичної задачі зводиться до обчислення координат другої точки (B_2, L_2) і зворотного азимуту (A_{2-1}).

Пряма геодезична задача полягає в тому, що за відомими географічними координатами B_1, L_1 деякої точки Q_1 , а також прямому азимуту A_{12} і відстані S між точками Q_1 і Q_2 визначити координати кінцевої точки B_2, L_2 і обернений азимут A_{21} .

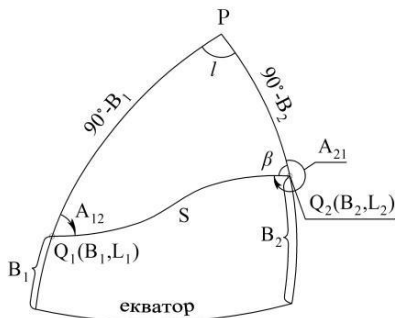


Рис.3.1.
Пряма і обернена
геодезичні задачі

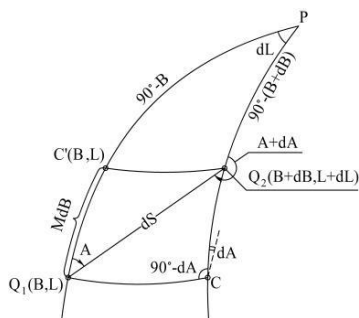


Рис.3.2
Непрямий метод розв'язку
головних геодезичних задач

Обернена геодезична задача полягає в тому, що за координатами початкової і кінцевої точок B_1 , L_1 , B_2 , L_2 визначити віддаль S між ними і азимути A_{12} і A_{21} (див. рис. 8.1).

В геодезичній практиці пряму і обернену геодезичні задачі доводиться розв'язувати для різних довжин геодезичних ліній. На практиці склалась певна градація можливих віддалей, для кожного із яких існує найбільш прийнятний спосіб розв'язування головних геодезичних задач.

Малі відстані (20÷200 км) зустрічаються при обчисленні сторін трикутників і замикаючих ланок тріангуляції 1 класу.

Середні відстані (200÷800 км) мають місце при обчисленні діагоналей полігонів тріангуляції 1 класу, при обробці астрономо- геодезичної мережі, радіо-геодезичних мережах, при розв'язанні динамічної тріангуляції (ракетної) та інших задач.

Великі відстані (більше 800 км) зустрічаються при орієнтуванні референц-еліпсоїда, при геодезичному з'єднуванні континентів методом космічної тріангуляції, в радіонавігації, при побудові єдиної координатної системи (WGS-84), з метою спостереження за керованими ракетами і т.д.

Для розв'язування головних геодезичних задач необхідно визначити рівняння зв'язку вихідних і визначуваних величин.

Найбільш простий спосіб установлення таких рівнянь зв'язку і, як результат, розв'язування головних геодезичних

задач полягає в безпосередньому розв'язанні трикутника Q_1PQ_2 , в якому вихідні дані і визначувані невідомі як в прямій, так і в оберненій задачах являються елементами цього трикутника. Наприклад, в випадку прямої геодезичної задачі вихідними даними являються сторони S , Q_1P кут A_{12} і L_1 . Із розв'язання трикутника отримують інші його елементи l, β, Q_2 , P за допомогою яких визначають шукані величини:

$$L_2 = L_1 + l; B_2 = 90^\circ - Q_2P; A_{21} = 360^\circ - \beta.$$

Такий шлях розв'язання головних геодезичних задач називається прямим. Однак у зв'язку з великими сторонами полярного трикутника Q_1PQ_2 , які становлять декілька тисяч кілометрів, його потрібно розглядати як сфероїдний. Ці обставини значно ускладнюють розв'язок і потребують використання 10-значних тригонометричних функцій. Тому застосовують непрямий шлях розв'язання, який полягає у визначенні різниць широт, довгот і азимутів на основі рівнянь зв'язку цих величин з вихідними даними. Наприклад, для прямої задачі визначають:

$$\left. \begin{aligned} dB &= B_2 - B_1 = \varphi_1(B_1, L_1, A_{12}, S) \\ dL &= L_2 - L_1 = \varphi_2(B_1, L_1, A_{12}, S) \\ dA &= A_{21} - A_{12} = \varphi_3(B_1, L_1, A_{12}, S) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

$$\text{І тоді } B_2 = B_1 + dB; L_2 = L_1 + dL; A_{21} = A_{12} \pm 180^\circ + dA.$$

Вид рівнянь зв'язку (3.1) установлюють наступним чином.

Згідно рис. 3.2, де Q_1 і Q_2 – дві нескінченно близькі точки на еліпсоїді, dS – відрізок геодезичної лінії, Q_1C і Q_2C нескінченні малі дуги паралелей, із трикутника $Q_1C'Q_2$ маємо:

$$\begin{aligned} MdB &= dS \cos A, \\ \text{або } rdL &= N \cos B dL = dS \sin A, \end{aligned} \quad (3.2)$$

де r – радіус паралелі.

Із рівнобедренного сферичного трикутника Q_1PC , маючи на увазі, що $PC = (90^\circ - B)$ і користуючись правилом розв'язування сферичних трикутників, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} \cos(90^\circ - B) &= \operatorname{ctgd} L \operatorname{ctg}(90^\circ - dA) \\ \operatorname{tg} dL \sin B &= \operatorname{tg} dA \\ dA &= dL \sin B \\ dA &= \frac{dS \sin A \operatorname{tg} B}{N} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Із (3.2) і (3.3) отримаємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{dB}{dS} &= \frac{\cos A}{M} = \frac{V^3}{c} \cos A \\ \frac{dL}{dS} &= \frac{\sin A}{N} \sec B = \frac{V}{c} \sec B \sin A \\ \frac{dA}{dS} &= \frac{\sin A}{N} \operatorname{tg} B = \frac{V}{c} \operatorname{tg} B \sin A \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

де $V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}$ – друга функція геодезичної широти;

$c = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2}} = \frac{a^2}{b}$ – радіус кривизни меридіана еліпсоїда на полюсах;

e, e' – перший і другий ексцентриситети меридіанного еліпса.

Формули (3.4) являються звичайними диференціальними рівняннями першого порядку. Ці рівняння лежать в основі всіх способів розв'язання головних геодезичних задач. Формули (3.4) дають можливість визначити різниці

$$(B_2 - B_1), (L_2 - L_1), (A_{21} - A_{12} \pm 180^\circ)$$

шляхом інтегрування (3.4) між двома точками на еліпсоїді.

Після інтегрування отримаємо

$$\left. \begin{aligned} B_2 - B_1 &= \int_0^S \frac{V^3}{c} \cos A dS \\ L_2 - L_1 &= \int_0^S \frac{V}{c} \sec B \sin A dS \\ A_{21} - A_{12} \pm 180^\circ &= \int_0^S \frac{V}{S} \sin B \sec B \sin A dS \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Формули (3.5) використовуються для розв'язання прямої геодезичної задачі. В основі розв'язання оберненої геодезичної задачі лежать ті ж формули.

3.1. Розв'язування прямої геодезичної задачі

Відомі координати вихідної точки (B_1, L_1), відстань до точки (S), яку необхідно визначити і азимут напрямку на точку (A_{1-2}), необхідно обчислити координати другої точки (B_2, L_2) і зворотний азимут (A_{2-1}).

При відстанях між точками до 60 км застосовується спосіб допоміжної точки (Рис. 9).

Спочатку обчислюються допоміжні величини:

$$u = \frac{S}{N_1} \cos A_{1-2}; \quad v = \frac{S}{N_1} \sin A_{1-2},$$

де N_1 – радіус кривизни першого вертикала у вихідній точці із широтою B_1 .

Потім обчислюються величини:

$$b = u(1 + \frac{v^2}{3}); \quad \varphi_0 = B_1 + b\rho'',$$

де φ_0 - широта допоміжної точки на сфері радіуса N_1 .

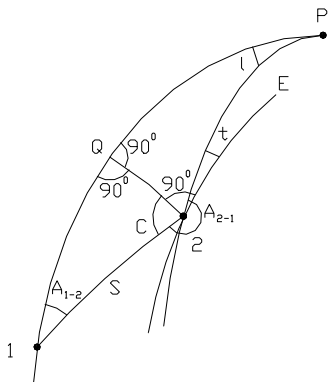


Рис. 8. Прямая геодезична задача

Зближення меридіанів (t) і різницю довгот меридіанів (l) обчислюються за формулами:

$$t'' = \tau(1 - \frac{\lambda^2}{6} - \frac{\tau^2}{6})\rho'';$$

$$l'' = \lambda \left(1 - \frac{\tau^2}{3}\right) \rho'',$$

$$\text{де } \lambda = c \sec \varphi_0; \quad \tau = c \times \operatorname{tg} \varphi_0; \quad c = v \left(1 - \frac{u^2}{6}\right).$$

Різницю широт ΔB точки, що визначають і вихідної точки обчислюються за формулою:

$$\Delta B'' = V_1^2 \Delta \varphi \left(1 - \frac{3}{4} e'^2 \sin 2B_1 \Delta \varphi - \frac{e'^2}{2} \cos 2B_1 \Delta \varphi^2\right) \rho'',$$

де $V_1^2 = 1 + e'^2 \cos^2 B_1$ – квадрат другої сфероїдної функції геодезичної широти;

e'^2 - квадрат другого ексцентриситету;

$$\Delta \varphi = b - d; \quad d = \frac{c \tau}{2} \left(1 - \frac{\lambda^2}{12} - \frac{\tau^2}{6}\right).$$

Координати точки, яку визначають обчислюють за формулами:

$$B_2 = B_1 + \Delta B'';$$

$$L_2 = L_1 + l''.$$

Азимут зворотного напрямку обчислюється за формулою:

$$A_{2-1} = A_{1-2} \pm 180^0 + t'' - \varepsilon'',$$

$$\text{де } \varepsilon'' = \rho'' \frac{bc}{2V_1^2}.$$

Значення координат шуканої точки (B_2 , L_2) і пов'язані з їхнім визначенням величини (φ_0 , l'' , $\Delta B''$) обчислюються до 0,0001".

Значення зворотного азимута (A_{2-1}) і пов'язані з його визначенням величини (t'' , ε'') обчислюються до 0,001".

3.1.1. Числовий приклад

1. Розв'язати пряму геодезичну задачу методом допоміжної точки за наступними вихідними даними:

$$B_1 = 52^\circ 35' 44,6278''; L_1 = 28^\circ 25' 43,2822'';$$

$$A_{12} = 45^\circ 29' 34,268''; S = 32425,67 \text{ м.}$$

Таблиця 3.1

Схема розв'язку прямої геодезичної задачі методом допоміжної точки

Елементи формули	Результати обчислення	Елементи формули	Результати обчислення
e'^2	$6,738525 \cdot 10^{-3}$	$\cos B_0$	$6,045994 \cdot 10^{-1}$
c	6399699 м	V_0	1,001230
ρ''	206264,8	γ	$3,617856 \cdot 10^{-3}$
B_1	$52^\circ 59' 57,3$	λ	$5,98389 \cdot 10^{-3}$
V_1^2	1,002486	τ	$4,766346 \cdot 10^{-3}$
V_1	1,001242	l''	1234,2560"
σ	$5,079345 \cdot 10^{-3}$	t	$4,766299 \cdot 10^{-3}$
A_{12}	$45^\circ 49' 28,5$	d''	1,7828"
u_0	$3,560611 \cdot 10^{-3}$	$(t - \varepsilon)\rho''$	981,790"
v_0	$3,622400 \cdot 10^{-3}$	B_0	$52^\circ 47' 59,9590''$
u	$3,560626 \cdot 10^{-3}$	$-d$	-1,7828
v	$3,622392 \cdot 10^{-3}$	B_2	$52^\circ 47' 58,1762''$
$3\sin 2B_1$	2,895166	L_1	$28^\circ 25' 43,2822''$
$2u\cos 2B_1$	$-1,866090 \cdot 10^{-3}$	l	$20' 34,2560''$
$B_0 - B_1$	$735,3312''$	L_2	$28^\circ 46' 17,53812''$
B_0	$52^\circ 47' 59,9590''$	$A_1 \pm 180^\circ$	$225^\circ 29' 34,268''$
B_0°	$52^\circ,79998$	$(t - \varepsilon)\rho''$	$16' 21,790''$
$\sin B_0$	$7,965297 \cdot 10^{-1}$	A_{21}	$225^\circ 45' 56,058''$

3.1.2. Розв'язати пряму геодезичну задачу методом із середнім аргументом (методом послідовних наближень) за наступними вихідними даними:

$$\begin{aligned}
 B_1 &= 52^\circ 35' 44,6278''; \\
 L_1 &= 28^\circ 25' 43,2822''; \\
 A_{12} &= 45^\circ 29' 34,268''; \\
 S &= 32425,67 \text{ м.}
 \end{aligned}$$

Таблиця 3.2

Схема обчислення розв'язку прямої геодезичної задачі методом із середнім аргументом (методом послідовних наближень)

$\frac{S}{c}$	$5,066749 \cdot 10^{-3}$	ρ''	206264,8		
B_1	$52^\circ,59573$	$(2\lambda^2 + \alpha^2)/24$	$3,93 \cdot 10^{-6}$		
L_1	$28^\circ,42869$	$(\alpha^2 - \beta^2)/24$	$0,41 \cdot 10^{-6}$		
A_{12}	$45^\circ,49285$	$(2\beta^2 + 2\lambda^2 - \alpha^2)/24$	$3,09 \cdot 10^{-6}$		
B_m	$52^\circ,59573$	$52^\circ,69786$	$52^\circ,697610$	$52^\circ,697610$	
A_m	$45^\circ,49285$	$45^\circ,62839$	$45^\circ,62920$	$45^\circ,62921$	
$\cos B_m$	$6,074351 \cdot 10^{-1}$	$6,060181 \cdot 10^{-1}$	$6,060215 \cdot 10^{-1}$		
$\sin B_m$	$7,943694 \cdot 10^{-1}$	$7,954509 \cdot 10^{-1}$	$7,954483 \cdot 10^{-1}$		
$\cos A_m$	$7,009982 \cdot 10^{-1}$	$6,993092 \cdot 10^{-1}$	$6,992990 \cdot 10^{-1}$		
$\sin A_m$	$7,131630 \cdot 10^{-1}$	$7,148198 \cdot 10^{-1}$	$7,148291 \cdot 10^{-1}$		
V_m^3	1,003731	1,003713	1,003713		
V_m	1,001242	1,001236	1,001235		
$\frac{SV_m}{c}$	$5,073041 \cdot 10^{-3}$	$5,073014 \cdot 10^{-3}$	$5,073014 \cdot 10^{-3}$		
β	$3,565033 \cdot 10^{-3}$	$3,556382 \cdot 10^{-3}$	$3,556330 \cdot 10^{-3}$		
λ	$5,956035 \cdot 10^{-3}$	$5,983795 \cdot 10^{-3}$	$5,983843 \cdot 10^{-3}$		
α	$4,731292 \cdot 10^{-3}$	$4,759815 \cdot 10^{-3}$	$4,759838 \cdot 10^{-3}$		
b''	735,3408"	733,5593"	733,5485"		
l''	1228,5200"	1234,2460"	1234,2560"		
a''	975,8989"	981,7853"	981,790"		
B_1	52°35'44,6278"	L_1	28°25'43,2822"	A_{12}	45°29'34,268"
b	12°13,5485"	l	20°34,2560"	a	16°21,790"
B_2	52°47'58,1763"	L_2	28°46'17,5382"	A_{21}	225°45'56,058"

3.1.3. Приклад розв'язання прямої геодезичної задачі

Таблиця 3.3

Вихідні дані

Позначення	Значення		
	0	'	''
B_1	47^0	50'	00''
L_1	39^0	00'	00''
A_{1-2}	45^0	00'	00''
S_{1-2}	5000,000 м		

У табл. 3.4 наведений приклад розв'язання прямої геодезичної задачі за формулами:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_1}}; \\
 u &= \frac{S}{N_1} \cos A_{1-2}; \quad v = \frac{S}{N_1} \sin A_{1-2}; \\
 b &= u(1 + \frac{v^2}{3}); \quad \varphi_0 = B_1 + b\rho''; \\
 \lambda &= c \sec \varphi_0; \quad \tau = c \times \operatorname{tg} \varphi_0; \quad c = v(1 - \frac{u^2}{6}); \\
 t'' &= \tau(1 - \frac{\lambda^2}{6} - \frac{\tau^2}{6})\rho''; \\
 l'' &= \lambda(1 - \frac{\tau^2}{3})\rho''; \\
 V_1^2 &= 1 + e'^2 \cos^2 B_1; \\
 \Delta B'' &= V_1^2 \Delta \varphi (1 - \frac{3}{4} e'^2 \sin 2B_1 \Delta \varphi - \frac{e'^2}{2} \cos 2B_1 \Delta \varphi^2) \rho''; \\
 \Delta \varphi &= b - d; \quad d = \frac{c\tau}{2} (1 - \frac{\lambda^2}{12} - \frac{\tau^2}{6}); \\
 B_2 &= B_1 + \Delta B''; \\
 L_2 &= L_1 + l''; \\
 \varepsilon'' &= \rho'' \frac{bc}{2V_1^2}; \\
 A_{2-1} &= A_{1-2} \pm 180^0 + t'' - \varepsilon''.
 \end{aligned}$$

Таблиця 3.4

Розв'язання прямої геодезичної задачі

Позна- чення	Значення			Позна- чення	Значення		
B_1	47 ⁰	50'	00,0000"	N_1	6390004,380		
$2B_1$	95 ⁰	40'	00,0000"	$A\ 1-2$	45 ⁰	00'	00,0000"
$\sin 2B_1$	0,99511318			$\sin 1-2$	0,70710678		
$\cos 2B_1$	-0,09874083			$\cos 1-2$	0,70710678		
u	0,000553291			c	0,000553291		
v	0,000553291			λ	0,000824726		
b	0,000553291			τ	0,000611589		
φ_0	47,86503459			t^{11}	126,1492"		
φ_0	47 ⁰	51'	54,1245"	l^{11}	170,1118"		
d	0,00000016919			$\Delta\varphi$	0,000553122		
V'^2	1,0030365789			e'^2	0,0067385254		
$\Delta B''$	114,4358"			ε''	0,0315"		
B_2	47 ⁰	51'	54,4358"	L_1	39 ⁰	00'	00,0000"

3.2. Розв'язування оберненої геодезичної задачі

Відомі геодезичні координати двох точок (B_1, L_1) і (B_2, L_2), необхідно обчислити відстань між точками (S), прямий ($A\ 1-2$) і зворотний ($A\ 2-1$) азимуту.

Для розв'язання оберненої геодезичної задачі при відстані між точками до 40 км застосовуються формули із середніми аргументами Гаусса:

$$Q = S \cos A_m = \frac{\Delta B}{\rho} M_m \left[1 - \frac{2l^2 + (l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right];$$

$$P = S \sin A_m = \frac{l \cos B_m}{\rho} N_m \left[1 + \frac{\Delta B^2 - (l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right];$$

$$t = l \sin B_m \left[1 + \frac{3\Delta B^2 + 2l^2 - 2(l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right],$$

$$\text{де } \Delta B = B_2 - B_1; \quad l = L_2 - L_1; \quad B_m = (B_1 + B_2)/2;$$

M_m – радіус кривини меридіана в точці із широтою B_m ;

N_m – радіус кривини першого вертикалу в точці із широтою B_m .

Середній азимут A_m обчислюється за формулою:

$$\operatorname{tg} A_m = \frac{P}{Q}.$$

По знаках чисельника (P) і знаменника (Q) визначається чверть, до якої відноситься середній азимут A_m , а потім обчислюється його значення.

Відстань між точками обчислюється за формулою:

$$S = \frac{P}{\sin A_m} = \frac{Q}{\cos A_m} = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Прямий (A_{1-2}) і зворотний (A_{2-1}) азимути обчислюються за формулами :

$$A_{1-2} = A_m - \frac{t}{2}; \quad A_{2-1} = A_m \pm 180^\circ + \frac{t}{2}.$$

При відстанях до 40 км наведені формули дозволяють обчислити широту й довготу з точністю до 0,0001"-0,0002" і азимут - до 0,001".

3.2.1. Приклад розв'язування оберненої геодезичної задачі

Для розв'язання оберненої геодезичної задачі необхідно взяти вихідні координати південно-західної (B_1, L_1) і північно-східної (B_2, L_2) вершин знімальної трапеції з додатку 3.

Таблиця 3.5

Вихідні дані						
Номер точки	Широта (B)			Довгота (L)		
	0	1	11	0	1	11
1	47	50	00	39	00	00
2	47	52	30	39	03	45
Різниця	0	02	30	0	03	45

У табл. 3.6 наведений приклад розв'язання оберненої геодезичної задачі за формулами:

$$\Delta B = B_2 - B_1; \quad l = L_2 - L_1; \quad B_m = (B_1 + B_2)/2;$$

$$Q = S \cos A_m = \frac{\Delta B}{\rho} M_m \left[1 - \frac{2l^2 + (l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right];$$

$$P = S \sin A_m = \frac{l \cos B_m}{\rho} N_m \left[1 + \frac{\Delta B^2 - (l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right];$$

$$t = l \sin B_m \left[1 + \frac{3\Delta B^2 + 2l^2 - 2(l \sin B_m)^2}{24\rho^2} \right];$$

$$\operatorname{tg} A_m = \frac{P}{Q};$$

$$S = \frac{P}{\sin A_m} = \frac{Q}{\cos A_m} = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

$$A_{1-2} = A_m - \frac{t}{2};$$

$$A_{2-1} = A_m \pm 180^\circ + \frac{t}{2}.$$

Таблиця 3.6

Розв'язання оберненої геодезичної задачі

Позна-чення	Значення			Позначення	Значення		
B_m	47 ⁰	51'	15''	M_m	6370682,598		
$\sin B_m$	0,741439301			N_m	6390012,146		
$\cos B_m$	0,671019942			$l \sin B_m$	0,046339956		
$Q=S \cos A_m$	4632,890537			$P=S \sin A_m$	4677,292111		
$\operatorname{tg} A_m=P/Q$	1,009583989			$A_m=\arctg(P/Q)$	45,27324958 ⁰		
A_m	45 ⁰	16'	23,698''	t	0 ⁰	02'	46,824''
$A \ 1-2$	45 ⁰	15'	0,287''	$A \ 2-1$	225 ⁰	17'	47,110''
$S=Q/\cos A_m$	6583,368 м			$S=P/\sin A_m$	6583,368 м		

Питання для самостійного контролю та засвоєння матеріалу:

1. Дайте визначення головним геодезичним задачам.
2. Охарактеризуйте градацію можливих віддалей, для кожного із яких існує найбільш прийнятний спосіб розв'язування головних геодезичних задач.
3. Які основні шляхи розв'язку прямої та оберненої геодезичних задач Ви знаєте?
4. Які методи розв'язання прямої/оберненої геодезичної задачі Ви знаєте?

Лабораторна робота №4

Обчислення довжин дуг меридіана та паралелі

Мета роботи: засвоїти методику та виконати обчислення довжин дуг меридіана та паралелі.

Теоретичні відомості

Довжина дуги меридіана S_M між точками з широтами B_1 і B_2 визначається із розв'язання еліптичного інтеграла виду

$$S_M = \int_{B_1}^{B_2} M dB, \quad (4.1)$$

котрий не береться в елементарних функціях. Для розв'язання цього інтеграла використовують два способи:

Розкладають підінтегральний вираз в ряд і, обмежуючись якимось числом членів ряду, потім виконують почленне інтегрування як елементарних функцій.

Застосовують числове інтегрування відомими методами обчислювальної математики.

Другий спосіб більш точний і зручніший.

