МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

МАТЕМАТИКА. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ. ОСВІТА.

ЛУЦЬК-СВІТЯЗЬ

7-9 вересня 2012 р.

Тези доповідей

(друкуються в авторській редакції)

ГЕНЕРАТРИСИ РОЗПОДІЛУ ЕКСТРЕМУМІВ ТА ЇХ ДОПОВНЕНЬ ДЛЯ НАПІВНЕПЕРЕРВНИХ ЗВЕРХУ ГРАТЧАСТИХ ПУАССОНІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ НА ЛАНЦЮГУ МАРКОВА

Герич М. С. (Ужгородський національний університет)

Гусак Д. В. (Інститут математики НАН України)

miroslava.gerich@yandex.ru

Розглядається гратчастий пуассонівський процес на ланцюгу Маркова (ЛМ) $Z(t)=\{\xi(t),x(t)\}$ $(t\ge 0,\xi(0)=0)$, $x(t)$– регулярний однорідний ЛМ з скінченною множиною станів $E=\{1,2,...,m\}$; $\xi(t)=\{\xi_1(t),\xi_2(t),...,\xi_m(t)\}$, де кожному стану ЛМ $x(t)=k$ відповідає процес $\xi_k(t)$. Повне означення процесу $Z(t)$ в негратчастому і гратчастому випадках див. в [1, 2].

В [2] одержано двосторонній факторизаційний розклад для

$$g(s,z)=E\,z^{\xi(\theta_s)}=\left\|E\left[z^{\xi(\theta_s)},x(\theta_s)=r|x(0)=k\right]\right\|,\ (r,k\in E)$$

де θ_s– показниково розподілена випадкова величина. Такий розклад для $g(s,z)$ називають матричною основною факторизаційною тотожністю.

Вводяться позначення:

$$\xi^{\pm}(t)=\sup_{0\le t'\le t}(\inf)\xi(t'),\ \xi^{\pm}=\sup_{0\le t\le\infty}(\inf)\xi(t),\ \hat{\xi}(t)=\xi(t)-\xi^{+}(t),\ \check{\xi}(t)=\xi(t)-\xi^{-}(t);$$

$$g_{\pm}(s,z)=E\left[z^{\xi^{\pm}(\Theta_S)}\right]=\left\|E\left[z^{\xi^{\pm}(\Theta_S)},x(\Theta_S)=r\mid x(0)=k\right]\right\|,$$

$$g^{+}(s,z)=E\left[z^{\hat{\xi}(\theta_s)}\right]\ g^{-}(s,z)=E\left[z^{\check{\xi}(\theta_s)}\right],\ K(z)=\ln E\left[z^{\xi(1)}\right].$$

У випадку напівнеперервності зверху розглядуваного процесу (коли його додатні стрибки одиничні, а від'ємні стрибки приймають цілі значення і мають довільний гратчастий розподіл) в [3] одержано наступний вигляд для $g_{\pm}(s,z)$ та $g^{\pm}(s,z)$:

$$g_{+}(s,z)=[I-Z_s^{-1}z]^{-1}p_{+}(s),\quad g\ (s,z)=P_s(p_{+}(s))^{-1}\left([g(s,z)]_{-}^{0}-Z_s^{-1}z[g(s,z)]_{-}\right),$$ де

$$p_{+}(s)=\left\|P\{\xi^{+}(\theta_s)=0,\,x(\theta_s)=r|x(0)=k\}\right\|,\ Z_s^{-1}=q_{+}(s)P_s^{-1},\ q_{+}(s)=P\{\xi^{+}(\theta_s)>0\}.$$

$$g^{+}(s,z)=p^{+}(s)[I-Q_s^{-1}z]^{-1},\quad g_{-}(s,z)=\left([g(s,z)]_{-}^{0}-[g(s,z)]_{-}Q_s^{-1}z\right)\left(p^{+}(s)\right)^{-1}P_s,$$ де

$$p^{+}(s)=\left\|P\left\{\check{\xi}(\theta_s)=0,\,x(\theta_s)=r|x(0)=k\right\}\right\|,\ Q_s^{-1}=P_s^{-1}q^{+}(s),\ q^{+}(s)=P\left\{\check{\xi}(\theta_s)>0\right\}.$$

З цих співвідношень, отриманих в [3], видно, що одна з пари компонент має простий вигляд, а інша складніший, який визначається згідно операції проектування генератрис розподілу самого процесу.

В доповіді наводяться основні твердження для генератрис розподілу мінімуму $\xi^{-}(\theta_s)$ та доповнення до максимуму $\check{\xi}(\theta_s)$ в термінах обернень $(sI-K(z))$. Кумулянта $K(z)=(z-1)\left(\Lambda_1-z^{-1}\left[\Lambda_2\tilde{F}_2(z)+N\tilde{F}(z)\right]\right)+Q$ процесу записується через твірні перетворення функцій розподілу від'ємних стрибків.

$\Lambda_{1,2}$–діагональні матриці інтенсивностей відповідно додатних та від'ємних стрибків, $N=\|\delta_{kr}n_k\|$, $\{n_k>0,k\in E\}$–параметри показниково розподілених випадкових величин ζ_k– часів перебування $x(t)$ в стані k, Q–твірна матриця ЛМ $x(t)$.

При $s\to 0$ з нових співвідношень для $g_{-}(s,z)$ та $g^{-}(s,z)$ визначається генератриса розподілу абсолютного мінімуму ξ^{-} та генератриса граничного розподілу $\xi=\lim_{s\to 0}(\xi(\theta_s)-\xi^{+}(\theta_s))$.

1. Гусак Д.В. Граничні задачі для процесів з незалежними приростами на скінченних ЛМ та для напівмарковських процесів.– Київ: Ін-т математики НАН України, 1998. – 320с.

2. Гусак Д.В., Герич М.С. Уточнення компонент основної факторизаційної тотожності для гратчастих пуассонівських процесів на ланцюгах Маркова// Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер.матем. і інформ.–2011.–Вип. 22, №2.– С.54-63

3. Герич М.С. Уточнення основної факторизаційної тотожності для майже напівнеперервних гратчастих пуассонівських процесів на ланцюгах Маркова// Карпатські математичні публікації. (подано до друку)