

УДК 528.21

М.Р. НИЧВИД

Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С.Бандери 12, Львів, Україна, 79013

ПОБУДОВА ПОЛЯ АНОМАЛІЙ СИЛИ ВАГИ ТА ВИСОТ ГЕОЇДА МЕТОДОМ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Мета. Побудувати поле аномалій сили ваги та висот геоїда. За вихідну інформацію прийняти значення висот поверхні моря CorSSH (Corrected Sea Surface Heights) з альтиметричних супутників. **Методика.** Для побудови поля аномалій сили ваги та висот геоїда використано альтиметричні дані з шести супутників ERS-1, ERS-2, TOPEX/ POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON в регіоні Чорного моря, виправлених в океанографічному центрі AVISO за вплив орбітальних та інструментальних помилок та геофізичних факторів. **Результати.** Одержано відновлене поле висот геоїда методом 2D FFT. Виконано визначення залишків аномалій сили ваги Δg методом 2D FFT, одержано значення аномалій сили ваги та побудовано відновлене поле аномалій сили ваги. На основі моделі високої роздільної здатності EGM08 обчислено модельні значення аномалій сили ваги на берегову частину Чорного моря. З врахуванням цих аномалій сили ваги на континентальній частині та аномалій сили ваги відновленого поля побудовано поле висот геоїда. Застосовуючи методику швидкого перетворення Фур'є з ітеративним уточненням, одержано поле аномалій сили ваги. **Наукова новизна.** Запропоновано новий підхід побудови поля аномалій сили ваги та висот геоїда, використовуючи метод швидкого перетворення Фур'є. **Практична значущість** Одержані значення добре узгоджені з результатами, отриманими за методом колокації при зменшенні часу обчислень більше ніж в 1000 разів.

Ключові слова: альтиметричні дані, аномалія сили ваги, висота геоїда, метод швидкого перетворення Фур'є.

Вступ.

За останні два десятиріччя дані супутникової альтиметрії стали ефективним засобом під час розв'язування задачі побудови поля геоїда та аномалій сили ваги в акваторіях морів та океанів. Визначення геоїда в регіоні Чорного і Азовського морів, в локально закритих акваторіях, є важливою складовою в межах розв'язку задачі побудови регіонального геоїда високої роздільної здатності [3].

Мета. Побудувати поле аномалій сили ваги та висот геоїда. За вихідну інформацію прийняти значення висот поверхні моря CorSSH (Corrected Sea Surface Heights) з альтиметричних супутників.

Методика. Для побудови поля аномалій сили ваги та висот геоїда використано альтиметричні дані з шести супутників ERS-1, ERS-2, TOPEX/ POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON в регіоні Чорного моря, виправлених в океанографічному центрі AVISO за вплив орбітальних та інструментальних помилок та геофізичних факторів. Розподіл вихідної інформації подано в таблиці.

Таблиця 1

Розподіл вихідних даних CorSSH в Чорному морі

Супутник	Період	Кількість CorSSH для Чорного моря
ERS-1	1992-1996	36 368
ERS-2	1995-2003	163 591
TOPEX/POSEIDON	1992-2005	210 792
GFO	2000-2007	96 863
ENVISAT	2002-2007	84 634
JASON	2002-2007	82 403
	Σ	674 651

Побудова поля геоїда. Обчислення висот квазігеоїда ζ в першому наближенні Молоденського може ґрунтуватися на інтегралі Стокса

$$\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g_F S(\psi) d\sigma, \quad (1)$$

де Δg_F – аномалії Фая, що являють собою аномалію у вільному повітрі Δg плюс поправка за рельєф G_1 ($G_1 = 0$ в акваторіях):

$$\Delta g_F = \Delta g + G_1 \text{ або } \Delta g_F = \Delta g_M + \delta \Delta g$$

Отже, формулу (1) можна виразити так:

$$\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma} (\Delta g_M + \delta \Delta g) S(\psi) d\sigma = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma} \Delta g_M S(\psi) d\sigma + \iint_{\sigma} \delta \Delta g S(\psi) d\sigma = \zeta_M + \delta \zeta \quad (2)$$

У формулі (2): R – середній радіус Землі; $\bar{\gamma}$ – середнє значення сили ваги; $d\sigma$ – елемент сферичної поверхні σ , ψ – сферична відстань від біжучої точки P до $d\sigma$, $S(\psi)$ – функція Стокса.

