National Committee of Ukraine by Theoretical and Applied Mechanics
Higher School Academy of Sciences of Ukraine
Taras Shevchenko National University of Kyiv
Institute of Mathematics of NAS of Ukraine
Institute of Mechanics of NAS of Ukraine
Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine

XVI International Conference

DYNAMICAL SYSTEM MODELLING AND STABILITY INVESTIGATION

MODELLING & STABILITY

ABSTRACTS OF CONFERENCE REPORTS
Kiev, Ukraine

May 29-31, 2013

Гладун Любомир Володимирович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна.
e-mail: lvgladun@ukr.net

ПРО РУХ ЦІЛКОМ КЕРОВАНОЇ ЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ПРИ НАЯВНОСТІ ПЕРЕШКОДИ

Гладун Л.В.

Нехай рух цілком керованої системи описується лінійною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= ax_2 + bu_1, \\ \dot{x}_2 &= -ax_1 + bu_2, \end{aligned} \qquad (1)$$

де x_1, x_2 – фазові координати, які мають кусково-неперервну похідну; u_1, u_2 – параметри керування, що є кусково-неперервними функціями; a, b – довільні додатні константи.

На параметри керування u_1, u_2 накладається умова:

$$|u_1| \le 1,\ |u_2| \le 1. \qquad (2)$$

Відомий стан системи в початковий момент часу t_0:

$$x^0 = (x_1(t_0),\ x_2(t_0)). \qquad (3)$$

Крім того, у фазовому просторі X_1OX_2 задана перешкода радіуса R^p

$$\left(x_1 - x_1^p\right)^2 + \left(x_2 - x_2^p\right)^2 \le \left(R^p\right)^2 \qquad (4)$$

із центром в точці (x_1^p, x_2^p).

На траєкторії системи $(x_1(t), x_2(t))$ накладається умова обминання перешкоди:

$$\left(x_1(t) - x_1^p\right)^2 + \left(x_2(t) - x_2^p\right)^2 \ge \left(R^p\right)^2. \qquad (5)$$

Із системою пов'язаний критерій:

$$T = t_1 - t_0, \qquad (6)$$

де t_1 – час попадання системи в початок координат.

Постановка задачі: знайти розв'язок системи (1) при умові (2), який задовольняє (3), (5) і мінімізує критерій (6) [1,2].

Траєкторіями руху системи (1) є чотири сімейства концентричних кіл. Фазовий простір розбиваємо на чотири криволінійні області. У кожній області визначаємо криволінійні полоси , в які попадають оптимальні траєкторії руху системи з початкового стану в початок координат при відсутності перешкоди [3].

Знайдені непроникні області – множини точок фазового простору, із довільної точки яких не існує траєкторії руху системи, по якій можна попасти в початок координат, обминувши при цьому перешкоду.

У залежності від місця знаходження перешкоди отримано розв'язок задачі при умові, що в початковий момент часу система не перебуває в непроникній області.

1.Крак Ю.В. Теорія керування / Ю.В.Крак, О.Л.Левович - Київ: Либідь, 2003. - 380 с.
2.Гладун Л.В. Рух керованої системи за мінімальний час / Л.В.Гладун, Е.Е.Тичинський // Рівне : Вісник НУВГП, випуск 4, ч.3, 2007. - с. 236-246.
3. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко – Москва: Наука, 1983. – 392 с.

Глебена Мирослава Іванівна, викладач математичного факультету,
ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород, Україна,
e-mail: hlebenaM@gmail.com;
Цегелик Григорій Григорович, доктор фіз.-мат. наук, професор, факультет прикладної математики та інформатики,
Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: kafmmsep@franko.lviv.ua

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ МІНОРАНТНОГО ТИПУ ВІДШУКАННЯ АБСОЛЮТНОГО ЕКСТРЕМУМУ НЕГЛАДКИХ ЛОГАРИФМІЧНО ОПУКЛИХ ФУНКЦІЙ

Глебена М.І., Цегелик.Г.Г.

В [1], використовуючи апарат некласичних мажорант Ньютона функцій однієї та двох дійсних змінних, заданих таблично, побудовано чисельні методи відшукання абсолютного екстремуму негладких логарифмічно вгнутих функцій однієї та багатьох дійсних змінних. В доповіді розглядається побудова апарату некласичних мінорант Ньютона функцій однієї дійсної змінної, заданих таблично, та його використання для розробки чисельних методів для відшукання абсолютного екстремуму негладких логарифмічно опуклих функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

Побудова апарату некласичних мінорант Ньютона функцій однієї дійсної змінної, заданих таблично, відбувається так. Нехай функція $f(x)$, визначена на деякому проміжку $[a,b]$, задана своїми значеннями в точках $x_i, i = 0,1,\ldots,n,$ тобто $f(x_i) = y_i$, де $x_0 = a, x_n = b$. Вважаємо, що $|y_i| = a_i \le M$, $i = 0,1,\ldots,n$, де M - деяка стала. Точка P_i $(x_i, -\ln a_i)$ у площині xy називається точкою зображення функції $f(x)$ у точці $x = x_i$. Припустимо, що всі точки P_i, $i = 0,1,\ldots,n,$ у площині xy побудовані. З кожної точки P_i проведемо півпряму у від'ємному напрямі осі Oy перпендикулярно до осі Ox. Множину точок цих півпрямих позначимо через S, а її опуклу оболонку – через $C(S)$. Для кожного $x \in [a,b]$ визначимо точку $D_x(x, \chi_x)$, де $\chi_x = \sup\limits_{(x,y)\in C(S)} y$. Множина точок $D_x(x, \chi_x)$, $x \in [a,b]$, утворює лінію δ_f, яка обмежує $C(S)$ зверху. Ця лінія є неперервною, вгнутою ламаною і її рівняння має вигляд $y = \chi(x)$, $x \in [a,b]$, де $\chi(x) = \chi_x$. Тоді некласична міноранта Ньютона функції $y = f(x)$ визначається як $m_f(x) = \exp(-\chi(x))$, $x \in [a,b]$.

Із побудови міноранти Ньютона випливає, що $m_f(x)$ є неперервною і логарифмічно опуклою функцією на проміжку $[a,b]$ і $\min\limits_{0\le i\le n} f(x_i) = \min\limits_{x\in[a,b]} m_f(x)$. Ця властивість міноранти Ньютона й використовується для розробки чисельних методів оптимізації негладких логарифмічно опуклих функцій, збіжність яких не залежить від вибору початкового наближення.

Розглядаються також питання точності апроксимації логарифмічно опуклих функцій мінорантою Ньютона.

1.Глебена М.І. Математичні моделі та числові методи мажорантного типу для аналізу дискретних оптимізаційних процесів: автореф. дис. на здобуття ступеня канд. фіз.-мат. наук спец. 01.05.02 „Математичне моделювання та обчислювальні методи " / М.І Глебена. – Івано-Франківськ, 2012. – 23с.