Застосуємо формулу Сімпсона

$$S_M = \int_{B_1}^{B_2} M dB = \frac{(B_2 - B_1)}{6\rho''} (M_1 + 4M_{cp} + M_2), \quad (4.2)$$

де

$$M_i = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_i)^{\frac{3}{2}}} = a(1-e^2) \frac{1+0,25e^2 \sin^2 B_i}{1-1,25e^2 \sin^2 B_i}, \quad (4.3)$$

де B_1 і B_2 – широти кінців дуги меридіана; M_1 , M_2 , M_{cp} – значення радіусів кривизни меридіана в точках з широтами B_1 , B_2 , B_{cp} ;

$$B_{cp} = \frac{B_1 + B_2}{2};$$
$$\frac{1}{6\rho''} = 8080228 \cdot 10^{-13}.$$

Для контролю обчислень довжину дуги меридіана S_M потрібно порахувати, як суму дуг меридіана X_1 і X_2 від точки з

широтою B_{cp} до точки з широтами B_1 і B_2 (рис. 10). За формулою (4.2) будемо мати

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{(B_{cp} - B_1)''}{6\rho''} (M_{cp} + 4M_{cp}'' + M_1) \\ X_2 &= \frac{(B_2 - B_{cp})''}{6\rho''} (M_2 + 4M_{cp}' + M_{cp}) \end{aligned} \right\}, \quad (4.4)$$

де M'_{cp} і M''_{cp} – значення радіусів кривизни меридіана в точках з широтами, які визначаються за формулою (4.3).

$$B'_{cp} = \frac{B_2 + B_{cp}}{2} \quad \text{і} \quad B''_{cp} = \frac{B_{cp} + B_1}{2},$$

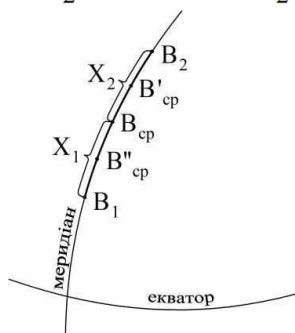


Рис.4.1. Контроль обчислення довжини дуги меридіана

При наявності таблиць для обчислення координат Гаусса-Крюгера, довжину дуги меридіана S_m можна отримати як різницю довжин дуг меридіана від екватора до точок з широтами B_2 і B_1 .

Примітка. При віддальх між точками до 500 км формула (4.2) забезпечує точність обчислення 1-2 см. Якщо дуга меридіана перевищує 500 км, то для обчислення довжини дуги рекомендується розділити її на частини менше 500 км і використати формулу (4.2) до кожної частини окремо.

Довжина дуги паралелі S_n є частина довжини круга, яка обчислюється як добуток радіуса даної паралелі $r = N \cos B$ на різницю довгот l кінцевих точок шуканої дуги,

$$S_n = \frac{l''}{\rho''} N \cos B, \quad (4.5)$$

$$\text{де } l'' = L_2 - L_1.$$

Значення радіуса кривизни першого вертикала N обчислюється за формулою

$$N = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B}. \quad (4.6)$$

Для контролю обчислення довжини дуги паралелі слід визначити різницю довжин дуг Y_2 і Y_1 , відрахованих від меридіана з довготою $L_1 - 30'$ (рис. 4.2).

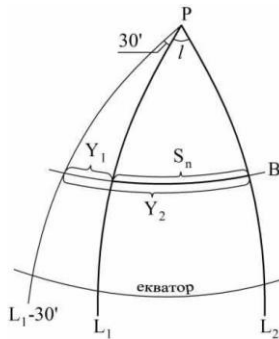


Рис.4.2. Контроль обчислення довжини дуги паралелі

Значення величин Y_2 і Y_1 отримаємо, користуючись формулою (4.5):

$$Y_2 = \frac{(l + 1800)''}{\rho''} N \cos B,$$

$$Y_1 = \frac{1800''}{\rho''} N \cos B.$$

Довжину дуги паралелі отримаємо за формулою $S_n = Y_2 - Y_1$.

Примітки

1. Точність формули (4.5) залежить від величини l . Якщо $l < 1^\circ$, то, користуючись 8-значними таблицями тригонометричних функцій, довжина дуги паралелі (в середніх широтах) визначається з похибкою $\pm 0,001$ м.

При $l > 1^\circ$ для дотримання цієї точності потрібно визначати функцію до десятого знаку після коми.

2. Формули (4.3) і (4.6) отримані з використанням ланцюгових дробів.

Завдання:

1. Обчислити довжину дуги меридіана між двома точками з широтами B_2 і B_1 (значення широт вибираються згідно індивідуального варіанту), див. додаток 4.

2. Обчислити довжину дуги паралелі між точками, які лежать на цій паралелі, коли відома різниця довгот цих точок $l = L_2 - L_1$ і широта паралелі B (значення різниці довгот точок та широта паралелі вибираються згідно індивідуального варіанту). Розв'язки перевірити за контрольною формулою.

Числовий приклад

1. Обчислити довжину дуги меридіана між двома точками з широтами $B_2 = 49^\circ 29' 58,938''$ і $B_1 = 45^\circ 30' 17,221''$, користуючись формулою (4.2). Отриманий результат перевірити за формулою (4.4).

Таблиця 4.1

Схема обчислення довжини дуги меридіана між двома точками

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
1	2	3	4
a e^2	6378245,0м 0,00669342	a e^2	6378245,0 м 0,00669342
$a(1 - e^2)$	6335552,717 м	$1,25 e^2 \sin^2 B_1$	0,00425710
$l / \rho p''$	808022840 ⁻¹³	$1,25 e^2 \sin^2 B_2$	0,00483777
B_2	49°29'58,938"	$1,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,00454832
B_1	45°30'17,221"	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_1$	1,00085142
B_{cp}	47°30'08,080"	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_2$	1,00096756
$0,25 e^2$	0,00167336	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	1,00090966
$1,25 e^2$	0,00836678	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_1$	0,99574290
$\sin B_1$	0,71330897	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_2$	0,99516223
$\sin B_2$	0,76040263	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,99545168
$\sin B_{cp}$	0,73730380	M_1	6368056,324

Продовження таблиці 4.1

1	2	3	4
$\sin 2B_1$	0,50880969	M_2	6372511,409
$\sin 2B_2$	0,57821216	M_{cp}	6370290,021
$\sin 2B_{cp}$	0,54361689	$(B_2 - B_1)''$	14381,717''
$0,25 e^2 \sin^2 B_1$	0,00085142	$(B_2 - B_1)''/(6p'')$	0,011620755
$0,25 e^2 \sin^2 B_2$	0,00096756		
$0,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,00090966	S_m	444165,343 м

Таблиця 4.2

**Контрольні обчислення довжини дуги меридіана
між двома точками**

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
1	2	3	4
a	6378245,0 м	$0,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,00090966
$(1 - e^2)$	0,99330658	$1,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,00454832
$a(1 - e^2)$	6 335552.717 м	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	1,00090966
$1/(6p'')$	808022840 ⁻¹³	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_{cp}$	0,99545168
B_2	49°29'58,938''	$0,25 e^2 \sin^2 B'_{cp}$	0,00093867
B_1	45°30' 17,221''	$1,25 e^2 \sin^2 B'_{cp}$	0,00469336
B_{cp}	47°30'08,079''	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B'_{cp}$	1,00093867
B'_{cp}	48°30'03,508''	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B'_{cp}$	0,99530664
B''_{cp}	46°30'12,650''	$0,25 e^2 \sin^2 B''_{cp}$	0,00088057
e^2	0,00669342	$1,25 e^2 \sin^2 B''_{cp}$	0,00440284
$0,25 e^2$	0,00167336	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B''_{cp}$	1,00088057
$1,25 e^2$	0,00836677	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B''_{cp}$	0,99559716
$\sin B_{cp}$	0,73730380	M_{cp}	6370290,021
$\sin B'$	0,74896699	M'_{cp}	6371402,932
$\sin B''_{cp}$	0,72541658	M''_{cp}	6369174,032
$\sin^2 B_{cp}$	0,54361689	$(B_2 - B_{cp})''$	7190,859''
$\sin^2 B'_{cp}$	0,56095155	$(B_2 - B_{cp})''/(6p'')$	0,005810378
$\sin^2 B''_{cp}$	0,52622921		
$(B_{cp} - B)$	7190,858''	$(M_{cp} + 4M''_{cp} + M_1)$	38215042,473

Продовження таблиці 4.2

1	2	3	4
$(Bcp - Bi)''/(6p')$	0,005810377	X_2	222121,530
M_1	6368056,324	X_1	222043,811
M_2	6372511,409	$Sm = X_2 + X_1$	444165,341 м
$M_2 + 4M'cp + Mcp$	38228413,158		

Контроль за таблицями

За широтою B_2 $X = 5485298,588$ м

За широтою B_1 $X = 5041133,243$ м

$S_m = 444165,345$ м

1. Обчислити довжину дуги паралелі між точками, які лежать на цій паралелі, коли відома різниця довгот цих точок $l = L_2 - L_1 = 0^\circ 45' 46,882''$ і широта паралелі $B = 54^\circ 32' 19,354''$. Розв'язання перевірити по контрольній формулі.

2. Обчислити довжину дуги паралелі між точками, які лежать на цій паралелі, коли відома різниця довгот цих точок $l = L_2 - L_1 = 0^\circ 45' 46,882''$ і широта паралелі $B = 54^\circ 32' 19,354''$. Розв'язання перевірити по контрольній формулі.

Таблиця 4.3

Схема обчислення довжини дуги паралелі між точками, які лежать на цій паралелі

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
l	$0^\circ 45' 46,882''$	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B$	0,99888986
B	$54^\circ 32' 19,354''$	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B$	0,99666958
a	6378245 м	N	6392453,854 м
$0,25 e^2$	0,00167336	$\cos B$	0,58015280
$0,75 e^2$	0,00502006	l	2746,882''
$\sin B$	0,81450766	l/p''	484813740^{-12}
$\sin^2 B$	0,66342273	$N \cos B$	3708600,002
$0,25 e^2 \sin^2 B$	0,00111014	l''/p''	0,01331726
$0,75 e^2 \sin^2 B$	0,00333042	Sn	49388,390 м

Таблиця 4.4

**Контрольні обчислення довжини дуги паралелі між
точками, які лежать на цій паралелі**

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
$N \cos B$	3708600,002	Y_1	32363,641
l/p''	484813740^{-12}	Y_2	81752,029
$(l'' + 1800'')/p''$	0,0220439060	$S_n = Y_2 - Y_1$	49388,388 м
$1800''/p'$	0,0087266466		

Питання для самостійного контролю та засвоєння матеріалу:

1. Дайте визначення поняттям геодезична довгота і геодезична широта.
2. Перерахуйте основні параметри земного еліпсоїда та зв'язки між ними.
3. Що таке нормальний переріз та переріз першого вертикалу?
4. На якій географічній широті радіус кривизни меридіального перерізу буде рівний радіусу кривизни першого вертикалу?
5. Які Ви знаєте способи обчислення довжини дуги меридіана?

Лабораторна робота №5

Обчислення довжин сторін і площі сферoidної трапеції

Мета роботи: засвоїти методику та виконати обчислення довжин сторін і площі сферoidної трапеції.

Теоретичні відомості

Знімальна трапеція є частиною поверхні еліпсоїда обмеженого меридіанами і паралелями. Тому сторони трапеції рівні дугам меридіанів і паралелей, обчисленими за формулами (5.1) і (5.5).

Північна і південна рамки є дугами паралелей a_1 і a_2 , а східна і західна – меридіанів c , рівними між собою, d – діагональ трапеції. Для отримання конкретних розмірів трапеції необхідно згадані дуги розділити на знаменник масштабу m і для отримання розмірів у сантиметрах помножити на 100.

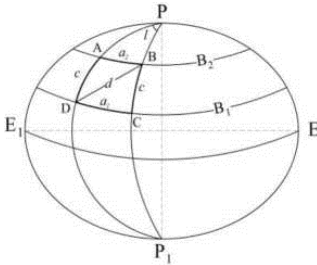


Рис. 5.1. Знімальна трапеція, як частина поверхні еліпсоїда

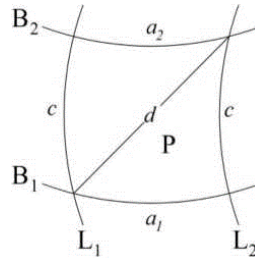


Рис. 5.2. Знімальна трапеція

З урахуванням (5.1) робочі формули мають наступний вигляд

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{100}{m} \cdot \frac{N_1}{\rho''} \cos B_1 l'' \\ a_2 &= \frac{100}{m} \cdot \frac{N_2}{\rho''} \cos B_2 l'' \\ c &= \frac{100}{m} \cdot \frac{M_m}{\rho''} \Delta B'' \\ d &= \sqrt{a_1 a_2 + c^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

де m – знаменник масштабу знімальної трапеції, N_1 і N_2 – радіуси кривизни першого вертикала в точках з широтами B_1 і B_2 , Mm – радіус кривизни меридіана в точці з широтою

$$B_m = \frac{(B_1 + B_2)}{2}, \Delta B = B_2 - B_1.$$

Рамки знімальної трапеції карт масштабу 1:100000 і крупніше зображуються практично прямими лініями, так як різниця між довжиною дуги a_1 і довжиною хорди $DC = S$ (пунктирна лінія) допустимо мала. Однак в тих випадках, коли цими різницями не можна нехтувати, різниця $(a - S)$ визначається за формулою

$$a - S = \frac{8h^2}{3S}, \quad (5.2)$$

де h – стрілка прогину;

$$h = \frac{l^2 \sin 2B_m N_m}{16\rho^2}, \quad (5.3)$$

де $l = L_C - L_D$ – різниця довгот точок C і D ; Nm – радіус кривизни першого вертикала в точці з широтою

$$B_m = \frac{B_D + B_C}{2}$$

Формули (5.1) дають можливість визначити розміри трапеції, якщо вона зображується на площині без спотворень.

Теоретично, якщо знімальна трапеція крупного масштабу, наприклад, 1:10000 знаходиться на краю 6-градусної зони, то її довжини сторін спотворюються в проекції Гаусса на величину, що перевищує графічну точність. Лінійне спотворення визначається за формулою

$$m - 1 = \frac{l^2}{2\rho^2} \cos^2 B_m \quad (5.4)$$

де m – масштаб зображення еліпсоїда на площині, l – різниця довгот кінців рамки знімальної трапеції.

Практично зйомка масштабів 1:1000000 ÷ 1:25000 виконується з використанням 6-градусної зони, більш крупного масштабу – з використанням 3-градусної зони. В приведених

випадках спотворення довжин рамок знімальних трапецій в проекції Гаусса достатньо малі і ними нехтують.

Елемент площі знімальної трапеції dP дорівнює добутку диференціалів дуг меридіанів і паралелей, якими вона обмежена, тобто $dP = MN \cos B dB dl$, (5.5)

де M і N – радіуси кривизни меридіана і першого вертикала, що визначаються за формулами (5.3) і (5.6).

Користуючись середнім радіусом кривизни еліпсоїда $R = \frac{b}{(1 - e^2 \sin^2 B)^2}$ отримаємо

$$dP = \frac{b^2 \cos B}{(1 - e^2 \sin^2 B)^2} dB dl,$$

де b – мала піввісь референц-еліпсоїда Красовського.

Площа кінцевої трапеції, обмеженої широтами B_2 і B_1 і довготами L_2 і L_1 визначається подвійним інтегралом

$$P = b^2 \int_{L_1}^{L_2} \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB dl$$

Інтегруючи по L в рамках від L_1 до L_2 , отримаємо

$$P = b^2 (L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB. \quad (5.6)$$

Розкладемо підінтегральну функцію в біноміальний ряд Ньютона і, виконуючи почленне інтегрування отриманого ряду, будемо мати

$$P = b^2 (L_2 - L_1) \left[\sin B_2 - \sin B_1 + \frac{2}{3} e^2 (\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) + \frac{3}{5} e^4 (\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1) + \frac{4}{7} e^6 (\sin^7 B_2 - \sin^7 B_1) + \dots \right] \quad (5.7)$$

Користуючись формулою (5.7) можна обчислити площину референц-еліпсоїда. В такому випадку $L_2 - L_1 = 2\pi$, $B_1 = 0$, $B_2 = \pi/2$.

Отримаємо площину еліпсоїда Красовського $P = 510083035 \text{ км}^2$. Радіус кулі, еквівалентного за площею цього еліпсоїда дорівнює $R = 6371116 \text{ м}$.

Для визначення площі знімальної трапеції за формулою (5.7) необхідно знати широти і довготи паралелей і меридіанів, які обмежують шукану трапецію потрібного масштабу.

Завдання:

1. Обчислити розміри трапеції масштабу 1:50000, обмеженої паралелями B_2 і B_1 (значення широт вибираються згідно індивідуального варіанту, див. додаток) Інтервал трапецій вказаного масштабу по довготі буде $l = L_2 - L_1$ (значення інтервалу трапецій вказаного масштабу по довготі вибирається згідно індивідуального варіанту за двома останніми цифрами номера залікової книжки, див. додаток).

Обчислити на еліпсоїді Красовського площу трапеції масштабу 1:100000, обмеженої паралелями B_2 і B_1 (значення широт вибираються згідно індивідуального варіанту, див. додаток 5) з точністю до $0,001 \text{ км}^2$.

Числовий приклад:

1. Обчислити розміри трапеції масштабу 1:50000, обмеженої паралелями $B_2 = 50^\circ 10'$ і $B_1 = 50^\circ 00'$. Інтервал трапецій вказаного масштабу по довготі буде $l = 15' = 900''$.
Величина
 $AB = B_2 - B_1 = 10' = 600''$.

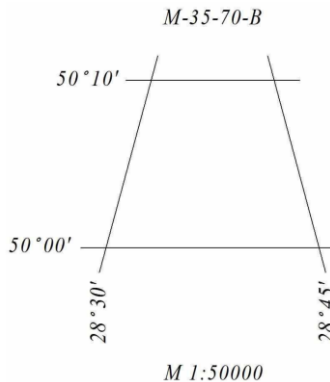


Рис. 5.3. Трапеція масштабу 1:50000, обмежена широтами $B_1 = 50^\circ 00'$ та $B_2 = 50^\circ 10'$ і довготами $L_1 = 28^\circ 30'$ та $L_2 = 28^\circ 45'$

Таблиця 5.1

Схема обчислення розмірів трапеції

Формули	Значення вимірювань	Формули	Значення вимірювань
a	6378245	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_1$	0,99902
$a(1 - e^2)$	6335552	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_1$	0,99705
e^2	0,00669342	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_2$	0,99901
$0,25 e^2$	0,0016734	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_2$	0,99704
$0,75 e^2$	0,0050201	$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_m$	1,00098
$1,25 e^2$	0,0083668	$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_m$	0,99508
B_1	50°00'00"	N_1	6390847 м
B_2	50°10'00"	N_2	6390847 м
B_m	50°05'00"	Mm	6373116 м
$\sin B_1$	0,76604	l/p''	4848137 ¹⁰ —12
$\sin B_2$	0,76791	NdP'	30,984
$\sin B_m$	0,76698	N_2/p'	30,984
$\sin^2 B_1$	0,58682	Mm/p''	30,898
$\sin^2 B_2$	0,58969	a_1	35,849 см
$\sin^2 B_m$	0,58826	a_2	35,725 см
$\cos B_1$	0,64279	c	37,078 см
$\cos B_2$	0,64056	$a_1 a_2$	1280,70
$100 l/m$	9/5	d^2	2655,48
$100 AB/m$	6/5	d	51,531 см

2. Обчислити на еліпсоїді Красовського площу трапеції масштабу 1:100000, обмеженої паралелями $B_2 = 50^{\circ}20'$ і $B_1 = 50^{\circ}00'$ з точністю до 0,001 км².

Спростимо формулу (5.7). Позначимо:

$$\frac{2}{3} e^2 (\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) = I,$$

$$\frac{3}{5} e^4 (\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1) = II,$$

$$\frac{4}{7} e^6 (\sin^7 B_2 - \sin^7 B_1) = III,$$

отримаємо

$$P = \frac{b^2(L_2 - L_1)}{\rho''} [(\sin B_2 - \sin B_1) + I + II + III].$$

Таблиця 5.2

Схема обчислення площі трапеції

Формули	Значення вимірювань	Формули	Значення вимірювань
b	6356,863 км	$\sin^1 B_1$	0,15480242
e^2	0,00669342	$2/3 e^2$	0,00446228
$1/p''$	484813740-12	$3/5 e^4$	0,00002688
$L_2 - L_1$	1800''	$4/7 e^6$	0,00000017
$1/p''$	484813740-12	I	0,00002942
$L_2 - L_1$	1800''	II	0,00000017
$\sin B_2$	0,76977104	III	0,0
$\sin^3 B_2$	0,45612587	$b_2(L_2 - L_1)/p''$	352641,9 км ²
$\sin^5 B_2$	0,27027622	b_2	40409707,2 км ²
$\sin^7 B_2$	0,16015148	$(\sin B_2 - \sin B_1) + I + II + III$	0,00375619
$\sin B_1$	0,76604444		
$\sin^3 B_1$	0,44953332	P	1324,590 км ²
$\sin^5 B_1$	0,26379698		

Питання для самостійного контролю та засвоєння матеріалу:

1. Що таке сфероїдна трапеція?
2. Дайте визначення поняттям «меридіан» та «паралель».
3. Назвіть порядок визначення номенклатури листа карти.
4. Що таке стрілка прогину рамки знімальної трапеції?
5. У яких випадках можна нехтувати спотворенням довжин рамок знімальної трапеції в проекції Гаусса?

Лабораторна робота №6

Розв'язування сферичних трикутників

Мета роботи: засвоїти методику та розв'язати малий та великий сферичні трикутники

Теоретичні відомості

Трикутник, утворений геодезичними лініями на поверхні еліпсоїда (сфероїда), називається **сфероїдальним трикутником**.

Розв'язати трикутник означає визначити всі його елементи (сторони і кути), в разі, якщо деякі з них відомі.

Сфероїдальний трикутник не можна розв'язати, користуючись елементарними функціями. Сторона сфероїдального трикутника, наприклад, в тріангуляції 1 класу, має довжину від 20 до 60 км. В навігації, космічній геодезії, при з'єднанні геодезичних мереж різних країн сторони трикутників досягають декількох сот кілометрів. Нескладні розрахунки показують, що коли потрібно розв'язати трикутник з відносно похибкою 10-8, то сфероїдальний трикутник можна розглядати як сферичний, якщо його сторони не перевищують 240 км.

У зв'язку з цим, в геодезичній практиці застосовують спеціальні методи розв'язання таких трикутників: теорему Лежандра або спосіб аддитаментів.

6.1. Розв'язування малих сферичних трикутників

6.1.1. Розв'язування малих сферичних трикутників за теоремою Лежандра

Теорема Лежандра стверджує, що кути плоского прямолінійного трикутника дорівнюють кутам сферичного трикутника, зменшеним на третину сферичного надлишку ϵ , якщо рівні відповідні сторони цих трикутників. Отже, при відомому значенні ϵ , розв'язування сферичного трикутника зводиться до розв'язування відповідного плоского трикутника, яке виконується за формулами прямолінійної тригонометрії (за теоремою синусів) (рис. 16).