Отже, висоту квазігеоїда ζ в точці $P(B,L)$ подаємо у такій формі:

$$\zeta(B, L) = \delta \zeta(B, L) + \zeta_M(B, L), \quad (3)$$

де $\delta \zeta(B, L)$ – внесок висот квазігеоїда, що відповідає короткохвильовим особливостям гравітаційного поля, які отримуються на основі інтеграла Стокса, а $\zeta_M(B, L)$ – внесок висот квазігеоїда, що обчислюється на основі глобальної моделі гравітаційного поля

$$\zeta_M = \frac{GM}{\bar{\gamma}R} \sum_{n=2}^{N^*} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (4)$$

У формулі (4) $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ – повністю нормовані гармонійні коефіцієнти моделі геопотенціалу; $\bar{P}_{nm}(\cos \vartheta)$ – повністю нормовані приєднані функції Лежандра; GM – добуток гравітаційної сталої на масу Землі; $R=6371$ км – середній радіус Землі; N^* – максимальний порядок розкладу в ряд (4).

Щоб обчислити Δg_F у вузлах інтегрування, достатньо мати аномалії Буге, проінтерполювати аномалії Буге на задані точки інтегрування і відновити за допомогою редукції Буге та моделі топографії аномалії Фая у вузлах інтегрування.

Отже, для обчислення висот квазігеоїда застосовується процедура “видалення-відновлення” [5]. Спочатку обчислюємо в заданих вузлах інтегрування внесок в Δg_F аномалій сили ваги моделі геопотенціалу

$$\Delta g_M = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{N^*} \sum_{m=0}^n (n-1) (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (5)$$

та виконуємо операцію видалення за формулою

$$\delta \Delta g = \Delta g_F - \Delta g_M. \quad (6)$$

Потім використовуємо залишки $\delta \Delta g$ у формулі (6) для знаходження компоненти $\delta \zeta(B, L)$ і відновлюємо поле висот квазігеоїда згідно з формулою (3).

Існує ще й інший підхід у побудові поля висот геоїда та аномалій сили ваги. Він сформований на методиці швидкого перетворення Фур’є (FFT). Використовуючи властивості FFT, економиться час за рахунок заміни інтегрування (1) поточкового числового підсумовування. Отже, проблема повільного обчислення пришвидшується і забезпечується однорідне покриття результатів, що є дуже зручним для розв’язку інших задач простим інтерполюванням. Використання спектральної методики рекомендоване для обчислення великих регіональних та континентальних геоїдів.

Виразимо висоти геоїда через збурюючий потенціал за формулою Брунса, використовуючи інтеграл Стокса в сферичному наближенні [6]:

$$\delta N \left(B_p, L_p \right) = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint \delta \Delta g(B, L) S(B_p, L_p, B, L) \cos dBdL \quad (7)$$

Через ґридовані аномалії сили ваги рівняння (7) можна записати в такій формі:

$$\delta N(B_i, L_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \iint_E \delta \Delta g(B_j, L_i) \cos B_i S(B_i, L_k, B_j, L_i) \Delta B \Delta L \quad (8)$$

За допомогою різного подання функції Стокса, висоти геоїда можна оцінювати в усіх ґридованих точках одночасно або одно- 1D або двовимірним 2D FFT.

Рівняння (8) розв'язується прямим F та оберненим F^{-1} перетвореннями Фур'є у такому вигляді:

$$\delta N(B_i, L_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} F^{-1} \left\{ F \left\{ \Delta g(B_i, L_k) \cos B_i \right\} F \left\{ S(B_i, L_k, \bar{B}) \right\} \right\} \quad (9)$$

де \bar{B} – середня широта обчислювальної області.