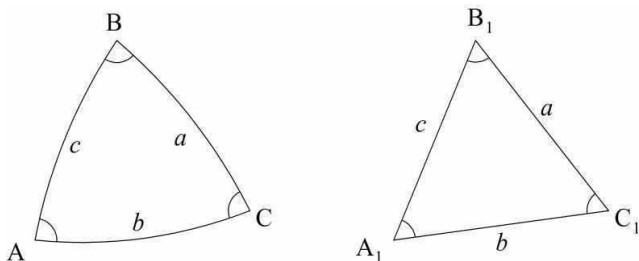


Рис. 6.1. Сферичний трикутник та відповідний йому плоский трикутник

Послідовність розв'язування трикутників за теоремою Лежандра:

- 1) обчислення сферичного надлишку ε ;

$$\varepsilon = \frac{\rho''}{2R_m^2} \frac{b^2 \sin A \sin C}{\sin B}$$

де b – довжина вихідної сторони в км;

- 2) визначення нев'язки сферичного трикутника

$$\omega = (A + B + C) - (180^\circ + \varepsilon)$$

3) врівноваження кутів – введення в кожний кут поправки, яка дорівнює третині нев'язки ω ;

4) застосування теореми Лежандра – введення поправки у врівноважені кути, яка дорівнює третині сферичного надлишку ε (отримання кутів плоского трикутника) та обчислення невідомих сторін трикутника за теоремою синусів.

Робочі формули:

$$A_1 = A - \frac{\varepsilon}{3}; \quad B_1 = B - \frac{\varepsilon}{3}; \quad C_1 = C - \frac{\varepsilon}{3},$$

$$\varepsilon = f D_I; \quad f = \frac{\rho''}{2R_m^2}; \quad D_I = \frac{b^2 \sin A \sin C}{\sin B}; \quad \varepsilon = f b c \sin A,$$

$$a = D_{II} \cdot \sin A_1; \quad b = D_{II} \cdot \sin B_1; \quad c = D_{II} \cdot \sin C_1,$$

де $R_m = \sqrt{MN}$ – середній радіус кривизни еліпсоїда для середньої широти B_m .

$$D_{II} = \frac{a}{\sin A_1} = \frac{b}{\sin B_1} = \frac{c}{\sin C_1}$$

Кути A_1, B_1, C_1 називають приведеними сферичними кутами. Якщо сторони сферичного трикутника менше 90° , то при обчисленні сферичного надлишку розходженням між сферичними кутами і їхніми приведеними значеннями можна знехтувати.

6.2.1. Розв'язування сферичних трикутників способом аддитаментів

В основі цього способу лежить теорема синусів

$$\frac{\sin \frac{a}{R}}{\sin A} = \frac{\sin \frac{b}{R}}{\sin B} = \frac{\sin \frac{c}{R}}{\sin C},$$

де $\frac{a}{R}, \frac{b}{R}, \frac{c}{R}$ – сторони трикутника в радіанній мірі, синуси цих величин можна розкласти в ряд. Обмежившись двома членами розкладу, отримаємо

$$\frac{a - \frac{a^3}{6R^2}}{\sin A} = \frac{b - \frac{b^3}{6R^2}}{\sin B} = \frac{c - \frac{c^3}{6R^2}}{\sin C}.$$

Ідея способу аддитаментів полягає в тому, що сторони сферичного трикутника a, b, c виправляють поправками, внаслідок чого отримують сторони плоского трикутника a, b, c і невідомі сторони сферичного трикутника.

При цьому в логарифмічному варіанті аддитаментами називають поправки в логарифм Aa, Ab, Ac . У випадку нелогарифмічного розв'язування, аддитаментами являються величини

$$A_a = ka^3, A_b = kb^3, A_c = kc^3,$$

$$\text{де } k = \frac{1}{6R^2}$$

$R = \sqrt{MN}$ – середній радіус кривизни еліпсоїда для місця знаходження трикутника.

Розглянемо послідовність розв'язування сферичного трикутника за способом аддитаментів.

1. Від вихідної сторони b віднімають її аддитамент Ab і отримують сторону плоского трикутника b' .

2. За відомими кутами сферичного трикутника і стороні b розв'язують трикутник як плоский, користуючись теоремою синусів, знаходять решту сторін плоского трикутника a' і c' .

3. Отримані значення сторін виправляють їх аддитаментами Aa і Ac і знаходять сторони сферичного трикутника ABC .

Спосіб аддитаментів застосовується як контрольний при розв'язуванні трикутників за теоремою Лежандра.

Робочі формули:

$$A_s = ks^3, \quad k = \frac{1}{6R^2}, \quad b' = b - A_b = b - kb^3,$$

$$A_b = kb^3,$$

$$a' = \frac{b' \sin A}{\sin B}, \quad c' = \frac{a' \sin C}{\sin A},$$

$$a = a' + ka^3 = a' + A_a, \quad c = c' + kc^3 = c' + A_c,$$

$$A_a = ka^3, \quad A_c = kc^3.$$

6.2. Розв'язування великих сфероїдних трикутників

При розв'язанні великих трикутників, отриманих за результатами вимірювання сторін радіо-геодезичними чи супутниковими навігаційними системами, потрібно визначити азимути виміряних сторін. Для цього потрібно знати кути між сторонами, тобто розв'язати отриманий сфероїдний трикутник, якщо відомі його сторони.

Якщо сторони трикутника більше ніж 240 км, то такі трикутники потрібно розглядати як сфероїдні і сферичний надлишок обчислюється за більш точними формулами.

Загальний хід розв'язання сфероїдних трикутників можна розглядати наступним чином.

Нехай дані кути сфероїдного трикутника A, B, C , вихідна сторона b , широти вершин трикутника BA, BB, BC і середня широта розміщення трикутника Bm . Потрібно визначити дві сторони трикутника.

Кути сфероїдного трикутника можна розглядати як:

$$A = A_{сф} + \delta A; B = B_{сф} + \delta B; C = C_{сф} + \delta C,$$

де $A_{сф}, B_{сф}, C_{сф}$ – сферичні кути трикутника;

$\delta A, \delta B, \delta C$ – поправки за сфероїдність трикутника.

Поправки за сфероїдність вираховують за формулами:

$$\delta A = \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{K_A - K}{K} \right); \delta B = \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{K_B - K}{K} \right); \delta C = \frac{\varepsilon}{12} \left(\frac{K_C - K}{K} \right) \quad (6.1)$$

де $K = \frac{1}{R_m^2} = \frac{1}{(MN)_m}$ Гауссова кривизна еліпсоїда на

середній широті трикутника $A B C$;

K_A, K_B, K_C – Гауссові кривизни еліпсоїда в вершинах трикутника, який розглядається;

M, N – радіуси кривизни еліпсоїда.

Визначивши поправки за сфероїдичність за формулами

(6.1), переходимо до сферичних кутів трикутника згідно (6.2)

$$A_{сф} = A - \delta A; B_{сф} = B - \delta B; C_{сф} = C - \delta C$$

(6.2)

На основі вихідних даних і сферичних кутів визначаємо наближене значення сферичного надлишку

$$\varepsilon_{np} = f \frac{b^2 \sin A_{сф} \sin C_{сф}}{\sin B_{сф}}$$

$$\text{де } f = \frac{\rho''}{2R_m^2} = \frac{1}{(MN)_m}$$

R – середній радіус кривизни еліпсоїда на широті **B_m** .

Величину **f** можна взяти із таблиці 6.1 по широті **B_m** .

Таблиця 6.1

B	$x, \text{ км}$	$f = \frac{\rho''}{2R_m^2}$	$f' = \frac{1}{2R_m^2}$
44°	4874	0,0025357	$1,22935 \times 10^{-8}$
46°	5096	0,0025345	$1,22877 \times 10^{-8}$
48°	5319	0,0025333	$1,22820 \times 10^{-8}$
50°	5541	0,0025322	$1,22763 \times 10^{-8}$
52°	5763	0,0025310	$1,22706 \times 10^{-8}$

Після цього наближено визначаємо кути плоского трикутника за відомими формулами Лежандра:

$$A_1 = A_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3}; B_1 = B_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3}; C_1 = C_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3}.$$

За теоремою синусів визначаємо наближені значення сторін
 $a = D_{II} \sin A_1; b = D_{II} \sin B_1; c = D_{II} \sin C_1.$

Таким чином, спочатку розв'язуємо трикутник за теоремою Лежандра і отриманий результат використовуємо як наближений для подальших уточнень. Згідно сферичної тригонометрії для визначення сферичного надлишку скористаємось формулою:

$$\operatorname{tg}^2 \varepsilon / 4 = \operatorname{tg} \left(\frac{p}{2} \right) \operatorname{tg} \left[\left(\frac{p-a}{2} \right) \right] \operatorname{tg} \left[\left(\frac{p-b}{2} \right) \right] \operatorname{tg} \left[\left(\frac{p-c}{2} \right) \right] \quad (6.3)$$

де a, b, c - сторони трикутника в градусній мірі,

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Для отримання точних значень плоских кутів трикутника отриманий по (6.3) сферичний надлишок розподілимо згідно розширеної теореми Лежандра:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_A \\ B_1 &= B_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_A \\ C_1 &= C_{c\phi} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_A \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

де

$$\left. \begin{aligned} \Delta_A &= \frac{\varepsilon}{60} \frac{m^2 - a^2}{R_m^2}; \Delta_B = \frac{\varepsilon}{60} \frac{m^2 - b^2}{R_m^2} \\ \Delta_C &= \frac{\varepsilon}{60} \frac{m^2 - c^2}{R_m^2}; m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

За допомогою точних значень плоских кутів знову розв'язуємо трикутник як плоский, і визначаємо шукані сторони. Для контролю можна порахувати сферичні кути трикутника за формулами:

$$\left. \begin{aligned} tg^2 \left(\frac{A_{сф}}{2} \right) &= \frac{\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)} \\ tg^2 \left(\frac{B_{сф}}{2} \right) &= \frac{\sin(p-c)\sin(p-a)}{\sin p \sin(p-b)} \\ tg^2 \left(\frac{C_{сф}}{2} \right) &= \frac{\sin(p-b)\sin(p-a)}{\sin p \sin(p-c)} \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

де a, b, c – точні значення сторін трикутника

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Завдання:

1. Розв'язати малий сферичний трикутник ABC ланки тріангуляції 1 класу за формулою Лежандра та способом аддитаментів, якщо виміряні дані приведені до центра знаків і спроектовані на поверхню еліпсоїда. Вихідні дані кути A ; B ; C та середню широту трикутника вибираються згідно індивідуального варіанту див. додаток, табл. 6.1; в табл. 6.1 числове значення a дорівнює числовому значенню b). Середня широта трикутника **Bm** вказана у з таблиці вихідних даних.

2. Розв'язати великий сферичний трикутник ABC за наступними вихідними даними:

$$A = 30^{\circ}03'56,842'';$$

$$B = 90^{\circ}03'56,391'';$$

$$C = 60^{\circ}03'56,966'';$$

$$BA = 52^{\circ}00'00'';$$

$$BB = 56^{\circ}43'42'';$$

$$BC = 54^{\circ}00'00'';$$

$$B\tau = 54^{\circ}14'36'';$$

b (значення довжини сторони вибирається згідно індивідуального варіанту з таблиці в додатку 6; в табл. 6.2 числове значення s дорівнює числовому значенню b).

Числовий приклад

Розв'язати малий сферичний трикутник ABC ланки триангуляції 1 класу за формулою Лежандра та способом аддитаментів, якщо виміряні дані приведені до центра знаків і спроектовані на поверхню еліпсоїда.

Отримані результати:

кути $A = 50^{\circ}20'19,41''$, $B = 62^{\circ}12'44,54''$, $C = 67^{\circ}26'58,43''$; сторона $b = 44797,282$ м.

Середня широта трикутника $Bm = 48^{\circ} 12'$.

1.1. Розв'язування малого сферичного трикутника за теоремою Лежандра

Таблиця 6.2

Обчислення сферичного надлишку

Елементи формули	Значення обчислень	Елементи формули	Значення обчислень
f	0,002533	$b^2 \sin A \sin C$	1426,77
b^2	2006,80	$\sin B$	0,884681
$\sin A$	0,769831	D_I	1612,76
$\sin C$	0,923542	ε	4,085"
$\sin A \sin C$	0,710971		

Примітка 1. При обчисленні ε довжини сторін трикутника виражаються в км.

Таблиця 6.3

Розв'язування малого сферичного трикутника за формулою Лежандра

Вершина	Виміряні сферичні кути	$\frac{-\omega}{3}$	Урівняні сферичні кути	$\frac{-\omega}{3}$	Урівняні плоскі кути B_1 A_1 C_1	Синуси кутів плоского трикутника	Довжини сторін, м (сф.)
B	$62^{\circ}12'44,54''$	0,57"	$62^{\circ}12'45,11''$	-1,36"	$62^{\circ}12'43,75''$	0,88467988	44797,282
A	$50^{\circ}20'19,41''$	0,57"	$50^{\circ}20'19,98''$	-1,36"	$50^{\circ}20'18,62''$	0,76982866	39981,594
C	$67^{\circ}26'58,43''$	0,57"	$67^{\circ}26'59,00''$	-1,37"	$67^{\circ}26'57,63''$	0,92354082	46765,072
Σ	$180^{\circ}00'02,38''$		$180^{\circ}00'04,09''$		$180^{\circ}00'00,00''$		
ε	04,09"						
ω	-01,71"						
D_{II}							50636,714

1.2. Розв'язування малого сферичного трикутника способом аддитаментів

Таблиця 6.4

Розв'язування малого сферичного трикутника способом аддитаментів

Вершина кута	Виміряні сферичні кути	$\frac{-\omega}{3}$	Урівняні сферичні кути	Синуси урівняних сферичних кутів	Сторони плоского трикутника, м b', a', c'	A_s	Сторони сферичного трикутника, м
<i>B</i>	62°12'44,54"	0,57"	62°12'45,11"	0,88468295	44796,917	0,368	44797,282
<i>A</i>	50°20'19,41"	0,57"	50°20'19,98"	0,76983287	38981,350	0,243	38981,593
<i>C</i>	67°26'58,43"	0,57"	67°26'59,00"	0,92354337	46764,654	0,419	46765,073
Σ	180°00'02,38"						
ε	04,09"						
ω	-01,71"						

Примітка. Значення величини k можна прийняти для території України узагальнене $k = \frac{1}{6R_m^2} = 409,14 \cdot 10^{-11}$, а сторони в

трикутниках виражають у кілометрах.

2. Розв'язати великий сферичний трикутник ABC за наступними вихідними даними:

$$A = 30^{\circ}03'56,842'';$$

$$B = 90^{\circ}03'56,391'';$$

$$C = 60^{\circ}03'56,966'';$$

$$b = 804666,593 \text{ м};$$

$$B_A = 52^{\circ}00'00'';$$

$$B_B = 56^{\circ}43'42'';$$

$$B_C = 54^{\circ}00'00'';$$

$$B_m = 54^{\circ}14'34''$$

Розв'язання виконують в наступному порядку:

1) визначають сферичні кути за формулами (6.6);

2) обчислюють поправки за сфероїдальність $\delta_A, \delta_B, \delta_C$ за

формулами (6.1);

3) обчислюють шукані сферичні кути

Таблиця 6.5

Обчислення поправок S_A , S_B , S_C в кути за сфероїдальність трикутника

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
a (велика піввісь)	6378245 м		
$a(1-e^2)$	6335553 м	M_A	6375293 м
B_A	52°00'00"	M_B	6380290 м
B_B	56°43'42"	M_C	6377406 м
B_C	54°00'00"	M_m	6377662 м
B_m	54°14'34"	$0,75 e^2$	0,00502
$0,25e^2$	0,00167	$0,75 e^2 \sin^2 B_A$	0,00312
$1,25e^2$	0,00837	$0,75 e^2 \sin^2 B_B$	0,00351
$\sin B_A$	0,78801	$0,75 e^2 \sin^2 B_C$	0,00329
$\sin B_B$	0,83608	$0,75 e^2 \sin^2 B_m$	0,00331
$\sin B_C$	0,80902	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_A$	0,99896
$\sin B_m$	0,81151	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_B$	0,99883
$\sin^2 B_A$	0,62096	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_C$	0,99891
$\sin^2 B_B$	0,69903	$1 - 0,25 e^2 \sin^2 B_m$	0,99890
$\sin^2 B_C$	0,65451	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_A$	0,99688
$\sin^2 B_m$	0,65855	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_B$	0,99649
$0,25 e^2 \sin^2 B_A$	0,00104	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_C$	0,99671
$0,25 e^2 \sin^2 B_B$	0,00117	$1 - 0,75 e^2 \sin^2 B_m$	0,99669
$0,25 e^2 \sin^2 B_C$	0,00109	N_A	6391553 м
$0,25 e^2 \sin^2 B_m$	0,00110	N_B	6393222 м
$1,25 e^2 \sin^2 B_A$	0,00520	N_C	6392323 м
$1,25 e^2 \sin^2 B_B$	0,00585	N_m	6392387 м
$1,25 e^2 \sin^2 B_C$	0,00548	$\varepsilon/12$	59,074"
$1,25 e^2 \sin^2 B_m$	0,00551	$(K_A - K)/K$	0,00050
$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_A$	1,00104	$(K_B - K)/K$	-0,00054
$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_B$	1,00117	$(K_C - K)/K$	0,00005
$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_C$	1,00109	δA	0,030"
$1 + 0,25 e^2 \sin^2 B_m$	1,00110	δB	-0,032"
$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_A$	0,99480	δC	0,003"
$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_B$	0,99415		
$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_C$	0,99452		
$1 - 1,25 e^2 \sin^2 B_m$	0,99449		

Таблиця 6.6

Обчислення сферичних кутів

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
$A_{сф} = A - \delta A$	30°03'56,812"	$C_{сф} = C - \delta C$	60°03'56,963"
$B_{сф} = B - \delta B$	90°03'56,423"		

Таблиця 6.7

Обчислення наближеного значення сферичного надлишку

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
f	0,002530	$b^2 \sin A \sin C$	281111,415
b^2	647488,320	$\sin B$	0,99999934
$\sin A$	0,50099395	D_I	281111,61
$\sin C$	0,86659924	ε''	711,212"
$\sin A \sin C$	0,43416097	ε°	0°11'51,212"

Таблиця 6.8

Обчислення наближених значень сторін трикутників

Вершина	Кут сферичного трикутника	Поправка за нев'язку $-\frac{\omega}{3}$	Урівняні кути сферичного трикутника	Поправка $-\frac{\varepsilon}{3}$ за сферичний надлишок	Кути плоского трикутника	Синуси кутів плоского трикутника	Сторони сферичного трикутника, м
$D_{II} = 804666,593 \text{ м}$							
B	90°03'56,423"	0,338"	90°03'56,761"	-3'57,071"	89°59'59,690"	1,00000000	804666,593
A	30°03'56,812"	0,338"	30°03'57,150"	-3'57,070"	30°00'00,080"	0,50000034	402333,560
C	60°03'56,963"	0,338"	60°03'57,301"	-3'57,071"	60°00'00,230"	0,86602596	696862,150
Σ	180°11'50,198"		180°11'51,212"		180°00'00,000"		
ε	11'51,212"						
$\omega = \Sigma - (3 \cdot 180^\circ)$	-1,014"						

Таблиця 6.9

Обчислення точного значення сферичного надлишку

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
ρ''/R_m	0,032304551	$(p-b)/2$	0°39'38,658"
$a\rho''/R_m$	12997,205"= =3°36'37,205"	$(p-c)/2$	1°08'39,945"
		$tg \frac{p}{2}$	0,07468263
$b\rho''/R_m$	25994,393"= =7°13'14,393"	$tg \frac{(p-a)}{2}$	0,04306472
		$tg \frac{(p-b)}{2}$	0,01153257
$c\rho''/R_m$	22511,818"= =6°15'11,818"	$tg \frac{(p-c)}{2}$	0,01997671
		$tg^2 \frac{\varepsilon}{4}$	0,00000074095
$2p$	17°05'03,416"	$tg \frac{\varepsilon}{4}$	0,00086078
p	8°32'31,708"	$\frac{\varepsilon}{4}$	0°02'57.550"
$p/2$	4°16'15,854"	ε°	0°11'50,200"
$(p-a)/2$	2°27'57,252"		

Таблиця 6.10

Обчислення поправок Δ

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
a^2	161871,84 м	$2c^2$	971233,28 м
b^2	647787,37 м	a^2+c^2	647488,48
c^2	485616,64 м	$2b^2$	1295574,70 м
$a^2+b^2+c^2$	1295275,85		
$(MN)_m$	40768483,7 м	$\varepsilon/60$	11,8366"
$3(MN)_m$	123304950,0 м	Δ_A	0,078
b^2+c^2	1133404,0 м	Δ_B	-0,063
$2a^2$	323743,68 м	Δ_C	-0,016
b^2+a^2	809659,21 м		
m^2	431758,62		

Таблиця 6.11

**Обчислення плоских кутів трикутників по розширеній
теоремі Лежандра**

$A_1 = A_{cf} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_A = 30^\circ 03' 56,812'' - 3' 56,733'' - 0,078'' = 30^\circ 00' 00,001''$
$B_1 = B_{cf} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_B = 90^\circ 03' 56,423'' - 3' 56,733'' + 0,063'' = 89^\circ 59' 59,753''$
$C_1 = C_{cf} - \frac{\varepsilon}{3} - \Delta_C = 60^\circ 03' 56,963'' - 3' 56,733'' + 0,016'' = 60^\circ 00' 00,246''$

Таблиця 6.12

Точне розв'язання трикутника

Вершина	Кути плоского трикутника	Синуси кутів плоского трикутника	Сторони сферичного трикутника, м
$D_{II} = 804666,593 \text{ м}$			
<i>B</i>	89°59'59,753"	1,00000000	804666,593
<i>A</i>	30°00'00,001"	0,50000000	402333,298
<i>C</i>	60°00'00,246"	0,86602600	696862,182
Σ	180°00'00,000"		

Таблиця 6.13

**Контрольні обчислення (обчислення сферичних кутів
сферичних кутів A_{cf} , B_{cf} , C_{cf})**

Формули	Результати обчислення	Формули	Результати обчислення
1	2	3	4
ρ / R_m	0,032304551	$\sin(p-c)$	0,03993746
$a\rho / R_m$	12997,196"= =3°36'37,196"	$\sin p$	0,14853677
		$\operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}$	0,07212690
$b\rho / R_m$	25994,393= =7°13'14,393"	$\operatorname{tg} \frac{A}{2}$	0,26856452
		$\frac{A}{2}$	15°01'58,399"
$c\rho / R_m$	22511,820= =6°15'11,820"	A_{cf}	30°03'56,798"
		$\operatorname{tg}^2 \frac{B}{2}$	1,00229510

Продовження таблиці 6.13

1	2	3	4
$2p$	$17^{\circ}05'03,409''$	$tg \frac{B}{2}$	1,00114690
p	$8^{\circ}32'31,704''$	$\frac{B}{2}$	$45^{\circ}01'58,215''$
$p-a$	$4^{\circ}55'54,508''$	$B_{сф}$	$90^{\circ}03'56,430''$
$p-b$	$1^{\circ}19'17,312''$	$tg^2 \frac{C}{2}$	0,33421855
$p-c$	$2^{\circ}17'19,884''$	$tg \frac{C}{2}$	0,57811638
$\sin (p-a)$	0,0859003	$\frac{C}{2}$	$30^{\circ}01'58,477''$
$\sin (p-b)$	0,02306205	$C_{сф}$	$60^{\circ}03'56,954''$

Контрольні обчислення можна виконати за наступною схемою:

1. Обчислити поправки Δ за формулами (6.6);
2. Обчислити сферичні надлишки за формулами (6.2);
3. Обчислити сферичні кути трикутника на підставі розширеної теореми Лежандра;
4. Обчислити поправки $\delta_A, \delta_B, \delta_C$ за сфероїдність по формулам (6.5);
5. Обчислити сфероїдні кути A, B, C за формулами (6.1).

Питання для самостійного контролю та засвоєння матеріалу:

1. Що таке сфероїдний трикутник?
2. Що означає розв'язати трикутник?
3. Яка різниця між малим та великим сфероїдними трикутниками?
4. Які методи розв'язку малого сфероїдного трикутника Ви знаєте?
5. Розкажіть алгоритм розв'язку великого сфероїдного трикутника.

Лабораторна робота №7

Перетворення координат із однієї зони в іншу без таблиць з врахуванням повороту осей

Мета роботи: освоїти способи перетворення координат
Необхідність перетворення координат та виконати розрахунки.

Обладнання: калькулятор, обчислювальний папір, ручка.

Теоретичні відомості

На практиці нерідко виникає завдання перетворення координат з однієї зони в іншу. Це завдання полягає в тому, що координати будь-якого пункту або багатьох пунктів, віднесених до осевого меридіану з довготою L_0' однієї зони, потрібно перетворити з віднесенням до осевого меридіану іншої зони, яка має довготу L_0'' . Таке завдання може виникати у наступних випадках:

1) Тріангуляційна мережа розташована на межі двох суміжних зон (вихідні дані в східній і західній частинах тріангуляції віднесені до різних осевих меридіанів цих зон). Для зрівнювання такої тріангуляції в системі однієї зони необхідно перетворювати координати вихідних пунктів з однієї зони в іншу.

2) Перехід на систему триградусних зон в районах, де намічено використання топографічних зйомок у великих масштабах (1:5000, 1:2000). При наявності опорної мережі, обчисленої в системі координат в шестиградусній зоні, виникає завдання перетворення координат з шестиградусних зон в триградусні або в зону з приватним значенням довготи осевого меридіана.

Шестиградусні зони мають наступні осеві меридіани:

№ зони	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
L_0	3	9	15	21	27	33	39	45	51	...

Номер шестиградусної зони визначається за формулою:

$$N_{\text{зони}} = (L:6^\circ) \quad (7.1)$$

Довгота осьового для шестиградусної зони обчислюється за формулою:

$$L_0 = 6^\circ \times N_{\text{зони}} - 3^\circ \quad (7.2)$$

Трьохградусні зони мають наступні осьові меридіани:

№ зони	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
L_0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	...

Номер триградусної зони визначається за формулою:

$$N_{\text{зони}} = (L:3^\circ) \quad (7.3)$$

Довгота осьового для триградусної зони обчислюється за формулою:

$$L_0 = 3^\circ \times N_{\text{зони}} \quad (7.4)$$

3) При відпрацюванні ходів знімальної основи аерофотозйомки на границі зон необхідно координати опорних пунктів державної тріангуляції мати в одній системі. Якщо ці пункти розташовані в різних зонах і координати їх віднесені до різних осьових меридіанів, то виникає необхідність перетворення координат з однієї зони в іншу.

4) Якщо виконані знімальні роботи для складання спеціальних великомасштабних планів і Район робіт виявився на границі двох зон або навіть в одній зоні, але на її краю, то виникає необхідність перетворення координат наявних опорних пунктів при деякому іншому осьовому меридіані, що проходить через територію даної зйомки. Це виявляється необхідним у зв'язку з неприпустимою величиною спотворень не краю зони при використанні в спеціальних цілях знімальних матеріалів.

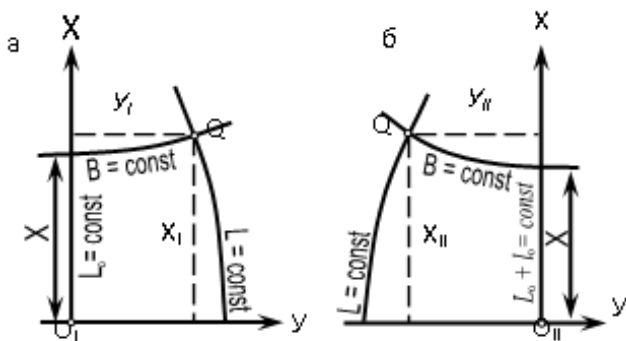


Рис. 7.1.

При остаточному обчисленні координат пунктів державної тріангуляції і складанні каталогів прийнято за правило проводити «перекриття» зон, тобто для точок, які лежать поблизу розділового меридіана, давати координати в двох суміжних зонах. Цей захід значною мірою призводить до скорочення випадків необхідності перетворення координат пунктів з однієї зони в іншу, але не виключає їх.

Перетворення координат пунктів з однієї зони в іншу можуть бути виконані кількома шляхами:

Перетворення координат через геодезичні координати, виражені в градусній мірі на еліпсоїді.

Безпосередній перехід від прямокутних координат в одній зоні до прямокутних в іншій зоні.

Перетворення координат пунктів без таблиць за формулами аналітичної геометрії з урахуванням повороту осей і коефіцієнта масштабування. Однак точність цього способу не велика (порядку $0,15 \div 0,20$ м.), і він може бути застосований тільки в тих випадках, коли не потрібна висока точність перетворення.

А) Перетворення координат з однієї зони в іншу з урахуванням повороту осей.

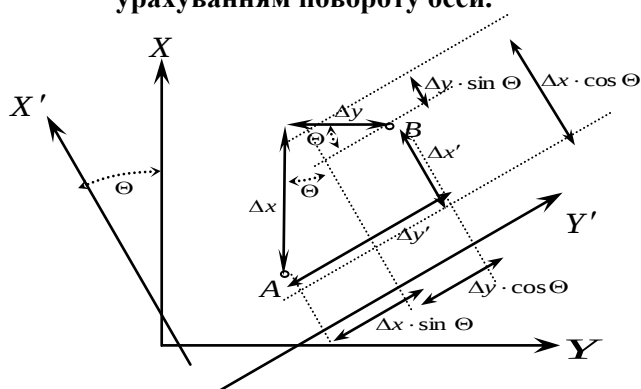


Рис. 7.2.

При перетворенні координат великої кількості пунктів з однієї зони в іншу з точністю порядку $0,15 \div 0,20$ м зазвичай застосовують спосіб перетворення збільшень координат за формулами:

$$\begin{aligned}\Delta x' &= (\Delta x \cos \Theta + \Delta y \sin \Theta)K, \\ \Delta y' &= (\Delta x \sin \Theta + \Delta y \cos \Theta)K,\end{aligned}\tag{7.5}$$

- де Δx і Δy – збільшення координат в первісній зоні;
 $\Delta x'$ і $\Delta y'$ – перетворені збільшення координат в заданій зоні;
 Θ – кут повороту осей двох зон;
 – коефіцієнт масштабування;
 – відстань між пунктами у вихідній зоні;
 – відстань між пунктами в заданій зоні.

Для перетворення координат за наведеними формулами необхідно мати не менше чотирьох пунктів, координати яких відомі в двох зонах. Для цього можуть бути використані координати пунктів триангуляції або кутів рамок трапеції.

Так як кут повороту осей на різних відстанях від осьового меридіана за абсолютною величиною не однаковий, то перетворенні пункти слід згрупувати за трапеціям масштабу

1:25000 і для кожної такої групи пунктів необхідно обчислити кут повороту осей і коефіцієнт масштабування. У межах однієї трапеції масштабу 1:25000 коливання кута повороту невеликі.

Приклад. Дано координати пунктів у 7-й шестиградусній зоні від осьового меридіана 39° . Потрібно обчислити їх в 12-у триградусну зону від осьового меридіана 36° .

Порядок обчислень:

➤ Нанести за координатами на топографічну карту або чистий аркуш паперу всі задані точки.

➤ Визначити геодезичні координати кутів рамки трапеції масштабу 1:25000, в межах якої розташовані пункти, координати яких необхідно перетворити. Скласти схему, на якій пронумерувати кути і виписати геодезичні координати кутів рамки.

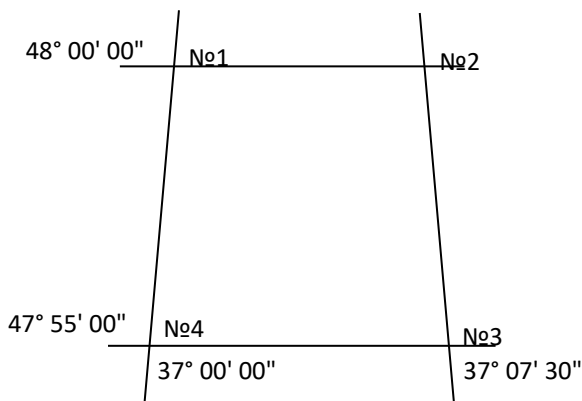


Рис. 7.3.

➤ Від довгот рамок трапецій відняти значення осьового меридіана 7-ої шестиградусної зони і отримати в градусній мірі відстані кутів рамок трапеції від осьового меридіана 39°

$$L - L_0 = 37^\circ 00' 00'' - 39^\circ 00' 00'' = -2^\circ 00' 00''$$

$$L - L_0 = 37^\circ 07' 30'' - 39^\circ 00' 00'' = -1^\circ 52' 30''$$

➤ За шириною і величиною знайти з таблиць прямокутні координати кутів трапеції в системі координат вихідної зони. Знак різниці $(L - L_0)$ визначає знак ординати у.

➤ Від довгот рамок трапецій відняти значення осьового меридіана 12-ої триградусної зони і отримати в градусній мірі відстані кутів рамок трапеції від осьового меридіана 36°

$$L - L_0 = 37^\circ 00' 00'' - 36^\circ 00' 00'' = +1^\circ 00' 00''$$

$$L - L_0 = 37^\circ 07' 30'' - 36^\circ 00' 00'' = +1^\circ 07' 30''.$$

➤ За широтою і величиною знайти з таблиць прямокутні координати кутів трапеції в системі координат 12-ої триградусної зони з довготою середнього меридіана 36° .

➤ Отримані дані виписати на схему або окрему таблицю.

Таблиця 7.1

№ кутів	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
	широта В	довгота L	x	y
		$L_0 = 39^\circ$		
	48°00'00"	-2°00'00"	5320457,4	-149250,1
	48°00'00"	-1°52'30"	5320222,9	-139922,3
	47°55'00"	-1°52'30"	5310957,5	-140147,6
	47°55'00"	-2°00'00"	5311192,0	-149490,4
		$L_0 = 36^\circ$		
	48°00'00"	+1°00'00"	5319005,5	+74626,2
	48°00'00"	+1°07'30"	5319133,8	+83954,4
	47°55'00"	+1°07'30"	5309868,0	+84089,5
	47°55'00"	+1°00'00"	5309739,4	+74746,3

➤ Обчислити дирекційні кути та довжини діагоналей трапеції.

Таблиця 7.2

Позначення	$L_0 = 39^\circ$		$L_0 = 36^\circ$	
	1 – 3	2 – 4	1 – 3	2 – 4
Дy	+9102,5	-9568,1	+9463,3	-9208,1
Дx	-9499,9	-9030,9	-9137,5	-9394,4
tg α	0,958168	1,059485	1,035655	0,980169
α	136°13'25,7"	226°39'16,0"	133°59'47,6"	224°25'34,4"
S в м	13156,9	13157,0	13154,8	13154,6
S _{контр}	13156,9	13157,0	13154,8	13154,6

➤ Обчислити кут повороту осей. Кут повороту осей дорівнює різниці дирекційних кутів однойменних ліній:

$$\Theta = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (7.6)$$

де α_1 – дирекційний кут в первісній зоні;

α_2 – дирекційний кут в заданій зоні.

1. $\alpha_1 = 136^\circ 13' 25,7''$ $\alpha_2 = 133^\circ 59' 47,6''$	2. $\alpha_1 = 226^\circ 39' 16,0''$ $\alpha_2 = 224^\circ 25' 34,4''$
$\Theta = \alpha_1 - \alpha_2 = +2^\circ 13' 38,1''$	
$\Theta_{cp} = +2^\circ 13' 39,8''$	

➤ Обчислити коефіцієнт масштабування. Коефіцієнт масштабування дорівнює відношенню довжин однойменних ліній у двох зонах:

$$K = \frac{S_2}{S_1} = \frac{13154,8}{13156,9} = 0,999840;$$

$$K = \frac{S_2}{S_1} = \frac{13154,6}{13157,0} = 0,999818;$$

$$K_{cp} = 0,999829.$$

S_1 – відстань між пунктами у вихідній зоні;

S_2 – відстань між пунктами у заданій зоні.

➤ Для обчислення координат складають таблицю, зразок якої є у додатку.

У графу 1 вписують номери (або назви) пунктів, що підлягають обчисленню. У першому і останньому рядках записують будь-які кути трапеції, координати яких брали участь при обчисленні кута повороту осей Θ і коефіцієнта масштабування K . Якщо для обчислення величин Θ і K були прийняті координати пунктів, то замість координат кутів трапеції вписують два з цих пункта.

У графи 2 і 3 записують координати пунктів (виписаних в графу 1) у первісній зоні.

До граф 12 і 13 відразу слід записати координати вихідних точок у заданій зоні (тобто в зоні, в яку перетворюють).

Потім зверху таблиці записують значення кута повороту осей Θ , коефіцієнт форматування K , $\sin \Theta$, $\cos \Theta$ і $K \sin \Theta$ і $K \cos \Theta$.

При позитивному куті повороту осей (+ Θ) $\sin \Theta$ і $\cos \Theta$ мають знак плюс. При негативному куті повороту (- Θ) $\sin \Theta$ має знак мінус, $\cos \Theta$ - знак плюс.

У графу 4 записують збільшення координат Δx , обчислені по координатах, записаним в графі 2. При обчисленні збільшень координат слід пам'ятати, що обчислення виконують у строгому порядку: завжди з абсциси подальшого пункту. У цьому ж порядку обчислюють прирости Δy і записують у графу 5.

Контролем цих обчислень служать суми приростів координат $\Sigma \Delta x$ і $\Sigma \Delta y$, які повинні бути рівні різницям координат вихідних точок, записаних на початку і кінці ходу.

У графу 6 записують добуток $\Delta X \cdot (K \cdot \cos \Theta)$,

У графу 7 - $\Delta Y \cdot (K \cdot \sin \Theta)$;

У графу 8 пишуть перетворені значення збільшень $\Delta X'$, рівні сумі величин, обчислених в графах 6 і 7:

$$\Delta X' = \Delta X \cdot (K \cdot \cos \Theta) + \Delta Y \cdot (K \cdot \sin \Theta).$$

У графу 9 записують добуток $\Delta Y \cdot (K \cdot \cos \Theta)$;

У графу 10 - добуток $\Delta X \cdot (K \cdot \sin \Theta)$ з протилежним знаком, тому що у формулі перед цією величиною стоїть знак мінус.

У графу 11 пишуть перетворені значення збільшень $\Delta Y'$:

$$\Delta Y' = \Delta Y \cdot (K \cdot \cos \Theta) + \{-\Delta X \cdot (K \cdot \sin \Theta)\}.$$

Далі підраховують суми приростів $\Sigma \Delta x'$ і $\Sigma \Delta y'$ (графи 8 і 11) і результати записують внизу.

Теоретично $\Sigma \Delta x'$ і $\Sigma \Delta y'$ повинні бути рівні різницям координат початкової та кінцевої точок в новій зоні. Однак внаслідок помилок у величинах Θ і K суми приростів будуть відрізнятися від теоретичних (тобто від різниці координат) на величину порядку $\pm 0,2$ м (в окремих випадках $\pm 0,3$).

Отримані нев'язки слід розподілити пропорційно приростам $\Delta x'$ і $\Delta y'$.

Перетворені координати обчислюють шляхом алгебраїчного підсумовування координат попередніх пунктів з

відповідними перетвореними приростами (аналогічно обчисленню координат точок теодолітного ходу).

Після закінчення обчислень перетворених координат для контролю беруть будь-який пункт в середині ходу і його координати перетворюють звичайним шляхом за таблицями. Якщо величина розбіжності не перевищує $\pm 0,15 \div 0,20$ м, то завдання перетворення координат всіх пунктів слід вважати виконаним.

У доданому прикладі для контролю перетворення за таблицями координати пункту «СКВ.43». В результаті були отримані наступні координати:

$$X = 5413607,91$$

$$Y = + 78048,77$$

Після обчислень за формулами координати цього пункту отримали значення:

$$X = 5314607,94$$

$$Y = + 78048,78$$

Таким чином, розбіжності становлять: у значенні абсциси 0,03 м; ординати 0,01 м.

Після завершення обчислень перетворення координат для контролю беруть який не-будь пункт в середині ходу і його координати перетворюють звичайним шляхом за таблицями. Якщо величина розбіжностей не перевищує $\pm 0,15-0,20$ м, задачу перетворення координат всіх пунктів можна вважати вирішеною.

При перетворенні координат великої кількості пунктів із однієї зони в іншу з точністю 0,15-0,20 м

застосовують спосіб перетворення приростів координат за формулами:

$$\Delta x' = (\Delta x \cos \Theta + \Delta y \sin \Theta) K,$$

$$\Delta y' = (\Delta y \cos \Theta - \Delta x \sin \Theta) K,$$

де Δx і Δy - прирости координат в початковій зоні;

$\Delta x'$ і $\Delta y'$ – перетворенні прирости координат в заданій зоні;

Θ - кут повороту осей двох зон;

$$K = \frac{s_2}{s_1}$$

s_1 – коефіцієнт масштабування;

S_1 – відстань між пунктами в початковій зоні;

S_2 – відстань між цими пунктами в заданій зоні.

Для перетворення координат за приведеними формулами необхідно мати не менше чотирьох пунктів, координати яких відомі в двох зонах(назвемо ці пункти вихідними точками). Для цієї мети можуть бути використані координати пунктів тріангуляції або кутів рамок трапеції. Треба пам'ятати, що у випадку коли в якості вихідних пунктів приймають пункти геодезичної мережі, то координати в них мають бути зрівняні. Якщо таких пунктів немає то для обчислення необхідно скористатися координатами кутів рамок трапеції.

**Приклад розв'язку
ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ ІЗ ОДНІЄЇ ЗОНИ В ІНШУ БЕЗ ТАБЛИЦЬ З
ВРАХУВАННЯМ ПОВОРОТУ ОСЕЙ
ВИХІДНІ ДАНІ:**

Таблиця 1

№1 №2 △№5 шестиградусна зона № 7 №4 №3 X = 5251699,76 y = -147838,28 Визначити Θ_{cp} і K_{cp} Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони №7 в трьохградусну зону №12	№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
		широта В	довгота L	х	у
	шестиградусна зона № 7	$L_0 =$		39°	
	1	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 253 225,98	-148 625,87
	2	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 253 166,77	-146 266,80
	3	47° 22' 30"	37° 03' 45"	5 250 850,62	-146 324,46
	4	47° 22' 30"	37° 01' 52,5"	5 250 909,84	-148 684,46
	трьохградусна зона № 12	$L_0 =$		36°	
	1	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 251 861,86	77 852,56
	2	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 251 893,59	80 211,71
	3	47° 22' 30"	37° 03' 45"	5 249 577,37	80 243,32
	4	47° 22' 30"	37° 01' 52,5"	5 249 545,63	77 883,24

Так як кут повороту осей на різних відстанях від осьового меридіану за абсолютною величиною неоднаковий, тоді пункти які переобчислюємо необхідно згрупувати за трапеціями масштабу 1:25 000 і для кожної групи пунктів необхідно вичислити кут повороту осей та коефіцієнт масштабування. В межах одної трапеції масштабу 1:25 000 відхилення кута повороту незначні.

ПРИКЛАД. Дано координати пунктів в 7-ї шестиградусній зоні від осьового меридіану 39^0 . Необхідно переобчислити їх в 12-у трьохградусну зону від осьового меридіану 36^0 .

Обчислення виконують в такому порядку.

1. Всі задані точки наносять по координатам на топографічну карту.

По топографічній карті визначають широти та довготи рамок трапеції масштабу 1:25 000, в межах якої розташовані пункти, координати яких необхідно перетворити. Для цього складають схему, на якій нумерують кути та виписують широти і довготи рамок.(див. таблицю 1.Вихідні дані.)

Потім від довгот рамок трапеції обчислюють значення осьового меридіану 7-ї шестиградусної зони та отримують таким чином в градусній мірі відстані кутів рамок трапеції від осьового меридіану 39^0

$$L - L_0 = 37^{\circ} 01' 52,5'' - 39^0 00' 00'' = - 1^0 58' 07,5''$$

$$L - L_0 = 37^{\circ} 03' 45,0'' - 39^0 00' 00'' = - 1^0 56' 15,0''$$

За широтою та величиною $(L - L_0)$ знаходять із таблиць прямокутні координати кутів в 7 -ї шестиградусній зоні.

Перед різницею $(L - L_0)$ стоїть знак мінус, відповідно значення ординат також будуть мати знак мінус.

Далі від цих же координат обчислюють значення осьового меридіану 12-ї трьохградусної зони, рівної 36^0

$$L - L_0 = 37^{\circ} 01' 52,5'' - 36^0 00' 00'' = + 1^0 01' 52,5''$$

$$L - L_0 = 37^{\circ} 03' 45,0'' - 36^0 00' 00'' = + 1^0 03' 45,0''$$

За широтою та величиною $(L - L_0)$ знаходять із таблиць прямокутні координати цих же кутів в 12 -ї трьохградусній зоні від середнього меридіану 36^0 . Значення ординат будуть мати знак плюс.

Всі ці дані треба виписати на схему або в окрему таблицю.

№ кутів	Географічні координати		Прямокутні координати	
	широта В	довгота(L – L ₀)	x	y
L₀=39⁰				
1	47° 23' 45"	- 1 ⁰ 58' 07,5"	5 253 225,98	-148 625,87
2	47° 23' 45"	- 1 ⁰ 56' 15,0"	5 253 166,77	-146 266,80
3	47° 22' 30"	- 1 ⁰ 56' 15,0"	5 250 850,62	-146 324,46
4	47° 22' 30"	- 1 ⁰ 58' 07,5"	5 250 909,84	-148 684,46
L₀=36⁰				
1	47° 23' 45"	+ 1 ⁰ 01' 52,5"	5 251 861,86	77 852,56
2	47° 23' 45"	+1 ⁰ 03' 45,0"	5 251 893,59	80 211,71
3	47° 22' 30"	+ 1 ⁰ 03' 45,0"	5 249 577,37	80 243,32
4	47° 22' 30"	+ 1 ⁰ 01' 52,5"	5 249 545,63	77 883,24

2. За виписаними із таблиці прямокутними координатами обчислюють дирекційні кути та діагоналі трапеції

Позначення	L ₀ =39 ⁰		L ₀ =36 ⁰	
	1-3	2-4	1-3	2-4
Δy	-2301,41	2417,56	-2390,76	2328,47
Δx	2375,36	2256,93	2284,49	2347,96
tgα				
α	315° 54' 20,6"	46° 58' 10"	313° 41' 49,7"	44° 45' 42,6"
S в м	3307,4	3307,00	3306,8	3306,8
S контр.	3307,4			

3. За отриманими даними обчислюють кут повороту θ осей двох зон та коефіцієнт масштабування K.