Апроксимація рівняння (7) через (8) уможливорює обчислення висот геоїда на великих територіях на сфері в усіх точках ґриду однаково, використовуючи 2D двовимірне швидке перетворення Фур'є.

Результати. Вихідні дані зображені на сітці $2' \times 2'$. Першим кроком зроблено перехід від системи *AVISO* до системи *WGS-84*. Для приведення даних в єдину систему відліку використовується процедура “видалення-відновлення”. З вихідних даних виділявся тренд моделі глобального гравітаційного поля *EIGEN-GL04C*, що подана гармонічними коефіцієнтами до 360 порядку/степеня, за яким одержано модельні значення N_M та Δg_M . Наступним кроком у розв'язку поставленої задачі було обчислення залишкових значень $\delta CorSSH = CorSSH - N_M$, їх згладження методом високочастотної фільтрації для довжин хвиль < 25 км та обчислення методом 2D FFT залишкових висот геоїда δN . У результаті одержано відновлене поле висот геоїда. Потім було виконано визначення залишків аномалій сили ваги $\delta \Delta g$ також методом 2D FFT, одержання значень аномалій сили ваги та побудова відновленого поля аномалій сили ваги. Результати відображено в таблиці 2.

На основі моделі високої роздільної здатності *EGM08* [8], поданої гармонічними коефіцієнтами до 2190 порядку/степеня обчислено модельні значення аномалій сили ваги ($5' \times 5'$) на берегову частину Чорного моря. З врахуванням цих аномалій сили ваги на континентальній частині та аномалій сили ваги відновленого поля побудовано поле висот геоїда (рис. 1). Тепер застосовуючи методіку швидкого перетворення Фур'є з ітеративним уточненням, одержимо поле аномалій сили ваги (рис. 2).

Таблиця 2

Порівняльна таблиця характеристик відновленого поля для регіону Чорного моря, одержаного методами колокації та FFT

Статистики	FFT				Метод колокації [1, 2]	
	Попередній розв'язок		Остаточний розв'язок			
	N , м	Δg , мГал	N , м	Δg , мГал	N , м	Δg , мГал
Мінімальне значення	11.84	-128.28	12.45	-126.89	11.87	-122.04
Максимальне значення	40.80	130.20	40.37	142.25	40.47	97.62
Середнє значення	23.02	-21.43	23.49	-20.03	23.02	-22.03
Стандартне відхилення	6.66	38.57	6.53	38.20	6.65	37.08

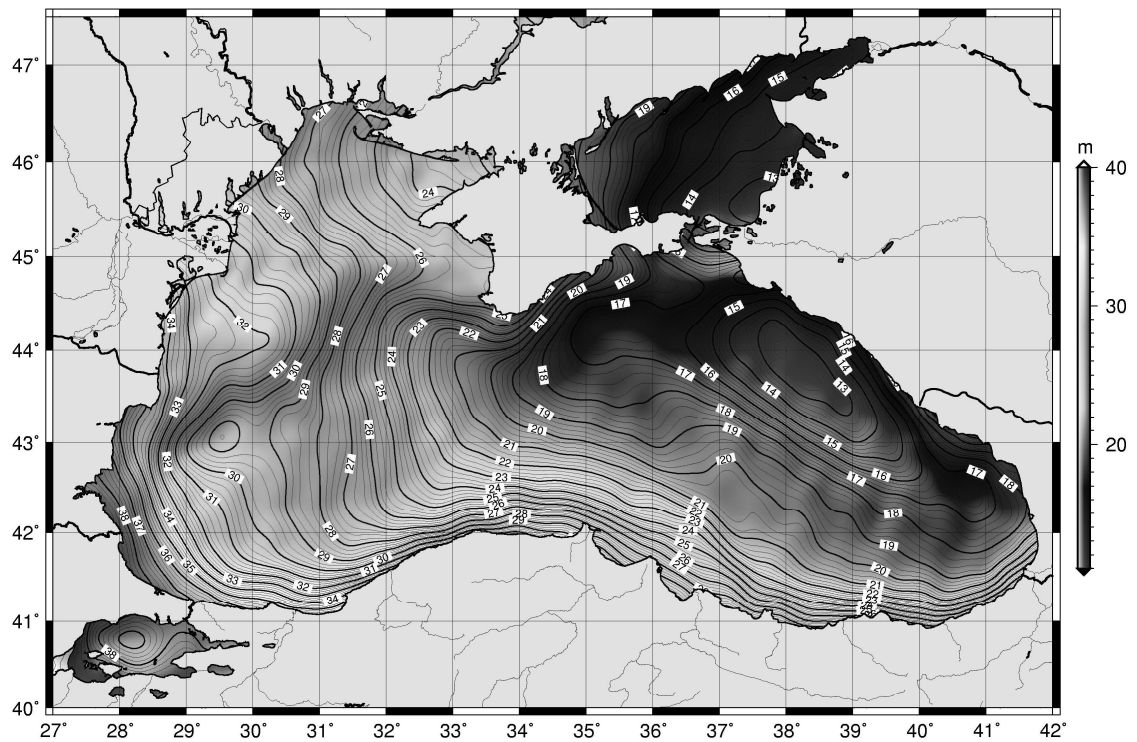


Рис. 1. Висоти геоїда, одержані за даними супутникової альтиметрії височастотним методом фільтрації (Ізолії проведено через 0,25 м)

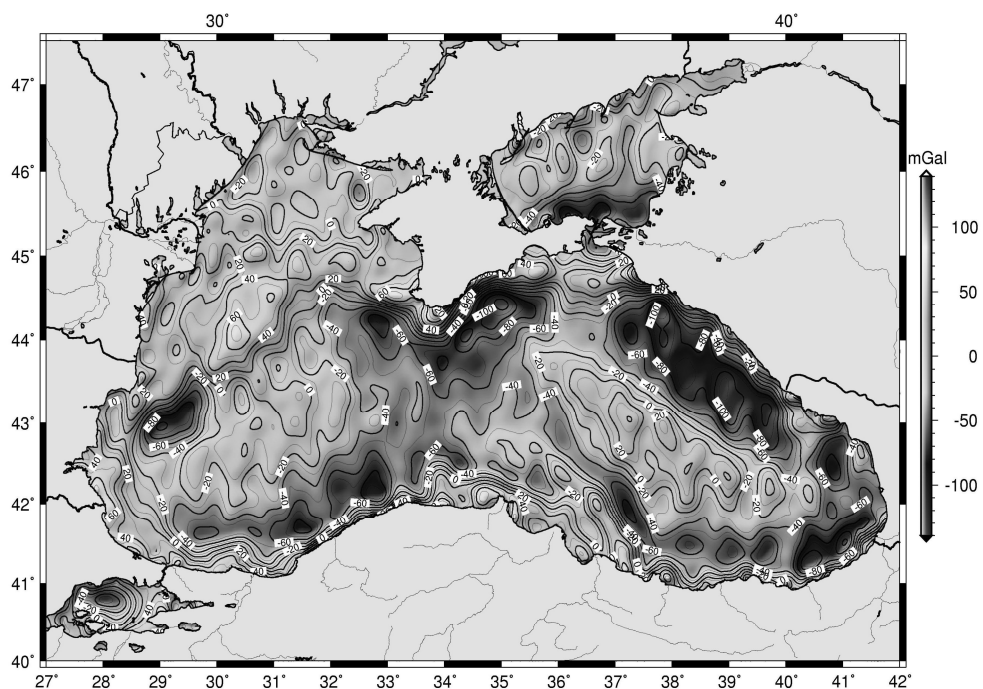


Рис. 2. Поле аномалій сили ваги, одержане за даними супутникової альтиметрії ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1 (Ізолії проведено через 10 mGal)

Наукова новизна і практична значущість.