Кут повороту осей дорівнює різниці дирекційних кутів одноіменних ліній

$$\theta = \alpha_1 - \alpha_2,$$

де α_1 – дирекційний кут у початковій зоні ;

α_2 - дирекційний кут у заданій зоні.

$$\begin{array}{ll} 1. & \alpha_1 = 315^\circ 54' 20,6'' \\ & \alpha_2 = 313^\circ 41' 49,7'' \\ 2. & \alpha_1 = 46^\circ 58' 10,0'' \\ & \alpha_2 = 44^\circ 45' 42,6'' \end{array}$$

$$\theta = \alpha_1 - \alpha_2 = +2^\circ 12' 30,9'' \qquad \theta = \alpha_1 - \alpha_2 = +2^\circ 12' 27,4''$$

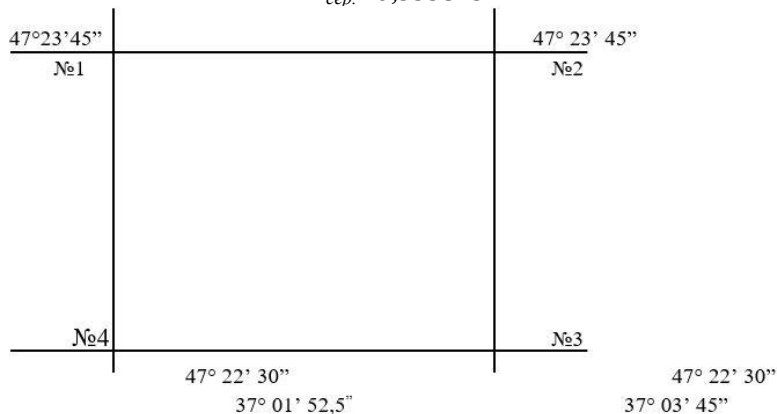
$$\theta_{cp.} = +2^\circ 12' 29,1''$$

Коефіцієнт масштабування дорівнює відношенню довжин однойменних ліній в двох зонах:

$$K = \frac{s_2}{s_1} = \frac{3306,8}{3307,0} = 0,9999395$$

$$K = \frac{s_2}{s_1} = \frac{3306,8}{3307,4} = 0,9998186$$

$$K_{сер.} = 0,999879$$



Треба пам'ятати, що при обчисленні коефіцієнта масштабування довжина лінії в початковій зоні має бути в знаменнику.

У випадку, коли на дану трапецію є каталог координат пунктів планової мережі в двох необхідних зонах, тоді для обчислення кутів повороту можна використати дирекційні кути та сторони із каталога. При цьому необхідно вибрати такі пункти, які були би розташовані близько кутів рамок трапеції. У такому випадку вказані вище обчислення не виконують.

4. Для обчислення координат складають наступну таблицю

$$\begin{array}{llll} \Theta_{сер.} = +2012'29,1'' & \sin \Theta & = + 0.038528785 & k \sin \Theta = + \\ & & & 0.038524123 \\ & \cos \Theta & + 0.99925749 & k \cos \Theta = + \\ & & & 0,99913658 \end{array}$$

$$K_{сер.} = 0,999879$$

Назва (номер пункту)	7-а шестиградусна градусна зона, осьовий меридіан $L=39^0$				12-а триградусна зона, осьовий меридіан $L=36^0$							
	x	y	Δx	Δy	$\Delta x(k \cos \theta)$	$-\Delta y(k \sin \theta)$	$\Delta x'$	$\Delta y(k \cos \theta)$	$-\Delta x(k \sin \theta)$	$\Delta y'$	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8=6+7	9	10	11=9+10	12	13
1	5253225,98	-148 625,87					+8			-8	5 251 861,86	77 852,56
			1526,2	787,59	-1524,90	+30,34	-1494,56	+786,91	+58,80	+845,71		
пт. 5	5251699,76	147838,28					+8			-9	5250 367,38	78 698,19
			-0849,14	+1513,82	-848,41	+58,32	-790,09	+1512,51	+32,71	+1545,22		
3	5 250 850,62	-146 324,46									5 249 577,37	80 243,32
						$\sum \Delta x$	-2284,65		$\sum \Delta y$	+2390,93		
						X_3-X_1	-2284,49		Y_1-Y_3	+2390,76		
						f_x	- 0,16		f_y	+ 0,17		

В колонку 1 виписують номери (або назви) пунктів, які підлягають перерахунку. В першому та останньому рядку записують які небудь кути трапеції, координати яких приймали участь при обчисленні кута повороту осей θ та коефіцієнта масштабування K . Якщо для обчислення величин θ і K були прийняті координати пунктів, то замість координат кутів трапеції обчислюють два із цих пунктів.

При виписці перевичислених пунктів у відомість бажано, щоби ці пункти розташовувалися в порядку збільшення або зменшення абсцис або ординат так, щоб прирости були не більше 2-2,5 км.

При великій кількості пунктів, які необхідно переобчислити на трапеції масштабу 1:25 000 їх треба об'єднати в окремі групи по 20 – 30 пунктів.

Це в значній мірі полегшує обчислювальні роботи.

В наведеному прикладі запис розпочато з кута трапеції №1 та замикається кутом №3.

В колонки записують координати пунктів в початковій зоні.

В колонки 12 і 13 необхідно записати координати вихідних пунктів у заданій зоні(в зоні в яку треба переобчислити).

Потім у верху таблиці записують значення кута повороту осей θ , коефіцієнт масштабування K , $\sin \theta$ і $\cos \theta$.

При додатному куту повороту осей ($+\theta$) $\sin \theta$ і $\cos \theta$ мають знак плюс. При від'ємному куті повороту ($-\theta$) $\sin \theta$ має знак мінус,

$\cos \theta$ – знак плюс.

В колонку 4 записують прирости координат Δx , які обчислені за координатами з колонки 2. При обчисленні приростів координат необхідно пам'ятати ,що обчислення виконують у строгому порядку: завжди із абсциси наступного пункту віднімають абсцису попереднього пункту. В такому ж порядку обчислюють прирости Δy і записують в колонку 5.

Контролем цих обчислень служать суми приростів координат $\sum \Delta x$ і $\sum \Delta y$ які мають бути рівними різниці координат вихідних пунктів, записують їх на початку і кінці ходу.

В колонку 6 записують добутки $\Delta x(k \cos \theta)$, в колонку 7 $-\Delta y(k \sin \theta)$; в колонку 8 записують перетворенні значення приростів $\Delta x'$, які дорівнюють сумі величин, які обчислені в колонках 6 і 7: $\Delta x' = \Delta x(K \cos \theta) + \Delta y(K \sin \theta)$

В колонку 9 записують добутки $\Delta y(K \cos \theta)$; в графу 10 – добутки $\Delta x(K \sin \theta)$ з оберненим знаком, так як у формулі перед цією величиною стоїть знак мінус.

В колонку 11 записують перетворені значення приростів $\Delta y'$ $\Delta y' = \Delta y(K \cos \theta) + \{-\Delta x(K \sin \theta)\}$.

Далі розраховують суми приростів $\sum \Delta x'$ і $\sum \Delta y'$ (колонки 8 та 11) і результати записують вниз.

Теоретичні суми $\sum \Delta x'$ і $\sum \Delta y'$ мають дорівнювати різницям координат початкового та кінцевого пунктів у новій зоні. Однак внаслідок помилок у величинах θ і K суми приростів будуть відрізнятися від теоретичних на величину порядку

$\pm 0,2$ м (в окремих випадках $\pm 0,3$ м).

Отримані поправки необхідно розподілити пропорційно приростам $\Delta x'$ і $\Delta y'$.

Перетворені координати обчислюють шляхом алгебраїчного додавання координат попередніх пунктів з відповідними перетвореними приростами.

Після завершення обчислень перетворення координат для контролю беруть який не-будь пункт в середині ходу і його координати перетворюють звичайним шляхом за таблицями. Якщо величина розбіжностей не перевищує $\pm 0,15-0,20$ м, задачу перетворення координат всіх пунктів можна вважати вирішеною.

Б) Перетворення координат з однієї зони в іншу через геодезичні координати.

Якщо дані координати x_I і y_I пункту в I зоні і потрібно визначити координати цього пункту в зоні II, то перетворення координат через геодезичні координати роблять у наступному порядку:

- Від відомих координат x_I та y_I пункту переходять до геодезичних координат B і L .

- Різниця довгот $l = L - L_0$ змінюють на величину l_0 , рівну різниці довгот осьових меридіанів.

- За координатами B та $l \pm l_0$ обчислюють шукані прямокутні координати II зони: x_{II} та y_{II} .

Приклад. Перетворити плоскі прямокутні координати Гауса-Крюгера вершин знімальної трапеції в систему координат найближчої суміжної зони:

Позначення	вершини трапеції			
	ПдЗ	ПнЗ	ПнС	ПдС
X	3434901,622	3471883,411	3470694,143	3433719,593
Y	12213420,473	12214423,523	12262034,968	12261199,493

Рішення:

➤ За значенням ординати Y визначити номер координатної зони, для чого її значення розділити на 1000 000 і відкинути дробову частину отриманого значення:

$$N_{\text{зони}} = 12213420,473 : 1000000 = 12,213420473 \approx 12$$

➤ По номеру зони визначити:

- Віддалення точок від осьового меридіана:

$$y = Y - N_{\text{зони}} \times 1000000 \text{ м} - 500000 \text{ м}$$

Позначення	вершини трапеції			
	ПдЗ	ПнЗ	ПнС	ПдС
Y	12213420,473	12214423,523	12262034,968	12261199,493
y	-286579,527	-285576,477	-237965,032	-238800,507

- Довготу осьового меридіана:

$$L_0 = 6^\circ \times N - 3^\circ = 6^\circ \times 12 - 3^\circ = 33^\circ$$

➤ При масових перетвореннях цей спосіб досить трудомісткий, тому для його застосування доцільно використовувати ЕОМ.

В) Перетворення координат з однієї зони в іншу шляхом безпосереднього переходу від прямокутних координат до прямокутним.

Цей спосіб простіше першого і вимагає значно менше обчислювальної праці, але для його застосування необхідні заздалегідь складені таблиці, спеціально призначені для даного перетворення. Один з варіантів таких таблиць представлений у додатку.

Формули для перетворення з використанням цих таблиць:

$$\begin{aligned} X' &= X + D_{01} + D_{11}P_1 - D_{12}Q_1 + D_{21}P_2 - D_{22}Q_2 + \\ &+ D_{31}P_3 - D_{32}Q_3 + D_{41}P_4 - D_{42}Q_4, \\ y' &= y + D_{02} + D_{11}Q_1 + D_{12}P_1 + D_{21}Q_2 + D_{22}P_2 + \\ &+ D_{31}Q_3 + D_{32}P_3 + D_{41}Q_4 + D_{42}P_4. \end{aligned}$$

У цих формулах змінна частина являє собою гармонійні поліноми, які обчислюються в такому порядку:

$$\begin{aligned} P_1 &= \Delta x = (x - X_0) \cdot 10^{-5}, & Q_1 &= y \cdot 10^{-5}, \\ P_2 &= P_1^2 - Q_1^2, & Q_2 &= 2P_1Q_1, \\ P_3 &= P_1P_2 - Q_1Q_2, & Q_3 &= P_1Q_2 + Q_1P_2, \\ P_4 &= P_1P_3 - Q_1Q_3, & Q_4 &= P_1Q_3 + Q_1P_3, \\ y &= Y - N_{\text{зони}} \times 1000000 \text{ м} - 500000 \text{ м} \end{aligned}$$

Постійні коефіцієнти D_{n1} та D_{n2} є функціями коефіцієнтів a_n і b_n та різниці довгот меридіанів l_0 . Коефіцієнти a_n і b_n визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
a_2 &= \frac{1}{2} N \sin B \cos B, & a_4 &= \frac{1}{24} N \sin B \cos^3 B (5 - tg^2 B + 9\eta^2 + 4\eta^4), \\
a_6 &= \frac{1}{720} N \sin B \cos^5 B (61 - 58tg^2 B + tg^4 B + 270\eta^2 - 330\eta^2 tg^2 B), \\
a_8 &= \frac{1}{40320} N \sin B \cos^7 B (1385 - 3111tg^2 B + 543tg^4 B - tg^6 B), \\
b_1 &= N \cos B, & b_3 &= \frac{1}{6} N \cos^3 B (-tg^2 B + \eta^2), \\
b_5 &= \frac{1}{120} N \cos^5 B (5 - 18tg^2 B + tg^4 B + 14\eta^2 - 58\eta^2 tg^2 B), \\
b_7 &= \frac{1}{5040} N \cos^7 B (61 - 479tg^2 B + 179tg^4 B - tg^6 B),
\end{aligned}$$

Формули для обчислення постійних коефіцієнтів D_{n1} та D_{n2} вибирають для заздалегідь обраної широти B_0 :

$$\begin{aligned}
D_{01} &= a_2 l_0^2 + a_4 l_0^4 + a_6 l_0^6, & D_{02} &= b_1 l_0 + b_3 l_0^3 + b_5 l_0^5 + b_7 l_0^7, \\
D_{11} &= \frac{1}{b_1} (3b_3 l_0^2 + 5b_5 l_0^4 + 7b_7 l_0^6), & D_{12} &= -\frac{1}{b_1} (2a_2 l_0 + 4a_4 l_0^3 + 6a_6 l_0^5), \\
D_{21} &= \frac{1}{b_1^2} (D_{11} a_2 - 6a_4 l_0^2 - 15a_6 l_0^4), & D_{22} &= \frac{1}{b_1^2} (D_{12} a_2 - 3b_3 l_0 - 10b_5 l_0^3 - 21b_7 l_0^5), \\
D_{31} &= \frac{1}{b_1^3} (D_{11} b_3 + 2D_{21} b_1 a_2 - 10b_5 l_0^2 - 35b_7 l_0^4), & D_{32} &= \frac{1}{b_1^3} (D_{12} b_3 + 2D_{22} b_1 a_2 + 4a_4 l_0 + 20a_6 l_0^3), \\
D_{41} &= \frac{1}{b_1^4} (-D_{11} a_4 + D_{21} (2b_1 b_3 - a_2^2) + 3D_{31} b_1^2 a_2 + 15a_6 l_0^2), \\
D_{42} &= \frac{1}{b_1^4} (-D_{12} a_4 + D_{22} (2b_1 b_3 - a_2^2) + 3D_{32} b_1^2 a_2 + 5b_5 l_0 + 35a_7 l_0^3),
\end{aligned}$$

За цими формулами обчислена таблиця постійних коефіцієнтів для перетворення плоских конформних координат Гауса-Крюгера при переході від одного осьового меридіана до іншого, коли різниця довгот осьових меридіанів дорівнює $l_0 = 6^\circ$.

Коефіцієнти обчислені для різних широт B_0 від 30° до 70° з інтервалом 2° . Ці таблиці дозволяють пере обчислювати координати будь-якої точки розташованої в сусідній

шестиградусній зоні. Отже, три шестиградусні зони можна перетворити в одну 18-градусну зону з осьовим меридіаном середньої зони.

Похибка пере обчислення координат не перевищує 0,005 м незалежно від розташування точки в межах однієї шестиградусної зони.

Послідовність дій при пере обчислені координат за допомогою таблиці:

- Попередньо визначають рядок, в якому значення X_0 є найближчою меншою величиною в порівнянні із заданою абсцисою X .

- Встановлюють значення $P_1 = (X - X_0) \cdot 10^{-5}$ та $Q_1 = y \cdot 10^{-5}$, за якими обчислюються гармонійні поліноми.

- Після цього обчислюють координати x' та y' .

- Для контролю координати x' та y' обчислюють вдруге, використовуючи коефіцієнти, розташовані в рядку з величиною X_0 , яка є найближчою більшою у порівнянні з абсцисою X . Розбіжність у відповідних координатах, обчислених двічі не повинна перевищувати 0,003 м.

Постійні коефіцієнти можна обчислювати за наведеними формулами для будь-якої різниці довгот але не більше 6° . Необхідність в обчислені такого роду коефіцієнтів виникає в тих випадках, коли при складанні великомасштабних планів і карт застосовується та чи інша конформна проекція осьовий меридіан якої не збігається з яким-небудь стандартним осьовим меридіаном проекції Гауса-Крюгера.

Лабораторна робота №8

Вирахування перевищень квазігеоїда за астрономо-геодезичними даними

Мета роботи: закріпити теоретичні знання з теми «Астрономо-геодезичний метод вивчення фігури Землі»; навчитися виконувати обчислення складових відхилів прямовисної лінії уздовж лінії нівелювання, перевищень квазігеоїда за даними астрономічного нівелювання.

Обладнання: калькулятор, обчислювальний папір, ручка.

Завдання. Обчислити перевищення квазігеоїда між відповідними суміжними астропунктами по лінії 1-4-8-7-9-6-2-3-1 (див. рис. 18) методом астрономічного нівелювання.

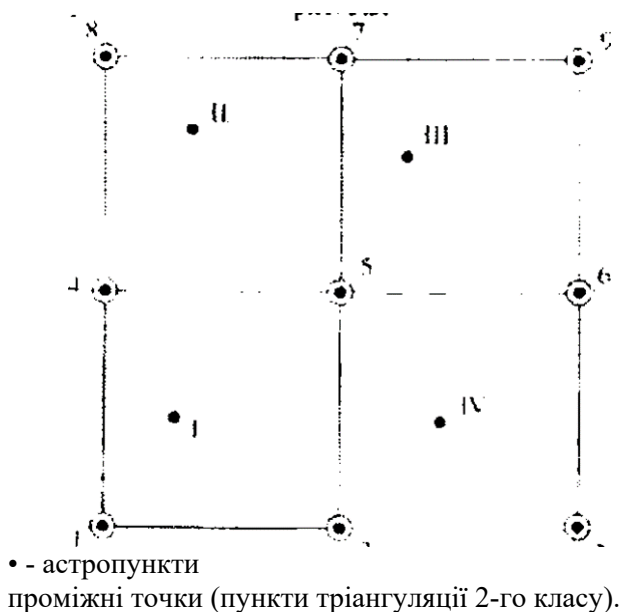


Рис. 8.1. Схема розміщення астропунктів

Вихідні дані для виконання роботи:

№ пункту	1	4	8	7	9	6	2	3	1
х, м	6747,7	6838,3	6963,1	6985,5	6990,4	6900,6	6787,4	6778,2	6747,7
у, м	+32,6	+42,4	+61,3	+128,6	+192,4	+182,4	+188,5	+99,8	+32,6
Широта B	60°50'	61°39'	62°46'	62°57'	62°58'	62°10'	61°09'	61°06'	60°50'
Довгота Введіть тут рівняння L	24°36'	24°48'	25°12'	26°32'	27°46'	27°30'	27°30'	25°51'	24°36'
$(\xi^{ar})'' + 0,01'' \cdot n$	+0,88	+0,52	-0,34	-0,19	-0,15	+0,69	-5,31	-4,00	+0,88
$(\eta^{ar})'' + 0,01'' \cdot n$	+2,08	-1,62	-0,52	+0,12	-0,15	+0,11	-0,77	+7,47	+2,08

де n - номер студента у списку групи.

Теоретичні відомості

Астрономічне нівелювання – це метод визначення перевишень точок квазігеоїда відносно поверхні референц-еліпсоїда. У кожній точці ходу астрономічного нівелювання повинні бути відомі астрономічні та геодезичні координати.

У методі астрономічного нівелювання відхилення прямовисної лінії в точках нівелювання отримують з астрономічних і геодезичних вимірювань, тобто за формулою:

$$\xi_{i_{az}}'' = \varphi_i - B_i - 0,171'' H_i \sin 2B_i;$$

$$\eta_{i_{az}}'' = (\lambda_i - L_i) \cos B_i,$$

де $i = 1, 2, 3, 4$.

Послідовність виконання роботи

1. Визначають різниці геодезичних координат суміжних астропунктів $\Delta B, \Delta L$ виражені у мінутах. Обчислюють середнє значення геодезичної широти B_m між ними.

2. Для двох суміжних астропунктів визначають суму складових астрономо-геодезичних відхилень прямовисної лінії $(\xi_1^{ar} + \xi_2^{ar})$ та $(\eta_1^{ar} + \eta_2^{ar})$, виражені у секундах дуги.

3. Обчислюють значення різниць астрономо-геодезичних висот між кожними суміжними астропунктами з точністю до 0,001 м за формулою:

$$\xi_2^{ar} - \xi_1^{ar} = -\frac{R}{2\rho''\rho'} \{ [\xi_1^{ar} + \xi_2^{ar} - 0,171''(H_1 + H_2)\sin 2B] \Delta B + (\eta_1^{ar} + \eta_2^{ar}) \cos B_m \Delta L \}$$

Контрольні питання

1. Яка поверхня називається квазігеоїдом?
2. У чому полягає метод астрономічного нівелювання?
3. Що називається відхиленням прямовисної лінії?

ДОДАТКИ

Додаток 1

Завдання №1 до виконання лабораторної роботи №1

Визначення основних параметрів земного еліпсоїда

Бланк для відповіді

студент _____	
група _____	дата _____
варіант № _____	
параметри еліпсоїда:	
мала піввісь	
лінійний ексцентриситет	
перший ексцентриситет	
другий ексцентриситет	
полярний радіус кривини	

Ва- ріант	Вихідні дані	Визначити
1	Дано: Велика піввісь еліпсоїда 6376896 м., Полярне стиснення еліпсоїда 1 : 302,8	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г) другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
2	Дано: Велика піввісь еліпсоїда 6376945 м, Полярне стиснення еліпсоїда 1 : 302,5	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г) другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
3	Дано: Велика піввісь еліпсоїда 6376994 м, Полярне стиснення еліпсоїда 1 : 302,2	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г) другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
4	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377043 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 301,9	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г) другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.

5	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377092 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 301,6	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
6	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377141 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 301,3	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
7	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377190 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 301	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
8	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377239 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 300,7	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
9	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377288 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 300,4	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
10	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377337 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 300,1	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
11	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377386 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 299,8	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.

12	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377435 м. полярне стиснення еліпсоїда 1 : 299,5	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
13	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377484 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 299,2	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
14	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377533 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 298,9	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
15	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377582 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 298,6	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
16	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377631 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 298,3	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
17	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377680 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 298	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
18	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377729 м. , полярне стиснення еліпсоїда 1 : 297,7	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.

19	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377778 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 297,4	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
20	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377827 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 297,1	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
21	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377876 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 296,8	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
22	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377925 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 296,5	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
23	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6377974 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 296,2	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
24	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378023 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 295,9	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
25	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378072 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 295,6	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.

26	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378121 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 295,3	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
27	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378170 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 295	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
28	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378219 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 294,7	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
29	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378268 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 294,4	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.
30	Дано: велика піввісь еліпсоїда 6378317 м., полярне стиснення еліпсоїда 1 : 294,1	а) малу піввісь; б) лінійний ексцентриситет; в) перший ексцентриситет меридіанного еліпса; г)другий ексцентриситет меридіанного еліпса; д) полярний радіус кривини.

Завдання №1 до лабораторної роботи №2
Зв'язок між системами координат

студент				
група дата варіант №				
Геодезичні координати		Прямокутні прямолінійні координати		
B =	L =	x =	y =	L =
Геоцентричні координати		Просторові прямокутні координати		
Φ =	L =	X =	Y =	Z. =
Координати з приведеною широтою		u =	L =	
	Вихідні дані	Визначити		
1	Дано: Геодезичні координати точки B = 47° 06' 28,46", L = 33° 21' 26,25".	а) Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Φ i L . в) Координати з приведеною широтою точки u i L . г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .		
2	Дано: Геодезичні координати точки B = 47° 20' 30,86", L = 35° 41' 53,85".	а) Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Φ i L . в) Координати з приведеною широтою точки u i L . г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .		
3	Дано: Геодезичні координати точки B = 47° 34' 33,26", L = 38° 02' 21,45".	а) Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Φ i L . в) Координати з приведеною широтою точки u i L . г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .		
4	Дано: Геодезичні координати точки	а) Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана		

	$B = 47^{\circ} 48' 35,66''$, $L = 40^{\circ} 22' 49,05''$.	точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z.
5	Дано: Геодезичні координати точки $B = 48^{\circ} 02' 38,06''$, $L = 42^{\circ} 43' 16,65''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z.
6	Дано: Геодезичні координати точки $B = 48^{\circ} 16' 40,46''$, $L = 45^{\circ} 03' 44,25''$	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z.
7	Дано: Геодезичні координати точки $B = 48^{\circ} 30' 42,86''$, $L = 47^{\circ} 24' 11,85''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z.
8	Дано: Геодезичні координати точки $B = 48^{\circ} 44' 45,26''$, $L = 49^{\circ} 44' 39,45''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z.
9	Дано: Геодезичні координати точки $B = 48^{\circ} 58' 47,66''$, $L = 52^{\circ} 05' 07,05''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою

		точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
10	Дано: Геодезичні координати точки $B = 49^{\circ} 12' 50,06''$, $L = 54^{\circ} 25' 34,65''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
11	Дано: Геодезичні координати точки $B = 49^{\circ} 26' 52,46''$, $L = 56^{\circ} 46' 02,25''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
12	Дано: Геодезичні координати точки $B = 49^{\circ} 40' 54,86''$, $L = 59^{\circ} 06' 29,85''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
13	Дано: Геодезичні координати точки $B = 49^{\circ} 54' 57,26''$, $L = 61^{\circ} 26' 57,45''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
14	Дано: Геодезичні координати точки $B = 50^{\circ} 08' 59,66''$, $L = 63^{\circ} 47' 25,05''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .

15	Дано: Геодезичні координати точки $B = 50^{\circ} 23' 02,06''$, $L = 66^{\circ} 07' 52,65''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi_i L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u_i L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
16	Дано: Геодезичні координати точки $B = 50^{\circ} 37' 04,46''$, $L = 68^{\circ} 28' 20,25''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi_i L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u_i L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
17	Дано: Геодезичні координати точки $B = 50^{\circ} 51' 06,86''$, $L = 70^{\circ} 48' 47,85''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi_i L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u_i L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
18	Дано: Геодезичні координати точки $B = 51^{\circ} 05' 09,26''$, $L = 73^{\circ} 09' 15,45''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi_i L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u_i L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
19	Дано: Геодезичні координати точки $B = 51^{\circ} 19' 11,66''$, $L = 75^{\circ} 29' 43,05''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi_i L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u_i L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
20	Дано: Геодезичні координати точки $B = 51^{\circ} 33' 14,06''$,	а) Прямокутні прямолінійні координати x_i y , які віднесені до площини меридіана точки.

	$L = 77^{\circ} 50' 10,65''$.	б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
21	Дано: Геодезичні координати точки $B = 51^{\circ} 47' 16,46''$, $L = 80^{\circ} 10' 38,25''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
22	Дано: Геодезичні координати точки $B = 52^{\circ} 01' 18,86''$, $L = 82^{\circ} 31' 05,85''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
23	Дано: Геодезичні координати точки $B = 52^{\circ} 15' 21,26''$, $L = 84^{\circ} 51' 33,45''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
24	Дано: Геодезичні координати точки $B = 52^{\circ} 29' 23,66''$, $L = 87^{\circ} 12' 01,05''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою точки $u \ i \ L$. г) Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
25	Дано: Геодезичні координати точки $B = 52^{\circ} 43' 26,06''$, $L = 89^{\circ} 32' 28,65''$.	а) Прямокутні прямолінійні координати $x \ i \ y$, які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки $\Phi \ i \ L$. в) Координати з приведеною широтою

		точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
26	Дано: Геодезичні координати точки $B = 52^{\circ} 57' 28,46''$, $L = 91^{\circ} 52' 56,25''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
27	Дано: Геодезичні координати точки $B = 53^{\circ} 11' 30,86''$, $L = 94^{\circ} 13' 23,85''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
28	Дано: Геодезичні координати точки $B = 53^{\circ} 25' 33,26''$, $L = 96^{\circ} 33' 51,45''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
29	Дано: Геодезичні координати точки $B = 53^{\circ} 39' 35,66''$, $L = 98^{\circ} 54' 19,05''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .
30	Дано: Геодезичні координати точки $B = 53^{\circ} 53' 38,06''$, $L = 101^{\circ} 14' 46,65''$.	а)Прямокутні прямолінійні координати x i y , які віднесені до площини меридіана точки. б) Геоцентричні координати точки Ф i L . в)Координати з приведеною широтою точки u i L . г)Просторові прямокутні координати X, Y, Z .

Завдання №2 до лабораторної роботи №2

Зв'язок між системами координат

Бланк до виконання роботи

студент				
група дата варіант №				
Геодезичні координати			Прямокутні прямолінійні координати	
B =	L =	x =	y =	L =
Геоцентричні координати			Просторові прямокутні координати	
Φ =	L =	X =	Y =	Z =
Координати з приведеною широтою			u =	L =

Ва-ріант	Вихідні дані	Визначити
1	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 33° 21' 26,25", x = 4348979,161, y = 4650019,842.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Φ. в) Приведену широту точки u. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
2	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 35° 41' 53,85", x = 4329883,181, y = 4667687,501	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Φ. в) Приведену широту точки u. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
3	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 38° 02' 21,45", x = 4310714,418, y = 4685277,744.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Φ. в) Приведену широту точки u. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
4	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 40° 22' 49,05", x = 4291473,186, y = 4702790,273.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Φ. в) Приведену широту точки u. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.

5	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 42^{\circ} 43' 16,65''$, $x = 4272159,802$, $y = 4720224,787$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
6	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 45^{\circ} 03' 44,25''$, $x = 4252774,582$, $y = 4737580,989$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
7	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 47^{\circ} 24' 11,85''$, $x = 4233317,845$, $y = 4754858,582$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
8	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 49^{\circ} 44' 39,45''$, $x = 4213789,909$, $y = 4772057,272$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
9	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 52^{\circ} 05' 07,05''$, $x = 4194191,096$, $y = 4789176,763$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
10	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 54^{\circ} 25' 34,65''$, $x = 4174521,728$, $y = 4806216,763$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
11	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 56^{\circ} 46' 02,25''$, $x = 4154782,127$, $y = 4823176,981$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .

12	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 59^{\circ} 06' 29,85''$, $x = 4134972,619$, $y = 4840057,127$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
13	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана:	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
14	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 63^{\circ} 47' 25,05''$, $x = 4095145,185$, $y = 4873576,045$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
15	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 66^{\circ} 07' 52,65''$, $x = 4075127,915$, $y = 4890214,243$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
16	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 68^{\circ} 28' 20,25''$, $x = 4055042,047$, $y = 4906771,221$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
17	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 70^{\circ} 48' 47,85''$, $x = 4034887,914$, $y = 4923246,694$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .
18	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 73^{\circ} 09' 15,45''$, $x = 4014665,847$, $y = 4939640,38$.	а) Геодезичну широту точки В . б) Геоцентричну широту точки Ф . в) Приведену широту точки и . г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z .

19	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 75° 29' 43,05", x = 3994376,179, y = 4955951,997.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
20	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 77° 50' 10,65", x = 3974019,245, y = 4972181,266.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
21	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 80° 10' 38,25", x = 3953595,38, y = 4988327,909	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
22	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 82° 31' 05,85", x = 3933104,922, y = 5004391,647.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
23	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 84° 51' 33,45", x = 3912548,208, y = 5020372,206.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
24	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 87° 12' 01,05", x = 3891925,578, y = 5036269,31.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
25	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: L = 89° 32' 28,65", x = 3871237,372, y = 5052082,686.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.

26	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 91^{\circ} 52' 56,25''$, $x = 3850483,933$, $y = 5067812,063$.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
27	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 94^{\circ} 13' 23,85''$, $x = 3829665,602$, $y = 5083457,17$.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
28	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 96^{\circ} 33' 51,45''$, $x = 3808782,724$, $y = 5099017,739$.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
29	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 98^{\circ} 54' 19,05''$, $x = 3787835,645$, $y = 5114493,500$.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.
30	Дано: Прямокутні прямолінійні координати, що віднесені до площини меридіана: $L = 101^{\circ} 14' 46,65''$, $x = 3766824,711$, $y = 5129884,188$.	а) Геодезичну широту точки В. б) Геоцентричну широту точки Ф. в) Приведену широту точки и. г) Просторові прямокутні координати точки X, Y, Z.

Завдання №1 до лабораторної роботи №3
«Пряма геодезична задача»

Бланк до роботи Пряма геодезична задача

студент.....			
група.....дата.....варіант №.....			
$N_1 =$		$d =$	
$u =$		$\Delta\varphi =$	
$v =$		$V'^2 =$	
$b =$		$e'^2 =$	
$\varphi_0 =$		$\Delta B'' =$	
$c =$		$B_2 =$	
$\lambda =$		$L_2 =$	
$\tau =$		$\varepsilon'' =$	
$t'' =$		$A_{2-1} =$	
$l'' =$			

	Вихідні дані	Знайти
1	Дано: еліпсоїд Красовського $B_1 = 47^\circ 51' 10''$ $S_{1-2} = 5010 \text{ м.}$ $L_1 = 39^\circ 02' 15''$ $A_{1-2} = 54^\circ 17' 11''$	$B_2 = ?$ $L_2 = ?$ $A_{2-1} = ?$
2	Дано: еліпсоїд Красовського $B_1 = 47^\circ 52' 20''$ $S_{1-2} = 5020 \text{ м.}$ $L_1 = 39^\circ 04' 30''$ $A_{1-2} = 63^\circ 34' 22''$	$B_2 = ?$ $L_2 = ?$ $A_{2-1} = ?$
3	Дано: еліпсоїд Красовського $B_1 = 47^\circ 53' 30''$ $S_{1-2} = 5030 \text{ м.}$ $L_1 = 39^\circ 06' 45''$ $A_{1-2} = 72^\circ 51' 33''$	$B_2 = ?$ $L_2 = ?$ $A_{2-1} = ?$
4	Дано: еліпсоїд Красовського $B_1 = 47^\circ 54' 40''$ $S_{1-2} = 5040 \text{ м.}$ $L_1 = 39^\circ 09' 00''$ $A_{1-2} = 82^\circ 08' 44''$	$B_2 = ?$ $L_2 = ?$ $A_{2-1} = ?$
5	Дано: еліпсоїд Красовського $B_1 = 47^\circ 55' 50''$ $S_{1-2} = 5050 \text{ м.}$ $L_1 = 39^\circ 11' 15''$ $A_{1-2} = 91^\circ 25' 55''$	$B_2 = ?$ $L_2 = ?$ $A_{2-1} = ?$

6	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 47° 57' 00" S ₁₋₂ = 5060 м. L ₁ = 39° 13' 30" A ₁₋₂ = 100° 43' 06"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
7	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 47° 58' 10" S ₁₋₂ = 5070 м. L ₁ = 39° 15' 45" A ₁₋₂ = 110° 00' 17"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
8	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 47° 59' 20" S ₁₋₂ = 5080 м. L ₁ = 39° 18' 00" A ₁₋₂ = 119° 17' 28"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
9	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 00' 30" S ₁₋₂ = 5090 м. L ₁ = 39° 20' 15" A ₁₋₂ = 128° 34' 39"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
10	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 01' 40" S ₁₋₂ = 5100 м. L ₁ = 39° 22' 30" A ₁₋₂ = 137° 51' 50"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
11	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 02' 50" S ₁₋₂ = 5110 м. L ₁ = 39° 24' 45" A ₁₋₂ = 147° 09' 01"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
12	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 04' 00" S ₁₋₂ = 5120 м. L ₁ = 39° 27' 00" A ₁₋₂ = 156° 26' 12"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
13	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 05' 10" S ₁₋₂ = 5130 м. L ₁ = 39° 29' 15" A ₁₋₂ = 165° 43' 23"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
14	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 06' 20" S ₁₋₂ = 5140 м. L ₁ = 39° 31' 30" A ₁₋₂ = 175° 00' 34"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
15	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 07' 30" S ₁₋₂ = 5150 м. L ₁ = 39° 33' 45" A ₁₋₂ = 184° 17' 45"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
16	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 08' 40" S ₁₋₂ = 5160 м. L ₁ = 39° 36' 00" A ₁₋₂ = 193° 34' 56"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
17	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 09' 50" S ₁₋₂ = 5170 м. L ₁ = 39° 38' 15" A ₁₋₂ = 202° 52' 07"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
18	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 11' 00" S ₁₋₂ = 5180 м. L ₁ = 39° 40' 30" A ₁₋₂ = 212° 09' 18"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?

19	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 12' 10" S ₁₋₂ = 5190 м. L ₁ = 39° 42' 45" A ₁₋₂ = 221° 26' 29"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
20	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 13' 20" S ₁₋₂ = 5200 м. L ₁ = 39° 45' 00" A ₁₋₂ = 230° 43' 40"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
21	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 14' 30" S ₁₋₂ = 5210 м. L ₁ = 39° 47' 15" A ₁₋₂ = 240° 00' 51"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
22	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 15' 40" S ₁₋₂ = 5220 м. L ₁ = 39° 49' 30" A ₁₋₂ = 249° 18' 02"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
23	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 16' 50" S ₁₋₂ = 5230 м. L ₁ = 39° 51' 45" A ₁₋₂ = 258° 35' 13"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
24	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 18' 00" S ₁₋₂ = 5240 м. L ₁ = 39° 54' 00" A ₁₋₂ = 267° 52' 24"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
25	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 19' 10" S ₁₋₂ = 5250 м. L ₁ = 39° 56' 15" A ₁₋₂ = 277° 09' 35"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
26	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 20' 20" S ₁₋₂ = 5260 м. L ₁ = 39° 58' 30" A ₁₋₂ = 286° 26' 46"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
27	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 21' 30" S ₁₋₂ = 5270 м. L ₁ = 40° 00' 45" A ₁₋₂ = 295° 43' 57"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
28	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 22' 40" S ₁₋₂ = 5280 м. L ₁ = 40° 03' 00" A ₁₋₂ = 305° 01' 08"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
29	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 23' 50" S ₁₋₂ = 5290 м. L ₁ = 40° 05' 15" A ₁₋₂ = 314° 18' 19"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?
30	Дано: еліпсоїд Красовського B ₁ = 48° 25' 00" S ₁₋₂ = 5300 м. L ₁ = 40° 07' 30" A ₁₋₂ = 323° 35' 30"	B2 = ? L2 = ? A2-1 = ?

Завдання №2 до лабораторної роботи №3
Обернена геодезична задача

Варіант № 1		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ}20'00''$	$B_2 =$	$48^{\circ}22'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}34'02''$	$L_2 =$	$30^{\circ}37'58''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 2		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ}27' 30''$	$B_2 =$	$48^{\circ}30'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}34' 19''$	$L_2 =$	$30^{\circ}30'12''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
Варіант № 3		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ}35'00''$	$B_2 =$	$48^{\circ}32'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}34'36''$	$L_2 =$	$30^{\circ}38'54''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 4		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ} 42' 30''$	$B_2 =$	$48^{\circ}40'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 34' 53''$	$L_2 =$	$30^{\circ}30'24''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 5		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ}50'00''$	$B_2 =$	$48^{\circ}52'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 35' 10''$	$L_2 =$	$30^{\circ}39'50''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 6		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$48^{\circ} 57' 30''$	$B_2 =$	$49^{\circ}00'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 35' 27''$	$L_2 =$	$30^{\circ}30'36''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$

Варіант № 7		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}05'00''$	$B_2 =$	$49^{\circ}02'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}35'44''$	$L_2 =$	$30^{\circ}40'46''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 8		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}12'30''$	$B_2 =$	$49^{\circ}10'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}36'01''$	$L_2 =$	$30^{\circ}30'48''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 9		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}20'00''$	$B_2 =$	$49^{\circ}22'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}36'18''$	$L_2 =$	$30^{\circ}41'42''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 10		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}27'30''$	$B_2 =$	$49^{\circ}30'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}36'35''$	$L_2 =$	$30^{\circ}31'00''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 11		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}35'00''$	$B_2 =$	$49^{\circ}32'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}36'52''$	$L_2 =$	$30^{\circ}42'38''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 12		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}42'30''$	$B_2 =$	$49^{\circ}40'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}37'09''$	$L_2 =$	$30^{\circ}31'12''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 13		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ}50'00''$	$B_2 =$	$49^{\circ}52'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}37'26''$	$L_2 =$	$30^{\circ}43'34''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$

Варіант № 14		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$49^{\circ} 57' 30''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 00' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 37' 43''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 31' 24''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 15		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 05' 00''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 02' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 38' 00''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 44' 30''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 16		еліпсоїд Красовського		
	$L_1 =$	$30^{\circ} 38' 17''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 31' 36''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 17		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 20' 00''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 22' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 38' 34''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 45' 26''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 18		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 27' 30''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 30' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 38' 51''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 31' 48''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 19		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 35' 00''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 32' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 39' 08''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 46' 22''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 20		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 42' 30''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 40' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 39' 25''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 32' 00''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$B_m = ?$	$M_m = ?$
	$N_m = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$A_m = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$

Варіант № 21		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 50' 00''$	$B_2 =$	$50^{\circ} 52' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 39' 42''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 47' 18''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 22		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$50^{\circ} 57' 30''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 00' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 39' 59''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 32' 12''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 23		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ} 05' 00''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 02' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 40' 16''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 48' 14''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 24		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ} 12' 30''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 10' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 40' 33''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 32' 24''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 25		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ} 20' 00''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 22' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 40' 50''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 49' 10''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 26		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ} 27' 30''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 30' 00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 41' 07''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 32' 36''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 27		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ} 35' 00''$	$B_2 =$	$51^{\circ} 32' 30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ} 41' 24''$	$L_2 =$	$30^{\circ} 50' 06''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$

Варіант № 28		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ}42'30''$	$B_2 =$	$51^{\circ}40'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}41'41''$	$L_2 =$	$30^{\circ}32'48''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 29		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ}50'00''$	$B_2 =$	$51^{\circ}52'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}41'58''$	$L_2 =$	$30^{\circ}51'02''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 30		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$51^{\circ}57'30''$	$B_2 =$	$52^{\circ}00'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}42'15''$	$L_2 =$	$30^{\circ}33'00''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 31		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$52^{\circ}05'00''$	$B_2 =$	$52^{\circ}02'30''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}42'32''$	$L_2 =$	$30^{\circ}51'58''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$
Варіант № 32		еліпсоїд Красовського		
дано:	$B_1 =$	$52^{\circ}12'30''$	$B_2 =$	$52^{\circ}10'00''$
	$L_1 =$	$30^{\circ}42'49''$	$L_2 =$	$30^{\circ}33'12''$
найти:	$\Delta B = ?$	$l = ?$	$Bm = ?$	$Mm = ?$
	$Nm = ?$	$Q = ?$	$P = ?$	$t = ?$
	$Am = ?$	$A_{1-2} = ?$	$A_{2-1} = ?$	$S = ?$

Завдання №1 до лабораторної роботи №4
Визначення довжини дуги меридіана між точками з координатами

Варіант № 1	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 48^{\circ} 04' 04,42''$	$B_2 = 48^{\circ} 06' 38,41''$
$L_1 = 39^{\circ} 34' 04,4''$	$L_2 = 39^{\circ} 34' 04,4''$
Варіант № 2	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 48^{\circ} 18' 08,83''$	$B_2 = 48^{\circ} 20' 46,82''$
$L_1 = 40^{\circ} 08' 08,81''$	$L_2 = 40^{\circ} 08' 08,81''$
Варіант № 3	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 48^{\circ} 32' 13,25''$	$B_2 = 48^{\circ} 34' 55,24''$
$L_1 = 40^{\circ} 42' 13,21''$	$L_2 = 40^{\circ} 42' 13,21''$
Варіант № 4	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 48^{\circ} 46' 17,66''$	$B_2 = 48^{\circ} 49' 03,65''$
$L_1 = 41^{\circ} 16' 17,62''$	$L_2 = 41^{\circ} 16' 17,62''$
Варіант № 5	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 49^{\circ} 00' 22,08''$	$B_2 = 49^{\circ} 03' 12,06''$
$L_1 = 41^{\circ} 50' 22,02''$	$L_2 = 41^{\circ} 50' 22,02''$
Варіант № 6	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 49^{\circ} 14' 26,5''$	$B_2 = 49^{\circ} 17' 20,47''$
$L_1 = 42^{\circ} 24' 26,42''$	$L_2 = 42^{\circ} 24' 26,42''$

Варіант № 7	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 49^\circ 28' 30,91''$	$B_2 = 49^\circ 31' 28,88''$
$L_1 = 42^\circ 58' 30,83''$	$L_2 = 42^\circ 58' 30,83''$
Варіант № 8	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 49^\circ 42' 35,33''$	$B_2 = 49^\circ 45' 37,3''$
$L_1 = 43^\circ 32' 35,23''$	$L_2 = 43^\circ 32' 35,23''$
Варіант № 9	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 49^\circ 56' 39,74''$	$B_2 = 49^\circ 59' 45,71''$
$L_1 = 44^\circ 06' 39,64''$	$L_2 = 44^\circ 06' 39,64''$
Варіант № 10	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 50^\circ 10' 44,16''$	$B_2 = 50^\circ 13' 54,12''$
$L_1 = 44^\circ 40' 44,04''$	$L_2 = 44^\circ 40' 44,04''$
Варіант № 11	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 50^\circ 24' 48,58''$	$B_2 = 50^\circ 28' 02,53''$
$L_1 = 45^\circ 14' 48,44''$	$L_2 = 45^\circ 14' 48,44''$
Варіант № 12	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 50^\circ 38' 52,99''$	$B_2 = 50^\circ 42' 10,94''$
$L_1 = 45^\circ 48' 52,85''$	$L_2 = 45^\circ 48' 52,85''$
Варіант № 13	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 50^\circ 52' 57,41''$	$B_2 = 50^\circ 56' 19,36''$
$L_1 = 46^\circ 22' 57,25''$	$L_2 = 46^\circ 22' 57,25''$

Варіант № 14	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 07' 01,82''$	$B_2 = 51^{\circ} 10' 27,77''$
$L_1 = 46^{\circ} 57' 01,66''$	$L_2 = 46^{\circ} 57' 01,66''$
Варіант № 15	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 21' 06,24''$	$B_2 = 51^{\circ} 24' 36,18''$
$L_1 = 47^{\circ} 31' 06,06''$	$L_2 = 47^{\circ} 31' 06,06''$
Варіант № 16	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 35' 10,66''$	$B_2 = 51^{\circ} 38' 44,59''$
$L_1 = 48^{\circ} 05' 10,46''$	$L_2 = 48^{\circ} 05' 10,46''$
Варіант № 17	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 49' 15,07''$	$B_2 = 51^{\circ} 52' 53''$
$L_1 = 48^{\circ} 39' 14,87''$	$L_2 = 48^{\circ} 39' 14,87''$
Варіант № 18	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 03' 19,49''$	$B_2 = 52^{\circ} 07' 01,42''$
$L_1 = 49^{\circ} 13' 19,27''$	$L_2 = 49^{\circ} 13' 19,27''$
Варіант № 19	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 17' 23,9''$	$B_2 = 52^{\circ} 21' 09,83''$
$L_1 = 49^{\circ} 47' 23,68''$	$L_2 = 49^{\circ} 47' 23,68''$
Варіант № 20	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 31' 28,32''$	$B_2 = 52^{\circ} 35' 18,24''$
$L_1 = 50^{\circ} 21' 28,08''$	$L_2 = 50^{\circ} 21' 28,08''$