Запропоновано новий підхід побудови поля аномалій сили ваги та висот геоїда, використовуючи метод швидкого перетворення Фур'є. У таблиці 2 наведено порівняння характеристик відновленого поля для регіону Чорного моря, одержаного методами швидкого перетворення Фур'є та колокації [1, 2]. Аналізуючи результати досліджень, не виявлено відхилень у

одержаних значеннях при використанні методу FFT у порівнянні з даними методу колокації [1, 2]. Поставлена мета досягнута, при зменшені часу обчислень більш ніж у 1000 разів.

Отже, дану методику можна використовувати для оптимізації робіт при побудові висот геоїда та аномалій сили ваги.

Висновки. Використовуючи дані CorSSH з шести альтиметричних місій ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON (на загальному інтервалі часу 15 років), розв'язано задачу побудови рівномірного ґриду $2' \times 2'$ осереднених у часі/просторі висот поверхні моря (CorSSH). Побудовано поле висот геоїда на аномалій сили ваги в регіоні Чорного та Азовського морів. Порівняно з результатами, одержаними методом колокації. Одержані значення добре узгоджені з результатами, отриманими за методом колокації [1, 2] при зменшенні часу обчислень більше ніж в 1000 разів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Марченко О.М. Регіональне поле аномалій сили ваги і середньої поверхні Чорного і Азовського морів за даними альтиметричних місій/ Марченко О.М., Тартачинська З.Р., Якимович О //36.: «Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва». - Львів: Ліґа-Прес, 2003.– С.89–94.

2. Марченко О.М. Визначення середніх рівнів Балтійського і Чорного морів та їх зміна з часом / Марченко О.М., Ярема Н.П. // Вісник геодезії та картографії”. – Алушта (Україна, Крим), 2006. - Вип.6. – С.2–9.

3. Марченко О. М. Результати побудови квазігеоїда УКГ2006 для регіону України/ Марченко О. М., О. В. Кучер, О. В. Ренкевич // Вісник геодезії та картографії. – К.:НДІГК, 2007. – Вип.2. – С.3–13.

4. Marchenko O. Geoid heights and gravity anomalies from satellite altimetry and BGI gravimetry data in the Mediterranean sea area / Marchenko A.N., Tartachynska Z.R., Zablotskyj F.D., Zazulyak P.M – //36.: «Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва». - Львів: Ліґа-Прес, 2004. – С.27–40.

5. Marchenko A.N. Parameterization of the Earth's gravity field. Point and line singularities. –Lviv Astron Geod Soc, 1998. – 150 p.

6. Michel G. Sideris. Geoid determination by FFT techniques– International school for the determination and use of the geoid, Budapest, Hungary, January 31 – February 4. - 2005.

7. Moritz H. Advanced physical geodesy,–Wichmann, Karlsruhe, 1980. – 468 p

8. Nikolaos K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160:EGM2008. / Nikolaos K. Pavlis, Simon A. Holmes, Steve C. Kenyon, and John K. Factor – EGU General Assembly 2008, Vienna, Austria, April 13-18. - 2008.

М.Р. НЫЧВЫД

Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет "Львовская политехника", ул. С.Бандери 12, Львов, Украина, 79013

ПОСТРОЕНИЕ ПОЛЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ВЕСА И ВЫСОТ ГЕОИДА МЕТОДОМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Цель. Построить поле аномалий силы веса и высот геоида. За исходную информацию принять значение высот поверхности моря CorSSH (Corrected Sea Surface Heights) из альтиметрических спутников. **Методика.** Для построения поля аномалий силы веса γ и высот геоида использовано альтиметрические данные из шести спутников ERS - 1, ERS - 2, TOPEX/ POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON в регионе Черного моря, исправленных в океанографическом центре AVISO за влияние орбитальных и инструментальных ошибок и геофизических факторов. **Результаты.** Получено возобновленное поле высот геоида методом 2d FFT. Выполнено определение остатков аномалий силы веса $\Delta\gamma$ методом 2d FFT, получено значения аномалий силы веса и построение возобновленного поля аномалий силы веса. На основе модели высокой разрешающей способности EGM08 вычислены модельные значения аномалий силы веса на береговую часть Черного моря. С учетом этих аномалий силы веса на континентальной части и аномалий силы веса возобновленного поля построено поле высот геоида. Применяя методику быстрого преобразования Фурье с итеративным уточнением, получено поле аномалий силы веса. **Научная новизна.** Предложен новый подход построения поля аномалий силы веса и высот геоида, используя метод быстрого преобразования Фурье. **Практическая значимость.**