Варіант № 21	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 45' 32,74''$	$B_2 = 52^{\circ} 49' 26,65''$
$L_1 = 50^{\circ} 55' 32,48''$	$L_2 = 50^{\circ} 55' 32,48''$
Варіант № 22	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 59' 37,15''$	$B_2 = 53^{\circ} 03' 35,06''$
$L_1 = 51^{\circ} 29' 36,89''$	$L_2 = 51^{\circ} 29' 36,89''$
Варіант № 23	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 13' 41,57''$	$B_2 = 53^{\circ} 17' 43,48''$
$L_1 = 52^{\circ} 03' 41,29''$	$L_2 = 52^{\circ} 03' 41,29''$
Варіант № 24	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 27' 45,98''$	$B_2 = 53^{\circ} 31' 51,89''$
$L_1 = 52^{\circ} 37' 45,7''$	$L_2 = 52^{\circ} 37' 45,7''$
Варіант № 25	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 41' 50,4''$	$B_2 = 53^{\circ} 46' 00,3''$
$L_1 = 53^{\circ} 11' 50,1''$	$L_2 = 53^{\circ} 11' 50,1''$
Варіант № 26	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 55' 54,82''$	$B_2 = 54^{\circ} 00' 08,71''$
$L_1 = 53^{\circ} 45' 54,5''$	$L_2 = 53^{\circ} 45' 54,5''$
Варіант № 27	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами	
$B_1 = 54^{\circ} 09' 59,23''$	$B_2 = 54^{\circ} 14' 17,12''$
$L_1 = 54^{\circ} 19' 58,91''$	$L_2 = 54^{\circ} 19' 58,91''$

Варіант № 28

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 54^\circ 24' 03,65'' & i \quad B_2 = 54^\circ 28' 25,54'' \\ L_1 = 54^\circ 54' 03,31'' & L_2 = 54^\circ 54' 03,31'' \end{array}$$

Варіант № 29

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 54^\circ 38' 08,06'' & i \quad B_2 = 54^\circ 42' 33,95'' \\ L_1 = 55^\circ 28' 07,72'' & L_2 = 55^\circ 28' 07,72'' \end{array}$$

Варіант № 30

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги меридіана між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 54^\circ 52' 12,48'' & i \quad B_2 = 54^\circ 56' 42,36'' \\ L_1 = 56^\circ 02' 12,12'' & L_2 = 56^\circ 02' 12,12'' \end{array}$$

Завдання №2 до лабораторної роботи №4
Визначення довжини дуги паралелі між точками з координатами

Варіант № 1

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 48^\circ 10' 44,44'' & i \quad B_2 = 48^\circ 10' 44,44'' \\ L_1 = 39^\circ 34' 04,4'' & L_2 = 39^\circ 44' 29,08'' \end{array}$$

Варіант № 2

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 48^\circ 31' 28,89'' & i \quad B_2 = 48^\circ 31' 28,89'' \\ L_1 = 40^\circ 08' 08,81'' & L_2 = 40^\circ 25' 13,15'' \end{array}$$

Варіант № 3

Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами

$$\begin{array}{ll} B_1 = 48^\circ 52' 13,33'' & i \quad B_2 = 48^\circ 52' 13,33'' \\ L_1 = 40^\circ 42' 13,21'' & L_2 = 41^\circ 05' 57,23'' \end{array}$$

Варіант № 4	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 49^{\circ} 12' 57,78''$	$B_2 = 49^{\circ} 12' 57,78''$
$L_1 = 41^{\circ} 16' 17,62''$	$L_2 = 41^{\circ} 46' 41,3''$
Варіант № 5	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 49^{\circ} 33' 42,22''$	$B_2 = 49^{\circ} 33' 42,22''$
$L_1 = 41^{\circ} 50' 22,02''$	$L_2 = 42^{\circ} 27' 25,38''$
Варіант № 6	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 49^{\circ} 54' 26,66''$	$B_2 = 49^{\circ} 54' 26,66''$
$L_1 = 42^{\circ} 24' 26,42''$	$L_2 = 43^{\circ} 08' 09,46''$
Варіант № 7	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 50^{\circ} 15' 11,11''$	$B_2 = 50^{\circ} 15' 11,11''$
$L_1 = 42^{\circ} 58' 30,83''$	$L_2 = 43^{\circ} 48' 53,53''$
Варіант № 8	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 50^{\circ} 35' 55,55''$	$B_2 = 50^{\circ} 35' 55,55''$
$L_1 = 43^{\circ} 32' 35,23''$	$L_2 = 44^{\circ} 29' 37,61''$
Варіант № 9	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 50^{\circ} 56' 40''$	$B_2 = 50^{\circ} 56' 40''$
$L_1 = 44^{\circ} 06' 39,64''$	$L_2 = 45^{\circ} 10' 21,68''$
Варіант № 10	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 17' 24,44''$	$B_2 = 51^{\circ} 17' 24,44''$
$L_1 = 44^{\circ} 40' 44,04''$	$L_2 = 45^{\circ} 51' 05,76''$

Варіант № 11	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 38' 08,88''$	$B_2 = 51^{\circ} 38' 08,88''$
$L_1 = 45^{\circ} 14' 48,44''$	$L_2 = 46^{\circ} 31' 49,84''$
Варіант № 12	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 51^{\circ} 58' 53,33''$	$B_2 = 51^{\circ} 58' 53,33''$
$L_1 = 45^{\circ} 48' 52,85''$	$L_2 = 47^{\circ} 12' 33,91''$
Варіант № 13	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 19' 37,77''$	$B_2 = 52^{\circ} 19' 37,77''$
$L_1 = 46^{\circ} 22' 57,25''$	$L_2 = 47^{\circ} 53' 17,99''$
Варіант № 14	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 52^{\circ} 40' 22,22''$	$B_2 = 52^{\circ} 40' 22,22''$
$L_1 = 46^{\circ} 57' 01,66''$	$L_2 = 48^{\circ} 34' 02,06''$
Варіант № 15	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 01' 06,66''$	$B_2 = 53^{\circ} 01' 06,66''$
$L_1 = 47^{\circ} 31' 06,06''$	$L_2 = 49^{\circ} 14' 46,14''$
Варіант № 16	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 21' 51,1''$	$B_2 = 53^{\circ} 21' 51,1''$
$L_1 = 48^{\circ} 05' 10,46''$	$L_2 = 49^{\circ} 55' 30,22''$
Варіант № 17	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 53^{\circ} 42' 35,55''$	$B_2 = 53^{\circ} 42' 35,55''$
$L_1 = 48^{\circ} 39' 14,87''$	$L_2 = 50^{\circ} 36' 14,29''$

Варіант № 18	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 54^{\circ} 03' 19,99''$	$B_2 = 54^{\circ} 03' 19,99''$
$L_1 = 49^{\circ} 13' 19,27''$	$L_2 = 51^{\circ} 16' 58,37''$
Варіант № 19	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 54^{\circ} 24' 04,44''$	$B_2 = 54^{\circ} 24' 04,44''$
$L_1 = 49^{\circ} 47' 23,68''$	$L_2 = 51^{\circ} 57' 42,44''$
Варіант № 20	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 54^{\circ} 44' 48,88''$	$B_2 = 54^{\circ} 44' 48,88''$
$L_1 = 50^{\circ} 21' 28,08''$	$L_2 = 52^{\circ} 38' 26,52''$
Варіант № 21	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 55^{\circ} 05' 33,32''$	$B_2 = 55^{\circ} 05' 33,32''$
$L_1 = 50^{\circ} 55' 32,48''$	$L_2 = 53^{\circ} 19' 10,6''$
Варіант № 22	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 55^{\circ} 26' 17,77''$	$B_2 = 55^{\circ} 26' 17,77''$
$L_1 = 51^{\circ} 29' 36,89''$	$L_2 = 53^{\circ} 59' 54,67''$
Варіант № 23	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 55^{\circ} 47' 02,21''$	$B_2 = 55^{\circ} 47' 02,21''$
$L_1 = 52^{\circ} 03' 41,29''$	$L_2 = 54^{\circ} 40' 38,75''$
Варіант № 24	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 56^{\circ} 07' 46,66''$	$B_2 = 56^{\circ} 07' 46,66''$
$L_1 = 52^{\circ} 37' 45,7''$	$L_2 = 55^{\circ} 21' 22,82''$

Варіант № 25	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 56^\circ 28' 31,1''$	$B_2 = 56^\circ 28' 31,1''$
$L_1 = 53^\circ 11' 50,1''$	$L_2 = 56^\circ 02' 06,9''$
Варіант № 26	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 56^\circ 49' 15,55''$	$B_2 = 56^\circ 49' 15,55''$
$L_1 = 53^\circ 45' 54,5''$	$L_2 = 56^\circ 42' 50,98''$
Варіант № 27	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 57^\circ 09' 59,99''$	$B_2 = 57^\circ 09' 59,99''$
$L_1 = 54^\circ 19' 58,91''$	$L_2 = 57^\circ 23' 35,05''$
Варіант № 28	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 57^\circ 30' 44,43''$	$B_2 = 57^\circ 30' 44,43''$
$L_1 = 54^\circ 54' 03,31''$	$L_2 = 58^\circ 04' 19,13''$
Варіант № 29	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 57^\circ 51' 28,88''$	$B_2 = 57^\circ 51' 28,88''$
$L_1 = 55^\circ 28' 07,72''$	$L_2 = 58^\circ 45' 03,2''$
Варіант № 30	
Для еліпсоїда Красовського визначити довжину дуги паралелі між точками з координатами	
$B_1 = 58^\circ 12' 13,32''$	$B_2 = 58^\circ 12' 13,32''$
$L_1 = 56^\circ 02' 12,12''$	$L_2 = 59^\circ 25' 47,28''$

Завдання до лабораторної роботи №5
Обчислення довжин сторін і площі сфероїдної трапеції

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи №5
«Обчислення довжин сторін і площі сфероїдної трапеції»

Варіант	B ₁	B ₂	L ₁	L ₂	Номенклатура трапеції
1	51°40'	52°00'	28°00'	28°30'	
2	51°40'	52°00'	28°30'	29°00'	
3	51°20'	51°40'	28°00'	28°30'	
4	51°20'	51°40'	28°30'	29°00'	
5	51°20'	52°00'	28°00'	29°00'	
6	51°40'	52°00'	29°00'	29°30'	
7	51°40'	52°00'	29°30'	30°00'	
8	51°20'	51°40'	29°00'	29°30'	
9	51°20'	51°40'	29°30'	30°00'	
10	51°20'	52°00'	29°00'	30°00'	
11	51°40'	52°00'	30°00'	30°30'	
12	51°40'	52°00'	30°30'	31°00'	
13	51°20'	51°40'	30°00'	30°30'	
14	51°20'	51°40'	30°30'	31°00'	
15	51°20'	52°00'	30°00'	31°00'	
16	51°40'	52°00'	31°00'	31°30'	
17	51°40'	52°00'	31°30'	32°00'	
18	51°20'	51°40'	31°00'	31°30'	
19	51°20'	51°40'	31°30'	32°00'	
20	51°20'	52°00'	31°00'	32°00'	
21	51°00'	51°20'	28°00'	28°30'	
22	51°00'	51°20'	28°30'	29°00'	
23	50°40'	51°00'	28°00'	28°30'	
24	50°40'	51°00'	28°30'	29°00'	
25	50°40'	51°20'	28°00'	29°00'	
26	51°00'	51°20'	29°00'	29°30'	
27	51°00'	51°20'	29°30'	30°00'	
28	50°40'	51°00'	29°00'	29°30'	
29	50°40'	51°00'	29°30'	30°00'	
30	50°40'	51°20'	29°00'	29°30'	

Завдання 1 до лабораторної роботи №6

Розв'язання сферичних трикутників

Вихідні дані для виконання завдання 1 лабораторної роботи №6

Варіант № 0 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 48^\circ 12' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44797,28$ м., $BC = 38981,59$ м., $AC = 46765,07$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 1 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^\circ 52' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44802,95$ м., $BC = 38998,87$ м., $AC = 46767,81$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 2 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^\circ 33' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44808,62$ м., $BC = 39016,15$ м., $AC = 46770,55$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 3 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^\circ 14' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44814,29$ м., $BC = 39033,43$ м., $AC = 46773,29$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 4 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^\circ 55' 12''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44819,96$ м., $BC = 39050,71$ м., $AC = 46776,03$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 5 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^\circ 36' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44825,63$ м., $BC = 39067,99$ м., $AC = 46778,77$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.

Варіант № 6 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^{\circ} 16' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44831,3$ м., $BC = 39085,27$ м., $AC = 46781,51$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 7 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 57' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44836,97$ м., $BC = 39102,55$ м., $AC = 46784,25$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 8 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 38' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44842,64$ м., $BC = 39119,83$ м., $AC = 46786,99$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 9 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 19' 12''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44848,31$ м., $BC = 39137,11$ м., $AC = 46789,73$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 10 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 00' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44853,98$ м., $BC = 39154,39$ м., $AC = 46792,47$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 11 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^{\circ} 40' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44859,65$ м., $BC = 39171,67$ м., $AC = 46795,21$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 12 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^{\circ} 21' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44865,32$ м., $BC = 39188,95$ м., $AC = 46797,95$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.

Варіант № 13 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^{\circ} 02' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44870,99$ м., $BC = 39206,23$ м., $AC = 46800,69$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 14 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 48^{\circ} 42' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44876,66$ м., $BC = 39223,51$ м., $AC = 46803,43$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 15 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 48^{\circ} 23' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44882,33$ м., $BC = 39240,79$ м., $AC = 46806,17$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 16 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 48^{\circ} 04' 12''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44888$ м., $BC = 39258,07$ м., $AC = 46808,91$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 17 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^{\circ} 45' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44893,67$ м., $BC = 39275,35$ м., $AC = 46811,65$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 18 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^{\circ} 25' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44899,34$ м., $BC = 39292,63$ м., $AC = 46814,39$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 19 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 47^{\circ} 06' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44905,01$ м., $BC = 39309,91$ м., $AC = 46817,13$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.

Варіант № 20 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^{\circ} 47' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44910,68$ м., $BC = 39327,19$ м., $AC = 46819,87$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 21 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^{\circ} 28' 12''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44916,35$ м., $BC = 39344,47$ м., $AC = 46822,61$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 22 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 46^{\circ} 09' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44922,02$ м., $BC = 39361,75$ м., $AC = 46825,35$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 23 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 49' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44927,69$ м., $BC = 39379,03$ м., $AC = 46828,09$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 24 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 30' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44933,36$ м., $BC = 39396,31$ м., $AC = 46830,83$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 25 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 45^{\circ} 11' 24''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44939,03$ м., $BC = 39413,59$ м., $AC = 46833,57$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 26 <u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^{\circ} 52' 12''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44944,7$ м., $BC = 39430,87$ м., $AC = 46836,31$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.

Варіант № 27
<u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^\circ 33' 00''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44950,37$ м., $BC = 39448,15$ м., $AC = 46839,05$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 28
<u>Еліпсоїд Красовського.</u> $B_m = 44^\circ 13' 48''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44956,04$ м., $BC = 39465,43$ м., $AC = 46841,79$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 29
<u>Еліпсоїд красовського.</u> $B_m = 43^\circ 54' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44961,71$ м., $BC = 39482,71$ м., $AC = 46844,53$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.
Варіант № 30
<u>Еліпсоїд красовського.</u> $B_m = 43^\circ 36' 36''$ Для сфероїдного трикутника ABC із сторонами: $AB = 44967,38$ м., $BC = 39499,99$ м., $AC = 46847,27$ м. Визначити: Приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сферичний надлишок ϵ'' і кути сферичного трикутника A,B,C.

Бланк для розв'язку

студент		група		дата		варіант №	
В	$M =$	$N =$	$R^2 =$	$R =$			
=							
В е р ш и н и	Сторони трикутни ка	$p - s$	$p(p - s)$	$\text{tg}^{B/2}$ $\text{tg}^{A/2}$ $\text{tg}^{C/2}$	Кути плоского трикутника B_1, A_1, C_1	ϵ	Кути сферичного трикутника B, A, C
В							
А							
С							
2			$p^2 =$				
р			$P =$	$2f =$	$\epsilon'' =$		

Завдання №2 до лабораторної роботи №6

Розв'язання сферичних трикутників

Вихідні дані для виконання завдання 2 лабораторної роботи №6

Варіант № 0
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44797,28$ м., кут $A = 50^\circ 20' 19,97''$, кут $C = 62^\circ 12' 45,12''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 48^\circ 12' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 1
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44802,95$ м., кут $A = 50^\circ 21' 28,91''$, кут $C = 62^\circ 12' 29,61''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 52' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 2
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44808,62$ м., кут $A = 50^\circ 22' 37,84''$, кут $C = 62^\circ 12' 14,09''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 33' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 3
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44814,29$ м., кут $A = 50^\circ 23' 46,76''$, кут $C = 62^\circ 11' 58,55''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 14' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 4
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44819,96$ м., кут $A = 50^\circ 24' 55,67''$, кут $C = 62^\circ 11' 43''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 55' 12''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 5
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44825,63$ м., кут $A = 50^\circ 26' 04,57''$, кут $C = 62^\circ 11' 27,43''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 36' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .
Варіант № 6
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44831,3$ м., кут $A = 50^\circ 27' 13,46''$, кут $C = 62^\circ 11' 11,85''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 16' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC .

Варіант № 7 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44836,97$ м., кут $A = 50^\circ 28' 22,35''$, кут $C = 62^\circ 10' 56,26''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 57' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 8 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44842,64$ м., кут $A = 50^\circ 29' 31,22''$, кут $C = 62^\circ 10' 40,65''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 38' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 9 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44848,31$ м., кут $A = 50^\circ 30' 40,09''$, кут $C = 62^\circ 10' 25,02''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 19' 12''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 10 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44853,98$ м., кут $A = 50^\circ 31' 48,95''$, кут $C = 62^\circ 10' 09,39''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 00' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 11 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44859,65$ м., кут $A = 50^\circ 32' 57,8''$, кут $C = 62^\circ 09' 53,73''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 40' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 12 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44865,32$ м., кут $A = 50^\circ 34' 06,64''$, кут $C = 62^\circ 09' 38,07''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 21' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 13 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44870,99$ м., кут $A = 50^\circ 35' 15,47''$, кут $C = 62^\circ 09' 22,39''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 02' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут В сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.

Варіант № 14 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44876,66$ м., кут $A = 50^\circ 36' 24,29''$, кут $C = 62^\circ 09' 06,69''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 48^\circ 42' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 15 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44882,33$ м., кут $A = 50^\circ 37' 33,1''$, кут $C = 62^\circ 08' 50,98''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 48^\circ 23' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 16 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44888$ м., кут $A = 50^\circ 38' 41,9''$, кут $C = 62^\circ 08' 35,26''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 48^\circ 04' 12''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 17 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44893,67$ м., кут $A = 50^\circ 39' 50,7''$, кут $C = 62^\circ 08' 19,52''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 45' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 18 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44899,34$ м., кут $A = 50^\circ 40' 59,49''$, кут $C = 62^\circ 08' 03,77''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 25' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 19 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44905,01$ м., кут $A = 50^\circ 42' 08,26''$, кут $C = 62^\circ 07' 48,01''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 47^\circ 06' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 20 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44910,68$ м., кут $A = 50^\circ 43' 17,03''$, кут $C = 62^\circ 07' 32,23''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 47' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.

Варіант № 21 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44916,35$ м., кут $A = 50^\circ 44' 25,79''$, кут $C = 62^\circ 07' 16,44''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 28' 12''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 22 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44922,02$ м., кут $A = 50^\circ 45' 34,54''$, кут $C = 62^\circ 07' 00,63''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 46^\circ 09' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 23 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44927,69$ м., кут $A = 50^\circ 46' 43,28''$, кут $C = 62^\circ 06' 44,81''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 49' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 24 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44933,36$ м., кут $A = 50^\circ 47' 52,02''$, кут $C = 62^\circ 06' 28,97''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 30' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 25 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44939,03$ м., кут $A = 50^\circ 49' 00,74''$, кут $C = 62^\circ 06' 13,13''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 45^\circ 11' 24''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 26 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44944,7$ м., кут $A = 50^\circ 50' 09,46''$, кут $C = 62^\circ 05' 57,26''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 52' 12''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.
Варіант № 27 Для сферичного трикутника ABC дано: сторона $AB = 44950,37$ м., кут $A = 50^\circ 51' 18,16''$, кут $C = 62^\circ 05' 41,39''$. Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 33' 00''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'', кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1, сторони BC і AC.

Варіант № 28							
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона AB = 44956,04 м., кут A = 50° 52' 26,86", кут C = 62° 05' 25,5". Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 44^\circ 13' 48''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC.							
Варіант № 29							
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона AB = 44961,71 м., кут A = 50° 53' 35,55", кут C = 62° 05' 09,59". Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 43^\circ 54' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC.							
Варіант № 30							
Для сферичного трикутника ABC дано: сторона AB = 44967,38 м., кут A = 50° 54' 44,23", кут C = 62° 04' 53,67". Еліпсоїд Красовського. Середня широта $B_m = 43^\circ 36' 36''$. Визначити: Сферичний надлишок ε'' , кут B сферичного трикутника, приведені кути плоского трикутника A_1, B_1, C_1 , сторони BC і AC.							

Бланк для розв'язку

студент			група		дата		варіант №	
B =		M =	N =	$R^2 =$			R =	
Вершини	Кути сферичного трикутника	$\frac{-\varepsilon}{3}$	Кути плоского трикутника	Синуси кутів плоского трикутника	Сторони сферичного трикутника		Обчислення сферичного надлишку ε	
B					AC		f =	
A					BC		P =	
C					AB		$\varepsilon'' =$	
Σ								

Додаток 7

Завдання до лабораторної роботи №7

Перетворення координат із однієї зони в іншу без таблиць з врахуванням повороту осей

Вихідні дані для виконання завдання лабораторної роботи №7

Варіант № 1			№ кулі трапелі	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
шестиградусна зона № 7				L ₀ = 39°			
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5319525,66 y = -145446,98	1	48° 00' 00"	37° 01' 52,5"	5 320 397,38	-146 918,13		
	2	48° 00' 00"	37° 03' 45"	5 320 338,28	-144 586,18		
	3	47° 58' 45"	37° 03' 45"	5 318 021,92	-144 644,41		
	4	47° 58' 45"	37° 01' 52,5"	5 318 081,02	-146 977,29		
№4	Визначити Оср и Кср		тройхградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в тройхградусну зону № 12	1	48° 00' 00"	37° 01' 52,5"	5 319 035,93	76 958,25		
	2	48° 00' 00"	37° 03' 45"	5 319 067,60	79 290,29		
	3	47° 58' 45"	37° 03' 45"	5 316 751,14	79 322,21		
	4	47° 58' 45"	37° 01' 52,5"	5 316 719,47	76 989,23		
Варіант № 2			№ кулі трапелі	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
шестиградусна зона № 7				L ₀ = 39°			
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5317186,73 y = -145529,46	1	47° 58' 45"	37° 01' 52,5"	5 318 081,02	-146 977,29		
	2	47° 58' 45"	37° 03' 45"	5 318 021,92	-144 644,41		
	3	47° 57' 30"	37° 03' 45"	5 315 705,56	-144 702,61		
	4	47° 57' 30"	37° 01' 52,5"	5 315 764,66	-147 036,43		
№4	Визначити Оср и Кср		тройхградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в тройхградусну зону № 12	1	47° 58' 45"	37° 01' 52,5"	5 316 719,47	76 989,23		
	2	47° 58' 45"	37° 03' 45"	5 316 751,14	79 322,21		
	3	47° 57' 30"	37° 03' 45"	5 314 434,69	79 354,12		
	4	47° 57' 30"	37° 01' 52,5"	5 314 403,02	77 020,20		
Варіант № 3			№ кулі трапелі	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
шестиградусна зона № 7				L ₀ = 39°			
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5314847,81 y = -145611,93	1	47° 57' 30"	37° 01' 52,5"	5 315 764,66	-147 036,43		
	2	47° 57' 30"	37° 03' 45"	5 315 705,56	-144 702,61		
	3	47° 56' 15"	37° 03' 45"	5 313 389,21	-144 760,80		
	4	47° 56' 15"	37° 01' 52,5"	5 313 448,32	-147 095,55		
№4	Визначити Оср и Кср		тройхградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в тройхградусну зону № 12	1	47° 57' 30"	37° 01' 52,5"	5 314 403,02	77 020,20		
	2	47° 57' 30"	37° 03' 45"	5 314 434,69	79 354,12		
	3	47° 56' 15"	37° 03' 45"	5 312 118,25	79 386,02		
	4	47° 56' 15"	37° 01' 52,5"	5 312 086,57	77 051,17		
Варіант № 4			№ кулі трапелі	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
шестиградусна зона № 7				L ₀ = 39°			
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5312508,89 y = -145694,4	1	47° 56' 15"	37° 01' 52,5"	5 313 448,32	-147 095,55		
	2	47° 56' 15"	37° 03' 45"	5 313 389,21	-144 760,80		
	3	47° 55' 00"	37° 03' 45"	5 311 072,87	-144 818,96		
	4	47° 55' 00"	37° 01' 52,5"	5 311 131,98	-147 154,66		
№4	Визначити Оср и Кср		тройхградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в тройхградусну зону № 12	1	47° 56' 15"	37° 01' 52,5"	5 312 086,57	77 051,17		
	2	47° 56' 15"	37° 03' 45"	5 312 118,25	79 386,02		
	3	47° 55' 00"	37° 03' 45"	5 309 801,81	79 417,91		
	4	47° 55' 00"	37° 01' 52,5"	5 309 770,13	77 082,12		
Варіант № 5			№ кулі трапелі	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
шестиградусна зона № 7				L ₀ = 39°			
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5310169,98 y = -145776,87	1	47° 55' 00"	37° 01' 52,5"	5 311 131,98	-147 154,66		
	2	47° 55' 00"	37° 03' 45"	5 311 072,87	-144 818,96		
	3	47° 53' 45"	37° 03' 45"	5 308 756,53	-144 877,11		
	4	47° 53' 45"	37° 01' 52,5"	5 308 815,65	-147 213,74		
№4	Визначити Оср и Кср		тройхградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в тройхградусну зону № 12	1	47° 55' 00"	37° 01' 52,5"	5 309 770,13	77 082,12		
	2	47° 55' 00"	37° 03' 45"	5 309 801,81	79 417,91		
	3	47° 53' 45"	37° 03' 45"	5 307 485,39	79 449,79		
	4	47° 53' 45"	37° 01' 52,5"	5 307 453,71	77 113,06		

Варіант № 6			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5307831,08 y = -145859,34			шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°		
			1	47° 53' 45"	37° 01' 52,5"	5 308 815,65	-147 213,74
			2	47° 53' 45"	37° 03' 45"	5 308 756,53	-144 877,11
			3	47° 52' 30"	37° 03' 45"	5 306 440,21	-144 935,23
			4	47° 52' 30"	37° 01' 52,5"	5 306 499,33	-147 272,81
№4		№3	трьохградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Визначити Оєр і Кєр Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в трьохградусну зону № 12			1	47° 53' 45"	37° 01' 52,5"	5 307 453,71	77 113,06
			2	47° 53' 45"	37° 03' 45"	5 307 485,39	79 449,79
			3	47° 52' 30"	37° 03' 45"	5 305 168,97	79 481,66
			4	47° 52' 30"	37° 01' 52,5"	5 305 137,28	77 143,99
Варіант № 7			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5305492,19 y = -145941,81			шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°		
			1	47° 52' 30"	37° 01' 52,5"	5 306 499,33	-147 272,81
			2	47° 52' 30"	37° 03' 45"	5 306 440,21	-144 935,23
			3	47° 51' 15"	37° 03' 45"	5 304 123,89	-144 993,34
			4	47° 51' 15"	37° 01' 52,5"	5 304 183,02	-147 331,85
№4		№3	трьохградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Визначити Оєр і Кєр Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в трьохградусну зону № 12			1	47° 52' 30"	37° 01' 52,5"	5 305 137,28	77 143,99
			2	47° 52' 30"	37° 03' 45"	5 305 168,97	79 481,66
			3	47° 51' 15"	37° 03' 45"	5 302 852,56	79 513,52
			4	47° 51' 15"	37° 01' 52,5"	5 302 820,87	77 174,91
Варіант № 8			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5303153,3 y = -146024,28			шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°		
			1	47° 51' 15"	37° 01' 52,5"	5 304 183,02	-147 331,85
			2	47° 51' 15"	37° 03' 45"	5 304 123,89	-144 993,34
			3	47° 50' 00"	37° 03' 45"	5 301 807,58	-145 051,43
			4	47° 50' 00"	37° 01' 52,5"	5 301 866,71	-147 390,88
№4		№3	трьохградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Визначити Оєр і Кєр Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в трьохградусну зону № 12			1	47° 51' 15"	37° 01' 52,5"	5 302 820,87	77 174,91
			2	47° 51' 15"	37° 03' 45"	5 302 852,56	79 513,52
			3	47° 50' 00"	37° 03' 45"	5 300 536,15	79 545,37
			4	47° 50' 00"	37° 01' 52,5"	5 300 504,47	77 205,82
Варіант № 9			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5300814,42 y = -146106,75			шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°		
			1	47° 50' 00"	37° 01' 52,5"	5 301 866,71	-147 390,88
			2	47° 50' 00"	37° 03' 45"	5 301 807,58	-145 051,43
			3	47° 48' 45"	37° 03' 45"	5 299 491,27	-145 109,50
			4	47° 48' 45"	37° 01' 52,5"	5 299 550,41	-147 449,88
№4		№3	трьохградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Визначити Оєр і Кєр Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в трьохградусну зону № 12			1	47° 50' 00"	37° 01' 52,5"	5 300 504,47	77 205,82
			2	47° 50' 00"	37° 03' 45"	5 300 536,15	79 545,37
			3	47° 48' 45"	37° 03' 45"	5 298 219,76	79 577,20
			4	47° 48' 45"	37° 01' 52,5"	5 298 188,07	77 236,72
Варіант № 10			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
△№5 шестиградусна зона № 7 X = 5298475,55 y = -146189,22			шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°		
			1	47° 48' 45"	37° 01' 52,5"	5 299 550,41	-147 449,88
			2	47° 48' 45"	37° 03' 45"	5 299 491,27	-145 109,50
			3	47° 47' 30"	37° 03' 45"	5 297 174,98	-145 167,55
			4	47° 47' 30"	37° 01' 52,5"	5 297 234,12	-147 508,87
№4		№3	трьохградусна зона № 12		L ₀ = 36°		
Визначити Оєр і Кєр Перетворити координати точки №5 із шестиградусної зони № 7 в трьохградусну зону № 12			1	47° 48' 45"	37° 01' 52,5"	5 298 188,07	77 236,72
			2	47° 48' 45"	37° 03' 45"	5 298 219,76	79 577,20
			3	47° 47' 30"	37° 03' 45"	5 295 903,37	79 609,03
			4	47° 47' 30"	37° 01' 52,5"	5 295 871,68	77 267,61

Варіант № 11			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°	
	△ №5			1	47° 47' 30"	37° 01' 52,5"	5 297 234,12
	шестиградусна зона № 7			2	47° 47' 30"	37° 03' 45"	5 297 174,98
	X = 5296136,69			3	47° 46' 15"	37° 03' 45"	5 294 858,69
	y = -146271,68			4	47° 46' 15"	37° 01' 52,5"	5 294 917,83
				триоградусна зона № 12		L ₀ = 36°	
№4		№3		1	47° 47' 30"	37° 01' 52,5"	5 295 871,68
	Визначити Оср і Кср			2	47° 47' 30"	37° 03' 45"	5 295 903,37
	Перетворити координати точки №5			3	47° 46' 15"	37° 03' 45"	5 293 587,00
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 46' 15"	37° 01' 52,5"	5 293 555,30
	в триоградусну зону № 12						77 298,49
Варіант № 12			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°	
	△ №5			1	47° 46' 15"	37° 01' 52,5"	5 294 917,83
	шестиградусна зона № 7			2	47° 46' 15"	37° 03' 45"	5 294 858,69
	X = 5293797,84			3	47° 45' 00"	37° 03' 45"	5 292 542,41
	y = -146354,14			4	47° 45' 00"	37° 01' 52,5"	5 292 601,56
				триоградусна зона № 12		L ₀ = 36°	
№4		№3		1	47° 46' 15"	37° 01' 52,5"	5 293 555,30
	Визначити Оср і Кср			2	47° 46' 15"	37° 03' 45"	5 293 587,00
	Перетворити координати точки №5			3	47° 45' 00"	37° 03' 45"	5 291 270,63
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 45' 00"	37° 01' 52,5"	5 291 238,93
	в триоградусну зону № 12						77 329,36
Варіант № 13			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°	
	△ №5			1	47° 45' 00"	37° 01' 52,5"	5 292 601,56
	шестиградусна зона № 7			2	47° 45' 00"	37° 03' 45"	5 292 542,41
	X = 5291458,99			3	47° 43' 45"	37° 03' 45"	5 290 226,13
	y = -146346,61			4	47° 43' 45"	37° 01' 52,5"	5 290 285,29
				триоградусна зона № 12		L ₀ = 36°	
№4		№3		1	47° 45' 00"	37° 01' 52,5"	5 291 238,93
	Визначити Оср і Кср			2	47° 45' 00"	37° 03' 45"	5 288 954,27
	Перетворити координати точки №5			3	47° 43' 45"	37° 03' 45"	5 288 922,57
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 43' 45"	37° 01' 52,5"	5 288 922,57
	в триоградусну зону № 12						77 360,22
Варіант № 14			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°	
	△ №5			1	47° 43' 45"	37° 01' 52,5"	5 290 285,29
	шестиградусна зона № 7			2	47° 43' 45"	37° 03' 45"	5 290 226,13
	X = 5289120,15			3	47° 42' 30"	37° 03' 45"	5 287 909,87
	y = -146519,07			4	47° 42' 30"	37° 01' 52,5"	5 287 969,02
				триоградусна зона № 12		L ₀ = 36°	
№4		№3		1	47° 43' 45"	37° 01' 52,5"	5 288 922,57
	Визначити Оср і Кср			2	47° 43' 45"	37° 03' 45"	5 288 954,27
	Перетворити координати точки №5			3	47° 42' 30"	37° 03' 45"	5 286 637,91
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 42' 30"	37° 01' 52,5"	5 286 606,21
	в триоградусну зону № 12						77 391,07
Варіант № 15			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		L ₀ = 39°	
	△ №5			1	47° 42' 30"	37° 01' 52,5"	5 287 969,02
	шестиградусна зона № 7			2	47° 42' 30"	37° 03' 45"	5 287 909,87
	X = 5286781,32			3	47° 41' 15"	37° 03' 45"	5 285 593,61
	y = -146601,53			4	47° 41' 15"	37° 01' 52,5"	5 285 652,77
				триоградусна зона № 12		L ₀ = 36°	
№4		№3		1	47° 42' 30"	37° 01' 52,5"	5 286 606,21
	Визначити Оср і Кср			2	47° 42' 30"	37° 03' 45"	5 286 637,91
	Перетворити координати точки №5			3	47° 41' 15"	37° 03' 45"	5 284 321,57
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 41' 15"	37° 01' 52,5"	5 284 289,86
	в триоградусну зону № 12						77 421,91

Варіант № 16			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 41' 15"	37° 01' 52,5"	5 285 652,77
	шестиградусна зона № 7			2	47° 41' 15"	37° 03' 45"	5 285 593,61
	X = 5284442,49			3	47° 40' 00"	37° 03' 45"	5 283 277,36
	y = -146683,99			4	47° 40' 00"	37° 01' 52,5"	5 283 336,52
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср і Кср			1	47° 41' 15"	37° 01' 52,5"	5 284 289,86
	Перетворити координати точки №5			2	47° 41' 15"	37° 03' 45"	5 284 321,57
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 40' 00"	37° 03' 45"	5 282 005,23
	в трихградусну зону № 12			4	47° 40' 00"	37° 01' 52,5"	5 281 973,52
							77 452,74
Варіант № 17			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 40' 00"	37° 01' 52,5"	5 283 336,52
	шестиградусна зона № 7			2	47° 40' 00"	37° 03' 45"	5 283 277,36
	X = 5282103,68			3	47° 38' 45"	37° 03' 45"	5 280 961,11
	y = -146766,45			4	47° 38' 45"	37° 01' 52,5"	5 281 020,28
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср і Кср			1	47° 40' 00"	37° 01' 52,5"	5 281 973,52
	Перетворити координати точки №5			2	47° 40' 00"	37° 03' 45"	5 282 005,23
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 38' 45"	37° 03' 45"	5 279 688,90
	в трихградусну зону № 12			4	47° 38' 45"	37° 01' 52,5"	5 279 657,19
							77 483,55
Варіант № 18			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 38' 45"	37° 01' 52,5"	5 281 020,28
	шестиградусна зона № 7			2	47° 38' 45"	37° 03' 45"	5 280 961,11
	X = 5279764,87			3	47° 37' 30"	37° 03' 45"	5 278 644,87
	y = -146848,9			4	47° 37' 30"	37° 01' 52,5"	5 278 704,05
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср і Кср			1	47° 38' 45"	37° 01' 52,5"	5 279 657,19
	Перетворити координати точки №5			2	47° 38' 45"	37° 03' 45"	5 279 688,90
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 37' 30"	37° 03' 45"	5 277 372,58
	в трихградусну зону № 12			4	47° 37' 30"	37° 01' 52,5"	5 277 340,87
							77 514,36
Варіант № 19			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 37' 30"	37° 01' 52,5"	5 278 704,05
	шестиградусна зона № 7			2	47° 37' 30"	37° 03' 45"	5 278 644,87
	X = 5277426,07			3	47° 36' 15"	37° 03' 45"	5 276 328,65
	y = -146931,36			4	47° 36' 15"	37° 01' 52,5"	5 276 387,82
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср і Кср			1	47° 37' 30"	37° 01' 52,5"	5 277 340,87
	Перетворити координати точки №5			2	47° 37' 30"	37° 03' 45"	5 277 372,58
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 36' 15"	37° 03' 45"	5 275 056,27
	в трихградусну зону № 12			4	47° 36' 15"	37° 01' 52,5"	5 275 024,56
							77 545,16
Варіант № 20			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 36' 15"	37° 01' 52,5"	5 276 387,82
	шестиградусна зона № 7			2	47° 36' 15"	37° 03' 45"	5 276 328,65
	X = 5275087,27			3	47° 35' 00"	37° 03' 45"	5 274 012,42
	y = -147013,81			4	47° 35' 00"	37° 01' 52,5"	5 274 071,60
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср і Кср			1	47° 36' 15"	37° 01' 52,5"	5 275 024,56
	Перетворити координати точки №5			2	47° 36' 15"	37° 03' 45"	5 275 056,27
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 35' 00"	37° 03' 45"	5 272 739,96
	в трихградусну зону № 12			4	47° 35' 00"	37° 01' 52,5"	5 272 708,25
							77 575,95

Варіант № 21			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7			
				L ₀ = 39°			
	△ №5			1	47° 35' 00"	37° 01' 52,5"	5 274 071,60
	шестиградусна зона № 7			2	47° 35' 00"	37° 03' 45"	5 274 012,42
	X = 5272748,49			3	47° 33' 45"	37° 03' 45"	5 271 696,21
	y = -147096,27			4	47° 33' 45"	37° 01' 52,5"	5 271 755,39
				L ₀ = 36°			
№4		№3		1	47° 35' 00"	37° 01' 52,5"	5 272 708,25
	Визначити Оср і Кср			2	47° 35' 00"	37° 03' 45"	5 272 739,96
	Перетворити координати точки №5			3	47° 33' 45"	37° 03' 45"	5 270 423,67
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 33' 45"	37° 01' 52,5"	5 270 391,95
	в трьоградусну зону № 12						77 606,72
Варіант № 22			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7			
				L ₀ = 39°			
	△ №5			1	47° 33' 45"	37° 01' 52,5"	5 271 755,39
	шестиградусна зона № 7			2	47° 33' 45"	37° 03' 45"	5 271 696,21
	X = 5270409,71			3	47° 32' 30"	37° 03' 45"	5 269 380,00
	y = -147178,72			4	47° 32' 30"	37° 01' 52,5"	5 269 439,19
				L ₀ = 36°			
№4		№3		1	47° 33' 45"	37° 01' 52,5"	5 270 391,95
	Визначити Оср і Кср			2	47° 33' 45"	37° 03' 45"	5 270 423,67
	Перетворити координати точки №5			3	47° 32' 30"	37° 03' 45"	5 268 107,38
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 32' 30"	37° 01' 52,5"	5 268 075,66
	в трьоградусну зону № 12						77 637,49
Варіант № 23			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7			
				L ₀ = 39°			
	△ №5			1	47° 32' 30"	37° 01' 52,5"	5 269 439,19
	шестиградусна зона № 7			2	47° 32' 30"	37° 03' 45"	5 269 380,00
	X = 5268070,94			3	47° 31' 15"	37° 03' 45"	5 267 063,80
	y = -147261,17			4	47° 31' 15"	37° 01' 52,5"	5 267 123,00
				L ₀ = 36°			
№4		№3		1	47° 32' 30"	37° 01' 52,5"	5 268 075,66
	Визначити Оср і Кср			2	47° 32' 30"	37° 03' 45"	5 270 423,67
	Перетворити координати точки №5			3	47° 31' 15"	37° 03' 45"	5 265 791,10
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 31' 15"	37° 01' 52,5"	5 265 759,38
	в трьоградусну зону № 12						77 668,24
Варіант № 24			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7			
				L ₀ = 39°			
	△ №5			1	47° 31' 15"	37° 01' 52,5"	5 267 123,00
	шестиградусна зона № 7			2	47° 31' 15"	37° 03' 45"	5 267 063,80
	X = 5265732,18			3	47° 30' 00"	37° 03' 45"	5 264 747,61
	y = -147343,62			4	47° 30' 00"	37° 01' 52,5"	5 264 806,81
				L ₀ = 36°			
№4		№3		1	47° 31' 15"	37° 01' 52,5"	5 265 759,38
	Визначити Оср і Кср			2	47° 31' 15"	37° 03' 45"	5 265 791,10
	Перетворити координати точки №5			3	47° 30' 00"	37° 03' 45"	5 263 474,83
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 30' 00"	37° 01' 52,5"	5 263 443,11
	в трьоградусну зону № 12						77 698,99
Варіант № 25			№ купів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7			
				L ₀ = 39°			
	△ №5			1	47° 30' 00"	37° 01' 52,5"	5 264 806,81
	шестиградусна зона № 7			2	47° 30' 00"	37° 03' 45"	5 264 747,61
	X = 5263393,42			3	47° 28' 45"	37° 03' 45"	5 262 431,43
	y = -147426,06			4	47° 28' 45"	37° 01' 52,5"	5 262 490,63
				L ₀ = 36°			
№4		№3		1	47° 30' 00"	37° 01' 52,5"	5 263 443,11
	Визначити Оср і Кср			2	47° 30' 00"	37° 03' 45"	5 263 474,83
	Перетворити координати точки №5			3	47° 28' 45"	37° 03' 45"	5 261 158,56
	із шестиградусної зони № 7			4	47° 28' 45"	37° 01' 52,5"	5 261 126,84
	в трьоградусну зону № 12						77 729,72

Варіант № 26			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 28' 45"	37° 01' 52,5"	5 262 490,63
	шестиградусна зона № 7			2	47° 28' 45"	37° 03' 45"	5 262 431,43
	X = 5261054,67			3	47° 27' 30"	37° 03' 45"	5 260 115,25
	y = -147508,51			4	47° 27' 30"	37° 01' 52,5"	5 260 174,45
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср и Кср			1	47° 28' 45"	37° 01' 52,5"	5 261 126,84
	Перетворити координати точки №5			2	47° 28' 45"	37° 03' 45"	5 261 158,56
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 27' 30"	37° 03' 45"	5 258 842,31
	в трихградусну зону № 12			4	47° 27' 30"	37° 01' 52,5"	5 258 810,58
Варіант № 27			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 27' 30"	37° 01' 52,5"	5 260 174,45
	шестиградусна зона № 7			2	47° 27' 30"	37° 03' 45"	5 260 115,25
	X = 5258715,93			3	47° 26' 15"	37° 03' 45"	5 257 799,08
	y = -147590,95			4	47° 26' 15"	37° 01' 52,5"	5 257 858,29
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср и Кср			1	47° 27' 30"	37° 01' 52,5"	5 258 810,58
	Перетворити координати точки №5			2	47° 27' 30"	37° 03' 45"	5 258 842,31
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 26' 15"	37° 03' 45"	5 256 526,06
	в трихградусну зону № 12			4	47° 26' 15"	37° 01' 52,5"	5 256 494,33
Варіант № 28			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 26' 15"	37° 01' 52,5"	5 257 858,29
	шестиградусна зона № 7			2	47° 26' 15"	37° 03' 45"	5 257 799,08
	X = 5256377,2			3	47° 25' 00"	37° 03' 45"	5 255 482,92
	y = -147673,4			4	47° 25' 00"	37° 01' 52,5"	5 255 542,13
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср и Кср			1	47° 26' 15"	37° 01' 52,5"	5 256 494,33
	Перетворити координати точки №5			2	47° 26' 15"	37° 03' 45"	5 256 526,06
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 25' 00"	37° 03' 45"	5 254 209,82
	в трихградусну зону № 12			4	47° 25' 00"	37° 01' 52,5"	5 254 178,09
Варіант № 29			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 25' 00"	37° 01' 52,5"	5 255 542,13
	шестиградусна зона № 7			2	47° 25' 00"	37° 03' 45"	5 255 482,92
	X = 5254038,48			3	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 253 166,77
	y = -147755,84			4	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 253 225,98
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср и Кср			1	47° 25' 00"	37° 01' 52,5"	5 254 178,09
	Перетворити координати точки №5			2	47° 25' 00"	37° 03' 45"	5 254 209,82
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 251 893,59
	в трихградусну зону № 12			4	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 251 861,86
Варіант № 30			№ кутів трапеції	Геодезичні координати		Прямокутні координати	
№1		№2		широта В	довгота L	x	y
				шестиградусна зона № 7		$L_0 = 39^\circ$	
	$\triangle$ №5			1	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 253 225,98
	шестиградусна зона № 7			2	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 253 166,77
	X = 5251699,76			3	47° 22' 30"	37° 03' 45"	5 250 850,62
	y = -147838,28			4	47° 22' 30"	37° 01' 52,5"	5 250 909,84
№4		№3		трихградусна зона № 12		$L_0 = 36^\circ$	
	Визначити Оср и Кср			1	47° 23' 45"	37° 01' 52,5"	5 251 861,86
	Перетворити координати точки №5			2	47° 23' 45"	37° 03' 45"	5 251 893,59
	із шестиградусної зони № 7			3	47° 22' 30"	37° 03' 45"	5 249 577,37
	в трихградусну зону № 12			4	47° 22' 30"	37° 01' 52,5"	5 249 545,63

Навчальне видання

ВИЩА ГЕОДЕЗІЯ
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ
Навчальний посібник

Укладачі:

І.В. Калинич, М.Р. Ничвид

Гарнітура Times New Roman

Формат 60х84/16.

Ум.друк.арк. 7,44. Обл.вид.арк.3,48.

Зам. № 71. Наклад 100 прим.

Оригінал-макет виготовлено

у редакційно-видавничому відділі ДВНЗ «УжНУ».

88015, м. Ужгород, вул. Заньковецької, 89.

E-mail: dep-editors@uzhnu.edu.ua

Видавництво УжНУ «Говерла».

88000, м. Ужгород, вул. Капітульна, 18.

*Свідоцтво про внесення до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
Серія 3т № 32 від 31 травня 2006 року*