Значения хорошо согласованы с результатами, полученными за методом колокации. При этом время для вычислений уменьшено более чем в 1000 раз.

Ключевые слова: альтиметрические данные, аномалия силы веса, высота геоида, метод быстрого преобразования Фурье.

M.NYCHVYD

Department «Higher geodesy and astronomy» of National university Lviv politechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013

CONSTRUCTION THE GEOID HEIGHTS AND THE GRAVITY ANOMALY BY FFT METHOD

Aim. To construct the geoid heights and the gravity anomaly. The value of heights surface sea of CorSSH (Corrected Sea Surface Heights) from altimetry data was taken as a initial information. **Methodology.** The geoid heights and the gravity anomaly in the Black sea are computed from altimetry data of ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1, corrected in an oceanographic center AVISO for influence of orbital and instrumental errors and geophysical factors. **Results.** The renewed field of geoid heights is got by a method 2d FFT. The determination of pieces of gravity anomaly $\delta\Delta g$ by method 2d FFT was done. The values of gravity anomaly were receipted. The renewed field of gravity anomaly was constructed. On the basis of EGM08 the model values of gravity anomaly are calculated on coastal part of the Black sea. Taking into account these gravity anomaly on continental part and gravity anomaly of the renewed field the field of geoid heights is built at the grid points $1' \times 1'$ by FFT method. **Originality.** New approach of construction of the field of gravity anomaly and geoid heights, using the FFT method. **Practical significance.** Values are well concerted with the results, which got from the method of collocation [1, 2]. Thus, time for calculations is diminished more than in 1000 times.

Keywords: altimetry data, gravity anomaly, geoid heights, method of fast Fourier transformation (FFT).

REFERENCES

- 1 Marchenko O. The regional field of gravity anomaly and middle surface of Black and Azov sea from altimetry data / Marchenko O., Tartachynska Z., Yakymovych O. //Jornal «Modern geodesic advances of sciences and industry». - Lviv: Liga-Pres, 2003.– p.89–94.
2. Marchenko O. Determinations of middle levels of Baltic and Black seas and their change in course of time / Marchenko O., Yarema N. // Bulletin of Geodesy and Cartography”. – Alushta (Ukraine), 2006. - Vol.6. – p.2–9.
3. Marchenko O. Results of construction of quasigeoid UQG 2006 for the region of Ukraine / Marchenko O., Kucher K., Renkevych O. // Bulletin of Geodesy and Cartography. – K.:NDIGK, 2007. – Vol.2. – p.3–13.
4. Marchenko O. Geoid heights and gravity anomalies from satellite altimetry and BGI gravimetry data in the Mediterranean sea area / Marchenko A.N.,Tartachynska Z.R., Zablotskyj F.D., Zazulyak P.M – // Jornal «Modern geodesic advances of sciences and industry». - Lviv: Liga-Pres, 2004. – C.27–40.
5. Marchenko A.N. Parameterization of the Earth’s gravity field. Point and line singularities. –Lviv Astron Geod Soc, 1998. – 150 p.
6. Michel G. Sideris. Geoid determination by FFT techniques– International school for the determination and use of the geoid, Budapest, Hungary, January 31 – February 4. - 2005.
7. Moritz H. Advanced physical geodesy,–Wichmann, Karsruhe, 1980. – 468 p
8. Nikolaos K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160:EGM2008. / Nikolaos K. Pavlis, Simon A. Holmes, Steve C. Kenyon, and John K. Factor – EGU General Assembly 2008, Vienna, Austria, April 13-18 .- 2008.